

اندازه گیری کارایی ساختارهای شبکه‌یی در شرایط کنترل متغیرهای واسطه‌یی

امیر حسن زاده* (دکتري)

سید مصطفی رضوی (دانشيار)
دانشکده‌ی مدیریت، دانشگاه تهران

غلامرضا جهان‌شاه‌لو (استاد)
دانشکده‌ی ریاضی، دانشگاه خوارزمی

امین مصطفایی (دانشيار)
دانشکده‌ی علوم، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد تهران شمال

مهندسی صنایع و مدیریت شریف، زمستان ۱۳۹۷ (۱۳۹۷-۱۰-۱۰)
دوری ۱-۳۳، شماره ۱/۲، ص. ۱۰۹-۱۰۱

در ساختارهای شبکه‌یی، مدل‌های سنتی تحلیلی پوششی داده‌ها برای اندازه‌گیری کارایی واحدهای تصمیم‌گیرنده مشابه صرفاً از ورودی‌ها و خروجی‌های نهایی استفاده می‌کنند و عملیات داخلی آن را به صورت جعبه‌ی سیاه در نظر می‌گیرند، لذا این مدل‌ها نمی‌توانند منشأ ناکارایی درون ساختارها را به دقت مشخص کنند. برای برطرف کردن این مشکل، مدل‌های مختلف شبکه‌یی مضربی و پوششی در دو طیف جداگانه مطرح شده است. در این مقاله با استفاده از رویکرد پوششی به توسعه چندین مجموعه امکان تولید با توجه به مفهوم کنترل در تعیین مقدار لینک توسط بخش‌های یک شبکه می‌پردازیم. نتایج نشان می‌دهد در یک شبکه، زمانی که بخش‌های مرتبط با لینک در تعیین مقدار آن هیچ کنترلی نداشته باشند یا همه آن‌ها از کنترل یکسانی برخوردار باشند در مقایسه با حالتی که بخش‌ها دارای کنترل یک سویه یا نابرابر باشند، دارای مقدار کارایی بیشتری در بخش‌ها و به تبع آن کل شبکه هستند.

a.hassanzadeh@ut.ac.ir
mrazavi@ut.ac.ir
jahanshahloomath@gmail.com
mostafaeem@yahoo.com

واژگان کلیدی: تحلیل پوششی داده شبکه‌یی، کنترل لینک، متغیرهای واسطه‌یی.

۱. مقدمه

تحلیل پوششی داده^۱ یک روش ریاضی است که با استفاده از برنامه ریزی خطی، کارایی نسبی مجموعه‌یی از واحدهای تصمیم‌گیرنده^۲ (DMU_s) مشابه را تعیین می‌کند. این مفهوم ابتدا توسط چارنزو همکاران^۱ تحت عنوان مدل CCR^۲ مطرح شد. روش سنتی تحلیل پوششی داده هیچ فرضی در زمینه‌ی عملیات داخلی واحد تصمیم‌گیرنده (DMU) در نظر نمی‌گیرد، به طوری که عملیات داخلی آن را تک فرایندی (جعبه سیاه)^۳ در نظر می‌گیرد که صرفاً ورودی‌ها را در راستای تولید خروجی‌ها مصرف می‌کند. چنین نگرشی هیچ دیدی در زمینه‌ی منشأ ناکارایی در داخل سیستم فراهم نمی‌کند و تنها آن را در ورودی‌ها و خروجی‌ها جست‌وجو می‌کند^{۴-۲} در نظر گرفتن عملیات داخلی یک سیستم در محاسبه‌ی کارایی به «روش تحلیل پوششی داده شبکه‌یی» شهرت دارد.^۵ اخیراً در این زمینه رویکردهای مختلفی مانند رویکرد استاندارد^{۶-۱۳}، رویکرد رابطه‌یی^{۱۴،۱۵،۱۶،۱۷}، رویکرد تفکیک کارایی^{۱۷،۱۸}، رویکرد اندازه‌گیری مبتنی بر متغیرهای کمکی^{۱۸-۲۹} و رویکرد نظریه‌ی بازی^{۱۷،۲۰-۲۵} توسعه پیدا کرده است. هدف این مقاله توسعه‌ی رویکردی برای ارزیابی عملکرد ساختارهای شبکه‌یی است

* نویسنده مسئول

تاریخ: دریافت ۱۳۹۵/۹/۱، اصلاحیه ۱۳۹۵/۱۲/۷، پذیرش ۱۳۹۶/۱/۲۰

DOI: 10.24200/J65.2018.20051

۲. اندازه‌گیری کارایی ساختارهای شبکه‌یی مبتنی بر

متغیرهای کمکی

مدل‌های شعاعی نمی‌توانند به درستی کارایی واحدهای ضعیف را اندازه‌گیری

کنند [۲۶]. برای حل این مشکل، رویکرد اندازه‌گیری کارایی مبتنی بر متغیرهای کمکی (SBM) ارائه شد [۲۷] که علاوه بر رفع این مشکل و ویژگی‌هایی مستقل از واحد اندازه‌گیری، کاهش یکنوا در متغیرهای کمکی ورودی و خروجی، و وابستگی به مجموعه مرجع دارد. تن و تسوتسوی [۲۰، ۱۹] این مفهوم را به ساختارهای عمومی شبکه‌ای و پویا توسعه دادند. علائم مورد استفاده در مدل‌ها مطابق با تن و تسوتسوی (۲۰۰۹) به صورت ذیل تعریف شده است:

X_j^k : منابع ورودی به بخش k

y_j^k : محصولات خروجی از DMU_j در بخش k

$z_j^{(k,h)}$: محصولات واسطه‌ای از بخش k به بخش h

s^{-k} : کاهش بالقوه (متغیر مازاد) ورودی بخش k

s^{+k} : افزایش بالقوه (متغیر کمبود) خروجی بخش k

s_z^k : کاهش یا افزایش بالقوه لینک بخش k

λ_j^k : محور ضرایب DMU_j در بخش k

m^k : تعداد ورودی در بخش k

r^k : تعداد خروجی در بخش k

$t^{(k,h)}$: تعداد محصولات واسطه‌ای از بخش k به بخش h

w^k : اهمیت بخش k به طوری که $\sum_{k=1}^k w^k = 1$

مطابق با علامت‌گذاری و فرض پیوستگی بین دو بخش (هر مقداری که توسط بخش قبلی تولید می‌شود، باید توسط بخش بعدی استفاده شود) در ساختارهای شبکه‌ای، مدل تن و تسوتسوی [۱۹] به صورت رابطه‌ی ۱ تعریف می‌شود. تابع هدف رابطه‌ی ۱ در حالت بدون گرایش تعریف شده است که نسبت میانگین موزون کاهش ورودی بخش‌های مختلف را به میانگین موزون افزایش خروجی بخش‌های مختلف نشان می‌دهد. صورت کسر کوچک تر یا برابر ۱ در حالی که مخرج کسر بزرگ تر یا برابر ۱ است. در این مدل محصولات واسطه‌ای به دو صورت لینک‌های آزاد $\sum_{j=1}^n Z_j^{(k,h)} \lambda_j^k = \sum_{j=1}^n Z_j^{(k,h)} \lambda_j^h; \forall k, h$ و لینک‌های ثابت $\sum_{j=1}^n Z_j^{(k,h)} \lambda_j^h = Z_{oj}^{(k,h)}; \forall k, h$ و $\sum_{j=1}^n Z_j^{(k,h)} \lambda_j^k = Z_{oj}^{(k,h)}$ به رابطه‌ی ۱ افزوده خواهد شد. از طرفی، رابطه‌ی ۱ با فرض بازده به مقیاس متغیر λ_j^k نوشته شده است که با حذف محدودیت $\sum_{j=1}^n \lambda_j^k = 1 (\forall k)$ مدل به فرض بازده به مقیاس ثابت λ_j^k تبدیل خواهد شد.

$$\rho_o^* = \min \frac{\sum_{k=1}^k w^k \left[1 - \frac{1}{m^k} \left(\sum_{i=1}^{m^k} \frac{s_i^{k-}}{x_{io}^k} \right) \right]}{\sum_{k=1}^k w^k \left[1 + \frac{1}{r^k} \left(\sum_{i=1}^{r^k} \frac{s_i^{k+}}{y_{ro}^k} \right) \right]}$$

s.t.

$$x_o^k = \sum_{j=1}^n X_j^k \lambda_j^k + s^{k-} (\forall k),$$

$$y_o^k = \sum_{j=1}^n Y_j^k \lambda_j^k - s^{k+} (\forall k),$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j^k = 1 (\forall k),$$

$$\lambda^k \geq 0, s^{k-} \geq 0, s^{k+} \geq 0 (\forall k), \quad (1)$$

در رابطه‌ی ۱ میزان ناکارایی محاسبه شده در تابع هدف فقط از سوی منابع ورودی خارجی و محصولات خروجی نهایی تعریف شده است، در صورتی که امکان اتلاف درون شبکه از سوی محصولات واسطه‌ای وجود دارد که در این مدل لحاظ نشده است. در این راستا فوکویاما و میردهقان نشان داده‌اند [۲۳] که برای رسیدن به نتایج درست باید متغیرهای کمکی مربوط به محصولات واسطه‌ای را در اندازه‌گیری کارایی

سیستم در نظر گرفت و بر همین اساس مدل دو مرحله‌ی ۱۴ را ارائه دادند. از طرفی دیگر محققین در ساختارهای شبکه‌ای پویا این ضعف را با مطرح کردن متغیر کمکی آزاد در علامت برای محصولات واسطه‌ای (در حالت لینک آزاد) در یک مدل دو مرحله‌ی بهبود دادند [۲۰]. در مرحله‌ی اول مدل آن‌ها، با افزودن محدودیت ۲ به رابطه‌ی ۱ مقادیر بهینه‌ی s_i^{k+} ، s_i^{k-} و s_{iz}^{k*} به دست می‌آید.

$$z_o^k = \sum_{j=1}^n z_j^k \lambda_j^k + s_z^k \quad s_z^k : free (\forall k) \quad (2)$$

سپس با جایگذاری مقادیر بهینه‌ی به دست آمده در مرحله اول در مدل ۳- که در آن تنها ورودی، خروجی و لینک اختیاری (Discretionary) در نظر گرفته شده است -- مقدار کارایی تعدیل یافته‌ی سیستم حاصل می‌شود:

$$\rho_o^{*-} = \min \frac{\sum_{k=1}^k w^k \left[1 - \frac{1}{m^k + t^k} \left(\sum_{i=1}^{m^k} \frac{s_i^{k-}}{x_{io}^k} + \sum_{i=1}^{t^k} \frac{s_{iz}^{k-}}{z_{io}^k} \right) \right]}{\sum_{k=1}^k w^k \left[1 + \frac{1}{r^k + t^k} \left(\sum_{i=1}^{r^k} \frac{s_i^{k+}}{y_{io}^k} + \sum_{i=1}^{t^k} \frac{s_{iz}^{k+}}{z_{io}^k} \right) \right]}$$

s.t.

$$s_{iz}^{k*} = s_{iz}^{k-} - s_{iz}^{k+}$$

$$s_{iz}^{k-} \times s_{iz}^{k+} = 0$$

$$s_{iz}^{k-} \geq 0$$

$$s_{iz}^{k+} \geq 0$$

(۳)

هدف از طرح متغیر کمکی آزاد در علامت، در لینک آزاد این است که در شرایط پیوستگی میزان اتلاف یا ناکارایی از سوی محصولات واسطه‌ای نیز در محاسبه‌ی کارایی در نظر گرفته شود. با توجه به دانش نویسندگان در این زمینه، تاکنون در مدل‌های اندازه‌گیری کارایی ساختارهای شبکه‌ای مبتنی بر متغیرهای کمکی تعامل بین بخش‌ها روی محصولات واسطه‌ای در دو حالت لینک آزاد و ثابت مورد بررسی قرار گرفت، در صورتی که حالت‌های مختلف دیگری نیز بین بخش‌ها وجود دارد؛ در ادامه به برخی از این روابط می‌پردازیم.

۳. رویکرد اندازه‌گیری کارایی مبتنی بر متغیرهای کمکی پیشنهاد شده

در این بخش با توجه به مفهوم کنترل لینک توسط بخش‌های شبکه، برای اندازه‌گیری کارایی بخش‌ها و به تبع آن کل شبکه سناریوهای مختلفی به وجود می‌آید. در ادامه بعد از معرفی مجموعه‌ی امکان تولید، هر یک از سناریوها بررسی می‌شود.

۱.۳. مجموعه‌ی امکان تولید^{۱۵}

فرض کنید با $DMU_s (j = 1, \dots, n)$ متشکل از بخش $k (k = 1, \dots, k)$ مواجه هستیم. براساس علامت‌گذاری تن و تسوتسوی [۱۹] m^k و r^k به ترتیب نشانگر تعداد ورودی‌ها و خروجی‌های بخش k هستند و لینک منشعب از بخش k به بخش h را با (k, h) و مجموعه لینک‌ها را با L نمایش می‌دهیم. بخش k از DMU_j بردار $\{X_{ij}^k \in R_+^{m^k}\}$ را مصرف می‌کند و دو نوع خروجی نهایی $\{Y_{ij}^k \in R_+^{r^k}\}$ و واسطه‌ای $\{Z_{ij}^{(k,h)} \in R_+^{t^{(k,h)}}\}$ را تولید می‌کند که در آن $t^{(k,h)}$ تعداد اقلام ارسالی در لینک (k, h) است. با توجه به مجموعه‌ی

یک واحد تولیدی باشد، بنابراین $(\lambda^k, s^{k-}, s^{k+}, s_z^{k-}, s_z^{k+}, s_z^{h-}, s_z^{h+})$ وجود دارد به طوری که:

$$X_{io}^k = \sum_{j=1}^n X_{ij}^k \lambda_j^k + s_i^{k-}; (i = 1, \dots, m; k = 1, \dots, K),$$

$$Y_{io}^k = \sum_{j=1}^n Y_{ij}^k \lambda_j^k - s_i^{k+}; (i = 1, \dots, r; k = 1, \dots, K),$$

$$Z_{io}^{(k,h)} = \sum_{j=1}^n Z_{ij}^{(k,h)} \lambda_j^k + s_{iz}^{k-} - s_{iz}^{k+};$$

$$(i = 1, \dots, t; k = 1, \dots, K),$$

$$Z_{io}^{(k,h)} = \sum_{j=1}^n Z_{ij}^{(k,h)} \lambda_j^h + s_{iz}^{h-} - s_{iz}^{h+};$$

$$(i = 1, \dots, t; k = 1, \dots, K),$$

$$s_{iz}^{k-} \leq \beta_i^k \cdot Z_{io}^{(k,h)}; (i = 1, \dots, t; k = 1, \dots, K),$$

$$s_{iz}^{k+} \leq \gamma_i^k \cdot Z_{io}^{(k,h)}; (i = 1, \dots, t; k = 1, \dots, K),$$

$$s_{iz}^{h-} \leq \beta_i^h \cdot Z_{io}^{(k,h)}; (i = 1, \dots, t; k = 1, \dots, K),$$

$$s_{iz}^{h+} \leq \gamma_i^h \cdot Z_{io}^{(k,h)}; (i = 1, \dots, t; k = 1, \dots, K),$$

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j^k = 1; (k = 1, \dots, K),$$

$$\lambda_j^k \geq 0, s_i^{k-} \geq 0, s_i^{k+} \geq 0, s_{iz}^{k-} \geq 0,$$

$$s_{iz}^{k+} \geq 0, s_{iz}^{h-} \geq 0, s_{iz}^{h+} \geq 0; (\forall (k, h)) \quad (7)$$

که در آن $s_i^{k-}, s_i^{k+}, s_{iz}^{k-}(s_{iz}^{h-}), s_{iz}^{k+}(s_{iz}^{h+})$ متغیرهای کمکی اند که به ترتیب مازاد ورودی، کمبود خروجی، مازاد لینک و کمبود لینک را نشان می‌دهند. رابطه ۷ با فرض بازده به مقیاس متغیر نوشته شده است، در صورتی که اگر محدودیت $\sum_{j=1}^n \lambda_j^k = 1$ حذف شود بازده به مقیاس ثابت ایجاد می‌شود.

۲.۳. مجموعه‌ی امکان تولید و مدل‌های کارایی در سناریوها

در راستای تعیین مقدار لینک، پنج سناریوی متفاوت کنترل لینک^{۱۷} بین بخش‌های مرتبط وجود دارد: ۱. توسط بخش قبلی ۲. توسط بخش بعدی ۳. توسط هر دو بخش (غیر همکارانه نوع ۱) ۴. توسط هر دو بخش (غیر همکارانه نوع ۲) ۵. توسط هیچ بخش (لینک ثابت^{۱۸}). در ادامه به تشریح و مدل‌سازی هر یک از این سناریوها می‌پردازیم.

سناریو ۱: کنترل لینک توسط بخش قبلی

در این سناریو مقدار لینک توسط بخش قبلی تعیین می‌شود و بخش بعدی هیچ نقشی در تعیین مقدار لینک ندارد. بنابراین لینک نقش یگانه‌ی خروجی را تحت کنترل بخش قبلی بازی می‌کند. در سیستم‌های زنجیره‌ی تأمین واقعی از این سناریو تحت عنوان مدیریت موجودی توسط فروشنده^{۱۹} برای کاهش اثر شلانی^{۲۰} استفاده می‌شود. با توجه به شکل ۱، در یک زنجیره‌ی تأمین دو بخشی (خرده فروش و تولیدکننده)، تولیدکننده (بخش قبلی) بر اساس تقاضای واقعی دریافت شده با استفاده از سازوکارهای جریان سریع اطلاعات در مورد سطح مناسب موجودی هر یک از محصولات خرده‌فروش (بخش بعدی) تصمیم می‌گیرد.^[۳۹]

تعریف ۱: اگر در رابطه ۷ شرط $\gamma^k \rightarrow \infty, \gamma^h \rightarrow \infty$ برقرار باشد، $\beta^k = 0, \beta^h = 0, \gamma^k \rightarrow \infty, \gamma^h \rightarrow \infty$

$\{(X^k, Y^k, Z^{(k,h)})\}$ مجموعه امکان تولید به طور کلی چنین تعریف می‌شود:

$$X^k \geq \sum_{j=1}^n X_j^k \lambda_j^k; (k = 1, \dots, K),$$

$$Y^k \leq \sum_{j=1}^n Y_j^k \lambda_j^k; (k = 1, \dots, K),$$

$$Z^{(k,h)} \geq 0, =, \leq \sum_{j=1}^n Z_j^{(k,h)} \lambda_j^k; (\forall (k, h)), \quad (4)$$

(خروجی از بخش k که می‌تواند افزایشی (\leq) کاهشی (\geq) یا ثابت (=) باشد)

$$Z^{(k,h)} \geq 0, =, \leq \sum_{j=1}^n Z_j^{(k,h)} \lambda_j^h; (\forall (k, h)),$$

(ورودی به بخش h که می‌تواند افزایشی (\leq) کاهشی (\geq) یا ثابت (=) باشد)

$$\sum_{j=1}^n \lambda_j^k = 1 (\forall k), \lambda_j^k \geq 0 (\forall j, k),$$

$\lambda^k, \lambda^h \in R_+^n$ بردارهای ضرایب^{۱۶} مربوط به بخش‌های k و h است. در رابطه‌ی ۴ فرض بر این است که هر بخش، خروجی (ورودی) لینک خود را به طور کامل یا قسمتی از آن را در جهت افزایش، کاهش یا بدون تغییر به عنوان ورودی (خروجی) به (از) بخش دیگر ارسال (دریافت) می‌کند، در صورتی که هر یک از بخش‌ها در تعیین مقدار لینک به عنوان خروجی یا ورودی می‌توانند کنترل کامل یا نسبی داشته باشند. بنابراین با توجه به نوع کنترلی که هر یک از بخش‌ها در تعیین مقدار لینک می‌توانند داشته باشند، مجموعه‌ی امکان تولید رابطه‌ی ۴ تعدیل خواهد شد. در این راستا می‌توان معادله‌ی لینک بین بخش‌ها را به صورت رابطه‌ی ۵ بازنویسی کرد:

$$\sum_{j=1}^n Z_j^{(k,h)} \lambda_j^k + s_z^{k-} - s_z^{k+} = Z_j^{(k,h)}$$

$$\sum_{j=1}^n Z_j^{(k,h)} \lambda_j^h + s_z^{h-} - s_z^{h+} = Z^{(k,h)}; (\forall (k, h)),$$

$$s_z^{k-} \geq 0, s_z^{k+} \geq 0, s_z^{h-} \geq 0, s_z^{h+} \geq 0; \forall (k, h), \quad (5)$$

رابطه‌ی ۵ این امکان را می‌دهد که در سناریوهای مختلف کنترلی، هر یک از بخش‌های شبکه نقش‌های متفاوتی در کنترل مقدار لینک داشته باشد. برای تحقق این نقش‌ها لازم است رابطه‌ی ۶ به رابطه‌ی ۵ اضافه شود:

$$s_z^{k-} \leq \beta^k \cdot Z^{(k,h)}$$

$$s_z^{k+} \leq \gamma^k \cdot Z^{(k,h)}$$

$$s_z^{h-} \leq \beta^h \cdot Z^{(k,h)}$$

$$s_z^{h+} \leq \gamma^h \cdot Z^{(k,h)} \quad (6)$$

که در آن $\beta^{k(h)}$ و $\gamma^{k(h)}$ متغیرند^[۳۸]، به این صورت که مقادیر بین صفر و یک $\beta^{k(h)}$ میزان کنترل مازاد لینک i توسط بخش $k(h)$ را تعیین می‌کند به طوری که $\beta^{k(h)} = 0$ به معنای عدم کنترل کامل و $\beta^{k(h)} = 1$ به معنای کنترل کامل است. از سوی دیگر، $\gamma^{k(h)}$ میزان کنترل کمبود لینک i توسط بخش $k(h)$ را تعیین می‌کند به طوری که $\gamma^{k(h)=0}$ به معنای عدم کنترل کامل و $\gamma^{k(h)} \rightarrow \infty$ (گاما عدد بسیار بزرگی است) به معنای کنترل کامل است. فرض کنید $DMU_0 (0 = 1, \dots, n)$

و $(s_{iz}^{k+} = s_{iz}^{h+})$ (فرض پیوستگی بین ارسال و دریافت مقدار لینک) برقرار باشد، می‌گوییم بخش قبلی کنترل کامل لینک را به عهده دارد. در این سناریو مجموعه‌ی امکان تولید به صورت رابطه‌ی ۸ خواهد بود:

$$PPS = \left\{ \begin{array}{l} (X^k, Y^k, Z^{(k,h)}) \mid X^k \geq \sum_{j=1}^n X_j^k \lambda_j^k, \\ Y^k \leq \sum_{j=1}^n Y_j^k \lambda_j^k, \\ Z^{(k,h)} \leq \sum_{j=1}^n Z_j^{(k,h)} \lambda_j^k, \\ Z^{(k,h)} \leq \sum_{j=1}^n Z_i^{(k,h)} \lambda_j^h \end{array} \right. \quad (8)$$

کارایی شبکه و بخش‌ها در این سناریو با توجه به تعریف ۱ در وضعیت بدون محور ۲۱ به ترتیب به صورت روابط ۹ و ۱۰ تعریف می‌شود:

$$\rho_o^* = \min \left\{ \frac{\sum_{k=1}^K w^k \left[1 - \frac{1}{m^k + t^k} \left(\sum_{i=1}^m \frac{s_i^{k-}}{x_{io}^k} + \sum_{i=1}^t \frac{s_i^{k-}}{z_{io}^k} \right) \right]}{\sum_{k=1}^K w^k \left[1 + \frac{1}{r^k + t^k} \left(\sum_{i=1}^r \frac{s_i^{k+}}{y_{io}^k} + \sum_{i=1}^t \frac{s_i^{k+}}{z_{io}^k} \right) \right]} \right\} \quad (9)$$

subjecto (۷),

$$\rho_k^* = \frac{1 - \frac{1}{m^k + t^k} \left(\sum_{i=1}^m \frac{s_i^{k-*}}{x_{io}^k} + \sum_{i=1}^t \frac{s_i^{k-*}}{z_{io}^k} \right)}{1 + \frac{1}{r^k + t^k} \left(\sum_{i=1}^r \frac{s_i^{k+*}}{y_{io}^k} + \sum_{i=1}^t \frac{s_i^{k+*}}{z_{io}^k} \right)} \quad (10)$$

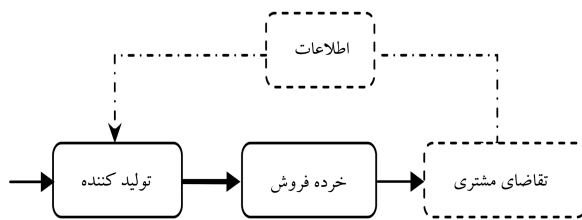
که در آن w^k وزن نسبی بخش k است که توسط تصمیم‌گیرنده تعیین می‌شود [۱۹]. به طوری که $\sum_{k=1}^K w^k = 1$ و $w^k \geq 0$ ($\forall k$).

توجه ۱: بدیهی است اگر $\lambda_o^k = 1, \forall k$ و همه متغیرهای کمکی برابر صفر باشند، یک جواب شدنی برای مدل ۹ است. از طرفی چون صورت و مخرج کسر تابع هدف مدل ۹ ازای هم‌هی جواب‌های شدنی به ترتیب کوچک تر و بزرگ تر از ۱ است، بنابراین همواره $0 < \rho_o^* \leq 1$.

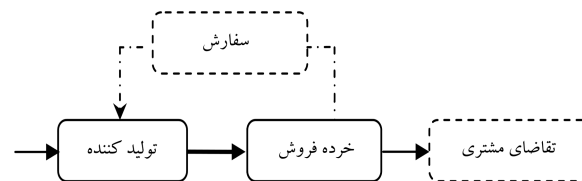
سناریو ۲: کنترل لینک توسط بخش بعدی

در این سناریو مقدار لینک توسط بخش بعدی تعیین می‌شود و بخش قبلی هیچ نقشی در تعیین مقدار لینک ندارد. بنابراین لینک نقش یگانه ورودی را تحت کنترل بخش بعدی بازی می‌کند.

با توجه به شکل ۲، در یک زنجیره‌ی تأمین دو بخشی (خرده فروش و تولید کننده)،



شکل ۱. سیستم زنجیره‌ی تأمین مدیریت موجودی توسط فروشنده.



شکل ۲. سیستم زنجیره‌ی تأمین رانشی و کششی.

تصمیم‌های مربوط به تولید بر اساس پیش‌بینی‌های بلند مدت با اطلاعات واقعی تقاضاست. به عبارت دیگر، تولید کننده با استفاده از سفارش‌های دریافت شده از انبارهای خرده فروش و در دسترس بودن (کششی) یا نبودن (رانشی) اطلاعات تقاضای واقعی، اقدام به تولید می‌کند و در اختیار خرده فروش قرار می‌دهد. [۲۰]

تعریف ۲: اگر در رابطه‌ی ۷ شرط $(\beta^k = 1, \beta^h = 1, \gamma^k = 0, \gamma^h = 0)$ و $(s_{iz}^{k-} = s_{iz}^{h-})$ (فرض پیوستگی بین ارسال و دریافت مقدار لینک) برقرار باشد می‌گوییم بخش بعدی کنترل کامل لینک را به عهده دارد. در این سناریو مجموعه‌ی امکان تولید به صورت رابطه‌ی ۱۱ خواهد بود:

$$PPS = \left\{ \begin{array}{l} (X^k, Y^k, Z^{(k,h)}) \mid X^k \geq \sum_{j=1}^n X_j^k \lambda_j^k, \\ Y^k \leq \sum_{j=1}^n Y_j^k \lambda_j^k, \\ Z^{(k,h)} \geq \sum_{j=1}^n Z_j^{(k,h)} \lambda_j^k, \\ Z^{(k,h)} \geq \sum_{j=1}^n Z_i^{(k,h)} \lambda_j^h \end{array} \right. \quad (11)$$

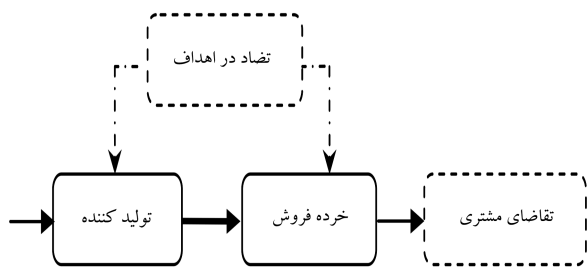
کارایی شبکه و بخش‌ها در این سناریو با توجه به تعریف ۲ در وضعیت بدون محور به ترتیب به صورت روابط ۹ و ۱۰ تعریف می‌شود.

سناریو ۳: کنترل لینک توسط هر دو بخش (رویکرد غیر همکارانه‌ی نوع ۱) در این سناریو مقدار لینک همزمان توسط هر دو بخش قبلی و بعدی به صورت مستقل تعیین می‌شود. به این صورت که لینک نقش دوگانه‌ی خروجی تحت کنترل بخش قبلی و ورودی تحت کنترل بخش بعدی را بازی می‌کند. با توجه به شکل ۳ در سیستم‌های زنجیره‌ی تأمین واقعی زمانی این سناریو رخ می‌دهد که بین اهداف بخش‌های مختلف (به عنوان مثال در هزینه‌های بازاریابی (تبلیغات)، قیمت گذاری و موجودی) تضاد وجود داشته باشد.

تعریف ۳: اگر در رابطه‌ی ۷ شرط $(\beta^k = 0, \beta^h = 1, \gamma^k \rightarrow \infty, \gamma^h = 0)$ برقرار باشد می‌گوییم بخش قبلی و بعدی به صورت مستقل کنترل کامل لینک را به عهده دارند. در این سناریو مجموعه امکان تولید به صورت رابطه‌ی ۱۲ خواهد بود:

$$PPS = \left\{ \begin{array}{l} (X^k, Y^k, Z^{(k,h)}) \mid X^k \geq \sum_{j=1}^n X_j^k \lambda_j^k, \\ Y^k \leq \sum_{j=1}^n Y_j^k \lambda_j^k, \\ Z^{(k,h)} \leq \sum_{j=1}^n Z_j^{(k,h)} \lambda_j^k, \\ Z^{(k,h)} \geq \sum_{j=1}^n Z_i^{(k,h)} \lambda_j^h \end{array} \right. \quad (12)$$

توجه ۲: در این سناریو مقدار واقعی ارسال و دریافت با توجه به $\min\{Z_j^{(k,h)} \lambda_j^k, Z_j^{(k,h)} \lambda_j^h\}$ تعیین می‌شود. بنابراین مازاد تولید کننده در انبار ذخیره می‌شود و سفارشات پس‌افت خرده فروش به منظور برآورده شدن در دوره‌های آتی در سیستم ذخیره می‌شود. کارایی شبکه و بخش‌ها در این سناریو با توجه به تعریف ۳ در وضعیت بدون محور به ترتیب به صورت روابط ۹ و ۱۰ تعریف می‌شود.



شکل ۳. سیستم زنجیره‌ی تأمین غیر همکارانه.

مرتبط با لینک انجام می‌شود، کنترل از سوی همه شرکای موجود در زنجیره و از قبل تعیین می‌شود. این سناریو ابتدا توسط تن و تسوتسوی^[۱۹] تحت عنوان لینک ثابت^{۲۴} مطرح شده است.

تعریف ۵: اگر در رابطه ۷ شرط $\gamma^k = 0, \gamma^h = 0, \beta^k = 0, \beta^h = 0$ برقرار باشد، می‌گوییم بخش قبلی و بعدی هیچ کنترلی در تعیین مقدار لینک ندارند. در این سناریو مجموعه‌ی امکان تولید به صورت رابطه ۱۴ خواهد بود:

$$PPS = \left\{ \begin{array}{l} (X^k, Y^k, Z^{(k,h)} \mid X^k \geq \sum_{j=1}^n X_j^k \lambda_j^k, \\ Y^k \leq \sum_{j=1}^n Y_j^k \lambda_j^k, \\ Z^{(k,h)} = \sum_{j=1}^n Z_j^{(k,h)} \lambda_j^k, \\ Z^{(k,h)} = \sum_{j=1}^n Z_i^{(k,h)} \lambda_j^h \end{array} \right\} \quad (14)$$

کارایی شبکه و بخش‌ها در این سناریو با توجه تعریف ۵ در وضعیت بدون محور به ترتیب مطابق روابط ۹ و ۱۰ تعریف می‌شود.

۳.۳. نقطه‌ی تصویر^{۲۵}

اگر مقادیر بهینه‌ی ۹ با توجه به رابطه ۷ عبارت از $(\lambda_j^{k*}, s_i^{k-*}, s_i^{k+*}, s_{iz}^{k-*}, s_{iz}^{k+*})$ باشد، نقاط تصویر شده در سناریوها عبارت خواهد بود از:

$$\hat{X}_{io}^k = X_{io}^k - s_i^{k-*}; (i = 1, \dots, m; k = 1, \dots, K),$$

$$\hat{Y}_{io}^k = Y_{io}^k + s_i^{k+*}; (i = 1, \dots, r; k = 1, \dots, K),$$

در تمامی سناریوها

$$\hat{Z}_{io}^{(k,h)} = Z_{io}^{(k,h)} + s_{iz}^{k+*} - s_{iz}^{k-*};$$

$$(i = 1, \dots, t; k = 1, \dots, K),$$

در سناریوهای ۱، ۲، ۳ و ۵

$$\hat{Z}_{io}^{(k,h)} = Z_{io}^{(k,h)} + s_{iz}^{h+*} - s_{iz}^{h-*};$$

$$(i = 1, \dots, t; k = 1, \dots, K),$$

در سناریوهای ۱، ۲، ۳ و ۵

$$(15)$$

تعریف ۶: اگر مقدار تابع هدف بهین رابطه ۹ با توجه به هر یک از سناریوها معادل $\rho_o^* = 1$ باشد، آنگاه می‌گوییم DMU_o کارایی سراسری^{۲۶} دارد. قضیه ذیل نشان می‌دهد که نقطه‌ی تصویر شده کارایی سراسری دارد.

قضیه: نقطه‌ی تصویر شده‌ی DMU_o که از رابطه ۱۵ به دست می‌آید کارایی سراسری دارد.

اثبات: قضیه را برای سناریوی ۱ اثبات می‌کنیم^{۲۷}؛ اثبات آن برای سایر سناریوها نیز مشابه است.

کارایی سراسری نقطه‌ی تصویر شده از حل مدل ذیل به دست می‌آید:

$$\hat{\rho}_o^* = \min \frac{\sum_{k=1}^K w^k \left[1 - \frac{1}{m^{k+t^k}} \left(\sum_{i=1}^m \frac{s_i^{k-}}{x_{io}^k} \right) \right]}{\sum_{k=1}^K w^k \left[1 + \frac{1}{r^{k+t^k}} \left(\sum_{i=1}^r \frac{s_i^{k+}}{y_{io}^k} + \sum_{i=1}^t \frac{s_{iz}^{k+}}{z_{io}^k} \right) \right]}$$

s.t.

$$\hat{X}_{io}^k = X_{io}^k - s_i^{k-*} = \sum_{j=1}^n X_{ij}^k \lambda_j^k + \hat{s}_i^{k-}$$

سناریو ۴: کنترل لینک توسط هر دو بخش (رویکرد غیر همکارانه‌ی نوع ۲) در این سناریو نیز همانند سناریو ۳ مقدار لینک همزمان توسط هر دو بخش قبلی و بعدی به صورت مستقل تعیین می‌شود. به این صورت که لینک نقش دوگانه‌ی ورودی تحت کنترل بخش قبلی در راستای کاهش مقدار لینک، و خروجی تحت کنترل بخش بعدی در راستای افزایش مقدار لینک را بازی می‌کند. در سیستم‌های زنجیره‌ی تأمین واقعی از این سناریو تحت عنوان سهمیه‌بندی و بازی‌های کمبود که به «اثر چرخ لنگر^{۲۲}» شهرت دارد، استفاده می‌شود. در این سیستم در شرایط کمبود خرده‌فروش بیش از مقدار مورد نیاز خود سفارش می‌دهد تا از کمبودها یا تحویل‌های ناقص در زنجیره اجتناب کند؛ در صورتی که تولید کننده اقدام به جیره‌بندی محصولات می‌کند و مقدار کم‌تری را ارسال می‌کند.^[۲۰]

تعریف ۴: اگر در رابطه ۷ شرط $\gamma^k = 0, \gamma^h = 0, \beta^k = 1, \beta^h = 0$ برقرار باشد، می‌گوییم بخش قبلی و بعدی به صورت مستقل کنترل کامل لینک را به عهده دارند. در این سناریو مجموعه‌ی امکان تولید به صورت رابطه ۱۳ خواهد بود:

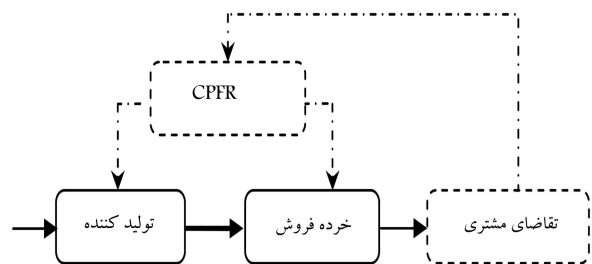
$$PPS = \left\{ \begin{array}{l} (X^k, Y^k, Z^{(k,h)} \mid X^k \geq \sum_{j=1}^n X_j^k \lambda_j^k, \\ Y^k \leq \sum_{j=1}^n Y_j^k \lambda_j^k, \\ Z^{(k,h)} \geq \sum_{j=1}^n Z_j^{(k,h)} \lambda_j^k, \\ Z^{(k,h)} \leq \sum_{j=1}^n Z_i^{(k,h)} \lambda_j^h \end{array} \right\} \quad (13)$$

توجه ۳: در این سناریو مقدار واقعی ارسال و دریافت با توجه به $\min\{Z_j^{(k,h)} \lambda_j^k\}$ تعیین می‌شود. در این سناریو تولید کننده مقدار لینک خروجی خود را تا مقدار مشخصی کاهش می‌دهد. در صورتی که در مدل‌سازی مقدار کاهش تا مقدار صفر امکان پذیر است که با اعمال حد پایینی برای کاهش مقدار لینک در سمت تولید کننده این مفهوم ایجاد خواهد شد. کارایی شبکه و بخش‌ها در این سناریو با توجه تعریف ۴ در وضعیت بدون محور به ترتیب به صورت روابط ۹ و ۱۰ تعریف می‌شود.

سناریو ۵: کنترل لینک توسط هیچ بخش (رویکرد پیشرفته)

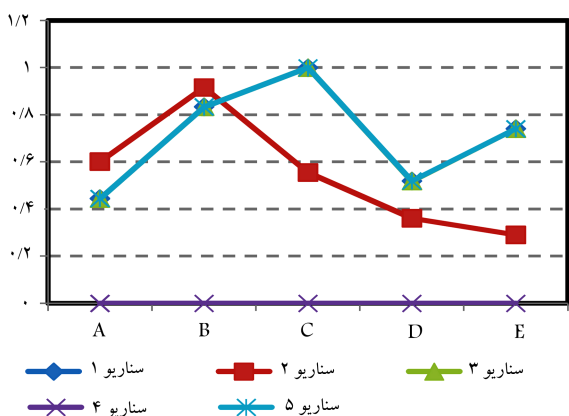
در این سناریو مقدار لینک توسط هیچ یک از بخش‌های قبلی و بعدی تعیین نمی‌شود و به صورت مقداری ثابت در نظر گرفته می‌شود. بنابراین لینک هیچ گونه نقش خروجی و ورودی تحت کنترل بخش‌های قبلی و بعدی را بازی نمی‌کند. در سیستم‌های زنجیره‌ی تأمین واقعی از این سناریو تحت عنوان سیستم برنامه ریزی، پیش‌بینی و بازپرسازی مشترک^{۲۳} استفاده می‌شود.

با توجه به شکل ۴، همه شرکای موجود در زنجیره، فعالیت‌های برنامه ریزی و پردازش مانند فروش، پیش‌بینی سفارش، برنامه‌های تولید و ارسال و ایجاد سفارش را مشترکاً انجام داده^[۲۱] و مقدار لینک را خارج از کنترل اعضای زنجیره‌ی تأمین تعیین می‌کنند. این سناریو برخلاف سناریو ۳ و ۴ که کنترل لینک توسط اعضای

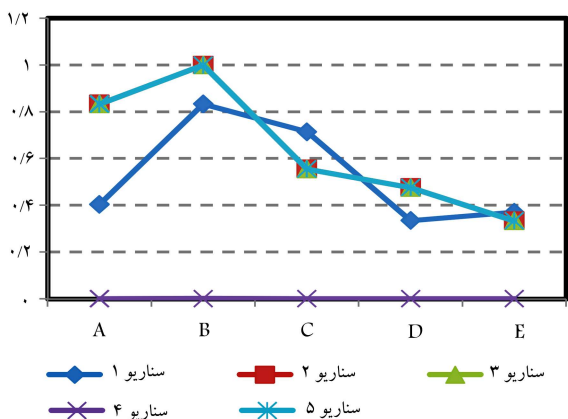


شکل ۴. سیستم زنجیره‌ی تأمین پیشرفته.

با مقایسه‌ی کارایی سناریوها در بخش ۱ (شکل ۵) مشخص می‌شود که نتایج کارایی سه سناریوی ۱ (کنترل لینک توسط بخش قبلی)، ۳ (کنترل لینک توسط هر دو بخش نوع ۱) و ۵ (کنترل لینک توسط هیچ بخش) در همه‌ی DMU_s یکسان است و به طور متوسط بیشتر از کارایی سناریوهای ۲ (کنترل لینک توسط بخش بعدی) و ۴ (کنترل لینک توسط هر دو بخش نوع ۲) است. این سه سناریو به طور مشترک تنها واحد C را کارا نشان می‌دهند. از طرف دیگر در این بخش با مقایسه‌ی واحدهای D و E که دارای ورودی مشابه با مقدار ۴/۵ و مقدار لینک متفاوت (مقدار ۳/۵ برای واحد D و مقدار ۵ برای واحد E) هستند، مشخص می‌شود که در سه سناریوی ذکر شده به علت امکان افزایش مقدار لینک و کاهش مقدار ورودی، به درستی کارایی واحد E نسبت به واحد D بیشتر است. در این بخش کارایی سناریوی ۴ در همه واحدها صفر ارزیابی شده، که نشان می‌دهد در زمان کمبود به علت فعالیت‌های جیره‌بندی محصولات توسط بخش‌های بالادستی، محصولات کم‌تراز مقدار واقعی به بخش‌های پایین دستی ارسال خواهد شد؛ این موضوع باعث کاهش مقدار لینک توسط بخش بالادستی و به تبع آن کاهش مقدار کارایی خواهد شد. با مقایسه‌ی کارایی سناریوها در بخش ۲ (شکل ۶) مشخص می‌شود که نتایج کارایی سه سناریوی ۱، ۲ و ۳ در همه DMU_s یکسان است و به طور متوسط بیشتر از کارایی سناریوهای ۴ و ۵ است. این سه مدل تنها واحد B را کارا نشان می‌دهند. از سوی دیگر در این مرحله با مقایسه‌ی واحدهای D و E که دارای ورودی مشابه با مقدار ۴/۵ و مقدار لینک متفاوت (مقدار ۳/۵ برای واحد D و مقدار ۵ برای واحد E) هستند، مشخص می‌شود که در سه سناریوی ذکر شده به علت امکان کاهش مقدار لینک و افزایش مقدار خروجی، به



شکل ۵. مقایسه‌ی کارایی بین سناریوهای مختلف در بخش ۱.



شکل ۶. مقایسه‌ی کارایی بین سناریوهای مختلف در بخش ۲.

$$\hat{Y}_{i_o}^k = Y_{i_o}^k + s_i^{k+*} = \sum_{j=1}^n Y_{i_j}^k \hat{\lambda}_j^k - \hat{s}_i^{k+}$$

$$\hat{Z}_{i_o}^{(k,h)} = Z_{i_o}^{(k,h)} + s_{i_z}^{k+*} = \sum_{j=1}^n Z_{i_j}^{(k,h)} \hat{\lambda}_j^k - \hat{s}_{i_z}^{k+}$$

$$\hat{Z}_{i_o}^{(k,h)} = Z_{i_o}^{(k,h)} + s_{i_z}^{h+*} = \sum_{j=1}^n Z_{i_j}^{(k,h)} \hat{\lambda}_j^h - \hat{s}_{i_z}^{h+}$$

$$\sum_{j=1}^n \hat{\lambda}_j^k = 1; (k = 1, \dots, K),$$

$$\hat{\lambda}_j^k \geq 0, \hat{s}_i^{k-} \geq 0, \hat{s}_i^{k+} \geq 0, \hat{s}_{i_z}^{k+} \geq 0, \hat{s}_{i_z}^{h+} \geq 0; (\forall (k, h)) \quad (16)$$

اگر $(\hat{\lambda}^k, \hat{s}^{k-}, \hat{s}^{k+}, \hat{s}_z^{k+}, \hat{s}_z^{h+})$ یک جواب بهین رابطه‌ی ۱۶ باشد، به خلف فرض کنید نقطه‌ی تصویر $\hat{X}_{i_o}^k, \hat{Y}_{i_o}^k$ و $\hat{Z}_{i_o}^{(k,h)}$ کارایی سراسری نداشته باشد، بنابراین حداقل یکی از متغیرهای کمکی $\hat{s}_i^{k-}, \hat{s}_i^{k+}, \hat{s}_{i_z}^{k+}, \hat{s}_{i_z}^{h+}$ باید مثبت باشد. بدیهی است که $(\hat{\lambda}^k, \hat{s}^{k-}, \hat{s}^{k+}, \hat{s}_z^{k+}, \hat{s}_z^{h+})$ با شرایط ۱۷:

$$\lambda^k = \hat{\lambda}^k$$

$$s^{k-} = \hat{s}^{k-} + s^{k-*}$$

$$s^{k+} = \hat{s}^{k+} + s^{k+*}$$

$$s_z^{k+} = \hat{s}_z^{k+} + s_z^{k+*}$$

$$s_z^{h+} = \hat{s}_z^{h+} + s_z^{h+*} \quad (17)$$

یک جواب شدنی مدل ۹ با مقدار تابع هدف $\hat{\rho}^*$ است به طوری که

$$\hat{\rho}^* < \rho^* \quad (18)$$

که این تناقض است. یادآوری می‌کنیم که تابع هدف برحسب تک تک متغیرهای کمکی کاهش یافته است، بنابراین با توجه به این تناقض فرض خلف باطل و DMU تصویر شده کارایی سراسری دارد. □

۴. مقایسه‌ی نتایج سناریوها

در این قسمت با بررسی یک ساختار دو مرحله‌ی شامل یک ورودی، یک واسطه و یک خروجی به همراه پنج DMU_s فرضی (جدول ۱) به تشریح و مقایسه‌ی نتایج سناریوهای مختلف می‌پردازیم. در این راستا از مدل‌های سناریوها با فرض بازده نسبت به مقیاس ثابت و همچنین $w^1, w^2 = 0/5$ استفاده شده است. با توجه به داده‌های فرضی جدول ۱، نتایج مقایسه‌ی مدل‌ها در جدول ۲ ارائه شده است. در این جدول مقدار کارایی واحد، وضعیت کارا بودن DMU_s را نشان می‌دهد.

جدول ۱. مثال عددی یک ساختار شبکه‌ی دو مرحله‌ی.

Y	Z	X	DMU
۱	۱	۱/۵	A
۳	۲/۵	۲	B
۴	۶	۴	C
۲	۳/۵	۴/۵	D
۲	۵	۴/۵	E

جدول ۲. کارایی و نقاط تصویر شده در سناریوهای مختلف.

DMU	مقادیر تصویر شده			کارایی به دست آمده		
	Y*	Z*	X*	بخش ۲	بخش ۱	کارایی شبکه
سناریو ۱	۲,۷۰۰	۲,۲۵۰	۱,۵۰۰	۰,۴۰۴	۰,۴۴۴	۰,۴۲۳
	۳,۶۰۰	۳,۰۰۰	۲,۰۰۰	۰,۸۳۳	۰,۸۳۳	۰,۸۳۳
	۷,۲۰۰	۶,۰۰۰	۴,۰۰۰	۰,۷۱۴	۱,۰۰۰	۰,۸۳۳
	۸,۱۰۰	۶,۷۵۰	۴,۵۰۰	۰,۳۳۵	۰,۵۱۹	۰,۴۰۷
	۸,۱۰۰	۶,۷۵۰	۴,۵۰۰	۰,۳۷۰	۰,۷۴۱	۰,۴۹۴
متوسط			۰,۵۳۱	۰,۷۰۷	۰,۵۹۸	
سناریو ۲	۱,۰۰۰	۰,۸۳۳	۰,۵۵۶	۰,۸۳۳	۰,۶۰۲	۰,۷۱۸
	۳,۰۰۰	۲,۵۰۰	۱,۶۶۷	۱,۰۰۰	۰,۹۱۷	۰,۹۵۸
	۴,۰۰۰	۳,۳۳۳	۲,۲۲۲	۰,۵۵۶	۰,۵۵۶	۰,۵۵۶
	۲,۰۰۰	۱,۶۶۷	۱,۱۱۱	۰,۴۷۶	۰,۳۶۲	۰,۴۱۹
	۲,۰۰۰	۱,۶۶۷	۱,۱۱۱	۰,۳۳۳	۰,۲۹۰	۰,۳۱۲
متوسط			۰,۶۴۰	۰,۵۴۵	۰,۵۹۲	
سناریو ۳	۱,۰۰۰	۲/۰۸۳ - ۰/۸۳۴*	۱,۵۰۰	۰,۸۳۳	۰,۴۴۴	۰,۵۶۴
	۳,۰۰۰	۳,۰۰۰-۲,۵۰۰	۲,۰۰۰	۱,۰۰۰	۰,۸۳۳	۰,۹۰۹
	۴,۰۰۰	۳,۳۳۳-۲,۳۳۳	۴,۰۰۰	۰,۵۵۶	۱,۰۰۰	۰,۷۷۸
	۲,۰۰۰	۴,۹۱۷-۱,۶۶۷	۴,۵۰۰	۰,۴۷۶	۰,۵۱۹	۰,۵۰۴
	۲,۰۰۰	۳,۴۱۷-۱,۶۶۷	۴,۵۰۰	۰,۳۳۳	۰,۷۴۱	۰,۵۶۷
متوسط			۰,۶۴۰	۰,۷۰۷	۰,۶۶۴	
سناریو ۴	۱۲۰۱	۰/۰۰۰ - ۱۰۰۰۱*	۰,۰۰۰	۰,۰۰۰	۰,۰۰۰	۰,۰۰۰
	۳۰۰۳	۰,۰۰۰-۲۵۰۳	۰,۰۰۰	۰,۰۰۰	۰,۰۰۰	۰,۰۰۰
	۷۲۰۷	۰,۰۰۰-۶۰۰۶	۰,۰۰۰	۰,۰۰۰	۰,۰۰۰	۰,۰۰۰
	۴۲۰۴	۰,۰۰۰-۳۵۰۴	۰,۰۰۰	۰,۰۰۰	۰,۰۰۰	۰,۰۰۰
	۶۰۰۶	۰,۰۰۰-۵۰۰۵	۰,۰۰۰	۰,۰۰۰	۰,۰۰۰	۰,۰۰۰
متوسط			۰,۰۰۰	۰,۰۰۰	۰,۰۰۰	
سناریو ۵	۱,۲۰۰	۱,۰۰۰	۰,۶۶۷	۰,۸۳۳	۰,۴۴۴	۰,۶۵۷
	۳,۰۰۰	۲,۵۰۰	۱,۶۶۷	۱,۰۰۰	۰,۸۳۳	۰,۹۱۷
	۷,۲۰۰	۶,۰۰۰	۴,۰۰۰	۰,۵۵۶	۱,۰۰۰	۰,۷۱۴
	۴,۲۰۰	۳,۵۰۰	۲,۳۳۴	۰,۴۷۶	۰,۵۱۹	۰,۴۹۰
	۶,۰۰۰	۵,۰۰۰	۳,۳۳۳	۰,۳۳۳	۰,۷۴۱	۰,۵۸۰
متوسط			۰,۶۴۰	۰,۷۰۷	۰,۶۷۱	

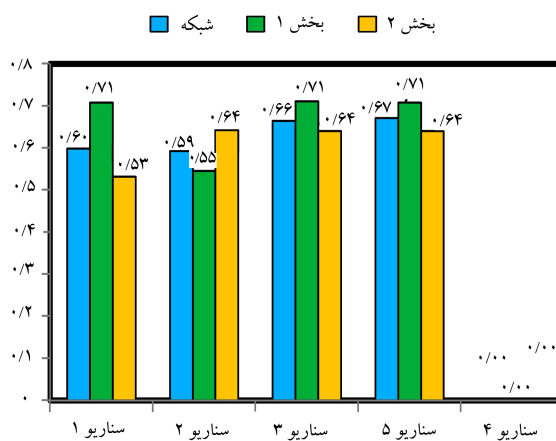
توجه: نتایج این مدل‌ها در وضعیت بدون محور با در نظر گرفتن بازده نسبت به مقیاس ثابت محاسبه شده است.
* نتایج Z* به ترتیب از چپ به راست در بخش‌های اول و دوم است.

درستی کارایی واحد D نسبت به واحد E بیشتر است. در این بخش کارایی سناریوی ۴ در همه‌ی واحدها تقریباً صفر ارزیابی شده که نشان می‌دهد در زمان کمبود، به علت فعالیت‌های جیره‌بندی بخش‌های بالا دستی، محصولات کمتر از مقدار واقعی به بخش‌های پایین دستی ارسال خواهد شد. این موضوع باعث می‌شود بخش‌های پایین دستی به منظور رسیدن به مقدار مورد نیاز خود، سفارش‌های متورم‌شده‌ی غیر واقعی را به بخش‌های بالا دستی ارسال کنند. این رفتار غیر واقعی باعث افزایش مجازی مقدار لینک ورودی برای بخش پایین دستی (مقادیر تصویر شده در جدول ۲)

و به تبع آن کاهش کارایی خواهد شد. با مقایسه‌ی متوسط کارایی شبکه و بخش‌های ۱ و ۲ در سناریوها (شکل ۷) مشخص می‌شود که در سناریوی ۱ از آنجا که بخش ۱ (تولید کننده) کنترل کامل تعیین مقدار لینک را در اختیار دارد بنابراین به طور متوسط دارای مقدار کارایی بیشتری نسبت به بخش ۲ (خرده فروش) است. از طرفی در سناریوی ۲ از آنجا که بخش ۲ (خرده فروش) کنترل کامل تعیین مقدار لینک را در اختیار دارد، بنابراین به طور متوسط کارایی بیشتری نسبت به بخش ۱ (تولید کننده) دارد. در سناریوهای ۳ و ۵ از آنجا که هر دو بخش به یک اندازه قدرت کنترل در

۵. نتیجه‌گیری

برخلاف رویکرد سنتی در *DEA*، کارایی ساختارهای شبکه‌ای به کارایی بخش‌های درون شبکه وابسته است. از طرف دیگر به علت ارتباط‌های مختلف بین بخش‌ها از طریق لینک، کارایی هر بخش بر مقدار کارایی بخش‌های دیگر، و به تبع آن کارایی شبکه تأثیر می‌گذارد. بنابراین لینک به عنوان یکی از مهم‌ترین عوامل اثرگذار بر مقدار کارایی کل شبکه محسوب می‌شود. در راستای تعامل اعضای شبکه با توجه به نوع کنترل آن‌ها در تعیین مقدار لینک، سناریوهای مختلف ۱ (کنترل لینک توسط بخش قبلی)، ۲ (کنترل لینک توسط بخش بعدی)، ۳ (کنترل توسط هر دو بخش نوع ۱)، ۴ (کنترل توسط هر دو بخش نوع ۲) و ۵ (کنترل توسط هیچ بخش) مطرح شده است. که هر یک اثر مشخصی بر کارایی بخش‌ها و کل شبکه دارد. نتایج نشان می‌دهد در سیستم‌های شبکه‌ای اگر بخش‌ها در تعیین مقدار لینک هیچ قدرتی نداشته باشند یا تمامی آن‌ها از قدرت یکسانی برخوردار باشند نسبت به زمانی که بخش‌ها دارای قدرت یک سو یا برابر باشند، کارایی کل شبکه و بخش‌های آن به مراتب بیشتر است. به عبارت دیگر، توزیع قدرت در تعیین مقدار لینک (بر مبنای طیف کنترل لینک) توسط بخش‌های شبکه می‌تواند نتایج بسیار متفاوتی در کارایی شبکه ایجاد کند.



شکل ۷. مقایسه‌ی متوسط کارایی بخش‌ها و شبکه در سناریوهای مختلف.

تعیین مقدار لینک را دارند، نتایج مختلفی در مقدار کارایی واحدهای تصمیم‌گیرنده مشاهده می‌شود و در نهایت در سناریوی ۴ از آنجا که بخش‌های شبکه رفتارهای غیر واقعی از خود نشان می‌دهند، به طور متوسط کارایی شبکه بسیار کاهش می‌یابد.

منابع (References)

پانوشته‌ها

1. data envelopment analysis (DEA)
2. Charnes, Cooper and Rhoades (CCR)
3. black box
4. non-cooperative
5. fixed link (Tone and Tsutsui, 2009)
6. reference set dependent
7. Excess
8. Shortfall
9. intensity vector
10. free-link
11. fixed-link
12. Variable Returns to Scale (VRS)
13. Constant Returns to Scale (CRS)
14. two-phase
15. production possibility set (PPS)
16. intensity vector
۱۷. در این مقاله کنترل لینک توسط بخش‌های مرتبط در دو سر طیف لحاظ شده است. به این صورت که بخش مورد نظریا کنترل کامل تعیین مقدار لینک را به عهده می‌گیرد یا هیچ‌کندرتی در تعیین این مقدار ندارد. در صورتی که در هر یک از سناریوها تعیین کنترل نسبی مقدار لینک توسط هر یک از بخش‌های مرتبط نیز می‌تواند اعمال شود.
18. fixed link (Tone and Tsutsui, 2009)
19. vendor managed inventory (VMI)
20. bullwhip effect
21. non-oriented
22. flywheel
23. collaborative planning, forecasting and replenishment (CPFR)
24. fixed link
25. projection
26. overall efficient
۲۷. از آنجا که در این سناریو $\beta^k = 0, \beta^h = 0$ بنابراین $s_{iz}^{k-} = 0$ و $s_{iz}^{k+} = 0$

1. Charnes, A., Cooper, W.W. and Rhodes, E. "Measuring the efficiency of decision making units", *European Journal of Operational Research*, **2**, pp.429-44 (1978).
2. Lewis, H.F. and Sexton, T.R. "Network DEA: Efficiency analysis of organizations with complex internal structure", *Computers and Operations Research*, **31**, pp.1365-1410 (2004).
3. Kao, C. and Hwang, S.N. "Efficiency decomposition in two-stage data envelopment analysis: An application to non-life insurance companies in Taiwan", *European Journal of Operational Research*, **185**(1), pp.418-429 (2008).
4. Kao, C. and Hwang, S.N. "Efficiency measurement for network systems: IT impact on firm performance", *Decision Support Systems*, **48**, pp.437-446 (2010).
5. Färe, R. and Grosskopf, S. "Network DEA. Socio-Economic Planning Sciences", **34**, pp.35-49 (2000).
6. Seiford, L.M. and Zhu, J. "Profitability and marketability of the top 55 US commercial banks", *Management Science*, **45**(9), pp.1270-1288 (1999).
7. Zhu, J. "Multi-factor performance measure model with an application to Fortune 500 companies", *European Journal of Operational Research*, **123**, pp.105-124 (2000).
8. Huang, Z.M. and Li, S.X. "Co-op advertising models in a manufacturing-retailing supply chain: A game theory approach", *European Journal of Operational Research*, **135**, pp.527-544 (2001).

9. Sexton, T.R. and Lewis, H.F. "Two-stage DEA: An application to Major League Baseball", *Journal of Productivity Analysis*, **19**, pp.227-249 (2003).
10. Ho, C.T.B. and Oh, K.B. "Measuring online stock broking performance", *Industrial Management and Data Systems*, **108**, pp.988-1004 (2008).
11. Liu, J.S. and Lu, W.M. "Network-based method for ranking of efficient units in two-stage DEA models", *Journal of the Operational Research Society*, **63**, pp.1153-1164 (2012).
12. Tsolas, I.E. "Modeling profitability and stock market performance of listed construction firms on the Athens Exchange: Two-stage DEA approach", *Journal of Construction Engineering and Management*, **139**, pp.111-119 (2013).
13. Adler, N., Liebert, V. and Yazhensky, E. "Benchmarking airports from a managerial perspective", *Omega*, **41**, pp.442-458 (2013).
14. Kao, C. "Efficiency decomposition in network data envelopment analysis: A relational model", *European Journal of Operational Research*, **192**, pp.949-962 (2009a).
15. Kao, C. "Efficiency measurement for parallel production systems", *European Journal of Operational Research*, **196**, pp.1107-1112 (2009b).
16. Chen, Y., Cook, W.D., Li, N. and et al. "Additive efficiency decomposition in two-stage DEA", *European Journal of Operational Research*, **196**, pp.1170-1176 (2009).
17. Cook, W.D., Liang, L. and Zhu, J. "Measuring performance of two-stage network structures by DEA: A review and future perspective", *Omega*, **38**, pp.423-430 (2010).
18. Tsutsui, M. and Goto, M. "A multi-division efficiency evaluation of U.S. electric power companies using a weighted slacks-based measure", *Socio-Economic Planning Sciences*, **43**, pp.201-208 (2009).
19. Tone, K. and Tsutsui, M. "Network DEA: A slacks-based measure approach", *European Journal of Operational Research*, **197**, pp.243-252 (2009).
20. Tone, K. and Tsutsui, M. "Dynamic DEA: A slacks-based measure approach". *Omega*, **38**, pp.3-4 (2010).
21. Yu, M.M. "Assessment of airport performance using the SBM-NDEA model", *Omega*, **38**, pp.440-452 (2010).
22. Fukuyama, H. and Weber, W.L. "A slacks-based inefficiency measure for a two-stage system with bad outputs", *Omega*, **38**, pp.398-409 (2010).
23. Fukuyama, H. and Mirdehghan, S.M. "Identifying the efficiency status in network DEA", *European Journal of Operational Research*, **220**, pp.85-9 (2012).
24. Avkiran, N.K. and McCrystal, A. "Sensitivity analysis of network DEA: NSBM versus NRAM", *Applied Mathematics and Computation*, **218**, pp.11226-11239 (2012).
25. Akther, S., Fukuyama, H. and Weber, W.L. "Estimating two-stage network slacks-based inefficiency: An application to Bangladesh banking", *Omega*, **41**, pp.88-96 (2013).
26. Matthews, K. "Risk management and managerial efficiency in Chinese banks: A network DEA framework", *Omega*, **41**, pp.207-215 (2013).
27. Lin, T.Y. and Chiu, S.H. "Using independent component analysis and network DEA to improve bank performance evaluation", *Economic Modelling*, **32**, pp.608-616 (2013).
28. Alperovych, Y., Amess, K. and Wright, M. "Private equity firm experience and buyout vendor source: What is their impact on efficiency", *European Journal of Operational Research*, **228**, pp.601-611 (2013).
29. Lu, W.M., Wang, W.K. and Kweh, Q.L. "Intellectual capital and performance in the Chinese life insurance industry", *Omega*, **42**, pp.65-74 (2014).
30. Chen, Y., Liang, L. and Yang, F. "A DEA game model approach to supply chain efficiency", *Annals of Operations Research*, **145**, pp.5-13 (2006).
31. Liang, L., Cook, W.D. and Zhu, J. "DEA models for two-stage processes: Game approach and efficiency decomposition", *Naval Research Logistics*, **55**, pp.643-653 (2008).
32. Zha, Y. and Liang, L. "Two-stage cooperation model with input freely distributed among the stages", *European Journal of Operational Research*, **205**, pp.332-338 (2010).
33. Du, J., Liang, L., Chen, Y. and et al. "A bargaining game model for measuring performance of two-stage network structures", *European Journal of Operational Research*, **210**, pp.390-397 (2011).
34. Li, Y., Chen, Y., Liang, L. and et al. "DEA models for extended two-stage network structures", *Omega*, **40**, pp.611-618 (2012).
35. Zhou, Z., Sun, L. and Yang, W. "A bargaining game model for efficiency decomposition in the centralized model of two-stage systems", *Computers and Industrial Engineering*, **64**, pp.103-108 (2013).
36. Charnes, A., Cooper, W.W. and Thrall, R.M. "Classifying and characterizing efficiencies and inefficiencies in data envelopment analysis", *Operations Research Letters*, **5**, pp.105-110 (1986).
37. Tone, K. "A slacks-based measure of efficiency in data envelopment analysis", *European Journal of Operational Research*, **130**, pp.498-509 (2001).
38. Charnes, A., Cooper, W.W., Rouseau J.J. and et al. "Data Envelopment Analysis and Axiomatic Notions of Efficiency and Reference Sets", *CCS Research Report*, **558**, (1987).
39. Simchi-Levi, D., Kaminski, P. and Simchi-Levi, E. *Designing and Managing the Supply Chain, Concepts, Strategies and Case Studies*, Irwin McGraw-Hill Higher Education, International Edition (2000).
40. Houlihan, J.B. "International Supply Chain Management", *International Journal of Physical Distribution and Material Management*, **17**(2) pp.51-66 (1987).
41. Boone, T. and Ganeshan, R. *CPFR in the supply chain: The new paradigm in forecasting*, working paper, School of Business College of William and Mary Williamsburg, pp.1-14 (2000).