مهندسی صنایع و مدیریت شریف، (زمستان ۱۳۹۷)
دوره‌ی ۱-۳۴، شماره‌ی ۲/۱، ص. ۱۳۲-۱۳۹، (یادداشت فنی)

Research Note

یک الگوریتم ساده و بهبود دهنده برای مدل مقدار تولید اقتصادی با تحویل سفارش به‌صورت گسسته

امیرحسین نوبیل (دکترا)
استاد مدعو، دانشگاه غیرانتفاعی پرندك، دانشکده مدیریت و حسابداری، پرندك، مرکزی، ایران

در این مطالعه یک الگوریتم بهبود دهنده، اثربخش، و بسیار ساده برای حل یک مسئله‌ی برنامه ریزی غیرخطی عدد صحیح کنترل موجودی ارائه شده است. این مسئله برای یک سیستم موجودی، مقدار تولید اقتصادی شامل یک شرکت و یک پیمانکار با تحویل سفارش‌ها به صورت گسسته فرمول بندی شده است. در این مقاله، مدل قبلی چاپ شده بهبود داده شده و با متغیر کمتر و بدون محدودیت فرمول بندی شده است. سپس این مدل بهبود یافته با استفاده از یک الگوریتم بهبود دهنده، مؤثر، و ساده حل شده است که این الگوریتم پیشنهادی شامل چهار قدم است. سپس مثال عددی که در مدل چاپ شده‌ی قبلی بیان شده توسط این الگوریتم پیشنهادی حل و نشان داده می‌شود که جواب به دست آمده برای آن نسبت به الگوریتم قبلی مؤثرتر و بهتر است. در خاتمه با مقایسات بسیاری نشان داده می‌شود که این الگوریتم پیشنهادی جواب‌های الگوریتم چاپ شده‌ی قبلی را بهبود می‌دهد.

واژگان کلیدی: مقدار تولید اقتصادی، تحویل چندگانه، برنامه ریزی غیرخطی عدد صحیح، الگوریتم بهبود دهنده.

Amirhossein.nobil@yahoo.com

۱. مقدمه

تمرکز اصلی سازمان‌ها در دنیای کسب و کارکنونی روی شبکه‌های زنجیره‌ی تأمین و مدیریت آن‌هاست. هدف اصلی مدیریت زنجیره‌ی تأمین کاهش هزینه‌هایی است که در طول جریان مواد از تأمین کنندگان تا مشتریان نهایی پیش می‌آید. اکثر سازمان‌ها سعی می‌کنند که هزینه‌های مرتبط با جریان مواد را کاهش دهند. روش‌های کنترل موجودی یکی از اجزای بسیار مهم در این فرآیند کاهش هزینه‌ها محسوب می‌شود. توجه به مسائل مدیریت بهینه‌ی موجودی در سطح علمی از اوایل قرن بیستم میلادی آغاز شد و با رقابتی شدن بازار کسب و کار اهمیت آن روز به روز افزایش بیشتری یافت.

در سال ۱۹۱۳ میلادی، فورد ویتمن هریس اولین مدل موجودی را با نام مدل مقدار سفارش اقتصادی ارائه کرد.[۱] این نظریه تا سال‌ها با نام او شناخته نمی‌شد تا اینکه ارلنکوتر، مدل مقدار سفارش اقتصادی هریس را معرفی و تاریخچه‌یی از روند پیدایش آن بیان کرد.[۲و۳] بعد از آن، در سال ۲۰۱۴ میلادی، ارلنکوتر در مقاله‌یی زندگی نامه‌ی هریس و دستاوردهایش، به خصوص مدل مقدار سفارش اقتصادی را شرح داد.[۴] .هریس را می‌توان بنیان گذار نظریه‌ی موجودی دانست که بر اساس مدل ریاضی او مقالات بسیاری در زمینه‌ی موجودی ارائه شد.[۵] باتوجه به این دست آورد بسیار شگرف هریس، در سال ۲۰۱۴ میلادی چندین مقاله به مناسبت صد سالگی فرمول مقدار سفارش اقتصادی ارائه شدند که در آن مقالات اندازه انباشته انجام شده در این سده شرح و توضیح داده شدند و در نهایت در این مقالات زمینه‌هایی برای مطالعات آتی ارائه شد.[۵و۶و۷] هریس جواب بهینه‌ی مدل مقدار سفارش اقتصادی را با استفاده از مشتق گیری به دستاورد. به علاوه، در سال ۱۹۹۹، این جواب بهینه را گرابستروم و اردم با استفاده از روش جبری و بدون مشتق گیری اثبات کردند.[۸] بعد از آن‌ها، در سال ۲۰۰۷ میلادی، مینیر این جواب بهینه را با استفاده از روش مقایسات هزینه‌ها به دست آورد.[۹] در نهایت تنگ در سال ۲۰۰۹ میلادی این جواب بهینه را با استفاده از نابرابری میانگین هندسی و حسابی به دست آورد.[۱۰] در سال ۱۹۱۸ میلادی، تفت مدل هریس را برای یک واحد تولیدی توسعه داد و مدل مقدار تولید اقتصادی را معرفی کرد.[۱۱] تفت این مدل را با استفاده از روش مشتق گیری بهینه کرد. در سال ۲۰۰۱ میلادی، کاردناز ـ بارون بهینه بودن جواب تفت را با روش جبری و بدون مشتق گیری ثابت کرد.[۱۲] این دو مدل مقدار سفارش اقتصادی و تولید اقتصادی دارای شرط پیوسته بودن مقدار سفارش و تولید هستند. یعنی در این مدل‌ها مقدارهای سفارش و تولید می‌توانند مقداری کسری باشند. اما در شرایط واقعی مقدار برخی کالاها نمی‌توانند عدد کسری باشند نظیر یک دستگاه خودرو، یخچال و غیره. ازاین رو، گارسیا ـ لاگوئنا و همکارانش در سال ۲۰۱۰ میلادی، روشی را پیشنهاد کردند که با استفاده از آن مقدار صحیح

تاریخ: دریافت ۱۳۹۵/۱۰/۲۵، اصلاحیه ۱۳۹۶/۲/۱۹، پذیرش ۱۳۹۶/۳/۲۸ .
DOI:10.24200/J65.2018.20061

بهینه برای سفارش و تولید کالاها به دست می‌آید. آن‌ها این روش را با استفاده از جبر خطی و روابطی که در مسائل مقدار سفارش اقتصادی و تولید اقتصادی وجود دارد، ارائه کردند.[۱۳]

مسائل مقدار سفارش اقتصادی و تولید اقتصادی به دو سؤال اساسی زیر پاسخ می‌دهند: ۱. چه مقدار کالا باید سفارش داد؟ و ۲. چه موقع باید سفارش داد؟. به طور مشابه برای تولید، ۱. چه مقدار باید تولید کرد؟ و ۲. چه موقع باید تولید کرد؟. پاسخ به این سؤالات برای سازمان‌ها بسیار حائز اهمیت است. اما در شرایط واقعی و کاربردی، محدودیت‌هایی نظیر تعداد محصولات، بیشینه‌ی مقدار بودجه، فضای انبار، تعداد ارسالات، و غیره وجود دارد.[۱۴] یک فرض غیر واقعی رایج در استفاده از مدل‌های مقدار تولید اقتصادی، در نظرگرفتن تولیدات با کیفیت کاملاً مطلوب است. در دنیای واقعی معمولاً کالاهای تولیدی به علت مستهلک شدن ماشین تولیدی، کیفیت نامطلوب مواد اولیه، خطای اپراتور، نگهداری اشتباه، و مواردی از این قبیل دارای کیفیت نامطلوبی می‌شوند. برای این منظور شرکت‌ها در ابتدا کالاهای تولید شده را بازرسی و برای جلب رضایت مشتریان کالاهای سالم و ناسالم را از یکدیگر جدا می‌کنند. یکی از اولین مطالعات روی سیستم‌های تولیدی با کالای معیوب، تحقیق سالامه و جابر است.[۱۵] آن‌ها مدل مقدار تولید اقتصادی را برای کالاهای با کیفیت تولید شده معیوب ارائه کردند. در این سیستم کالاهای تولیدی یا سالم یا معیوب هستند، که معیوب‌ها پس از بازرسی دور ریز می‌شوند. یک نوع دیگر از کالاهای معیوب، اقلامی هستند که قابل دوباره‌کاری هستند و می‌توان از آنها رفع عیب کرد. در سال ۲۰۰۳ میلادی، چیو مدل مقدار تولید اقتصادی را با فرایند دوباره‌کاری ارائه کرد.[۱۶] همچنین، پسندیده و همکاران در سال ۲۰۱۵ میلادی، مطالعه‌یی روی مدل‌های مقدار تولید اقتصادی انجام دادند. آن‌ها کالاهای معیوب را به دو صورت دور ریزها و دوباره‌کاری‌ها در نظرگرفتند. در این مطالعه دوباره‌کاری‌ها بر اساس میزان خرابی به گروه‌های مختلفی دسته بندی می‌شوند که هر دسته فرایند دوباره‌کاری مخصوصی دارد.[۱۷] یکی از شرایط واقعی دیگر در مسائل تولیدی در نظرگرفتن تولید چندین کالاست. اولین مطالعات روی سیستم‌های تولیدی با چندین محصول توسط ایلون[۱۸] و راجرز[۱۹] انجام شد. بعد از مطالعه‌ی آن‌ها، تحقیقات بسیار زیادی روی مسائل کنترل موجودی با در نظرگرفتن چندین محصول صورت گرفت. دسته‌یی از این مطالعات، مسائل تولیدی چندمحصولی تک ماشینه است. در این مسائل تمام کالاها روی یک ماشین تولید می‌شوند که این امر موجب می‌شود طول دوره تولید تمام کالاها برابر شود.[۲۰] یکی از اولین مطالعات انجام شده در این زمینه، مقاله‌ی حجی و همکاران است.[۲۱] در این مطالعه، آن‌ها مدل مقدار تولید اقتصادی تک ماشینه را با در نظرگرفتن فرایند دوباره‌کاری مدل کردند. در مطالعه‌ی دیگر، نوبیل و همکاران الگوریتم حلی را که حجی و همکاران[۲۱] پیشنهاد کردند، بهبود دادند و شرایطی را به وجود آورند تا جواب مسئله‌ی حجی و همکاران همواره شدنی باشد.[۲۲] همچنین، طالعی زاده و همکاران در سال ۲۰۱۰ میلادی، یک مدل مقدار تولید اقتصادی تک ماشینه را با در نظرگرفتن کالاهای معیوب و حالت کمبود پس افت جزئی بیان کردند.[۲۳] در حالت کمبود پس افت جزئی، درصدی از کمبودها به صورت عقب افتاده و درصدی دیگر به صورت از دست رفته هستند. سپس در سال ۲۰۱۴ میلادی، طالعی زاده و همکاران مدل مقدار تولید اقتصادی را با در نظرگرفتن کالاهای معیوب، فرایند دوباره‌کاری، فرآیند تعمیرات و نگهداری، و کمبود عقب افتاده توسعه دادند.[۲۴]اخیراً، نوبیل و همکاران مدل‌های مقدار تولید اقتصادی تک ماشینه را توسعه دادند و مسائل جدیدی به نام مسائل چند ماشینه‌ی چند کالایی باتوجه به خاصیت مسائل تک ماشینه ارائه کردند.[۲۵]

ارسال و تولید دسته‌یی یکی از موضوعات اساسی در سیستم‌های تولیدی و کنترل موجودی است. این موضوع از شرایط سیستم‌هایی که اقلام را در بسته‌ها یا پالت‌های با اندازه‌ی مشخص تولید و ارسال می‌کنند، پدید آمده است. یکی از اولین مطالعات در این زمینه توسط پسندیده انجام شد.[۲۶] او مدل مقدار تولید اقتصادی را با در نظرگرفتن تحویل سفارش‌ها به صورت گسسته توسعه داد. در این مقاله، او شرکتی را در نظرگرفت که کالاهای مورد نظر خود را در پالت‌هایی با اندازه‌ی مشخص از یک تأمین کننده دریافت می‌کند و سپس به مشتریان تحویل می‌دهد. مقدار پالت‌ها و تعداد ارسال آن‌ها توسط شرکت تعیین می‌شود. پسندیده این مسئله را با روش سعی و خطا حل کرد. سپس، پسندیده و نیاکی در سال ۲۰۰۸ میلادی، مدل پسندیده[۲۶] را توسعه دادند و مدل مقدار تولید اقتصادی چند محصولی با تحویل سفارش به صورت گسسته را پیشنهاد کردند.[۲۷] آن‌ها فرض کردند تمام کالاها توسط یک تأمین کننده تولید و در پالت‌هایی با اندازه‌ی مشخص به شرکت ارسال می‌شود. در این مطالعه شرکت به عنوان یک مشتری در خصوص اندازه‌ی پالت‌ها و مقدار ارسال‌ها در هر دوره تصمیم گیری می‌کند. آن‌ها این مسئله‌ی مقدار تولید اقتصادی چند محصولی با سفارش‌های گسسته را با استفاده از روش فراابتکاری الگوریتم ژنتیک حل کردند. بعد از آن، در سال ۲۰۱۰ میلادی، پسندیده و همکاران با در نظرگرفتن کمبود به صورت عقب افتاده مدل پسندیده و نیاکی[۲۷] را توسعه دادند.[۲۸] آن‌ها این مسئله‌ی عدد صحیح غیر خطی موجودی را با استفاده از الگوریتم ژنتیک توسعه یافته حل کردند. به علاوه، ویدیادانا و ویی در سال ۲۰۰۹ میلادی، مدل پسندیده و نیاکی[۲۷] را با در نظرگرفتن محدودیت بودجه و تحت سیاست تحویل به موقع توسعه دادند.[۲۹] در این مطالعه، آن‌ها فرض کردند که سیستم تولیدی کالاها را با نرخ ثابت تولید و به صورت گسسته به مشتریان ارسال می‌کند. از این رو، این مسئله جزء اولین مطالعات در زمینه‌ی مسائل مقدار تولید اقتصادی با ارسال سفارش‌ها به صورت گسسته محسوب می‌شود. آن‌ها این مسئله را با استفاده از روش شاخه و کران توسعه یافته با روش لاگرانژ حل کردند. اخیراً، کاردناز ـ بارون و همکاران دو الگوریتم ابتکاری را برای حل مدل ویدیادانا و ویی پیشنهاد کردند. آن‌ها نشان دادند که زمان حل الگوریتم پیشنهادیشان به صورت خطی افزایش می‌یابد درحالی‌که رویه‌ی حل ویدیادانا و ویی به صورت نمایی افزایش می‌یابد. همچنین، آن‌ها با انجام آزمایش‌های مختلف نشان دادند که این الگوریتم پیشنهادی نسبت به روش شاخه و کران قبلی کاراتر و مؤثرتر و سریع‌تر است.[۳۰]

در سال ۲۰۱۰ میلادی، چیو و همکاران مدل ریاضی را برای تعیین اندازه‌ی انباشته اقتصادی و تعداد ارسال‌های بهینه با فرایند دوباره‌کاری و دور ریز ارائه کردند.[۳۱] در این مدل کالاها در ابتدا تولید می‌شوند و سپس فرایند دوباره کاری برای کالاهای معیوب صورت می‌گیرد و در نهایت تمام کالاها در پایان فرایند دوباره‌کاری در دسته‌هایی با اندازه‌ی مشخص برای مشتریان ارسال می‌شوند. آن‌ها اندازه‌ی بهینه‌ی تولید و تعداد ارسال‌ها را بر اساس اثبات محدب بودن مدل به دست آوردند. بعد از آن، چیو و همکاران مدل قبلی را با در نظرگرفتن تولید تصادفی کالاهای معیوب و خرابی در فرایند دوباره‌کاری توسعه دادند.[۳۲] در این مدل نیز ارسال کالاها در پایان فرایند دوباره‌کاری در نظرگرفته شده است. سپس در سال ۲۰۱۶ میلادی، طالعی زاده و همکاران مدل مقدار تولید اقتصادی چیو و همکاران را با سیاست قیمت گذاری و اندازه‌ی انباشته توسعه دادند. این مطالعه برای اقلام معیوب قابل دوباره کاری و سیاست ارسال کالا به صورت گسسته ارائه شده است. آن‌ها این مدل مقدار تولید اقتصادی تک کالایی را با توجه به سود کل سیستم بیشینه کردند.[۳۳] به علاوه، طالعی زاده و همکاران مدل موجودی مدیریت فروشنده با چندین خرده فروش را برای ارسال سفارش‌ها به صورت گسسته بهینه کردند. در این مطالعه کالاها به صورت

فاسد شدنی در نظر گرفته شده‌اند. هدف این مدل پیشنهادی بهینه کردن قیمت خرده فروش، دوره‌ی سفارش مواد اولیه، و طول دوره‌ی تولید با توجه به بیشینه کردن سود کل زنجیره است.[۳۴]

در سال ۲۰۱۱ میلادی، ویی و همکاران مدل مقدار تولید اقتصادی چند محصولی تک ماشینه را با در نظر گرفتن ارسال سفارش‌ها به صورت گسسته توسعه دادند. در این مقاله هدف پیدا کردن مقدار اندازه‌ی انباشته و تعداد ارسال‌ها با توجه به کمینه کردن هزینه‌های تولید، راه اندازی، نگهداری، و حمل و نقل است. آن‌ها برای حل این مدل از سه روش الگوریتم جستجوی هماهنگ، روش بهینه‌سازی اجتماع ذرات، و صفحه‌ی برش توسعه یافته استفاده کردند.[۳۵] اخیراً، نوبیل و همکاران یک مدل موجودی سه سطحی شامل تأمین کننده، تولید کننده، و توزیع کننده را با ارسال و دریافت سفارش‌ها به صورت گسسته پیشنهاد کردند. در این مطالعه واحد تولیدی برای تولید تمام کالاها از یک ماشین استفاده می‌کند. در نهایت آن‌ها برای حل این مسئله از الگوریتم ژنتیک توسعه یافته استفاده کردند.[۳۶]

در این مقاله، مدل مقدار تولید اقتصادی با تحویل سفارش به صورت گسسته، که توسط پسندیده[۲۶] ارائه شد، مورد بازنگری قرار گرفته است. در این مسئله یک شرکت با یک پیمانکار قرارداد دارد که کالاهای مورد نیازش را تأمین کند. این پیمانکار کالاهای تولید شده را به صورت پالت‌هایی به شرکت ارسال می‌کند. در این مسئله شرکت به عنوان یک مشتری حق دارد اندازه‌ی هر پالت و تعداد ارسال آن‌ها را در هر دوره تعیین کند. در این مدل محدودیتی برای انجام سفارش و فضای انبار وجود ندارد. پسندیده این مدل را با یک روش سعی و خطا حل کرده و جوابی قابل قبول برای آن به دست آورده است. مدل پسندیده شامل سه متغیر تصمیم و دو محدودیت ساختاری است. در این مطالعه، در ابتدا مدل پسندیده بهبود داده می‌شود که در این مدل بهبود یافته یک متغیر تصمیم و دو محدودیت نسبت به مدل قبلی کمتر می‌شود. در نتیجه این مدل بهبود یافته شامل دو متغیر تصمیم و بدون محدودیت است. سپس این مدل بهبود یافته با یک الگوریتم بهبود دهنده‌ی بسیار سریع و مؤثرکه شامل چهار قدم است حل می‌شود. در نتیجه با آزمایش‌های مختلف نشان داده می‌شود که جواب‌های حاصل شده از این الگوریتم بهبود دهنده کاراتر از روش پسندیده است و جواب آن را بهبود می‌دهد.

بقیه‌ی بخش‌های این مقاله به صورت زیر مرتب شده‌اند. در بخش دوم مدل بهبود یافته بیان شده است. الگوریتم حل بهبود دهنده برای این مدل پیشنهادی در بخش سوم آمده است. در بخش چهارم مثال عددی که در مطالعه‌ی پسندیده[۲۶] بیان شده است با استفاده از این الگوریتم بهبود دهنده حل می‌شود. همچنین در این بخش برای نشان دادن اعتبار سنجی و کارایی این الگوریتم بهبود دهنده نسبت به روش حل پسندیده از ۲۰ آزمایش مختلف استفاده شده است. در خاتمه نتیجه‌گیری و پیشنهادها برای تحقیقات آتی در بخش پنجم آمده است.

۲. مدل بهبود یافته

در این مسئله مقدار تولید اقتصادی، شرکتی برای تولید یکی از محصولات خود با یک پیمانکار ارتباط دارد. چارچوب مسئله‌ی بیان شده توسط پسندیده[۲۶] به شرح زیر است: ۱. تقاضا برای محصول ثابت و مشخص است ۲. پیمانکار محصول را با نرخ ثابت تولید می‌کند ۳. هزینه‌ی حمل هر پالت بر عهده‌ی شرکت است ۴. هر سفارش برای محصول، در قالب چند پالت به شرکت ارسال می‌شود ۵. ظرفیت هر پالت و تعداد دفعات ارسال آن‌ها توسط شرکت تعیین می‌شود ۶. کمبود جایز نیست.

نمادهایی که در تعریف مسئله‌ی مطالعه‌ی پسندیده[۲۶] به کار رفته است، بدین قرار هستند:

Q مقدار سفارش محصول؛
P نرخ تولید محصول؛
D نرخ تقاضای محصول؛
k ظرفیت پالت محصول؛
m تعداد دفعات حمل محصول در هر دوره؛
b هزینه‌ی هر نوبت حمل پالت محصول؛
A هزینه‌ی ثابت سفارش دهی هر سفارش محصول؛
h هزینه‌ی نگه‌داری هر واحد محصول در سال؛
c هزینه‌ی تهیه‌ی هر واحد محصول؛
TC هزینه‌ی کل سالیانه‌ی محصول.

مدل مقدار تولید اقتصادی با تحویل سفارش به صورت گسسته که پسندیده[۲۶] ارائه کرد، به صورت رابطه‌ی (۱) است.

$$MinTC = \left\{ \begin{array}{c} b\frac{D}{k} + A\frac{D}{Q} + \frac{h}{2}\left(Q - (Q-k)\frac{D}{P}\right) \\ +Dc \end{array} \right\}$$
$$s.t.: Q = mk$$
$$m \geq 1$$
$$m, k, Q integer \qquad (1)$$

که مدل (۱) شامل سه متغیر تصمیم و دو محدودیت ساختاری است. این مدل را با جاگذاری mk در متغیر Q ، می‌توان مطابق رابطه‌ی (۲) توسعه داد. مدل رابطه‌ی (۲) شامل دو متغیر تصمیم و بدون محدودیت است، ازاین رو این مدل را می‌توان بسیار ساده‌تر از مدل (۱) حل کرد.

$$MinTC = \left\{ \begin{array}{c} b\frac{D}{k} + A\frac{D}{mk} + \frac{hmk}{2}\left(1 - \frac{D}{p}\right) \\ + \frac{hDk}{2P} + Dc \end{array} \right\}$$
$$s.t.:$$
$$m, k > 0, integer \qquad (2)$$

در ادامه، الگوریتم بهبود دهنده، ساده، و بسیار سریعی برای حل مدل (۲) ارائه می‌شود.

۳. الگوریتم حل

کاردناز ـ بارون و همکاران در مطالعه‌یی یک روش ابتکاری برای حل مسئله‌ی مقدار تولید اقتصادی با ارسال کالاهای تولید شده به صورت گسسته به مشتریان ارائه کردند.[۳۰] در این سیستم تولیدی با سیاست تحویل به موقع، کالاها با نرخ ثابت و پیوسته تولید می‌شوند و در نهایت در دسته‌هایی با اندازه‌ی مشخص به مشتریان تحویل داده می‌شوند. در این مسئله محدودیت بودجه برای تولید کالاها

وجود دارد. هدف این مسئله پیدا کردن اندازه‌ی هر دسته و تعداد ارسال آن‌ها در هر دوره با توجه به کمینه کردن هزینه‌های کل سیستم موجودی است. آن‌ها نشان دادند که این روش ابتکاری برای این مسئله‌ی غیرخطی عدد صحیح بسیار کارا و مؤثر است و می‌تواند جواب بسیار مناسبی را در زمان بسیار کمی پیدا کند. به علاوه آن‌ها نشان دادند که این روش ابتکاری برای مسائل با اندازه‌ی کوچک (تک کالا و بدون محدودیت) می‌تواند جواب بسیار مناسب و نزدیک به بهینه را به دست آورد. به همین علت، در این مطالعه از خاصیت روش ابتکاری کاردناز ـ بارون و همکاران[۳۰] استفاده شده است و یک الگوریتم بهبود دهنده‌ی بسیار سریع و ساده با توجه به شرایط و ضوابط این مسئله‌ی مقدار تولید اقتصادی با دریافت سفارش‌ها از تأمین کننده به صورت گسسته پیشنهاد شده است. ازآنجایی‌که این مدل بهبود یافته بدون محدودیت و برای یک کالاست، این الگوریتم پیشنهادی می‌تواند جواب نزدیک بهینه یا بهینه را پیدا کند. در این مدل بهبود یافته کالاها توسط پالت‌هایی از تأمین کننده به شرکت ارسال می‌شود و شرکت آن‌ها را به طور پیوسته و ثابت به مشتریان تحویل می‌دهد. در این مدل بهبود یافته هدف پیدا کردن اندازه‌ی هر پالت و تعداد ارسال پالت‌ها در هر دوره با توجه به کمینه کردن هزینه‌های حمل، سفارش دهی، تهیه، و نگهداری است. باتوجه به توضیحات فوق، تابع هدف مدل (۲) را می‌توان به صورت رابطه‌ی (۳) بازنویسی کرد:

$$TC = X + Y + DC \qquad (۳)$$

که

$$X = b\frac{D}{k} + \frac{hDk}{۲P} \qquad (۴)$$

$$Y = A\frac{D}{mk} + \frac{hmk}{۲}\left(۱ - \frac{D}{P}\right) \qquad (۵)$$

که هر دو عبارت X و Y ساختار ریاضی یکسانی دارند که عبارت است از $s_۲ z + \frac{s_۱}{z}$. در مدل‌های ساده‌ی مقدار سفارش اقتصادی و مقدار تولید اقتصادی نشان داده شد که کمترین مقدار برای تابع از نوع $s_۲ z + \frac{s_۱}{z}$ با $s_۱, s_۲ > ۰$ برابر $z = \sqrt{\frac{s_۱}{s_۲}}$ است.[۱۳] در نتیجه کمترین مقدار برای این تابع برابر $f(z) = ۲\sqrt{s_۱ s_۲}$ است. بنابراین بهینه‌ترین مقدار برای تابع X مطابق رابطه‌ی (۶) به‌دست می‌آید:

$$k = \sqrt{\frac{۲bP}{h}} \qquad (۶)$$

چناچه فرض عدد صحیح بودن برای جواب وجود داشته باشد، بر اساس مطالعه‌ی گارسیا ـ لاگونا و همکاران[۱۳] می‌توان جواب بهینه را از رابطه‌ی (۷) به‌دست آورد:

$$k = \left\lceil -۰/۵ + \sqrt{۰/۲۵ + \frac{۲bP}{h}} \right\rceil \qquad (۷)$$

که $\lceil r \rceil$ کوچک‌ترین عدد صحیح بزرگ‌تر از r (یا مساوی با آن) است. به علاوه بهینه‌ترین مقدار عدد صحیح برای تابع Y مطابق رابطه‌ی (۸) به‌دست می‌آید:

$$m = \left\lceil -۰/۵ + \sqrt{۰/۲۵ + \frac{۲DA}{k^۲ h\left(۱ - \frac{D}{P}\right)}} \right\rceil \qquad (۸)$$

در نهایت می‌توان تابع هدف (۲) را مطابق رابطه‌ی (۹) بازنویسی کرد:

$$TC = \left\{ \begin{array}{c} \frac{۱}{k}\left(bD + \frac{DA}{m}\right) \\ +k\left(\frac{hD}{۲P} + \frac{hm}{۲}\left(۱ - \frac{D}{P}\right)\right) + Dc \end{array} \right\} \qquad (۹)$$

در نتیجه مقدار k نهایی برابر می‌شود با:

$$k = \left\lceil -۰/۵ + \sqrt{۰/۲۵ + \frac{۲D\left(b + \frac{A}{m}\right)}{h\left(\frac{D}{P} + m\left(۱ - \frac{D}{P}\right)\right)}} \right\rceil \qquad (۱۰)$$

بنابراین قدم‌های الگوریتم حل برای این مدل مقدار تولید اقتصادی با تحویل سفارش‌ها به صورت گسسته به قرار زیر هستند: قدم اول - مقدار عدد صحیح اولیه‌ی k از رابطه‌ی شماره (۷) محاسبه می‌شود. قدم دوم - مقدار عدد صحیح m از رابطه‌ی شماره (۸) محاسبه می‌شود. قدم سوم - مقدار عدد صحیح نهایی k از رابطه‌ی شماره (۱۰) محاسبه می‌شود. قدم چهارم - با توجه به مقادیر k و m، $Q = mk$ و مقدار تابع هدف (TC) از رابطه‌ی شماره (۲) محاسبه می‌شود.

۴. آزمایش‌های عددی

پسندیده[۲۶] در مقاله‌ی خود برای تشریح حل مسئله از یک مثال عددی فرضی استفاده کرد که اطلاعات این مسئله در جدول (۱) آمده است. از آنجایی که مقدار Dc در محاسبات TC همواره مقداری ثابت است، او از مقدار Dc در محاسبات صرف نظر کرد. در مطالعه‌ی پسندیده جواب‌های مسئله $k = ۴۵$ و $Q = ۶۳۰$ به دست آمدند. در مطالعه‌ی پسندیده برای محاسبه‌ی مقدار تابع هدف یک اشتباه تایپی رخ داده است. مقدار تابع هدف TC با توجه به مقادیر $k = ۴۵$ و $Q = ۶۳۰$ ، مطابق رابطه‌ی (۱۱) برابر با ۳۷۱۴۶٫۸۲۵ می‌شود نه۶۷۷۱٫۵۷۶.

$$\begin{aligned} TC &= b\frac{D}{k} + A\frac{D}{Q} + \frac{h}{۲}\left(Q - (Q-k)\frac{D}{P}\right) \\ &= \left\{ \begin{array}{c} \frac{۱۰\times۱۰۰۰}{۴۵} + \frac{۲۰۰۰\times۱۰۰۰}{۶۳۰} \\ +\frac{۲۰۰}{۲}\left(۶۳۰ - (۶۳۰-۴۵)\frac{۱۰۰۰}{۲۰۰۰}\right) \end{array} \right\} \\ &= ۳۷۱۴۶/۸۲۵ \end{aligned} \qquad (۱۱)$$

حال این مسئله بر اساس مدل توسعه یافته (۲) و الگوریتم حلی که در بخش ۳ بیان شد، به صورت زیر حل می‌شود:

قدم اول - محاسبه‌ی مقدار عدد صحیح اولیه‌ی k

$$\begin{aligned} k &= \left\lceil -۰/۵ + \sqrt{۰/۲۵ + \frac{۲bP}{h}} \right\rceil \\ &= \left\lceil -۰/۵ + \sqrt{۰/۲۵ + \frac{۲\times۱۰\times۲۰۰۰}{۲۰۰}} \right\rceil = \lceil ۱۳/۶۵ \rceil = ۱۴ \end{aligned}$$

جدول ۱. اطلاعات عددی مثال پسندیده[۲۶].

پارامتر	A	D	h	P	b
مقدار عددی	۲۰۰۰	۱۰۰۰	۲۰۰	۲۰۰۰	۱۰

جدول ۲. بازه‌ی پارامترها برای تعیین عدد تصادفی.

پارامتر	$A \sim U(۵۰۰, ۳۰۰۰)$ $P \sim U(۳۰۰۰, ۷۰۰۰)$	$D \sim U(۱۰۰۰, ۳۰۰۰)$ $h \sim U(۱۰۰, ۵۰۰)$	$b \sim U(۱۰, ۵۰)$

قدم دوم - محاسبه‌ی مقدار عدد صحیح m

$$m = \left\lceil -۰/۵ + \sqrt{۰/۲۵ + \frac{۲DA}{k^۲ h\left(۱ - \frac{D}{P}\right)}} \right\rceil$$

$$= \left\lceil -۰/۵ + \sqrt{۰/۲۵ + \frac{۲ \times ۱۰۰۰ \times ۲۰۰۰}{۱۴^۲ \times ۲۰۰\left(۱ - \frac{۱۰۰۰}{۲۰۰۰}\right)}} \right\rceil = ۱۴$$

قدم سوم - محاسبه‌ی مقدار عدد صحیح نهایی k

$$k = \left\lceil -۰/۵ + \sqrt{۰/۲۵ + \frac{۲D\left(b + \frac{A}{m}\right)}{h\left(\frac{D}{P} + m\left(۱ - \frac{D}{P}\right)\right)}} \right\rceil$$

$$= \left\lceil -۰/۵ + \sqrt{۰/۲۵ + \frac{۲ \times ۱۰۰۰\left(۱۰ + \frac{۲۰۰۰}{۱۴}\right)}{۲۰۰\left(\frac{۱۰۰۰}{۲۰۰۰} + ۱۴\left(۱ - \frac{۱۰۰۰}{۲۰۰۰}\right)\right)}} \right\rceil = ۱۴$$

قدم چهارم - با توجه به مقادیر $k = ۱۴$ و $m = ۱۴$، $Q = mk = ۱۴ \times ۱۴ = ۱۹۶$ و محاسبه مقدار تابع هدف TC

$$TC = \left\{ \begin{matrix} b\frac{D}{k} + A\frac{D}{mk} + \frac{hmk}{۲}\left(۱ - \frac{D}{P}\right) \\ + \frac{hdk}{۲P} \end{matrix} \right\}$$

$$= \left\{ \begin{matrix} \frac{۱۰ \times ۱۰۰۰}{۱۴} + \frac{۲۰۰۰ \times ۱۰۰۰}{۱۴ \times ۱۴} \\ + \frac{۲۰۰ \times ۱۴ \times ۱۴}{۲}\left(۱ - \frac{۱۰۰۰}{۲۰۰۰}\right) + \frac{۲۰۰ \times ۱۰۰۰ \times ۱۴}{۲ \times ۲۰۰۰} \end{matrix} \right\}$$

$$= ۲۱۴۱۸/۳۶۷$$

هزینه‌ی بهینه کل با استفاده از این الگوریتم بهبود دهنده برابر ۲۱۴۱۸٫۳۶۷ شد و جواب به دست آمده در مطالعه‌ی پسندیده[۲۶] برابر ۳۷۱۴۶٫۸۲۵ است. بنابراین، این الگوریتم بهبود دهنده‌ی ارائه شده جوابی با مقدار ۱۵۷۲۸٫۴۵۸ (حدود ۴۲ درصد بهتر) واحد پولی کمتر نسبت به روش حل پسندیده برای این مدل با تابع هدف هزینه کل پیدا کرده است.

همچنین در این مطالعه برای اعتبارسنجی و کارایی مدل بهبود یافته و الگوریتم پیشنهادی از ۲۰ آزمایش مختلف استفاده شده است. مقدار پارامترهای این ۲۰ آزمایش به صورت تصادفی از جدول ۲ به دست می‌آید. در این جدول U نشان دهنده‌ی توزیع یکنواخت است. باتوجه به جدول ۲ و با استفاده از نرم افزار متلب، ۲۰ آزمایش تصادفی مختلف به صورت جدول ۳ به دست آمد. این ۲۰ آزمایش توسط هر دو روش الگوریتم پیشنهادی و روش سعی و خطای پسندیده[۲۶] در محیط نرم‌افزار متلب حل و نتایج آن‌ها در جدول ۴ نشان داده شده است. بر اساس نتایج جدول ۳ مشاهده می‌شود که الگوریتم پیشنهادی جواب‌های بهتر و کارا تری را نسبت به روش سعی و خطا به دست آورده است. در نتیجه این الگوریتم پیشنهادی جواب‌های روش سعی و خطای قبلی را بهبود داده است. به همین علت می‌توان گفت که الگوریتم پیشنهادی بیان شده در این مطالعه کاراتر از روش پسندیده است.

جدول ۳. اطلاعات عددی ۲۰ آزمایش.

آزمایش	A	D	h	P	b
۱	۲۵۳۷	۲۳۱۲	۴۰۱	۴۳۱۷	۲۵
۲	۲۷۶۵	۱۰۷۲	۲۰۳	۴۱۴۵	۴۴
۳	۸۱۸	۲۶۹۹	۳۰۳	۵۲۹۷	۳۴
۴	۲۹۱۲	۱۰۱۰	۱۵۰	۵۹۸۶	۳۱
۵	۲۰۸۱	۲۳۵۸	۴۵۷	۳۵۶۱	۴۷
۶	۷۴۴	۲۵۱۶	۴۸۴	۴۴۷۰	۲۲
۷	۱۱۹۷	۲۴۳۷	۳۱۹	۴۳۳۷	۴۱
۸	۱۸۶۸	۱۷۵۸	۱۵۶	۴۹۳۹	۴۱
۹	۲۸۹۴	۲۳۱۱	۱۶۰	۵۱۲۹	۲۶
۱۰	۲۹۱۳	۱۳۴۳	۲۰۴	۵۲۶۵	۳۳
۱۱	۲۷۸۵	۱۲۵۶	۲۱۰	۵۲۵۳	۳۳
۱۲	۲۹۲۷	۱۰۶۴	۲۰۲	۵۰۴۰	۱۳
۱۳	۲۸۹۳	۱۵۵۴	۴۲۶	۴۹۶۶	۳۲
۱۴	۱۷۱۴	۱۰۹۳	۱۹۸	۳۴۸۸	۴۲
۱۵	۲۵۰۱	۱۱۹۵	۴۷۲	۳۳۵۷	۴۸
۱۶	۸۵۵	۲۶۴۷	۲۴۰	۴۴۹۶	۱۶
۱۷	۱۵۵۵	۲۳۹۰	۱۷۹	۵۸۸۰	۳۳
۱۸	۲۷۹۰	۱۶۳۵	۲۰۱	۴۰۲۲	۲۹
۱۹	۲۸۹۴	۱۲۱۵	۱۲۳	۶۷۵۸	۴۲
۲۰	۲۴۱۵	۱۲۰۰	۲۱۴	۵۲۱۴	۲۹

جدول ۴. آزمایش‌های عددی.

آزمایش	روش پسندیده[۲۶]		الگوریتم پیشنهادی		درصد بهبود
	Q	TC	Q	TC	
۱	۲۵۳	۵۱۷۲۶٫۲۹	۲۵۳	۵۱۷۲۶٫۲۹	۰
۲	۲۱۰	۳۲۱۴۲٫۶۴	۲۰۰	۳۲۰۹۹٫۵۳	۰٫۱۳
۳	۱۷۰	۳۰۹۴۲٫۶۴	۱۷۰	۳۰۹۴۲٫۶۴	۰
۴	۲۰۰	۲۸۴۳۳٫۶۲	۲۱۶	۲۸۳۴۶٫۰۷	۰٫۳۱
۵	۲۵۲	۴۷۱۱۹٫۵۹	۲۵۲	۴۷۱۱۹٫۵۹	۰
۶	۱۴۰	۳۳۶۷۲٫۷۸	۱۳۳	۳۳۶۴۵٫۴۵	۰٫۰۸
۷	۲۰۴	۳۴۵۴۰٫۰۲	۲۰۴	۳۴۵۴۰٫۰۲	۰
۸	۲۵۵	۲۸۵۱۷٫۷۴	۲۵۵	۲۸۵۱۷٫۷۴	۰
۹	۴۰۰	۳۷۲۴۵٫۶۷	۳۹۰	۳۷۲۳۷٫۳۲	۰٫۰۲
۱۰	۲۱۰	۳۶۷۳۳٫۴۷	۲۲۸	۳۶۶۳۷٫۴۱	۰٫۲۶
۱۱	۲۰۵	۳۵۴۸۱٫۸۱	۲۱۰	۳۵۴۷۶٫۰۵	۰٫۰۱
۱۲	۲۰۰	۳۲۵۹۳٫۵۳	۲۰۰	۳۲۵۹۳٫۵۳	۰
۱۳	۱۶۸	۵۴۹۸۸٫۷۳	۱۷۵	۵۴۹۵۵٫۹۱	۰٫۰۵
۱۴	۱۵۶	۲۵۰۰۰٫۴۱	۱۶۴	۲۴۹۶۳٫۰۵	۰٫۱۵
۱۵	۱۳۵	۴۷۰۴۹٫۸۹	۱۴۰	۴۷۰۲۷٫۳۲	۰٫۰۵
۱۶	۲۱۶	۲۴۵۹۷٫۶۷	۲۱۶	۲۴۵۹۷٫۶۷	۰
۱۷	۲۷۶	۳۱۵۱۴٫۹۳	۲۶۴	۳۱۴۹۴٫۷۱	۰٫۰۶
۱۸	۲۸۰	۳۵۷۷۶٫۹۲	۲۸۰	۳۵۷۷۶٫۹۲	۰
۱۹	۲۶۸	۲۸۱۴۱٫۳۹	۲۶۴	۲۸۱۳۸٫۸۹	۰٫۰۰۹
۲۰	۱۸۵	۳۲۷۵۵٫۷۵	۱۹۰	۳۲۷۵۵٫۲۶	۰٫۰۰۱

۵. نتیجه‌گیری

در این مطالعه مسئله‌ی مقدار تولید اقتصادی تک محصولی با تحویل سفارش به صورت گسسته توسعه داده شد. در این مسئله یک شرکت کالاهای مورد نیاز مشتریان را از یک تأمین کننده تهیه و به مشتریان تحویل می‌دهد. این شرکت کالاهای سفارش داده شده به تأمین کننده را به صورت گسسته و در پالت‌هایی که ظرفیت آن‌ها را خودش تعیین کرده است، دریافت می‌کند. این شرکت برای سفارش کالاها هیچ محدودیتی نظیر فضای انبار و بودجه ندارد. هدف این مسئله پیدا کردن مقدار ظرفیت هر پالت و تعداد دفعات ارسال در هر دوره باتوجه به کمینه کردن هزینه‌های سالیانه‌ی کل ـ شامل هزینه‌ی تهیه‌ی سالیانه، هزینه‌ی نگهداری سالیانه، هزینه‌ی سفارش دهی سالیانه، و هزینه‌ی حمل سالیانه ـ است. این مدل پیشنهادی یک مسئله‌ی برنامه ریزی غیر خطی عدد صحیح است. در این مطالعه، مدل چاپ شده‌ی قبلی توسعه و با متغیرهای تصمیم و محدودیت‌های کمتر بهبود یافت. سپس یک الگوریتم بهبود دهنده برای پیدا کردن جواب این مسئله پیشنهاد شد. این الگوریتم پیشنهادی کیفیت جواب بهتری را نسبت به روش حل چاپ شده‌ی قبلی ارائه می‌دهد. از این رو، مثال عددی که در مقاله‌ی قبلی ارائه شده بود دوباره حل و جواب آن نسبت به روش حل قبلی بازنگری شد و نشان داده شد که این الگوریتم پیشنهادی حدود ۴۷ درصد جواب روش قبلی را بهبود داده است. در خاتمه برای اعتبارسنجی و کارایی مدل و الگوریتم پیشنهادی، ۲۰ آزمایش تصادفی مختلف با هر دو روش الگوریتم پیشنهادی و روش سعی و خطای قبلی حل شدند. در نهایت باتوجه به نتایج به دست آمده از آن‌ها نشان داده شد که این الگوریتم پیشنهادی، جواب‌های روش سعی و خطای قبلی را بهبود داده است. محققان می‌توانند برای تحقیقات آتی موارد زیر را در مسئله در نظر بگیرند:

- در نظر گیری یک سیستم تولیدی با چند کالا
- در نظر گیری کالاهای معیوب شامل دور ریز و قابل دوباره کاری
- در نظر گیری تولید کالاها توسط یک ماشین
- در نظر گیری سیاست قیمت گذاری و بازاریابی
- در نظر گیری محدودیت‌های بودجه، فضای انبار، و سطح خدمت
- در نظر گیری کمبود به صورت‌های پس‌افت یا پس‌افت جزئی
- در نظرگیری ارسال کالاها به صورت گسسته به مشتریان
- در نظر گیری فساد پذیری برای کالاها

منابع (References)

1. Harris, F.W. "How many parts to make at once",*Factory: The Magazine of Management*,**10** (2), pp. 135–136 and 152 (1913).
2. Erlenkotter, D. "Note—an early classic misplaced: Ford W. Harris's economic order quantity model of 1915." *Management Science*, **35** (7), pp. 898-900 (1989).
3. Erlenkotter, D. "Ford whitman harris and the economic order quantity model." *Operations Research*,**38** (6), pp. 937-946 (1990).
4. Erlenkotter, D. "Ford Whitman Harris's economical lot size model." *International Journal of Production Economics*,**155**, pp. 12-15 (2014).
5. Cárdenas-Barrón, L.E., Chung, K.J. and Treviño-Garza, G."Celebrating a century of the economic order quantity model in honor of Ford whitman harris." *International Journal of Production Economics*, **155**, pp. 1-7 (2014).
6. Andriolo, A., Battini, D., Grubbström, R.W.andetal. "A century of evolution from Harris× s basic lot size model: survey and research agenda." *International Journal of Production Economics*,**155**, pp. 16-38 (2014).
7. Glock, C.H., Grosse, E.H. and Ries, J.M. "The lot sizing problem: A tertiary study." *International Journal of Production Economics*, **155**, pp. 39-51 (2014).
8. Grubbström, R.W. and Erdem, A. "The EOQ with backlogging derived without derivatives." *International Journal of Production Economics*, **59** (1), pp. 529-530 (1999).
9. Minner, S. "A note on how to compute economic order quantities without derivatives by cost comparisons." *International Journal of Production Economics*,**105**(1), pp. 293-296 (2007).
10. Teng, J.T. "A simple method to compute economic order quantities." *European Journal of Operational Research*, **198**(1), pp. 351-353 (2009).
11. Taft, E.W. "The most economical production lot",Iron Age, **101**(18), pp. 1410-1412 (1918).
12. Cárdenas-Barrón, L.E. "The economic production quantity (EPQ) with shortage derived algebraically." *International Journal of Production Economics*,**70**(3), pp. 289-292 (2001).
13. Garcia-Laguna, J., San-José, L.A., Cárdenas-Barrón, L.E.andetal. "The integrality of the lot size in the basic EOQ and EPQ models: applications to other production-inventory models."*Applied Mathematics and Computation*,**216** (5), pp. 1660-1672 (2010).
14. Nobil, A.H. and Taleizadeh, A.A. "A single machine EPQ inventory model for a multi-product imperfect production system with rework process and auction." *International Journal of Advanced Logistics*, **5**, pp. 1-12 (2016)
15. Salameh, M.K. and Jaber, M.Y. "Economic production quantity model for items with imperfect quality." *International journal of production economics*, **64**(1), pp. 59-64 (200).
16. Chiu, Y.P. "Determining the optimal lot size for the finite production model with random defective rate, the

rework process, and backlogging." *Engineering Optimization*,**35**(4), pp. 427-437 (2003).

17. Pasandideh, S.H.R., Niaki, S.T.A., Nobil, A.H. andetal. "A multiproduct single machine economic production quantity model for an imperfect production system under warehouse construction cost." *International Journal of Production Economics*,**169**(1), pp. 203-214 (2015).
18. Eilon, S. "Scheduling for batch production." *Institution of Production Engineers Journal*,**36**(9), pp. 549-570 (1957).
19. Rogers, J. "A computational approach to the economic lot scheduling problem."*Management science*,**4**(3), pp. 264-291 (1958).
20. Nobil, A.H., Sedigh, A.H.A. and Cárdenas-Barrón, L.E "Multi-machine economic production quantity for items with scrapped and rework with shortages and allocation decisions." *Scientia Iranica. Transaction E, Industrial Engineering*,**25**(4), pp. 2331-2346 (2018).
21. Haji, R., Haji, A., Sajadifar, M. andetal. "Lot sizing with non-zero setup times for rework."*Journal of Systems Science and Systems Engineering*,**17**(2), pp. 230–240 (2008).
22. Nobil, A.H., Nobil, E. and Cárdenas-Barrón, L.E. "Some observation to: lot sizing with non-zero setup times for rework." *International Journal of Applied and Computational Mathematics*,**3** pp. 1-7 (2017).
23. Taleizadeh, A.A., Niaki, S.T.A. and Najafi, A.A. "Multi-product single-machine production system with stochastic scrapped production rate, partial backordering and service level constraint." *Journal of Computational and Applied Mathematics*,**233**(8), pp. 1834-1849 (2010).
24. Taleizadeh, A.A., Leop Cárdenas-Barrón, L.E., and Mohammadi, B. "A deterministic multi product single machine EPQ model with backordering, scraped products, rework and interruption in manufacturing process." *International Journal of Production Economics*, **150**, pp. 9-27 (2014).
25. Nobil, A.H., Sedigh, A.H.A. and Cárdenas-Barrón, L.E. "A multi-product EPQ problem for an imperfect manufacturing system considering utilization and allocation decisions." *Expert Systems with Applications*,**56**, pp. 310-319 (2016).
26. Pasandideh, S.H.R. "Optimizing the EPQ model with discrete delivery orders."*Industrial Engineering & Management*,**49** (25), pp. 101-105 (2009).
27. Pasandideh, S.H.R. and Niaki, S.T.A. "A genetic algorithm approach to optimize a multi-products EPQ model with discrete delivery orders and constrained space." *Applied Mathematics and Computation*, **195**(2), pp. 506-514 (2008).
28. Pasandideh, S.H.A., Niaki, S.T.A. and Yeganeh, J.A. "A parameter-tuned genetic algorithm for multi-product economic production quantity model with space constraint, discrete delivery orders and shortages." *Advances in Engineering Software*,**41**(2), pp. 306-314 (2010).
29. Widyadanaa, G.A. and Wee, H.M. *A Multi-Product EPQ Model with Discrete Delivery Order: a Langrangean Solution Approach.* Global perspective for competitive enterprise, economy and ecology. springer london, pp. 601-608 (2009).
30. Cárdenas-Barr'on, L.E., Treviño-Garza, G., Widyadana., G.A.andetal. "A constrained multi-products EPQ inventory model with discrete delivery order and lot size." *Applied Mathematics and Computation*,**230**, pp. 359-370 (2014).
31. Chiu, Y.S. P., Lin, C.A.K., Chang, H.H.andetal. "Mathematical modelling for determining economic batch size and optimal number of deliveries for EPQ model with quality assurance." *Mathematical and Computer Modelling of Dynamical Systems*, **16**(4), pp. 373-388 (2010).
32. Chiu, S.W., Lin, H.D., Wu, M.F.andetal. "Determining replenishment lot size and shipment policy for an extended EPQ model with delivery and quality assurance issues." *Scientia Iranica*, **18**(6), pp. 1537-1544 (2011).
33. Taleizadeh, A.A., Kalantari, S.S. and Cárdenas-Barrón, L.E. "Pricing and lot sizing for an EPQ inventory model with rework and multiple shipments." *Top*, **24**(1), pp. 143-155 (2016).
34. Taleizadeh, A. A., Noori-daryan, M. and Cárdenase-Barrón L.E. "Joint optimization of price, replenishment frequency, replenishment cycle and production rate in vendor managed inventory system with deteriorating items." *International Journal of Production Economics*, **159**, pp. 285-295 (2015).
35. Wee, H., Widyadana, G., Taleizadeh, A.andetal. "Multi products single machine economic production quantity model with multiple batch size." *International Journal of Industrial Engineering Computations*,**2**(2), pp. 213-224 (2011).
36. Nobil, A.H., Seifbarghy, M., Sedigh, A.H.A.andetal. "Considering discrete delivery ordering and shipment consolidation in a three-echelon supply chain with failure." *Int. J. Advanced Operations Management*, **8**(4), pp. 247–275 (2016).