

قیمت‌گذاری پویا در زنجیره‌ی تأمین دوکاناله با مقدار ثابت محصول در شرایط رخداد اختلال و تقاضای تصادفی

سید حسام‌الدین ذگردی* (استاد)

فرینا ضروری (کارشناس ارشد)

دانشکده‌ی مهندسی صنایع و سیستم‌ها، دانشگاه تربیت مدرس

مهندسی صنایع و مدیریت شریف، زمستان ۱۳۹۷
دوری (۱)، شماره ۲/۲، ص. ۳۱-۴۲

طی سال‌های اخیر، با تحمیل تحریم‌هایی از سوی غرب، کشور ایران دچار رکود اقتصادی شد. صنایع خودروسازی از جمله صنایعی بود که به واسطه آسیب رسیدن به فرایند زنجیره‌ی تأمین خودروسازی بر آن خسارت‌های عمده‌ی حادث شد. به دلیل اهمیت زنجیره‌ی تأمین دوکاناله در سودآوری و رواج آن در صنعت جهان، در این تحقیق زنجیره‌ی تأمین دوکاناله‌ی نامتمرکز با دو تولیدکننده‌ی رقیب، که هر یک دو کانال فروش و یک فروشنده دارند، در نظر گرفته شده است. در برخی از دوره‌های این مسئله‌ی چنددوره‌ی، یک تولیدکننده دچار اختلال در هزینه‌ی تولید می‌شود. در این مسئله، تعادل نش استفاده شده و بازی همکارانه به عنوان استراتژی مقابله با اختلال معرفی شده است. نتایج حاصل از حل مسئله با داده‌های گردآوری‌شده از شرکت ایران خودرو (سال‌های ۹۰ و ۹۱)، نشان‌دهنده سودآوری بیشتر بازی همکارانه است. نتایج حاصل از آزمایشات، نشان‌گر مقدار بهینه‌ی تولید تولیدکنندگان و بازی بهینه‌ی قیمت عمده‌فروشی تولیدکننده‌ی دوم در دوران اختلال است.

واژگان کلیدی: زنجیره‌ی تأمین دوکاناله، قیمت‌گذاری، قیمت مرجع، اختلال،

نظریه‌ی بازی‌ها.

zegordi@modares.ac.ir
farnia.zarouri@modares.ac.ir

۱. مقدمه

در صنعت امروز، زنجیره‌ی تأمین دوکاناله به دلیل برقراری ارتباط مستقیم بین تولیدکننده و مشتری و کمک به حفظ بقای تولیدکننده، به صورت گسترده‌ی رواج یافته است. این نوع زنجیره‌ی تأمین، همان‌طور که از نامش پیداست، دارای دو کانال مستقیم و سنتی فروش برای ارائه‌ی محصول است. عرضه‌ی محصول در کانال مستقیم، توسط تولیدکننده و معمولاً از طریق اینترنت، و در کانال سنتی فروش، توسط فروشنده انجام می‌پذیرد. استفاده از زنجیره‌ی تأمین دوکاناله توسط تولیدکنندگان بزرگی مانند سامسونگ، IBM، hp، سونی، دل، لنوو، پاناسونیک، پایونیر الکترونیک^[۱]، نشان‌دهنده اهمیت این نوع زنجیره در سودآوری است. در کشور ایران، تولیدکنندگانی مانند ایران خودرو، سایا، لامپ رسانور نیشابور و لامپ پارس شهاب به این نوع زنجیره روی آورده‌اند.

قیمت‌گذاری یکی از تصمیم‌های بسیار مهم و تأثیرگذار در زنجیره‌ی تأمین است. اهمیت قیمت‌گذاری در زنجیره‌ی تأمین دوکاناله به دلیل وجود قیمت رقابتی بین کانال‌های فروش از یک سو و ناسازگاری کانال‌ها از سوی دیگر، بیشتر از زنجیره‌ی تأمین تک‌کاناله است. به دلیل چنین اهمیتی، تحقیقات فراوانی در حوزه‌ی ناسازگاری

* نویسنده مسئول

تاریخ: دریافت ۱۳۹۵/۵/۱۰، اصلاحیه ۱۳۹۵/۹/۲۹، پذیرش ۱۳۹۶/۴/۱۳.

DOI: 10.24200/J65.2018.20082

کانالی در زنجیره‌ی تأمین دوکاناله انجام شده که طی آن‌ها، ضمن بررسی ناسازگاری کانالی، قراردادهایی را برای کاهش ناسازگاری‌ها ارائه داده‌اند؛ در سال ۲۰۰۴ رویکرد نظریه‌ی بازی‌ها، به منظور مطالعه ناسازگاری کانالی و هماهنگی بین تولیدکننده و فروشنده ارائه شد.^[۲] در سال ۲۰۰۶ قرارداد اشتراک اطلاعات در شرایطی که فروشنده قادر به افزودن مقداری به قیمت محصولات است، معرفی شد.^[۳] یان و پی (۲۰۱۱) نیز در مقاله خود از این نوع قرارداد استفاده کردند.^[۴] در سال ۲۰۰۸ رویکرد نظریه‌ی بازی‌ها، به منظور بررسی نقش استراتژیک به اشتراک‌گذاری سود بین اعضای زنجیره‌ی تأمین با هدف بهبود هماهنگی کانالی و کارآیی زنجیره ارائه شد.^[۵] سپس چن (۲۰۱۵) و پاندا و همکاران (۲۰۱۵) در تحقیقات خود از این نوع قرارداد برای رفع ناسازگاری کانالی استفاده کردند.^[۶] در سال ۲۰۰۹ قرارداد تخفیف قیمتی در رقابت زنجیره‌ی تأمین دوکاناله مورد بررسی قرار گرفت.^[۸] در سال ۲۰۱۰ قرارداد هماهنگی کانالی در سناریوهای دو زنجیره‌ی تأمین تک‌کاناله و دو زنجیره‌ی تأمین دوکاناله ارائه شد.^[۹] در سال ۲۰۱۳ قرارداد عمده‌فروشی بهینه در زنجیره‌ی تأمین دوکاناله و تحت سناریوهای عدم تقارن اطلاعات هزینه‌ی و عدم تقارن کل اطلاعات ارائه شد.^[۱۰] این قرارداد در پژوهش ردیگرز و آبدین (۲۰۱۵) نیز مورد استفاده قرار گرفت.^[۱۱] در سال ۲۰۱۶ به منظور جلوگیری از تأثیرات رقابت قیمتی، پیشنهاد شد قیمت کانال مستقیم قبل از قیمت عمده‌فروشی یا همزمان با آن تعیین شود.^[۱۲]

در سال ۲۰۱۶ ضمن مطالعه‌ی زنجیره‌ی تأمین دوکاناله‌ی سبز، قرارداد همکاری دو طرفه^۲ برای هماهنگی اعضای زنجیره‌ی تأمین نامتمرکز ارائه شد.^[۱۳] در سال ۲۰۱۶ زنجیره‌ی تأمین دوکاناله‌ی شامل تولیدکننده‌ی بی تفاوت نسبت به ریسک و فروشنده‌ی گریز از ریسک مورد مطالعه قرار گرفت و قرارداد به اشتراک‌گذاری ریسک به منظور هماهنگی اعضای زنجیره ارائه شد.^[۱۴]

اختلالات پیش‌بینی نشده، از عوامل بسیار تأثیرگذار در سود زنجیره است. به دلیل چنین تأثیر مهمی، مدیریت اختلال یکی از ارکان بسیار مهم مدیریت زنجیره‌ی تأمین تلقی می‌شود. پژوهش‌های انجام‌شده، اختلال در زنجیره‌ی تأمین را در چهار گروه عمده‌ی اختلال در تقاضا،^[۱۵-۱۹] اختلال در عرضه،^[۲۰-۲۱] اختلال در هزینه‌ی تولید^[۲۲-۲۳] و اختلال هم‌زمان در تقاضا و هزینه‌ی تولید^[۲۴-۲۵] تقسیم کرده‌اند. براساس مطالعه‌ی نگارندگان، بررسی‌ها و مقالات در حوزه‌ی اختلال در زنجیره‌ی تأمین دوکاناله بسیار اندک است و تنها سه پژوهش را شامل می‌شود: اختلال در تقاضا (۲۰۱۲)، اختلال در هزینه‌ی تولید در زنجیره‌ی تأمین دوکاناله‌ی متمرکز و نامتمرکز (۲۰۱۳) مورد بررسی قرار گرفت.^[۲۶-۲۵] در سال ۲۰۱۴ نیز قیمت‌گذاری در زنجیره‌ی تأمین دوکاناله‌ی گریز از ریسک در سناریوهای زنجیره‌ی تأمین دوکاناله‌ی متمرکز و نامتمرکز ارائه شد.^[۲۷]

قیمت مرجع که در حوزه‌ی اقتصاد و بازاریابی دارای ادبیات بسیار غنی است، گاهی در ادبیات زنجیره‌ی تأمین نیز به چشم می‌خورد. مشتری با توجه به تجربه‌ی خود از خریدهای قبل، در نظر خود قیمتی انتظاری برای خرید کالایی داشته که این قیمت انتظاری «قیمت مرجع» نام دارد. قیمت مرجع ممکن است با قیمت مشاهده‌شده در بازار (قیمت واقعی محصول) متفاوت باشد. بزرگ‌تر بودن قیمت مرجع موجب افزایش تقاضا و کم‌تر بودن آن تأثیر عکس بر تقاضا دارد. از بین روش‌های مختلف تعیین قیمت مرجع، می‌توان به مواردی مانند قیمت خرید محصول مارک^۳ تجاری که آخرین بار خریداری شده و قیمت فروش محصول برترین مارک تجاری اشاره کرد.^[۲۸] ایده‌ی قیمت مرجع از نظریه‌ی سطح انطباق^۴ و نظریه‌ی همانندسازی^۵ گرفته شده است.^[۲۹] طبق بررسی‌های نگارندگان، در حوزه‌ی ادبیات زنجیره‌ی تأمین فقط چهار تحقیق از قیمت مرجع بهره‌مند شده است. در سال ۲۰۱۰ استراتژی قیمت‌گذاری در شرایط وجود قیمت مرجع مورد مطالعه قرار گرفت.^[۳۰] در سال ۲۰۱۳ تأثیر تبلیغات بر قیمت مرجع در زنجیره‌ی تأمین مورد توجه قرار گرفت.^[۳۱] در سال ۲۰۱۴ بررسی استراتژی قیمت‌گذاری در شرایط وجود قیمت مرجع در یک زنجیره‌ی تأمین مورد تحلیل قرار گرفت.^[۳۲] در سال ۲۰۱۶ قیمت‌گذاری در یک زنجیره‌ی تأمین با وجود قیمت مرجع مشتری مورد توجه قرار گرفت و بیان شد که قیمت مرجع موجب افزایش کارایی زنجیره می‌شود.^[۳۳] طبق ادبیات مطالعه‌شده در این مقاله، می‌توان بدین نقاط ضعف اشاره کرد:

۱. بیشتر تحقیقات انجام‌شده در حوزه‌ی قیمت‌گذاری در زنجیره‌ی تأمین دوکاناله اغلب از نقطه‌نظر مدیریتی مورد ملاحظه قرار گرفته و بررسی این‌گونه مسائل از منظر عملیاتی دارای پیشینه‌ی تاریخی بسیار ضعیفی است. ۲. اختلال در زنجیره‌ی تأمین دوکاناله در مقایسه با زنجیره‌ی تأمین تک‌کاناله دارای ادبیات بسیار ضعیفی است. ۳. اکثر تحقیقات، زنجیره‌های تأمین شامل یک تولیدکننده و یک فروشنده و برخی نیز شامل یک تولیدکننده و چندین فروشنده بوده و تعداد بسیار اندکی از این تحقیقات شامل زنجیره‌ی تأمین با بیش از یک تولیدکننده است. این درحالی‌است که زنجیره‌های تأمین زیادی در دنیای واقعی وجود دارد که دارای دو یا چندین تولیدکننده‌اند. ۴. تنها در برخی از تحقیقات اخیر، تقاضای تصادفی مورد توجه قرار گرفته است. با توجه به ضعف‌های مزبور، در تحقیق حاضر زنجیره‌ی تأمین دوکاناله‌ی نامتمرکزی مورد نظر قرار گرفته که دارای دو تولیدکننده و یک فروشنده است. هرکدام از تولیدکنندگان دارای دو کانال فروش هستند که بین این کانال‌ها رقابت قیمتی وجود

دارد. یکی از تولیدکنندگان دچار اختلال در هزینه‌ی تولید می‌شود که منحصر به هزینه‌ی خرید مواد اولیه است. مهم‌ترین فرض این تحقیق، مقدار ثابت محصول تولیدکنندگان در هر دوره است. در هر دوره، فروشنده مقدار مورد نیاز خود را به هرکدام از تولیدکنندگان سفارش می‌دهد. تولیدکنندگان ابتدا مقدار مورد نیاز کانال مستقیم خود را برآورده کرده، سپس نیاز فروشنده را پاسخ می‌دهد. بنابراین ممکن است قسمتی از سفارش فروشنده پاسخ داده نشود. به موجب این شرایط، برای حل مسئله از روش فراابتکاری الگوریتم لیگ قهرمانی استفاده شده است. استفاده از یک روش حل فراابتکاری برای مسئله‌ی که با روش‌های حل دقیق قابل حل نیست، برای اولین بار در ادبیات زنجیره‌ی تأمین دوکاناله مطرح شده است و به همین دلیل مهم‌ترین نوآوری پژوهش محسوب می‌شود. هدف این پژوهش، ارائه‌ی مدل ریاضی قیمت‌گذاری مناسب و محاسبه‌ی قیمت بهینه در شرایط رخداد و نبود اختلال است، به طوری که سود اعضای زنجیره بیشینه شود.

بخش‌های ارائه شده در این مقاله بدین شرح است: در بخش دوم تعریف مسئله‌ی تحقیق، و در بخش سوم مدل ریاضی پیشنهادی ارائه شده است. در بخش چهارم و پنجم و ششم به ترتیب سناریوهای تعادل نش و بازی همکارانه^۶، الگوریتم لیگ قهرمانی^۷ و مدل چانه‌زنی تعادل نش ارائه شده است. در بخش هفتم، با استفاده از داده‌های گردآوری‌شده از شرکت ایران‌خودرو، مسئله در سناریوهای تعادل نش و بازی همکارانه حل و نتایج آن ارائه شده است. در بخش هشتم نیز با استفاده از تحلیل نتایج حاصل از آزمایشات، مقادیر بهینه‌ی تولید هر تولیدکننده و بازی بهینه‌ی قیمت عمده‌فروشی تولیدکننده‌ی دوم ارائه شده است. بخش نهم به توصیه‌های مدیریتی اختصاص یافته و در بخش دهم نتیجه‌گیری ارائه شده است.

۲. تعریف مسئله

مسئله‌ی مورد نظر، زنجیره‌ی تأمین دوکاناله‌ی است که دارای دو تولیدکننده و یک فروشنده است. هرکدام از تولیدکنندگان دارای دو کانال فروش بوده و بین کانال‌های مزبور رقابت قیمتی وجود دارد. محصول تولیدی تولیدکنندگان یکسان است و می‌توانند جانشین هم باشند. مسئله‌ی مزبور دارای چندین دوره است که در برخی از این دوره‌ها، یکی از تولیدکنندگان دچار اختلال در هزینه‌ی تولید می‌شود، که منحصر به هزینه‌ی خرید مواد اولیه است. تولیدکننده‌ی مزبور به دلیل مارک تجاری برترش، تاحدودی محبوبیتش را در بازار از دست می‌دهد. در هر دوره، مقدار محصول تولیدکننده‌ی i ثابت و برابر Q_{it} است. هزینه‌ی تولید هر واحد محصول برای تولیدکننده‌ی i برابر C_{it} است. فروشنده به مقدار q_{it} به تولیدکننده‌ی i سفارش داده، تولیدکننده پس از تخصیص مقدار d_{it} محصول به کانال مستقیم، به مقدار q'_{it} از سفارش فروشنده را پاسخ می‌دهد. بنابراین ممکن است بخشی از سفارش فروشنده پاسخ داده نشود ($q_{it} \leq q'_{it}$). در صورتی که مقدار I_{it} از محصولات تولیدکننده‌ی i باقی بماند آن‌ها را برای دوره‌های بعد در انبار نگه‌داری می‌کند. بنابراین مقدار تولید وی متغیر و برابر o_{it} است. در صورتی که مقدار تقاضای فروشنده (D_{it}) نسبت به q'_{it} بزرگ باشد، فروش از دست‌رفته رخ می‌دهد و فروشنده هزینه‌ی b_r را به‌ازای هر محصول متحمل می‌شود. در صورتی که $q'_{it} < D_{it}$ باشد، فروشنده متحمل هزینه‌ی نگه‌داری h_r به‌ازای هر محصول می‌شود. تولیدکننده‌ی i ام نیز می‌تواند متحمل هزینه‌ی نگه‌داری h_i و هزینه‌ی فروش از دست‌رفته b_i به ترتیب، در صورت ازدیاد و کمبود محصول شود. هزینه‌های نگه‌داری و فروش از دست‌رفته‌ی تمامی دوره‌ها ثابت فرض می‌شود. با توجه به توضیحات فوق، متغیر تصمیم هر تولیدکننده،

مطابق رابطه ۱، تابع تقاضا از دو بخش تقاضای انتظاری و تصادفی تشکیل شده است. d_{ijt} بخش تقاضای انتظاری است و به صورت رابطه ۲ تعریف می‌شود:

$$d_{ijt} = \mu_{ij} - \beta_{ijt} p_{ijt} + \sum_{\forall k \in (d,r)} \sum_{\substack{l=1 \\ lk \neq ij}}^2 y_{lkt} p_{lkt} + (\varphi g_1 + (1 - \varphi) g_2)(r_{it} - p_{it}) \quad (2)$$

که در آن، $\mu_{ij} = \mu \times \theta_{ij}$ و شرط $\sum_{i=1}^N \theta_{ir} + \sum_{i=1}^N \theta_{id} = 1$ برقرار است. در این رابطه β_{ijt} ضریب الاستیسیته‌ی محصول i ام کانال j ام در دوره t نامیده می‌شود. این ضریب بیان‌گر میزان تغییرات معکوس تقاضای یک محصول در ازای تغییر قیمت است. y_{lkt} ضریب اثر متقابل قیمتی محصول l ام کانال k ام در دوره t نامیده می‌شود. این ضریب بیان‌گر میزان تغییرات مستقیم تقاضای یک محصول در کانال‌های دیگر، در ازای تغییر قیمت یک کانال است. g به‌طور کلی ضریب حساسیت به اختلاف قیمت مرجع و قیمت مشاهده‌شده نام دارد. در صورتی که اختلاف قیمت مرجع و قیمت مشاهده‌شده زیاد باشد، g مقدار بالاتری را به خود اختصاص می‌دهد و مطابق رابطه ۲، تأثیر منفی زیادی بر مقدار تقاضا خواهد داشت. φ بردار باینری اختلال است و در شرایط عادی و رخداد اختلال به ترتیب مقادیر ۱ و صفر می‌گیرد. در رابطه ۲، r_{it} طبق جدول ۱ معرف قیمت مرجع است که به صورت رابطه ۳

تعیین قیمت فروش و مقدار محصول کانال مستقیم (q_{idt}, p_{idt}) و مقدار قابل تأمین سفارش فروشنده (q'_{irt}) است و متغیر تصمیم فروشنده، تعیین مقدار سفارش محصول از هر تولیدکننده (q_{irt}) و تعیین قیمت خرده‌فروشی (p_{irt}) است. از آنجا که تمام اعضای زنجیره در تصمیم‌گیری دارای قدرت یکسان هستند، از تعادل نش استفاده شده است.

۳. مدل ریاضی

همان‌طور که در بخش ۲ بیان شد، مسئله‌ی تحقیق چنددوره‌ی است و مازاد موجودی هر دوره به دوره بعد منتقل می‌شود. به همین دلیل و به دلیل وجود تأثیر قیمت مرجع بر میزان تقاضای دوره‌ها، مدل ریاضی پویا برای مدل‌سازی مسئله مورد استفاده قرار می‌گیرد. مدل ریاضی تک‌تک اعضای زنجیره به تفصیل در ادامه تشریح می‌شود. در جدول ۱ کل پارامترهای استفاده‌شده در بخش مدل‌سازی تعریف شده است.

۱.۳. تابع تقاضا

تابع تقاضا در هر دوره به صورت رابطه ۱ بیان می‌شود: [۳۰]

$$D_{ijt} = d_{ijt} + \varepsilon_{ijt} \quad (1)$$

جدول ۱. تعریف پارامترهای مسئله.

d	اندیس کانال مستقیم؛ r	اندیس کانال سنتی فروش؛ j, k
D_{ijt}	تقاضای محصول تولیدکننده i ام در کانال j ام در دوره t ؛	اندیس تولیدکننده i, l ؛ $i, l = \{1, 2\}$
d_{ijt}	تقاضای انتظاری محصول تولیدکننده i ام در کانال j ام در دوره t ؛	ضریب حساسیت به قیمت β_{ijt} ؛
θ_{ij}	سهم بازار محصول تولیدکننده i ام در کانال j ام، از بازار؛	قیمت مرجع تولیدکننده i ام در دوره t ؛ r_{it}
p_{ijt}	قیمت محصول تولیدکننده i ام در کانال j ام در دوره t ؛	ضریب اثر متقابل قیمتی کانال l ام؛ y_{lkt}
μ	تقاضای بالقوه بازار (در صورتی که تمامی قیمت‌ها برابر با صفر باشند)؛	متوسط قیمت مشاهده‌شده در دوره t ؛ p_{it}
μ_{ij}	تقاضای بالقوه‌ی محصول تولیدکننده i ام در کانال j ام، در صورتی که $p_{ijt} = 0$ ؛	ضریب حساسیت به اختلاف قیمت‌های مرجع و مشاهده شده به ترتیب در دوران قبل و بعد از اختلال ۱، ۲؛ y ؛ g_y
φ	بردار باینری اختلال؛	اثر حافظه؛ α
ε_{ijt}	المان تصادفی تابع تقاضا؛	مقدار تولید تولیدکننده i در دوره t ؛ o_{it}
Q_{it}	مقدار محصول تولیدکننده i در دوره t ؛	مقدار سفارش فروشنده به تولیدکننده i در دوره t ؛ q_{irt}
q'_{irt}	مقدار قابل تأمین سفارش فروشنده توسط تولیدکننده i در دوره t ؛	مقدار موجودی انبار تولیدکننده i در دوره t ؛ I_{it}
q_{idt}	مقدار محصول تخصیصی تولیدکننده i به کانال d در دوره t ؛	مقدار موجودی مثبت انبار تولیدکننده i در دوره t ؛ I_{it}^+
I_{irt}	مقدار موجودی انبار کانال سنتی فروش i در دوره t ؛	مقدار موجودی مثبت انبار کانال سنتی فروش i در دوره t ؛ I_{irt}^+
Δc_{it}	تغییر هزینه‌ی تولید واحد محصول برای تولیدکننده i در دوره t ؛	هزینه‌ی تولید واحد محصول برای تولیدکننده i در دوره t ؛ c_{it}
h_r	هزینه‌ی واحد انبار فروشنده؛	هزینه‌ی واحد فروش از دست رفته فروشنده؛ b_r
h_i	هزینه‌ی واحد انبار تولیدکننده i ؛	هزینه‌ی واحد فروش از دست رفته‌ی تولیدکننده i ؛ b_i
Π_{rt}	تابع هدف فروشنده در دوره t ؛	تابع هدف کانال سنتی فروش i در دوره t ؛ Π_{irt}
Π_r	تابع هدف کل فروشنده؛	تابع هدف تولیدکننده i در دوره t ؛ Π_{it}
Π_{sc}	تابع هدف زنجیره‌ی تأمین؛	تابع هدف کل تولیدکننده i ؛ Π_i

تعریف می‌شود: [۲۸]

$$r_{it} = \alpha r_{i(t-1)} + (1 - \alpha)p_{i(t-1)} \quad 0 \leq \alpha \leq 1 \quad (3)$$

در رابطه‌ی ۳، α که اثر حافظه^۸ نام دارد، مهم‌ترین پارامتر در تعیین قیمت مرجع است. اثر حافظه، در واقع حافظه‌ی مشتریان از قیمت‌های دوره‌های قبل است. مقدار متوسط $p_{i(t-1)}$ ، به صورت رابطه‌ی ۴ تعریف می‌شود:

$$p_{i(t-1)} = \frac{(p_{ir(t-1)} + p_{id(t-1)})}{2} \quad (4)$$

طبق ادبیات، همواره شرایط زیر برقرار است: [۳۱]

$$\frac{\partial d_{ijt}}{\partial p_{ijt}} < 0 \quad i = \{1, 2\}, \quad j \in \{r, d\} \quad (5)$$

$$\frac{\partial d_{ijt}}{\partial p_{ikt}} > 0 \quad i, l = \{1, 2\} \quad j, k \in \{r, d\}, \quad ij \neq lk \quad (6)$$

براساس رابطه‌ی ۵، افزایش مقدار p_{ijt} موجب کاهش مقدار d_{ijt} می‌شود. این مقدار کاهش یا به تولیدکننده‌ی دیگر، یا به فروشنده، یا به کانال دیگر این تولیدکننده منتقل می‌شود. رابطه‌ی ۶ نشان‌گر افزایش مقدار d_{ijt} به‌ازای افزایش مقدار p_{ikt} است.

۲.۳. توابع هدف

تابع هدف کانال سنتی فروش i در دوره t مطابق رابطه‌ی ۷ است:

$$\Pi_{irt} = \begin{cases} p_{irt}D_{irt} - w_{it}q'_{irt} - h_r(q'_{irt} + I_{irt-1}^+ - D_{irt}); & D_{irt} < q'_{irt} \\ p_{irt}q'_{irt} - w_{it}q'_{irt} - b_r(D_{irt} - (q'_{irt} + I_{irt-1}^+)); & D_{irt} > q'_{irt} \end{cases} \quad (7)$$

رابطه‌ی ۷ به صورت زیر ساده‌سازی می‌شود (اثبات رابطه در پیوست الف ارائه شده است):

$$E(\Pi_{rt}) = \sum_{i=1}^2 p_{irt} E[\min(D_{irt}, q'_{irt})] - w_{it}q'_{irt} - ((h_r + b_r)F(q'_{irt}) - b_r)[(q'_{irt} + I_{irt-1}^+ - D_{irt})] \quad (8)$$

محدودیت‌های کانال سنتی فروش i به شرح زیر است:

$$I_{irt} = I_{irt-1}^+ + q'_{irt} - (d_{irt} + \varepsilon_{irt}) \quad I_0 = 0, \quad t = 0, 1 \quad (9)$$

$$I_{irt-1}^+ = \max(I_{irt-1}, 0) \quad (10)$$

$$w_{it} < p_{irt} \quad (11)$$

$$q_{irt} \geq 0, \quad D_{irt} > 0, \quad p_{irt} > 0 \quad (12)$$

رابطه‌های ۹ و ۱۰ به ترتیب به محاسبه‌ی مقدار موجودی انبار دوره t و مقدار موجودی مثبت انبار دوره $t-1$ می‌پردازد. امید ریاضی کل سود فروشنده به صورت رابطه‌ی ۱۳ بیان می‌شود:

$$E(\Pi_r) = \sum_{i=1}^2 \sum_{t=1}^T E(\Pi_{irt}) \quad (13)$$

تابع هدف تولیدکننده‌ی نام نیز به صورت رابطه‌ی ۱۴ بیان می‌شود:

$$\Pi_{it} = \begin{cases} w_{it}q'_{irt} + p_{idt}D_{idt} - C_{it}o_{it} - h_i(q_{idt} - D_{idt}) - b_i(q_{irt} - q'_{irt}); & D_{idt} < q_{idt} \\ w_{it}q'_{irt} + p_{idt}q_{idt} - C_{it}o_{it} - b_i((D_{idt} - q_{idt}) + (q_{irt} - q'_{irt})); & D_{idt} > q_{idt} \end{cases} \quad (14)$$

با در نظر گرفتن ضریب موجودی به صورت $z_{idt} = q_{idt} - d_{idt}$ تابع هدف تولیدکننده به صورت رابطه‌ی ۱۵ نشان داده می‌شود:

$$\Pi_{it} = \begin{cases} w_{it}q'_{irt} + p_{idt}(d_{idt} + \varepsilon_{idt}) - C_{it}o_{it} - h_i(z_{idt} - \varepsilon_{idt}) - b_i(q_{irt} - q'_{irt}); & \varepsilon_{idt} < z_{idt} \\ w_{it}q'_{irt} + p_{idt}(d_{idt} + z_{idt}) - C_{it}o_{it} - b_i((\varepsilon_{idt} - z_{idt}) + (q_{irt} - q'_{irt})); & \varepsilon_{idt} > z_{idt} \end{cases} \quad (15)$$

امید ریاضی تابع هدف تولیدکننده i به صورت رابطه‌ی ۱۶ است:

$$E(\Pi_{it}) = w_{it}q'_{irt} + p_{idt}d_{idt} - C_{it}o_{it} - b_i(q_{irt} - q'_{irt}) + \int_{-\infty}^{z_{idt}} p_{idt}x - h_i(z_{idt} - x)f(x)dx + \int_{z_{idt}}^{+\infty} p_{idt}z_{idt} - b_i(x - z_{idt})f(x)dx \quad (16)$$

باتوجه به رابطه‌های ۱۷ و ۱۸، [۳۲] تابع هدف تولیدکننده به صورت رابطه‌ی ۱۹ بازنویسی می‌شود (اثبات رابطه در پیوست ب ارائه شده است):

$$\Theta(z_{idt}) = \int_{z_{idt}}^{+\infty} (x - z_{idt})f(x)dx \quad (17)$$

$$\Phi(z_{idt}) = \int_{-\infty}^{z_{idt}} (z_{idt} - x)f(x)dx \quad (18)$$

$$E(\Pi_{it}) = w_{it}q'_{irt} + p_{idt}d_{idt} - C_{it}o_{it} - \{h_i\Phi(z_{idt}) + (p_{idt} + b_i)\Theta(z_{idt}) + b_i(q_{irt} - q'_{irt})\} + p_{idt}E(\varepsilon_{idt}) \quad (19)$$

محدودیت‌های مدل ریاضی تولیدکننده‌ی i به شرح زیر است:

$$C_{it} = c_{it} + (1 - \varphi)\Delta c_{it} \quad (20)$$

$$I_{it} = q_{idt} - D_{idt} \quad (21)$$

$$I_{it-1}^+ = \max(I_{it-1}, 0) \quad I_0 = 0 \quad (22)$$

$$q'_{irt} = \max(0, \min(q_{irt}, Q_{it} - d_{idt})) \quad (23)$$

$$q_{idt} = Q_{it} - q'_{irt} \quad (24)$$

$$o_{it} = \max(0, Q_{it} - I_{it-1}^+) \quad (25)$$

$$q_{idt} \geq 0, \quad D_{idt} > 0, \quad p_{idt} \geq 0 \quad (26)$$

۴. در هفته t تیم‌ها با توجه به برنامه هفتگی مشخص با یکدیگر بازی کرده و انتخاب برنده بازی، با توجه به معیار قدرت (مقدار تابع هدف) و به صورت تصادفی تعیین می‌شود. در صورتی که تیم‌های i و j در هفته t با یکدیگر با آرایش x_i^t و x_j^t و با تابع تناسب $f(x_i^t)$ و $f(x_j^t)$ بازی کنند f نقطه ایده‌آل باشد، امید ریاضی شانس برد تیم i را طبق رابطه ۲۹ محاسبه کن:

$$p_i^t = \frac{f(x_j^t) - f}{f(x_j^t) + f(x_i^t) - 2f} \quad (29)$$

به منظور تعیین برنده، یک عدد تصادفی بین $[0, 1]$ انتخاب کن؛ اگر این عدد کوچک‌تر (بزرگ‌تر) یا مساوی p_i^t باشد تیم i برنده (بازنده) و تیم j بازنده (برنده) بازی خواهد بود. بهترین جواب به دست آمده تیم i تا هفته t ام از نقطه نظر تابع هدف را انتخاب کن و این جواب را به صورت $B_i^t = [b_{i1}^t, b_{i2}^t, \dots, b_{in}^t]$ نشان بده.

۵. اگر $\text{mod}(t, L - 1) = 0$ باشد، فصل به پایان رسیده و جابه‌جایی بازیکن‌ها بین باشگاه‌ها باید انجام شود. برای این کار به گام ۱.۵ برو (در یک لیگ واقعی نیز بعد $L - 1$ هفته متوالی (یا $\text{mod}(t, L - 1) = 0$) جابه‌جایی بازیکن‌ها بین باشگاه‌ها انجام می‌پذیرد). در غیر این صورت به گام ششم برو.

۱.۵. برای تیم i ام $(i = 1, \dots, L)$ ، مجموعه‌ی $M_i = \{m | m \neq i, f(B_m^t) < f(B_i^t)\}$ را تشکیل داده و به ازای $n, \dots, 1, d$ عددی تصادفی در بازه $[0, 1]$ انتخاب کن؛ در صورتی که این عدد کم‌تر از مقدار آستانه مشخص T_r باشد، اندیسی به صورت تصادفی از M_i انتخاب کن و b_{md}^t را جایگزین b_{id}^t کن. سپس جدول زمان‌بندی جدیدی تشکیل بده و به گام ششم برو.

۶. در صورتی که $t \geq S \times (L - 1)$ باشد، الگوریتم به پایان رسیده است، در غیر این صورت به گام هفتم برو.

۷. برای تیم i ام $(i = 1, \dots, L)$ ، آرایش جدید تیم در هفته t را تشکیل بده. برای تعیین آرایش جدید تیم‌ها، از ماتریس SWOT استفاده می‌شود. در این الگوریتم، تحلیل نقاط قوت و ضعف خود تیم به عنوان عوامل داخلی و تحلیل نقاط تهدید و فرصت (نقاط قوت و ضعف تیم مقابل) باید به عنوان عوامل خارجی مد نظر قرار گیرد. آرایش جدید تیم i در هفته $(t + 1)$ ، به ازای $n, \dots, 1, d$ با پیروی از یکی از چهار رابطه 30 تا 33 به دست می‌آید:

$$(S/T \text{ equation}): x_{id}^{t+1} = b_{id}^t + y_{id}^t (\psi_{1r_{id}}(x_{id}^t - x_{kd}^t) + \psi_{1r_{id}}(x_{id}^t - x_{jd}^t)) \quad (30)$$

$$(S/O \text{ equation}): x_{id}^{t+1} = b_{id}^t + y_{id}^t (\psi_{2r_{id}}(x_{id}^t - x_{kd}^t) + \psi_{2r_{id}}(x_{id}^t - x_{jd}^t)) \quad (31)$$

$$(W/T \text{ equation}): x_{id}^{t+1} = b_{id}^t + y_{id}^t (\psi_{1r_{id}}(x_{id}^t - x_{kd}^t) + \psi_{2r_{id}}(x_{jd}^t - x_{id}^t)) \quad (32)$$

$$(W/O \text{ equation}): x_{id}^{t+1} = b_{id}^t + y_{id}^t (\psi_{2r_{id}}(x_{kd}^t - x_{id}^t) + \psi_{2r_{id}}(x_{jd}^t - x_{id}^t)) \quad (33)$$

که در آنها، d اندیس و $\{b_{i1}^t, b_{i2}^t, \dots, b_{in}^t\}$ بهترین آرایش تیم i تا هفته t است. r_{id} و r_{id} مقادیر تصادفی از توزیع یکنواخت در بازه $[0, 1]$ است.

رابطه‌ی 20 هزینه تولید هر دوره را محاسبه می‌کند. رابطه‌های 23 و 24 به ترتیب، مقدار محصول فروخته شده به فروشنده، توسط تولیدکننده‌ی i ام و مقدار محصول تخصیص داده شده‌ی تولیدکننده‌ی i ام به کانال مستقیم را حساب می‌کند. رابطه‌ی 25 مقدار تولید هر دوره را محاسبه می‌کند. امید ریاضی کل سود تولیدکننده به صورت رابطه‌ی 27 بیان می‌شود:

$$E(\Pi_i) = \sum_{t=1}^T E(\Pi_{it}) \quad (27)$$

تابع هدف کل زنجیره‌ی تأمین، حاصل جمع توابع هدف تولیدکننده و فروشنده است و به صورت رابطه‌ی 28 بیان می‌شود:

$$E(\Pi_{sc}) = \sum_{i=1}^r E(\Pi_i) + E(\Pi_r) \quad (28)$$

۴. سناریوهای مسئله

در زنجیره‌ی تأمین دوکاناله‌ی نامتمرکز این تحقیق، وجود رقابت قیمتی بین کانال‌های فروش موجب شده است اعضای زنجیره در قیمت‌گذاری دارای قدرت یکسان باشند. این بدان معناست که تولیدکننده و فروشنده، هر دو، به صورت مستقل از هم و هم‌زمان قیمت‌گذاری می‌کنند. براین اساس در این تحقیق از تعادل نش استفاده شده است. با توجه به این‌که در مسئله‌ی مزبور تولیدکننده اول دچار اختلال در هزینه تولید شده در این نوشتار به بررسی بازی همکارانه، به عنوان استراتژی مقاله با اختلال و مدیریت آن می‌پردازیم. در این بازی، اعضای زنجیره با همکاری یکدیگر و با هدف بیشینه‌سازی سود کلی زنجیره، تصمیم‌های خود را اتخاذ می‌کنند؛ از این رو تابع هدف مسئله در این بازی، حاصل جمع توابع هدف اعضای زنجیره است. روش حل به کاررفته برای حل مسئله در سناریوهای تعریف شده در این قسمت، الگوریتم لیگ قهرمانی است که در ادامه به تفصیل تشریح می‌شود.

۵. الگوریتم لیگ قهرمانی

این روش فراابتکاری، از جمله روش‌های فراابتکاری مبتنی بر جمعیت و تصادفی بوده که برای مسائل بهینه‌سازی پیوسته کاربرد دارد. این الگوریتم، برای حل مسئله گام‌های زیر را طی می‌کند:

۱. $t = 1$ (اندیس هفته) قرار بده.

۲. اندازه لیگ (L) و همچنین تعداد فصول هر لیگ (s) را تعیین کن. سپس مجموعه‌ی به‌اندازه‌ی L (تعداد تیم) از جواب‌ها را به صورت تصادفی تولید کن. هر جواب به عنوان یک تیم مورد توجه قرار می‌گیرد و با بردار $1 \times n$ (تعداد متغیرها یا پارامترهای مسئله) نشان داده می‌شود. تابع تناسب تیم i ام همان مقدار تابع هدفش $(f(x_i^t))$ بوده و به عنوان بهترین جواب به دست آمده تیم i ام در نظر گرفته می‌شود.

۳. با توجه به این‌که این تیم‌ها در یک لیگ فرضی، طی هفته‌هایی مشخص (تعداد حلقه‌های تکرار) به صورت دوطرفه رقابت می‌کنند، یک برنامه‌ی هفتگی به روش زمان‌بندی در یک چرخه‌ی ثابت^۹ (مانند لیگ فوتبال) تولید کن.

۷. مثال عددی

برای حل مسئله با تعادل نش و بازی همکارانه، مثالی از صنعت ایران در نظر گرفته شده است. در سال‌های تحریم، تحریم‌ها موجب اختلال در تأمین مجموعه قطعات منفصله‌ی مورد نیاز صنعتی شد. چنین اختلالی، شرکتی مانند ایران خودرو را وادار به افزایش بسیار زیاد قیمت فروش محصولات خود کرد. از طرفی، شرکت سایپا با خرید خطوط تولید خودروهای چینی و وارد ساختن این خودروها به بازار خودرو، موجب ایجاد رقابت شدید بین محصولات چینی خود و محصولات ایران خودرو شد. با توجه به رویدادهای رخ داده در صنعت ایران، می‌توان زنجیره‌ی تأمین دوکاناله‌ی را در نظر گرفت که در آن، ایران خودرو و سایپا، تولیدکنندگان و بازار آزاد، فروشندگی زنجیره‌اند. ایران خودرو تولیدکننده‌ی اول بوده که به دلیل تحریم‌های وارد دچرا اختلال در هزینه‌ی تولید می‌شود. داده‌های این مثال، با مشورت کارمندان ایران خودرو تعیین شده است. به گفته‌ی کارمندان، این شرکت به طور متوسط هر چهار ماه یک بار اقدام به تشکیل جلسه به منظور تغییر قیمت محصولات خود می‌کند. از این رو هر سال به سه دوره تقسیم شده است. با توجه به شرایط مسئله، سال‌های ۹۰ (سال نبود اختلال) و ۹۱ (سال رخداد اختلال) به عنوان سال‌های مبنا انتخاب شده‌اند. محصول مورد نظر از شرکت‌های مزبور، به گونه‌ی انتخاب شده که قیمت فروش تقریباً یکسانی داشته باشد. از این رو خودرو پژو ۲۰۶ که به دلیل تأثیر بسیار زیاد تحریم‌ها، هزینه‌ی تولید آن به شدت افزایش یافته بود از شرکت ایران خودرو، و خودروی برلیانس ۳۲۰ H از شرکت سایپا انتخاب شده است. داده‌های گردآوری شده از ایران خودرو در جدول ۲ ارائه شده است.

به منظور حل مسئله با تعادل نش و بازی همکارانه، الگوریتم لیگ قهرمانی در نرم‌افزار متلب (R ۲۰۱۲b) پیاده‌سازی شده است. در این الگوریتم با استفاده از مثال نمونه، مسئله حل شده و نتایج حاصله با سناریوهای تعادل نش و بازی همکارانه به ترتیب در جدول‌های ۳ و ۴ ارائه شده است.

در بازی همکارانه، باید با استفاده از معادله‌ی چانه‌زنی تعادل نش و فرمول‌های ۳۵

$y_{id}^t = (y_{i1}^t, y_{i2}^t, \dots, y_{in}^t)$ بردار باینری تغییر بوده که در آن تعداد ۱ها برابر با q_i^t است. ψ_1 و ψ_2 ضرایب مربوط به عقب‌نشینی و یا نزدیک شدن است. تعداد تغییرات B_i^t در شرایط $\{q_0, q_0 + 1, \dots, n\}$ طبق رابطه‌ی ۳۴ محاسبه می‌شود:

$$q_i^t = \left\lceil \frac{\ln(1 - (1 - (1 - p_c)^{n - q_0 + 1})r)}{\ln(1 - p_c)} \right\rceil + q_0 - 1 \quad (34)$$

که در آن، r مقدار تصادفی در بازه $[0, 1]$ بوده و $p_c < 1$ و $p_c \neq 0$ پارامتر کنترل است. q_0 کم‌ترین مقدار تغییری است که طی فرایند تحلیل بازی تعیین می‌شود. پس از شبیه‌سازی تغییرات از طریق رابطه‌ی ۳۴، به مقدار q_i^t المان به صورت تصادفی از B_i^t انتخاب شده و مقدار آن‌ها طبق یکی از رابطه‌های ۳۰ تا ۳۳ تغییر می‌یابد. پس از تعیین آرایش جدید با قراردادن $t = t + 1$ به گام چهارم برگرد. [۳۵]

۶. معامله‌ی چانه‌زنی تعادل نش

به طور معمول، سود حاصل در بازی همکارانه، توسط نوعی معامله‌ی چانه‌زنی بین اعضای زنجیره تقسیم می‌شود. این مقاله، معامله‌ی چانه‌زنی تعادل نش موجود در ادبیات [۳۶] را که دارای دو بازیکن است، برای سه بازیکن توسعه داده است. در صورتی که سود فروشنده و تولیدکنندگان در تعادل نش و بازی همکارانه به ترتیب Π_C^* , Π_{M1}^* , Π_{M2}^* و Π_R^* باشد، سود اعضای زنجیره، عبارات است از:

$$\Pi_{CM1}^* = \frac{1}{3}(\Pi_C^* + 2\Pi_{M1}^* - \Pi_{M2}^* - \Pi_R^*) \quad (35)$$

$$\Pi_{CM2}^* = \frac{1}{3}(\Pi_C^* + 2\Pi_{M2}^* - \Pi_{M1}^* - \Pi_R^*) \quad (36)$$

$$\Pi_{CR}^* = \frac{1}{3}(\Pi_C^* + 2\Pi_R^* - \Pi_{M1}^* - \Pi_{M2}^*) \quad (37)$$

جدول ۲. داده‌های گردآوری شده از شرکت ایران خودرو (مثال نمونه).

$c_{i1} = (12,000,000 \quad 12,000,000)$	$\mu = 30,000$	$\alpha = 0.3$	$r_0 = (12,800,000 \quad 12,800,000)$	$T = 6$
$g = (0.000005, 0.000002)$	$b_r = 100,000$	$b_d = (100,000 \quad 100,000)$	$h_r = 100,000$	
$h_d = (100,000 \quad 100,000)$	$\theta_d = (0.45 \quad 0.15)$	$\theta_r = (0.3 \quad 0.1)$	$\varepsilon_{ijt} \sim N(0, 10)$	$\varepsilon_{rjt} \sim N(0, 6)$
$\varphi = \begin{bmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \\ 1 & 1 \\ 0 & 1 \\ 0 & 1 \\ 0 & 1 \end{bmatrix}$	$\beta_d = \begin{bmatrix} 0.0012 & 0.00134 \\ 0.00089 & 0.00166 \\ 0.00083 & 0.00156 \\ 0.00087 & 0.001806 \\ 0.00065 & 0.0014 \\ 0.00025 & 0.00085 \end{bmatrix}$	$\beta_r = \begin{bmatrix} 0.00168 & 0.00095 \\ 0.00172 & 0.00095 \\ 0.0017 & 0.00088 \\ 0.00176 & 0.001 \\ 0.00115 & 0.00082 \\ 0.00072 & 0.0009 \end{bmatrix}$	$y_d = \begin{bmatrix} 0.00049 & 0.00004 \\ 0.00008 & 0.00008 \\ 0.00024 & 0.00008 \\ 0.00085 & 0.00008 \\ 0.00005 & 0.00008 \\ 0.00015 & 0.00009 \end{bmatrix}$	
$y_r = \begin{bmatrix} 0.0000045 & 0.000085 \\ 0.0000027 & 0.000085 \\ 0.0000053 & 0.000081 \\ 0.0000005 & 0.0000849 \\ 0.0000007 & 0.000077 \\ 0.00000005 & 0.000024 \end{bmatrix}$	$\Delta c = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 5000000 & 0 \\ 6000000 & 0 \\ 5000000 & 0 \end{bmatrix}$	$Q = \begin{bmatrix} 21000 & 6000 \\ 21000 & 6000 \\ 21000 & 6000 \\ 15500 & 6500 \\ 15500 & 8500 \\ 15000 & 9000 \end{bmatrix}$	$w = \begin{bmatrix} 13250000 & 13000000 \\ 13500000 & 13500000 \\ 13900000 & 13900000 \\ 18500000 & 17800000 \\ 24000000 & 17900000 \\ 29000000 & 17950000 \end{bmatrix}$	

جدول ۳. نتایج حاصل از حل مثال نمونه با تعادل نش.

دوره	۱	۲	۳	۴	۵	۶
P_{1dt}	۱۶,۳۵۶,۱۶۸	۱۶,۸۵۸,۵۴۵	۱۷,۳۵۳,۹۵۳	۲۲,۴۷۰,۹۲۹	۲۷,۹۴۰,۷۰۶	۳۲,۶۹۳,۵۹۴
P_{2dt}	۱۶,۲۰۸,۶۹۴	۱۶,۶۵۷,۱۶۲	۱۷,۳۵۰,۲۳۷	۱۸,۶۰۰,۵۹۷	۱۸,۷۶۴,۱۷۲	۱۸,۹۲۵,۵۹۷
p_{1rt}	۱۷,۵۰۳,۰۷۴	۱۷,۶۰۷,۸۲۵	۱۷,۵۹۹,۷۷۴	۲۰,۵۶۷,۷۶۴	۲۷,۴۷۲,۵۴۱	۳۴,۲۳۳,۵۲۱
p_{2rt}	۱۶,۱۴۴,۵۰۱	۱۵,۳۹۵,۸۴۶	۱۷,۰۶۷,۰۲۸	۱۸,۳۱۴,۳۸۰	۱۸,۱۶۶,۹۸۰	۱۸,۳۰۰,۰۴۸
q_{1dt}	۱۴,۵۵۵۴	۱۳,۹۰۶	۱۴,۶۰۹	۱۱,۳۱۰	۱۲,۲۷۹	۱۱,۱۷۶
q_{2dt}	۳,۹۴۰	۵,۱۱۵	۴,۵۹۷	۶,۰۳۲	۴,۸۳۱	۷,۵۳۶
q'_{1rt}	۶,۴۴۵	۷,۰۹۳	۶,۹۳۰	۴,۱۸۹	۳,۲۲۰	۳,۸۲۳
q'_{2rt}	۲,۰۵۹	۸۸۴	۱,۴۰۲	۴۶۷	۳,۶۶۸	۱,۴۶۳
سود تولیدکننده‌ی اول	سود تولیدکننده‌ی دوم					۸۴,۵۹۲,۳۳۲,۱۰۱
سود فروشنده	سود کل زنجیره					۶۳۲,۷۶۹,۳۵۴,۷۰۰

جدول ۴. نتایج حاصل از حل مثال نمونه با بازی همکارانه.

دوره	۱	۲	۳	۴	۵	۶
P_{1dt}	۱۷,۱۴۳,۶۸۵	۱۷,۵۵۱,۷۹۲	۱۷,۶۲۵,۵۹۳	۲۲,۲۹۰,۳۱۴	۲۹,۳۳۶,۵۵۱	۳۴,۸۳۷,۹۹۷
P_{2dt}	۱۶,۷۸۴,۲۹۳	۱۷,۸۴۹,۸۶۶	۱۷,۹۴۶,۷۰۵	۱۹,۹۲۶,۰۸۴	۱۹,۷۳۶,۹۵۷	۱۹,۹۴۴,۴۲۳
p_{1rt}	۱۷,۷۸۶,۱۱۶	۱۷,۹۶۲,۶۸۰	۱۷,۹۹۷,۶۰۲	۲۲,۲۳۰,۰۱۳	۲۷,۵۸۲,۳۳۰	۳۲,۱۷۳,۵۴۲
p_{2rt}	۱۶,۵۵۱,۵۹۱	۱۶,۷۹۲,۵۸۸	۱۷,۱۵۹,۵۵۳	۱۹,۴۹۲,۳۷۴	۱۸,۹۹۹,۰۳۶	۱۹,۵۵۶,۸۱۴
q_{1dt}	۱۳,۴۰۷	۱۳,۳۸۸	۱۴,۲۱۹	۱۲,۱۴۱	۱۰,۸۷۹	۱۰,۹۴۹
q_{2dt}	۴,۲۱۶	۳,۹۱۳	۳,۴۵۰	۳,۸۵۲	۵,۴۶۲	۸,۳۱۴
q'_{1rt}	۷,۵۹۲	۷,۶۱۱	۶,۷۸۰	۳,۳۵۸	۴,۶۲۰	۴,۰۵۰
q'_{2rt}	۱,۷۸۳	۲,۰۸۶	۲,۵۴۹	۲,۶۴۷	۳,۰۳۸	۶۸۵
سود کل	سود کل					۶۷۴,۷۸۹,۲۸۶,۲۱۵

جدول ۵. تعاریف اصطلاحات به‌کاررفته در نمودارهای تحلیل حساسیت.

d	کانال مستقیم	r	کانال سنتی فروش
C	بازی همکارانه	N	تعادل نش
M	ایران‌خودرو (تولیدکننده‌ی اول)	m	سایپا (تولیدکننده‌ی دوم)
R	بازار آزاد (فروشنده)	B	قبل از اختلال
A	بعد از اختلال		

تا ۳۷، سود کل حاصله را بین اعضای زنجیره تقسیم کرد. براین اساس سود هر یک از اعضا عبارت است از:

$$\Pi_{CM1}^* = 3,634E + 11$$

$$\Pi_{CM2}^* = 985989759Y3$$

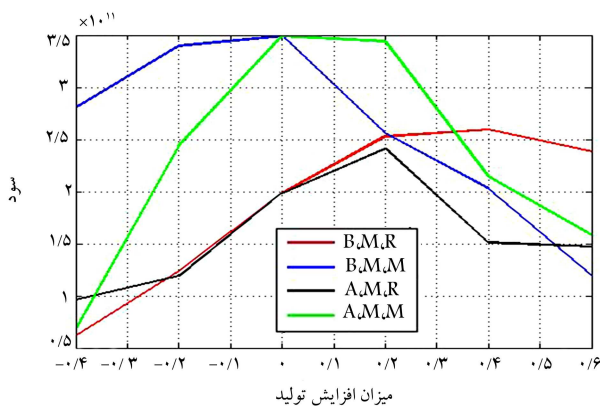
$$\Pi_{CR}^* = 2,127E + 11$$

۸. تحلیل حساسیت پارامتری

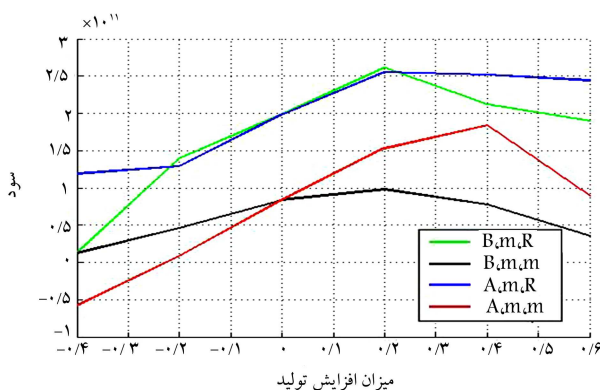
این بخش به تحلیل حساسیت مدل ریاضی این تحقیق، نسبت به برخی پارامترها می‌پردازد. بدین منظور، ابتدا عناوین اختصاری به‌کاررفته در نمودارهای این قسمت، در جدول ۵ ارائه می‌شود.

اولین پارامتر مزبور، تأثیر عنصر رقابت (y_{ijt}) بر سود اعضای زنجیره است. شکل ۱ نشان‌دهنده‌ی تغییرات سود به‌دلیل کاهش هزینه‌ی نگهداری (افزایش سود) یا افزایش هزینه‌ی فروش از دست‌رفته (کاهش سود)، در ازای افزایش میزان تقاضای کانال‌هاست. به‌طور مثال، سود ایران‌خودرو به‌ازای تغییر y_{idt} تا مقدار ۰/۴ و y_{irt} تا مقدار ۰/۲ به‌دلیل کاهش هزینه‌ی نگهداری افزایش یافته، درحالی‌که سود بازار آزاد به‌دلیل افزایش هزینه‌ی فروش از دست‌رفته، به‌ازای افزایش مقادیر y_{irt} و y_{idt} کاهش یافته است. براساس شکل ۱، در بازی همکارانه

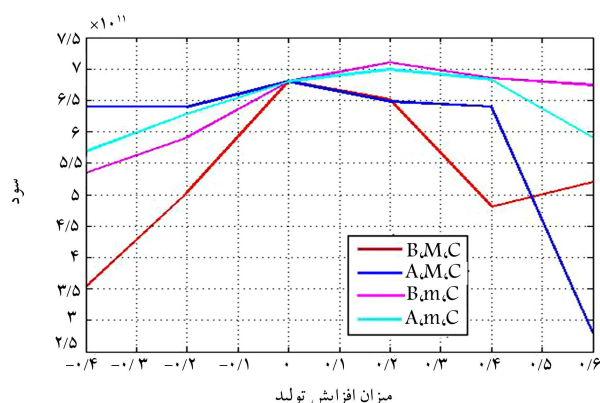
با مقایسه‌ی سود حاصل در تعادل نش و بازی همکارانه، می‌توان دریافت که بازی همکارانه سود بیشتری را از آن همه‌ی اعضای زنجیره می‌کند. چنین نتیجه‌ی با مقایسه‌ی مقادیر d_{irt} و q'_{irt} قابل تفسیر است. با یافتن اختلاف این مقادیر و محاسبه‌ی حاصل‌جمع اختلافات (به‌دلیل هزینه‌های یکسان نگهداری و فروش از دست‌رفته، مقادیر حاصل برای دوره‌ها جمع زده شده است) به‌ازای $i = 1, 2$ ، به‌ترتیب مقادیر ۴۶۵ و ۸۶۶۳ برای سناریوی تعادل نش و مقادیر ۴۸۳۹ و ۵۲۶۴ برای سناریوی بازی همکارانه به‌دست می‌آید. مقادیر حاصل نشان می‌دهد که در سناریوی تعادل نش، مجموع هزینه‌های نگهداری و فروش از دست‌رفته برای سایپا، نسبت به سناریوی بازی همکارانه بیشتر است. این اختلاف هزینه‌ی زیاد، سایپا را به همکاری با ایران‌خودرو ترغیب می‌کند. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که با توجه به تمایل دو تولیدکننده به همکاری با یکدیگر، بازی همکارانه می‌تواند به‌عنوان استراتژی مقابله با اختلال و مدیریت آن مورد استفاده قرار گیرد.



شکل ۲. بررسی تغییرات متوسط سود اعضای زنجیره در تعادل نش نسبت به تغییرات مقدار تولید ایران خودرو.



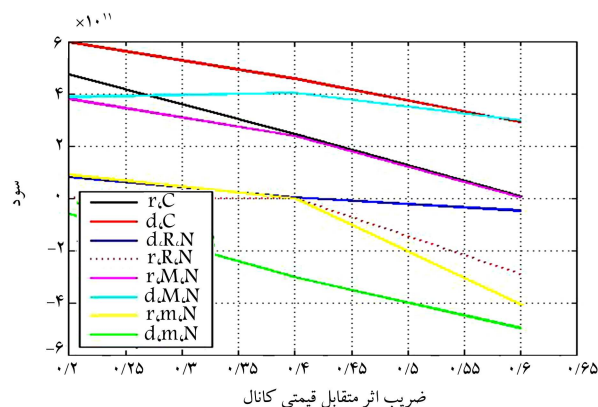
شکل ۳. بررسی تغییرات متوسط سود اعضای زنجیره در تعادل نش نسبت به تغییرات مقدار تولید سایپا.



شکل ۴. بررسی تغییرات متوسط سود زنجیره‌ی تأمین دوکاناله در بازی همکارانه، نسبت به تغییرات مقدار تولید تولیدکنندگان.

۲.۸. تعیین قیمت عمده‌فروشی تولیدکننده‌ی دوم (سایپا) در دوران اختلال

برای تعیین مقدار بهینه‌ی w_{2t} در دوران اختلال، در w_{1t} در واحد میلیون تومان، در دوره‌های چهارم، پنجم و ششم به ترتیب، در بازه‌های $\{[15, 16], [16, 17], [17, 18], [17, 18]\}$ ، $\{[15, 16], [16, 17], [17, 18], [17, 18]\}$ و $\{[19, 21], [21, 23], [21, 23]\}$ ، $\{[20, 23], [17, 20], [14, 17]\}$ ،



شکل ۱. بررسی تغییرات متوسط سود نسبت به تغییرات ضریب اثر متقابل قیمتی کانال.

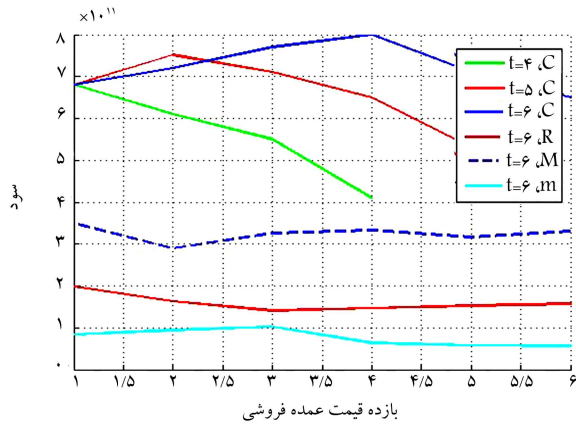
به دلیل افزایش تقاضا، افزایش هزینه‌ی فروش از دست‌رفته موجب کاهش سود شده است. بنابراین می‌توان بیان داشت که عنصر رقابت تأثیر بسیار شگرفی روی مقدار تقاضای کانال‌ها و سود اعضای زنجیره دارد به گونه‌ی که با تغییر اندک این عنصر، هزینه‌های نگهداری و فروش از دست‌رفته به شدت تحت تأثیر این تغییرات قرار گرفته و سود حاصل نیز تغییر می‌یابد. نتایج حاصل از آزمایشات بیان می‌دارد که در بیشتر مواقع هزینه‌ی فروش از دست‌رفته موجب کاهش سود شده است.

۱.۸. تعیین مقدار بهینه تولید تولیدکنندگان

به منظور تعیین مقدار بهینه‌ی تولید، تغییرات مقدار سود اعضای زنجیره در تعادل نش و بازی همکارانه، نسبت به تغییرات مقدار تولید هر یک از تولیدکنندگان در شکل‌های ۲ تا ۴ تحلیل شده است. طبق شکل ۲، مقدار تولید فعلی ایران خودرو در دوران قبل و بعد از اختلال بهینه است. در حالی که افزایش ۰/۴ و ۰/۲ مقدار تولید ایران خودرو به ترتیب در دوران قبل و بعد از اختلال، بیشترین سود را عاید بازار آزاد می‌سازد. در این قسمت، باید عقد قراردادهای توافقی بین بازار آزاد و ایران خودرو برای تقسیم سود حاصل از مقدار افزایش تولید مورد بررسی قرار گیرد. این مسئله می‌تواند یکی از فرصت‌های تحقیقاتی آتی تلقی شود. در شکل ۳ مقدار تولید سایپا نشان داده شده است. همان‌طور که مشاهده می‌شود، افزایش ۰/۲ و ۰/۴ مقدار تولید، به ترتیب در دوران قبل و بعد از اختلال به نفع سایپاست. در حالی که افزایش ۰/۲ مقدار تولید سایپا در همه‌ی دوره‌ها به نفع فروشنده است. شکل ۴ مربوط به بازی همکارانه است. طبق این نمودار، مقدار بهینه‌ی تولید ایران خودرو مقدار تولید فعلی است. در حالی که سایپا باید مقدار تولید خود را در همه‌ی دوره‌ها به مقدار ۰/۲ تغییر مثبت دهد. بدین ترتیب، مقدار بهینه‌ی تولید تولیدکنندگان در تعادل نش و بازی همکارانه برحسب هزار واحد، به قرار جدول ۶ است.

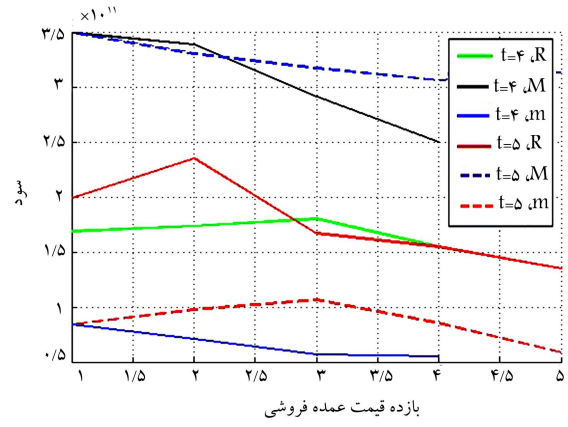
جدول ۶. مقدار بهینه‌ی تولید تولیدکنندگان در تعادل نش و بازی همکارانه برحسب هزار واحد.

دوره	۱	۲	۳	۴	۵	۶
ایران خودرو، نش	۲۱	۲۱	۲۱	۱۵٫۵	۱۵٫۵	۱۵
سایپا، نش	۱۲	۱۲	۱۲	۲۶	۳۴	۳۶
ایران خودرو، همکارانه	۲۱	۲۱	۲۱	۱۵٫۵	۱۵٫۵	۱۵
سایپا، همکارانه	۱۲	۱۲	۱۲	۱۳	۱۶	۱۷



ب) بازی همکارانه و دوره ششم تعادل نش.

شکل ۵. بررسی تغییرات قیمت عمده فروشی سایپا.



الف) تعادل نش (دوره سوم و چهارم)؛

جدول ۷. بازه بهینه‌ی قیمت عمده فروشی سایپا (برحسب میلیون تومان).

دوره اختلال	بازی نش	بازی همکارانه
۱	[۱۳, ۱۴]	[۱۳, ۱۴]
۲	[۱۷, ۱۹]	[۱۵, ۱۷]
۳	[۱۷, ۲۰]	[۲۰, ۲۳]

از دست رفته از هزینه‌های بسیار تأثیرگذار است. این نتیجه، در بخش‌های تعیین مقادیر همیشه w_{2t} و Q_{it} نیز مشهود است؛ در این بخش‌ها، سود حاصل به دلیل هزینه‌های نگهداری و هزینه‌های فروش از دست رفته دچار تغییر شده است. علی‌رغم این‌که در اغلب موارد، مدیران نسبت به هزینه‌های فروش از دست رفته بی‌توجه‌اند، در این مقاله نشان داده شد که هزینه‌ی فروش از دست رفته نیز به اندازه‌ی هزینه‌ی نگهداری مهم و تأثیرگذار است. بنابراین مدیران نباید این هزینه‌ی مهم را نادیده انگاشته و نسبت به آن بی‌توجه باشند.

۱۰. نتیجه‌گیری

در این تحقیق، زنجیره‌ی تأمین دوکاناله‌ی نامتمرکزی مورد توجه قرار گرفت که دارای دو تولیدکننده‌ی رقیب و یک فروشنده است. هرکدام از تولیدکنندگان، محصول خود را از طریق کانال سنتی فروش و مستقیم (اینترنتی) به مشتری عرضه می‌دارد. تقاضای کانال‌های فروش، تصادفی و وابسته به قیمت مرجع است. به دلیل قدرت یکسان تصمیم‌گیران، تعادل نش مورد استفاده قرار گرفت. وقوع اختلال در هزینه‌ی تولید برای یکی از تولیدکنندگان، بازی همکارانه را به عنوان استراتژی مقابله با اختلال معرفی می‌کند. نتایج حاصله نشان می‌دهد که بازی همکارانه به دلیل تمایل تولیدکنندگان به همکاری و تخصیص سود بیشتر به اعضای زنجیره، می‌تواند در شرایط اختلال، زیان‌های وارده به تولیدکننده‌ی دیگر را کاهش دهد. همچنین دیگر اعضا نیز سود بیشتری نسبت به تعادل نش کسب کردند.

نتایج حاصل از تحلیل آزمایشات، بیانگر اهمیت بسیار زیاد عنصر رقابت (ضریب اثر متقابل قیمتی) در سود اعضای زنجیره است و نشان می‌دهد که تقاضای کانال‌های فروش و در نتیجه سود اعضای زنجیره وابستگی شدیدی به این عنصر دارد. در این قسمت، مقدار تولید تولیدکنندگان در دوران قبل و بعد از اختلال و قیمت عمده فروشی تولیدکننده‌ی دوم در دوران بعد از اختلال مورد تحلیل قرار گرفت و مقدار بهینه‌ی این پارامترها ارائه شد. سرانجام، این نتایج اهمیت هزینه‌ی فروش از دست رفته را بیان کردند.

ارائه‌ی سازوکارهای دیگر برای هماهنگی اعضای زنجیره در شرایط اختلال، بسط زنجیره به تولیدکنندگان خارجی و در نظر گرفتن اثرات نرخ ارز و نرخ تورم بر سود زنجیره، همچنین مورد توجه قرار دادن تولیدکنندگان چندمحصولی، به عنوان دیگر فرصت‌های تحقیقاتی آتی پژوهش مزبور می‌تواند مورد توجه قرار گیرد.

شکل ۵ نشان‌گر تحلیل‌های مورد تحلیل قرار گرفته است. به دلیل تغییر مستقیم قیمت فروش محصول سایپا به ازای تغییر w_{2t} تابع هدف ایران خودرو و بازار آزاد به دلیل وجود عنصر رقابت، تحت تأثیر تغییرات است (شکل ۵). با افزایش قیمت فروش سایپا، تقاضای دیگر اعضا افزایش یافته و با توجه به شکل ۵، خطوط مربوط به دیگر اعضا در برخی دوره‌ها، ابتدا افزایش و در برخی به دلیل هزینه‌های فروش از دست رفته کاهش می‌یابد. با توجه به تحلیل‌های مزبور، مقدار بهینه‌ی قیمت عمده فروشی سایپا در دوران اختلال به شرح جدول ۷ است.

مطابق جدول ۷، سایپا در شرایط همکاری با دیگر اعضای زنجیره، با افزایش بیشتر w_{2t} در دوره سوم اختلال سود بیشتری دریافت می‌کند. در حالی که در دوره دوم اختلال، مقدار افزایش w_{2t} در تعادل نش بیشتر است. بنابراین می‌توان نتیجه گرفت که سایپا به منظور تصمیم‌گیری در مورد افزایش w_{2t} ، در هر شرایطی باید تحلیل‌های عمیقی انجام داده و مقدار بهینه‌ی مورد نظر را با هدف بیشینه‌سازی سود خود اتخاذ کند.

۹. توصیه‌های مدیریتی

آخرین پاراگراف همین بخش به ارائه‌ی نکات و توصیه‌های مدیریتی اختصاص یافته است. اولین مورد به عنصر رقابت مربوط می‌شود. همان‌طور که بیان شد، در شکل ۱ افزایش مقدار عنصر رقابت در برخی نقاط، منجر به کاهش هزینه‌ی نگهداری و در برخی موجب افزایش هزینه‌ی فروش از دست رفته می‌شود. بنابراین می‌توان گفت که اگر بین اعضای زنجیره عنصر رقابت وجود داشته باشد، باید اعضای زنجیره با دقت و تمرکز بیشتری نسبت به تصمیم‌گیری اقدام کنند تا سود حاصل بیشینه باشد. طبق تحلیل‌های صورت پذیرفته در مطالعه‌ی مزبور، هزینه‌های نگهداری و فروش

پانوشتها

1. Samsung, HP, IBM, Sony, Dell, Lenovo, Panasonic, Pioneer Electronics
2. two-part tariff contract
3. brand
4. adaptation – level theory
5. assimilation theory
6. cooperative game
7. league championship algorithm (LCA)
8. memory effect
9. single – round-robin method

منابع (References)

1. Tao, J. and Zhao, S. “The mode of different price in dual-channel supply chain”, *International Journal of u- and e- Service, science and Technology*, **7**, pp. 133-144 (2014).
2. Tsay, A. and Agrawal, N. “Channel conflict and coordination in the E-commerce age”, *Production and Operations Management*, **13**(1), pp. 93-110 (2004).
3. Mukhopadyay, S.K., Zhu, X. and Yue, X. “Information sharing of value-adding retailer in a mixed channel hi-tech supply chain”, *Journal of Business Research*, **61**(9), pp. 950-958 (2006).
4. Yan, R. and Pei, Z. “Information asymmetry, pricing strategy and firm’s performance in the retailer-multi-channel manufacturer supply chain”, *Journal of Business Research*, **64**, pp. 377-384 (2011).
5. Yan, R. “Profit sharing and firm performance in the manufacturer-retailer dual channel supply chain”, *Electronic Commerce Research*, **8**(3), pp. 155-172 (2008).
6. Chen, T.H. “Effects of the pricing and cooperative advertising policies in a two-echelon dual-channel supply chain”, *Computers & Industrial Engineering*, **87**, pp. 250-259 (2015).
7. Panda, S., Modak, N.M., Sana, S.S. and Basu, M. “Pricing and replenishment policies in dual-channel supply chain under continuous unit cost decrease”, *Applied Mathematical and Computation*, **256**, pp. 913-929 (2015).
8. Cai, G., Zhang, Z.G. and Zhang, M. “Game theoretical perspectives on dual-channel supply chain competition with price discounts and pricing schemes”, *Int. J. Production Economics*, **117**, pp. 80-96 (2009).
9. Cai, G. “Channel selection and coordination in dual-channel supply chain”, *Journal of Retailing*, **86**(1), pp. 22-36 (2010).
10. Cao, E., Wan, C. and Lai, M. “Coordination of a supply chain with one manufacturer and multiple competing retailers under simultaneous demand and cost disruptions”, *Int. J., Production Economics*, **141**, pp. 425-433 (2013).
11. Rodríguez, B. and Aydın, G. “Pricing and assortment decision for a manufacturer selling through dual channels”, *European Journal of Operational Research*, **242**, pp. 901-909 (2015).
12. Matsui, K. “When should a manufacturer set its direct price and wholesale price in dual-channel supply chain?”, *European Journal of Operational Research*, **258**(2), pp. 501-511 (April 2017).
13. Li, B., Zhu, M., Jiang, Y. and Li, Zh. “Pricing policies of a competitive dual-channel green supply chain”, *Journal of Cleaner Production*, **112**, pp. 2029-2042 (2016).
14. Li, B., Hou, P., Chen, P. and Li, Q. “Pricing strategy and coordination in a dual channel supply chain with a risk-averse retailer”, *International Journal of Production Economics*, **178**, pp. 154-168 (2016).
15. Qi, X., Bard, J.F. and Yu, G. “Supply chain coordination with demand disruptions”, *Omega*, **32**, pp. 301-312 (2004).
16. Xiao, T.J., Qi, X. and Yu, G. “Coordination of supply chain after demand disruptions when retailers compete”, *International Journal of Production Economics*, **109**, pp. 162-179 (2007).
17. Huang, C.C., Yu, G., Wang, S. and Wang, X. “Disruption management for supply chain coordination with exponential demand function”, *Acta Mathematica Scientia*, **26B**(4), pp. 655-669 (2006).
18. Xiao, T. and Qi, X. “Price competition, cost and demand disruptions and coordination of a supply chain with one manufacturer and two competing retailers”, *Omega*, **36**, pp. 741-753 (2008).
19. Chen, K. and Zhang, P. “Disruption management for a dominant retailer with constant demand-stimulating service cost”, *Computers and Industrial Engineering*, **61**(4), pp. 936-946 (2011).
20. Hou, J., Zeng, A.Z. and Zhao, L. “Coordination with a backup supplier through buy-back contract under supply disruption”, *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, **46**(6), pp. 881-895 (2010).
21. Zhu, A.X. “Dynamic replenishment, production and pricing decisions in the face of supply disruption and random price-sensitive demand”, *Int. J. Production Economics*, **146**, pp. 612-619 (2013).
22. Xu, M., Qi, X., Yu, G. and Zhang, H. “Coordinating dyadic supply chain when production costs are disrupted”, *IIE Transactions*, **38**, pp. 765-775 (2006).

23. Xiao, T.J., Yu, G., Sheng, Z.H. and Xia, Y. "Coordination of a supply chain with one-manufacturer and two-retailers under demand promotion and disruption management decisions", *Annals of Operations Research*, **135**, pp. 87-109 (2005).
24. Dongchuan, X., Hong, C. and Lai, W. "How to coordinate integrated supply chain when demand and cost disruptions occur simultaneously", *Management Science and Engineering*, **9**, pp. 14-18 (2015).
25. Huang, S., Yang, C. and Zhang, X. "Pricing and production decisions in a dual-channel supply chain with demand diasruption", *computers & Industrial Engineering*, **62**, pp. 70-83 (2012).
26. Huang, S., Yang, C. and Liu, H. "Pricing and production decisions in a dual-channel supply chain when production costs are disrupted", *Economic Modelling*, **30**, pp. 521-538 (2013).
27. Xu, G., Dan, B., Zhang, X. and Liu, C. "Coordination a dual-channel supply chain with risk-averse under a two-way revenue sharing contract", *Int. J. Production Economics*, **147**, pp. 171-179 (2014).
28. Kopalle, P.K., Rao, A.G. and Assuncao, J.L. "Asymmetric reference price effects and dynamic pricing policies", *Inform*, **15**(1), pp. 60-85 (1996).
29. Lattin, J.M. and Buckin, R.E. "Reference effects of price and promotion on brand choice behavior", *Journal of Marketing Research*, **26**(3), pp. 299-310 (1989).
30. Geng, Q., Wu, C. and Li, K. "Pricing and promotion frequency in the presence of reference price effects in supply chain", *Califonia Journal of Operations Management*, **8**(1), pp. 74-82 (2010).
31. Zhang, J., Gou, Q., Liang, L. and Huang, Z. "Supply chain coordination through cooperative advertising with reference price effect", *Omega*, **41**, pp. 345-353 (2013).
32. Zhang, J., Chiang, W.Y.K. and Liang, L. "Strategic pricing with reference effects in a competitive supply chain", *Omega*, **44**, pp. 126-135 (2014).
33. Lin, Zh. "Price competition with reference price effects in supply chain", *Transportation Research Part E*, **85**, pp. 52-68 (2016).
34. Mahmoodi, A. and Eshghi, K. "Price competition in duopoly supply chains with stochastic demand", *Journal of Manufacturing Systems*, **33**(4), pp. 604-612 (October 2014).
35. Kashan, A.H. "League championship algorithm: A new algorithm for numerical function optimization", *International Conference of Soft Computing and Pattern Recognition*, pp. 43-48 (2009).
36. Li, J., Wang, S. and Cheng, T.C.E. "Competition and cooperation in a single-retailer two-supplier supply chain with supply disruption", *International Journal of Production Economics*, **124**, pp. 137-150 (2010).

پیوست

الف) اثبات تابع هدف فروشنده

$$\begin{aligned}
 & h_r(q'_{irt} + I_{irt-1}^+ - D_{irt}) - b_r(q'_{irt} + I_{irt-1}^+ - D_{irt})F^{-1}(q'_{irt}) \\
 &= (q'_{irt} + I_{irt-1}^+ - D_{irt})(h_r F(q'_{irt}) - b_r(1 - F(q'_{irt}))) \\
 &= ((h_r + b_r)F(q'_{irt}) - b_r)[(q'_{irt} + I_{irt-1}^+ - D_{irt})] \quad \text{(الف)}
 \end{aligned}$$

تابع هدف نهایی فروشنده چنین نوشته می‌شود:

$$\begin{aligned}
 E(\Pi_r) &= \sum_{i=1}^r p_{irt} E[\min(D_{irt}, q'_{irt})] - w_{it} q'_{irt} \\
 &- ((h_r + b_r)F(q'_{irt}) - b_r)[(q'_{irt} + I_{irt-1}^+ - D_{irt})] \quad \text{(الف)}
 \end{aligned}$$

ب) اثبات تابع هدف تولیدکننده

$$p_{idt} d_{idt} = p_{idt} d_{idt} \left(\int_{-\infty}^{z_{idt}} f(x) dx + \int_{z_{idt}}^{+\infty} f(x) dx \right) \quad \text{(ب)}$$

$$\begin{aligned}
 & \int_{-\infty}^{idt} p_{idt} x f(x) dx + \int_{z_{idt}}^{+\infty} p_{idt} z_{idt} f(x) dx = \\
 & - \int_{-\infty}^{z_{idt}} p_{idt} (z_{idt} - x) f(x) dx + p_{idt} z_{idt} \quad \text{(ب)}
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 p_{idt} z_{idt} &= p_{idt} z_{idt} \left\{ \int_{-\infty}^{z_{idt}} f(x) dx + \int_{z_{idt}}^{+\infty} f(x) dx \right\} \\
 &= p_{idt} \left\{ \int_{-\infty}^{z_{idt}} z_{idt} f(x) dx - \int_{-\infty}^{z_{idt}} x f(x) dx + E(\varepsilon_{idt}) \right\} \\
 &= p_{idt} \left\{ \int_{-\infty}^{z_{idt}} (z_{idt} - x) f(x) dx \right. \\
 & \left. - \int_{z_{idt}}^{+\infty} (x - z_{idt}) f(x) dx + E(\varepsilon_{idt}) \right\} \quad \text{(ب)}
 \end{aligned}$$

با جای گذاری رابطه ۳ در رابطه ۲ داریم:

$$\int_{-\infty}^{z_{idt}} p_{idt} x f(x) dx + \int_{z_{idt}}^{+\infty} p_{idt} z_{idt} f(x) dx = -p_{idt} \int_{z_{idt}}^{+\infty} (x - z_{idt}) f(x) dx + p_{idt} E(\varepsilon_{idt}) \quad (ب۴)$$

تابع هدف نهایی تولیدکننده بدین شیوه نوشته می شود:

$$E(\Pi_{it}) = w_{it} q'_{irt} + p_{idt} d_{idt} - C_{it} o_{it} - \{h_i \Phi(z_{idt}) + (p_{idt} + b_i) \Theta(z_{idt}) + b_i (q_{irt} - q'_{irt})\} + p_{idt} E(\varepsilon_{idt}) \quad (ب۵)$$