

ارائه‌ی روش‌هایی برای به کارگیری تصویر محصول در کنترل فرایند آماری

مه‌دی کوشا (دانشجوی دکتری)

رسول نورالسنا * (استاد)

دانشکده‌ی مهندسی صنایع، دانشگاه علم و صنعت ایران

مهندسی صنایع و مدیریت شریف، زمستان ۱۳۹۸ (دوره ۱، شماره ۱/۲، ص ۹-۳)

کنترل آماری فرایند هم‌زمان با پیشرفته‌تر شدن فرایندها و پیچیده‌تر شدن محصولات تولیدی نقش چشمگیری در صنایع تولیدی داشته است. با توجه به افزایش حساسیت فرایندها و ناکارآمد بودن روش‌های مبتنی بر بازرسی انسانی، در سال‌های اخیر، استفاده از تصویر محصول در کنترل فرایند آماری توسط پژوهشگران مورد توجه قرار گرفته است. در این مقاله، سه روش مبتنی بر موجک یک‌بعدی برای پایش آماری تصاویر ارائه شده است. این روش‌ها برای پایش فرایند از رویکرد نسبت درست‌نمایی استفاده می‌کنند و در نتیجه علاوه بر اعلام شرایط خارج از کنترل، توانایی ارائه‌ی نقطه‌ی تغییر را نیز دارند. عملکرد این روش‌ها با استفاده از نمودار کنترل نسبت درست‌نمایی تعمیم یافته و از نظر شاخص‌های متوسط طول دنباله و تفاوت بین نقطه‌ی تغییر واقعی و تخمینی ارزیابی شده است. مطالعات شبیه‌سازی با استفاده از تصویر نوعی پارچه انجام شده است و نتایج نشان‌دهنده‌ی سطح مناسب توانایی روش‌ها در تشخیص حالت‌های خارج از کنترل و تخمین نقطه‌ی تغییر هستند.

واژگان کلیدی: نمودار کنترل، پایش پروفایل، موجک، پردازش تصویر، فاز ۲.

نسبت درست‌نمایی تعمیم یافته.

۱. مقدمه

از سال‌های بسیار دور، صنایع به منظور جلوگیری از رسیدن محصول معیوب به دست مشتری، اقدام به جداسازی محصولات سالم از معیوب در انتهای فرایندهای تولیدی می‌کردند. این کار در حقیقت باعث ایجاد یک کارخانه‌ی پنهان می‌شود که هزینه‌های زیادی از جمله هزینه‌ی نیروی انسانی، مواد اولیه، استهلاک ماشین‌آلات، و... را به سامانه تحمیل می‌کند. در گذشته به دلیل عدم وجود رقابت زیاد بین صنایع، عملاً از این هزینه‌ها چشم‌پوشی می‌شد. اما با پایان جنگ جهانی دوم و شروع دوران انقلاب صنعتی، شرکت‌ها و صنایع برای پیش‌گیری از تولید محصول معیوب به وسیله‌ی پایش فرایندهای تولیدی تلاش کردند.

در حدود سال‌های ۱۹۲۰، نمودارهای کنترل شوهارت برای کنترل آماری فرایند معرفی شدند و توسط صنعتگران به کار برده شدند. یکی از مشکلات به کارگیری این نمودارها، امکان پایش فقط یک مشخصه‌ی کیفی در طول زمان است. به این ترتیب اگر در یک محصول به پایش دو یا چند مشخصه‌ی کیفی به صورت هم‌زمان باشد، عملاً باید از چند نمودار شوهارت به صورت هم‌زمان نیاز استفاده شود که این امر موجب افزایش احتمال خطای نوع یک و در نتیجه افزایش هشدارهای اشتباه نمودارهای کنترل می‌شود.^[۱]

نمودارهای کنترل چندمتغیره مثل نمودارهای میانگین متحرک موزون نمای

* نویسنده مسئول

تاریخ: دریافت ۱۳۹۶/۱۲/۲۷، اصلاحیه ۱۳۹۷/۰۶/۲۷، پذیرش ۱۳۹۷/۰۷/۱۵.

DOI:10.24200/J65.2018.50530.1854

koosha@iust.ac.ir
rassoul@iust.ac.ir

چندمتغیره^(۱) (MEWMA)، جمع تجمعی چند متغیره^(۲) (MCUSUM) و هتلینگ^(۳) T^2 برای پایش هم‌زمان چند مشخصه‌ی کیفی ارائه شدند. با افزایش پیچیدگی محصولات تولیدی، محققان به جای استفاده از مشخصه‌های کیفی، رابطه‌ی رگرسیونی بین مشخصه‌ی کیفی و یک یا چند متغیر مستقل را بررسی کردند که به این رابطه پروفایل گفته می‌شود. بر اساس نوع رابطه‌ی رگرسیونی، پروفایل‌ها به دسته‌های مختلفی مثل خطی ساده، خطی چندگانه، آماذگی و... دسته‌بندی می‌شوند. مقاله‌ی نورالسنا و همکاران^[۱] مرجع کاملی برای مطالعه درباره‌ی روش‌های مختلف پایش پروفایل‌هاست. یکی از انواع پروفایل‌هایی که به بررسی مشخصات ظاهری محصولات می‌پردازند، پروفایل‌های هندسی^[۳] است. روش کار این دسته از پروفایل‌ها به این صورت است که تعداد زیادی نقطه روی سطح محصول تعیین و مشخصه‌ی کیفی در این نقاط اندازه‌گیری می‌شود. رابطه‌ی تابعی بین این مشخصه‌های کیفی و مکان فیزیکی نقاط روی محصول به صورت یک رابطه‌ی رگرسیونی در طول زمان پایش می‌شود. امکان آسیب رسیدن به محصول در طی اندازه‌گیری و همچنین زمان‌بر و هزینه‌بر بودن صدها یا هزاران بار اندازه‌گیری به ازای هر محصول از جمله معایب این روش پایش فرایند است.

یکی از روش‌های نوین پایش فرایند استفاده از تصاویر محصولات است. از سالیان دور از تصویر محصول به صورت سنتی و با استفاده از بازرسی چشمی در تشخیص نقص‌ها و جداسازی محصولات سالم از معیوب استفاده می‌شد. امروزه با ظهور سامانه‌های بینایی ماشین^[۴]، هزاران یا حتی میلیون‌ها داده از یک محصول در

کسری از ثانیه و با صرف هزینه‌ی اندک در دسترس است. دستگاه‌های بینایی ماشین شامل یک نوار نقاله برای عبور محصول، یک یا چند دوربین برای ثبت تصویر، یک قید و بند^۵ برای تثبیت محصول قبل از عکس‌برداری و یک سامانه‌ی تحلیل داده‌ها هستند. تصاویر به سه گروه سیاه و سفید، خاکستری و رنگی تقسیم‌بندی می‌شوند. این سه گروه با استفاده از تبدیلات پیش‌پردازش تصاویر قابل تبدیل به یکدیگر هستند. یک تصویر شامل تعداد زیادی پیکسل است که هر کدام دارای یک عدد به عنوان شدت نور هستند. به عنوان مثال در یک تصویر خاکستری، هر پیکسل^۶ مقداری بین صفر (مشکی) تا ۲۵۵ (سفید) اختیار می‌کند. شکل ۱، ساختار یک تصویر و نحوه‌ی نمایش پیکسل‌ها را نمایش می‌دهد.

در کار بردهای اولیه، سامانه‌های بینایی ماشین فقط به منظور جداسازی محصولات معیوب از سایر محصولات تولیدی استفاده می‌شدند. به این صورت که سامانه با مقایسه‌ی تصویر هر محصول با تصویر مرجع، محصولات معیوب را با استفاده از اهرمی از خط مونتاژ خارج می‌کرد. این مطالعات به دو دسته دامنه‌ی فضای^۷ و دامنه‌ی بسامدی^۸ تقسیم می‌شوند. در حوزه‌ی دامنه‌ی فضای، از مقادیر شدت نور پیکسل‌ها به صورت مستقیم و بدون فیلتر استفاده می‌شود. در این دسته معمولاً یک پنجره‌ی متحرک روی فضای تصویر حرکت می‌کند و پیکسل‌ها به صورت دسته‌بندی بررسی می‌شوند. در مراجع^[۹] در این زمینه تحقیقاتی انجام شده است. در حوزه‌ی دامنه‌ی بسامدی، ابتدا یک فیلتر به عنوان استخراج‌کننده‌ی ویژگی روی تصاویر اعمال می‌شود و سپس ویژگی‌های استخراج شده بررسی می‌شوند. این تبدیلات شامل تبدیل فوریه، موجک، کرنل و... هستند که برای تقریب توابع و استخراج ویژگی استفاده می‌شوند. تیکو^۹ و همکاران^[۵] از تبدیل موجک برای تشخیص اثر انگشت استفاده کردند. ساری - سراف^{۱۰} و گودارد^[۱۱] از پیش‌پردازش مبتنی بر موجک برای تشخیص عیب در پارچه استفاده کردند. انگان^{۱۲} و همکاران^[۷] روشی را برای تشخیص عیب در پارچه‌های طرح‌دار بر اساس تبدیل موجک ارائه کردند. لین^[۸] یک روش بازرسی خودکار را بر اساس ویژگی‌های موجک برای تشخیص عیب لایه‌ی محافظ سطح (SBL)^{۱۳} ارائه کرد. در بیشتر موارد استفاده از تصویر در کنترل کیفیت آماری، تشخیص خرابی یا جداسازی محصولات سالم از معیوب مورد توجه قرار گرفته است و به ندرت نگاه آماری و کنترل فرایند در تحقیقات این حوزه وجود دارد. مگاگد و همکاران^[۹] مطالعه‌ی عمیق و جامعی را روی موارد استفاده از تصویر در کنار نمودارهای کنترل برای تشخیص عیب انجام دادند. با توسعه‌ی روش‌های یادگیری ماشین^{۱۴}، از داده‌های حاصل از تصویر استفاده‌هایی در زمینه‌ی پایش فرایند، کشف مکان بروز عیب و نقطه‌ی تغییر می‌شود که می‌تواند اطلاعات

ارزشمندی را در اختیار کاربران و صنعتگران برای عارضه‌یابی و بازگرداندن سریع فرایند به حالت تحت کنترل قرار دهند.

مگاگد و همکاران^[۱۰] روشی را در حوزه‌ی دامنه‌ی فضای برای پایش آماری فرایند با استفاده از تصویر محصول ارائه دادند. در روش آنها، ابتدا ماسک‌های متحرک با اندازه‌های مختلف روی فضای تصویر حرکت می‌کنند و میانگین مقادیر شدت نور پیکسل‌های داخل هر پنجره به عنوان ویژگی در یک بردار ثبت می‌شود. بدین ترتیب، هر تصویر به برداری از مقادیر میانگین تبدیل می‌شود. این بردار با استفاده از یک نمودار کنترل نسبت درست‌نمایی تعمیم‌یافته^{۱۵} در طول زمان کنترل می‌شود. ه و همکاران^[۱۱] این روش را برای تشخیص چند عیب به صورت هم‌زمان با استفاده از تعمیم نمودار کنترل نسبت درست‌نمایی توسعه دادند. ولز و همکاران^[۱۲] از نمودار کنترل^{۱۶} Q-Q برای پایش داده‌های تصویری سه‌بعدی و تبدیل آنها به یک پروفایل خطی استفاده کردند. ین و همکاران^[۱۳] از تجزیه‌ی سطح پایین تنسور^{۱۷} برای تشخیص عیب در تصویر استفاده کردند. کولوسیمو^[۱۴] در خصوص روش‌های مختلف مدل‌سازی و پایش داده‌های تصویری به بحث و بررسی پرداخته است. منافوگلیو و همکاران^[۱۵] با استفاده از تحلیل مؤلفه‌های اصلی تابعی^{۱۸} به پایش تابع چگالی احتمال رخ دادن ویژگی‌ها در فضای تصویر پرداختند.

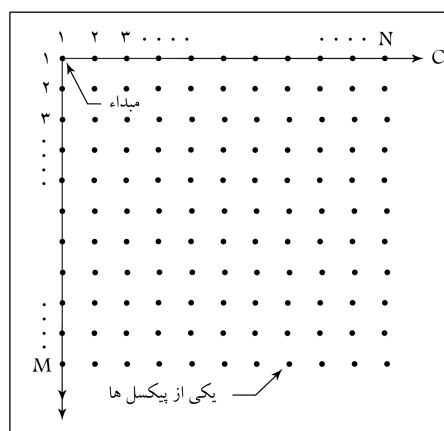
در تحقیقات ذکر شده، از دامنه‌ی فضای برای پایش تصاویر استفاده شده است. در این مقاله سعی شده است روش‌هایی مبتنی بر کارگیری فیلتر موجک روی تصاویر و استفاده از ویژگی‌های استخراج شده به وسیله‌ی این فیلتر برای کنترل آماری فرایند ارائه شود. به این ترتیب و با توسعه‌ی روش‌ها در حوزه‌ی دامنه‌ی بسامدی، از اطلاعات مستتر در تصویر استفاده‌ی بهتری به عمل می‌آید و این موضوع می‌تواند منجر به افزایش دقت و بهبود کارایی روش‌ها در صنایع مختلف شود. ادامه‌ی این مقاله به صورت زیر است.

در بخش ۲، موجک‌ها و خواص و انواع آنها بررسی می‌شود. در بخش ۳، روش‌های پیشنهادی ارائه می‌شوند. بخش ۴ نتایج شبیه‌سازی را روی داده‌های واقعی مربوط به نوعی پارچه نشان می‌دهد و به مقایسه‌ی عملکرد روش‌های ارائه شده در تشخیص حالت خارج از کنترل و تخمین نقطه‌ی تغییر می‌پردازد. در نهایت بخش ۵ به جمع‌بندی و نتیجه‌گیری اختصاص خواهد داشت.

۲. موجک

همان‌طور که در بخش قبل اشاره شد، با پیچیده‌تر شدن محصولات تولیدی، پروفایل‌های حاصل از این محصولات نیز از پروفایل‌های مرسوم فاصله‌ی بیشتری می‌گیرند و تغییرات ناگهانی^{۱۹} و جهش‌های زیادی در هر پروفایل مشاهده می‌شود. در این موارد رویکردهای غیر پارامتری برای تقریب توابع به کار گرفته می‌شوند. یکی از توابع مهم و پرکاربرد در این زمینه موجک‌ها هستند. موجک‌ها با استفاده از توابع پایه‌ی مختلف توانایی بسیاری در تقریب توابع با پیچیدگی زیاد و نوسانات غیرمنظم دارند. همچنین یکی دیگر از نقاط قوت موجک‌ها توانایی تحلیل هم‌زمان داده‌ها در دامنه‌ی فضای و بسامدی است که این موضوع کمک بسیار زیادی به کشف دقیق زمان و مکان بروز تغییرات می‌کند.

موجک‌ها توابع پایه‌ی هستند که برای تشکیل پایه‌ی متعام نرمال^{۲۰} استفاده می‌شوند. این توابع پایه برای بیان دسته‌ی خاصی از توابع استفاده می‌شوند که مربعات آنها باید انتگرال‌پذیر باشند. هر پایه‌ی متعام نرمال با استفاده از موجک‌های پدر و مادر ساخته می‌شود که به ترتیب با $\Phi(x)$ و $\Psi(x)$ نمایش داده می‌شوند. بر



شکل ۱. ساختار تصویر.

رنگی به سیاه و سفید، حذف زوائد، افزایش تضاد^{۲۱}، تغییر اندازه‌ی تصویر، دوران و هم‌تراز کردن^{۲۲} تصاویر باشد. گونزالس و وودز^[۱۷] مرجع مناسبی برای شناسایی بهتر این الگوریتم‌ها هستند.

پس از این مراحل، تصویر به دست آمده به عنوان تصویر مرجع شناخته می‌شود. در این مرحله اگر امکان استخراج تصاویر مرجع متعدد از محصول وجود داشته باشد، دقت محاسبات افزایش می‌یابد. اما در صورت عدم امکان می‌توانیم با استفاده از اضافه کردن خطاهای تصادفی نرمال با میانگین صفر و انحراف معیار ناچیز، تصاویر متعددی را از روی تصویر اصلی ایجاد کنیم که از آنها به عنوان داده‌های فاز ۱ استفاده می‌شود. برای تعیین میزان انحراف معیار خطای تصادفی از شاخص سیگنال به نوفه (SNR)^{۲۳} استفاده می‌شود. روش‌های غیر پارامتری برای SNR بزرگ‌تر یا مساوی با ۲۵ عملکرد مناسبی دارند. شاخص SNR با استفاده از رابطه‌ی $SNR = 10 \log_{10} \left(\frac{\sigma_{img}^2}{\sigma_{noise}^2} \right)$ محاسبه می‌شود. در این رابطه، σ_{img}^2 واریانس مقادیر به شدت نور پیکسل‌های تصویر تحت کنترل و σ_{noise}^2 واریانس خطای تصادفی است.

۲.۳. بردارسازی

در فاز ۱ ابتدا با استفاده از بردارسازی^{۲۴}، هر تصویر به یک بردار تبدیل می‌شود. به این صورت که یک تصویر $n \times n$ به یک بردار به اندازه $1 \times n^2$ تبدیل می‌شود. برای این کار روش‌های متعددی وجود دارد که در مرجع^[۱۸] به تفصیل مورد بررسی قرار گرفته است. در روش‌های پیشنهادی این مقاله از ساده‌ترین روش مرسوم بردارسازی که با استفاده از کنار هم قرار دادن سطرهاى تصویر به دست می‌آید، استفاده شده است تا در محاسبات از نظر حجم و پیچیدگی صرفه‌جویی به عمل آید. بنابراین، به جای هر تصویر، یک پروفایل شامل تعداد زیادی متغیر مستقل به دست می‌آید که به علت تغییرات مقادیر شدت نور پیکسل‌ها می‌تواند دارای نوسانات زیاد و تغییرات ناگهانی باشد.

۳.۳. تبدیل موجک یک بعدی

در این گام تبدیل موجک روی بردار $1 \times n^2$ حاصل اعمال می‌شود و در سطح اول تجزیه، دو بردار تقریب^{۲۵} a_1 و جزئیات^{۲۶} d_1 که ابعاد هر کدام از آنها $1 \times \frac{n^2}{2}$ است برای هر تصویر به دست می‌آیند. در سطوح تجزیه‌ی بعدی، هر بار بردار تقریب حاصل از مرحله‌ی قبل به دو قسمت مساوی تقریب و جزئیات تقسیم می‌شود. تابع پدر مانند یک فیلتر بسامد پایین، ضرایب را به گونه‌ی تخمین می‌زند که بردار تقریب حاصل، توصیف مناسبی از نوسانات بسامد پایین سیگنال اولیه داشته باشد. تابع موجک مادر، در نقش یک فیلتر بسامد بالا، نوسانات خیلی جزئی را از پروفایل استخراج می‌کند. بنابراین هرچه قدر سطح تجزیه بزرگ‌تر باشد، تعداد ضرایب تقریب کمتر خواهد بود. این امر از یک طرف موجب کاهش دقت توصیف پروفایل به وسیله‌ی بردار ضرایب تقریب می‌شود و از سوی دیگر منجر به کاهش زمان و فضای مورد نیاز برای انجام محاسبات خواهد شد. پس سطح تجزیه یکی از پارامترهایی است که بسته به نوع و اندازه‌ی تغییرات بالقوه در محصولی که علاقه‌مند به کشف آنها هستیم، باید هوشمندانه و با دقت انتخاب شود.

با توجه به این‌که در هر مرحله از تجزیه، بردار تقریب حاصل از تجزیه‌ی مرحله‌ی قبل به دو بردار تقریب و جزئیات - که ابعاد هر کدام نصف بردار تقریب ورودی است - تبدیل می‌شود، مجموع تعداد ضرایب مؤلفه‌های تقریب و جزئیات - شامل

اساس آگدن^[۱۶]، مجموعه‌ی $\{\phi_{j \cdot k}(x), \psi_{j \cdot k}(x); j \geq j_0; j \in Z\}$ برای $j_0 \geq 0$ تشکیل یک پایه متعامد نرمال را می‌دهد. هر تابع $f(x)$ می‌تواند بر اساس توابع پدر و مادر به صورت زیر نمایش داده شود.^[۱۶]

$$f(x) = \sum_{k=0}^{2^{j_0-1}} c_{j_0, k} \phi_{j_0, k}(x) \dots + \sum_{j=j_0}^{J-1} \sum_{k=0}^{2^{j-1}} d_{j, k} \psi_{j, k}(x) \quad (1)$$

در این رابطه، $c_{j_0, k}$ و $d_{j, k}$ حاصل ضرب داخلی تابع اصلی و توابع پدر و مادر هستند. این ضرایب به عنوان ضرایب موجک نام گذاری شده‌اند. پارامتر j_0 پایین‌ترین سطح تجزیه را نشان می‌دهد. فرض کنید θ بردار حاصل از n ضریب موجک باشد. در این صورت این بردار می‌تواند به صورت زیر محاسبه شود:

$$\theta = wf \quad (2)$$

در این رابطه، W یک ماتریس تبدیل متعامد موجک است که با استفاده از توابع موجک تعیین می‌شود. در کاربردهای عملی معمولاً تابع $f(x)$ مشاهده نمی‌شود و مقادیر پاسخ به ازای سطوح مختلف متغیر مستقل قابل مشاهده هستند. فرض کنید $y = (Y_1, Y_2, \dots, Y_n)'$ برداری شامل n مقدار متغیر پاسخ متناظر با مقادیر مختلف متغیر مستقل باشد. بر این اساس، رابطه‌ی بین y و f می‌تواند به صورت زیر بیان شود.

$$y = f + \varepsilon \quad (3)$$

در این رابطه، ε بردار خطای تصادفی است که معمولاً از توزیع نرمال n متغیره با میانگین صفر و واریانس $\sigma^2 I$ پیروی می‌کند. با ضرب طرفین رابطه‌ی بالا در ماتریس W ، رابطه‌ی ۴ به دست می‌آید:

$$\hat{\theta} = \theta + \nu \quad (4)$$

در این رابطه $\hat{\theta} = Wy$ برابر با بردار ضرایب موجک تخمین زده شده و $\nu = W\varepsilon$ بردار خطای تصادفی دوران یافته است که همچنان از توزیع $N_n(0, \sigma^2 I)$ پیروی می‌کند. در این صورت بدیهی است که $\hat{\theta}$ از توزیع نرمال با میانگین θ و واریانس $\sigma^2 I$ پیروی می‌کند. در این نوشتار ما پس از تخمین مقادیر θ و σ^2 در فاز ۱، توانایی روش‌های پیشنهادی را در کشف حالات مختلف تغییر در فاز ۲ بررسی می‌کنیم.

۳. روش‌های پیشنهادی

در این بخش روش‌های پیشنهادی برای استفاده از تصویر در پایش کیفیت محصولات بررسی می‌شود. هر سه روش پیشنهادی دارای گام‌های اولیه‌ی یکسان هستند که در ادامه به بررسی این مراحل می‌پردازیم:

۱.۳. تصویربرداری از محصول و پیش‌پردازش

در این مرحله یک تصویر از محصول توسط دستگاه بینایی ماشین تهیه می‌شود. این تصویر برای استفاده در فرایند پیشنهادی، نیاز به مراحل پیش‌پردازش دارد که بسته به نوع دوربین، نوع تصویر، فرایند و محصول انواع مختلفی از مراحل پیش‌پردازش در پژوهش‌های پردازش تصاویر موجود است. این مراحل می‌تواند شامل تبدیل تصویر

جزئیات سطح تجزیه‌ی فعلی و سطوح تجزیه‌ی قبلی - برابر تعداد پیکسل‌های تصویر اصلی است. این ابعاد برای پایش در طول زمان بسیار بزرگ هستند و به روش‌هایی برای کاهش ابعاد داده‌ها نیاز است.

۴.۳. کاهش ابعاد داده‌ها

برای کاهش بعد، دو رویکرد در قبال مؤلفه‌های جزئیات قابل بررسی است. یکی از آنها فشردن‌سازی^{۲۷} و دیگری نوفه‌زدایی^{۲۸}. این روش‌ها در ادامه به تفصیل توضیح داده می‌شوند.

۱.۴.۳. فشردن‌سازی

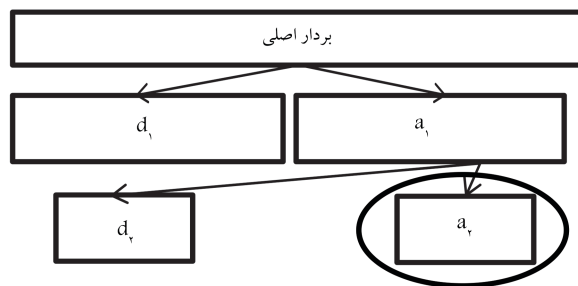
در این روش، پس از تجزیه‌های متوالی بردار به مؤلفه‌های تقریب و جزئیات، از آنجایی که در هر مرحله از تفکیک مؤلفه‌ی تقریب بخش زیادی از اطلاعات بردار اصلی را در خود ذخیره می‌کند، عملاً از بردارهای ضرایب جزئیات به دست آمده صرف‌نظر می‌شود. به این صورت، در پایان استفاده از موجک‌ها در سطح تجزیه‌ی j ، به جای بردار اصلی به ابعاد $1 \times n^2$ ، یک بردار تقریب به ابعاد $1 \times \frac{n^2}{2^j}$ در دسترس است که خصوصیات بردار اصلی را تا حد زیادی در خود ذخیره کرده است. شکل ۲، فشردن‌سازی در سطح تجزیه‌ی ۲ را نشان می‌دهد.

در شکل ۲، a_1 بردار تقریب حاصل از سطح اول تجزیه، d_1 بردار جزئیات حاصل از سطح اول تجزیه، a_2 بردار تقریب حاصل از سطح دوم تجزیه، و d_2 بردار جزئیات حاصل از سطح دوم تجزیه است. بر این اساس در هنگام استفاده از سطوح تجزیه‌ی بالاتر با مؤلفه‌هایی نظیر a_2, d_2, a_3, d_3 و ... مواجه خواهیم شد. در فشردن‌سازی، عملاً رویه‌ی پایش آماری فرایند با استفاده از مؤلفه‌ی تقریب ادامه می‌یابد و از مؤلفه‌ی جزئیات صرف‌نظر می‌شود. این امر می‌تواند منجر به از دست رفتن بخشی از اطلاعات شود. اما درازای آن، زمان و فضای مورد نیاز برای انجام محاسبات کاهش چشمگیری خواهد داشت.

۲.۴.۳. نوفه‌زدایی با استفاده از آستانه‌سازی سخت^{۲۹}

اساس رویکرد نوفه‌زدایی، حذف مؤلفه‌های جزئیات بسیار کوچک و برابر قرار دادن آنها با صفر است. این کار با استفاده از یک حد آستانه انجام می‌شود که با استفاده از رابطه‌ی $\lambda = \sigma \sqrt{2 \ln(n)}$ محاسبه می‌شود.^[۱۶] تمام عناصر مؤلفه‌ی جزئیات که کوچک‌تر از حد آستانه هستند، برابر صفر قرار داده می‌شوند؛ اما سایر ضرایب بدون تغییر باقی می‌مانند. به این کار آستانه‌سازی سخت گفته می‌شود. رابطه‌ی ۵ آستانه‌سازی سخت را نشان می‌دهد.

$$f_{hard}(\hat{\theta}) = \begin{cases} \hat{\theta} & |\hat{\theta}| \leq \lambda \\ 0 & |\hat{\theta}| > \lambda \end{cases} \quad (5)$$



شکل ۲. فشردن‌سازی بردار اصلی در سطح تجزیه‌ی ۲.

شکل ۳، آستانه‌سازی سخت را نشان می‌دهد.

۳.۴.۳. نوفه‌زدایی با استفاده از آستانه‌سازی نرم^{۳۰}

نوع دیگری از آستانه‌سازی نیز وجود دارد که به آستانه‌سازی نرم معروف است. در این روش نیز ضرایب جزئیات کوچک‌تر از حد آستانه برابر صفر قرار داده می‌شوند، اما ضرایب بزرگ‌تر از حد آستانه، با تفاضل مقادیر واقعی‌شان از حد آستانه جای‌گذاری می‌شوند. رابطه‌ی ۶، فرایند عملکرد آستانه‌سازی نرم را نشان می‌دهد.

$$f_{soft}(\hat{\theta}) = \begin{cases} 0 & |\hat{\theta}| \leq \lambda \\ \hat{\theta} - \lambda & \hat{\theta} > \lambda \\ \hat{\theta} + \lambda & \hat{\theta} < -\lambda \end{cases} \quad (6)$$

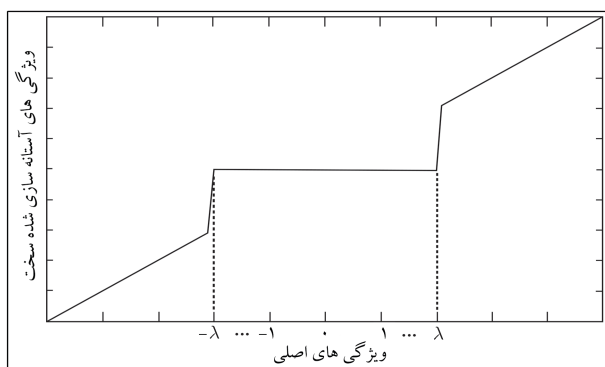
شکل ۴، آستانه‌سازی نرم را نمایش می‌دهد.

این سه رویکرد در مطالعات شبیه‌سازی این مقاله بررسی قرار خواهند شد و عملکرد آنها در کشف تغییرات مختلف با یکدیگر مقایسه خواهد شد.

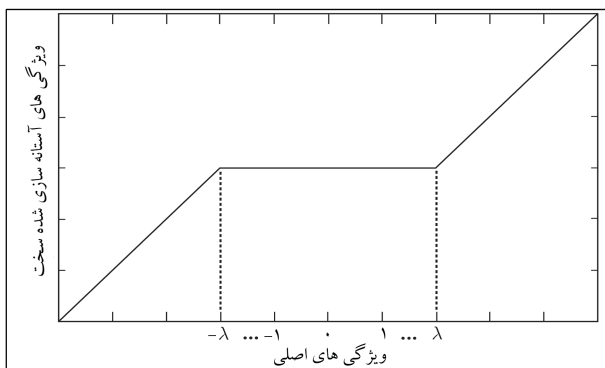
۵.۳. پایش فرایند با استفاده از نمودار کنترل

در انتهای مرحله‌ی کاهش ابعاد داده‌ها که به یکی از روش‌های بالا انجام خواهد شد، از یک نمودار کنترل نسبت درست‌نمایی تعمیم‌یافته (GLR)^{۳۱} برای پایش بردار ضرایب حاصل در طول زمان استفاده می‌شود. آماره‌ی که در این نمودار برای کنترل فرایند استفاده می‌شود، به صورت زیر است:

$$R_{m,s} = \begin{cases} \max_{0 < \tau < S, k} \frac{(S-\tau)}{2\sigma_k^2} (\hat{\beta}_{1,\tau,S}(k) - \beta_{0,k})^2 & s = 1, 2, \dots, m \\ \max_{S-m < \tau < S, k} \frac{(S-\tau)}{2\sigma_k^2} (\hat{\beta}_{1,\tau,S}(k) - \beta_{0,k})^2 & s = m+1, m+2, \dots \end{cases} \quad (7)$$



شکل ۳. آستانه‌سازی سخت.



شکل ۴. آستانه‌سازی نرم.

هرگونه نقص در سطح منسوجات می‌تواند منجر به از بین رفتن کارایی یا بروز اشکالات ظاهری و در برخی موارد (مثل تجهیزات آتش‌نشانی) اشکالات ایمنی در محصولات شود. بنابراین، به نظر می‌رسد با استفاده از روش‌های نوین آماری، فرایند تولید این منسوجات باید پایش شود تا از هر نوع خطر احتمالی بعدی جلوگیری شود.

در ابتدای مطالعات شبیه‌سازی، مراحل پیش‌پردازش بر روی تصویر اعمال می‌شود. به این ترتیب یک تصویر با سایز ۱۲۸ در ۱۲۸ از محصول به دست می‌آید که در مراحل بعدی از این تصویر به عنوان تصویر مرجع استفاده می‌شود.

خطای تصادفی با توزیع نرمال با میانگین صفر و انحراف معیار یک صدم به هر پیکسل تصویر اضافه می‌شود و به این ترتیب تعداد ۱۰۰۰ تصویر به عنوان داده‌های فاز ۱ تولید می‌شوند. هر کدام از این تصاویر با استفاده از بردارسازی، به یک بردار از ضرایب موجک تبدیل می‌شوند که این بردار شامل ضرایب تقریب و جزئیات است. با توجه به تنوع روش‌های کاهش بعد، که در بخش قبل به آنها اشاره شد، قسمت جزئیات این بردار حذف یا در برخی موارد با عناصر دیگر جایگزین می‌شود. به این ترتیب در پایان فاز ۱، ۱۰۰۰ بردار که هر یک شامل تعدادی ضریب هستند، در اختیار داریم. در شبیه‌سازی این مقاله از سطح تجزیه‌ی ۳ استفاده شده است. این سطح با توجه به کمیته‌ی ابعاد تغییر مورد نظر برای کشف و همچنین زمان انجام محاسبات با استفاده از سعی و خطا به دست آمده است. همچنین توابع پایه‌ی موجک دارای انواع مختلفی از جمله هار، کلاه مکزیکی، متقارن و... هستند. در شبیه‌سازی این مقاله از موجک هار، که پرکاربردترین و رایج‌ترین نوع تابع پایه است، استفاده شده است.

در انتهای فاز ۱، میانگین و انحراف معیار برای ۱۰۰۰ بردار به دست آمده محاسبه می‌شود. بنابراین دو بردار به اندازه‌ی طول بردار ضرایب به دست می‌آید که از میانگین ضریب k ام به عنوان $\beta_{k,1}$ و از انحراف معیار ضریب k ام به عنوان $\sigma_{k,1}$ در محاسبات آماری رابطه‌ی ۷ استفاده می‌شود.

با به دست آمدن بردارهای $\beta_{k,1}$ و $\sigma_{k,1}$ ، محاسبات برای یافتن حد کنترل بالا آغاز می‌شود. برای هر کدام از روش‌ها، تعداد ۱۰۰۰۰ آماره در حالت تحت کنترل تولید شده و به ترتیب صعودی مرتب می‌شوند. مقدار حد بالا برابر با ۹۹۵۰امین آماره‌ی ترتیبی در نظر گرفته می‌شود. این مقدار برای روش فشرده‌سازی، آستانه‌سازی نرم و آستانه‌سازی سخت به ترتیب برابر با ۱۲۹۶۳۵، ۱۳۷۸۶۱ و ۳۹۷۰۶۴ به دست می‌آید. با پیدا کردن حد کنترل بالا، فاز ۱ کنترل فرایند آماری به اتمام می‌رسد. در فاز ۲، عملکرد روش‌های پیشنهادی با در نظر گرفتن دو سناریوی مختلف برای تغییر ارزیابی می‌شود. در سناریوی اول، یک تغییر مربع شکل به ابعاد ۵ در ۵ روی تصویر محصول اعمال می‌شود. در سناریوی دوم، یک تغییر مورب به ضخامت ۳ پیکسل روی تصویر اعمال می‌شود. توانمندی روش‌های پیشنهادی در کشف سریع تغییرات با استفاده از معیارهای متوسط طول دنباله (ARL) و انحراف معیار طول دنباله (STDRL) ارزیابی می‌شود. تفاضل نقطه‌ی تغییر تخمینی از واقعی ($\varepsilon = \hat{\tau} - \tau$) نیز به عنوان شاخصی برای ارزیابی عملکرد روش در تخمین دقیق نقطه‌ی تغییر استفاده می‌شود. مقادیر میانگین، انحراف معیار، و میانه‌ی تفاضل‌ها به عنوان شاخص‌های عملکردی گزارش شده است.

همچنین میزان تغییر در مقادیر شدت نور در ناحیه‌ی خطا (Δ) از ۱ تا ۱۰ واحد در نظر گرفته شده است. تغییرات شدت نور در پیکسل با اندازه‌ی کمتر یا مساوی ۱۰ ($\Delta \leq 10$) با چشم غیرمسلح قابل مشاهده نیستند. نتایج شبیه‌سازی در جدول ۱ آمده است. همان‌طور که در جدول قابل مشاهده است، در هر سه روش با افزایش شدت تغییرات (Δ)، متوسط طول دنباله و متوسط

در این رابطه، S شمارنده‌ی تصویر، τ نقطه‌ی تغییر و $\hat{\beta}_{1,\tau,S}(k)$ میانگین عناصر k ام بردار ضرایب بعد از نقطه‌ی تغییر است که به صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$\hat{\beta}_{1,\tau,S}(k) = \frac{1}{S - \tau + 1} \sum_{t=\tau+1}^S \beta_t(k) \quad (8)$$

میانگین و انحراف معیار k امین ضریب تخمین زده شده در فاز ۱ هستند. این آماره به صورت هم‌زمان قابلیت تشخیص خروج فرایند از حالت تحت کنترل و همین‌طور تخمین نقطه‌ی تغییر^{۲۲} را دارد. برای تشخیص حالت خارج از کنترل از یک حد آستانه‌ی بالا (UCL)^{۲۳} استفاده می‌شود. هرگاه آماره از میزان UCL تجاوز کرد، فرایند تولید متوقف می‌شود و اقدام اصلاحی برای بازگشت فرایند به حالت تحت کنترل صورت می‌گیرد. همچنین از آنجایی که آماره‌ی کنترلی بر اساس رویکرد پیشینه‌ی درست‌نمایی طراحی شده است، به ازای هر نمونه مقایسه‌ی بین آن نمونه و m نمونه‌ی قبلی صورت می‌پذیرد و پیشینه‌ی میزان به دست آمده برای این مقایسات به عنوان آماره‌ی نهایی گزارش می‌شود. به این ترتیب، با بررسی نقطه‌ی که منجر به ایجاد این مقدار برای آماره شده است، می‌توان به تخمین نقطه‌ی تغییر ($\hat{\tau}$) دست یافت. m یک پنجره‌ی متحرک است که برای جلوگیری از افزایش حجم محاسبات در نظر گرفته می‌شود و اندازه‌ی آن بسته به قابلیت‌های محاسباتی و زمان چرخه‌ی تولید قابل تنظیم است.

با استفاده از این آماره، بعد از بروز هر تغییر در فرایند، تعداد نمونه‌های لازم برای کشف تغییر یا طول دنباله و همچنین تفاضل نقطه‌ی تغییر واقعی و نقطه‌ی تغییر تخمینی توسط رویه‌ی کنترلی پیشنهادی توسط فرایند ثبت می‌شود. میانگین تعداد نمونه‌ی لازم تا کشف تغییر^{۲۴} (ARL) و انحراف معیار تعداد نمونه‌ی لازم تا کشف شیفت^{۲۵} (STDRL) و همچنین میانگین، انحراف معیار، و میانه برای تفاضل نقطه‌ی تغییر تخمینی و نقطه‌ی تغییر واقعی ($\hat{\tau} - \tau$) به عنوان شاخص‌هایی برای ارزیابی و مقایسه‌ی کارایی روش‌های پیشنهادی استفاده شده است.

۴. مطالعات شبیه‌سازی

برای ارزیابی کارایی روش‌های پیشنهادی این مقاله، مطالعه‌ی شبیه‌سازی روی تصویری از یک نوع پارچه صورت گرفته است. شکل ۵ نمونه‌ی از بافت یک پارچه را نشان می‌دهد.

پارچه‌ها می‌توانند در موارد گسترده‌ی مورد استفاده قرار گیرند. بدیهی است



شکل ۵. نمونه‌ی از بافت پارچه.

جدول ۱. نتایج شبیه‌سازی برای تغییرات مختلف.

فشرده‌سازی $UCL = ۱۲/۹۶۳۵$					آستانه‌سازی سخت $UCL = ۳۹/۷۰۶۴$					آستانه‌سازی نرم $UCL = ۱۳/۷۸۶۱$					
تغییر مربع شکل															
Δ	ARL	STDRL	$E(\varepsilon)$	$std(\varepsilon)$	med(ε)	ARL	STDRL	$E(\varepsilon)$	$std(\varepsilon)$	med(ε)	ARL	STDRL	$E(\varepsilon)$	$std(\varepsilon)$	med(ε)
+۱	۱۰۵,۵۶	۱۱۵,۹۸	۹۸,۹۳	۱۱۶,۱۲	۶۵,۰۰	۲۱۸,۱۹	۲۲۰,۰۹	۲۱۰,۵۸	۲۲۰,۴۳	۱۷۱,۵۰	۶۹,۰۱	۵۷,۲۶	۶۳,۰۶	۵۷,۴۳	۴۶,۰۰
+۲	۸,۲۲	۳,۴۸	۰,۹۰	۲,۵۱	۰,۰۰	۱۸۸,۳۶	۱۹۶,۵۷	۱۸۱,۳۱	۱۹۶,۳۲	۱۱۴,۰۰	۷,۸۸	۲,۸۷	۰,۶۴	۲,۱۱	۰,۰۰
+۳	۴,۰۳	۱,۱۸	-۰,۰۹	۰,۹۳	۰,۰۰	۵۶,۰۴	۴۴,۲۷	۴۶,۹۹	۴۴,۰۴	۳۸,۰۰	۴,۲۹	۱,۲۷	-۰,۰۴	۰,۸۵	۰,۰۰
+۴	۲,۵۳	۰,۶۹	-۰,۰۹	۰,۴۵	۰,۰۰	۸,۷۵	۱,۶۳	۰,۲۵	۰,۷۷	۰,۰۰	۲,۶۱	۰,۷۵	-۰,۰۹	۰,۴۷	۰,۰۰
+۵	۱,۸۶	۰,۵۵	-۰,۰۳	۰,۲۶	۰,۰۰	۵,۵۵	۱,۰۴	۰,۰۱	۰,۳۳	۰,۰۰	۱,۹۱	۰,۴۷	-۰,۰۷	۰,۳۶	۰,۰۰
+۶	۱,۳۴	۰,۴۹	-۰,۱۰	۰,۴۴	۰,۰۰	۳,۹۵	۰,۷۳	-۰,۰۲	۰,۱۴	۰,۰۰	۱,۴۹	۰,۵۲	-۰,۰۳	۰,۳۰	۰,۰۰
+۷	۱,۰۶	۰,۲۴	۰,۰۰	۰,۰۰	۰,۰۰	۳,۱۰	۰,۴۶	-۰,۰۱	۰,۱۰	۰,۰۰	۱,۰۸	۰,۲۷	-۰,۰۱	۰,۱۰	۰,۰۰
+۸	۱,۰۰	۰,۰۰	-۰,۰۱	۰,۱۰	۰,۰۰	۲,۴۵	۰,۵۰	۰,۰۰	۰,۰۰	۰,۰۰	۱,۰۱	۰,۱۰	۰,۰۰	۰,۰۰	۰,۰۰
+۹	۱,۰۰	۰,۰۰	-۰,۰۱	۱,۰۰	۰,۰۰	۲,۰۵	۰,۲۶	۰,۰۰	۰,۰۰	۰,۰۰	۱,۰۰	۰,۰۰	۰,۰۰	۰,۰۰	۰,۰۰
+۱۰	۱,۰۰	۰,۰۰	۰,۰۰	۰,۰۰	۰,۰۰	۱,۹۰	۰,۳۰	۰,۰۰	۰,۰۰	۰,۰۰	۱,۰۰	۰,۰۰	۰,۰۰	۰,۰۰	۰,۰۰
تغییر مورب															
Δ	ARL	STDRL	$E(\varepsilon)$	$std(\varepsilon)$	med(ε)	ARL	STDRL	$E(\varepsilon)$	$std(\varepsilon)$	med(ε)	ARL	STDRL	$E(\varepsilon)$	$std(\varepsilon)$	med(ε)
+۱	۱۷۵,۷۴	۱۷۴,۰۹	۱۷۰,۶۷	۱۷۴,۶۹	۱۲۷,۰۰	۲۳۱,۹۸	۲۱۶,۶۴	۲۲۴,۸۵	۲۱۶,۴۳	۱۷۰,۵	۱۰۰,۴۸	۱۰۷,۱۴	۹۵,۶۴	۱۰۶,۵۹	۵۹,۵۰
+۲	۵۴,۳۱	۴۵,۶۱	۴۶,۹۵	۴۶,۱۵	۳۹,۰۰	۲۱۹,۰۵	۲۰۸,۳۲	۲۱۴,۶۹	۲۱۰,۲۱	۱۴,۰۰	۳۵,۴۹	۳۱,۹۹	۲۸,۶۸	۳۱,۵۸	۱۹,۵۰
+۳	۱۲,۰۳	۶,۵۴	۴,۰۱	۵,۸۳	۲,۰۰	۸۱,۱۶	۷۲,۲۲	۷۰,۲۸	۶۸,۶۵	۱۲,۵۰	۹,۰۳	۳,۳۰	۱,۴۳	۲,۷۹	۱,۰۰
+۴	۵,۷۸	۱,۸۳	۰,۲۴	۱,۲۹	۰,۰۰	۴۵,۵۹	۴۸,۴۹	۴۰,۴۴	۴۵,۰۱	۱۲,۰۰	۵,۳۰	۱,۵۶	-۰,۰۷	۱,۱۷	۰,۰۰
+۵	۴,۱۴	۱,۲۹	۰,۰۲	۰,۸۵	۰,۰۰	۲۸,۲۸	۲۲,۳۳	۱۹,۰۲	۲۲,۵۱	۹,۵۰	۳,۵۶	۰,۹۹	-۰,۱۵	۰,۷۳	۰,۰۰
+۶	۲,۹۳	۰,۹۳	-۰,۱۵	۰,۷۸	۰,۰۰	۹,۶۱	۲,۳۴	۰,۷۴	۱,۷۹	۰,۰۰	۲,۸۱	۰,۶۹	-۰,۰۹	۰,۶۲	۰,۰۰
+۷	۲,۳۹	۰,۷۶	-۰,۰۲	۰,۳۲	۰,۰۰	۶,۷۵	۰,۳۱	۰,۰۱	۰,۴۴	۰,۰۰	۲,۱۳	۰,۵۶	-۰,۱۰	۰,۳۹	۰,۰۰
+۸	۱,۹۹	۰,۵۸	-۰,۰۵	۰,۳۹	۰,۰۰	۵,۳۵	۰,۹۵	۰,۰۳	۰,۵۴	۰,۰۰	۱,۷۴	۰,۵۲	-۰,۰۷	۰,۳۶	۰,۰۰
+۹	۱,۷۱	۰,۴۸	-۰,۰۱	۰,۱۰	۰,۰۰	۴,۲۰	۰,۹۳	۰,۰۵	۰,۳۳	۰,۰۰	۱,۵۹	۰,۴۹	-۰,۰۱	۰,۱۰	۰,۰۰
+۱۰	۱,۴	۰,۴۹	-۰,۰۱	۰,۱۰	۰,۰۰	۳,۴۵	۰,۷۲	۰,۰۳	۰,۳۳	۰,۰۰	۱,۲۲	۰,۴۲	-۰,۰۲	۰,۱۴	۰,۰۰

فشرده‌سازی است. این تفاوت زمان و حجم مورد نیاز برای محاسبات، به خصوص در صنایع حساس که نیازمند بازرسی ۱۰۰٪ هستند و همچنین فرایندهایی با سرعت تولید بالا، قابل ملاحظه است و متخصصان باید با توجه به سرعت و سایر مشخصات فرایند، با دقت و حساسیت زیادی روش مورد نظر را انتخاب کنند.

۵. نتیجه‌گیری

یکی از رویکردهای نوین کنترل فرایند آماری، که در سال‌های اخیر مورد توجه فراوانی قرار گرفته است، استفاده از پردازش تصاویر در کنترل فرایند آماری است.

انحرافات در کشف نقطه‌ی تغییر کاهش یافته است. همچنین روش‌های فشرده‌سازی و نوفه‌زدایی با آستانه‌سازی نرم عملکرد بهتری را نسبت به روش نوفه‌زدایی با استفاده از آستانه‌سازی سخت در کشف تمام شدت‌های تغییرات و از منظر تمام شاخص‌های عملکردی از خود نشان می‌دهند. در تغییرات مربع شکل، به ازای $(\Delta \leq 2)$ و در تغییرات مورب به ازای تمام مقادیر شدت تغییر، روش نوفه‌زدایی با استفاده از آستانه‌سازی نرم عملکرد بهتری در کشف تغییرات دارد. این تفاوت به خصوص در تغییرات کوچک قابل ملاحظه است اما باید توجه داشت که زمان پردازش و محاسبه‌ی آماره برای یک تصویر در روش فشرده‌سازی برابر ۱/۱۰۸ ثانیه و در روش‌های نوفه‌زدایی برابر ۴/۵۶ ثانیه است. همچنین فضای محاسباتی برای روش‌های نوفه‌زدایی بسته به سطح تجزیه به مراتب بیشتر از روش

فرایند و همچنین کشف نقطه‌ی تغییر برای بازگرداندن سریع فرایند به حالت تحت کنترل است. استفاده از سایر توابع پایه‌ی موجک و همچنین سایر نمودارهای کنترل از جمله مسائلی هستند که می‌توانند در مطالعات آتی در نظر گرفته شوند.

در این مقاله، سه روش فشرده‌سازی، نوفه‌زدایی با استفاده از آستانه‌سازی سخت، و نوفه‌زدایی با استفاده از آستانه‌سازی نرم - که هر سه بر مبنای موجک‌های یک بعدی‌اند - ارائه شد. عملکرد روش‌های پیشنهادی روی منسوجات بررسی شد و مطالعات شبیه‌سازی نشان‌گر عملکرد مناسب روش‌ها در کشف تغییرات در

پانویس‌ها

1. multivariate exponentially weighted moving average(MEWA)
2. multivariate cumulative sum
3. geometric profiles
4. machine vision systems
5. Jig and Fixture
6. pixel
7. spatial domain
8. frequency domain
9. Tico
10. Sari-Sarraf
11. Goddard
12. Ngan
13. surface barrier layer
14. machine learning
15. generalized likelihood ratio test
16. quantile-quantile plot
17. low rank tensor decomposition
18. functional principle component analysis
19. sharp changes
20. orthonormal
21. contrast
22. alignment
23. signal to noise ratio
24. vectorization
25. approximation
26. detail
27. compression
28. denoising
29. hard threshold DE noising
30. soft threshold dnoising
31. generalized likelihood ratio
32. change point
33. upper control limit
34. average run length
35. standard deviation of run length

منابع (References)

1. Montgomery, D.C., *Introduction to statistical quality control*, John Wiley & Sons, 6th Edition, Wiley series in probability and statistics (2008).
2. Noorossana, R., Saghaei, A. and Amiri, A., *Statistical analysis of profile monitoring*, John Wiley & Sons, 1st Edition, Wiley series in probability and statistics (2011).
3. Siew, L.H., Hodgson, R.M. and Wood, E.J., "Texture measures for carpet wear assessment", *Pattern Analysis and Machine Intelligence, IEEE Transactions*, **10**(1), pp.92-105 (1988).
4. Latif-Amet, A., Ertüzün, A. and Ercil, "A. An efficient method for texture defect detection: Sub-band domain co-occurrence matrices", *Image and Vision computing*, **18**(6), pp.543-553 (2000).
5. Tico, M., Kuosmanen, P. and Saarinen, J., "Wavelet domain features for fingerprint recognition", *Electronics Letters*, **37**(1), pp.1-12 (2001).
6. Sari-Sarraf, H. and Goddard, J.S., "Robust defect segmentation in woven fabrics", *Computer Vision and Pattern Recognition*, *IEEE Conference on Computer Society*, CA, USA, pp. 938-944 (1998).
7. Ngan, H.Y., Pang, G.K., Yung, S.P. and et al. "Wavelet based methods on patterned fabric defect detection", *Pattern recognition*, **38**(4), pp.559-576 (2005).
8. Lin, H.D., "Computer-aided visual inspection of surface defects in ceramic capacitor chips", *Journal of Materials Processing Technology*, **189**(1), pp.19-25 (2007).
9. Megahed, F.M., Woodall, W.H. and Camelio, J.A., "A review and perspective *Journal of Quality Technology*, on control charting with image data", **43**(2), pp.83-98 (2011).
10. Megahed, F.M., Wells, L.J., Camelio, J.A. and et al. "A spatiotemporal method for the monitoring of image data", *Quality and Reliability Engineering International*, **28**(8), pp.967-980 (2012).
11. He, Z., Zuo, L., Zhang, M. and et al. "An image-based multivariate generalized likelihood ratio control chart for detecting and diagnosing multiple faults in manufacturing products", *International Journal of Production Research*, **54**(6), pp.1771-1784 (2016).
12. Wells, L.J., Megahed, F.M., Niziolek, C.B. and et al. "Statistical process monitoring approach for high density point clouds", *Journal of Intelligent Manufacturing*, **24**(6), pp.1267-1279 (2013).
13. Yan, H., Paynabar, K. and Shi, J., "Image-based process monitoring using low-rank tensor decomposition", *IEEE Transactions on automation science and engineering*, **12**(1), pp.216-227 (2015).
14. Colosimo, B.M. "Modeling and monitoring methods for spatial and image data", *Quality Engineering*, **30**(1), pp.94-111 (2018).
15. Menafoglio, A., Grasso, M., Secchi, P. and et al. *Profile monitoring of probability density functions via Simplicial functional PCA with application to image data*, Technometrics, Published online, (2018).
16. Ogden, R.T. *Essential wavelets for statistical applications and data analysis*, Birkhauser (1997).
17. Gonzalez, R.C. and Woods, R.E., *Digital image processing*, Prentice Hall (2007).
18. Shamos, M.I. "Geometric Intersection Problems", *17th IEEE Symposium on Foundations of Computer Science*, TX, USA, pp.208-215 (1976).