

# طراحی بهینه‌ی آزمون‌های زوال تسریع شده‌ی مخرب با حضور ریسک‌های رقابتی

مرتضی آگاه (کارشناس ارشد)

رسول نورالسنا (استاد)

دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه علم و صنعت ایران

کامیار صبری لقانی\* (استادیار)

گروه مهندسی صنایع، دانشگاه صنعتی ارومیه

مهندسی صنایع و مدیریت شریف، زمستان ۱۳۹۸ (دوره ۱-۳۵، شماره ۱/۲، ص. ۱۲۷-۱۳۸)

آزمون‌های زوال تسریع شده ابزاری کارآمد برای ارزیابی طول عمر محصولات با قابلیت اطمینان بالا هستند. برای بسیاری از محصولات زوال یک محصول ناشی از چندین سازوکار خرابی است؛ به عبارت دیگر چندین سازوکار خرابی برای خراب شدن محصول با یکدیگر رقابت می‌کنند که این موضوع با عنوان ریسک‌های رقابتی مطرح می‌شود. همچنین در بسیاری از کاربردها، فرایند اندازه‌گیری زوال منجر به تخریب مشخصات فیزیکی و شیمیایی واحدهای آزمون می‌شود که با عنوان آزمون‌های زوال تسریع شده‌ی مخرب (ADDT) مطرح می‌شوند. مشخصات اندازه‌ی کل نمونه، توالی اندازه‌گیری‌های مخرب، تعداد اندازه‌گیری‌ها در هر سطح تنش و متغیرهای تصمیم‌گیری دیگر در طراحی و اجرای مؤثر ADDT اهمیت دارند. در این تحقیق یک طرح آزمون بهینه برای آزمون ADDT با حضور ریسک‌های رقابتی با در نظر گرفتن محدودیت هزینه و با کمینه کردن واریانس مجانبی برآورد بیشینه‌ی درست‌نمایی چندک pام توزیع زمان شکست در شرایط استفاده ارائه شده است.

واژگان کلیدی: قابلیت اطمینان، آزمون‌های زوال تسریع شده‌ی مخرب، ریسک‌های رقابتی، طرح آزمون بهینه.

mortezaagah68@gmail.com  
rassoul@iust.ac.ir  
sabri@uut.ac.ir

## ۱. مقدمه

تایر) یا جایگزین‌های وابسته به آن، امکان مدل‌سازی مستقیم فیزیک سازوکارهای خرابی را فراهم می‌کند. این امر منجر به توجه‌پذیری و اعتبار بیشتر تخمین‌های قابلیت اطمینان می‌شود. برای کسب اطلاعات بیشتر در رابطه با آزمون‌های زوال و کاربردهای آن می‌توان به پژوهش‌های موجود<sup>[۱-۶]</sup> مراجعه کرد.

با این حال برای محصولات با قابلیت اطمینان بالا، ممکن است فرایند زوال به‌منظور به دست آوردن تخمین خوب در دوره‌ی زمانی مناسب بسیار آهسته باشد. به همین دلیل داده‌های زوال از آزمون‌هایی در سطوح بالاتر تنش جمع‌آوری و سپس از برون‌یابی برای کسب اطلاعات در شرایط عادی استفاده می‌شود.<sup>[۷]</sup> این نوع آزمون‌ها با عنوان آزمون‌های زوال تسریع شده<sup>۲</sup> شناخته می‌شوند. یو و چایو<sup>۴</sup> در سال ۲۰۰۲، طرح آزمونی برای یک آزمون زوال تسریع شده توسط بهینه‌سازی تخمین فاصله‌ی از MTTF در شرایط استفاده ارائه دادند. مدل آن‌ها تحت محدودیت هزینه‌های آزمایشگاهی، اندازه‌ی نمونه، فواصل بازرسی، زمان پایان آزمون و ترکیب بهینه از فواصل اطمینان پارامترهای موجود در عبارت MTTF را تعیین می‌کند.<sup>[۸]</sup> در سال ۲۰۰۳ هنگ‌فویو<sup>۵</sup> مدلی برای مسئله‌ی طراحی آزمون‌های زوال تسریع شده ارائه داد. او از معیار کمیته کردن میانگین خطای مربع برای درصد چندک تخمین زده شده از توزیع طول عمر محصول در شرایط استفاده به‌عنوان تابع هدف استفاده کرد. سپس

بیشرفت‌های سریع در فناوری، توسعه‌ی محصولاتی با پیچیدگی بالا، رقابت شدید جهانی و افزایش سطح انتظارات مشتری تولیدکنندگان را مجبور می‌سازد تا محصولاتی با کیفیت و قابلیت اطمینان بالا تولید کنند.<sup>[۱]</sup> بنابراین در زمان طراحی نیاز به آزمون‌های قابلیت اطمینان بر روی سامانه‌ها، زیرسامانه‌ها و اجزا افزایش می‌یابد. از طرف دیگر با کاهش زمان توسعه‌ی محصولات، آزمون‌های قابلیت اطمینان باید در محدودیت‌های شدید زمانی اجرا شوند. در آزمون‌های عمر سنتی، که متغیر پاسخ زمان خرابی است، ممکن است در یک دوره‌ی طولانی از زمان حتی در حالت تسریع شده<sup>۱</sup> نیز تعداد کمی خرابی رخ دهد یا اصلاً هیچ‌گونه خرابی رخ ندهد. بنابراین، ارزیابی قابلیت اطمینان محصولات با استفاده از آزمون‌های عمر سنتی که فقط زمان خرابی را ثبت می‌کنند، مشکل است. به همین دلیل آزمون‌های زوال<sup>۲</sup> می‌توانند برای به دست آوردن اطلاعات سریع و مناسب قابلیت اطمینان در صنایع تولیدی مفید واقع شوند. با استفاده از داده‌های زوال امکان تفسیر مفید قابلیت اطمینان حتی با تعداد کم یا عدم وجود خرابی مهیاست. مشاهده‌ی مستقیم فرایند زوال فیزیکی (مانند فرسودگی

\* نویسنده مسئول

تاریخ: دریافت ۱۳۹۶/۱۲/۹، اصلاحیه ۱۳۹۷/۶/۱۳، پذیرش ۱۳۹۷/۷/۳

DOI:10.24200/J65.2018.50338.1848

تحت محدودیت بودجه با استفاده از مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح غیرخطی به تعیین ترکیب بهینه‌ی اندازه‌ی نمونه، فراوانی بازرسی و زمان خاتمه‌ی آزمون در هر سطح تنش پرداخت.<sup>[۹]</sup> در سال ۲۰۰۳ مارزیو<sup>۶</sup> و همکارانش استفاده از الگوریتم ژنتیک چندهدفه را برای تعیین مقادیر پارامترهای طرح آزمون زوال پیشنهاد دادند. آن‌ها در این مقاله با فرض غیرخطی بودن مسئله به بهینه‌سازی دقت تخمین چندک‌های توزیع زمان خرابی و هزینه‌های آزمون پرداختند.<sup>[۱۰]</sup> هونگ فویو در سال ۲۰۰۶ طراحی آزمون زوال تسریع شده را با این فرض که نرخ زوال از توزیع وایبول معکوس پیروی می‌کند، بررسی کرد. هدف این مقاله تعیین متغیرهای تصمیم‌گیری به گونه‌ی است که میانگین خطای مربعات برآورد شده از چندک توزیع طول عمر محصول در شرایط استفاده با توجه به محدودیت بودجه کمینه شود.<sup>[۱۱]</sup> در سال ۲۰۰۶، لیاو و تی‌سنگ<sup>۷</sup> به بررسی طرح آزمون بهینه برای آزمون‌های زوال تسریع شده با تنش پله‌یی پرداختند.<sup>[۱۲]</sup> در سال ۲۰۰۹ پان ژنگ<sup>۸</sup> و همکارانش بیان کردند که کارایی بسیاری از محصولاتی با قابلیت اطمینان بالا تحت تأثیر چندین تنش به صورت هم‌زمان قرار می‌گیرد؛ بنابراین، به ارائه‌ی طرح آزمون بهینه برای آزمون‌های زوال تسریع شده همراه با چندین متغیر تسریع پرداختند.<sup>[۱۳]</sup> تی‌سنگ و همکارانش در سال ۲۰۰۹ برای آزمون‌های زوال تسریع شده همراه با تنش پله‌یی با فرض پیروی مسیر زوال از فرایند گاما، یک طرح آزمون بهینه پیشنهاد کردند. آن‌ها در ابتدا به معرفی مدل آزمون زوال تسریع شده همراه با تنش پله‌یی، زمانی که مسیر زوال از فرایند گاما پیروی می‌کند، پرداختند و سپس تحت محدودیت بودجه مقادیر بهینه برای اندازه‌ی نمونه، زمان اندازه‌گیری و زمان خاتمه را با هدف کمینه کردن واریانس مجانبی MTTF برآورد شده از توزیع طول عمر محصول به دست آوردند.<sup>[۱۴]</sup> هنگ فویو در سال ۲۰۱۰ یک روش نظام‌مند برای انتخاب مسئله با استفاده از داده‌های زوال پیشنهاد داد. مسئله به صورت برنامه‌ریزی غیرخطی عدد صحیح مدل‌سازی و در نهایت ترکیب بهینه‌ی اندازه‌ی نمونه، فواصل بازرسی، زمان پایان آزمون ارائه شده است.<sup>[۱۵]</sup> ژنگ ژنگ<sup>۹</sup> و همکارانش در سال ۲۰۱۰، انتخاب سطوح تسریع بهینه در آزمون‌های زوال تسریع شده با تنش پله‌یی را بررسی کردند. آن‌ها ابتدا با استفاده از حرکت براونی<sup>۱۰</sup> فرایند زوال عملکرد را مدل‌سازی کردند و سپس تحت محدودیت بودجه و مشخص بودن اندازه‌ی نمونه، زمان کل آزمون و فواصل نمونه‌گیری، سطوح تسریع بهینه و زمان آزمون در هر سطح تنش را تعیین کردند.<sup>[۱۶]</sup> کیانگ و یینکانگ<sup>۱۱</sup> در سال ۲۰۱۳، طرح‌های بهینه برای آزمون‌های زوال تسریع شده با تنش ثابت را ارائه دادند. فرض اصلی در این مقاله پیروی مشخصه‌های زوال از فرایند گاما است. در نهایت به تعیین سطوح تنش آزمون و نسبت واحدهای تخصیص داده شده به هر سطح تنش پرداختند.<sup>[۱۷]</sup> پنگ<sup>۱۲</sup> و همکارانش در سال ۲۰۱۴، فرایند گاوسی معکوس را به‌عنوان یک فرایند احتمالی انعطاف‌پذیر و جذاب برای مدل‌سازی زوال معرفی کردند. سپس به بررسی طرح‌های بهینه‌ی آزمون‌های زوال بر مبنای این فرایند پرداختند. همچنین آن‌ها از روش بیزی برای حل موضوع عدم قطعیت در مقادیر برنامه‌ریزی استفاده کردند.<sup>[۱۸]</sup> چن<sup>۱۳</sup> و همکارانش در سال ۲۰۱۶ مدل فرایند وینر غیرخطی را برای مدل‌سازی آزمون‌های زوال تسریع شده پیشنهاد دادند. سپس به ارائه‌ی طرح بهینه برای تعیین سطوح تنش بهینه، تعداد واحدهای تخصیص داده شده به هر سطح تنش، توالی بازرسی و زمان‌های اندازه‌گیری پرداختند.<sup>[۱۹]</sup> تی‌سای و همکارانش در سال ۲۰۱۶، از فرایند زوال گاما برای مدل‌سازی آزمون زوال تسریع شده استفاده کردند. آن‌ها در تحقیقات خود از دو روش بارگذاری تنش به صورت هم‌زمان بهره بردند و سپس به تعیین اندازه‌ی نمونه، زمان خاتمه‌ی هر آزمایش و توالی اندازه‌گیری‌ها پرداختند.<sup>[۲۰]</sup> در تحقیقات مرور شده فرض بر این است که اندازه‌گیری منجر به خرابی محصول نمی‌شود؛ در صورتی که در بسیاری از کاربردها، فرایند اندازه‌گیری زوال منجر به

تغییر مشخصات شیمیایی/فیزیکی واحدهای آزمون یا خراب شدن آن‌ها می‌شود. در چنین شرایطی فقط امکان یک اندازه‌گیری معنی‌دار بر روی هر واحد آزمون وجود دارد. این نوع آزمون‌ها، آزمون زوال مخرب<sup>۱۴</sup> نامیده می‌شوند.<sup>[۲۱]</sup> در آزمون‌های تخریبی برای به دست آوردن اطلاعات برای تخمین قابلیت اطمینان نیاز به واحدهای آزمون بیشتری نسبت به آزمون‌های زوال معمولی است. نلسون<sup>۱۵</sup> در سال ۱۹۸۱، از آزمون تسریع شده برای ارزیابی داده‌های زوال عملکرد برای عایق‌های الکتریکی استفاده کرد. برای این محصول خاص، اندازه‌گیری عملکرد محصول فقط یک مرتبه امکان‌پذیر است.<sup>[۲۲]</sup> پارک و یوم<sup>۱۶</sup> طرح آزمون بهینه را برای آزمون‌های زوال تسریع شده ارائه دادند. آن‌ها فرض کردند که آزمون مخرب است و رابطه‌ی بین تنش و عملکرد محصول از یک رابطه‌ی نرخ ثابت ساده پیروی می‌کند. در این مقاله سطوح تسریع، نسبت واحدهای تخصیص داده شده به هر سطح تنش و زمان اندازه‌گیری تعیین شد.<sup>[۲۳]</sup> در سال ۲۰۰۴، پارک و همکارانش به بررسی طرح‌های بهینه‌ی آزمون‌های زوال تسریع‌شده مخرب<sup>۱۷</sup> با فرض بارگذاری تنش به صورت پله‌یی پرداختند. در این مقاله از واریانس برآوردگر بیشینه‌ی درست‌نمایی چندک توزیع طول عمر در شرایط استفاده به‌عنوان معیار بهینه‌سازی استفاده شده است.<sup>[۲۴]</sup> یکی از مقالات بنیادی در رابطه با طرح آزمون زوال تسریع شده با اندازه‌گیری مخرب مربوط به تحقیق شای<sup>۱۸</sup> و همکارانش در سال ۲۰۰۹ است. در این مقاله آزمون زوال تسریع شده مخرب با یک سازوکار خرابی و یک متغیر تسریع با هدف کمینه کردن واریانس تقریبی نمونه‌ی بزرگ<sup>۱۹</sup> برآوردگر بیشینه‌ی درست‌نمایی برای یک چندک زمان خرابی مشخص شده مورد بررسی قرار گرفت. آن‌ها در کار خود سه نوع طرح آزمون بهینه، سنتی<sup>۲۰</sup> و سازشی<sup>۲۱</sup> را بررسی و مقایسه کردند. همچنین به دلیل این که یک طرح آزمون بهینه نسبت به مشخصات مدل و اطلاعات طراحی استوار نیست، آن‌ها یک طرح سازشی مفید با استواری بالاتر پیشنهاد کردند.<sup>[۲۵]</sup> در سال ۲۰۱۲، شای و میکراز روش بیزین برای طراحی آزمون‌های زوال تسریع‌شده مخرب تحت گروهی از مدل‌های زوال غیرخطی با یک متغیر تسریع استفاده کردند. در این مقاله از معیار بیزی بر مبنای دقت تخمین چندک توزیع زمان خرابی مشخص شده در شرایط استفاده برای پیدا کردن طرح آزمون بهینه استفاده شده است.<sup>[۲۶]</sup> در سال ۲۰۱۳ تی‌سای و همکارانش طرحی بهینه برای آزمون‌های زوال تسریع شده ارائه دادند. آن‌ها در کار خود از داده‌های محصول بسیاری با فرض اندازه‌گیری مخرب استفاده کردند. نوآوری ارائه شده در این مقاله استفاده از مدل غیرخطی برای طراحی یک آزمون زوال تسریع شده مخرب است. سپس با توجه به محدودیت بودجه مشخصات مورد نیاز را با هدف کمینه کردن واریانس مجانب چندک‌های تخمین‌زده شده از توزیع طول عمر در شرایط عملیاتی نرمال تعیین کردند.<sup>[۲۷]</sup>

معمولاً زوال یک محصول ناشی از چندین سازوکار خرابی است؛ به عبارت دیگر چندین سازوکار خرابی برای خراب شدن محصول با یکدیگر رقابت می‌کنند که این موضوع با عنوان ریسک‌های رقابتی<sup>۲۲</sup> مطرح می‌شود. در این شرایط طول عمر محصول برابر با رخداد زودترین ریسک (خرابی) در میان ریسک‌های (خرابی) موجود است. بنابراین با توجه به توضیحات داده شده برای تعدادی از کاربردهای خاص، مسئله‌ی آزمون‌های زوال تسریع شده مخرب در حضور ریسک‌های رقابتی مطرح می‌شود. در سال ۲۰۱۰ شای و میکرا به بررسی طرح آزمون برای آزمون‌های زوال تسریع شده با اندازه‌گیری مخرب در حضور ریسک‌های رقابتی پرداختند. به عبارت دیگر در این مقاله آزمون زوال تسریع شده مخرب با چند سازوکار خرابی و یک متغیر تسریع با هدف کمینه کردن واریانس تقریبی نمونه‌ی بزرگ برای چندک توزیع زمان خرابی در شرایط استفاده بررسی شد. البته آن‌ها در کار خود دو سازوکار خرابی را در نظر گرفتند و یکی از این دو سازوکار خرابی را به‌عنوان سازوکار اصلی و داده‌های

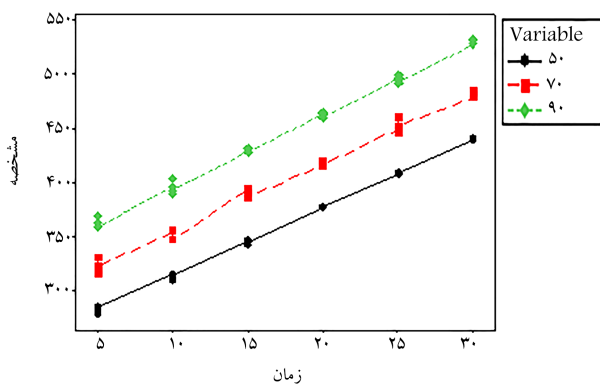
زمان‌های اندازه‌گیری شامل ۵، ۱۰، ۱۵، ۲۰، ۲۵ و ۳۰ واحد زمانی است و در هر زمان اندازه‌گیری در طی هر آزمون ۴ واحد به‌صورت مخرب اندازه‌گیری می‌شود. محصول شامل دو مشخصه عملکردی است که با عنوان مشخصه عملکردی نوع الف و نوع ب معرفی می‌شود. محصول زمانی خراب می‌شود که مشخصه عملکرد نوع الف مقداری بالاتر از ۵۲۵ و مشخصه عملکرد نوع ب مقداری بالاتر از ۴۹۵ اختیار کند. همچنین بیشینه تعداد واحد موجود و بیشینه زمان مجاز برای اجرای آزمایش به ترتیب ۱۰۰ واحد و ۳۰ واحد زمانی است. هزینه‌های مربوط به هر واحد عملیات، هر واحد محصول و هر واحد اندازه‌گیری به ترتیب ۱، ۵ و ۵ بیشینه بودجه ۵۰۰ واحد است. شکل‌های ۱ و ۲ به ترتیب مشخصه‌های عملکردی نوع الف و ب را نشان می‌دهند. از نمودارها می‌توان دریافت که مدل خطی زیر برای توصیف مسیرهای زوال محصول می‌تواند مناسب باشد:

$$LP(t|S_i) = \alpha_p + \beta_{ip}t + \varepsilon \quad t > 0 \quad (1)$$

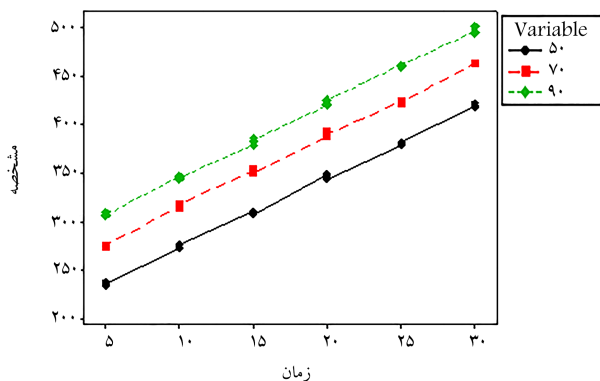
که در رابطه ۱،  $LP(t|S_i)$ ،  $i = 1, 2, 3$ ، مشخصه کیفی نوع  $p$  از محصول تحت تنش  $S_i$  در زمان  $t$  است. همچنین  $\alpha_p$  و  $\beta_{ip}$  پارامترهای ثابت و مجهول و  $\varepsilon$  عبارت خطای تصادفی است. شکل‌های ۳ و ۴ به ترتیب نشان می‌دهند که نمودارهای  $\ln(\beta_{1i})$  و  $\ln(\beta_{2i})$  در برابر معکوس دما بر حسب درجه کلونین  $(1/T)$  برای مشخصه عملکردی از رابطه آرنیوس پیروی کند.<sup>[۷]</sup>

$$\beta_{1i} = \gamma_1 \exp\left(\frac{\lambda_1}{S_i}\right) \quad (2)$$

$$\beta_{2i} = \gamma_2 \exp\left(\frac{\lambda_2}{S_i}\right) \quad (3)$$



شکل ۱. فرایند زوال برای مشخصه عملکرد نوع الف در دماهای متفاوت.



شکل ۲. فرایند زوال برای مشخصه عملکرد نوع ب در دماهای متفاوت.

سازوکار خرابی دیگر را به‌عنوان داده‌های حذف شده برای سازوکار خرابی اصلی در نظر گرفتند. سپس مسئله را به‌صورت یک طرح آزمون با یک سازوکار خرابی که داده‌های حذف شده را شامل می‌شود، حل کردند.<sup>[۲۷]</sup> در سال ۲۰۱۳ پان و سان<sup>[۲۸]</sup> طراحی بهینه برای آزمون‌های زوال تسریع شده با تنش پله‌یی و چندین مشخصه عملکردی ارائه دادند. آن‌ها در مدل خود از فرایند گاما استفاده کردند و فرض کردند که مشخصه‌های عملکرد همیشه مثبت و اکیداً صعودی است. آن‌ها تحت محدودیت هزینه، تنظیمات بهینه مانند اندازه‌ی نمونه، زمان‌ها و توالی اندازه‌گیری را تعیین کردند.<sup>[۲۸]</sup> در سال ۲۰۱۴ حقیقی مقاله‌یی درباره‌ی طرح آزمون زوال تسریع شده در حضور ریسک‌های رقابتی ارائه کرد. در این مقاله فرض بر این است که تنش به‌صورت پله‌یی اعمال می‌شود و مسیر زوال از مدل زوال متعیر پیروی می‌کند. همچنین برای تخمین‌های توابع چگالی در شرایط استفاده از مدل نرخ خرابی دمایی برای برون‌یابی اطلاعات از سطوح بالای تنش استفاده شده است.<sup>[۲۹]</sup> در سال ۲۰۱۷ وانگ<sup>[۲۴]</sup> و همکارانش طرح بهینه‌یی را برای حالتی که چند متعیر تسریع و چند اندازه‌ی زوال وجود دارد، بررسی کردند. همچنین آن‌ها در تحقیقات خود فرض کردند که تنش به‌صورت پله‌یی به محصول اعمال می‌شود.<sup>[۳۰]</sup>

در تحقیقات مرور شده تا به حال آزمون‌های زوال مخرب تسریع شده با چند سازوکار خرابی که هر سازوکار به‌عنوان خرابی اصلی در نظر گرفته شده باشد، بررسی نشده است. در این پژوهش یک مدل آزمون زوال تسریع‌شده‌ی مخرب در حضور ریسک‌های رقابتی ارائه شده است و سپس به تعیین طرح بهینه‌ی آزمون با هدف کمینه کردن واریانس تقریبی نمونه‌ی بزرگ برای چند  $p$ ام توزیع زمان خرابی در شرایط استفاده پرداخته شده است. با توجه به منابع محدود آزمون (همانند زمان، واحد و تسهیلات آزمون)، هزینه‌های آزمایش و اهمیت دقت تخمین دقیق طول عمر محصول، طراحی مناسب یک آزمون برای استفاده‌ی مؤثر از منابع محدود حائز اهمیت است. به همین دلیل نیاز است تا متغیرهای تصمیم‌گیری شامل اندازه‌ی کل نمونه، فراوانی بازرسی و تعداد کل اندازه‌گیری در هر سطح تنش به‌صورت بهینه تعیین شود. انتخاب نادرست این متغیرها ممکن است منجر به افزایش هزینه‌های آزمایشگاهی و کاهش دقت تخمین قابلیت اطمینان محصول شود. بنابراین برای صنایع مختلف تعیین بهینه‌ی این متغیرها از اهمیت بالایی برخوردار است. این دقیقاً مسئله‌یی است که در این پژوهش بررسی و حل خواهد شد.

ادامه‌ی این مقاله به‌صورت زیر سازمان‌دهی شده است. در بخش ۲ مثالی که منجر به مطرح شدن این مسئله و حل آن شده است، بیان می‌شود و در نهایت از آن برای تشریح روش‌های توسعه داده شده استفاده می‌شود. در بخش ۳ مدل ADDT<sup>۲۵</sup> با حضور ریسک‌های رقابتی معرفی و فرمول‌بندی کلی آن بیان می‌شود. در بخش ۴ طرح آزمون بهینه فرمول‌بندی می‌شود و در بخش ۵ روش حل مدل ارائه شده با استفاده از الگوریتم ژنتیک تشریح شده است. سپس در بخش ۶ نتایج عددی با استفاده از مثال ارائه شده در بخش ۲ به دست می‌آیند. در نهایت نتیجه‌گیری در بخش ۷ ارائه شده است.

## ۲. مثال انگیزشی

مدل و روش‌های توسعه یافته در بخش‌های بعد با استفاده از اطلاعات کسب شده از یک نوع محصول شیمیایی که در معرض دماهای بالاتر قرار گرفته است، تشریح می‌شود. واحدهای نمونه‌گیری شده در دماهای ۵۰، ۷۰ و ۹۰ درجه سانتی‌گراد قرار می‌گیرند. در هر دمای تسریع ۲۴ واحد از محصول آزمایش می‌شود. در این آزمون،

در معادله‌ی ۵،  $D_{ij} = D(t_{ij}, \beta_{i1}, \dots, \beta_{ik})$  مسیر واقعی واحد  $t_{ij}$  در زمان  $t_{ij}$  است. نشان دهنده‌ی انحراف باقی‌مانده‌ی هاست که تغییرپذیری واحد به واحد را توصیف می‌کند. در این جا داریم  $\Phi(Z) \sim \frac{\varepsilon_{ij}}{\sigma}$ ، که یک تابع توزیع تجمعی مشخص مانند تابع توزیع تجمعی نرمال استاندارد شده  $\Phi_{norm}(Z)$  است. پارامترهای مدل  $\theta = (\sigma, \beta_{i1}, \dots, \beta_{ik})$ ، ثابت ولی مجهول هستند که با استفاده از داده‌های آزمون زوال تخمین زده می‌شوند. در حالت کلی،  $D$  پارامتر مکان برای توزیع  $L$  است که وابسته به پارامترهای مجهول  $(\beta_1, \dots, \beta_k)$  و تابعی از متغیر تسریع  $(S)$  و زمان است. به عبارت دیگر:

$$L = \mu(t, S) + \varepsilon \quad (6)$$

در این مقاله مدل زوال ارائه شده در سطح مشخصی از  $S$  خطی است و میانگین مسیر زوال نیز نسبت به  $t$  خطی است. بنابراین:

$$L = \alpha + \beta t + \varepsilon \quad (7)$$

در رابطه‌ی ۷، زمانی که  $t = 0$  و  $\alpha$  پارامتر مکان خواهد بود. علامت  $\beta$  نشان دهنده‌ی نرخ زوال است و همان‌طور که در بخش ۲ نشان داده شد نرخ زوال  $\beta$  از قانون آرنیوس پیروی می‌کند. به عبارت دیگر:

$$\beta = \gamma \exp\left(\frac{\lambda}{S}\right)t \quad (8)$$

در نهایت می‌توان گفت که مدل زوال از رابطه‌ی ۹ پیروی می‌کند که نسبت به پارامترها غیرخطی است. در این رابطه دما  $(S)$  بر حسب مقیاس درجه‌ی کلین است و  $\lambda$  معادل با انرژی فعال‌سازی متناظر با سازوکار زوال است.

$$L = \alpha + \gamma \exp\left(\frac{\lambda}{S}\right)t + \varepsilon \quad (9)$$

### ۲.۳. تابع توزیع تجمعی

$L(t|S_0)$  معرف مشخصه‌ی عملکرد محصول تحت شرایط استفاده  $S_0$  در زمان  $t$  است که در معادله‌ی ۱۰ بیان شده است:

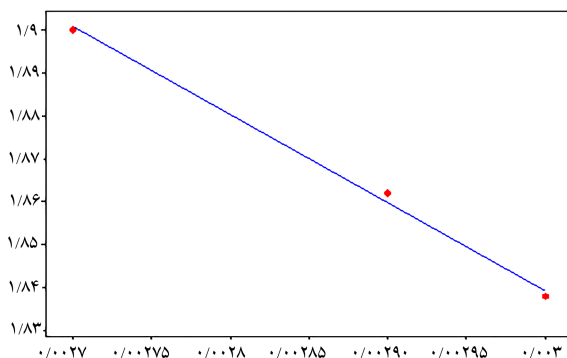
$$L(t|S_0) = \alpha + \beta \cdot t + \varepsilon \quad t > 0 \quad (10)$$

$\alpha$  و  $\beta$  پارامترهای ثابت اما مجهول هستند و خطای تصادفی  $\varepsilon$  از توزیع نرمال با میانگین صفر و انحراف معیار  $\sigma$ ،  $(N(0, \sigma^2))$  پیروی می‌کند. طول عمر محصولات  $(T)$  برابر است با زمانی که  $L(t|S_0)$  از سطح بحرانی  $D_f$  عبور می‌کند. بنابراین احتمال خرابی در زمان داده شده  $(t)$  برابر با عبور مشخصه‌ی عملکرد از سطح بحرانی تعریف شده در زمان  $t$  است. رابطه‌ی ۱۱ عبارت ریاضی این مفهوم را ارائه می‌دهد.

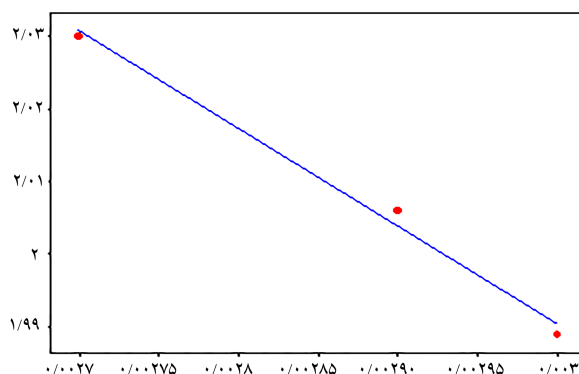
$$F(t) =$$

$$P(T \leq t) = P(L(t|S_0) \geq D_f) = 1 - \Phi\left(\frac{D_f - \alpha - \beta \cdot t}{\sigma}\right) \quad (11)$$

که  $\Phi(\cdot)$  تابع توزیع تجمعی نرمال است. مقدار  $F_T(t)$  و  $F_L(t|S_0)$  زمانی معادل یکدیگر می‌شوند که متغیر تصادفی  $D$  مقدار  $D_f$  اختیار کند. سپس چندک  $p$ ،



شکل ۳. نمودار  $\ln(\beta_{1i})$  در برابر معکوس دما بر حسب معکوس درجه‌ی کلین برای  $(i = 1, 2, 3)$ .



شکل ۴. نمودار  $\ln(\beta_{2i})$  در برابر معکوس دما بر حسب معکوس درجه‌ی کلین برای  $(i = 1, 2, 3)$ .

بنابراین، با استفاده از رابطه‌های ۲ و ۳ برای برازش فرایند زوال بر روی مجموعه داده‌های هر دو نوع مشخصه‌ی عملکردی مدل ۴ پیشنهاد می‌شود.

$$L_{kp}(t|S_i) = \alpha_P + \gamma_P \exp\left(\frac{\lambda_P}{S_i}\right)t_j + \varepsilon_{ijk}$$

$$i = 0, 1, 2, 3$$

$$P = 1, 2$$

$$K = 1, 2, 3, 4$$

$$j = 1, 2, \dots, l_i$$

$$\varepsilon_{ijk} \sim N(0, \sigma^2) \quad (14)$$

### ۳. فرمول بندی مسئله

#### ۳.۱. مدل زوال

مسیر زوال واقعی برای یک واحد خاص در طول زمان توسط  $D(t)$ ،  $t > 0$  معرفی می‌شود. در بسیاری از کاربردها مقادیر  $D(t)$  در نقاط زمانی گسسته،  $t_1, t_2, \dots$  نمونه‌گیری می‌شوند. میزان زوال نمونه‌ی مشاهده شده  $(L_{ij})$  برای واحد  $i$ ام در زمان  $t_j$  معادل است با:

$$L_{ij} = D_{ij} + \varepsilon_{ij} \quad \begin{matrix} i = 1, 2, \dots, n \\ j = 1, 2, \dots, m_i \end{matrix} \quad (15)$$

حال با در دست داشتن تابع عمر محصول باید به محاسبه‌ی چندک  $p$ ام،  $t_p$ ، پرداخته شود.  $t_p$  به صورت مستقیم با حل معادله  $F(t) = P$  به دست می‌آید. به عبارت دیگر برای آزمون با دو حالت خرابی،  $t_p$  از حل رابطه‌ی ۱۸ حاصل می‌شود. اما محاسبه‌ی  $t_p$  به صورت مستقیم از رابطه‌ی ۱۸ تقریباً غیرممکن است و باید با استفاده از روش‌های عددی محاسبه شود.

$$F(t) = 1 - R(t) = 1 - [1 - F_1(t)] \cdot [1 - F_2(t)] \quad (18)$$

برخی از شرایط خاص برای اجرای این آزمون به صورت زیر است:

- آزمون زوال تسریع شده مخرب از  $m$  سطح تنش به صورت  $S_0 < S_1 < S_m < S_m$  استفاده می‌کند که  $S_0$  معادل با شرایط استفاده است.
- تحت تنش  $S_i$ ،  $N_i$  واحد به آزمون تعلق می‌گیرد و تعداد کل واحدهای مورد نیاز برای آزمون برابر با  $N = \sum_{i=1}^m N_i$  است.
- تحت تنش  $S_i$ ، زمان پایان آزمون برابر با  $t_{i_i} = f \times l_i \times t_u$  که  $f$  معرف فاصله‌ی بین اندازه‌گیری‌ها (توالی اندازه‌گیری)،  $l_i$  معرف تعداد اندازه‌گیری‌ها و  $t_u$  یک واحد زمانی است. از طرف دیگر در هر سطح تنش و زمان اندازه‌گیری،  $n$  واحد به صورت تصادفی انتخاب و به صورت مخرب اندازه‌گیری می‌شود. بنابراین:

$$N_i = n \times l_i \quad (19)$$

- فرض می‌شود که  $L_{kP}(t_j|S_i)$  معرف مشخصه‌ی عملکرد واحد  $k$ ام تحت تنش  $S_i$  در زمان  $t$  برای حالت خرابی  $P$ ام است. به عبارت دیگر:

$$L_{kP}(t|S_i) = \alpha_P + \beta_i P t_j + \varepsilon_{ijk} \quad (20)$$

$$i = 0, 1, \dots, m$$

$$S_0 < S_1 < \dots < S_m$$

$$P = 1, 2, \dots, p$$

$$k = 1, 2, \dots, n$$

$$j = 1, 2, \dots, l_i$$

$$\varepsilon_{ijk} \sim N(0, \sigma^2)$$

در مدل زوال فرض شده،  $\beta_{iP}$  نسبت به تنش  $S_i$  از رابطه‌ی آرنیوس پیروی می‌کند.

$$\beta_{iP} = \gamma_P \exp\left(\frac{\lambda_P}{S_i}\right) \quad (21)$$

#### ۴. طرح آزمون بهینه

کاملاً مشهود است که متغیرهای  $n$ ،  $f$ ،  $l_1$ ،  $l_2$ ،  $l_m$  و  $l_m$  تحت تأثیر هزینه‌های آزمایشگاهی و همچنین دقت تخمین چندک  $p$ ام محصول قرار دارند. بنابراین فرض می‌شود که  $TC$  معرف هزینه‌ی کل آزمایش زوال و  $\hat{t}_p$  معادل با چندک  $p$ ام طول عمر تخمین زده شده از محصول بر مبنای یک طرح آزمون  $(n, f, l_1, l_2, \dots, l_m)$  است. در نهایت مسئله‌ی تصمیم‌گیری مورد نظر را می‌توان به صورت زیر ارائه داد:

$t_p$ ، را می‌توان به آسانی از توزیع طول عمر محصول با استفاده از رابطه‌ی ۱۲ به دست آورد:

$$t_p = \frac{D_f - \sigma \Phi^{-1}(1-p) - \alpha}{\beta_s} \quad (12)$$

توجه شود که رابطه‌ی ۱۲ از حل معادله‌ی  $F(t) = p$  حاصل می‌شود. اما استفاده از رابطه‌ی ۱۲ برای حالتی مناسب است که فقط یک حالت خرابی یا یک سازوکار زوال وجود داشته باشد. این معادله برای یک حالت خاص در شرایط استفاده ( $S_0$ ) و فقط یک حالت خرابی مناسب است. اما از آنجایی که هدف این مقاله مدل‌سازی آزمون‌های زوال تسریع شده با چند فرایند زوال است، در ادامه به فرمول‌سازی این حالت به صورت جامع پرداخته می‌شود.

فرض می‌شود که  $L_{kP}(t_j|S_i)$  معرف مشخصه‌ی عملکرد واحد  $k$ ام تحت تنش  $S_i$  در زمان  $t_i$  برای حالت خرابی  $P$ ام است. با فرض این که مسیر زوال خطی است، رابطه‌ی ۱۳ برقرار است.

$$L_{kP}(t|S_i) = \alpha_P + \beta_i P t_j + \varepsilon_{ijk} \quad t_j > 0$$

$$i = 0, 1, \dots, m$$

$$S_0 < S_1 < \dots < S_m$$

$$P = 1, 2, \dots, p$$

$$k = 1, 2, \dots, n$$

$$j = 1, 2, \dots, l_i \quad (13)$$

در رابطه‌ی ۱۳،  $m$  سطح تنش وجود دارد که با اندیس  $i$  مشخص می‌شود. اندیس  $P$  معرف تعداد حالات خرابی است و اندیس  $k$  بیانگر تعداد واحد اندازه‌گیری شده‌ی مخرب در هر سطح تنش در زمان  $t_j$  است. همچنین اندیس  $j$  تعداد فراوانی اندازه‌گیری‌ها در سطح تنش  $S_i$  را نشان می‌دهد. در ادامه‌ی مقاله برای سادگی فرض می‌شود که فقط دو حالت خرابی وجود دارد ( $P = 2$ ) و بر اساس این فرض مسئله مدل‌سازی خواهد شد. با توجه به هر حالت خرابی که مستقل از یکدیگرند، توابع حاشیه‌ی خرابی برای حالات خرابی نوع اول و دوم به ترتیب در رابطه‌های ۱۴ و ۱۵ ارائه شده است.

$$P(T_1 \leq t) = P(L_1(t|S_i) \geq D_1) = 1 - \Phi\left(\frac{D_1 - \alpha_1 - \beta_{i1}t}{\sigma_1}\right) \quad (14)$$

$$P(T_2 \leq t) = P(L_2(t|S_i) \geq D_2) = 1 - \Phi\left(\frac{D_2 - \alpha_2 - \beta_{i2}t}{\sigma_2}\right) \quad (15)$$

در نتیجه برای محصول مورد نظر زمان خرابی برابر است با زمانی که برای اولین بار یکی از دو حالت خرابی رخ دهد یا به عبارت دیگر:

$$T = \min(T_1, T_2) \quad (16)$$

بنابراین تابع بقا از رابطه‌ی ۱۷ حاصل می‌شود:

$$R(t) = 1 - F(t) = P(T > t) = P(\min(T_1, T_2) > t) = R_1(t) \cdot R_2(t) = (1 - F_1(t)) \cdot (1 - F_2(t)) \quad (17)$$

که در رابطه‌ی ۲۵، در صورتی که داده دقیق باشد  $\delta_{ijk}$  مقدار یک و اگر داده حذف شده باشد مقدار صفر اختیار می‌کند. معمولاً در آزمون‌های زوال داده‌ی حذف شده به‌ندرت مطرح می‌شود. در این مقاله نیز آزمون زوال بر مبنای وجود داده‌ی دقیق مدل خواهد شد. بنابراین لگاریتم تابع درست‌نمایی مورد نظر به‌صورت رابطه‌ی ۲۶ است:

$$\begin{aligned} \ln L(\theta) &= \sum_i^m \sum_j^{l_i} \sum_k^n \ln(f_1(L_{k1}(t_j|S_i)) \times f_2(L_{k2}(t_j|S_i))) \\ &= \sum_i^m \sum_j^{l_i} \sum_k^n \ln(f_1(L_{k1}(t_j|S_i))) + \ln(f_2(L_{k2}(t_j|S_i))) \\ &= \sum_i^m \sum_j^{l_i} \sum_k^n \ln \left( \frac{1}{\sigma_1 \sqrt{2\pi}} \exp \left( -\frac{(L_{k1}(t_j|S_i) - \alpha_1 - \beta_{i1} t_j)^2}{2\sigma_1^2} \right) \right) \\ &\quad + \ln \left( \frac{1}{\sigma_2 \sqrt{2\pi}} \exp \left( -\frac{(L_{k2}(t_j|S_i) - \alpha_2 - \beta_{i2} t_j)^2}{2\sigma_2^2} \right) \right) \end{aligned} \quad (26)$$

در رابطه‌ی ۲۶،  $\theta$  شامل پارامترهای  $(\alpha_1, \gamma_1, \lambda_1, \sigma_1, \alpha_2, \gamma_2, \lambda_2, \sigma_2)$  می‌شود که تخمین این پارامترها ( $\hat{\theta}$ ) توسط روش بیشینه‌ی درست‌نمایی قابل محاسبه است. ایده‌ی کلی روش بیشینه‌ی درست‌نمایی برازش مدل به داده‌ها به وسیله‌ی تخمین پارامترها به‌گونه‌ی است که احتمال داده‌های مشاهده شده بیشینه شود. روش بیشینه‌ی درست‌نمایی ابزاری کلی و تطبیق‌پذیر برای برازش مدل به انواع داده‌ها فراهم می‌کند. این روش می‌تواند برای محدودده‌ی وسیعی از مدل‌های پارامتری و ناپارامتری با انواع داده‌های حذف شده و کامل به‌کار رود. نظریه‌ی بیشینه‌ی درست‌نمایی تضمین می‌کند که در اندازه‌ی نمونه‌های بزرگ، از نظر آماری تخمین‌ها کارا هستند.<sup>[۶]</sup>

در طراحی آزمون‌های زوال سریع شده، معیار مناسب برای طرح آزمون وابسته به هدف آزمایش است. این هدف می‌تواند تخمین  $t_p$  در شرایط استفاده باشد. یکی از رایج‌ترین معیارها برای طرح آزمون کمینه کردن واریانس مجانبی از برآوردگر بیشینه‌ی درست‌نمایی چندک زمان خرابی مشخص شده است. به‌عبارت دیگر هدف پیدا کردن طرح آزمونی است که  $AVar(\hat{t}_p)$  کمینه‌شود.  $AVar(\hat{t}_p)$  از رابطه‌ی ۲۷ به دست می‌آید.<sup>[۲۷,۲۴,۷]</sup>

$$Avar(\hat{t}_p) = hI(\theta)^{-1}h' \quad (27)$$

در این رابطه  $I(\theta)$  بیان‌گر ماتریس اطلاعات فیشر است و  $h'$  ترانزپوز  $h$  است که مقدار  $h$  از رابطه‌ی ۲۸ به دست می‌آید.

$$h = \frac{\partial t_p}{\partial \theta} \quad (28)$$

$$h = \left( \frac{\partial t_p}{\partial \alpha_1}, \frac{\partial t_p}{\partial \gamma_1}, \frac{\partial t_p}{\partial \lambda_1}, \frac{\partial t_p}{\partial \sigma_1}, \frac{\partial t_p}{\partial \alpha_2}, \frac{\partial t_p}{\partial \gamma_2}, \frac{\partial t_p}{\partial \lambda_2}, \frac{\partial t_p}{\partial \sigma_2} \right)$$

همان‌طور که قبلاً بیان شد، زمانی که دو حالت خرابی وجود دارد، به دست آوردن  $t_p$  از روش مستقیم بسیار دشوار است؛ بنابراین محاسبه‌ی  $h$  با استفاده از رابطه‌ی بالا تقریباً غیرممکن است. به همین دلیل برای محاسبه‌ی آن از قاعده‌ی مشتق زنجیره‌ی استفاده می‌کنیم. به‌عبارت دیگر:

$$\frac{\partial F(t)}{\partial \theta} = \frac{\partial F(t)}{\partial t} \times \frac{\partial t}{\partial \theta} \Rightarrow \frac{\partial t_p}{\partial \theta} = \frac{\frac{\partial F(t)}{\partial \theta}}{\frac{\partial F(t)}{\partial t}} \quad (29)$$

$$F(t) = 1 - [(1 - F_1(t)) * (1 - F_2(t))]$$

$$\min AVar(\hat{t}_p | n, f, l_1, l_2, \dots, l_m),$$

s.t :

$$Tc(n, f, l_1, l_2, \dots, l_m) \leq C_b$$

$$f.l_i \leq t_{\max}$$

$$N \leq N_{\max}$$

$$n \geq n_{\min}$$

$$n, f, l_1, l_2, \dots, l_m \in N^{m+1} \quad (22)$$

در مدل ۲۲،  $AVar(\hat{t}_p)$  معرف واریانس مجانبی  $\hat{t}_p$ ،  $C_b$  معرف کل بودجه‌ی از پیش مشخص شده برای اجرای آزمایش زوال،  $t_{\max}$  معرف بیشینه‌ی زمان اندازه‌گیری شده که از پیش مشخص می‌شود،  $N_{\max}$  معرف بیشینه‌ی اندازه‌ی نمونه‌ی کل که از پیش مشخص می‌شود و  $n_{\min}$  معرف کمینه‌ی اندازه‌ی نمونه‌ی کل در هر سطح تنش و زمان اندازه‌گیری است. در ادامه در رابطه با چهارچوب حل مسئله‌ی بهینه‌سازی ارائه شده بحث خواهد شد. حل مسئله‌ی ارائه شده در مدل ۲۲ شامل دو بخش است: ۱. محاسبه‌ی واریانس مجانبی بیشینه‌ی درست‌نمایی ( $MLE$ ) چندک  $p$  طول عمر محصول تحت شرایط استفاده. ۲. محاسبه‌ی کل هزینه‌ی اجرای آزمایش.

#### ۱.۴. نحوه‌ی محاسبه‌ی $AVar(\hat{t}_p)$

بر مبنای مشاهدات  $L_{kp}(t_j|S_i)$  و در حضور داده‌ی دقیق و حذف شده، تابع درست‌نمایی برای مدل زوال مطرح شده به‌صورت زیر است. در ابتدا برای هر نوع داده تابع درست‌نمایی محاسبه و سپس تابع درست‌نمایی کل محاسبه می‌شود. تابع درست‌نمایی برای داده‌های دقیق از رابطه‌ی ۲۳ محاسبه می‌شود:

$$\begin{aligned} L_e(\theta) &= \prod_{i=1}^m \prod_{j=1}^{l_i} \prod_{k=1}^n \frac{1}{\sigma_1 \sqrt{2\pi}} \exp \left( -\frac{(L_{k1}(t_j|S_i) - \alpha_1 - \beta_{i1} t_j)^2}{2\sigma_1^2} \right) \\ &\quad \times \frac{1}{\sigma_2 \sqrt{2\pi}} \exp \left( -\frac{(L_{k2}(t_j|S_i) - \alpha_2 - \beta_{i2} t_j)^2}{2\sigma_2^2} \right) \end{aligned} \quad (23)$$

و تابع درست‌نمایی برای داده‌های حذف شده معادل است با:

$$\begin{aligned} L_s(\theta) &= \prod_{i=1}^m \prod_{j=1}^{l_i} \prod_{k=1}^n \left( 1 - \Phi \left( \frac{(L_{k1}(t_j|S_i) - \alpha_1 - \beta_{i1} t_j)}{\sigma_1} \right) \right) \\ &\quad \times \left( 1 - \Phi \left( \frac{(L_{k2}(t_j|S_i) - \alpha_2 - \beta_{i2} t_j)}{\sigma_2} \right) \right) \end{aligned} \quad (24)$$

در نهایت تابع درست‌نمایی کل برابر است با:

$$\begin{aligned} A &= \frac{1}{\sigma_1 \sqrt{2\pi}} \exp \left( -\frac{(L_{k1}(t_j|S_i) - \alpha_1 - \beta_{i1} t_j)^2}{2\sigma_1^2} \right) \\ &\quad \times \frac{1}{\sigma_2 \sqrt{2\pi}} \exp \left( -\frac{(L_{k2}(t_j|S_i) - \alpha_2 - \beta_{i2} t_j)^2}{2\sigma_2^2} \right) \\ B &= \left( 1 - \Phi \left( \frac{(L_{k1}(t_j|S_i) - \alpha_1 - \beta_{i1} t_j)}{\sigma_1} \right) \right) \\ &\quad \times \left( 1 - \Phi \left( \frac{(L_{k2}(t_j|S_i) - \alpha_2 - \beta_{i2} t_j)}{\sigma_2} \right) \right) \\ L(\theta) &= \prod_i^m \prod_j^{l_i} \prod_k^n A^{\delta_{ijk}} \times B^{1-\delta_{ijk}} \end{aligned} \quad (25)$$

در نتیجه هزینه کل اجرای آزمون زوال تسریع شدهی مخرب از رابطه ۳۲ محاسبه می‌شود:

$$TC(n, f, l_1, \dots, l_m) = C_{op}f \sum_{i=1}^m l_i + C_{mea}n \sum_{i=1}^m l_i + C_{it}n \sum_{i=1}^m l_i \quad (32)$$

در نهایت مدل مسئلهی طراحی بهینهی آزمون‌های زوال تسریع شدهی مخرب با حضور ریسک‌های رقابتی را می‌توان به صورت زیر فرمول‌بندی کرد:

$$\begin{aligned} & \min hI(\theta)^{-1}h' \\ & s.t : \\ & C_{op}f \sum_{i=1}^m l_i + C_{mea}n \sum_{i=1}^m l_i + C_{it}n \sum_{i=1}^m l_i \leq C_b \\ & f.l_i \leq t_{max} \\ & \sum_{i=1}^m n.l_i \leq N_{max} \\ & n \geq n_{min} \\ & n, f, l_1, l_2, \dots, l_m \in N^{m+2} \end{aligned} \quad (33)$$

## ۵. روش حل

به دلیل پیچیدگی تابع هدف، ارائه‌ی یک روش حل تحلیلی برای مسئلهی بهینه‌سازی مورد نظر غیرممکن به نظر می‌رسد. همچنین استفاده از روش شمارش کامل برای این مسئله نیز نیاز به زمان حل بسیار طولانی دارد. با توجه به محدودیت‌های ذکر شده تصمیم گرفته شد تا در این مقاله از الگوریتم ژنتیک برای حل مدل ارائه شده استفاده شود. پیاده‌سازی الگوریتم طراحی شده با استفاده از نرم‌افزار متلب ۲۰۱۱ انجام شده است. در ادامه این بخش جزئیات مربوط به این روش ارائه شده است.

### ۱.۵. نحوه‌ی نمایش جواب

چهار شیوهی اصلی در کد کردن متغیرها یا نحوه‌ی نمایش جواب وجود دارد:

۱. نمایش کد دودویی ۲. نمایش کد اعداد حقیقی ۳. نمایش کد عدد صحیح و ۴. نمایش کد جایگشتی. بهترین شیوه برای نحوه‌ی نمایش جواب برای مدل ارائه شده، نمایش جایگشتی با استفاده از اعداد صحیح است. شکل ۵ نمونه‌یی از نمایش جواب برای طرح آزمون بهینه را نشان می‌دهد. به عبارت دیگر جواب مسئله به صورت یک آرایه در نظر گرفته شده است که خانه‌ی اول بیان‌گر تعداد واحد اندازه‌گیری در هر زمان و شرایط دمایی است و خانه‌های دوم تا سوم به ترتیب معادل با تعداد اندازه‌گیری در سطوح اول تا سوم هستند و خانه‌ی آخر بیان‌گر فاصله‌ی بین اندازه‌گیری‌هاست.

### ۲.۵. ساختن جواب اولیه

در مسئله‌ی مورد نظر ساختن جواب اولیه مشکل نیست. زیرا هر ترکیبی از اعداد

۲	۵	۳	۶	۷
---	---	---	---	---

شکل ۵. نحوه نمایش جواب.

محاسبات تحلیلی مشتق‌های  $\frac{\partial F(t)}{\partial t}$  و  $\frac{\partial F(t)}{\partial \theta}$  در صورت نیاز در اختیار خوانندگان قرار داده می‌شود. در نهایت با در اختیار داشتن مشتق‌های  $\frac{\partial F(t)}{\partial t}$  و  $\frac{\partial F(t)}{\partial \theta}$ ، مقادیر  $h'$  و  $h$  به راحتی قابل محاسبه خواهد بود.

علاوه بر محاسبه مقدار  $h$  و  $h'$ ، برای محاسبه تابع هدف، محاسبه ماتریس اطلاعات فیشر نیز ضروری است. دو روش برای محاسبه ماتریس اطلاعات فیشر وجود دارد: ۱. ماتریس فیشر مورد انتظار. ۲. ماتریس فیشر مشاهدات. ماتریس فیشر مورد انتظار بر مبنای امید ریاضی محاسبه می‌شود و رابطه‌ی آن به صورت زیر به دست می‌آید:

$$I(\theta) = E \left[ \left( \left( \frac{\partial \log f(x, \theta)}{\partial \theta} \right)^T \middle| \theta \right) \right] = \int_{-\infty}^{\infty} \left( \frac{\partial \log f(x, \theta)}{\partial \theta} \right)^T f(x, \theta) dx \quad (30)$$

در رابطه‌ی بالا  $f'(x, \theta)$  همان تابع درست‌نمایی است. اما ماتریس فیشر مشاهدات معادل با منفی مشتق دوم ماتریس بهینه‌ی درست‌نمایی نسبت به پارامترهاست که از رابطه‌ی ۳۱ حاصل می‌شود:

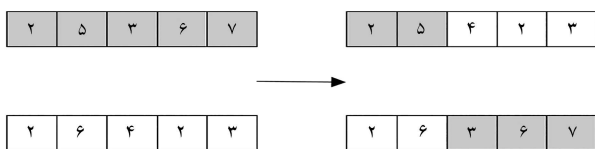
$$I(\theta) = -\frac{\partial^2 L(\theta)}{\partial \theta^2} = -\sum_{i=1}^n \frac{\partial \log f^i(x, \theta)}{\partial \theta^2} \quad (31)$$

به طور کلی در اندازه‌ی نمونه‌های بزرگ می‌توان از ماتریس فیشر مشاهدات و مورد انتظار به جای یکدیگر استفاده کرد. نکته‌ی قابل توجه آن است که در صورتی که امکان محاسبه ماتریس فیشر قابل انتظار وجود داشته باشد، بهتر است از آن استفاده شود و در صورتی که امکان مشتق‌گیری تحلیلی وجود نداشته باشد، باید از روش‌های مشتق‌گیری عددی استفاده کرد. بنابراین با توجه به توضیحات داده شده، اجزای ماتریس اطلاعات فیشر شامل امید ریاضی مشتق دوم  $-\ln L(\theta)$  نسبت به اجزای  $\theta$  است. در این مقاله برای محاسبات اجزای ماتریس اطلاعات فیشر از مشتق‌های تحلیلی استفاده شده و در محاسبه امید ریاضی مشتق دوم  $-\ln L(\theta)$  نسبت به اجزای  $\theta$  از انتگرال‌گیری عددی استفاده شده است.

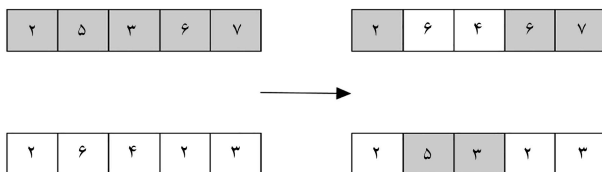
### ۲.۴. محاسبه هزینه کل آزمایش

معمولاً اجرای آزمون‌های زوال تسریع شده با محدودیت بودجه همراه‌اند که باید در طراحی یک آزمون در نظر گرفته شود. کل هزینه‌های اجرای یک آزمون زوال تسریع شده شامل سه هزینه اجرای آزمایش، هزینه اندازه‌گیری و هزینه واحد تحت آزمون می‌شود.<sup>[۷]</sup> نحوه محاسبه هر یک از این سه هزینه به صورت زیر است:

- هزینه اجرای آزمایش برابر است با  $C_{op}f \sum_{i=1}^m l_i$ ، که  $C_{op}$  نماد هزینه واحد عملیات است.
- هزینه اندازه‌گیری مخرب برابر است با  $C_{mea}n \sum_{i=1}^m l_i$ ، که  $C_{mea}$  نماد هزینه یک واحد اندازه‌گیری مخرب است.
- هزینه واحدهای آزمون برابر است با  $C_{it}n \sum_{i=1}^m l_i$ ، که  $C_{it}$  نماد هزینه هر واحد (محصول اندازه‌گیری شده‌ی) آزمون است.



شکل ۶. تقاطع یک نقطه‌یی.



شکل ۷. تقاطع دو نقطه‌یی.

### ۷.۵. معیار توقف

شرایط خاتمه‌ی متفاوتی می‌تواند برای یک الگوریتم ژنتیک به‌کار رود. تعدادی از این شرایط عبارت‌اند از: گذشتن از بیشینه‌ی زمان CPU مجاز، رسیدن تعداد کل ارزیابی‌های برازندگی به یک آستانه‌ی معین، بهبود حاصل نشدن برای یک دوره‌ی معین از زمان و تولید تعداد معینی از نسل‌ها. در الگوریتم ارائه شده در این مقاله از محدودیت بیشینه‌ی تکرار که از پیش تعیین می‌شود به‌عنوان شرط خاتمه استفاده شده است.

### ۸.۵. مدیریت محدودیت‌ها

یکی از مسائل مهم در طراحی الگوریتم‌های ژنتیک، چگونگی مدیریت محدودیت‌های مسئله است. محدودیت‌های مسئله شدنی یا نشدنی بودن جواب‌های تولیدی را تعیین می‌کند. بنابراین، در هنگام تولید جواب‌های جدید به وسیله عملگرهای تغییر، توجه به محدودیت‌های مسئله لازم و ضروری است. راهبردهای مختلفی برای مدیریت محدودیت‌ها وجود دارد. در الگوریتم پیشنهادی از دو روش تخصیص جریمه به جواب‌های نشدنی و جلوگیری از تولید جواب‌های نشدنی برای مدیریت محدودیت‌ها استفاده شده است. برای محدودیت هزینه روش تخصیص جریمه به‌کار گرفته شده است و برای سایر محدودیت‌ها از روش جلوگیری از تولید جواب‌های نشدنی استفاده شده است.

### ۹.۵. تنظیم پارامترها

در این مرحله، تنظیم پارامترها برای مسئله‌ی مورد نظر انجام می‌شود. مقدار اولیه و همچنین دامنه‌ی تغییر پارامترها در جدول ۱ ارائه شده است. انتخاب تعداد جمعیت از اهمیت بالایی برخوردار است. اگر تعداد جمعیت کم باشد، مسئله دچار هم‌گرایی زودرس می‌شود و به جواب مورد نظر و بهینه‌ی سراسری نخواهیم رسید و اگر تعداد جمعیت زیاد باشد، زمان زیادی لازم است تا به هم‌گرایی برسیم. بنابراین، باید تعداد جمعیت در حد قابل قبولی قرار داشته باشد تا بتوان در زمانی قابل قبول به نتایج مطلوبی دست یافت. برای تنظیم پارامترها از رویکرد سطح پاسخ بهره گرفته شده است. به‌همین منظور یک طرح مرکب مرکزی با ۳۲ ترکیب و دو تکرار در هر ترکیب در نظر گرفته می‌شود. برای هر عامل دو مقدار کمینه و بیشینه بر اساس جدول ۲ انتخاب می‌شود. در نهایت نتایج نهایی تنظیم پارامترها بر اساس رویکرد سطح پاسخ به‌صورت جدول ۲ به دست می‌آید.

صحیح را که در محدودیت‌های مسئله صدق کند، می‌توان به‌عنوان جواب اولیه در نظر گرفت. به همین دلیل در این الگوریتم جواب اولیه به‌صورت تصادفی تولید شده است. به عبارت دیگر جمعیت اولیه در این الگوریتم به‌صورت تصادفی ساخته شده است.

### ۳.۵. تابع برازندگی

نقش تابع برازندگی، نشان دادن میزان برازندگی هر جواب است. این تابع پایه و اساس برای انتخاب را تشکیل می‌دهد و در نتیجه بهبودها را تسهیل می‌کند. از لحاظ فنی، تابع برازندگی تابعی است که یک اندازه‌ی برازندگی به کروموزوم‌ها تخصیص می‌دهد. از آن‌جا که مسئله‌ی حل شده به وسیله‌ی الگوریتم ژنتیک در این مقاله یک مسئله‌ی بهینه‌سازی است، تابع برازندگی همان تابع هدف مسئله یعنی واریانس مجانبی چنگک زمان خرابی است.

### ۴.۵. انتخاب والد

نقش انتخاب والد، تمایز قائل شدن بین افراد بر اساس برازندگی است؛ یعنی اجازه دادن به افراد بهتر برای این‌که والدین نسل بعد باشند. انتخاب والد به همراه انتخاب بازمانده نقش بهبود کیفیت در جمعیت را دارد. در الگوریتم ژنتیک، فرایند انتخاب والد احتمالی است. بنابراین افراد با برازندگی بالاتر شانس بیشتری برای والد شدن نسبت به افراد با برازندگی پایین‌تر دارند. برای انتخاب والد، روش‌های مختلفی وجود دارد. برخی از روش‌ها مانند الگوریتم چرخ رولت به‌صورت کامل بر اساس برازندگی والد را انتخاب می‌کنند. در مقابل روش‌هایی مانند انتخاب رتبه‌بندی شده و انتخاب مسابقه‌یی وجود دارند که به‌صورت کامل بر برازندگی تمرکز ندارند و به‌صورت نسبی برازندگی را مورد توجه قرار می‌دهند.

### ۵.۵. بازترکیب

روش‌های استاندارد از بازترکیب برای نمایش اعداد صحیح وجود دارد. بیشتر آن‌ها از دو والد شروع و دو فرزند تولید می‌کنند. هرچند که انواع مختلفی از آن‌ها وجود دارد که از بیش از دو والد استفاده می‌کنند و همچنین انواعی از آن‌ها، فقط یک فرزند را به وجود می‌آورند. در این مسئله از دو تقاطع یک نقطه‌یی و تقاطع دونقطه‌یی استفاده شده است. تقاطع یک نقطه‌یی، به وسیله‌ی انتخاب یک عدد تصادفی در بازه  $[0, L - 1]$  کار می‌کند که  $L$  طول رشته است و سپس هر دو والدین را در این نقطه می‌شکنند و دو فرزند را با جابه‌جا کردن دنباله‌ی آن‌ها تولید می‌کند. شکل ۶ نشان‌دهنده‌ی این نوع تقاطع است. در تقاطع دونقطه‌یی نمایش مورد نظر به سه قسمت تقسیم و سپس قسمت میانی دو والد با یکدیگر تعویض می‌شود. این عمل در شکل ۷ نشان داده شده است.

### ۶.۵. جهش

عملگر تغییر تکی در الگوریتم ژنتیک، جهش نام دارد. عملگر جهش بر روی یک کروموزوم به‌کار می‌رود و یک فرزند جهش‌یافته را ایجاد می‌کند. تولید یک فرزند، به معنای گام برداشتن به سمت یک نقطه‌ی جدید در این فضا است. از این منظر، جهش می‌تواند دسترسی به تمام جواب‌های فضای جستجو را تضمین کند. نوع و پارامترهای انتخاب شده برای جهش به روش نمایش جواب‌ها بستگی دارد. در روش استفاده شده در الگوریتم این مقاله یک ژن به‌طور تصادفی انتخاب و با احتمال  $\rho$  مقدار یک به آن اضافه و کم می‌شود.



جدول ۱. دامنه‌ی تغییر پارامترها.

پارامتر	دامنه‌ی تغییرات
جمعیت اولیه	۳۰۰، ۳۰
احتمال تقاطع یک نقطه‌یی	۰/۷، ۰/۳
احتمال تقاطع دو نقطه‌یی	۰/۷، ۰/۳
نرخ جهش	۰/۶، ۰/۴
تعداد تکرار	۲۰۰، ۵۰

جدول ۲. مقادیر بهینه‌ی پارامترها.

پارامتر	مقدار بهینه
جمعیت اولیه	۳۶۶
احتمال تقاطع یک نقطه‌یی	۰/۴۸
احتمال تقاطع دو نقطه‌یی	۰/۱
نرخ جهش	۰/۴۷
تعداد تکرار	۲۷۵

جدول ۳. طرح بهینه‌ی آزمون برای بودجه‌های مختلف.

تابع هدف	هزینه کل	$f^*$	$l_1^*$	$l_2^*$	$l_3^*$	$n^*$	بودجه
۴۷۳۷۳۶۲۵۵	۵۰۰	۵	۲	۲	۲	۴	۵۰۰
۴۳۱۱۲۴۲۲۷	۵۸۹	۲	۲	۷	۱۰	۲	۶۰۰
۳۶۶۰۱۶۸۱۶	۶۸۲	۲	۴	۷	۱۱	۲	۷۰۰

جدول ۴. هزینه‌ها به تفکیک اندازه‌گیری، اجرا و واحدهای آزمون.

بودجه	هزینه کل	هزینه اجرا	هزینه اندازه‌گیری	هزینه واحدهای آزمون
۵۰۰	۵۰۰	۲۰	۱۶۰	۳۲۰
۶۰۰	۵۸۹	۱۹	۱۹۰	۳۸۰
۷۰۰	۶۸۲	۲۲	۲۲۰	۴۴۰

$p$  مورد نظر مقدار  $t_p$  بر حسب شرایط استفاده و نگهداری محصول در دمای ۲۵ درجه‌ی سانتی‌گراد محاسبه می‌شود. یعنی، برای  $p = 0.05$ ، مقدار  $61.054$  واحد زمان برای  $t_p$  حاصل می‌شود.

## ۶. نتایج عددی

در این بخش به تشریح طرح بهینه‌ی پیشنهادی با استفاده از داده‌های محصول شیمیایی با پارامترهای زیر می‌پردازیم:

$$C_{op} = 0.05, C_{mea} = 5, C_{it} = 10, C_b = 500$$

$$t_{max} = 30, N_{max} = 100, n_{min} = 2$$

$$D_1 = 525, D_2 = 495$$

در ابتدا بررسی اعتبار مدل برای داده‌های آزمون زوال تسریع شده‌ی مخرب ضروری است. از این رو اعتبارسنجی نرمال بودن داده‌های آزمون زوال و همگنی واریانس‌ها تحت ترکیبی از هر تنش و هر زمان اندازه‌گیری برای هر دو مشخصه‌ی عملکردی بررسی می‌شود. برای مثال شکل ۸ نمودار احتمال نرمال برای داده‌های مربوط به مشخصه‌ی نوع الف در دمای ۷۰ درجه سانتی‌گراد را نشان می‌دهد که برای تمام ۶ شرط آزمون (زمان‌های اندازه‌گیری) مقدار p-value بزرگ‌تر از ۰.۰۵ است. همچنین این شرایط برای تمام حالات مشخصه‌ی نوع الف و ب نیز برقرار است. این نتایج فرض نرمال بودن و همگنی واریانس‌ها در هر ترکیب دما و زمان را برای مشخصه‌ی عملکردهای محصول تأیید می‌کند.

از طرف دیگر، برای تعیین طرح بهینه‌ی آزمون زوال تسریع شده‌ی مخرب، اطلاعات درباری بردار پارامترهای مجهول  $\theta$  مورد نیاز است. به همین دلیل مدل زوال ارائه شده در رابطه‌ی ۲۰ بر روی داده‌های آزمون زوال تسریع شده با استفاده از روش بهینه‌ی درست‌نمایی برازش شده و تخمینی از پارامترهای مجهول  $\theta$  به دست آمده است. بنابراین تخمین‌های بهینه‌ی درست‌نمایی  $\hat{\theta}$  با بیشینه کردن لگاریتم رابطه‌ی ۲۶ به دست می‌آید. تخمین پارامترها در نرم‌افزار متلب ۱۱/۲۰ با استفاده از روش‌های بهینه‌سازی به صورت (۶۵/۲، -۱۳۸۱/۷۶، ۴۱۵/۰۰۶، ۲۳۶/۰۲۳، ۵۶/۴، -۱۸۳۴/۹۴، ۱۳۳۴/۲، ۲۸۹/۹۵) حاصل شده است.

حال مقدار  $t_p$  از حل معادله‌ی ۱۸ حاصل می‌شود. اما محاسبه‌ی  $t_p$  از راه تحلیلی تقریباً غیرممکن است؛ بنابراین از روش عددی برای محاسبه‌ی آن استفاده می‌شود. در نهایت با استفاده از جایگزین کردن مقادیر برآورد شده‌ی پارامترها در رابطه‌ی ۱۸ می‌توان با استفاده از روش عددی مقدار  $t_p$  را به دست آورد. البته برای

### ۱.۶. طرح آزمون بهینه

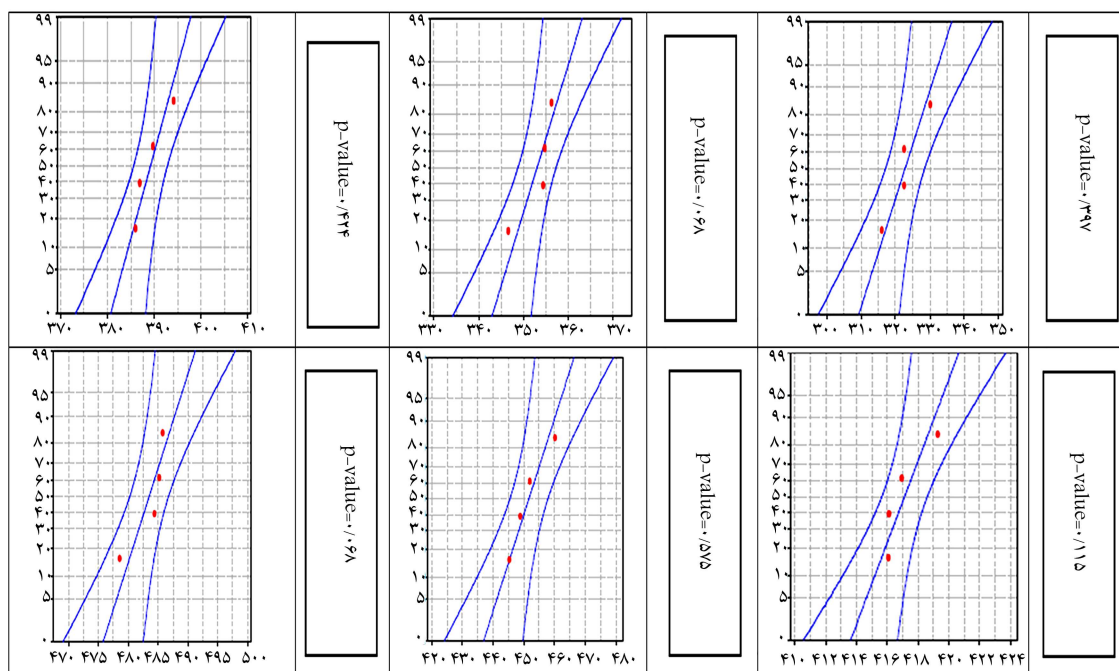
در این بخش طرح بهینه‌ی آزمون برای مثال ارائه خواهد شد. با توجه به این‌که چندان طول عمر مورد علاقه برای این محصول  $p = 0.05$  است، در ابتدای کار برای محاسبه‌ی بردار  $h$ ، نیاز است تا  $t_p$  محاسبه شود. همان‌طور که در بخش قبل بیان شد، محاسبه‌ی  $t_p$  از راه تحلیلی ممکن نیست؛ به همین دلیل از روش عددی محاسبه شده است. این مقدار برای  $p = 0.05$ ، معادل با  $61.054$  واحد زمانی است. حال با توجه به محدودیت‌های هزینه، بیشینه‌ی زمان در دسترس و بیشینه‌ی تعداد واحد آزمون در دسترس با استفاده از الگوریتم ژنتیک ارائه شده می‌توان طرح بهینه‌ی  $(n^*, l_1^*, l_2^*, l_3^*, f^*)$  را برای آزمون زوال تسریع شده‌ی مخرب با حضور ریسک‌های رقابتی به دست آورد.

برای بودجه‌ی ۵۰۰ واحدی طرح بهینه (۵-۲-۴-۴) به دست آمده است. به عبارت دیگر، توالی اندازه‌گیری بهینه معادل با ۵ واحد زمانی است و تعداد اندازه‌گیری‌های بهینه در دمای ۵۰، ۷۰ و ۹۰ به ترتیب برابر ۲، ۴ و ۲ واحد است. یعنی زمان‌های پایان بهینه متناظر با دماهای ۵۰، ۷۰ و ۹۰ به ترتیب برابر با (۲۰ = ۵ × ۴)، (۱۰ = ۵ × ۲) و (۱۰ = ۵ × ۲) واحد زمانی است. همچنین تعداد بهینه‌ی واحدهایی که به صورت مخرب در هر واحد زمانی اندازه‌گیری می‌شوند، معادل با ۴ واحد است. بنابراین اندازه‌ی نمونه‌های بهینه برای دماهای ۵۰، ۷۰ و ۹۰ به ترتیب معادل با (۱۶ = ۴ × ۴)، (۸ = ۴ × ۲) و (۸ = ۴ × ۲) واحد است. به عبارت دیگر، کل تعداد واحدهای بهینه برای اجرای آزمون معادل با ۳۲ واحد محصول می‌شود. در چنین طرح آزمونی کل هزینه‌ی صرف شده ۵۰۰ واحد است؛ در حالی که مقدار تابع هدف یعنی واریانس مجانبی چندان کم ۱۵ام برای طول عمر محصول تقریباً برابر با ۴۷۳۷۳۶۲۵۵ شده است. همچنین در جدول ۳ طرح آزمون بهینه برای چندین بودجه‌ی متفاوت ارائه شده است. همان‌طور که انتظار می‌رود نتایج این جدول نشان می‌دهد که با افزایش بودجه طرح بهینه‌ی ارائه شده دارای واریانس کمتری است.

به همین ترتیب در جدول ۴ هزینه‌ها برای بودجه‌های مختلف به تفکیک

جدول ۵. تحلیل حساسیت مدل نسبت به تغییرات ترکیبی پارامترها.

$\alpha_1$	$\gamma_1$	$\lambda_1$	$\sigma_1$	$\alpha_2$	$\gamma_2$	$\lambda_2$	$\sigma_2$	$n$	$l_1$	$l_2$	$l_3$	$f$
۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۴	۴	۲	۲	۵
۰/۰۵	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۲	۹	۵	۲	۲
-۰/۰۵	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۲	۷	۵	۳	۳
۰	۰	۰	۰	۰/۰۵	۰	۰	۰	۴	۴	۲	۲	۵
۰	۰	۰	۰	-۰/۰۵	۰	۰	۰	۴	۴	۲	۲	۵
۰	۰/۰۵	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۴	۴	۲	۲	۵
۰	-۰/۰۵	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۴	۴	۲	۲	۵
۰	۰	۰/۰۵	۰	۰	۰	۰	۰	۴	۴	۲	۲	۵
۰	۰	-۰/۰۵	۰	۰	۰	۰	۰	۴	۴	۲	۲	۴
۰	۰	۰	۰/۰۵	۰	۰	۰	۰	۴	۴	۲	۲	۵
۰	۰	۰	-۰/۰۵	۰	۰	۰	۰	۴	۳	۳	۲	۵
۰	۰	۰	۰	۰	۰/۰۵	۰	۰	۴	۴	۲	۲	۵
۰	۰	۰	۰	۰	-۰/۰۵	۰	۰	۲	۷	۵	۳	۳
۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰/۰۵	۰	۲	۸	۵	۲	۳
۰	۰	۰	۰	۰	۰	-۰/۰۵	۰	۲	۷	۵	۳	۳
۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰/۰۵	۴	۴	۲	۲	۵
۰	۰	۰	۰	۰	۰	۰	-۰/۰۵	۴	۴	۲	۲	۵



شکل ۸. نمودار احتمال نرمال برای مشخصه‌ی نوع الف در دمای ۷۰ درجه‌ی سانتی‌گراد.

### ۲.۶. تحلیل حساسیت

در عمل، پارامترهای تخمین زده شده  $\hat{\theta} = (\hat{\alpha}_1, \hat{\gamma}_1, \hat{\lambda}_1, \hat{\sigma}_1, \hat{\alpha}_2, \hat{\gamma}_2, \hat{\lambda}_2, \hat{\sigma}_2)$  با مقادیر درست پارامترها  $\theta = (\alpha_1, \gamma_1, \lambda_1, \sigma_1, \alpha_2, \gamma_2, \lambda_2, \sigma_2)$  تفاوت دارد. بنابراین بررسی تأثیر پارامترهای برآورد شده بر روی طرح آزمون بهینه ضروری است. در راستای این امر، در این بخش تحلیل حساسیت بر روی پارامترهای  $(\alpha_1, \gamma_1, \lambda_1, \sigma_1, \alpha_2, \gamma_2, \lambda_2, \sigma_2)$  انجام می‌شود. با ترکیبات هزینه‌ی یکسان

هزینه‌های اندازه‌گیری، اجرا و واحدهای آزمون ارائه شده است. همان‌طور که در این جدول مشاهده می‌شود با افزایش بودجه‌ی در دسترس تقریباً تمام هزینه‌ها افزایش می‌یابند. دلیل این امر را می‌توان در این مورد دانست که با افزایش بودجه امکان کاهش فاصله‌ی بین اندازه‌گیری‌ها و افزایش تعداد آن‌ها فراهم می‌شود. بدیهی است با افزایش تعداد اندازه‌گیری‌ها نتایج پیش‌بینی دقیق‌تر می‌شود و واریانس کل کاهش می‌یابد. که نتایج جدول ۳ مؤید این موضوع است.

## ۷. نتیجه‌گیری

در این مقاله به تعیین طرح آزمون بهینه برای آزمون‌های زوال تسریع شده‌ی مخرب با حضور دو ریسک رقابتی پرداخته شد. متغیرهای تصمیم‌گیری در طرح آزمون ارائه شده شامل اندازه‌ی کل نمونه، فراوانی بازرسی و تعداد کل اندازه‌گیری در هر سطح تنش است که با هدف کمینه کردن واریانس مجانبی تخمین چندک  $p$ ام توزیع طول عمر تحت محدودیت‌های هزینه و زمان به صورت بهینه تعیین شد.

که در جدول ۵ نمایش داده شده است، طرح‌های آزمون بهینه برای مقادیر متفاوت پارامترها ارائه شده است. نتایج جدول ۵ نشان می‌دهد که مقادیر بهینه  $l^*$  تقریباً نسبت به انحراف از مقادیر فرض شده برای پارامترها استوارند. ولی مقادیر  $l^*$ ،  $n^*$ ،  $f^*$ ،  $l^*$  نسبت به مقدار برآورد شده‌ی پارامترها حساس هستند. طرح آزمون بهینه بیشتر تحت تأثیر پارامترهای  $\alpha_1$ ،  $\lambda_2$  و  $\gamma_2$  است. بنابراین تخمین این پارامترها باید از دقت کافی برخوردار باشد. دلیل این امر می‌تواند این باشد که مقدار این پارامترها نسبت به پارامترهای متناظرشان در ریسک رقابتی دیگر بیشتر است.

## پانویس‌ها

1. accelerated
2. degradation tests
3. accelerated degradation tests
4. Yu and Chiao
5. Hong-Fwu Yu
6. marzio
7. Liao and Tseng
8. Pan Zheng-qiang
9. Zheng Zheng
10. brownian motion
11. Qiang and Yincai
12. Peng
13. Chen
14. destructive degradation test
15. Nelson
16. Park and Yum
17. accelerated destructive degradation test
18. Shi
19. large sample approximate variance
20. traditional
21. compromise
22. competing risk
23. Pan and Sun
24. Wang
25. accelerated destructive degradation test

## منابع (References)

1. Meeker, W.Q. and Escobar, L.A., *Statistical Methods For Reliability Data*, John Wiley & Sons (1998).
2. Nelson, W., *Accelerated Testing: Statistical Models, Test Plans, and Data Analysis*, John Wiley and Sons: New York (1990).
3. Gorjian, N., Ma, L., Mittinty, M. and et al. "A review on degradation models in reliability analysis", *Proceedings of the 4th World Congress on Engineering Asset Management*, Athens, Greece, pp. 28-30 (September 2009).
4. Crk, V. "Reliability assessment from degradation data", *Proceedings Annual Reliability and Maintainability Symposium*, pp. 155-161 Los Angeles (2000).
5. Lu, J. and Meeker, W.O. "Using degradation measures to estimate a time to failure distribution", *Technometrics*, **35** (2), pp. 161-174 (1993).
6. Meeker, W.Q. and Escobar, L.A., *Statistical Methods For Reliability Data*, John Wiley & Sons (1998).
7. Tsai, C.C., Tseng, S.T., Balakrishnan, N. and et al. "Optimal design for accelerated destructive degradation tests", *Quality Technology & Quantitative Management*, **10**(3), pp. 263-276 (2013).
8. Yu, H.F. and Chiao, C.H. "Designing an accelerated degradation experiment by optimizing the interval estimation of the mean-time-to-failure", *Journal of the Chinese Institute of Industrial Engineers*, **19** (5), pp. 23-33 (2002).
9. Yu, H.F. "Designing an accelerated degradation experiment by optimizing the estimation of the percentile", *Qual. Reliab. Eng. Int.*, **19**, pp. 197-214 (2003).
10. Marzio, M., Enrico, Z. and Maurizio, C. "Designing optimal degradation tests via multi-objective genetic algorithms", *Reliability Engineering and System Safety*, **79**, pp. 87-94 (2003).
11. Yu, H.F. "Designing an accelerated degradation experiment with a reciprocal Weibull degradation rate", *Journal of Statistical Planning and Inference*, **136**, pp. 282-297 (2006).
12. Liao, C.M. and Tseng, S.T. "Optimal design for step-stress accelerated degradation tests", *IEEE Transactions On Reliability*, **55**(1), pp.59-66 (2006).
13. Pan Zheng, Q., Zhou, J.I. and Peng, B.H. "Optimal design for accelerated degradation tests with several stresses based on wiener process", *Systems Engineering-Theory & Practice*, **29**(8), pp.64-71 (2009).
14. Tseng, S.T. and Balakrishnan, Tsai, C.C. "Optimal step-stress accelerated degradation test plan for gamma degradation processes", *IEEE Transactions On Reliability*, **58**(4), pp.611-618 (2009).
15. Hong-Fwu, Yu. "Optimal selection of the most reliable product with degradation data", *Eng. Opt.*, **34**, pp. 579-590 (2002).
16. Zheng Zheng, G., Xiao Yang, L., Zhang, J.R. and et al. "Planning of step-stress accelerated degradation test with stress Optimization", *Advanced Materials Research*, **118**, pp. 404-408 (2010).
17. Qiang, G. and Yincai, T. "Optimal design of accelerated degradation test based on gamma process models", *Chinese Journal of Applied Probability and Statistics*, **29**(2) (2013).

18. Peng, W., Liu, Y., Li, Y.F. and et al. "A bayesian optimal design for degradation tests on the inverse gaussian process", *Mechanical Science and Technology*, **28**(10), pp. 3937-3946 (2014).
19. Chen, Z., Shuo, Li. and Pan, E. "Optimal constant-stress accelerated degradation test plans using nonlinear generalized wiener process", *Mathematical Problems in Engineering*, **2016** (2016).
20. Tsai, T.R., Sung, W.Y. , Lio, Y. L. and et al. "Optimal two-variable accelerated degradation test plan for gamma degradation processes", *IEEE Transactions On Reliability*, **65**(1) (2016).
21. Escobar, L.A., Meeker, W.Q., Kugler, D.L. and et al. "Accelerated destructive degradation tests: data, models, and analysis", *Mathematical and Statistical Methods in Reliability*, pp. 319-337 (2003).
22. Nelson, W. "Analysis of performance degradation data from accelerated tests", *IEEE Transactions on Reliability*, **30**(3), pp. 149-155 (1981).
23. Park, J. and Yum, B. "Optimal design of accelerated degradation tests for estimating mean lifetime at the use condition", *Engineering Optimization*, **28**, pp. 199-230 (1997).
24. Park, S.J., Yum, B.J. and Balamurali, S. "Optimal design of step-stress degradation tests in the case of destructive measurement", *Quality Technology & Management*, **1**, pp. 105-124 (2004).
25. Shi, Y., Meeker, W.Q. and Escobar, L.A. "Accelerated destructive degradation test planning", *Technometrics*, **51**, pp. 1-13 (2009).
26. Shi, Y. and Meeker, W.Q. "Bayesian methods for accelerated destructive degradation test planning", *IEEE Transactions on Reliability*, **61**, pp. 245-253 (2012).
27. Shi, Y. and Meeker, W.Q. "Planning accelerated destructive degradation test with competing risks", *Statistical Models and Methods for Reliability and Survival Analysis*, **2**, pp.335-356 (2013).
28. Pan, Z. and Sun, Q. "Optimal design for step-stress accelerated degradation test with multiple performance characteristics based on gamma processes", *Communications in Statistics - Simulation and Computation*, **43**(2), pp. 298-314 (2013).
29. Haghighi, F. "Accelerated test planning with independent competing risks and concave degradation path", *Performability Engineering*, **10**(1), pp. 15-22 (2014).
30. Wang, Y., Chen, X. and Tan, Y. "Optimal design of step-stress accelerated degradation test with multiple estresses and multiple degradation measures", *Qual, Reliab, Engng Int*, **33**, pp. 1655-1668 (2017).