مهندسی صنایع و مدیریت شریف، (زمستان ۱۳۹۸)
دوره‌ی ۱-۳۵، شماره‌ی ۲/۱، ص. ۳۱-۴۱

Original Article

مدل‌سازی مسئله‌ی چندهدفه‌ی مکان‌یابی ـ تخصیص تسهیلات سلسله مراتبی با در نظرگرفتن ساختار صف و حل آن با استفاده از الگوریتم‌های فراابتکاری

مهدی ادیب نیا (دانشجوی کارشناسی ارشد)
سید حمید رضا پسندیده * (دانشیار)
گروه مهندسی صنایع، دانشکده‌ی فنی، دانشگاه خوارزمی

بیشتر مسائل مکان‌یابی که مطرح شده‌اند، با در نظرگرفتن این پیش‌فرض بوده‌اند که فقط یک نوع تسهیل قرار است مکان‌یابی شود؛ در صورتی که در بیشتر مواقع مدیران قصد مکان‌یابی تسهیلات مختلفی را دارند که به یک یا چند طریق با هم مرتبط‌اند. در این مقاله از نظریه‌ی صف از نوع $M/M/1/K$ برای خدمت‌دهندگان بهره گرفته می‌شود. از جمله فرضیات در نظرگرفته شده در مدل این مقاله، وجود محدودیت ظرفیت در مراکز خدمت‌دهی است. مدل پیشنهادی از دسته مسائل برنامه‌ریزی غیرخطی عدد صحیح است؛ حل این مدل با استفاده از الگوریتم فراابتکاری چندهدفه ژنتیک مرتب‌سازی نامغلوب و الگوریتم بهینه‌سازی چندهدفه‌ی ازدحام ذرات صورت گرفته و پارامترهای الگوریتم‌ها به کمک روش طراحی آزمایش‌های تاگوچی تنظیم شده است. در انتهای مقاله برای مقایسه‌ی عملکرد دو الگوریتم فراابتکاری از شاخص‌های مقایسه‌یی استفاده خواهد شد و با استفاده از آزمون فرض آماری نتایج با یکدیگر مقایسه شده‌اند.

واژگان کلیدی: مکان‌یابی - تخصیص تسهیلات سلسله‌مراتبی، برنامه‌ریزی چندهدفه، نظریه‌ی صف، الگوریتم‌های فراابتکاری چندهدفه.

std_m.adibnia@khu.ac.ir
shr_pasandideh@khu.ac.ir

۱. مقدمه

در بسیاری از مسائل یافتن تعداد تسهیلات مورد نیاز، مکان‌یابی آن تسهیلات و تخصیص مناسب مشتری به تسهیلات از مهم‌ترین مؤلفه‌های برنامه‌ریزی راهبردی برای طیف وسیعی از مؤسسات و بنگاه‌های دولتی و خصوصی است. سیستم‌های سلسله مراتبی درباره‌ی مکان‌یابی تسهیلاتی که با هم ارتباط متقابل دارند و در یک پیکربندی چندلایه قرار می‌گیرند، تصمیم‌گیری می‌کنند. مثالی از ساختارهای سلسله‌مراتبی خدمت‌رسانی‌های سلامت عمومی است که در آن بیمارستان‌ها تسهیلات سطح بالاتر و مراکز بهداشتی درمانی خصوصی مراکز سطح پایین‌تر هستند. یکی از پرکاربردترین مسائل مورد استفاده از ساختار سلسله‌مراتبی را می‌توان در نظام آموزشی یافت. یک نظام آموزشی سطوح مختلفی از مدارس را داراست: که از مدارس ابتدایی شروع می‌شود و تا مراکز دانشگاهی و آموزش تکمیلی ادامه پیدا می‌کند. کاربردهای دیگر این ساختار در سیستم‌های اورژانس پزشکی، سیستم‌های تولید ـ توزیع، شبکه‌های مخابراتی و . . . است.

نخستین بار مدل‌های مکان‌یابی تسهیلات سلسله‌مراتبی که بین سطوح مختلف آنها تأثیرات متقابل نیز وجود دارد، به طور مختصر و واضح توسط داسکین در سال ۱۹۹۵ معرفی شدند.[۱] نارولا در سال ۱۹۸۴ یک طبقه‌بندی مسائل $p-$میانه سلسله‌مراتبی را ارائه داد که همان مشکل تشریح واضح این مسائل را به همراه داشت.[۲] همچنین دو بازبینی از مسائل مکان‌یابی چندسطحی در اواسط دهه هشتاد توسط نارولا و چرچ و ایتن به دست آمد که درباره‌ی مسائل سلسله‌مراتبی، واضح و صریح بحث نکرده است. چرچ و ایتن مدل‌هایی با هدف پوشش سیستم‌های ارجاعی و غیرارجاعی ارائه دادند.[۳] مور و رول در سال ۱۹۸۲ مسئله‌ی مکان‌یابی پوشش سلسله‌مراتبی[۱] در قلمرو خدمات مراقبت‌های بهداشتی با اعمال مسئله‌ی مکان‌یابی بیشینه‌ی پوشش، با فرض فراهم‌کردن انواع مختلف خدمات برای مشتریان معرفی کردند و یک روش حل برای مسئله‌ی سلسله‌مراتبی با دو سطح پیشنهاد دادند.[۴] مندل در سال ۱۹۹۸ خدمت درمانی اورژانس را با دو سطح در نظر گرفت؛ به طوری که در آن دو نوع آمبولانس جمعیت را پوشش می‌دهند.[۵] همان طور برای سیستم‌های تولید و توزیع، لی در سال ۱۹۹۴ یک مسئله‌ی توزیع سلسله‌مراتبی با مراکز توزیع چندسطحی مطرح کرد.[۶] از دهه‌ی هشتاد میلادی

* نویسنده مسئول
تاریخ: دریافت ۱۳۹۶/۶/۲۹، اصلاحیه ۱۳۹۷/۵/۳۰، پذیرش ۱۳۹۷/۶/۱۸.
DOI:10.24200/J65.2018.7300.1796

تا سال‌های اخیر بازبینی واضح با یک طرح نظام‌مند انجام نشده است. تا این که در سال ۲۰۰۷ بازبینی با عنوان مدل‌های مکان‌یابی تسهیل سلسله‌مراتبی به وسیله گاونس و همکاران در سال ۲۰۰۷ مطرح شد که در آن به ارائه‌ی یک طرح طبقه‌بندی شده، توجهی ویژه شده است؛ همچنین خواص سلسله‌مراتب‌ها به تفصیل در آن وجود دارد. گاونس «سلسله‌مراتب» را به عنوان هماهنگ کننده‌ی تصمیمات مکان‌یابی، برای انواع مختلف تسهیلات در سیستم‌های چندسطحی معرفی کرده است.[۷] ساموئل و همکاران با افزودن هزینه‌های ثابت تأسیس تسهیلات، مدل توسعه‌یافته‌اش را شکل دادند و منطقه‌یی به نام کهات در کشور پاکستان به عنوان منطقه‌ی مطالعاتی آنها قرار گرفت تا فرصتی برای مقایسه‌ی مدل با مدل پیشین باشد[۸] ایگناسیو و همکاران در ۲۰۰۸ مسئله‌ی مکان‌یابی سلسله‌مراتبی دوسطحی در یک شبکه‌ی کامپیوتری ارائه دادند.[۹] مثال‌های بیشتری از مسئله‌ی مکان‌یابی سلسله‌مراتبی دوسطحی را گائو و رابینسون در ۱۹۹۲ و آردل و همکاران در ۱۹۹۶ ارائه دادند.[۱۰و۱۱] نهایتاً زنجیری فراهانی و همکاران در سال ۲۰۱۴ یک طبقه‌بندی از مسائل مکان‌یابی تسهیلات سلسله‌مراتبی بر اساس ویژگی‌های مختلف آن مانند الگوی جریان، پیکربندی فضایی، تابع هدف و ... ارائه دادند. همچنین طبقه‌بندی دیگری بر اساس روش‌های مختلفی که برای حل این مسائل استفاده می‌شود، انجام شد.[۱۲]

ماریانوف و رول درسال ۱۹۹۴ مسئله‌ی مکان‌یابی احتمالی با پوشش کامل[۲] را توسعه دادند که هر منطقه‌ی جغرافیایی را به عنوان سیستم صف با چندخدمت‌رسان مدل می‌کند.[۱۳] شوندی و محلوجی در سال ۲۰۰۶ یک مدل مکان‌یابی ـ تخصیص فازی برای سیستم‌های پر ازدحام ارائه دادند. آنها نظریه‌ی فازی را برای توسعه‌ی یک مدل مکان‌یابی ـ تخصیص با بیشینه‌ی پوشش استفاده کردند و آن را مدل مکان‌یابی-تخصیص با بیشینه‌ی پوشش فازی با صف نامیدند.[۱۴] وانگ و همکاران در سال ۲۰۰۲ یک مدل مکان‌یابی تسهیلات بر اساس سیستم صف $M/M/1$ پیشنهاد دادند؛ به صورتی‌که مشتریان به نزدیک‌ترین تسهیل مراجعه می‌کنند و بیشینه‌ی زمان انتظار پیش‌بینی شده به عنوان محدودیت در نظر گرفته می‌شود.[۱۵] بوفی و همکاران در سال ۲۰۰۷ ، مروری بر مقالاتی که تا آن زمان در مورد ظرفیت مخصوصاً در شرایطی که ازدحام تسهیلات با خدمت‌دهنده ثابت وجود داشت، انجام دادند. آنها به ارائه مفهومی جامع از ظرفیت محدود پرداختند و همچنین مدل‌های سلسله مراتبی را به شکل منطقی تقسیم بندی کردند و مسائل سلسله مراتبی نیز به صورت خلاصه پوشش داده شد.[۱۶] پسندیده و نیاکی در سال ۲۰۱۰ مسئله‌ی مکان‌یابی تسهیلات دوهدفه با مدل صف $M/M/1$ را روی مسئله‌ی $p-$ میانه پیشنهاد دادند.[۱۷] چمبری و همکارانش در سال ۲۰۱۱ مدلی دوهدفه برای مسئله‌ی مکان‌یابی تسهیلات با سیستم صف $M/M/1/K$ تحت ازدحام ارائه دادند.[۱۸] پسندیده و همکاران در سال ۲۰۱۱ یک مسئله‌ی مکان‌یابی تسهیلات جدید دوهدفه با سیستم صف $M[x]/M/1$ برای تعیین تعداد تسهیلات مورد نیاز و فرایند تخصیص مربوط به آن پیشنهاد دادند.[۱۹] در سال ۲۰۱۴ محمدی و همکاران یک مدل دوهدفه برای شبکه‌های خدمات درمانی با رویکرد صف با ظرفیت محدود در شرایط پوشش غیرقطعی ارائه دادند.[۲۰] رحمتی و همکاران در سال ۲۰۱۴ برای خدمت‌دهندگان ثابت به کمک سیستم صف $M/M/1K$ مدل چندهدفه‌ی مکان‌یابی تخصیص طراحی کردند.[۲۱] مستر و همکاران در سال ۲۰۱۵ یک برنامه‌ریزی احتمالی و مدل غیرقطعی را برای مکان‌یابی تسهیلات عمومی سلسله‌مراتبی در راستای کمینه کردن هزینه‌ها ارائه کردند.[۲۲]

لی و همکاران در سال ۲۰۱۷ یک مدل مکان‌یابی سلسله‌مراتبی چنددوره را برای حمل‌ونقل هاب در مناطق شهری پرتراکم طراحی کردند. در این مدل که هدف آن کمینه کردن مجموع زمان سفر است از مطالعه‌ی موردی در مناطق چین استفاده کرده است.[۲۳]

آخرین تحقیق انجام شده در راستای این پژوهش مربوط به زرین‌پور در سال ۲۰۱۷ است که مدل مکان‌یابی ـ تخصیص سلسله‌مراتبی قابل اطمینان را در شرایط گسسته برای شبکه‌های خدمات درمانی طراحی کرد. در این تحقیق از مدل صف $M/M/1$ و از یک سلسله مراتب دو سطحی، چندجریانی و تودرتو استفاده شده است.[۲۴]

نوآوری این تحقیق که در سایر پژوهش‌های صورت گرفته در این زمینه مشاهده نشده است، در نظرگرفتن محدودیت ظرفیت سیستم به همراه دو تابع هدف برای کارفرما و مشتریان است. نوآوری دیگر این تحقیق نسبت به سایر تحقیقات صورت گرفته، در روش حل آن است. بدین ترتیب که مدل پیشنهادی در ۳۰ اندازه‌ی مختلف با استفاده از الگوریتم‌های فرابتکاری اجرا شده و سپس نتایج الگوریتم‌ها توسط شاخص‌های مقایسه‌یی و در نهایت با آزمون آماری با یکدیگر مقایسه شده‌اند.

بخش ۲ مقاله به تشریح مسئله و مفروضات مدل اختصاص یافته است و در بخش ۳ مدل پیشنهادی معرفی می‌شود. در بخش ۴ روش حل مدل پیشنهادی و مقایسه‌ی جواب‌ها ارائه شده است و نهایتاً در بخش ۵ نتیجه‌گیری و تحقیقات آتی ارائه می‌شود.

۲. بیان مسئله

مکان‌یابی تسهیلات سلسله‌مراتبی، به نوعی از مکان‌یابی اطلاق می‌شود که تقاضا در سطوح مختلف و ارائه‌ی خدمت در خدمت‌دهنده‌ها نیز در سطوح مختلف انجام می‌گیرد. در این سیستم، تسهیلات به صورت یک‌طرفه از بالا به پایین یا از پایین به بالا در سطوح مختلف خدمت با یکدیگر ارتباط متقابل دارند. در آنها k سطح ارائه‌ی خدمت (متشکل از تسهیلات مختلف) ایجاد شده است که پایین‌ترین سطح آن، سطح یک و بالاترین سطح آن، سطح k خوانده می‌شود. به مکان‌های مشتری و تقاضا سطح صفر اختصاص می‌یابد. مشخصه‌ی ساختار آنها به صورت شبکه فرض شده است که گره‌ها، تسهیلات، محل‌ها تقاضا و کمان‌ها نزدیک‌ترین مسیر از نظر هزینه‌ی حمل یا کوتاه‌ترین مسیر از جنبه‌ی بعد مسافت معرفی می‌شوند. جنبه‌ی کاربردی این مسئله در بخش خدمات عمومی از اهمیت ویژه‌یی برخوردار است که خدمات پستی، سیستم‌های حمل‌ونقل، نظام‌های آموزشی، خدمات درمانی و ... را می‌توان نام برد. در این سیستم‌ها نمی‌توان مسئله را به طور جداگانه برای هر سطح از خدمت تحلیل کرد. زیرا ارتباط‌های بین خدمات سطوح مختلف و مراکز خدماتی سطوح مختلف ایجاب می‌کند که خدمات در سطوح مختلف توأماً تحلیل شود. هدف این مسئله یافتن مکان هر یک از تسهیلات سطوح ارائه‌ی خدمت و نیز ایجاد نزدیک‌ترین ارتباط بین محل‌های تقاضا و تسهیلات است.

اگر چه سیستم‌های تسهیلات معمولاً به صورت سلسله‌مراتبی وجود دارد و مجموعه‌یی از انواع مختلف تسهیلات در تعامل با هم‌اند، مسائل مکان‌یابی اغلب برای سیستم‌های یک‌سطحی مطالعه شده است. بنابراین با توجه به نیاز امروز صنعت و خدمات، پرداختن به مسئله‌ی مکان‌یابی تسهیلات سلسله‌مراتبی از اهمیت ویژه‌یی برخوردار است. در سیستم‌های سلسله‌مراتبی مانند مراکز بهداشتی درمانی، به علت مراجعه‌ی زیاد مشتریان امکان ایجاد تراکم وجود دارد. بنابراین به کارگیری نظریه‌ی صف مفید واقع می‌شود.

مقاله‌ی جاری تابعی دوهدفه و سیستم صف از نوع $M/M/1/K$ برای

خدمت‌دهندگان را در مکان‌یابی سلسله‌مراتبی تسهیلات در نظر می‌گیرد. تابع هدف اول منافع مشتریان و تابع هدف دوم منافع کارفرما را در نظر می‌گیرد. تابع هدف اول که از دید مشتریان شکل گرفته است، متوسط زمان انتظار مشتریان در صف را برای هرکدام از سطوح کمینه می‌سازد. در ادامه‌ی این روند، تابع هدف دوم نیز که از دید کارفرما تعریف شده است، سعی در بیشینه‌سازی کمینه‌ی بهره‌وری (بیشینه کردن کمینه‌ی درصدهای اشتغال خدمت‌دهندگان) در هرکدام از سطوح سیستم دارد؛ پس نمی‌توان دو تابع هدف را هم‌زمان بهینه‌ی مطلق کرد و به عبارت دیگر دو تابع هدف با یکدیگر در تضاد هستند. یکی از اهداف مهم مسئله به دست آوردن ظرفیت بهینه‌ی سیستم است.

مفروضات مدل عبارت‌اند از:

۱. برای سیستم سلسله‌مراتبی مورد مطالعه دو لایه در نظرگرفته شده است.

۲. مراجعه‌ی مشتریان به مراکز خدمت‌دهی و نرخ خدمت‌دهی در این مراکز از توزیع پواسون پیروی می‌کنند.

۳. زمان بین دو ورود و همچنین زمان خدمت‌دهی از توزیع نمایی پیروی می‌کنند.

۴. محدودیت ظرفیت در مراکز خدمت‌دهی وجود دارد.

۵. مشتریان بدون نیاز به ارجاع خدمت‌دهنده‌ی سطح پایین‌تر، می‌توانند به خدمت‌دهنده‌ی سطح بالاتر مراجعه کنند.

۳. مدل‌سازی مسئله

در این بخش یک مدل برنامه‌ریزی غیرخطی عدد صحیح دوهدفه برای مسئله‌ی مورد بررسی ارائه می‌شود. نمادهای مدل مسئله در ادامه تعریف می‌شوند.

۱.۳. مجموعه‌ها

n: تعداد مشتری‌های یا تعداد گره‌ها؛

m: تعداد مکان‌های بالقوه تسهیلات؛

i: اندیس مورد استفاده برای گره‌های (رأس‌های) تقاضا $(i = ۱, ..., n)$؛

j: اندیس مورد استفاده برای مکان‌های بالقوه تسهیلات $(j = ۱, ..., m)$؛

S: اندیس مورد استفاده برای لایه‌ها $(s = ۱, ۲)$؛

a: وزن لایه ۱^{th}؛

$a - ۱$: وزن لایه ۲^{th}؛

۲.۳. پارامترها

$\gamma_j^۱$: نرخ ورود به تسهیل j^{th} که متعلق به لایه‌ی اول است؛

γ_j^H: نرخ ورود به تسهیل j^{th} که متعلق به لایه‌ی دوم است؛

$\mu^۱$: نرخ خدمت تسهیل‌هایی که در لایه‌ی اول قرار دارند؛

μ^H: نرخ خدمت تسهیل‌هایی که در لایه‌ی دوم قرار دارندز؛

P_s: تعداد مجاز تسهیلات نوع S که می‌توانند استقرار یابند؛

$\lambda_۱$: نرخ تقاضای گره (مشتری) i^{th}؛

C_{js}: هزینه‌ی استقرار تسهیل j^{th} از نوع سطح S؛

B: بیشینه‌ی بودجه‌ی تخصیص یافته برای استقرار تسهیلات؛

$B^۱$: بیشینه‌ی بودجه‌ی تخصیص یافته برای استقرار تسهیلات در لایه‌ی اول؛

B^H: بیشینه‌ی بودجه‌ی تخصیص یافته برای استقرار تسهیلات در لایه‌ی دوم؛

$C_{j۱}^۱$: هزینه‌ی استقرار تسهیل‌های j^{th} که در لایه‌ی اول قرار دارند؛

$C_{j۱}^H$: هزینه‌ی استقرار تسهیل‌های j^{th} که در لایه‌ی دوم قرار دارند.

۳.۳. متغیرها

X_{ijs}: اگر تقاضای سطح S مرکز تقاضای i توسط تسهیل مکان‌یابی شده در سایت j برآورده شود. مقدار یک و در غیر این صورت مقدار صفر می‌گیرد.

y_{js}: اگر تسهیل نوع S در مکان j قرار داده شود مقدار یک و در غیر این صورت مقدار صفر می‌گیرد.

$k_i^۱$: ظرفیت سیستم مرکز تقاضای i که در لایه‌ی اول قرار دارد.

K_i^H: ظرفیت سیستم تقاضای i که در لایه‌ی دوم قرار دارد.

۴.۳. مدل مسئله

$$Minz_۱ = \alpha \sum_{i=۱}^{n}\sum_{j=۱}^{m}\left(\frac{\rho_j^۱}{۱-\rho_j^۱} - \frac{k_i^۱(\rho_j^۱)^{k_i^۱+۱}+\rho_j^۱}{۱-(\rho_j^۱)^{k_i^۱+۱}}\right)$$

$$+(۱-\alpha)\sum_{i=۱}^{n}\sum_{j=۱}^{m}\left(\frac{\rho_j^H}{۱-\rho_j^H} - \frac{k_i^H(\rho_j^H)^{k_i^H+۱}+\rho_j^H}{۱-(\rho_j^H)^{k_i^H+۱}}\right) \quad (۱)$$

$$MaxZ_۲ = min$$

$$\left\{\left(\frac{\sum_{i=۱}^{n}\sum_{j=۱}^{m}\frac{\rho_j^۱\left(۱-(\rho_j^۱)^{k_i^۱}\right)}{\left(۱-(\rho_j^۱)^{k_i^۱+۱}\right)}}{\sum_{j=۱}^{m} y_{j۱}}\right), \left(\frac{\sum_{i=۱}^{n}\sum_{j=۱}^{m}\frac{\rho_j^H\left(۱-(\rho_j^H)^{k_i^H}\right)}{\left(۱-(\rho_j^H)^{k_i^H+۱}\right)}}{\sum_{j=۱}^{m} y_{j۲}}\right)\right\} \quad (۲)$$

$$Subject\ \ to$$

$$\sum_{j=۱}^{m} x_{ijs} = ۱ \qquad \forall\ i,s \quad (۳)$$

$$\sum_{j=۱}^{m} y_{js} \le P_s \qquad \forall\ s \quad (۴)$$

$$\sum_{j=۱}^{m}\sum_{s=۱}^{۲} c_{js}y_{js} \le B \quad (۵)$$

$$y_{js} \le \sum_{i=۱}^{n} x_{ijs} \le n y_{js} \quad \forall j,s \quad (۶)$$

$$\sum_{s=۱}^{۲} y_{js} \le ۱ \qquad \forall j \quad (۷)$$

$$\sum_{i=۱}^{n}\sum_{j=۱}^{m} c_{j۱}^۱ k_i^۱ \le B^۱ \quad (۸)$$

$$\sum_{i=۱}^{n}\sum_{j=۱}^{m} c_{j۲}^H k_i^H \le B^H \quad (۹)$$

$$x_{ijs} \in \{۰, ۱\} \qquad \forall i,j,s \quad (۱۰)$$

$$y_{js} \in \{۰, ۱\} \qquad \forall j,s \quad (۱۱)$$

$$k_i^۱, k_i^H \ge ۰ \qquad \forall i \quad (۱۲)$$

$$k_i^۱, k_i^H \qquad integer \quad (۱۳)$$

تابع هدف اول در رابطه‌ی ۱ متوسط زمان انتظار مشتریان در صف را نشان می‌دهد که باید این مقدار کمینه شود. تابع هدف دوم در رابطه‌ی ۲ به دنبال بیشینه کردن کمینه‌ی درصد اشتغال خدمت‌دهندگان است. رابطه‌ی ۳ این موضوع را بیان می‌کند که تقاضای سطح s مرکز تقاضای i فقط توسط یک تسهیل j برآورده شود. محدودیت ۴ بیشینه‌ی تعداد تسهیلات مستقر در سطح s را برابر با P_s قرار می‌دهد. رابطه‌ی ۵ محدودیت بودجه را بیان می‌کند. در رابطه‌ی ۶، اگر تسهیل سطح s در سایت j استقرار پیدا کند، برابر یک شود کمینه‌ی تعداد گره تقاضایی که به تسهیل مستقر شده در سایت j تخصیص می‌یابد، باید برابر یک باشد و حداکثر n می‌تواند باشد و اگر برابر صفر شود هیچ گره تقاضایی به آن تعلق نمی‌یابد. محدودیت ۷ این موضوع را بیان می‌کند که تسهیل j فقط برای استقرار در یکی از سطوح می‌تواند انتخاب شود. رابطه‌های ۸، ۹ نیز محدودیت بودجه‌ی مرتبط با ایجاد ظرفیت سیستم را بیان می‌کند. تفاوت محدودیت‌های ۸ و ۹ به علت در نظرگرفتن هزینه‌ها و بودجه‌ی جداگانه در هر لایه است، به طورکلی برای استقرار تسهیلات در هر لایه هزینه و بودجه‌یی مرتبط با همان لایه در نظر گرفته شده است. رابطه‌های ۱۰ تا ۱۳ نیز وضعیت متغیرها را نشان می‌دهد. مقادیر s، j، i که در فرض مقاله نیز آورده شده به طورکلی به صورت زیر است:

$$i = ۱, ..., n \ \& \ j = ۱, ..., m \ \& \ s = ۱, ۲$$

همچنین ρ_j^H، $\rho_j^۱$ تابع هدف نیز به صورت زیر تعریف شده است:

$$\begin{cases} \rho_j^۱ = \frac{\gamma_j^۱}{\mu^۱} \\ \rho_j^H = \frac{\gamma_j^H}{\mu^H} \end{cases} \rightarrow \begin{cases} \gamma_j^۱ = \sum_{i=۱}^{n} \lambda_i x_{ij۱} & \forall j \\ \gamma_j^H = \sum_{i=۱}^{n} \lambda_۱ x_{ij۱} & \forall j \end{cases} \quad (۱۴)$$

۴. روش حل مدل پیشنهادی

برای حل مدل پیشنهادی، دو روش حل مبتنی بر الگوریتم‌های فراابتکاری به نام‌های NSGA -II و MOPSO ارائه شدند. تمام الگوریتم‌های پیشنهادی با استفاده از نرم‌افزار MATLAB R2013b برنامه‌نویسی شده و تجزیه و تحلیل‌های صورت گرفته روی یک رایانه‌ی Core i ۷ با RAM ۱۰ GB اجرا شده‌اند. برای مقایسه‌ی الگوریتم‌های پیشنهادی نیز از Minitab ۱۶.۲.۴ استفاده شده است.

الگوریتم NSGA-II یکی از پرکاربردترین و قدرتمندترین الگوریتم‌های موجود برای حل مسائل بهینه‌سازی چندهدفه است و کارایی آن در حل مسائل مختلف به اثبات رسیده است. برای حل مسائل بهینه‌سازی چندهدفه، اسرینیواس و دب در سال ۱۹۹۴ الگوریتم NSGA را معرفی کردند که متفاوت از الگوریتم ژنتیک معمولی بود.[۲۵] به علت پیچیدگی محاسبات و فقدان نخبه‌سالاری در NSGA، دب و همکاران الگوریتم NSGA-II را در سال ۲۰۰۲ ارائه کردند.[۲۶]

نحوه‌ی نمایش کروموزوم در این الگوریتم به وسیله‌ی یک ماتریس m سطر و n ستون صورت گرفته است که هر ستون نشان‌دهنده‌ی تعداد گره‌های مشتری و هر سطر نشان‌دهنده‌ی مکان‌های بالقوه برای مکان‌یابی تسهیلات است. متغیرهای تصمیمی که باید در یک کروموزوم در نظر گرفته شوند، مکان‌یابی تسهیلات در سطوح اول و دوم و تخصیص مشتریان به تسهیلات هستند. تخصیص مشتریان به تسهیلات به صورت دو ماتریس دو بعدی و مکان‌یابی تسهیلات در قالب دو ماتریس یک بعدی برای دو سطح تعریف شده‌اند که درایه‌های آنها یکی از اعداد صفر یا یک خواهند بود که جمعیت اولیه به صورت تصادفی انتخاب می‌شود. جواب‌های تولید شده از دید توابع هدف با استفاده از تابع جریمه برای محدودیت‌ها ارزیابی می‌شود. روش مرتب‌سازی نامغلوب[۳] به صورت مقایسه‌ی جواب‌ها به صورت دو به دو، قرارگرفتن در دسته جواب‌های برتر، و حذف موقت جواب‌ها اعمال می‌شود. سپس جمعیت والدین مبتنی بر تورنومنت دوتایی میان دو عضو منتخب به طور تصادفی انتخاب می‌شود. جهش در این الگوریتم پیشنهادی به صورت تصادفی اعمال شد و تقاطع با استفاده از روش چرخ رولت صورت گرفت. در نتیجه ترکیب جمعیت والدین و فرزندان به صورت نخبه‌گرایی در ترکیب اعمال شد. شرط توقف رسیدن به بیشینه‌ی تکرار است.

الگوریتم بهینه‌سازی چندهدفه‌ی ازدحام ذرات[۴] به عنوان یک روش جستجو توسط ابرهارت وکندی در سال ۱۹۹۵ معرفی شد.[۲۷] با توجه به کارایی الگوریتم PSO در حل مسائل تک‌هدفه، سیرا وکوئلوکوئلو در سال ۲۰۰۶ با ایجاد تغییراتی در ساختار این الگوریتم، الگوریتم چندهدفه‌ی بهینه‌سازی ازدحام ذرات را معرفی کردند.[۲۸]

نحوه‌ی ایجاد جمعیت اولیه‌ی این الگوریتم مشابه با الگوریتم NSGA-II، تصادفی صورت گرفته است. پس از ایجاد جمعیت اولیه، اعضای نامغلوب تفکیک و در جدول مرتبط با حافظه‌ی داخلی ذخیره می‌شوند.

انتخاب ذره‌ی برتر و خانه‌های جدول به ترتیب به صورت تصادفی و روش چرخ رولت صورت گرفت. سپس بهترین جواب‌ها با استفاده از عملگرهای سرعت ذره و موقعیت آن با استفاده از جهش تصادفی در این الگوریتم بهنگام می‌شوند. پس از روزآمد کردن بهترین جواب‌ها اعضای جدید به جدول حافظه‌ی داخلی اضافه و اعضای مغلوب حذف می‌شوند. اگر تعداد اعضای مخزن بیش از ظرفیت تعیین شده باشد اعضای اضافی حذف و جدول‌بندی تجدید می‌شود. این فرایند تا جایی ادامه پیدا می‌کند که تعداد ذره‌ها پایان یابد؛ به عبارت دیگر ذره‌ی مغلوب دیگری در جدول باقی نماند. در هر تکرار اگر شرط توقف (پایان تعداد) تحقق نیافت، باید دوباره از ذره‌های باقی‌مانده ذره‌ی برتر و از سلول‌های جدول سلولی را برای ذخیره‌ی مجدد ذرات انتخاب کرد.

۱.۴. مثال‌های عددی

مثال‌های تولید شده برای مرحله‌ی تنظیم پارامتر و مقایسه‌ی الگوریتم‌ها به صورت تصادفی تولید شده‌اند. جدول ۱ نحوه‌ی تولید داده‌ها را نشان می‌دهد.

جدول ۱. نحوه‌ی تولید پارامترهای مسئله.

نام پارامتر	نحوه‌ی تولید پارامتر
α	عدد تصادفی بین ۰ و ۱
μ	عدد تصادفی در بازه‌ی ۳۰ تا ۵۰
p_s	عدد صحیح تصادفی در بازه‌ی ۱ تا تعداد تسهیلات منهای یک
λ	عدد تصادفی در بازه‌ی ۱۰ تا ۲۵
$c_{j۱}$، $c_{j۱}^۱$	عدد تصادفی در بازه‌ی ۸۰۰۰ تا ۱۲۰۰۰
$c_{j۲}$، $c_{j۲}^H$	عدد تصادفی در بازه‌ی ۱۲۰۰۰ تا ۱۵۰۰۰
B، $B^۱$، B^H	عدد تصادفی در بازه‌ی ۳۰۰۰۰ تا ۱۲۰۰۰۰

جدول ۲. عامل‌ها و سطوح کاندید در الگوریتم ژنتیک چندهدفه با مرتب‌سازی نامغلوب.

پارامترهای الگوریتم	متوسط	پایین	بالا
اندازه‌ی جمعیت[1]	۷۵	۳۰	۱۲۰
درصد تقاطع[2]	۰/۷	۰/۵	۰/۹
درصد جهش[3]	۰/۲	۰/۱	۰/۳

[1] $npop$ [2] $pcrossover(Pc)$ [3] $pmutation(Pm)$

جدول ۳. عامل‌ها وسطوح کاندید در الگوریتم بهینه‌سازی چندهدفه‌ی ازدحام ذرات.

پارامترهای الگوریتم		پایین	متوسط	بالا
اندازه‌ی جمعیت		۳۰	۷۵	۱۲۰
ضرایب	C_1	۱	۱/۲	۱/۴
سرعت[1]	C_2	۱/۴	۱/۶	۱/۸
تعداد اعضای مخزن[2]		۸۰	۱۲۰	۱۶۰

[1] $velocity$ [2] $nrepository$

۲.۴. تنظیم پارامترها

نتایج الگوریتم‌های فرابتکاری به مقادیر پارامترهای ورودی آن وابسته است؛ در این مقاله از روش تاگوچی برای تنظیم پارامترها استفاده شده است. در این مرحله ابتدا تعداد عامل‌های مورد نیاز برای تعداد و نحوه‌ی ترکیب سطوح آزمایش‌ها و تعداد سطوح مطابق با جدول‌های ۲ و ۳ مشخص می‌شود.

باتوجه به آرایه‌های متعامد استاندارد تاگوچی L۹ به عنوان طرح مناسب آزمایشی برای تنظیم پارامترهای پیشنهادی انتخاب شده است. طرح‌های آزمایشی در جدول‌های ۴ و ۵ برای هردو الگوریتم آمده است.

الگوریتم‌های فرابتکاری پیشنهادی برای هر آزمایش تاگوچی اجرا می‌شود و سپس میانگین نسبت (S/N) به دست آمده برای هر سطح از عوامل مربوط به الگوریتم‌ها در شکل‌های ۱ و ۲ نشان داده می‌شود؛ سطوح بهینه‌ی پارامترهای ورودی این الگوریتم‌ها با توجه به جدول‌های ۲ و ۳ مشخص می‌شود.

۳.۴. معیار مقایسه برای ارزیابی کیفیت جواب الگوریتم‌ها

معیارهای مقایسه‌یی برای ارزیابی دو الگوریتم پیشنهاد شده به شرح زیر است:

۱.۳.۴. فاصله از جواب ایده‌آل (MID)

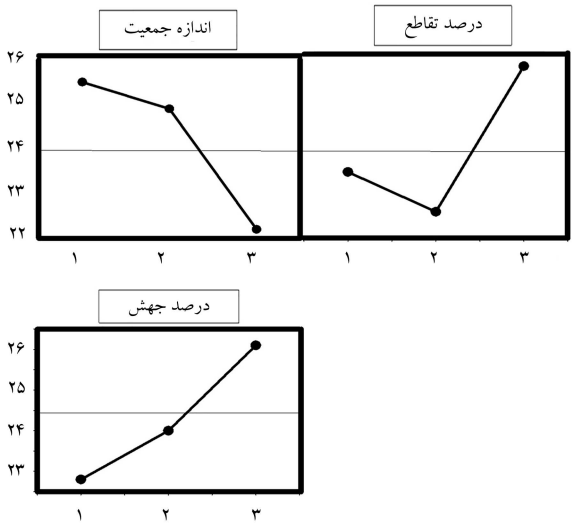
این معیار به منظور محاسبه‌ی میانگین فاصله‌ی جواب‌های پارتو از مبدأ مختصات استفاده می‌شود.

۲.۳.۴. معیار بیشترین گسترش (D)

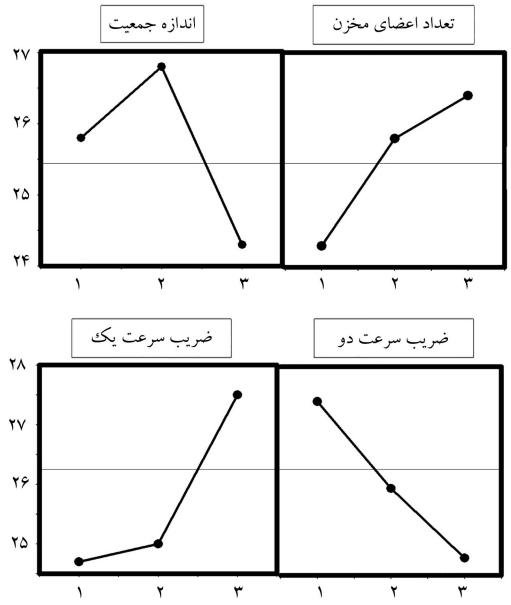
این معیار برابر فاصله‌ی اقلیدسی بین دو جواب مرزی در فضای هدف است. هر چه این معیار بزرگ‌تر باشد، بهتر است.

۳.۳.۴. معیار فاصله‌گذاری (s)

این معیار نشان‌دهنده‌ی میزان فاصله‌ی نسبی جواب‌های متوالی است. هر چه این معیار کم‌تر باشد، بهتر است.



شکل ۱. نمودار میانگین نسبت پارامترهای الگوریتم ژنتیک چندهدفه با مرتب‌سازی نامغلوب.



شکل ۲. نمودار میانگین نسبت پارامترهای الگوریتم بهینه‌سازی چندهدفه‌ی ازدحام ذرات.

۴.۳.۴. تعداد جواب‌های پارتو (NPS)

مقدار معیار NPS نشان‌دهنده‌ی تعداد جواب‌های بهینه‌ی پارتو هستند که در هر الگوریتم می‌توان یافت.

۵.۳.۴. زمان محاسباتی (CPU Time)

زمان اجرای الگوریتم‌ها از مهم‌ترین شاخص‌ها در کارایی هر الگوریتم‌فرابتکاری است.

برای مقایسه‌ی الگوریتم‌ها، این معیارها برای ۳۰ مسئله‌ی نمونه محاسبه شده است که نتایج حاصل از آن در جدول‌های ۶ و ۷ مشاهده می‌شود.

درنمودارهای ۳ (الف الی ه) عملکرد الگوریتم‌های ارائه شده بر اساس معیارهای مورد نظر ترسیم شده است.

نمودار ۳ـ الف عملکرد الگوریتم‌ها را بر اساس معیار تعداد جواب‌های پارتو،

جدول ۴. طرح آزمایشی با آرایه‌ی متعامد برای الگوریتم ژنتیک چندهدفه با مرتب‌سازی نامغلوب.

ترتیب	پارامترهای الگوریتم			مقادیر جواب	
اجرا	اندازه‌ی جمعیت	درصد تقاطع	درصد جهش	هدف اول	هدف دوم
۱	۱	۱	۱	۰٫۰۱	۰٫۰۸۴۲
۲	۱	۲	۲	۰٫۰۱۴۵	۰٫۰۷۹۴
۳	۱	۳	۳	۰٫۰۳۶۱	۰٫۰۵۰۴
۴	۲	۱	۱	۰٫۰۳۴۵	۰٫۰۸۴۷
۵	۲	۲	۲	۰٫۱۴۶	۰٫۰۶۱۳
۶	۲	۳	۳	۰٫۰۳۱۹	۰٫۰۷۹۶
۷	۳	۱	۱	۰٫۰۲۴۵	۰٫۰۸۶۴
۸	۳	۲	۲	۰٫۰۱۵۴	۰٫۱۵۱
۹	۳	۳	۳	۰٫۰۲۶۸	۰٫۰۹۱۴

جدول ۵. طرح آزمایشی با آرایه‌ی متعامد برای الگوریتم بهینه‌سازی چندهدفه‌ی ازدحام ذرات.

ترتیب	پارامترهای الگوریتم			مقادیر جواب	
			ضریب سرعت		
اجرا	اندازه جمعیت	تعداد اعضا	یک	دو	هدف اول	هدف دوم
۱	۱	۱	۱	۱	۰٫۰۱	۰٫۰۸۱
۲	۱	۲	۲	۲	۰٫۰۰۹	۰٫۰۷۸
۳	۱	۳	۳	۳	۰٫۰۳۲	۰٫۰۴۷
۴	۲	۱	۳	۲	۰٫۰۲۹	۰٫۰۷۲
۵	۲	۲	۱	۳	۰٫۰۱۱	۰٫۰۴۹
۶	۲	۳	۲	۱	۰٫۰۲۸	۰٫۰۶۴
۷	۳	۱	۲	۳	۰٫۰۱۸	۰٫۰۶۹
۸	۳	۲	۳	۱	۰٫۰۱۲	۰٫۱۰۰
۹	۳	۳	۱	۲	۰٫۰۱۸	۰٫۰۸۶

نمودار ۳ـ ب بر اساس معیار زمان محاسباتی، نمودار ۳ـ ج بر اساس معیار فاصله‌گذاری، نمودار ۳ـ د بر اساس معیار بیشترین گسترش و نمودار ۳ـ ه بر اساس فاصله از جواب ایده‌آل مقایسه می‌کند.

از مقایسه‌ی الگوریتم‌ها، الگوریتم MOPSO بر اساس معیار Time و MID و Spacingاز مطلوبیت بالاتری برخوردار است و الگوریتم NSGA-II بر اساس معیار NPS و Diversity از مطلوبیت بالاتری برخوردار است.

به منظور بررسی و مقایسه‌ی دقیق‌تر از تحلیل‌های آماری و آزمون t استفاده شده است. بدین منظور خروجی تحلیل واریانس به صورت P-Value های به دست آمده گزارش شده است.

با توجه به مقادیر P-Value برای شاخص‌های تعداد جواب‌های پارتو[5]، زمان[6]،فاصله‌گذاری[7]، تنوع[8]، میانگین فاصله از جواب ایده‌آل[9] که به ترتیب برابرند با ۰٫۱۲۸، ۰٫۳۳۲، ۰٫۵۸۳، ۰٫۴۴۵ و ۰٫۴۳۸ همچنین مطابق با مقدار سطح معنادار بودن در نظرگرفته شده ($\alpha = ۰/۰۵$) فرض برابری میانگین‌ها رد نشد و تفاوت معنادار بین الگوریتم‌ها وجود ندارد و هر دو الگوریتم می‌توانند در این معیارها قابلیت رقابت با یکدیگر را داشته باشند.

۵. نتیجه‌گیری

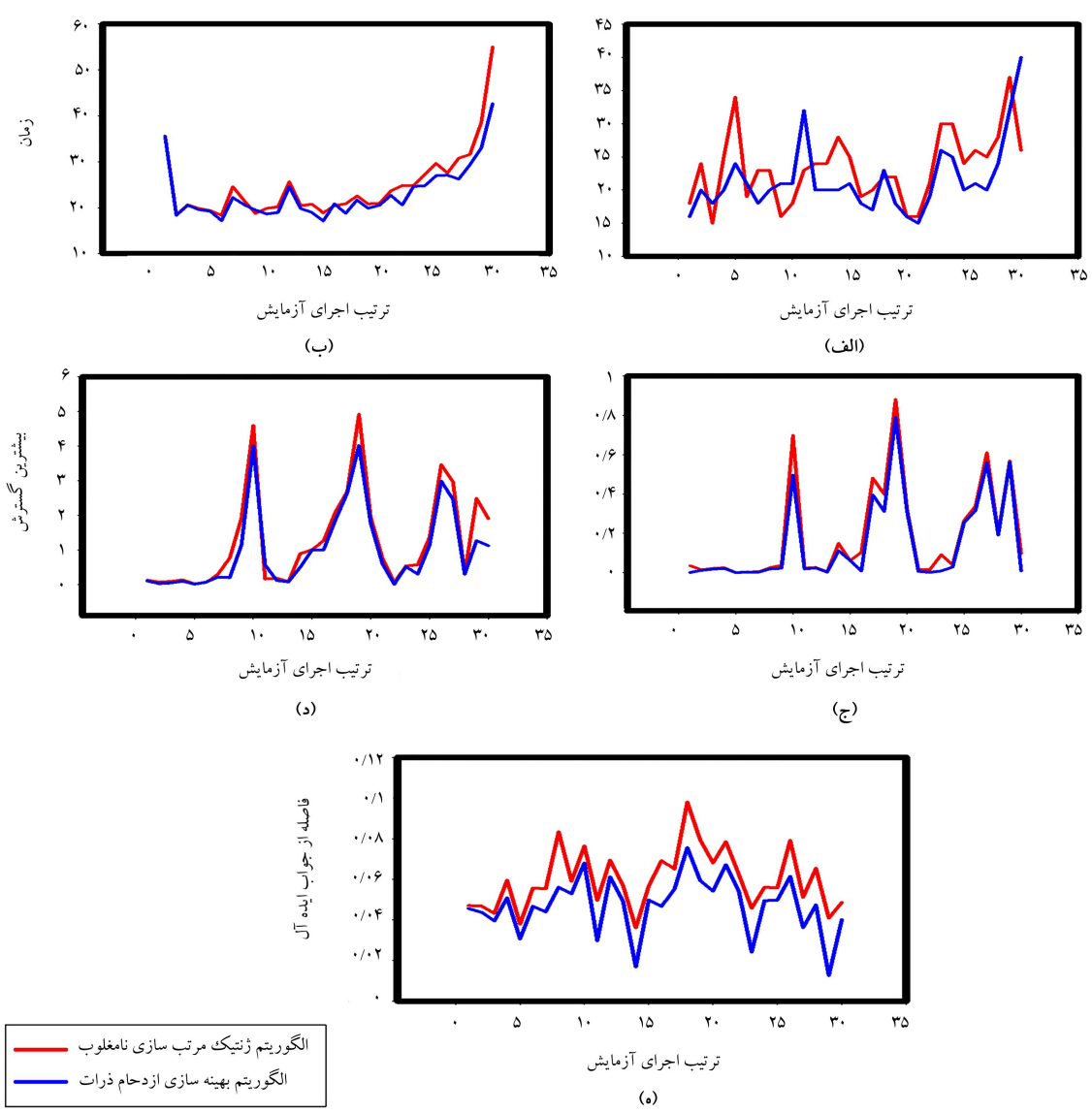
در این مقاله، مسئله‌ی مکان‌یابی تسهیلات سلسله‌مراتبی با دو لایه بررسی شد. برای مدیریت تراکم جمعیت متقاضی خدمت، در تسهیلات موجود در این دو لایه از نظریه‌ی صف از نوع M/M/1/K برای خدمت‌دهندگان بهره گرفته شد. مراجعه‌ی مشتریان به مراکز خدمت‌دهی و نرخ خدمت‌دهی در این مراکز از توزیع پواسون و زمان خدمت‌دهی و زمان بین دو ورود از توزیع نمایی پیروی می‌کنند. از جمله فرضیات

جدول ۶. نتایج محاسباتی برای الگوریتم ژنتیک چندهدفه‌ی مرتب‌سازی نامغلوب.

ترتیب اجرا	تعداد جواب‌های پارتو	زمان	فاصله گذاری	بیشترین گسترش	فاصله از جواب ایده‌آل
۱	۱۸	۳۵٫۶	۰٫۰۳	۰٫۱۲۴۵	۰٫۰۴۷
۲	۲۴	۱۸٫۴	۰٫۰۱	۰٫۰۶۸۴	۰٫۰۰۴۶
۳	۱۵	۲۰٫۶	۰٫۰۲	۰٫۰۸۹۱	۰٫۰۴۳
۴	۲۵	۱۹٫۸	۰٫۰۲	۰٫۱۳۴	۰٫۰۵۹
۵	۳۴	۱۹٫۳	۰٫۰۰	۰٫۰۱۶۹	۰٫۰۳۷
۶	۱۹	۱۸٫۳	۰٫۰۰	۰٫۰۶۱۱	۰٫۰۵۵
۷	۲۳	۲۴٫۵	۰٫۰۰	۰٫۲۹۴۸	۰٫۰۵۵
۸	۲۳	۲۱٫۵	۰٫۰۲۵	۰٫۷۶۹	۰٫۰۸۳
۹	۱۶	۱۸٫۷	۰٫۰۳	۱٫۹۱۶۳	۰٫۰۵۹
۱۰	۱۸	۱۹٫۸	۰٫۶۹	۴٫۵۹۸۱	۰٫۰۷۶
۱۱	۲۳	۲۰٫۱	۰٫۰۲	۰٫۱۵۹۵	۰٫۰۴۹
۱۲	۲۴	۲۵٫۶	۰٫۰۲	۰٫۱۸۱	۰٫۰۶۹
۱۳	۲۴	۲۰٫۴	۰٫۰۰	۰٫۰۸۳۳	۰٫۰۵۶
۱۴	۲۸	۲۰٫۷	۰٫۱۴	۰٫۸۹۱۶	۰٫۰۳۶
۱۵	۲۵	۱۸٫۹	۰٫۰۶	۱٫۰۰۶	۰٫۰۵۶
۱۶	۱۹	۲۰٫۴	۰٫۱۰	۱٫۲۶۵۸	۰٫۰۶۹
۱۷	۲۰	۲۰٫۸	۰٫۴۸	۲٫۱۰۱	۰٫۰۶۵
۱۸	۲۲	۲۲٫۵	۰٫۳۹	۲٫۶۹۱۲	۰٫۰۹۸
۱۹	۲۲	۲۰٫۸	۰٫۸۸	۴٫۹۱۸۶	۰٫۰۷۹
۲۰	۱۶	۲۰٫۹	۰٫۳۲	۱٫۹۴۲	۰٫۰۶۸
۲۱	۱۶	۲۳٫۶	۰٫۰۱	۰٫۷۶۲۱	۰٫۰۷۸
۲۲	۲۱	۲۴٫۸	۰٫۰۱	۰٫۰۶۲	۰٫۰۶۲
۲۳	۳۰	۲۴٫۸	۰٫۰۹	۰٫۵۳۶۱	۰٫۰۴۵
۲۴	۳۰	۲۷٫۲	۰٫۰۳	۰٫۵۶۹۵	۰٫۰۵۶
۲۵	۲۴	۲۸٫۶	۰٫۲۶	۱٫۳۶۶۱	۰٫۰۵۵
۲۶	۲۶	۲۷٫۵	۰٫۳۳	۳٫۴۵۹۷	۰٫۰۷۹
۲۷	۲۵	۲۹٫۵	۰٫۶۱	۲٫۹۶	۰٫۰۵۱
۲۸	۲۸	۳۱٫۶	۰٫۱۹	۰٫۳۰۱۴	۰٫۰۶۵
۲۹	۳۷	۳۱٫۸	۰٫۵۶	۲٫۴۸۵۲	۰٫۰۴۰
۳۰	۲۶	۵۱	۰٫۰۹	۱٫۹۰۰۲	۰٫۰۴۸
میانگین	۲۳٫۷۶۶۷	۲۴٫۷۴۹۷	۰٫۱۸۵۴	۱٫۲۷۱۵	۰٫۰۶

جدول ۷. نتایج محاسباتی برای الگوریتم چندهدفه‌ی بهینه‌سازی ازدحام ذرات.

ترتیب اجرا	تعداد جواب‌های پارتو	زمان	فاصله گذاری	بیشترین گسترش	فاصله از جواب ایده‌آل
۱	۱۶	۳۵٫۵	۰٫۰۰۱۲	۰٫۱۰۳۱	۰٫۰۴۵۱
۲	۲۰	۱۸٫۳	۰٫۰۱۹	۰٫۰۲۵۱	۰٫۰۴۳۷
۳	۱۸	۲۰٫۵	۰٫۰۱۸۵	۰٫۰۴۵۴	۰٫۰۳۹۵
۴	۲۰	۱۹٫۵	۰٫۰۲۱۹	۰٫۰۹۵۱	۰٫۰۵۰۹
۵	۲۴	۱۹٫۲	۰٫۰۰۰۲	۰٫۰۰۸۹	۰٫۰۳۰۷
۶	۲۱	۱۷٫۲	۰٫۰۰۳۹	۰٫۰۶۸	۰٫۰۴۶۷
۷	۱۸	۲۲٫۲	۰٫۰۰۳۱	۰٫۲۱۵۳	۰٫۰۴۴
۸	۲۰	۲۰٫۶	۰٫۰۱۹۴	۰٫۱۹۸۸	۰٫۰۵۶۱
۹	۲۱	۱۹٫۵	۰٫۰۲۲۶	۱٫۱۳۶۷	۰٫۵۲۹
۱۰	۲۱	۱۸٫۶	۰٫۴۹۶۸	۴٫۰۰۴۵	۰٫۰۶۸
۱۱	۳۲	۱۸٫۹	۰٫۰۱۹۴	۰٫۵۶۹	۰٫۰۲۹۸
۱۲	۲۰	۲۴٫۵	۰٫۰۲۴	۰٫۱۱۶۷	۰٫۰۶۱۲
۱۳	۲۰	۱۹٫۸	۰٫۰۰۲۸	۰٫۰۷۶۹	۰٫۰۴۹۲
۱۴	۲۰	۱۸٫۹	۰٫۱۱۱۹	۰٫۴۹۸۱	۰٫۰۱۶۹
۱۵	۲۱	۱۷٫۱	۰٫۰۶۲۱	۰٫۹۹۷۶	۰٫۰۴۹۸
۱۶	۱۸	۲۰٫۸	۰٫۰۰۸۶	۱٫۰۰۲۱	۰٫۰۴۶۷
۱۷	۱۷	۱۸٫۷	۰٫۳۹۶۱	۱٫۸۶۲۵	۰٫۰۵۵۱
۱۸	۲۳	۲۱٫۶	۰٫۳۱۱۶	۲٫۶۴۷۷	۰٫۰۷۵۶
۱۹	۱۸	۱۹٫۸	۰٫۷۹۱۲	۴٫۰۱۵۶	۰٫۰۵۹۴
۲۰	۱۶	۲۰٫۵	۰٫۳۱۰۶	۱٫۷۶۳۴	۰٫۵۴۲
۲۱	۱۵	۲۲٫۶	۰٫۰۰۷۱	۰٫۵۹۵	۰٫۰۶۷۲
۲۲	۱۹	۲۰٫۵	۰٫۰۰۱۹	۰٫۰۰۳	۰٫۵۴۲
۲۳	۲۶	۲۴٫۶	۰٫۰۰۹۱	۰٫۵۱۴۱	۰٫۲۴۲
۲۴	۲۵	۲۴٫۷	۰٫۰۲۸۹	۰٫۲۹۸۵	۰٫۰۴۹۵
۲۵	۲۰	۲۶٫۹	۰٫۲۵۵	۱٫۱۳۳۴	۰٫۰۴۹۸
۲۶	۲۱	۲۷٫۱	۰٫۳۱۵۹	۲٫۹۸۹	۰٫۰۶۱۴
۲۷	۲۰	۲۶٫۲	۰٫۵۵۹۱	۲٫۴۵۶	۰٫۰۳۶۲
۲۸	۲۴	۲۹٫۳	۰٫۱۹۱۲	۰٫۲۹۸۱	۰٫۰۴۷۴
۲۹	۳۲	۳۲٫۹	۰٫۵۶۰۹	۰٫۹۸۵۶	۰٫۰۱۲۶
۳۰	۴۰	۴۲٫۶	۰٫۰۰۹	۱٫۱۲۲۳	۰٫۰۴۰۱
میانگین	۲۱٫۵	۲۳٫۰	۰٫۱۵۲۵	۱٫۰۰۴۱	۰٫۰۴۷۳



شکل ۳. نمودار مقایسه‌ی الگوریتم‌ها بر اساس معیارهای مقایسه‌یی.

در نظرگرفته شده در مدل این مقاله، وجود محدودیت ظرفیت در مراکز خدمت‌دهی است. در مسئله‌ی مکان‌یابی سلسله‌مراتبی در نظرگرفته شده، تسهیلات در هر سطح خدمت متفاوتی را ارائه می‌دهند و مشتریان بدون نیاز به ارجاع خدمت‌دهنده‌ی سطح پایین‌تر می‌توانند به خدمت‌دهنده‌ی سطح بالاتر مراجعه کنند. دو هدف در نظر گرفته شده در این مقاله، یکی کمینه کردن متوسط زمان انتظار مشتریان در صف و دیگری بیشینه کردن کمینه‌ی زمان اشتغال خدمت‌دهنده‌هاست.

مدل پیشنهاد شده از دسته مسائل برنامه‌ریزی غیرخطی است که از الگوریتم فراابتکاری چندهدفه‌ی ژنتیک مرتب‌سازی نامغلوب و الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات برای حل آن استفاده شده و پارامترهای الگوریتم‌های پیشنهادی به کمک روش طراحی آزمایش‌های تاگوچی تنظیم شده است. برای مقایسه‌ی عملکرد دو الگوریتم چندهدفه‌ی ژنتیک با مرتب‌سازی نامغلوب و الگوریتم بهینه‌سازی ازدحام ذرات از شاخص‌های مقایسه‌یی (شامل تعداد جواب‌های پارتو، زمان اجرای الگوریتم، معیار فاصله‌گذاری و معیار بیشترین گسترش) استفاده شد. در نهایت با انجام آزمون T عملکرد الگوریتم‌های مورد مقایسه در هر شاخص مورد سنجش و مقایسه قرارگرفت که تفاوت معناداری بین الگوریتم‌ها وجود ندارد و هر دو الگوریتم می‌توانند در این معیارها قابلیت رقابت با یکدیگر را داشته باشند.

در ادامه به پیشنهادهایی برای پژوهش‌های آتی نیز اشاره شده است:

- تعریف مدل با در نظرگرفتن توابع هدف دیگر مانند کمینه کردن هزینه‌ی از دست دادن مشتری؛
- استفاده از سایر مدل‌های صف؛
- در نظرگرفتن مقادیر فازی برای برخی از پارامترها و استفاده از رویکرد فازی برای حل آن؛
- حل مسئله‌ی مکان‌یابی سلسله‌مراتبی با تغییر ویژگی‌های سلسله‌مراتبی مانند الگوهای جریان؛
- استفاده از سایر الگوریتم‌های فراابتکاری مانند الگوریتم علف‌های هرز چندهدفه (MOIWO)، کلونی مورچگان (ACO)، الگوریتم رقابت استعماری (ICA).

پانوشت‌ها

1. hierarchical location-allocation problem
2. location set convering problem(LSCP)
3. non dominated sorting genetic algorithm (NSGA-II)
4. multi-objective partiacal swarm optimization(MOPSO)
5. Number of Pareto Solutions(NPS)
6. time
7. spacing
8. diversity
9. Mean Ideal Distance (MID)

منابع (References)

1. Daskin MS, *Network And Discrete Location: Models, Algorithms And Applications*, New York: Wiley (1995).
2. Narula SC. "Hierarchical location–allocation problems: A classifcation scheme", *European Journal of Operational Research*, **15**(1), pp.93-99 (1984).
3. Church R. and Eaton DJ., Hierarchical location analysis using covering objectives, In: Gosh A., Rushton G., editors, Spatial analysis and location-allocation models , New York: Van Nostrand Reinhold (1987).
4. Moore, GC. and ReVelle C., "The hierarchical service location problem", *Management Science*, **28**(7), pp.775-780 (1982).
5. Mandell MB., "Covering models for two-tiered emergency medical services systems", *Location Science*, **6**(1), pp.355-368 (1998).
6. Lee CY., "A multi-type hierarchical distribution system with multi-level distribution centers", *In Proceedings of the 1994 annual meeting of the decision sciences institute*, **1**, pp.1218-1220 (1994).
7. Guvence S. and Haldun S. "A review of hierarchical facility location models", *Computers & Operations Research*, **34**, pp. 2310-2331,(2007). *Mathematics and Computation*, **181**, pp.440-456 (2006).
8. Samuel, J., Ratick, Jeffrey P. and Osleeb, Dai Hozumi, "Application and extension of the moor and revelle, hierarchical maximal covering model", *Socio-Economic Planning Sciences*, **43**, pp.92-101 (2009).
9. Ignacio, AAV., Filho, VJMF. and Galvao, RD., "Lower and upper bounds for a two-level hierarchical location problem in computer networks", *Computers & Operations Research*, **35**(6), pp.1982-1998,(2008).
10. Gao, JJ. and Robinson, EP., "A dual-based optimization procedure for the two echelon uncapacitated facility location problem", *Naval Research Logistics*, **39**(2), pp.191-212 (1992).
11. Aardal, K., Labbe, M., Leung, J. and et al. "On the two-level uncapacitated facility location problem", *INFORMS Journal on Computing*, **8**(3), pp.289-301 (1996).
12. ZanjiraniFarahani, R., Hekmatfar, M., Fahimnia, B. and et al. "Hierarchical facility location problems: Model, classifications, techniques, and applications", *Computers & Industrial Engineering* **68**, pp.104-117 (2014).
13. Marianov, V. and Revelle, C., "The queering probabilistic location set covering problem and some extensions", *Socio-Economic Planning Sciences*, **28**, pp.167-178 (1994)
14. Shavandi, H. and Mahlooji, H, "A fuzzy queuing location model with a genetic algorithm for congested systems", *Applied Mathematics Computation*, **181**(1), pp.440-456 (2005).
15. Wang, Q., Batta, R. and Rump, C., "Algorithms for a facility location problem with stochastic customer demand and immobile servers", *Annals of Operations Research*, **111**, pp.17-34 (2002).
16. Boffey, B., Galvao, R. and Espejo, L., "A review of congestion models in the location of facilities with immobile servers", *European Journal of Operation Research*, **178**, pp.643-662 (2007).
17. Pasandideh, S.H.R. and Niaki, S.T.A, "Genetic application in a facility location problem with random demand within queuing framework", *Journlal of Intelligent Manufacturing*, **23**(3), pp.651-659 (2010).
18. Chambari, A. H., Rahmaty, S. H., Hajipour, V. and et al. "A bi-objective model for location-allocation problem within queuing framework", *World Academy of Science, Engineering and Technology*, **78**, pp.138-145 (2011).
19. Pasandideh, S. H. R., Niaki, S. T. A. and Hajipour, "A multi-objective facility location model with batch arrivals: two parameter-tuned meta-heuristic algorithms" , *Journal of Intelligent Manufacturing*, **24**(1), pp.331-348 (2011).
20. Mohammadi, M., Dehbari, S. and Vahdani, "Design of a bi-objective reliable healthcare network with finite capacity queue under service covering uncertainty", *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, **72**, pp.15-41 (2014).
21. Rahmati, S. H. A. Ahmadi, A. Sharifi, M. and et al. "A multi-objective model for facility location–allocation problem with immobile servers within queuing framework", *Computers & Industrial Engineering*, **74**, pp.1-10 (2014).
22. Mestre, A. M., Oliveir, M. D. and Barbosa, P., "Ana Paula Location-allocation approaches for hospital network planning under uncertainty", *European Journal of Operational Research*, **240**(3), pp.791-806 (2015).
23. Li T. , Rui Song, Shi-wei He, Ming-kai Bi. and et al. "Multiperiod hierarchical location problem of transit hub in urban agglomeration area", *Mathematical Problems in Engineering*, **2017** Article ID 7189060, pp.15 (2017).
24. Zarrinpoor, N., Fallahnezhad, M. S. and Pishvaee, M. S., "Design of a reliable hierarchical location-allocation model under disruptions for health service networks: a two-stage robust approach". *Computers & Industrial Engineering*, **109**, pp.130-150 (2017).
25. Srinivas N. and Deb K., "Multi-objective optimization using non-dominated sorting in genetic algorithms", *Evolutionary Computation*, **2**(3), pp.221-248 (1994).
26. Deb K., Pratap A., Agarwal S. and et al. "A fast and elitist multi-objective genetic algorithm NSGA-II", *IEEE Transactions on evolutionary computation*, **6**(2), pp.182-197 (2002)

27. Kennedy, J. and Eberhart, R.C., "Partical Swarm Optimization" , *proceedings of IEEE International Conference on Networks*, Piscataway,NJ (1955).

28. Reyes-Sierra, M. and Coello Coello, C.A., "Multi-objective partical swarm optimizers: a survey of the state-of-the-art", *CINVESTAV-IPN (Evolutionary Computation Group), Electrical Engineering Department, Computer Science Section, Av. IPN No. 2508, Col. San Pedro Zacatenco, Mexico D.F. 07300*, **2**(3), pp.287-308(2006).