مهندسی صنایع و مدیریت شریف، (تابستان ۱۳۹۸)
دوره‌ی ۱-۳۵، شماره‌ی ۱/۲، ص. ۱۳۹-۱۴۶، (یادداشت فنی)

Research Note

بررسی رویکردهای استکلبرگ و متمرکز در تبلیغات و قیمت‌گذاری پویا برای زنجیره‌ی تأمین دوکانالی

ابوالقاسم رحمانی (کارشناس ارشد)
سید رضا حجازی* (استاد)
مرتضی راستی برزکی (دانشیار)
دانشکده مهندسی صنایع و سیستم‌ها، دانشگاه صنعتی اصفهان

در این مقاله راهبردهای تعادلی پویای تبلیغات، قیمت و همچنین سود اعضای یک زنجیره‌ی تأمین دوکانالی در قالب سناریوهای استکلبرگ و متمرکز و با رویکرد بازی‌های دیفرانسیلی بررسی شده است. زنجیره‌ی تأمین شامل یک تولیدکننده و یک خرده‌فروش است. تولیدکننده از طریق دو کانال سنتی و برخط، محصول را به مصرف‌کننده‌ی نهایی می‌رساند. رفتار متغیرهای تصمیم تبلیغات، قیمت فروش و سود هریک از اعضای زنجیره در این سناریوها مدل‌سازی و با استفاده از یک مثال عددی ارزیابی شده است. با توجه به نتایج عددی مشاهده شد که در سناریوی استکلبرگ حجم تبلیغات، قیمت و سود تولیدکننده در کانال برخط به ترتیب بیش از حجم تبلیغات، قیمت و سود خرده‌فروش در کانال سنتی است. برعکس در سناریوی متمرکز مشاهده شد که حجم تبلیغات، قیمت و سود تولیدکننده در کانال برخط به ترتیب کمتر از حجم تبلیغات، قیمت و سود خرده‌فروش در کانال سنتی است.

واژگان کلیدی: بازی دیفرانسیلی، زنجیره‌ی تأمین دوکانالی، قیمت‌گذاری و تبلیغات پویا، تعادل بازخوردی استکلبرگ، تصمیم‌گیری متمرکز.

abolghasem.rahmani@in.iut.ac.ir
rehejazi@cc.iut.ac.ir
rasti@cc.iut.ac.ir

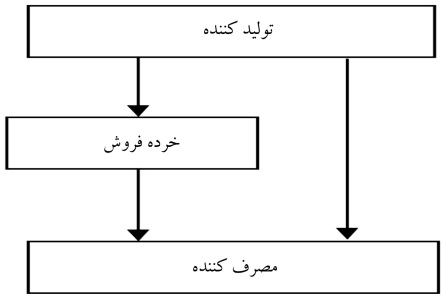
۱. مقدمه

در این مقاله به مطالعه‌ی راهبردهای تبلیغات و قیمت‌گذاری پویا در یک زنجیره‌ی تأمین با کانال‌های توزیع دوگانه پرداخته شده است. اعضای زنجیره‌ی تأمین عبارت‌اند از یک تولیدکننده و یک خرده‌فروش. تولیدکننده از طریق دو کانال مجزا، محصول خود را به مصرف‌کننده‌ی نهایی می‌رساند؛ در یک کانال، به نام کانال فروش سنتی، به واسطه‌ی خرده‌فروش و درکانال دیگر مستقیماً به مصرف‌کننده‌ی نهایی می‌فروشد که کانال برخط نام دارد. زنجیره‌ی تأمین با چنین ساختاری را زنجیره‌ی تأمین دوکانالی یا زنجیره‌ی تأمین با کانال‌های توزیع دوگانه می‌نامند.[۱] زنجیره‌ی تأمین مطابق با این تعریف، در شکل ۱ نمایش داده شده است.

در سال‌های اخیر اغلب تولیدکنندگان بزرگ در کنار فروش سنتی به واسطه‌ی خرده‌فروشان از روش فروش مستقیم نیز برای پاسخ‌گویی به نیازهای مشتریان استفاده کرده‌اند. چنین شرایطی منجر به پدید آمدن رقابتی پنهان در کنار تعامل تولیدکننده و خرده‌فروش در تأمین نیازهای بازار شده است؛ به این صورت که تولیدکننده نیز در سطح خرده‌فروشی و همانند یک خرده‌فروش به عرضه‌ی محصول خود اقدام می‌کند. در نتیجه‌ی گسترش فضای رقابتی در بازار، از یک طرف مصرف‌کننده‌ی نهایی با روش‌های متنوع در نحوه‌ی خرید محصول مواجه شده است و از طرف دیگر، تولیدکننده نیز می‌تواند قدرت انحصارگری خرده‌فروشان را کاهش دهد. بدین ترتیب با ایجاد کانال مستقیم فروش در مقایسه با زنجیره‌های تأمین یک کانالی، نفوذ تولیدکننده در بازار بیشتر شده و در نتیجه به نسبت، تضاد منافع اعضای حاضر در زنجیره‌ی تأمین نیز افزایش می‌یابد.[۲]

اگر یک زنجیره‌ی تأمین دو سطحی با یک تولیدکننده و یک خرده‌فروش را در نظر بگیریم، تبلیغات سراسری تولیدکننده منجر به افزایش اعتبار نشان تجاری خود و در نتیجه افزایش تمایل مصرف‌کنندگان به مصرف کالا با نشان تجاری همان تولیدکننده می‌شود. بدین ترتیب تبلیغات سراسری تولیدکننده به‌طور غیرمستقیم در سود تولیدکننده و همچنین خرده‌فروشی که کالای تولیدکننده را به مصرف‌کننده می‌فروشد، تأثیر مثبت خواهد داشت.[۳] خرده‌فروش نیز با استفاده از تبلیغات محلی بر تقاضای مصرف‌کنندگان اثر مستقیم می‌گذارد و حجم فروش در این کانال را مستقیماً افزایش می‌دهد که این به افزایش حجم فروش تولیدکننده نیز منجر خواهد شد. از طرف دیگر تولیدکننده با انجام تبلیغات محلی در کانال مستقیم یا برخط، به عنوان رقیبی

* نویسنده مسئول
تاریخ: دریافت ۱۳۹۶/۷/۲۹، اصلاحیه ۱۳۹۶/۹/۲۹، پذیرش ۱۳۹۶/۱۰/۳۰.
DOI:10.24200/J65.2019.7208.1760



شکل ۱. زنجیره‌ی تأمین دوکانالی.

برای خرده‌فروش در سطح خرده‌فروشی قلمداد می‌شود و در نتیجه تبلیغات محلی تولیدکننده درکانال برخط اثرکاهشی در سود خرده‌فروش را در پی خواهد داشت.[۴]

در اغلب پژوهش‌های صورت‌گرفته دربازی‌های دیفرانسیلی اعضای زنجیره‌ی تأمین، راهبردهای قیمتی و تبلیغات به‌صورت جداگانه بررسی شده‌اند.[۵] ازاین‌رو اگر در مدل‌سازی رقابت تبلیغات اعضای زنجیره، قیمت‌های تعیین‌شده توسط خرده‌فروش درکانال‌سنتی و تولیدکننده درکانال برخط نیز به‌عنوان متغیرهای تأثیرگذار در سود اعضای زنجیره در نظرگرفته شود، بررسی توأم قیمت‌گذاری و تبلیغات در این زنجیره منجر به حصول نتایج جامع‌تری در سنجش عملکرد اعضای زنجیره نسبت به پژوهش‌های پیشین خواهد شد.

بالاسومبارانیان[۶] مسئله‌ی رقابت را در محیط یک زنجیره‌ی تأمین چندکانالی و از بعد راهبردی مطالعه کرده است.

یان و همکاران[۷] هماهنگی راهبردهای مختلف توزیع در یک زنجیره‌ی تأمین چندکانالی متشکل از دو کانال توزیع متعارف و برخط را در قالب یک مدل ایستا بررسی کرده‌اند. آن‌ها در این پژوهش بیان کردند که وقتی تولیدکننده محصول خود را از طریق دو کانال برخط و خرده‌فروشی عرضه می‌کند، تقاضای محصول در هر دو کانال، هم به قیمت تعیین شده در آن کانال و هم به قیمت تعیین شده در کانال رقیب بستگی دارد.

هوانگ و همکاران،[۸] قیمت‌گذاری و سیاست‌های تولید در یک زنجیره‌ی تأمین با استفاده از یک مدل ایستا و در قالب دو سناریوی متمرکز و غیرمتمرکز را مطرح کردند.

چن و همکاران،[۹] به تحلیل قیمت‌گذاری توسط تولیدکننده در یک زنجیره‌ی تأمین دوکانالی پرداختند. به‌منظور بررسی هماهنگی در این زنجیره‌ی دوکانالی از سناریوی استکلبرگ استفاده شده است که در آن تولیدکننده نقش رهبر و خرده‌فروش نقش پیرو را ایفا می‌کند. مدل به کار رفته در پژوهش آن‌ها یک مدل ایستاست.

پی و یان،[۴] به بررسی نقش تبلیغات سراسری در هماهنگی و همچنین کاهش رقابت و تعارض در زنجیره‌ی تأمین دوکانالی پرداختند. آن‌ها نیز در مطالعات خود از مدل‌های ایستا استفاده کردند.

یورگنسن و زاکور[۱۰] به بررسی هماهنگی و رقابت قیمت‌گذاری و تبلیغات در یک زنجیره‌ی تأمین دو سطحی با یک تولیدکننده و یک خرده‌فروش با رویکرد بازی‌های دیفرانسیلی پرداختند. در این مقاله راهبرد تبلیغات پویا به فرم بازخوردی در نظرگرفته شده است. در این مطالعه اثرگذاری تبلیغات بر سیستم پویا به‌صورت سرمایه‌گذاری در اعتبار نشان تجاری خرده‌فروش بیان شد که مدل تقاضا نیز مطابق با ساختار کلی مدل‌های نرلاو - آرو[۱] بود.

یورگنسن و سریگوئه و زاکور[۱۱] به بررسی تبلیغات مشارکتی در یک زنجیره‌ی تأمین دوسطحی با یک تولیدکننده و یک خرده‌فروش در دو سناریوی رقابتی نش و استکلبرگ تولیدکننده پرداختند. در این مدل‌سازی، تبلیغات با اثربخشی کوتاه‌مدت و درازمدت برای خرده‌فروش و همچنین مشارکت تولیدکننده در هر یک از این حالات بررسی شد.

ستی، پراساد و هه[۱۲] یک مدل دیفرانسیلی مبتنی‌بر ساختار مجموعه مدل‌های ویدال - ولف[۲] به‌منظور مدل‌سازی قیمت و تبلیغات بهینه در طول زمان را با حل تحلیلی برای فروش محصول بادوام ارائه کردند. محصول بادوام اشاره به کالاهایی دارد که پس از تولید طول عمر آن‌ها در چرخه‌ی مصرف نامتناهی در نظر گرفته می‌شود.

کریشنامورتی و همکاران[۱۳] سیاست‌های قیمت‌گذاری و تبلیغات پویا برای یک کالای بادوام در یک انحصار دو جانبه را در افق زمانی نامحدود بررسی کرده‌اند. در پژوهش آن‌ها یک تولیدکننده و یک خرده‌فروش ساختار زنجیره‌ی تأمین را تشکیل می‌دهند که سیاست‌های رقابتی را برای تعیین راهبردها و منافع خود دنبال می‌کنند.

چوتانی و ستی[۱۴] تبلیغات و قیمت‌گذاری بهینه را در یک زنجیره‌ی تأمین کالای بادوام با توجه به انحصار دوجانبه در سطح خرده‌فروشی بررسی کردند. در پژوهش آن‌ها تولیدکننده در یک بازی استکلبرگ به‌عنوان رهبر زنجیره بخشی از هزینه‌های تبلیغاتی خرده‌فروشان را متقبل می‌شود. تسهیم هزینه‌های تبلیغاتی در چنین مواردی تبلیغات مشارکتی[۳] نامیده می‌شود. در این مطالعه و در سطح خرده‌فروشی نیز دو خرده‌فروش به بازی دیفرانسیلی نش اقدام می‌کنند. چوتانی و ستی[۱۵] مدل ذکر شده را به انحصار چند جانبه در سطح خرده‌فروشی و با تعداد زیادی خرده‌فروش گسترش دادند.

ژو و لین،[۱۶] راهبردهای تبلیغات مشارکتی و قیمت‌گذاری پویا در یک زنجیره‌ی تأمین یک‌کانالی با یک تولیدکننده و یک خرده‌فروش را تحلیل کردند. در پژوهش آن‌ها سه سناریوی همکارانه یا سود متمرکز، تعادل بازخوردی نش و تعادل بازخوردی استکلبرگ مطرح شد. نتیجه‌ی بررسی‌های آن‌ها این بود که اعضای زنجیره برخلاف سناریوی غیرهمکارانه در سناریوی همکارانه تبلیغات بیشتری می‌کنند و سود بیشتری نیز به دست می‌آورند.

صیادی و ماکویی،[۱۷] به بررسی متغیرهای پویای تبلیغات نشان تجاری و تبلیغات کانال و اثر آن‌ها بر توسعه و سهم بازار در یک زنجیره‌ی تأمین دوکانالی با استفاده از نظریه‌ی بازی‌های دیفرانسیلی و به‌کارگیری نوع اصلاح‌شده‌ی مدل اولیه‌ی ویدال - ولف پرداختند.

در مقاله‌ی حاضر، اثر توأم راهبردهای قیمتی و تبلیغات پویای اعضای یک زنجیره‌ی تأمین دوکانالی بر سود آن‌ها بررسی شده است. این راهبردها در قالب دو سناریو مطرح شده‌اند. سناریوی رهبر و پیرو یا استکلبرگ به رهبری تولیدکننده و پیروی خرده‌فروش و سناریوی تصمیم‌گیری متمرکز درکل زنجیره که در آن تولیدکننده و خرده‌فروش سنتی با اتخاذ تصمیمات مشترک به بیشینه‌سازی مجموع سود حاصل از فروش محصول به مشتری برای کل زنجیره اقدام می‌کنند. در این تحقیق، همچنین اثرگذاری متقابل تبلیغات اعضای زنجیره بر توابع فروش یکدیگر نیز در نظرگرفته شده است.

ساختار مقاله بدین شرح است که در بخش ۲، به تعریف متغیرها، پارامترها و مدل‌سازی توابع سود و هزینه‌ی اعضای زنجیره در بازی دیفرانسیلی پرداخته شده است. در بخش ۳، مدل‌سازی بازی دیفرانسیلی اعضای زنجیره با دو سناریوی تصمیم‌گیری استکلبرگِ تولیدکننده و متمرکز ارائه شده است. در بخش ۴، با حل یک مثال عددی، به بررسی و مقایسه‌ی نتایج سناریوهای مذکور در تغییرات قیمت، تبلیغات و سود اعضای زنجیره پرداخته شده است. در بخش ۵ نیز جمع‌بندی نتایج و همچنین پیشنهادهایی برای پژوهش‌های آتی ارائه شده است.

۲. تعریف‌ها و مدل‌سازی تابع تقاضا و تابع هزینه

فرض بر این است که ساختار زنجیره‌ی تأمین متشکل از یک خرده‌فروش و یک تولیدکننده است. تولیدکننده در زنجیره‌ی تأمین از طریق کانال سنتی خرده‌فروشی و همچنین کانال مستقیم به فروش محصول خود اقدام می‌کند. همچنین خرده‌فروش نیز فقط محصول این تولیدکننده را می‌فروشد. متغیرهای تصمیم اعضای زنجیره نیز قیمت در سطح خرده‌فروشی و حجم تبلیغات آن‌هاست. در ادامه تعریف دقیق‌تر هرکدام از آن‌ها بیان می‌شود.

۱.۲. متغیرهای تصمیم و پارامترهای مسئله

برای مدل‌سازی راهبردهای تبلیغاتی اعضای زنجیره دو نوع متغیر تبلیغات سراسری و محلی تعریف شده است. تولیدکننده برای افزایش اعتبار نشان تجاری خود در درازمدت تبلیغ سراسری انجام می‌دهد که با افزایش سطح اعتبار نشان تجاری تولیدکننده سود تولیدکننده نیز افزایش می‌یابد. بدین ترتیب مشاهده می‌شود که اثر تبلیغات سراسری در سود حاصل از فروش تولیدکننده در هر دو کانال غیرمستقیم است. این متغیر با $a_m(t)$ نشان داده شده است. تولیدکننده به‌منظور اعمال اثر مستقیم بر سود حاصل از فروش، درکانال برخط نیز به تبلیغات محلی اقدام می‌کند که با $a_o(t)$ نشان داده شده است. در مقابل، خرده‌فروش نیز به‌منظور اعمال اثر مستقیم تبلیغات بر سود خود درکانال سنتی، به انجام تبلیغات محلی اقدام می‌کند که این متغیر با $a_r(t)$ نمایش داده شده است.

به‌منظور مدل‌سازی راهبردهای قیمتی تولیدکننده و خرده‌فروش در بازی دیفرانسیلی، متغیرهای قیمت خرده‌فروشی تولیدکننده درکانال برخط و همچنین قیمت خرده‌فروشی خرده‌فروش درکانال سنتی به عنوان متغیرهای تصمیم به مدل اضافه شده و به ترتیب با $P_o(t)$ و $P_r(t)$ نمایش داده شده‌اند. در این بازی دیفرانسیلی، اعتبار نشان تجاری تولیدکننده متغیر وضعیت سیستم پویاست و آهنگ تغییرات آن فقط تحت تأثیر تبلیغات سراسری تولیدکننده و مقادیر فعلی این متغیر است.[۱۸] اعتبار تولیدکننده با $G(t)$ نمایش داده شده است.

۲.۲. تابع تقاضا و تابع هزینه‌ی اعضای زنجیره

تابع تقاضای تولیدکننده و خرده‌فروش با توجه به ساختارکلی مدل نرلاو - آرو تعریف شده است که اثرات متفاوت انواع تبلیغات سراسری و محلی وابسته به زمان در این مدل قابل تعریف است.[۱۹] معادله‌ی وضعیت سیستم پویا مبتنی‌بر اعتبار نشان تجاری، در مدل نرلاو - آرو به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$G(t) = \varphi_m a_m(t) - \delta G(t), G(0) = G_0 \qquad (۱)$$

در رابطه‌ی ۱، φ_m ضریب اثر تبلیغات سراسری در اعتبار نشان تجاری تولیدکننده و δ ضریب زوال اعتبار نشان تجاری تولیدکننده است.

فرض بر این است که $S_o(t)$ و $S_r(t)$ به ترتیب بیان‌گر سطح فروش درکانال برخط و میزان فروش درکانال خرده‌فروشی هستند و عبارت‌اند از:

$$S_o(t) = \alpha_o + \beta_o a_o(t) - \gamma_o a_r(t) - \theta_o p_o(t) + \nu_o G(t) \qquad (۲)$$

$$S_r(t) = \alpha_r + \beta_r a_r(t) - \gamma_r a_o(t) - \theta_r p_r(t) + \nu_r G(t) \qquad (۳)$$

ضرایب موجود در توابع تقاضای ۲ و ۳ به شرح زیر تعریف شده‌اند:

α_o: فروش پایه درکانال برخط

α_r: فروش پایه درکانال سنتی

β_o: ضریب اثر تبلیغات محلی تولیدکننده درکانال برخط

β_r: ضریب اثر تبلیغات محلی خرده‌فروش درکانال سنتی

γ_o: ضریب اثر تبلیغات محلی خرده‌فروش بر تقاضای تولیدکننده درکانال برخط

γ_r: ضریب اثر تبلیغات محلی تولیدکننده بر تقاضای خرده‌فروش درکانال سنتی

φ_m: ضریب اثر تبلیغات سراسری تولیدکننده در اعتبار نشان تجاری تولیدکننده

θ_o: ضریب اثر قیمت فروش تولیدکننده بر تقاضای تولیدکننده درکانال برخط

θ_r: ضریب اثر قیمت فروش خرده‌فروش بر تقاضای خرده‌فروش درکانال سنتی

ν_o: ضریب اثراعتبار نشان تجاری تولیدکننده بر تقاضای تولیدکننده درکانال برخط

ν_r: ضریب اثراعتبار نشان تجاری تولیدکننده بر تقاضای خرده‌فروش درکانال سنتی

در مدل حاضر فرض بر این است که هزینه‌های هریک از اعضای زنجیره‌ی تأمین فقط متأثر از حجم تبلیغات صورت گرفته توسط آن‌هاست که با مجذور حجم تبلیغات صورت گرفته توسط هرکدام از آنها رابطه‌ی مستقیم دارد. بدین ترتیب برای توابع هزینه‌ی تولیدکننده و خرده‌فروش به ترتیب روابط را در نظر می‌گیریم:

$$C_m(t) = \frac{\psi_m}{2} a_m^2(t) + \frac{\psi_o}{2} a_o^2(t) \qquad (۴)$$

$$C_r(t) = \frac{\psi_r}{2} a_r^2(t) \qquad (۵)$$

در این روابط ψ_m و ψ_o به ترتیب نشان‌دهنده‌ی ضریب اثر هزینه‌ی تبلیغات سراسری تولیدکننده و ضریب اثر هزینه‌ی تبلیغات محلی تولیدکننده درکانال برخط بر تابع سود تولیدکننده است و همچنین ψ_r نیز ضریب اثر هزینه‌ی تبلیغات خرده‌فروش بر تابع سود خرده‌فروش است.

مدل بازی دیفرانسیلی اعضای زنجیره‌ی تأمین دوکانالی متشکل از توابع سود (پرداخت) اعضای زنجیره، معادله‌ی وضعیت و شرایط اولیه‌ی متغیر وضعیت است. افق زمانی در این بازی مشابه با اغلب مقالات، بی‌نهایت در نظرگرفته شده و در نتیجه توابع سود هریک از بازیکنان فاقد تابع انتهایی است که در بازی‌های دیفرانسیلی امری متداول است.

در ادامه به مدل‌سازی قدرت تصمیم‌گیری در تعیین منافع اعضای زنجیره در دو سناریوی استکلبرگ و متمرکز پرداخته خواهد شد. در مدل‌سازی این بازی‌ها، راهبردهای تبلیغاتی و قیمتی تولیدکننده و خرده‌فروش بازخوردی هستند. یعنی فقط به سطح فعلی از متغیر $G(t)$ وابسته‌اند و مستقیماً تابع زمان نیستند.[۱۷]

۳. بازی دیفرانسیلی

در این بخش و در حل مدل ارائه شده برای بازی دیفرانسیلی اعضای زنجیره، دو رویکرد متداول بررسی شده‌اند که به ترتیب عبارت‌اند از:

۱. سناریوی استکلبرگ یا رهبر - پیرو با رهبری تولیدکننده

۲. سناریوی متمرکز یا همکارانه

۱.۳. سناریوی استکلبرگ تولیدکننده

در این سناریو، تعامل تولیدکننده (به عنوان رهبر) و خرده‌فروش (به عنوان پیرو) به شکل ترتیبی و غیر همکارانه است. ابتدا پیرو، بهترین پاسخ خود را نسبت به تصمیمات رهبر انتخاب می‌کند. سپس رهبر به‌منظور بیشینه‌سازی تابع هدف خود تصمیم مناسب را اتخاذ می‌کند.[۱۶] در این‌جا متغیرهای تصمیم توابعی از متغیر وضعیت سیستم پویا

هستندکه همان اعتبار نشان تجاری تولیدکننده است و در طول زمان و مقدار و آهنگ تغییرات آن توسط تبلیغات سراسری تولیدکننده تعیین می‌شود. مسیر تعادلی حاصل از این سناریو را در اصطلاح تعادل بازخوردی استکلبرگ تولیدکننده می‌نامیم.

توابع سود تنزیل شده‌ی تولیدکننده و خرده‌فروش با در نظرگرفتن روابط ۱ تا ۵ به ترتیب عبارت‌اند از:

$$V_m(t)=\max_{a_m,a_o,p_o}\int_{\circ}^{\infty}e^{-\rho t}\begin{bmatrix}(w-c)S_r(t)+\\(p_o(t)-c)S_o(t)\\-\left(\frac{\psi_m}{2}a_m^2(t)+\frac{\psi_o}{2}a_o^2(t)\right)\end{bmatrix} \quad (۶)$$

$$V_r(t)=\max_{a_r,p_r}\int_{\circ}^{\infty}e^{-\rho t}\begin{bmatrix}(p_r(t)-w)S_r(t)\\-\left(\frac{\psi_r}{2}a_r^2(t)\right)\end{bmatrix}dt, \quad (۷)$$

که در آن ρ نرخ تنزیل سود در طول زمان است. هر یک از بازیکنان در این بازی به بهینه‌سازی هم‌زمان حجم تبلیغات، قیمت و در نتیجه سود حاصل از فروش خود اقدام می‌کنند.

معادله‌ی هامیلتون - ژاکوبی - بلمن به‌منظور حل مسئله‌ی بهینه‌سازی خرده‌فروش عبارت است از:

$$\rho V_r(t)=\max_{a_r,p_r}\begin{pmatrix}(p_r(t)-w)S_r(t)\\-\left(\frac{\psi_r}{2}a_r^2(t)\right)\\+\frac{\partial V_r(t)}{\partial G(t)}\cdot\dot{G}(t)\end{pmatrix} \quad (۸)$$

با اعمال شرایط لازم مرتبه‌ی اول برای متغیرهای تصمیم خرده‌فروش در عبارت سمت راست معادله‌ی هامیلتون - ژاکوبی - بلمن در رابطه‌ی ۸، که هامیلتونی خرده‌فروش نامیده شده است و با H_r نمایش داده می‌شود، دستگاه معادلات خطی زیر برای تعیین توابع پاسخ متغیرهای تصمیم خرده‌فروش حاصل خواهد شد:

$$\frac{\partial H_r}{\partial a_r}=\beta_r(p_r(t)-w)-\psi_r a_r(t)=\circ \quad (۹)$$

$$\frac{\partial H_r}{\partial p_r}=\alpha_r+\beta_r a_r(t)-\gamma_r a_o(t)$$
$$-\theta_r(2p_r(t)-w)+\nu_r G(t)=\circ \quad (۱۰)$$

با حل این دستگاه معادلات، توابع پاسخ متغیرهای تصمیم خرده‌فروش به ترتیب زیر حاصل می‌شوند:

$$a_r^*(t)=\left(\frac{\beta_r(-\alpha_r+\gamma_o a_o+\theta_r)}{\beta_r^2-2\theta_r\psi_r}\right)$$
$$-\left(\frac{\beta_r\nu_r}{\beta_r^2-2\theta_r\psi_r}\right)G(t) \quad (۱۱)$$

$$p_r^*(t)=\left(\frac{w\beta_r^2-(\alpha_r-\gamma_o a_o+w\theta_r)\psi_r}{\beta_r^2-2\theta_r\psi_r}\right)$$
$$-\left(\frac{\psi_r\nu_r}{\beta_r^2-2\theta_r\psi_r}\right)G(t) \quad (۱۲)$$

ماتریس هسین حاصل از مشتقات جزئی مرتبه دوم عبارت سمت راست معادله‌ی هامیلتون - ژاکوبی - بلمن خرده‌فروش نسبت به متغیرهای تصمیم عبارت است از:

$$HS_r=\begin{bmatrix}\frac{\partial^2 H_r}{\partial a_r^2} & \frac{\partial^2 H_r}{\partial a_r\partial p_r}\\ \frac{\partial^2 H_r}{\partial p_r\partial a_r} & \frac{\partial^2 H_r}{\partial p_r^2}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-\psi_r & \beta_r\\ \beta_r & -2\theta_r\end{bmatrix} \quad (۱۳)$$

بدین ترتیب، برای بیشینه‌سازی جواب بهینه لازم است شرایط زیر هم‌زمان برقرار باشد:

$$\psi_r>\circ \quad (۱۴)$$

$$2\theta_r\psi_r-\beta_r^2>\circ \quad (۱۵)$$

معادله‌ی هامیلتون - ژاکوبی - بلمن برای مسئله‌ی بهینه‌سازی تولیدکننده عبارت است از:

$$\rho V_m(t)=\max_{a_m,a_o,p_o}\begin{Bmatrix}(w-c)S_r(t)+(p_o(t)-c)S_o(t)\\-\left(\frac{\psi_m}{2}a_m^2(t)+\frac{\psi_o}{2}a_o^2(t)\right)\\+\frac{\partial V_m(t)}{\partial G(t)}\dot{G}(t)\end{Bmatrix} \quad (۱۶)$$

با قرار دادن توابع پاسخ ۱۱ و ۱۲ در سمت راست معادله‌ی هامیلتون - ژاکوبی - بلمن تولیدکننده ۱۶ که هامیلتونی تولیدکننده نامیده شده است و با H_m نمایش داده می‌شود و سپس اعمال شرط بهینگی مرتبه اول برای متغیرهای تصمیم تولیدکننده، دستگاه معادلات زیر حاصل می‌شود:

$$\frac{\partial H_m}{\partial a_m}=\varphi_m\frac{\partial V_m(t)}{\partial G(t)}-\psi_m a_m(t)=\circ \quad (۱۷)$$

$$\frac{\partial H_m}{\partial a_o}=\beta_o(p_o(t)-c)-\gamma_r(w-c)-\psi_o a_o(t)=\circ \quad (۱۸)$$

$$\frac{\partial H_m}{\partial p_o}=\alpha_o+\beta_o a_o(t)-\gamma_o a_r(t)$$
$$-\theta_o(2p_o(t)-c)+\nu_o G(t)=\circ \quad (۱۹)$$

ماتریس هسین مربوط به دستگاه معادلات فوق عبارت است از:

$$HS_m=\begin{bmatrix}-\psi_m & \circ & \circ\\ \circ & -\psi_o & \beta_o-\left(\frac{\beta_r\gamma_o\gamma_r}{\beta_r^2-2\theta_r\psi_r}\right)\\ \circ & \beta_o-\left(\frac{\beta_r\gamma_o\gamma_r}{\beta_r^2-2\theta_r\psi_r}\right) & -2\theta_o\end{bmatrix} \quad (۲۰)$$

به این ترتیب، برای برقراری شرایط بهینگی جواب، روابط همواره برقرار هستند:

$$\psi_m>\circ \quad (۲۱)$$

$$\psi_o>\circ \quad (۲۲)$$

$$2\theta_o\psi_o-\left(\frac{\beta_o\beta_r^2-\beta_r\gamma_r\gamma_o-\beta_o\theta_r\psi_r}{\beta_r^2-2\theta_r\psi_r}\right)^2>\circ \quad (۲۳)$$

با حل دستگاه معادلات حاصل از روابط ۱۷، ۱۸ و ۱۹، متغیرهای بهینه‌ی تولیدکننده حاصل می‌شود. به علت حجم بالای روابط متغیرهای بهینه‌ی تولیدکننده و خرده‌فروش، از آوردن آن‌ها خودداری شده است و فقط با $a_m^*(t)$، $a_o^*(t)$، $a_r^*(t)$، $P_o^*(t)$ و $P_r^*(t)$ نمایش داده می‌شوند.

با جای‌گذاری مقادیر بهینه‌ی متغیرهای تصمیم برحسب $G(t)$، $\frac{\partial V_r(t)}{\partial G(t)}$ و $\frac{\partial V_m(t)}{\partial G(t)}$ در معادلات هامیلتون - ژاکوبی - بلمن و ۱۶، خواهیم داشت:

$$\rho V_m(t)=(w-c)S_r^*(t)+(p_o^*(t)-c)S_o^*$$
$$-\left(\frac{\psi_m}{2}(a_m^*(t))^2+\frac{\psi_o}{2}(a_o^*(t))^2\right)$$

$$+\frac{\partial V_m(t)}{\partial G(t)}\dot{G}(t) \quad (۲۴)$$

$$\rho V_r(t) = (p_r^*(t) - w)S_r^*(t) - \frac{\psi_r}{۲}(a_r^*(t))^۲ + \frac{\partial V_r(t)}{\partial G(t)} \cdot \dot{G}(t) \quad (۲۵)$$

معادلات هم‌زمان ۲۴ و ۲۵ یک دستگاه معادلات دیفرانسیل ریکاتی[۲۰] برحسب $G(t)$ است. جواب‌های خصوصی توابع مقدار برای متغیر $G(t)$ در حل دستگاه معادلات ۲۴ و ۲۵ عبارت‌اند از:[۱۶]

$$V_m(G) = \frac{m_۱}{۲}G^۲ + \frac{m_۲}{۲}G + m_۳ \quad (۲۶)$$

$$V_r(G) = \frac{r_۱}{۲}G^۲ + \frac{r_۲}{۲}G + r_۳ \quad (۲۷)$$

مقادیر $m_۱$، $m_۲$ و $m_۳$ و همچنین $r_۱$، $r_۲$ و $r_۳$، ضرایب مجهول‌اند و باید محاسبه شوند. حل معادلات دیفرانسیل ریکاتی، منجر به تعیین متغیر وضعیت G و توابع مقدار $V_m(G)$ و $V_r(G)$ می‌شود. با تعیین متغیرهای کنترل بهینه، تعادل استکلبرگ بازخوردی حاصل می‌شود.

شرایط کافی حدی برای بهینگی توابع مقدار و راهبردهای بازیکنان نیز از رابطه‌ی زیر پیروی می‌کند:[۱۶]

$$\lim_{t\to\infty} e^{-\rho t}V_i(G,t) = ۰, i \in \{m,r\} \quad (۲۸)$$

ازآن‌جایی که دستگاه معادلات ریکاتی حاصل به فرم تحلیلی قابل حل نیست، حل این بازی دیفرانسیلی با مقداردهی عددی به ضرایب مدل و در بخش چهار ارائه خواهد شد.

۲.۳. سناریوی تعادل متمرکز

در این سناریو تولیدکننده و خرده‌فروش با در نظرگرفتن یک تابع هدف مشترک به‌منظور بیشینه‌سازی سود کل زنجیره با یکدیگر همکاری می‌کنند. تابع سود تنزیل‌شده‌ی متمرکز اعضای زنجیره‌ی تأمین عبارت است از:

$$V_c(t) = \max_{\substack{a_m,a_o,p_o\\a_r,p_r}} \int_۰^\infty e^{-\rho t} \begin{bmatrix} (p_r(t)-c)S_r(t) \\ +(p_o(t)-c)S_o(t) \\ -\left(\begin{matrix}\frac{\psi_m}{۲}a_m^۲(t) + \frac{\psi_o}{۲}a_o^۲(t) \\ +\frac{\psi_r}{۲}a_r^۲(t)\end{matrix}\right) \end{bmatrix} dt, \quad (۲۹)$$

معادله‌هامیلتون - ژاکوبی - بلمن این مسئله، به‌صورت زیر است که طرف راست این معادله را هامیلتونی متمرکز می‌نامیم که با H_c نمایش داده می‌شود:

$$V_c(t) = \max_{\substack{a_m,a_o,p_o,\\a_r,p_r}} \left\{ \begin{matrix} (p_r(t)-c)S_r(t) + (p_o(t)-c)S_o(t) \\ -\left(\frac{\psi_m}{۲}a_m^۲(t) + \frac{\psi_o}{۲}a_o^۲(t) + \frac{\psi_r}{۲}a_r^۲(t)\right) \\ +\frac{\partial V_c(t)}{\partial G(t)}\dot{G}(t) \end{matrix} \right\} \quad (۳۰)$$

شرایط بهینگی مرتبه اول، با حل دستگاه معادلات خطی برآورده می‌شود:

$$\frac{\partial H_c}{\partial a_m} = \varphi_m \frac{\partial V_c(t)}{\partial G(t)} - \psi_m a_m(t) = ۰ \quad (۳۱)$$

$$\frac{\partial H_c}{\partial a_o} = \beta_o(p_o(t)-c) - \gamma_r(p_r(t)-c) - \psi_o a_o(t) = ۰ \quad (۳۲)$$

$$\frac{\partial H_c}{\partial p_o} = \alpha_o + \beta_o a_o(t) - \gamma_o a_r(t) - \theta_o(۲p_o(t)-c) + \nu_o G(t) = ۰ \quad (۳۳)$$

$$\frac{\partial H_c}{\partial a_r} = \beta_r(p_r(t)-c) - \gamma_o(p_o(t)-c) - \psi_r a_r(t) = ۰ \quad (۳۴)$$

$$\frac{\partial H_c}{\partial p_r} = \alpha_r + \beta_r a_r(t) - \gamma_r a_o(t) - \theta_r(۲p_r(t)-c) + \nu_r G(t) = ۰ \quad (۳۵)$$

ماتریس هسین دستگاه معادلات ۳۱ ـ ۳۶ با رعایت ترتیب فوق در مشتق‌گیری از متغیرهای تصمیم عبارت است از:

$$HS_c = \begin{bmatrix} -\psi_m & ۰ & ۰ & ۰ & ۰ \\ ۰ & -\psi_o & \beta_o & ۰ & -\gamma_r \\ ۰ & \beta_r & -۲\theta_o & -\gamma_o & ۰ \\ ۰ & ۰ & -\gamma_o & -\psi_r & -\gamma_r \\ ۰ & -\gamma_r & ۰ & -\gamma_r & -۲\theta_r \end{bmatrix} \quad (۳۶)$$

با فرض برقراری شرایط منفی معین برای ماتریس هسین HS_c، شرایط بهینگی متغیرهای تصمیم مسئله حاصل می‌شود. پس از جای‌گذاری مقادیر بهینه‌ی متغیرهای تصمیم برحسب $\frac{\partial V_c(t)}{\partial G(t)}$ و $G(t)$ در رابطه‌ی ۳۰، معادله‌ی همیلتون - ژاکوبی - بلمن به یک معادله‌ی دیفرانسیل ریکاتی تبدیل می‌شود. جواب خصوصی برای تابع مقدار، شرایط حل معادله‌ی دیفرانسیل مذکور را برآورده می‌سازد.

$$V_c(G) = \frac{c_۱}{۲}G^۲ + \frac{c_۲}{۲}G + c_۳ \quad (۳۷)$$

مقادیر $c_۱$، $c_۲$ و $c_۳$، ضرایب مجهول‌اند و باید محاسبه شوند. با حل معادلات دیفرانسیل ریکاتی، متغیر وضعیت $G(t)$ و تابع مقدار $V_c(G(t))$ تعیین و بدین ترتیب متغیرهای تصمیم بهینه، در شرایط تصمیم‌گیری متمرکز، حاصل می‌شوند.

همچنین، شرایط کافی حدی برای بهینگی توابع مقدار و راهبردهای بازیکنان عبارت‌است از:[۱۶]

$$\lim_{t\to\infty} e^{-\rho t}V_c(G,t) = ۰ \quad (۳۸)$$

در این سناریو نیز مشابه سناریوی قبلی دستگاه معادلات دیفرانسیل ریکاتی وابسته به ضرایب تولیدکننده و خرده‌فروش به فرم تحلیلی قابل حل نیست و حل این مسئله نیز در بخش چهار با مقداردهی عددی به ضرایب ارائه خواهد شد.

۴. مثال عددی و مقایسه‌ی نتایج

دستگاه‌های معادلات دیفرانسیل ریکاتی وابسته به ضرایب تولیدکننده و خرده‌فروش در سناریو به دلیل پیچیدگی ضرایب موجود، به فرم تحلیلی قابل‌حل نیستند. ازاین‌رو، در این بخش با ارائه‌ی یک مثال، نتایج حاصل از مدل تعادلی استکلبرگ به رهبری تولیدکننده و راه حل متمرکز با یکدیگر مقایسه می‌شود.

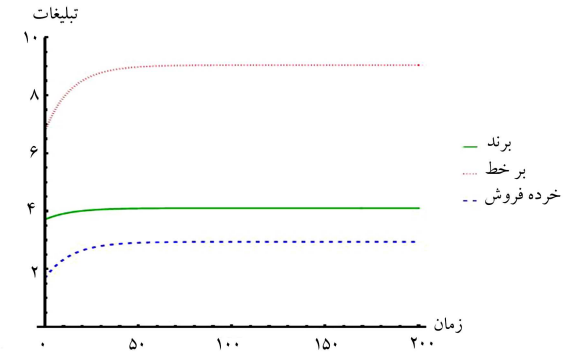
مقداردهی به ضرایب مسئله:

$$\begin{array}{llll} w=۵ & c=۲ & \beta_r=۱ & \beta_o=۱ \\ \alpha_r=۱۰ & \alpha_o=۱۰ & \psi_o=۱ & \psi_r=۱ \\ \psi_m=۱ & \nu_r=۰/۲ & \nu_o=۰/۲ & \varphi_m=۱/۵ \\ \gamma_r=۰/۴ & \gamma_o=۰/۳ & \theta_r=۱ & \theta_o=۱ \\ & \rho=۰/۰۹ & \delta=۰/۰۹ & G(۰)=۱۲ \end{array}$$

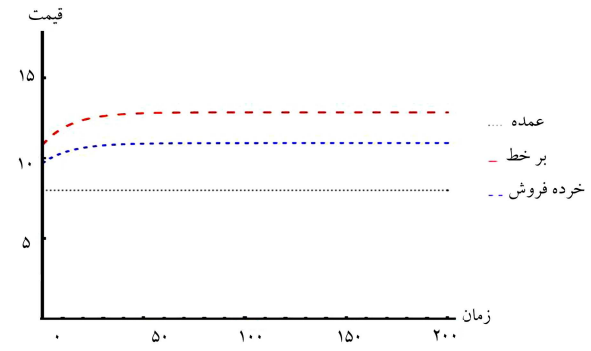
بدین ترتیب با حل دستگاه معادلات دیفرانسیل ریکاتی در سناریوهای مذکور مسیرهای بهینه راهبردهای تعادلی تبلیغات، قیمت و توابع سود تولیدکننده و خرده‌فروش حاصل می‌شوند.

نتایج عددی حل مسئله در سناریوی استکلبرگ مبیّن این است که در این سناریو تولیدکننده در کانال برخط بیشترین حجم تبلیغات را انجام می‌دهد و کمترین حجم تبلیغات نیز مربوط به تبلیغات خرده‌فروش در کانال سنتی است (شکل ۲). همچنین قیمت در کانال برخط بیشتر از قیمت در کانال سنتی است (شکل ۳). در این سناریو، سود تولیدکننده در کانال برخط همواره بیشتر از سود خرده‌فروش در کانال سنتی است (شکل ۴).

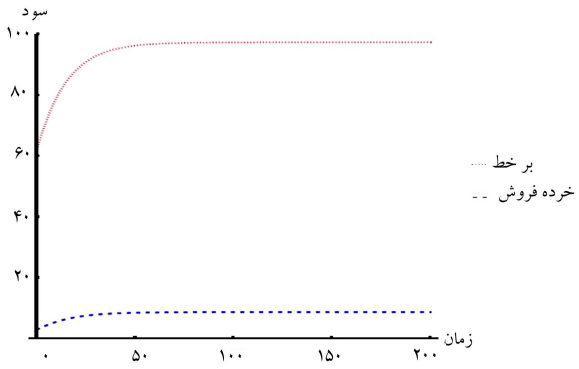
در رویکرد دیگر با حل مسئله در سناریوی متمرکز، نتایج عددی مبیّن این است که بیشترین حجم تبلیغات مربوط به خرده‌فروش در کانال سنتی است و کمترین حجم تبلیغات نیز مربوط به تولیدکننده در کانال برخط است (شکل ۵). همچنین قیمت خرده‌فروش در کانال سنتی بیشتر از قیمت در کانال برخط است (شکل ۶). در این سناریو، سود تولیدکننده در کانال بر خط ابتدا بیشتر از سود خرده‌فروش در کانال سنتی است و از جایی به بعد کمتر از سود خرده‌فروش در کانال سنتی است (شکل ۷).



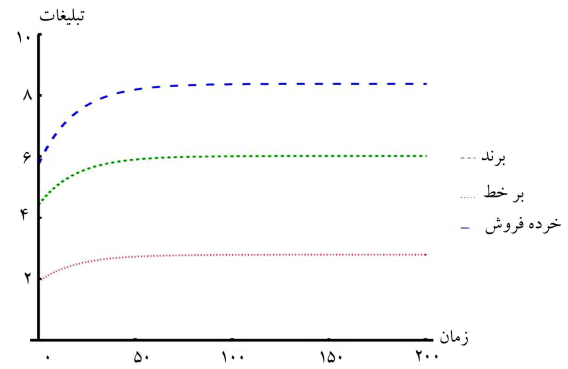
شکل ۲. راهبردهای تعادلی تبلیغات در سناریوی استکلبرگ.



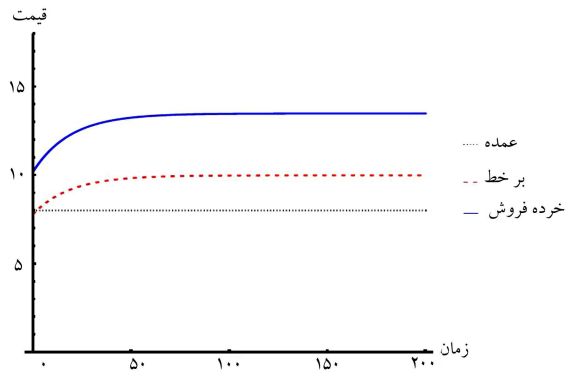
شکل ۳. راهبردهای تعادلی قیمت در سناریوی استکلبرگ.



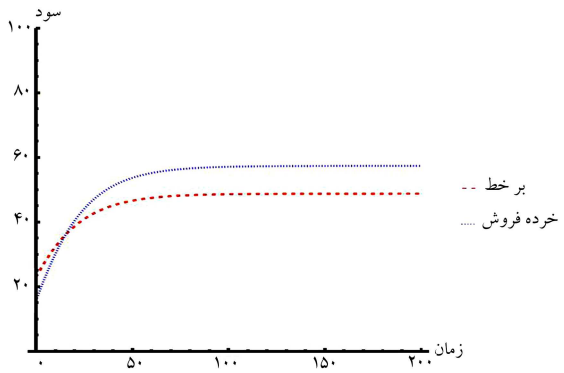
شکل ۴. سود برخط و سود خرده‌فروش در سناریوی استکلبرگ.



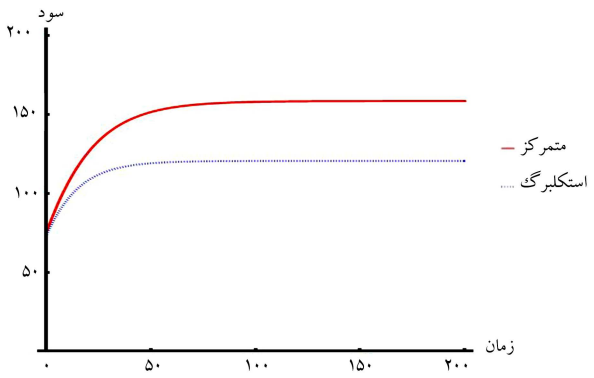
شکل ۵. راهبردهای تعادلی تبلیغات در سناریوی متمرکز.



شکل ۶. راهبردهای تعادلی قیمت در سناریوی متمرکز.



شکل ۷. سود برخط و سود خرده فروش در سناریوی متمرکز.



شکل ۸. سود کل زنجیره در سناریوهای استکلبرگ و متمرکز.

برای این مثال عددی، با مقایسه‌ی سود کل زنجیره در دو سناریو مشاهده می‌شود که سود زنجیره در سناریوی متمرکز همواره بیشتر از سود زنجیره در سناریوی استکلبرگ تولیدکننده است (شکل ۸). که این وضعیتی متداول در پژوهش‌های مربوطه است.

۵. نتیجه‌گیری و پیشنهاد برای پژوهش‌های آتی

در این مقاله راهبردهای بهینه‌ی بازخوردی تبلیغات و قیمت در یک زنجیره‌ی تأمین با کانال‌های توزیع دوگانه و در دو سناریوی استکلبرگ تولیدکننده و متمرکز بررسی شد. حل دقیق مسئله در این سناریوها به دلیل پیچیدگی بالای مسئله امکان‌پذیر نیست و با استفاده از یک مثال عددی، به بررسی رفتار متغیرهای تصمیم اعضای زنجیره در هر یک از این سناریوها پرداخته شد. با توجه به مقایسات صورت گرفته، در سناریوی استکلبرگ حجم تبلیغات، قیمت، و در نتیجه سود تولیدکننده در کانال برخط همواره بیش از حجم تبلیغات، قیمت و سود خرده‌فروش در کانال سنتی است. در سناریوی متمرکز نیز برخلاف سناریوی استکلبرگ حجم تبلیغات، قیمت و سود خرده‌فروش در کانال سنتی بیش از حجم تبلیغات، قیمت و سود تولیدکننده در کانال برخط است.

سود کل زنجیره نیز در هر دو سناریو با یکدیگر مقایسه شدند. در این مثال عددی مشاهده شد که سود کل زنجیره در سناریوی متمرکز همواره بیش از سود کل زنجیره در سناریوی استکلبرگ است که در مطالعات موجود در پژوهش‌های مرتبط با نظریه‌ی بازی‌ها وضعیتی متداول است.

در این پژوهش به علت پیچیدگی مسئله بررسی سهم مشارکت اعضای زنجیره در هزینه‌های تبلیغاتی یکدیگر منظور نشده است. در پژوهش‌های آتی، در نظرگرفتن تبلیغات در فرم مشارکتی، شرایط تصمیم‌گیری اعضای زنجیره را منعطف‌تر خواهد ساخت. مدل‌سازی مسئله برای تصمیم‌گیری در شرایط عدم قطعیت نیز می‌تواند یکی از جنبه‌های پژوهش‌های آتی در نظرگرفته شود. همچنین تعمیم ساختار زنجیره به کانال‌های توزیع چندگانه یا استفاده از متغیرهای تصمیم دیگر نظیر خدمات، کیفیت، موجودی کالا نیز می‌توانند در نزدیک‌تر کردن شرایط مسئله به ساختارهای واقعی زنجیره‌های تأمین مفید باشد.

پانوشت‌ها

1. Nerlove-Arrow
2. vidale-wolf
3. cooperative advertising

منابع (References)

1. Chiang, W., Chhajed, D. and Hess, J. "Direct marketing, indirect profits: a strategic analysis of dual-channel supply-chain design", *Management Science*, **49**(1), pp. 1-20 (2003).
2. Tsay, A.A. and Agrawal, N. "Channel conflict and coordination in the e-commerce age", *Production and Operations Management*, **13**(1), pp. 93-110 (200).
3. Herrington, J. and Dempsey, W. "Comparing the current effects and carryover of national-, regional-, and local-sponsor advertising", *Journal of Advertising Research*, **45**(01), pp. 60-72 (2005).
4. Pei, Z. and Yan, R. "National advertising, dual-channel coordination and firm performance", *Journal of Retailing and Consumer Services*, **20**(2), pp. 218-224 (2013).
5. Xie, J. and Neyret, A. "Co-op advertising and pricing models in manufacturer-retailer supply chains", *Computers & Industrial Engineering*, **56**(4), pp. 1375-1385 (2009).
6. Balasubramanian, S. "Mail versus mall:a strategic analysis of competition between direct marketers and conventional retailers", *Marketing Science*, **17**(3), pp. 181-195 (1998).
7. Yan, R. and et al. "Product distribution and coordination strategies in a multi-channel context", *Journal of Retailing and Consumer Services*, **18**(1), pp. 19-26 (2011).
8. Huang, S., Yang, C. and Zhang, X. "Pricing and production decisions in dual-channel supply chains with demand disruptions", *Computers & Industrial Engineering*, **62**(1), pp. 70-83 (2000).
9. Chen, J., Zhang, H. and Sun, Y. "Implementing coordination contracts in a manufacturer stackelberg dual-channel supply chain", *Omega*, **40**(5), pp. 571-583 (2012).
10. Jørgensen, S. and Zaccour, G. "Equilibrium pricing and advertising strategies in a marketing channel", *Journal of Optimization Theory and Applications*, **102**(1), pp. 111-125 (1999).
11. Jørgensen, S., Sigue, S. and Zaccour, G. "Dynamic cooperative advertising in a channel", *Journal of Retailing*, **76**(1), pp. 71-92 (2000).

12. He, X. and et al. "A survey of Stackelberg differential game models in supply and marketing channels", *Journal of Systems Science and Systems Engineering*, **16**(4), pp. 385-413 (2007).

13. Krishnamoorthy, A., Prasad, A. and Sethi, S. "Optimal pricing and advertising in a durable-good duopoly", *European Journal of Operational Research*, **200**(2), pp. 486-497 (2012).

14. Chutani, A. and Sethi, S. "Optimal advertising and pricing in a dynamic durable goods supply chain", *Journal of Optimization Theory and Applications*, **154**(2), pp. 615-643 (2012).

15. Chutani, A. and Sethi, S. "Cooperative advertising in a dynamic retail market oligopoly", *Dynamic Games and Applications*, **2**(4), pp. 347-375 (2012).

16. Zhou, M. and Lin, J. "Cooperative advertising and pricing models in a dynamic marketing channel", *Journal of Systems Science and Systems Engineering*, **23**(1), pp. 94-110 (2014).

17. Sayadi, M. and Makui, A. "Feedback nash equilibrium for dynamic brand and channel advertising in dual channel supply chain", *Journal of Optimization Theory and Applications*, **161**(3), pp. 1012-1021 (2014).

18. Sethi, S. and Thompson, G., *Optimal Control Theory*, 2000: Springer (2000).

19. Nerlove, M. and Arrow, K. "Optimal advertising policy under dynamic conditions", *Economica*, pp. 129-142 (1962).

20. Jørgensen, S. and Zaccour, G., *Differential Games in Marketing*, Springer (2004).