مهندسی صنایع و مدیریت شریف، (تابستان ۱۳۹۸)
دوره‌ی ۱-۳۵، شماره‌ی ۱/۲، ص. ۱۲۳-۱۳۰، (یادداشت فنی)

Research Note

طراحی قرارداد انگیزشی بهینه در شرایط عدم تقارن اطلاعاتی برای سرمایه‌گذاری خطرپذیر با تأکید بر ابهام‌گریزی دوطرف

محمدعلی رستگار* **(استادیار)**
گروه مهندسی مالی، دانشکده‌ی مهندسی صنایع، دانشگاه تربیت مدرس
آذین شریفی (دانشجوی دکتری)
دانشکده‌ی مدیریت و اقتصاد، دانشگاه صنعتی شریف
سید حسین جعفرپور رضایی (دانشجوی کارشناسی ارشد)
دانشکده‌ی علوم مالی، دانشگاه خوارزمی

یکی از مسائل مهم در تقابل میان سرمایه‌گذار خطرپذیر و کارآفرین، چالش‌های ناشی از عدم‌تقارن اطلاعاتی و ناهمسویی منافع میان آن‌هاست. از این رو هدف اصلی این پژوهش طراحی قراردادی است که علاوه بر کاهش تضاد منافع موجود بین دو طرف، بتواند انگیزشی متقابل برای هریک از آن‌ها ایجاد کند. در برخی کشورها همچون ایران، دوطرف سرمایه‌گذاری با تصمیم‌گیری در شرایط ابهام مواجه هستند. در این مطالعه ضمن ارائه‌ی مدل‌های متفاوت برای اندازه‌گیری ابهام‌گریزی و اثر سرمایه‌گذاری فعال، الگوی ریاضی بهینه برای بیشینه‌سازی سود سرمایه‌گذار خطرپذیر و کارآفرین پیشنهاد و در نهایت با به کارگیری روش کاروش - کوهن - تاکر مقادیر بهینه‌ی متغیرها تعیین شده است. نتایج نشان می‌دهد سطح تلاش کارآفرین مستقیماً بر درآمد نهایی طرح اثرگذار بوده است. همچنین، افزایش سطح توانایی کارآفرین، تلاش او را افزایش و در نهایت سود حاصل از قرارداد انگیزشی را نیز برای سرمایه‌گذار خطرپذیر افزایش می‌دهد.

واژگان کلیدی: سرمایه‌گذاری خطرپذیر، اطلاعات نامتقارن، ابهام، قرارداد انگیزشی، سرمایه‌گذاری فعال.

ma_rastegar@modares.ac.ir
sharifi.azin@gsme.sharif.edu
hossein.r69@gmail.com

۱. مقدمه

سرمایه‌گذاری خطرپذیر یکی از انواع سرمایه‌گذاری‌های جایگزین است که تعریف‌های متعددی دارد. بیشتر تعاریف در موارد زیادی مشابهت دارند و تفاوت قابل توجهی بین آن‌ها وجود ندارد. به صورت کلی می‌توان گفت سرمایه‌گذاری خطرپذیر، سرمایه‌گذاری در یک شرکت نوپاست که دارای ایده‌یی نوآورانه برای تولید محصول، فرایند یا سیستم جدید بدون داشتن سابقه‌ی قبلی است. هدف سرمایه‌گذاری خطرپذیر تبدیل اندیشه یا ایده به تجارت است.[۱] یکی از مهم‌ترین چالش‌ها در فرایند سرمایه‌گذاری خطرپذیر، بروز مسئله‌ی نمایندگی است. در قراردادهای سرمایه‌گذاری خطرپذیر هریک از دوطرف قرارداد می‌توانند در راستای منافع شخصی خود عمل کنند. از این‌رو ممکن است بین بیشینه شدن منافع سرمایه‌گذار و منافع شخصی کارآفرین تضاد به وجود آید که آن را مشکل یا مسئله‌ی نمایندگی می‌نامند. بنابراین موضوع اصلی این است که با توجه به مشکلاتی که در نظارت بر کارآفرین وجود دارد، چگونه سرمایه‌گذار می‌تواند به بهترین نحو کارآفرین را وادار یا انگیزه کافی را در او ایجاد کند تا عمل مورد نظر او انجام شود. سرمایه‌گذار نمی‌تواند اقدامات کارآفرین را به‌طور روزانه دنبال کند تا مطمئن شود که آیا تصمیم‌گیری‌های کارآفرین، منطبق با منافع سرمایه‌گذار هست یا نه؛ بنابراین سهام‌دار فاقد اطلاعات لازم در خصوص عملیات کارآفرین است. این حالت را در اصطلاح نظریه‌ی نمایندگی، عدم تقارن اطلاعاتی می‌نامند. برای حل این مسئله بین سرمایه‌گذار و کارآفرین از چارچوب نظریه‌ی قرارداد بهینه استفاده می‌شود. ماهیت پیش‌بینی ناپذیر بودن آینده‌ی قرارداد و ناتوانی سرمایه‌گذار در پی‌گیری روزانه‌ی اقدامات کارآفرین و در نتیجه‌ی آن بروز عدم تقارن اطلاعاتی نزد دوطرف، باعث شده است راهکارهای پیش‌گیرانه، انگیزشی و کنترلی گوناگونی در تدوین مفاد قرارداد به‌کار گرفته شود تا چالش‌های آتی به حداقل رسانده شود. سرمایه‌گذاران خطرپذیر در طرح‌های موجود در صندوق خود سرمایه‌گذاری فعال می‌کنند، بدین معنی که علاوه‌بر سرمایه‌گذاری، با برگزاری دوره‌های آموزشی و کمک‌های مدیریتی، دانش کارآفرینان را افزایش داده و باعث پیشرفت سطح توانایی آنان می‌شوند. یکی از تفاوت‌های شرکت‌های سرمایه‌گذاری خطرپذیر نسبت به تأمین مالی به روش وام‌گیری نیز همین کمک‌های

* نویسنده مسئول
تاریخ: دریافت ۱۳۹۶/۳/۲۴، اصلاحیه ۱۳۹۶/۱۱/۱۵، پذیرش ۱۳۹۶/۱۱/۲۹.
DOI:10.24200/J65.2019.7080.1700

مدیریتی و بازاری است که سرمایه‌گذاران خطرپذیر ارائه می‌دهند. با توجه به این‌که بسیاری از ایده‌های نوآورانه برای نخستین‌بار به مرحله‌ی اجرا می‌رسند، در مدل‌سازی سرمایه‌گذاری خطرپذیر مفاهیم ریسک[1] و ریسک‌گریزی کارایی خود را از دست می‌دهند. در چنین شرایطی دوطرف سرمایه‌گذاری با تصمیم‌گیری در شرایط ابهام[2] مواجه هستند. تفاوت بین ریسک و ابهام را اولین بار نایت[3] درکتاب معروفش «ریسک، عدم قطعیت و سود» در سال ۱۹۲۱ مطرح کرد.[۲] ریسک به موقعیت‌هایی گفته می‌شود که تصمیم‌گیرنده از نتیجه‌ی یک فرایند اطمینان ندارد ولی توزیع احتمال آن را می‌داند. در شرایط ابهام تصمیم‌گیرنده حتی توزیع احتمال نتایج فرایند را هم نمی‌داند.

با در نظر گرفتن مراتب فوق، پژوهش حاضر در نظر دارد سرمایه گذاران و کارآفرینان را به طراحی قرارداد انگیزشی بهینه در سرمایه‌گذاری خطرپذیر سوق دهد. بنابراین، نتایج این مطالعه می‌تواند راهکاری برای مدیریت تقسیم سود بین دوطرف قرارداد با بررسی هم‌زمان اثر سرمایه‌گذاری فعال و وجود ابهام در محیط سرمایه‌گذاری خطرپذیر باشد.

۲. مبانی نظری و پیشینه‌ی تحقیق

سرمایه‌گذاری خطرپذیر به عنوان فعالیتی رسمی، بلافاصله پس از جنگ جهانی دوم، در سواحل شرقی ایالات متحده‌ی آمریکا پا گرفت. طی شش دهه پس از آن، فعالیت‌های بسیاری صورت گرفت و تجربه‌های فراوانی حاصل شد که به گسترش این نوع سرمایه‌گذاری و تبدیل آن به فعالیتی تخصصی و پیش‌رو منجر شد؛ به‌طوری که امروزه می‌توان آن را یک صنعت نامید. دیکینز و فرل[4] در سال ۲۰۰۹ در تعریفی از سرمایه‌گذاری خطرپذیر بیان کردند: سرمایه‌یی است که به‌طور مشخص میزان زیادی ریسک را تقبل می‌کند. شرکت‌های سرمایه‌گذاری خطرپذیر، شرکت‌های خصوصی و سودطلبی هستند که سرمایه‌ی خود را در فعالیت‌های پرریسک یا نوپا سرمایه‌گذاری می‌کنند. به‌طور تخصصی‌تر سرمایه‌گذاری خطرپذیر می‌تواند سرمایه‌گذاری مالی در شرکت‌هایی تعریف شود که هنوز قیمتی برای آن‌ها تعیین نشده است و پتانسیل رشد چشم‌گیری دارند.[۳] همان‌طورکه بیان شد یکی از چالش‌های اساسی سرمایه‌گذاری خطرپذیر مسئله‌ی نمایندگی است. نظریه‌ی نمایندگی در متون مختلف از جمله اقتصاد (موریس[5] و دیگران: ۲۰۰۱)، مدیریت (جنسن:[6] ۱۹۹۸) و نمازی (۱۳۶۹) ظاهر شده است.[۴-۶] ویژگی اصلی این نظریه که آن را برای تحقیقات بسیاری جذاب کرده این است که اجازه می‌دهد تا صریحاً تضاد منافع، عدم تقارن اطلاعاتی، مسائل انگیزشی و سازوکارهای کنترل مسائل انگیزشی در مدلی ریاضی ترکیب شوند.[۷] بولتون و دیواتریپونت[7] در سال ۲۰۰۵ درکتاب خود نحوه‌ی تحلیل مرسوم در بررسی قراردادها را به این صورت بیان کردند که با در نظرگرفتن تابع مطلوبیت خاصی گزینه‌ی بهینه‌ی فرد تصمیم‌گیرنده از طریق حل یک مسئله بهینه‌سازی استخراج می‌شود.[۸] سالمن[8] (۱۹۹۰) نشان داد که اعمال قرارداد در صنعت سرمایه‌گذاری خطرپذیر بازتابی از عدم اطمینان مبادلاتی و عدم تقارن اطلاعاتی بین سرمایه‌گذاران خطرپذیر و کارآفرینان است. با وجود منافع بسیاری که سرمایه‌گذاران خطرپذیر از تأمین مالی طرح‌های نوظهور می‌برند، هنوز اطمینان لازم در خصوص وارد شدن در این طرح‌ها حصول نشده است.[۹] آمیت و همکاران[9] (۱۹۹۰) یک مدل کارآفرین سرمایه‌گذار ارائه دادند که در آن سرمایه‌گذاران در مورد نوع شخصیت کارآفرین هنگام پیشنهاد برای سرمایه‌گذاری در شرکت با عدم اطمینان مواجه می‌شوند که این عدم تقارن اطلاعاتی تحت تأثیر قراردادهای واقعی قبلی با کارآفرین قرار می‌گیرد.[۱۰] این نویسندگان تأکید می‌کنند که مهم‌ترین معیار سرمایه‌گذاری سرمایه‌گذاران خطرپذیر برکسب‌وکار مهارت‌ها و توانمندی‌های کارآفرین است. در مطالعه زو و ژو[10] (۲۰۱۱) نیز طراحی قرارداد بهینه برای سرمایه‌گذاری خطرپذیر از منظر هر دو طرف قرارداد (کارآفرین و سرمایه‌گذار خطرپذیر) بررسی شده است. آن‌ها فرض کردند که از دیدگاه سرمایه‌گذار خطرپذیر، قرارداد بهینه قراردادی است که درآمد نهایی را برای سرمایه‌گذار خطرپذیر بیشینه کند. همچنین در مطالعه‌ی خود به این نتیجه رسیدند که طراحی قرارداد سرمایه‌گذاری خطرپذیر در زندگی واقعی امکان‌پذیر است. همچنین، برای سرمایه‌گذاری خطرپذیر کوتاه مدت، قراردادهای مطلوب سرمایه‌گذار خطرپذیر و کارآفرین نزدیک به هم هستند و از این‌رو سرمایه‌گذار و کارآفرین در رابطه با قراردادهای سرمایه‌گذاری مطلوب به سادگی به توافق نهایی می‌رسند. با این حال، برای سرمایه‌گذاری‌های خطرپذیر بلندمدت، قراردادهای مطلوب از دیدگاه سرمایه‌گذار خطرپذیر و کارآفرین بسیار متفاوت هستند؛ از این‌رو ممکن است برای توافق با یکدیگر درگیر یک فرایند سخت‌تر شوند.[۱۱] بحث ابهام‌گریزی از دهه‌ی ۹۰ میلادی مورد توجه قرار گرفته است و به ویژه از سال ۲۰۰۰ به بعد چندین مقاله روی مدل کردن ارزش دارایی‌ها با وارد کردن مفهوم ابهام‌گریزی ارائه شده است. در این مدل‌ها فرض می‌شود که افراد نه تنها حاضرند مقداری از سود را قربانی کنند و از ریسک پرهیز کنند، بلکه همین کار را برای ابهام هم می‌کنند و کمتر وارد معامله‌ی دارایی‌های مبهم می‌شوند. احمدپور داریانی در پژوهشی در سال ۱۳۸۱ بیان کرد گریز از ابهام معادل گریز از ریسک نیست بلکه شرایطی ناشی از فقدان مدل کامل ساختار وضعیت است. الزبرگ[11] (۱۹۶۱) با استفاده از مثال معروف گلدان سه رنگ خود نشان داد که عدم اطمینان نمی‌تواند به‌طورکامل و دقیق توسط احتمالات سنجیده شود. گلدان سه رنگ شامل ۳۰ توپ قرمز و ۶۰ توپ زرد و مشکی با نسبت نامشخص است. خروج توپ از این گلدان شرایط عدم اطمینان را به وجود می‌آورد و افراد با نگرش‌های گوناگون، واکنش‌های متفاوتی را از خود بروز می‌دهند.[۱۲] هوگارث و کانریوتر[12] (۱۹۸۶) ابهام را یک حالت میانی بین بی‌خبری (نداشتن هیچ‌گونه اطلاعاتی برای تعریف توابع توزیع احتمال) و ریسک (داشتن یک توزیع احتمالی مشخص) تعریف می‌کنند.[۱۳] پس از معرفی پارادوکس معروف الزبرگ در سال ۱۹۶۱، برای تشریح رفتار افراد در شرایط ابهام، تعداد چشم‌گیری از نظریه‌های تصمیم‌گیری توسعه داده شدند. کلیبانوف و همکاران[13] (۲۰۰۵) در مطالعه‌ی خود تابع مقعری را برای سنجش مطلوبیت ارائه دادند و برای اولین‌بار بیان کردند که می‌توان نگرش افراد به ابهام را در تابع سنجش مطلوبیت وارد کرد.[۱۴] تابع $\emptyset$ با ابهام‌گریزی ثابت مطلق به شکل زیر تعریف می‌شود:

$$\emptyset(x) = -\frac{1}{\alpha}e^{-\alpha x} \qquad (1)$$

در ادامه‌ی مطالعه‌ی کلیبانوف، آن[14] (۲۰۰۸) نشان داد که اگر تابع مقعری مانند $\emptyset_n(x)$ به عنوان تابع مطلوبیت در نظر گرفته شود، آن‌گاه ضریب ابهام‌گریزی از نسبت $\frac{-\emptyset_n''(x)}{\emptyset_n'(x)}$ به دست می‌آید که این نسبت کاملاً مشابه نسبت ارو - پرت[15] است که در محاسبه‌ی ضریب ریسک‌گریزی به کار می‌رود.[۱۵]

۳. مدل نظری

بر پایه‌ی مطالعه‌ی زو و ژو (۲۰۱۱)،[11] قرارداد بهینه از دیدگاه سرمایه‌گذار خطرپذیر، قراردادی است که درآمد پولی پایانی[16] را برای او بیشینه سازد. به این ترتیب مدل ریاضی ارائه می‌شود که در نهایت به بیشینه‌سازی سود سرمایه‌گذار خطرپذیر می‌انجامد. برای مدل‌سازی ابتدا سه پارامتر اصلی معرفی شده است:

π: نسبتی از سهام شرکت که توسط کارآفرین نگهداری می‌شود. در واقع این پارامتر

نشان‌دهنده‌ی درصد مشارکت کارآفرین در طرح است؛
e: متغیری یک‌بعدی است که سطح تلاش کارآفرین را مشخص می‌کند؛

$$s.t. e \in [0, e]$$

در سرمایه‌گذاری واقعی در شرایط عدم تقارن اطلاعاتی، سرمایه‌گذار خطرپذیر فعالیت‌های کارآفرین (e) را نمی‌تواند مشاهده کند و فقط می‌تواند نشانه‌هایی از سطح تلاش او مانند خروجی‌ها و سود به‌دست‌آمده را مشاهده کند؛
θ: یک متغیر تصادفی پیوسته با تابع توزیع و تابع چگالی $F(\theta)$ و $f(\theta)$ است که به عنوان توانایی کارآفرین در نظر گرفته می‌شود.

در سرمایه‌گذاری خطرپذیر، سرمایه‌گذاران در طرح‌های موجود در صندوق خود سرمایه‌گذاری فعال می‌کنند؛ بدین معنی که علاوه‌بر سرمایه‌گذاری، با برگزاری دوره‌های آموزشی و کمک‌های مدیریتی، دانش کارآفرینان را افزایش می‌دهند و باعث پیشرفت سطح توانایی آنان می‌شوند. در سرمایه‌گذاری خطرپذیر، سرمایه‌گذاران با ارائه‌ی کمک‌های مدیریتی و نیز آموزش کارآفرین، باعث افزایش توانایی‌های کارآفرین می‌شوند و این امر یکی از تمایزهای سرمایه‌گذاری خطرپذیر با سایر روش‌های تأمین مالی است؛ از این‌رو سطح توانایی کارآفرین، به‌صورت تابعی از یادگیری و آموزش در نظر گرفته و به‌صورت $\theta(T)$ نشان داده می‌شود. پس می‌توان گفت:

$$\theta_0 \leq \theta(T) \leq \theta_1 \qquad (۲)$$

که θ_0 سطح اولیه‌ی توانایی کارآفرین و θ_1 سطح نهایی توانایی کارآفرین در نظر گرفته می‌شود. از این‌رو توانایی کارآفرین به‌صورت زیر مدل می‌شود:

$$\theta(T) = \theta_0 + T(\theta_1 - \theta_0), 0 \leq T \leq 1 \qquad (۳)$$

بر این اساس تابعی به‌صورت $\pi(\theta, e)$ تعریف می‌شود که در واقع همان درآمد قابل‌مشاهده‌ی سرمایه‌گذار خطرپذیر است و تابع خطی آن به‌صورت زیر است:

$$\pi(e, \theta) = e + \theta(T) + \varepsilon \qquad (۴)$$

که در آن ε خطای تصادفی است:

$$\varepsilon \sim N(0, \sigma^2), \frac{\partial \pi}{\partial e} > 0, \frac{\partial \pi}{\partial \theta} > 0$$

ε جزء تصادفی مدل و دارای توزیع نرمال است. با توجه به تابع ارائه شده، هر اندازه سطح تلاش کارآفرین افزایش یابد، سطح درآمد سرمایه‌گذار خطرپذیر نیز افزایش پیدا می‌کند و هم‌چنین سطح توانایی کارآفرین با درآمد قابل مشاهده‌ی سرمایه‌گذار خطرپذیر ارتباط مستقیم دارد.

از طرف دیگر انعقاد قرارداد بین کارآفرین و سرمایه‌گذار خطرپذیر برای هریک از آن‌ها هزینه‌هایی را نیز در بر دارد. در این مدل، تابع هزینه‌ی کارآفرین که به‌صورت $C(\theta, e)$ نمایش داده می‌شود، تابعی از سطح تلاش و توانایی اوست؛ به این معنا که هر اندازه سطح تلاش کارآفرین بالاتر باشد، مسلماً هزینه‌ی بیشتری برای او در بر دارد و در مقابل هرچه از توانایی بیشتری برخوردار باشد، انعقاد قرارداد هزینه‌ی کمتری برای او در بر خواهد داشت که تابع آن عبارت است از:

$$C(\theta, e) = \frac{be^2}{\theta} \qquad (۵)$$

در مقابل آن تابع هزینه برای سرمایه‌گذار خطرپذیر هم به‌صورت $C_1(e, r, T)$ تعریف شده است که در واقع شامل هزینه‌های مدیریت و نظارت طرح توسط سرمایه‌گذار خطرپذیر است؛ پس به میزانی که سطح تلاش کارآفرین بیشتر شود، بدیهی است که هزینه‌های مدیریت و نظارت طرح توسط سرمایه‌گذار خطرپذیر نیز بیشتر می‌شود؛ هم‌چنین اگر نسبت سهام نگهداری شده توسط کارآفرین بیشتر شود، او به اندازه‌ی کافی تلاش و توانایی خود را صرف ایده‌ی خود خواهد کرد و سرمایه‌گذار خطرپذیر به همان نسبت هزینه‌ی کمتری را برای نظارت و مدیریت طرح صرف می‌کند. هم‌چنین با برگزاری دوره‌های آموزشی توسط سرمایه‌گذار خطرپذیر نیز هزینه‌های وی افزایش می‌یابد که این افزایش متناسب با سطح برگزاری دوره‌های آموزشی (T) است. با این توضیحات تابع هزینه‌ی سرمایه‌گذار خطرپذیر عبارت است از:

$$C_1(e, r, T) = \frac{e^2}{r} + \varphi T \qquad (۶)$$

φ در این مدل بیان‌گر ضریب ثابت است.

به‌منظور حصول اطمینان از سطح تلاش کارآفرین و بیشینه کردن درآمد سرمایه‌گذار خطرپذیر، نیاز به طراحی قرارداد انگیزشی برای دوطرف ایجاد خواهد شد که در این پژوهش تابع پرداخت قرارداد به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$S(\theta, \pi) = \alpha(\theta) + \beta(\theta)\pi \qquad (۷)$$

تابع شامل جزء ثابت $\alpha(\theta)$ و جزء متغیر $\beta(\theta)\pi$ است.

یکی از مسائل مهم در سرمایه‌گذاری خطرپذیر این است که غالباً در این نوع سرمایه‌گذاری، بسیاری از ایده‌ها برای نخستین‌بار مطرح می‌شوند و بعضاً اطلاعاتی از گذشته در دسترس نیست و به این ترتیب مفاهیم ریسک و ریسک‌گریزی در عمل کارایی خود را از دست می‌دهند و می‌توان گفت که در این موارد شرایط ابهام به وجود می‌آید و در ارائه‌ی مدل‌های نظری، مفهوم ابهام‌گریزی، جایگزین ریسک‌گریزی می‌شود. برای به دست آوردن ضریب ابهام‌گریزی، برای سرمایه‌گذار خطرپذیر تابع مطلوبیت مقعری به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$V(s) = \frac{-1}{\mu} e^{-\mu . v(s)} \qquad (۸)$$

که:

μ ضریبی است که بر اساس ویژگی‌های فردی و نگرش هر سرمایه‌گذار به ابهام تعیین می‌شود (برای هر سرمایه‌گذار متفاوت است)؛ و $\nu(s)$ تابع سود سرمایه‌گذار است که به صورت زیر تعریف شده است:

$$v(s) = \pi - S(\theta, \pi) - C_1(e, r, T) \qquad (۹)$$

طبق نظر دیوید آن،[۱۵] اگر تابع مقعری مانند $\emptyset_n(x)$ به عنوان تابع مطلوبیت در نظر گرفته شود، آن‌گاه ضریب ابهام‌گریزی از نسبت $\frac{-\emptyset_n''(x)}{\emptyset_n'(x)}$ به دست می‌آید. بنابراین ضریب ابهام گریزی سرمایه‌گذار خطرپذیر عبارت است از:

$$\gamma_v = \frac{-V''(s)}{V'(s)} \\ \frac{-(v''(s).e^{-\mu.v(s)} + (-\mu).(v'(s))^2.(e^{-\mu.v(s)}))}{v'(s)e^{-\mu.v(s)}} \\ = \mu.v'(s) - \frac{v''(s)}{v'(s)} \qquad (۱۰)$$

اگر $v(s)$ که به عنوان تابع سود سرمایه‌گذار خطرپذیر معرفی می‌شود، به عنوان تابع مطلوبیت خطی سرمایه‌گذار در نظر گرفته شود، مطابق با ضریب ارو - پرت به دست

می‌آید:

$$-\frac{v''(s)}{v'(s)} = \rho_v \qquad (۱۱)$$

که ρ_v معرف ضریب ریسک‌گریزی سرمایه‌گذار خطرپذیر است. پس ضریب ابهام‌گریزی سرمایه‌گذار خطرپذیر برابر است با:

$$\gamma_v = \mu.v'(s) + \rho_v \qquad (۱۲)$$

به همین ترتیب ضریب ابهام‌گریزی کارآفرین به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\gamma_u = \tau.u'(s) - \frac{u''(s)}{u'(s)} = \tau.u'(s) + \rho_u \qquad (۱۳)$$

که در آن:

γ_u: ضریب ابهام‌گریزی کارآفرین؛

τ: ضریبی است که بر اساس ویژگی‌های فردی و نگرش هرکارآفرین تعیین می‌شود (برای هر کارآفرین متفاوت است)؛

u_s: تابع سود کارآفرین است که به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$u_s = S(\theta,\pi) - C(\theta,e) \qquad (۱۴)$$

و ρ_u ضریب ریسک‌گریزی کارآفرین است.

در نهایت درآمد پولی دو طرف قرارداد به صورت زیر تعریف می‌شود:

درآمد پولی سرمایه‌گذار خطرپذیر:

$$m_v = (۱-\beta(\theta))(e+\theta(T)+\varepsilon) - \alpha(\theta) - c_۱(e,r,T) \qquad (۱۵)$$

درآمد پولی کارآفرین:

$$m_u = \alpha(\theta) + \beta(\theta)(e+\theta(T)+\varepsilon) - c(\theta,e) \qquad (۱۶)$$

بدین ترتیب ثروت در شرایط بدون ابهام (ابهام‌گریزی) برای دو طرف به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

سرمایه‌گذار خطرپذیر:

$$\begin{aligned} &E[m_v] - \sigma^۲\gamma_v\frac{(۱-\beta(\theta))^۲}{۲} \\ &\quad = -\alpha(\theta) + (۱-\beta(\theta))(e+\theta_۰+T(\theta_۱-\theta_۰)) \\ &\quad -\left(\frac{e^۲}{r}+\varphi T\right) - \sigma^۲\gamma_v\frac{(۱-\beta(\theta))^۲}{۲} \end{aligned} \qquad (۱۷)$$

کارآفرین:

$$\begin{aligned} &E[m_u] - \sigma^۲\gamma_u\frac{\beta(\theta)^۲}{۲} \\ &\quad = \alpha(\theta) + \beta(\theta)(e+\theta_۰+T(\theta_۱-\theta_۰)) \\ &\quad -c(\theta,e) - \sigma^۲\gamma_u\frac{\beta(\theta)^۲}{۲} \end{aligned} \qquad (۱۸)$$

بنابراین تابع بهینه‌سازی نهایی با هدف بیشینه‌سازی ثروت در شرایط بدون ابهام سرمایه‌گذار خطرپذیر با دو محدودیت به فرم زیر ارائه می‌شود:

$$\begin{aligned} &\max_{\alpha,\beta,e} -\alpha(\theta) + (۱-\beta(\theta))(e+\theta_۰+T(\theta_۱-\theta_۰)) \\ &\quad -\left(\frac{e^۲}{r}+\varphi T\right) - \sigma^۲\gamma_v\frac{(۱-\beta(\theta))^۲}{۲} \\ &s.t. \\ &IR: \alpha(\theta)+\beta(\theta)(e+\theta_۰+T(\theta_۱-\theta_۰)) \\ &\quad -c(\theta,e) - \sigma^۲\gamma_u\frac{\beta-(\theta)^۲}{۲} \geq m \\ &IC: \max_e \alpha(\theta)+\beta(\theta)(e+\theta_۰+T(\theta_۱-\theta_۰)) \\ &\quad -c(\theta,e) - \sigma^۲\gamma_u\frac{\beta(\theta)^۲}{۲} \end{aligned} \qquad (۱۹)$$

محدودیت اول بیان‌گر این است که میزان ثروت در شرایط بدون ریسک کارآفرین نباید کمتر از ثروتی باشد که در صورت عدم پذیرش قرارداد می‌تواند کسب کند (m). محدودیت دوم نیز به بیشینه‌سازی ثروت در شرایط بدون ابهام کارآفرین اشاره دارد.

۴. روش‌شناسی و حل مدل

یکی از روش‌های حل مسائل غیرخطی چندمتغیره با محدودیت استفاده از روش کاروش - کاهن - تاکر[۱۷] است. این روش برای مسائلی استفاده می‌شود که محدودیت‌های آن‌ها نامساوی‌اند. در این روش مانند روش ضرایب لاگرانژ برای شرایط فعال، یک نقطه‌ی پایدار بنا می‌شود و سپس برای یافتن کمینه و بیشینه‌ی مطلق، شرایط روش مذکور در نظرگرفته می‌شود. بعد از آن که نقطه‌ی پایدار یا جواب کاندید مشخص شد، شرایط کاروش - کاهن - تاکر مورد استفاده قرار می‌گیرد تا بهینه‌ی مطلق یافت شود.[۱۶]

برای استفاده از این روش، ابتدا باید دقت داشت که تابع هدف به‌صورت بیشینه‌سازی باشد و تمام محدودیت‌ها به‌صورت ($\leq$) نوشته شده باشند. سپس با نوشتن شرایط KKT که در ادامه می‌آید، با در نظرگرفتن حالت‌های مختلف λ_i جواب بهینه‌ی موضعی مشخص می‌شود.

۱. $\nabla f(x) = \sum_{i=۱}^{m} \lambda_۱ \nabla g_i(x)$

۲. $\lambda_i g_i(x) = ۰$

۳. $g_i(x) \leq ۰$

۴. $\lambda_i \geq ۰$

برای استفاده از شرایط کاروش - کاهن - تاکر ابتدا به ساده‌سازی و حل محدودیت دوم مدل پرداخته می‌شود:

$$\begin{aligned} &\max_{\alpha,\beta,e} -\alpha(\theta) + (۱-\beta(\theta))(e+\theta_۰+T(\theta_۱-\theta_۰)) \\ &\quad -\left(\frac{e^۲}{r}+\varphi T\right) - \sigma^۲\gamma_v\frac{(۱-\beta(\theta))^۲}{۲} \\ &s.t. \\ &IR: \alpha(\theta)+\beta(\theta)(e+\theta_۰+T(\theta_۱-\theta_۰)) \\ &\quad -\frac{be^۲}{\theta_۰+T(\theta_۱-\theta_۰)} - \sigma^۲\gamma_u\frac{\beta(\theta)^۲}{۲} \geq m \\ &IC: \beta(\theta) = \frac{\partial C(\theta,e)}{\partial e} \\ &\Longrightarrow e = \frac{\beta(\theta_۰+T(\theta_۱-\theta_۰)}{۲b} \end{aligned} \qquad (۲۰)$$

فرم استاندارد مدل:

$$\max_{\alpha,\beta,e} -\alpha(\theta)+(1-\beta(\theta))(e+\theta_0+T(\theta_1-\theta_0)) -\left(\frac{e^2}{r}+\varphi T\right)-\sigma^2\gamma_v\frac{(1-\beta(\theta))^2}{2}$$

$$s.t.$$

$$g_1: m-\alpha(\theta)-\beta(\theta)(e+\theta_0+T(\theta_1-\theta_0)) +\frac{be^2}{\theta_0+T(\theta_1-\theta_0)}+\sigma^2\gamma_u\frac{\beta(\theta)^2}{2}\le 0 \quad (21)$$

بنا به شرط اول کاروش - کاهن - تاکر

$$\nabla f(x)=\sum_{i=1}^{n}\lambda_i\nabla g_i(x)$$

به دست می‌آید:

$$(\frac{\partial f}{\partial\alpha},\frac{\partial f}{\partial\beta})=\lambda_1(\frac{\partial g_1}{\partial\alpha},\frac{\partial g_1}{\partial\beta})$$

پس:

$$\begin{bmatrix}\frac{\partial f}{\partial\alpha}\\ \frac{\partial f}{\partial\beta}\end{bmatrix}=\begin{bmatrix}-1\\ -(e+\theta_0+T(\theta_1-\theta_0))+(1-\beta(\theta)).\sigma^2.\gamma_v\end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix}\frac{\partial g_1}{\partial\alpha}\\ \frac{\partial g_1}{\partial\beta}\end{bmatrix}\begin{bmatrix}-1\\ -(e+\theta_0+T(\theta_1-\theta_0))+\sigma^2\gamma_u\beta(\theta)\end{bmatrix}$$

این شرط منجر به تشکیل معادلات زیر می‌شود:

$$\begin{cases}-1=\lambda_1(-1)\\ -(e+\theta_0+T(\theta_1-\theta_0))+(1-\beta(\theta)).\sigma^2.\gamma_v\\ =-\lambda_1(e+\theta_0+T(\theta_1-\theta_0))+\sigma^2\gamma_u\beta(\theta)\end{cases}$$

در نتیجه:

$$\begin{cases}\lambda_1=1\\ \beta^*(\theta)=\frac{\gamma_v}{\gamma_v+\gamma_u}\end{cases} \quad (22)$$

بنا به رابطه‌ی ۲۰ نتیجه می‌شود:

$$e^*=\frac{(\theta_0+T(\theta_1-\theta_0)).\gamma_v}{2b(\gamma_v+\gamma_u)} \quad (23)$$

بنا به شرط دوم کاروش - کاهن - تاکر

$$\lambda_i g_i(x)=0$$

به دست می‌آید:

$$\lambda_1(m-\alpha(\theta)-\beta(\theta)(e+\theta_0+T(\theta_1-\theta_0)) +\frac{be^2}{\theta_0+T(\theta_1-\theta_0)}+\sigma^2\gamma_u\frac{\beta(\theta)^2}{2})=0$$

در نتیجه:

$$\alpha^*(\theta)=m+\frac{be^2}{\theta_0+T(\theta_1-\theta_0)}- \frac{\gamma_v(e+\theta_0+T(\theta_1-\theta_0))}{(\gamma_u+\gamma_v)}+\frac{\gamma_u.\gamma_v^2.\sigma^2}{2(\gamma_u+\gamma_v)^2} \quad (24)$$

شروط سوم و چهارم کاروش - کاهن - تاکر مبنی بر $g_i(x)\le 0$ و $\lambda_i\ge 0$ نیز برقرارند. همان‌طور که به دست آمد، برای ضرایب ابهام‌گریزی می‌توان نوشت:

$$\gamma_v=(\mu.v'(s)+\rho_v)$$

$$\gamma_u=(\tau.u'(s)+\rho_u)$$

بنابراین ضرایب بهینه عبارت‌اند از:

$$e^*=\frac{(\theta_0+T(\theta_1-\theta_0)).(\mu.v'(s)+\rho_v)}{2b((\mu.v'(s)+\rho_v)+(\tau.u'(s)+\rho_u))} \quad (25)$$

$$\beta^*(\theta)=\frac{(\mu.v'(s)+\rho_v)}{(\mu.v'(s)+\rho_v)+(\tau.u'(s)+\rho_u)} \quad (26)$$

$$\alpha^*(\theta)=m+\frac{be^2}{\theta_0+T(\theta_1-\theta_0)} -\frac{(\mu.v'(s)+\rho_v)(e+\theta_0+T(\theta_1-\theta_0))}{((\tau.u'(s)+\rho_u)+(\mu.v'(s)+\rho_v))} +\frac{(\tau.u'(s)+\rho_u).(\mu.v'(s)+\rho_v)^2.\sigma^2}{2((\tau.u'(s)+\rho_u)+(\mu.v'(s)+\rho_v))^2} \quad (27)$$

۵. یافته‌ها

در این بخش برای تحلیل مدل پیشنهاد شده در بخش قبلی به بررسی یک مطالعه‌ی عددی پرداخته شده است. در این مطالعه فرض می‌شود که طرح نوآورانه‌یی که توسط کارآفرین آورده شده است، به سرمایه‌ی اولیه‌یی به اندازه‌ی k واحد پولی نیاز دارد. در این‌جا میزان آورده‌ی کارآفرین، تعیین‌کننده‌ی درصد مشارکت او در پروژه (r) است. میزان توانایی کارآفرین از توزیع نرمال پیروی می‌کند؛ به گونه‌یی که: $\theta_0\sim N(\mu,\sigma^2)$ که در نتیجه $E(\theta_0)=\mu$. سطح توانایی کارآفرین با برگزاری دوره‌های آموزشی و مدیریت فعال سرمایه‌گذار تغییرپذیر است که البته برای توانایی کارآفرین یک سطح نهایی در نظرگرفته می‌شود که نشان‌دهنده‌ی محدود بودن توانایی افراد است. در این مطالعه فرض شده است که سقف توانایی افراد (θ_1)، به میزان ۱/۵ برابر توانایی اولیه‌ی آن‌هاست ($\theta_1=1/5\theta_0, E(\theta_1)=1/5\mu$). طبق مدل پیشنهادی، توانایی فرد با اجرای دوره‌های آموزشی (T) برابر است با: $\theta=\theta_0+T(\theta_1-\theta_0)$. تابع هزینه‌ی تلاش کارآفرین از رابطه‌ی $C(\theta,e)=\frac{be^2}{\theta}$ به دست می‌آید که e بیان‌گر سطح تلاش کارآفرین است و همچنین تابع هزینه‌ی سرمایه‌گذار خطرپذیر به‌صورت $C_1(e,r,T)=\frac{e^2}{r}+\varphi T$ تعریف می‌شود که $\varphi=2$ فرض شده است. کارآفرین در صورت عدم پذیرش طرح می‌تواند مبلغ m را به عنوان سرمایه‌ی ذخیره کسب کند. تابع خروجی شرکت سرمایه‌گذاری به‌صورت خطی با فرمول $\pi(\theta,e)=e+\theta+\varepsilon$ معرفی شده است که $\varepsilon\sim N(0,2^2)$. در مدل ارائه شده، ضرایب ابهام‌گریزی سرمایه‌گذار خطرپذیر و کارآفرین به ترتیب با γ_v و γ_u آورده شده‌اند.

در ادامه به بررسی مدل پیشنهادی در شرایط و حالات مختلف پرداخته می‌شود.

الف - درصد مشارکت کارآفرین:

در اولین گام به بررسی تأثیر درصد مشارکت کارآفرین در مقادیر بهینه‌ی مدل پرداخته شده است. برای این منظور مقادیر ۰/۴، ۰/۵، ۰/۶ و ۰/۷ برای درصد مشارکت در نظر گرفته شده و تأثیر آن بر مقادیر بهینه در جدول ۱ ارائه شده است.

جدول ۱. تأثیر درصد مشارکت کارآفرین بر مقادیر بهینه.

$b=۲, \varphi=۲ \quad \theta_۰=۱۰, \theta_۱=۱۵$				
$\gamma_v=۰/۲, \gamma_u=۰/۳, T=۰/۵, m=۶$				
	$\alpha^*(\theta)$	$\beta^*(\theta)$	e^*	f^*
$r=۰/۴$	۰٫۸۴۶	۰٫۴	۱٫۲۵	۲٫۳۵۳۷
$r=۰/۵$	۰٫۸۴۶	۰٫۴	۱٫۲۵	۳٫۱۳۵۰
$r=۰/۶$	۰٫۸۴۶	۰٫۴	۱٫۲۵	۳٫۶۵۵۸
$r=۰/۷$	۰٫۸۴۶	۰٫۴	۱٫۲۵	۴٫۰۲۷۹

جدول ۲. تأثیر توانایی کارآفرین بر مقادیر بهینه.

$b=۲, \varphi=۲ \quad T=۰/۵$				
$\gamma_v=۰/۲, \gamma_u=۰/۳, r=۰/۵, m=۶$				
	$\alpha^*(\theta)$	$\beta^*(\theta)$	e^*	f^*
$\theta_۰=۵$ $\theta_۱=۷/۵$	۳٫۴۷۱۰	۰٫۴	۰٫۶۲۵	-۱٫۲۷۱۳
$\theta_۰=۱۰$ $\theta_۱=۱۵$	۰٫۸۴۶۰	۰٫۴	۱٫۲۵	۳٫۱۳۵۰
$\theta_۰=۱۵$ $\theta_۱=۲۲/۵$	-۱٫۷۷۹۰	۰٫۴	۱٫۸۷۵۰	۵٫۹۷۸۷

نتایج نشان می‌دهند که درصد مشارکت کارآفرین (r) بر روی مقدار سود نهایی سرمایه‌گذار اثر می‌گذارد؛ به‌گونه‌یی که با افزایش این عامل سود وی افزایش می‌یابد. این افزایش را می‌توان مربوط به کاهش هزینه‌های نظارت سرمایه‌گذار خطرپذیر دانست که با توجه به رابطه‌ی $\varphi T + \frac{e^۲}{۲}$ ، از افزایش درصد مشارکت کارآفرین در طرح نتیجه می‌شود.

ب - توانایی کارآفرین

برای توانایی اولیه‌ی کارآفرین سه سطح ۵، ۱۰ و ۱۵ در نظرگرفته شده است. نتایج را در جدول ۲ مشاهده می‌کنید، جدول ۲ نشان می‌دهد که افزایش توانایی کارآفرین، متغیرهای $\alpha(\theta)$ و e و همچنین مقدار نهایی تابع هدف را تحت تأثیر قرار می‌دهد؛ به‌گونه‌یی که در مدل پیشنهادی، افزایش توانایی اولیه‌ی کارآفرین، باعث کاهش $\alpha(\theta)$ و در مقابل افزایش سطح تلاش بهینه‌ی او می‌شود. هم‌چنین این افزایش توانایی، افزایش سود نهایی سرمایه‌گذار را نیز در پی دارد.

پ - مدیریت فعال و آموزش کارآفرین توسط سرمایه‌گذار خطرپذیر

در این قسمت به بررسی تأثیر متغیر آموزش (T) در سطوح مختلف توانایی کارآفرین، بر روی مدل پرداخته می‌شود.

نتایج به دست آمده از جدول‌های ۳، ۴ و ۵ حاکی از آن است که با اعمال مدیریت فعال و برگزاری دوره‌های آموزشی توسط سرمایه‌گذار خطرپذیر، $\alpha(\theta)$ کاهش پیدا می‌کند. از آن‌جایی که برگزاری این دوره‌ها توانایی کارآفرین را افزایش می‌دهد، همان‌طورکه قبلاً هم بیان شد، سطح بهینه‌ی تلاش کارآفرین افزایش می‌یابد. همچنین با وجود صرف هزینه برای برگزاری این دوره‌ها توسط سرمایه‌گذار، شاهد افزایش سود نهایی وی خواهیم بود. هرچه سطح اولیه‌ی توانایی کارآفرین بالاتر باشد، با برگزاری دوره‌های آموزشی، سطح بهینه‌ی تلاش وی در مقدار بالاتری قرار می‌گیرد. به‌طور متقابل این سطح تلاش بالاتر، سود نهایی بیشتری را عاید سرمایه‌گذار می‌کند.

ت - درصد مشارکت کارآفرین و آموزش او توسط سرمایه‌گذار خطرپذیر

جدول ۳. تأثیر متغیر T بر مقادیر بهینه در شرایط $\theta_۰=۵$.

$b=۲, \varphi=۲ \quad \theta_۰=۵, \theta_۱=۷/۵$				
$\gamma_v=۰/۲, \gamma_u=۰/۳, r=۰/۵, m=۶$				
	$\alpha^*(\theta)$	$\beta^*(\theta)$	e^*	f^*
$T=۰$	۳٫۹۹۶	۰٫۴	۰٫۵	-۱٫۳۴
$T=۰/۵$	۳٫۴۷۱	۰٫۴	۰٫۶۲۵	-۱٫۲۷۱۳
$T=۰/۷۵$	۳٫۲۰۸۵	۰٫۴	۰٫۶۸۷۵	-۱٫۲۶۰۳
$T=۱$	۲٫۹۴۶۰	۰٫۴	۰٫۷۵	-۱٫۲۶۵۰

جدول ۴. تأثیر متغیر T بر مقادیر بهینه در شرایط $\theta_۰=۱۰$.

$b=۲, \varphi=۲ \quad \theta_۰=۱۰, \theta_۱=۱۵$				
$\gamma_v=۰/۲, \gamma_u=۰/۳, r=۰/۵, m=۶$				
	$\alpha^*(\theta)$	$\beta^*(\theta)$	e^*	f^*
$T=۰$	۱٫۸۹۶	۰٫۴	۱	۲٫۵۶
$T=۰/۵$	۰٫۸۴۶۰	۰٫۴	۱٫۲۵	۳٫۱۳۵
$T=۰/۷۵$	۰٫۳۲۱۰	۰٫۴	۱٫۳۷۵	۳٫۳۲۸۷
$T=۱$	-۰٫۲۰۴۰	۰٫۴	۱٫۵	۳٫۴۶

جدول ۵. تأثیر متغیر T بر مقادیر بهینه در شرایط $\theta_۰=۱۵$.

$b=۲, \varphi=۲ \quad \theta_۰=۱۵, \theta_۱=۲۲/۵$				
$\gamma_v=۰/۲, \gamma_u=۰/۳, r=۰/۵, m=۶$				
	$\alpha^*(\theta)$	$\beta^*(\theta)$	e^*	f^*
$T=۰$	-۰٫۲۰۴	۰٫۴	۱٫۵	۵٫۴۶
$T=۰/۵$	-۱٫۷۷۹	۰٫۴	۱٫۸۷۵	۵٫۹۷۸۷
$T=۰/۷۵$	-۲٫۵۶۶۵	۰٫۴	۲٫۰۶۲۵	۶٫۰۲۷۲
$T=۱$	-۳٫۲۵۴	۰٫۴	۲٫۲۵	۵٫۹۳۵

جدول ۶. تأثیر متغیر T بر مقادیر بهینه در شرایط $r=۰/۴$.

$b=۲, \varphi=۲ \quad \theta_۰=۱۰, \theta_۱=۱۵$				
$\gamma_v=۰/۲, \gamma_u=۰/۳, r=۰/۴, m=۶$				
	$\alpha^*(\theta)$	$\beta^*(\theta)$	e^*	f^*
$T=۰$	۱٫۸۹۶	۰٫۴	۱	۲٫۰۶
$T=۰/۵$	۰٫۸۴۶۰	۰٫۴	۱٫۲۵	۲٫۳۵۳۷
$T=۰/۷۵$	۰٫۳۲۱۰	۰٫۴	۱٫۳۷۵	۲٫۳۸۳۴
$T=۱$	-۰٫۲۰۴۰	۰٫۴	۱٫۵	۲٫۳۳۵۰

بررسی تأثیر متغیر آموزش در حالات مختلف مشارکت کارآفرین، یکی دیگر از سناریوهای جذاب در بررسی مدل قرارداد انگیزشی است که در این قسمت به آن پرداخته شده است.

نتایج جدول‌های ۶ و ۷ نشان می‌دهد که در مدل پیشنهادی، مقدار $\alpha(\theta)$ مستقل از درصد مشارکت کارآفرین به دست آمده است و در سطح بالاتر مشارکت کارآفرین، برگزاری دوره‌های آموزشی سود بیشتری را نصیب سرمایه‌گذار می‌کند.

ث - سرمایه‌ی ذخیره‌ی کارآفرین

یکی دیگر از متغیرهای تأثیرگذار بر مدل، عایدی کارآفرین در صورت عدم پذیرش

جدول ۷. تأثیر متغیر T بر مقادیر بهینه در شرایط $r = ۰/۶$.

$b = ۲, \varphi = ۲ \quad \theta_۰ = ۱۰, \theta_۱ = ۱۵$

$\gamma_v = ۰/۲, \gamma_u = ۰/۳, r = ۰/۶, m = ۶$

	$\alpha^*(\theta)$	$\beta^*(\theta)$	e^*	f^*
$T = ۰$	۱٫۸۹۶	۰٫۴	۱	۲٫۸۹۳۳
$T = ۰/۵$	۰٫۸۴۶۰	۰٫۴	۱٫۲۵	۳٫۶۵۵۸
$T = ۰/۷۵$	۰٫۳۲۱۰	۰٫۴	۱٫۳۷۵	۳٫۹۵۹۰
$T = ۱$	-۰٫۲۰۴۰	۰٫۴	۱٫۵	۴٫۲۱

جدول ۸. تأثیر متغیر m بر مقادیر بهینه.

$b = ۲, \varphi = ۲ \quad \theta_۰ = ۱۰, \theta_۱ = ۱۵$

$\gamma_v = ۰/۲, \gamma_u = ۰/۳, r = ۰/۵, T = ۰/۵$

	$\alpha^*(\theta)$	$\beta^*(\theta)$	e^*	f^*
$m = ۴$	-۱٫۱۰۵۴	۰٫۴	۱٫۲۵	۵٫۱۳۵
$m = ۶$	۰٫۸۴۶	۰٫۴	۱٫۲۵	۳٫۱۳۵
$m = ۸$	۲٫۸۴۶	۰٫۴	۱٫۲۵	۱٫۱۳۵
$m = ۱۰$	۴٫۸۴۶	۰٫۴	۱٫۲۵	-۰٫۸۶۵۹

قرارداد (m) است که در ادامه اثر آن بر مقادیر بهینه دیده شده است. برای این متغیر، مقادیر ۲، ۵، ۸ و ۱۰ در نظر گرفته شده است.

جدول ۸ تأثیر سرمایه‌ی ذخیره بر مدل را بررسی می‌کند که نشان می‌دهد هر چه مبلغی که کارآفرین در صورت عدم پذیرش قرارداد می‌تواند کسب کند بالاتر باشد، برای حضور در پروژه مقدار ثابت بالاتری را برای عقد قرارداد طلب می‌کند که این امر سود نهایی سرمایه‌گذار را کاهش می‌دهد. همچنین شایان توجه است که این سرمایه‌ی ذخیره، بر روی سطح بهینه‌ی تلاش کارآفرین تأثیری ندارد.

ج - ضرایب ابهام‌گریزی دوطرف

به‌طور کلی فرض می‌شود که کارآفرین ابهام‌گریزتر از سرمایه‌گذار خطرپذیر است؛ اما از آن‌جایی‌که ابهام‌گریزی به نگرش و ویژگی‌های هر فرد مرتبط است، ممکن است در نظرگیری این فرض خلاف واقع باشد. پس در این قسمت حالات مختلف ضرایب ابهام‌گریزی بررسی می‌شود که عبارت‌اند از:

- کارآفرین، ابهام‌گریزتر از سرمایه‌گذار خطرپذیر باشد،
- کارآفرین و سرمایه‌گذار خطرپذیر هر دو به یک میزان ابهام‌گریز باشند،
- سرمایه‌گذار خطرپذیر، ابهام‌گریزتر از کارآفرین باشد.

با بررسی حالات مختلف ابهام‌گریزی از جدول‌های ۹، ۱۰ و ۱۱ مشخص شد که تغییر ضرایب ابهام‌گریزی، تنها عامل مؤثر بر مقدار بهینه $\beta(\theta)$ است. چنانچه کارآفرین ابهام‌گریزتر از سرمایه‌گذار باشد، در شرایط مشابه، سود کسب شده توسط سرمایه‌گذار مقدار بالاتری دارد و هرچه نسبت ابهام‌گریزی $\left(\frac{\gamma_u}{\gamma_v}\right)$ بزرگ‌تر باشد، سود بیشتری نصیب سرمایه‌گذار می‌شود؛ به‌عبارت دیگر پذیرش ابهام به افزایش سود منجر می‌شود. از سویی دیگر با افزایش این نسبت مقدار بهینه‌ی $\alpha(\theta)$ و مقدار بهینه‌ی $\beta(\theta)$ کوچک‌تر می‌شود. افزایش ابهام‌گریزی کارآفرین، سطح بهینه‌ی تلاش وی را نیز کاهش می‌دهد. در حالت ابهام‌گریزتر بودن سرمایه‌گذار، هرچه نسبت ابهام‌گریزی

جدول ۹. تأثیر ضرایب ابهام‌گریزی بر مقادیر بهینه در شرایط ابهام‌گریزتر بودن کارآفرین.

$b = ۲, \varphi = ۲ \quad \theta_۰ = ۱۰, \theta_۱ = ۱۵$

$r = ۰/۵, m = ۶, T = ۰/۵$

	$\alpha^*(\theta)$	$\beta^*(\theta)$	e^*	f^*
$\gamma_v = ۰/۲$ $\gamma_u = ۰/۲۴$	۰٫۰۹۴۵	۰٫۴۵۴۵	۱٫۴۲۰۵	۲٫۳۴۴۱
$\gamma_v = ۰/۲$ $\gamma_u = ۰/۳$	۰٫۸۴۶۰	۰٫۴	۱٫۲۵	۳٫۱۳۵۰
$\gamma_v = ۰/۲$ $\gamma_u = ۰/۴$	۱٫۷۴۸۶	۰٫۳۳۳	۱٫۰۴۱	۳٫۹۳۱۳

جدول ۱۰. تأثیر ضرایب ابهام‌گریزی بر مقادیر بهینه در شرایط برابری ضرایب ابهام‌گریزی دوطرف.

$b = ۲, \varphi = ۲ \quad \theta_۰ = ۱۰, \theta_۱ = ۱۵$

$r = ۰/۵, m = ۶, T = ۰/۵$

	$\alpha^*(\theta)$	$\beta^*(\theta)$	e^*	f^*
$\gamma_v = ۰/۲$ $\gamma_u = ۰/۲$	-۰٫۵۴۰۶	۰٫۵	۱٫۵۶۲۵	۱٫۵۸۹۱

جدول ۱۱. تأثیر ضرایب ابهام‌گریزی بر مقادیر بهینه در شرایط ابهام‌گریزتر بودن سرمایه‌گذار خطرپذیر.

$b = ۲, \varphi = ۲ \quad \theta_۰ = ۱۰, \theta_۱ = ۱۵$

$r = ۰/۵, m = ۶, T = ۰/۵$

	$\alpha^*(\theta)$	$\beta^*(\theta)$	e^*	f^*
$\gamma_v = ۰/۲۴$ $\gamma_u = ۰/۲$	-۱٫۱۶۴۰	۰٫۵۴۵۵	۱٫۷۰۴۵	۰٫۷۱۰۵
$\gamma_v = ۰/۳$ $\gamma_u = ۰/۲$	-۱٫۹۱۸۵	۰٫۶	۱٫۸۷۵۰	-۰٫۴۵۸۸
$\gamma_v = ۰/۴$ $\gamma_u = ۰/۲$	-۲٫۸۵	۰٫۶۶۶۷	۲٫۰۸۳۳	-۲٫۰۵۸۳

$\left(\frac{\gamma_v}{\gamma_u}\right)$ افزایش یابد، سودی که عاید سرمایه‌گذار می‌شود کاهش می‌یابد؛ در واقع، کارآفرین با پذیرش ابهام بیشتر سود بیشتری را مطالبه می‌کند.

۶. بحث و نتیجه‌گیری

زو و ژو (۲۰۱۱)[۱۱] سطح توانایی و تلاش کارآفرین را به عنوان دو متغیر اثرگذار در قرارداد در نظر گرفتند. در هنگام طراحی قرارداد، سرمایه‌گذار خطرپذیر و کارآفرین به‌طور جداگانه از منظر خودشان در نظر گرفته شدند و از این‌رو به ضرایب تخصیص درآمد متفاوتی دست یافتند. تخصیص درآمد تعریف شده در قرارداد سرمایه‌گذار خطرپذیر به‌طور مستقیم تحت تأثیر تلاش کارآفرین قرار خواهد گرفت و در نتیجه بر درآمد نهایی سرمایه‌گذار تأثیر می‌گذارد.

در مطالعه‌ی پیش‌رو با بررسی جواب‌های بهینه و هم‌چنین استناد به نتایج حاصل از تحلیل سناریو مشخص شد که افزایش سطح توانایی کارآفرین، سطح تلاش

او را افزایش می‌دهد و در نهایت سود حاصل از قرارداد انگیزشی را برای سرمایه‌گذار خطرپذیر افزایش می‌دهد. همچنین در نتایج حاصل از تحلیل سناریوهای مختلف دیدیم که تغییر ضریب ابهام‌پذیری دوطرف، سود آن‌ها را تحت تأثیر قرار می‌دهد و با پذیرش هر چه بیشتر ابهام، سود سرمایه‌گذار افزایش می‌یابد. این موضوع حاکی از آن است که دوطرف با پذیرش هرچه بیشتر ابهام سود بیشتری را عاید خود می‌کنند؛ همان‌گونه که در مواجهه با ریسک، افراد در ازای پذیرش هر چه بیشتر ریسک سود بیشتری را مطالبه می‌کنند.

پیشنهادهایی برای مطالعات آتی ارائه می‌شود:

- در این مطالعه، از مدل خطی $\pi(e,\theta) = e + \theta + \varepsilon$ برای توصیف درآمد قابل مشاهده‌ی سرمایه‌گذار خطرپذیر استفاده شده است که می‌توان برای تطابق بیشتر مدل با دنیای واقع، از مدل‌های غیرخطی بهره برد.
- سطح دوره‌های آموزشی به صورت پویا در نظرگرفته شده و مقدار بهینه‌ی آن در مدل تعیین شود.
- طبیعتاً نتایج حاصل از آموزش برای تمام کارآفرینان یکسان نیست. بنابراین به محققان آتی توصیه می‌شود به گونه‌یی مدل یادگیری را ارائه کنند که برای تمام افراد تأثیر یکسان نداشته باشد.

پانوشت‌ها

1. risk
2. ambiguity
3. Knight
4. Deakins and Freel
5. Morris et al.
6. Jensen
7. Bolton and Dewatripont
8. Sahlman
9. Amit et al.
10. Zou & Zhou
11. Ellsberg
12. Hogarth and Kunreuther
13. Klibanoff et al.
14. Ahn
15. Arrow-Pratt
16. final money income
17. KKT

منابع (References)

1. Metrick, A. and Yasuda, A., *Venture Capital & the Finance of Innovation*, 2nd Edn, pp. 3-14, John Wiley & Sons, USA (2010).
2. (2012). Knight, FH. "Risk, uncertainty and profit". Courier Corporation
3. Deakins, D. and Freel, M.S., *Entrepreneurship and Small Firm*, 4th Edn, pp. 12-35, McGraw-Hill Publications, USA (2009).
4. Morris, M. W., Menon, T., and Ames, D. R. "Culturally conferred conceptions of agency: A key to social perception of persons, groups, and other actors". *Personality and Social Psychology Review*, **5**(2), pp.169-182 (2001).
5. Jensen, M.C."Agency costs of overvalued equity". *Financial management*, **34**(1), pp.5-19 (2005).
6. Namazi, M. "Investigating application of agency theory in management accounting", Tehran: management knowledge, (In Persian) (1991).
7. Wang, J. P. "Research on principal-agent problem in venture capital", *Dissertation for Doctor Degree of Northwest A&F University*, China (2006).
8. Bolton, P. and Dewatripont, M., *Contract Theory*, pp. 1-42, MIT press, USA (2005).
9. Sahlman, W.A. "The structure and governance of venture-capital organizations", *Journal of Financial Economics*, **27**(2), pp. 473-521 (1990).
10. Amit, R., Glosten, L. and Muller, E. "Entrepreneurial ability, venture investment, and risk sharing", *Management Science*, **36**(10), pp. 232-245 (1990).
11. Zou, H. and Zhou, X. "The design of the incentive contract of venture capital under asymmetric information", *In Business Intelligence and Financial Engineering (BIFE), Fourth International Conference*, pp. 475-479 (2011).
12. Ellsberg, D. "Risk, ambiguity and the savage axiom", *Quarterly Journal of Economics*, pp. 643-669 (1961).
13. Hogarth, R.M. and Kunreuther, H. "Risk, ambiguity and insurance", *Journal of Risk and Uncertainty*, **2**(1), pp. 5-35 (1989).
14. Klibanoff, P., Marinacci, M. and Mukerji, S. "A smooth model of decision making under ambiguity", *Econometrica*, **73**(6), pp. 1849-1892 (2005).
15. Ahn, D.S. "Ambiguity without a state space", *The Review of Economic Studies*, **75**(1), pp. 3-28 (2008).
16. Boyd, S. and Vandenberghe, L. "Convex optimization", Cambridge University press, UK. pp. 225-287 (2004).