

تخمین و پیش‌بینی H-گام به جلوی ارزش در برابر ریسک شرطی شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران؛ رویکرد نوین HWES

احسان محمدیان امیری (دانشجوی کارشناسی ارشد)

سید بابک ابراهیمی* (استادیار)

دانشکده مهندسی صنایع، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

مهندسی صنایع و مدیریت شریف، تابستان ۱۳۹۸
دوری ۱(۳۵)، شماره ۱/۲، صص ۱۱۳-۱۰۳

یکی از مشخصه‌های اصلی بازارهای سرمایه، تلاطم شدید در قیمت‌های سهام است؛ از این رو وجود سازوکاری برای اندازه‌گیری و پیش‌بینی ریسک اهمیت بالایی یافته است. از جمله ابزارهای شناخته شده برای محاسبه ریسک، ارزش در برابر ریسک شرطی است. در این مقاله سعی شده است تا نخست با استفاده از مدل‌های واریانس ناهمسانی شرطی به برآورد ارزش در برابر ریسک شرطی پرداخته شود و سپس به پیش‌بینی روزانه (یک گام به جلو) و هفتگی (پنج گام به جلو) با استفاده از روش کلاسیک و روش‌های هموارسازی نمایی هلت - وینترز (HWES) پرداخته شود. برای ارزیابی برآورد و پیش‌بینی ارزش در برابر ریسک شرطی از پنج آزمون پس‌آزمایی استفاده شده است. با توجه به عملکرد روش هموارسازی نمایی هلت - وینترز ضریبی با سه پارامتر هموارساز در سطح اطمینان ۹۵ درصد و ۹۹ درصد، این روش به عنوان روش برتر در پیش‌بینی روزانه و هفتگی ارزش در برابر ریسک شرطی شناخته شده است.

واژگان کلیدی: ارزش در برابر ریسک شرطی، مدل‌های GARCH، روش‌های خانواده هموارسازی نمایی هلت - وینترز، شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران.

emohammadian@email.kntu.ac.ir
b_brahim@kntu.ac.ir

۱. مقدمه

امروزه شناسایی، اندازه‌گیری و پیش‌بینی ریسک بازار سرمایه برای دوره‌های آتی از اهمیت ویژه‌ای نزد فعالان بخش مالی و سرمایه‌گذاران خرد و کلان برخوردار شده است. از طرفی میزان صحت اندازه‌گیری ریسک پیش‌بینی شده نیز برای مدیریت ریسک‌های احتمالی در دوره‌های آتی امری حیاتی محسوب می‌شود. از این رو با رویکردهای ارزش در برابر ریسک و ارزش در برابر ریسک شرطی که از ابزارهای جدید مدیریت ریسک محسوب می‌شوند به کنترل، برآورد و پیش‌بینی ریسک پرداخته می‌شود. ارزش در برابر ریسک در دهه‌های اخیر به عنوان اصلی‌ترین معیار اندازه‌گیری و پیش‌بینی ریسک در حیطه‌ی مدیریت ریسک شناخته شده است که مقدار مواجهه با ریسک را در یک سطح اطمینان مشخص مورد ارزیابی قرار می‌دهد. اما در مطالعات اخیر به این نکته اشاره شده است که سنجی ارزش در برابر ریسک یک مدل منسجم به شمار نمی‌رود؛ زیرا از خاصیت زیرجمع‌پذیری که یکی از چهار رکن اصلی مدل‌های منسجم محسوب می‌شود، محروم است. خاصیت زیرجمع‌پذیری بر این موضوع اشاره دارد که ریسک یک دارایی باید از مجموع ریسک‌های مجزا کمتر یا حداقل مساوی آنها باشد. به همین دلیل در مطالعات

* نویسنده مسئول

تاریخ: دریافت ۱۳۹۶/۸/۱، اصلاحیه ۱۳۹۷/۱/۱۸، پذیرش ۱۳۹۷/۱/۲۹

DOI:10.24200/J65.2019.7319.1804

ترکیبی، آزمون تابع زیان لویز و آزمون تابع زیان بلانکو و ایهل مورد ارزیابی قرار گرفته است.

۲. پیشینه‌ی تحقیق

از مطالعات صورت گرفته در زمینه‌ی ارزش در برابر ریسک و ارزش در برابر ریسک شرطی می‌توان به گیوت و لورنت (۲۰۰۳) اشاره کرد که به برآورد ارزش در برابر ریسک برای قیمت‌های نقدی روزانه‌ی نفت خام برنت و نفت تگزاس با استفاده مدل‌های خانواده واریانس ناهمسان شرطی پرداختند. نتایج این تحقیق نشان می‌دهد که روش APARCH از سایر روش‌ها عملکرد بهتری از خود نشان داده است.^[۱] دیمتریوکولوس و همکاران (۲۰۱۰) دقت پیش‌بینی انواع رویکردهای ارزش در برابر ریسک را در ۱۶ بازار سهام نوظهور و ۴ بازار سهام توسعه یافته ارزیابی کردند و دریافتند که مدل ارزش فرین بهترین روش حاصل از نتایج آزمون‌های پس‌آزمایی است.^[۲] لی و خو (۲۰۱۳) مطالعه‌ی در رابطه با بهینه‌سازی پویا در سنجی ارزش در برابر ریسک و ارزش در برابر ریسک شرطی انجام داده‌اند. نتیجه‌ی این تحقیق حاکی از آن است زمانی که محدودیت حد بالا برای ریسک در نظر گرفته نشود، پرتفوی بهینه وجود نخواهد داشت.^[۳] ریچی و کرتا (۲۰۱۵) به مقایسه‌ی مدل‌های پیش‌بینی ارزش در برابر ریسک شرطی با استفاده از مدل‌های رگرسیون شرطی و غیرشرطی پرداختند. آنان بر این موضوع اشاره داشتند که پیش‌بینی دقیق ارزش در برابر ریسک برای پیش‌بینی ارزش در برابر ریسک شرطی بسیار حائز اهمیت است. همچنین پیش‌بینی ارزش در برابر ریسک شرطی با پنجره‌ی تخمین کوچک منجر به پیش‌بینی نامناسب می‌شود.^[۴] نیتو و رویز (۲۰۱۶) به ارزیابی و مقایسه‌ی مدل‌های مختلف برای پس‌آزمایی ارزش در برابر ریسک پرداختند. آنان بر این نکته تأکید داشتند که اگر چه در مطالعات خود به بررسی مدل‌های مختلف برای پس‌آزمایی ارزش در برابر ریسک پرداخته‌اند، کمیته‌ی بازل سنجی ارزش در برابر ریسک شرطی را جدیداً به عنوان سنجی اندازه‌گیری و پیش‌بینی ریسک به جای ارزش در برابر ریسک در نظر می‌گیرد.^[۵] تیلور (۲۰۱۷) به پیش‌بینی ارزش در برابر ریسک و ارزش در برابر ریسک شرطی شاخص سهام FTSE ۱۰۰، NIKKEI۲۲۵ و S&P ۵۰۰ در سطوح اطمینان ۹۵ درصد و ۹۹ درصد با استفاده از رویکرد نیمه‌پارامتریک بر اساس توزیع لاپلاس نامتقارن پرداخت. نتایج حاکی از پیش‌بینی نزدیک به واقعیت رویکرد مذکور است.^[۶] از مطالعات داخلی هم می‌توان به سارنج و نوراحمدی (۲۰۱۶) اشاره کرد که به برآورد ارزش در برابر ریسک و ارزش در برابر ریسک شرطی شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران از سال ۱۳۸۷ تا سال ۱۳۹۵ با استفاده از روش‌های GARCH و ارزش فرین پرداختند. نتایج نشان می‌دهد که روش ارزش فرین شرطی با فرض پسماندهای استاندارد شده‌ی تی‌استودنت، ارزش فرین شرطی با فرض پسماندهای استاندارد شده‌ی نرمال و روش GARCH با فرض پسماندهای استاندارد شده‌ی تی‌استودنت به ترتیب رتبه‌ی اول تا سوم را اخذ کرده‌اند.^[۷] ادبی و همکاران (۲۰۱۶) به پیش‌بینی ارزش در برابر ریسک یک گام به جلو پنج شاخص بورس اوراق بهادار تهران متشکل از شاخص کل، شاخص قیمت و بازده نقدی، شاخص صنعت، شاخص ۵۰ شرکت برتر و شاخص واسطه‌گری‌های پولی و مالی از ۲۹ شهریور ماه سال ۱۳۸۳ تا ۲۹ شهریورماه سال ۱۳۹۳ با استفاده از روش شبیه‌سازی زنجیره‌ی مارکف مونت کارلو پرداختند. نتایج تحقیق بر عملکرد قابل قبول و دقیق روش مذکور دلالت دارد.^[۸] رستمی و همکاران (۲۰۱۷) به برآورد ارزش در برابر ریسک و ارزش در برابر ریسک شرطی داده‌های شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران با استفاده از روش‌های پارامتریک، نیمه‌پارامتریک و

ناپارامتریک متشکل از روش‌های شبیه‌سازی تاریخی، شبیه‌سازی تاریخی بازتابی، شبیه‌سازی تاریخی نوسانات وزن دار، شبیه‌سازی تاریخی فیلتر شده و نهایتاً روش GARCH(۱,۱) پرداختند. نتایج حاکی از برتری روش‌های نیمه‌پارامتریک نسبت به سایر روش‌ها بوده است.^[۹]

با مرور مطالعات انجام شده در بخش پیشینه‌ی تحقیق می‌توان دریافت که تاکنون از روش‌های هلت - وینترز برای پیش‌بینی ارزش در برابر ریسک شرطی، چه در مطالعات داخل و چه در مطالعات خارج استفاده نشده است. در روش سنتی پیش‌بینی ارزش در برابر ریسک شرطی (روش کلاسیک) توجهی به شوک‌های قیمتی، ویژگی‌های خوشه‌ی و پویایی داده‌ها نمی‌شود و به تبع آن نمی‌تواند پیش‌بینی دقیق و قابل اتکایی از خود ارائه دهد. از این رو در این تحقیق تلاش شده است تا در جهت معرفی، پیاده‌سازی و پیش‌بینی یک مدل نوین پویا برای پیش‌بینی ارزش در برابر ریسک شرطی گام برداشته شود تا مشکلات روش سنتی را رفع کند.

۱.۲. ارزش در معرض ریسک^۱

برای معرفی دو سنجی ارزش در برابر ریسک و ارزش در برابر ریسک شرطی ابتدا باید به بیان حالت کلی این سنجه‌ها، یعنی سنجه‌های ریسک بر مبنای چندک پرداخته شود. سنجی ریسک مبتنی بر چندک که با M_ϕ نشان داده می‌شود و به صورت میانگین موزون صدک‌های توزیع بازده/زیان تعریف می‌شود به صورت زیر قابل بیان است:^[۱۰]

$$M_\phi = \int \phi(x) F^{-1}(x) dx \quad (1)$$

در تعریف فوق $F^{-1}(x)$ معکوس تابع توزیع متغیر تصادفی زیان یا بازده است و $\phi(x)$ تابع وزن‌دهی است که به تابع طیف ریسک یا تابع ریسک‌گریزی نیز معروف است. ارزش در برابر ریسک یک سنجی از نوع M_ϕ است که تابع وزن‌دهی آن تابع دلتای دیراک است:

$$\phi(x) = \begin{cases} 0 & x \neq \alpha \\ 1 & x = \alpha \end{cases} \quad (2)$$

۲.۲. ارزش در برابر ریسک شرطی^۲

همان‌گونه که بیان شد، سنجی ارزش در برابر ریسک به دلیل نداشتن خاصیت زیرجمع‌پذیری به عنوان یک سنجی منسجم شناخته نمی‌شود. برای رفع این نقیصه از مفهوم ارزش در برابر ریسک شرطی استفاده می‌شود. این سنجی را نیز می‌توان یک سنجی از نوع M_ϕ دانست که تابع وزن‌دهی آن به صورت زیر است:

$$\phi(x) = \begin{cases} 0 & x > \alpha \\ \frac{1}{\alpha} & x \leq \alpha \end{cases} \quad (3)$$

برای مثال برای توزیع نرمال $Var_\alpha(x)$ و $CVaR_\alpha(x)$ به صورت زیر محاسبه می‌شوند.^[۱۱]

$$Var_\alpha(x) = \mu + \sigma \Phi^{-1}(\alpha) \quad (4)$$

$$CVaR_\alpha(x) = \mu + \sigma \frac{\phi[\Phi^{-1}(\alpha)]}{1 - \alpha} \quad (5)$$

۳. روش‌شناسی پژوهش

داده‌های مورد استفاده‌ی این تحقیق بازده لگاریتمی روزانه‌ی شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران از فروردین ماه سال ۱۳۸۹ تا شهریور ماه سال ۱۳۹۵ است که بازه‌ی مذکور خود به دو قسمت تقسیم شده است. در بخش اول نخست به برآورد ارزش در برابر ریسک شرطی با استفاده از روش‌های EGARCH، GARCH، TGARCH پرداخته شده و پس از تعیین مدل معیار برای پیش‌بینی در قسمت دوم، به پیش‌بینی یک گام (روزانه)، پنج گام (هفتگی) به جلوی ارزش در برابر ریسک شرطی با استفاده از روش‌های هموارسازی نمایی هلت - وینترز با دو پارامتر هموارسازی، هموارسازی نمایی هلت - وینترز ضربی با سه پارامتر هموارسازی، هموارسازی نمایی هلت - وینترز تجمعی با سه پارامتر هموارسازی و روش کلاسیک در دو سطح اطمینان ۹۵ درصد و ۹۹ درصد پرداخته شد. به منظور اعتبارسنجی پیش‌بینی‌های انجام شده از آزمون‌های ارزیابی متشکل از آزمون پوشش شرطی، آزمون پوشش غیرشرطی، آزمون ترکیبی، آزمون تابع زیان لویز و آزمون تابع زیان بلانکو و ایهل استفاده شده است. در ادامه به شرح روش‌های برآورد، روش‌های پیش‌بینی و آزمون‌های ارزیابی پرداخته می‌شود.

۱.۳. روش‌های برآورد

الف) روش ناهمسانی واریانس شرطی تعمیم‌یافته^۲

برای محاسبه‌ی ارزش در برابر ریسک شرطی روش‌های مختلفی وجود دارد که از جمله پرکاربردترین این روش‌ها می‌توان به مدل‌های واریانس ناهمسان شرطی اشاره کرد. بارسلو (۱۹۸۶) حالت تعمیم‌یافته از مدل‌های ARCH با عنوان مدل‌های GARCH ارائه کرد که در این مدل خودرگرسیون و میانگین متحرک هم‌زمان، در ناهمسانی واریانس به کار گرفته می‌شود. مدل کلی (۱،۱) GARCH به شرح زیر است:^[۱۲]

$$\sigma_t^2 = \omega + \alpha \varepsilon_{t-1}^2 + \beta \sigma_{t-1}^2 \quad (۶)$$

ب) روش ناهمسانی واریانس شرطی تعمیم‌یافته آستانه‌یی^۴

یکی از اشکالات اساسی مدل‌های ARCH و GARCH در نظر گرفتن وزن یکسان برای اخبار خوب و بد است. این ویژگی همان اثر تقارن است. اما در دنیای واقعی ممکن است بازار به اخبار خوب و بد با قدر مطلق برابر واکنش متفاوت نشان دهد. از همین رو برای رفع این مشکل زاگویان (۱۹۹۴) روش ناهمسانی واریانس شرطی تعمیم‌یافته آستانه‌یی را ارائه کرد که به شرح زیر است:^[۱۳]

$$\sigma_t^2 = \omega + \sum_{i=1}^q \alpha_i \varepsilon_{t-i}^2 + \gamma \varepsilon_{t-1}^2 I_{t-1} + \sum_{j=1}^p \beta_j \sigma_{t-j}^2 \quad (۷)$$

که در این مدل، متغیر I_t به صورت زیر بیان می‌شود:

$$I_t = \begin{cases} 1, & \text{if } \varepsilon_t < 0 \\ 0, & \text{if } \varepsilon_t \geq 0 \end{cases} \quad (۸)$$

ج) روش ناهمسانی واریانس شرطی تعمیم‌یافته‌ی نمایی^۵

ساختار مدل EGARCH(۱،۱) توسط نلسون (۱۹۹۱) به منظور فائق آمدن بر چولگی بازده‌های مالی ارائه شده که به صورت زیر است:^[۱۴]

$$\log(\sigma_t^2) = \omega + \alpha \left| \frac{\varepsilon_{t-1}}{\sigma_{t-1}} \right| + \gamma \frac{\varepsilon_{t-1}}{\sigma_{t-1}} + \beta \log(\sigma_{t-1}^2) \quad (۹)$$

۲.۳. روش‌های پیش‌بینی

الف) مدل کلاسیک^۶

برای پیش‌بینی دوره‌های آتی ارزش در برابر ریسک شرطی در روش کلاسیک از رابطه‌ی زیر استفاده می‌شود:

$$CVaR_{T, day} = CVaR_{day} \sqrt{T} \quad (۱۰)$$

ب) روش هموارسازی نمایی هلت - وینترز با دو پارامتر هموارسازی^۷

روش‌های هلت - وینترز در حالت کلی نوعی میانگین متحرک است و به داده‌های اخیروزن (ارزش) بیشتری می‌دهند و داده‌هایی که در فاصله‌ی دورتری هستند با وزن کمتری در محاسبات دخالت داده می‌شوند. روش هموارسازی نمایی هلت - وینترز با دو پارامتر هموارسازی با دو ضریب هموارسازی و سه معادله که به ترتیب معادله‌ی سطح، رشد و معادله‌ی پیش‌بینی نامیده می‌شوند، به صورت زیر است:^[۱۵]

$$\hat{Y}_{t+1} = \lambda_1 Y_t + (1 - \lambda_1)(\hat{Y}_t + F_t) \quad (۱۱)$$

$$F_{t+1} = \lambda_2 (Y_{t+1} - Y_t) + (1 - \lambda_2) F_t \quad (۱۲)$$

$$\hat{Y}_{t+h/t} = \hat{Y}_t + h F_t \quad (۱۳)$$

که در آن F_{t+1} شاخص هموارسازی در زمان $t+1$ مقدار پیش‌بینی بر اساس روش هموارسازی نمایی ساده در زمان $t+1$ ، Y_{t+1} مقدار واقعی در زمان $t+1$ ، λ_1 و λ_2 به ترتیب به عنوان ضریب هموارسازی در سطح و رشد است و h تعداد گام‌های رو به جلوی برای پیش‌بینی است.

ج) روش هموارسازی نمایی هلت - وینترز ضربی با سه پارامتر هموارسازی^۸

روش هموارسازی نمایی هلت - وینترز با دو پارامتر هموارسازی، مواقعی که داده‌ها دارای الگوی روند فصلی باشند روش مناسبی محسوب نمی‌شود؛ زیرا الگوی روند فصلی باید با ضریب هموارسازی تعدیل شود. از همین رو برای رفع این مشکل وینترز (۱۹۶۰) روش هموارسازی نمایی هلت - وینترز ضربی با سه پارامتر هموارسازی ارائه کرد. این روش دارای سه ضریب هموارسازی و چهار معادله است که به ترتیب معادله‌ی سطح، رشد، فصل و پیش‌بینی نامیده می‌شوند. معادلات مربوط به روش هلت - وینترز ضربی با سه پارامتر هموارسازی به شرح زیر است:^[۱۶]

$$I_t = \lambda_1 \frac{A_t}{S_{t-1}} + (1 - \lambda_1)(I_{t-1} + T_{t-1}) \quad (۱۴)$$

$$T_t = \lambda_2 (I_t - I_{t-1}) + (1 - \lambda_2) T_{t-1} \quad (۱۵)$$

$$S_t = \lambda_3 \frac{A_t}{I_t} + (1 - \lambda_3) S_{t-1} \quad (۱۶)$$

$$F_{t+m} = (I_t + T_t m) S_{t-1+m} \quad (۱۷)$$

که در آن A_t مقادیر واقعی که در زمان t دارای عامل فصلی و روند داده‌ها، I_t مقدار هموار شده‌ی داده‌هایی است که در زمان t اثر فصلی آنها گرفته شده است، T_t مقدار هموار شده‌ی روند در زمان t ، S_t مقدار هموار شده‌ی فصل در زمان t ، L طول فصل، M تعداد دوره بعد از زمان t و γ, β, α به ترتیب ضرایب هموارسازی سطح، روند و فصل هستند.

د) روش هموارسازی نمایی هلت - وینترز تجمعی با سه پارامتر هموارسازی^۹

معادلات مربوط به روش هلت - وینترز تجمعی نیز همانند روش هموارسازی نمایی هلت - وینترز ضربی با سه پارامتر هموارسازی است. اما با این تفاوت که معادله‌ی

سطح و فصل آن به صورت تجمعی است:

$$I_t = \lambda_1(A_t - S_{t-1}) + (1 - \lambda_1)(I_{t-1} + T_{t-1}) \quad (18)$$

$$T_t = \lambda_2(I_t - I_{t-1}) + (1 - \lambda_2)T_{t-1} \quad (19)$$

$$S_t = \lambda_3(A_t - I_t) + (1 - \lambda_3)S_{t-1} \quad (20)$$

$$F_{t+m} = (I_t + T_t m)S_{t-t+m} \quad (21)$$

برابر ریسک شرطی باشد، به عنوان یک تخطی فرض می‌کند و به آن عدد یک اختصاص می‌دهد.^[۱۹]

$$C_t = \begin{cases} 1 & \text{if } L_t > CVaR_t \\ 0 & \text{if } L_t < CVaR_t \end{cases} \quad (26)$$

ه) آزمون تابع زیان بلانکو و ایهل^{۱۴}

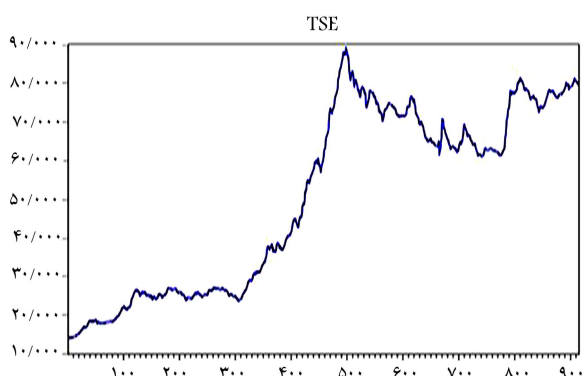
این تابع زیان به ازای هر مشاهده در دنباله، وزنی برابر با تقسیم زیان‌های دنباله بر ارزش در برابر ریسک شرطی اختصاص می‌دهد.^[۲۰]

$$C_t = \begin{cases} \frac{(L_t - CVaR_t)}{CVaR_t} & \text{if } L_t > CVaR_t \\ 0 & \text{if } L_t < CVaR_t \end{cases} \quad (27)$$

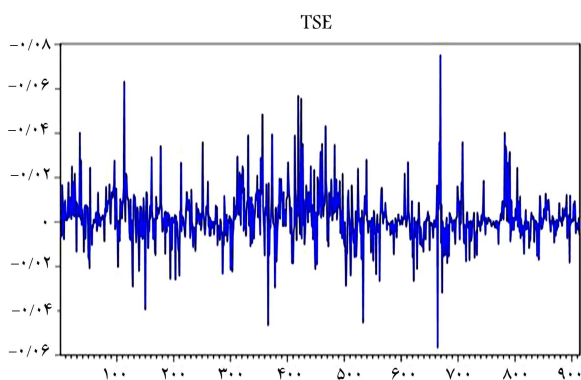
۴. یافته‌های پژوهش

۱.۴. داده‌ها

در این تحقیق همان‌گونه که ذکر شد داده‌های مورد استفاده بازده لگاریتمی روزانه‌ی شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران از فروردین ماه سال ۱۳۸۹ تا شهریور ماه سال ۱۳۹۵ است که از معادله‌ی $R_t = \text{Log}\left(\frac{P_t}{P_{t-1}}\right)$ پیروی می‌کنند و در آن R_t بازده در دوره‌ی زمانی t ، P_t و P_{t-1} به ترتیب مقدار شاخص‌های مذکور در زمان t و $t-1$ هستند. در ادامه نمودار قیمت و بازده لگاریتمی شاخص مورد مطالعه در شکل‌های ۱ و ۲ و برخی از آماره‌های توصیفی برای شناخت ویژگی‌های بازدهی شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران در جدول ۱ معرفی شده است.



شکل ۱. نمودار قیمت شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران.



شکل ۲. نمودار بازده شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران.

۳.۳. آزمون‌های ارزیابی

به منظور تحلیل دقیق مناسب بودن یا نبودن یک مدل، به آزمون‌های آماری برای بررسی معناداری نسبت نقض نیاز است. آزمون‌های پوشش غیرشرطی، پوشش شرطی و آزمون ترکیبی به همین منظور به کار برده شده‌اند. اما در صورتی‌که چند مدل توسط این سه آزمون تأیید شود، دیگر نمی‌توان مقایسه‌ی بین مدل‌ها انجام داد و مدل برتر را شناسایی کرد. از این رو آزمون تابع زیان لویز و بلانکو و ایهل نیز به منظور رتبه‌بندی مدل‌ها استفاده شده است.

الف) آزمون پوشش غیرشرطی^{۱۰}

بر اساس آزمون پوشش غیرشرطی، چنانچه مقدار زیان واقعی از زیان برآورد شده توسط مدل بیشتر باشد، آنگاه این رخداد به عنوان یک شکست (تخطی) در نظر گرفته می‌شود و اگر زیان واقعی کوچک‌تر از زیان برآورد شده باشد، به عنوان یک موفقیت (عدم تخطی) ثبت می‌شود. آزمون پوشش غیرشرطی دارای توزیع کای‌دو با یک درجه آزادی است و آماره‌ی آن به صورت زیر است.^[۱۷]

$$LR_{UCC} = 2 \text{Ln} \left[\frac{\hat{\alpha}^{\nu} (1 - \hat{\alpha})^{\nu - \nu^*}}{\alpha^{\nu^*} (1 - \alpha)^{\nu - \nu^*}} \right] \quad (22)$$

که در آن ν تعداد شکست‌ها، ν تعداد کل پیش‌بینی‌ها، α سطح پوشش و $\hat{\alpha}$ نسبت شکست است.

ب) آزمون پوشش شرطی^{۱۱}

کریستوفرسن (۱۹۹۸) آزمون پوشش شرطی را بر مبنای یک ماتریس احتمال گذر برای زنجیره‌ی مرتبه اول مارکوف ارائه کرد که درایه‌های این ماتریس به شرح زیر است:

$$\begin{aligned} \pi_{01} &= \frac{\nu_{01}}{\nu_{01} + \nu_{00}} & \pi_{11} &= \frac{\nu_{11}}{\nu_{10} + \nu_{11}} \\ \pi_{00} &= 1 - \pi_{01} & \pi_{10} &= 1 - \pi_{11} \end{aligned} \quad (23)$$

در نهایت آماره‌ی آزمون پوشش شرطی از طریق رابطه‌ی زیر محاسبه می‌شود:^[۱۸]

$$LR_{CC} = 2 \text{Ln} \left[\frac{(\pi_{00})^{\nu_{00}} (\pi_{01})^{\nu_{01}} (\pi_{10})^{\nu_{10}} (\pi_{11})^{\nu_{11}}}{\alpha^{\nu^*} (1 - \hat{\alpha})^{\nu - \nu^*}} \right] \quad (24)$$

ج) آزمون ترکیبی^{۱۲}

این آزمون، ترکیبی از آزمون پوشش غیرشرطی و آزمون پوشش شرطی است و دارای توزیع کای‌دو با درجه‌ی آزادی دو است که به شرح زیر است:

$$LR_{JT} = LR_{UCC} + LR_{CC} \quad (25)$$

د) آزمون تابع زیان لویز^{۱۳}

آزمون‌های پس‌آزمایی مبتنی بر تعداد استثنائات دو مشکل اساسی دارند، نخست در ارتباط با قابلیت آماری پایین آنها و دومین مشکل در نظر نگرفتن ابعاد زیان است. تابع زیان صفر و یک لویز هر زیان را که مقدار آن بیش از مقدار ارزش در

جدول ۱. مشخصات آماری شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران.

میانگین	میانه	کمینه	بیشینه	انحراف معیار	چولگی	کشیدگی
۰/۰۰۰۱۹	۰/۰۰۰۰۸	-۰/۰۰۵۶۷	۰/۰۰۷۴۹	۰/۰۰۱۱۵	۰/۰۰۷۴۳	۸/۰۷۳۱۱

جدول ۳. نتایج تخمین پارامترهای مدل‌های خانواده گارچ.

پارامتر	GARCH	EGARCH	TGARCH
ω	$8/1759 * 10^{-7}$	-۰/۰۰۴۹۲	$5/9324 * 10^{-6}$
α	$1/5125 * 10^{-25}$	-۰/۰۰۴۸۸	۰/۰۰۰۰۰
β	۱/۰۰۰۰۰	۰/۰۰۹۹۲۷	۰/۰۰۹۸۷۷
γ	-	-۰/۰۰۵۳۳	۰/۰۰۱۸۷

مانا پیروی می‌کنند. همچنین اثر آرج نیز تأیید می‌شود و به تبع آن استفاده از روش‌های خانواده‌ی GARCH مجاز می‌شود.

۲.۴. نتایج تخمین پارامترهای خانواده گارچ

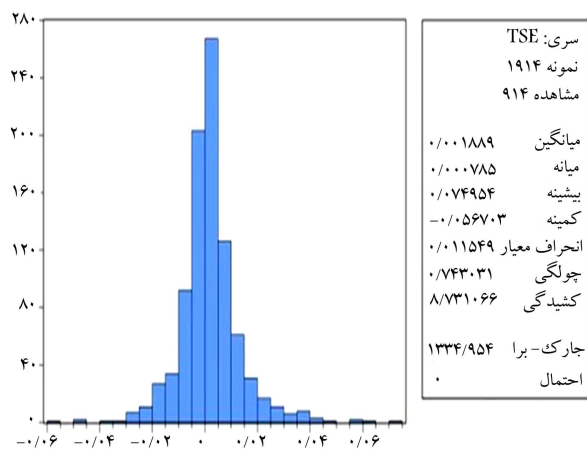
در جدول ۳ به ترتیب تخمین پارامترهای خانواده گارچ برای برآورد ارزش در برابر ریسک شرطی شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران آورده شده است. در جدول ۳ α ، β و γ به ترتیب ضریب ثابت، ضریب آرج، ضریب گارچ و ضریب اثر اهرم هستند.

۳.۴. نتایج آزمون‌های پس‌آزمایی حاصل از برآورد ارزش در برابر

ریسک شرطی

برای شناسایی مدلی که برآورد دقیقی از ارزش در برابر ریسک شرطی ارائه داده است، از آزمون‌های پس‌آزمایی پوشش غیرشرطی، پوشش شرطی، ترکیبی و آزمون لویز استفاده شده است. نتایج این آزمون‌ها در جدول‌های ۴ تا ۶ آورده شده است. با خروجی آزمون‌های پوشش غیرشرطی، پوشش شرطی و آزمون ترکیبی نمی‌توان مدل برتر را شناسایی کرد. به همین دلیل از آزمون تابع زیان لویز استفاده شد. با توجه به جدول ۶ می‌توان دریافت که روش GARCH نسبت به سایر روش‌ها عملکرد بهتری داشته است. از این رو، این روش مبنای برآورد ارزش در برابر ریسک شرطی قرار گرفته است و پیش‌بینی ارزش در برابر ریسک شرطی برای دوره‌های آتی بر مبنای ارزش در برابر ریسک شرطی حاصل شده از روش GARCH صورت می‌پذیرد.

آزمون پوشش غیرشرطی در صورتی مدل را تأیید می‌کند که آماره‌ی آن از توزیع کای دو با درجه‌ی آزادی یک کوچک‌تر باشد. به عبارت دیگر اگر آماره‌ی آزمون پوشش غیرشرطی برای سطوح اطمینان ۹۵ درصد و ۹۹ درصد به ترتیب بیشتر از ۳/۸۴ و ۶/۳۳ باشد، آن‌گاه فرض صفر رد می‌شود و در غیر این صورت تأیید می‌شود. آزمون پوشش شرطی نیز همانند آزمون پوشش غیرشرطی، در صورتی که در سطوح اطمینان ۹۵ درصد و ۹۹ درصد آزمون به ترتیب بیشتر از ۳/۸۴ و ۶/۳۳ باشد، مدل تأیید نخواهد شد. آزمون ترکیبی همان‌گونه که از نامش پیداست از ترکیب آزمون‌های پوشش غیرشرطی و پوشش شرطی حاصل می‌شود و با توزیع کای دو با درجه آزادی دو، به عنوان ناحیه‌ی بحرانی مقایسه می‌شود. این بدان معناست که اگر آماره‌ی مذکور در سطوح اطمینان ۹۵ درصد و ۹۹ درصد به ترتیب بیشتر از ۵/۹۹ و ۹/۲۱ باشد، مدل رد و در غیر این صورت تأیید می‌شود. در ادامه نمودار ارزش در



شکل ۳. آزمون نرمال بودن توزیع جملات خطای شاخص کل بورس.

جدول ۲. نتایج آزمون مانایی و اثر آرج شاخص مورد مطالعه.

نوع آزمون	مقدار آماره	P-Value	نتیجه آزمون
آزمون دیکی فولر	-۱۶/۴۸۷۹	۰/۰۰۰۰۰	داده‌ها مانا هستند
آزمون فیلیپس و پرون	-۲۶/۳۷۸۰	۰/۰۰۰۰۰	داده‌ها مانا هستند
آزمون اثر آرج	۴۱/۲۶۸۰	۰/۰۰۰۰۰	اثر آرج تأیید می‌شود

با توجه به جدول ۱ می‌توان به این نکته دست یافت که توزیع داده‌های مورد استفاده متقارن نیست و به صورت چوله به راست است، به عبارتی توزیع بیشتر به سمت راست یا بازده لگاریتمی مثبت تمایل دارد. همچنین در حالت کلی و با توجه به شاخص‌های چولگی، کشیدگی و p-value جاک‌برا حاصل شده در شکل ۳ می‌توان به این نتیجه رسید که داده‌ها از تابع نرمال پیروی نمی‌کنند و به دلیل دم‌پهنی تمایل به توزیع تی‌استودنت دارند. از این رو در این تحقیق برآورد و پیش‌بینی ارزش در برابر ریسک شرطی با فرض توزیع تی‌استودنت صورت می‌پذیرد.

در این تحقیق آزمون مانایی (ریشه واحد) شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران با استفاده از آزمون دیکی - فولر تعمیم یافته و آزمون فیلیپس و پرون بر اساس فرضیه صفر وجود ریشه واحد (داده مورد نظر ناماناست) صورت می‌پذیرد. همچنین از آزمون ضریب لاگرانژ ARCH-LM به منظور بررسی ثابت یا متغیر بودن واریانس جمله‌ی خطا (ناهمسانی واریانس) بهره گرفته شده است. در جدول ۲ نتایج مربوط به آزمون مانایی و ناهمسانی واریانس ارائه شده است.

در جدول ۲ نتایج آزمون دیکی فولر تعمیم یافته و آزمون فیلیپس و پرون نشان می‌دهد که مقدار آماره‌ی این آزمون‌ها برای شاخص مورد مطالعه‌ی تحقیق، از قدرمطلق مقادیر بحرانی بیشتر است و مقادیر احتمال آنها نیز صفر است. پس فرضیه‌ی صفر، یعنی وجود ریشه‌ی واحد رد می‌شود و سری‌ها از یک فرایند تصادفی

جدول ۴. نتایج تخمین ارزش در برابر ریسک شرطی شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران در سطح اطمینان ۹۵٪.

نوع روش			نوع آزمون پس آزمایی	
TGARACH	EGARACH	GARACH		
۶/۳۴۲۸	۸/۱۶۹۲	۱۰/۳۳۷۱	آماره‌ی آزمون	آزمون پوشش
۳/۸۴	۳/۸۴	۳/۸۴	مقدار بحرانی	غیر شرطی
عدم تأیید	عدم تأیید	عدم تأیید	نتیجه‌ی بحران	
۰/۳۲۰۲	۰/۶۲۸۲	۰/۱۶۲۳	آماره‌ی آزمون	آزمون پوشش
۳/۸۴	۳/۸۴	۳/۸۴	مقدار بحرانی	شرطی
تأیید	تأیید	تأیید	نتیجه‌ی آزمون	
۶/۶۶۳۰	۸/۷۹۷۴	۱۰/۴۹۹۴	آماره‌ی آزمون	آزمون ترکیبی
۵/۹۹	۵/۹۹	۵/۹۹	مقدار بحرانی	
عدم تأیید	عدم تأیید	عدم تأیید	نتیجه‌ی آزمون	

جدول ۵. نتایج تخمین ارزش در برابر ریسک شرطی شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران در سطح اطمینان ۹۹٪.

نوع روش			نوع آزمون پس آزمایی	
TGARACH	EGARACH	GARACH		
۰/۴۷۹۹	۰/۲۱۹۰	۰/۴۷۹۹	آماره‌ی آزمون	آزمون پوشش
۶/۳۳	۶/۳۳	۶/۳۳	مقدار بحرانی	غیر شرطی
تأیید	تأیید	تأیید	نتیجه‌ی بحران	
۰/۰۲۵۷	۰/۱۰۳۶	۰/۰۲۵۷	آماره‌ی آزمون	آزمون پوشش
۶/۳۳	۶/۳۳	۶/۳۳	مقدار بحرانی	شرطی
تأیید	تأیید	تأیید	نتیجه‌ی آزمون	
۰/۵۰۵۶	۰/۳۲۲۶	۰/۵۰۵۶	آماره‌ی آزمون	آزمون ترکیبی
۹/۲۱	۹/۲۱	۹/۲۱	مقدار بحرانی	
تأیید	تأیید	تأیید	نتیجه‌ی آزمون	

جدول ۶. نتایج آزمون پس‌آزمایی لویز شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران در سطوح اطمینان ۹۹٪.

سطوح اطمینان						نوع شاخص
C = ۰/۹۹			C = ۰/۹۵			
TGARACH	EGARACH	GARACH	TGARACH	EGARACH	GARACH	
۰/۰۰۶۴	۰/۰۱۲۷	۰/۰۰۶۴	۰/۰۲۲۳	۰/۰۱۹۱	۰/۰۱۵۹	آماره‌ی نهایی آزمون
۱	۲	۱	۳	۲	۱	شاخص کل رتبه

۴.۴. نتایج پیش‌بینی یک، پنج و بیست گام به جلوی ارزش در برابر ریسک شرطی

پس از شناسایی مدل پایه که پیش‌بینی بر روی ارزش در برابر ریسک شرطی تخمین زده از این مدل صورت می‌گیرد، در مرحله‌ی بعد به پیش‌بینی روزانه (یک گام به جلو) و هفتگی (پنج گام به جلو) به وسیله‌ی روش کلاسیک و روش‌های HWES

برابر ریسک شرطی در قسمت اول دوره‌ی مورد مطالعه به ازای هر یک از روش‌های خانواده گارج آورده شده است.

در همه‌ی شکل‌ها به طور شهودی می‌توان در خصوص تعداد استثنائات بیان کرد که این تعداد تقریباً کم‌تر از یا مساوی با حد مجاز در دوره‌ی آزمون است. به علاوه، همان‌طور که از شکل‌ها پیداست شواهدی دال بر خوشه‌ی بودن وقوع استثنائات نیز جلب توجه نمی‌کند.

جدول ۷. نمره‌ی توابع زیان مدل‌های پیش‌بینی و اختلاف آنان با مدل معیار برای یک گام به جلوی شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران.

سطوح اطمینان				نوع آزمون پس‌آزمایی	نوع مدل پیش‌بینی
$C = 0/99$		$C = 0/95$			
اختلاف با مدل معیار	نمره‌ی تابع زیان	اختلاف با مدل معیار	نمره‌ی تابع زیان		
۰/۰۱۹۶ (۱)	۰/۰۰۰۲	۰/۰۹۰ (۳)	۰/۰۰۵	تابع زیان لویز	روش کلاسیک
۰/۰۱۹۶ (۱)	۰/۰۰۰۲	۰/۰۹۰ (۲)	۰/۰۰۵	تابع زیان بلانکو و ایهل	
۰/۱۱۲۳ (۲)	۰/۱۳۲۱	۰/۰۶۵۸ (۱)	۰/۱۶۰۸	تابع زیان لویز	روش هلت - وینترز با دو پارامتر هموارساز
۰/۲۶۵۵ (۲)	۰/۲۸۵۳	۱/۰۹۹۴ (۳)	۱/۱۹۴۴	تابع زیان بلانکو و ایهل	
۰/۰۱۹۶ (۱)	۰/۰۰۰۲	۰/۰۷۲۷ (۲)	۰/۰۲۲۳	تابع زیان لویز	روش هلت - وینترز ضربی با سه پارامتر هموارساز
۰/۰۱۹۶ (۱)	۰/۰۰۰۲	۰/۰۸۸۸ (۱)	۰/۰۰۶۲	تابع زیان بلانکو و ایهل	
۱/۹۴۰۴ (۳)	۱/۹۶۰۲	۱/۷۱۰۰ (۴)	۱/۸۰۵۰	تابع زیان لویز	روش هلت - وینترز تجمعی با سه پارامتر هموارساز
۱/۹۷۹۴ (۳)	۱/۹۵۹۶	۱/۸۸۳۸ (۴)	۱/۷۸۸۸	تابع زیان بلانکو و ایهل	

* اعداد داخل پرانتز رتبه‌های اخذ شده توسط مدل‌های پیش‌بینی هستند.

جدول ۸. نمره‌ی توابع زیان مدل‌های پیش‌بینی و اختلاف آنان با مدل معیار برای پنج گام به جلوی شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران.

سطوح اطمینان				نوع آزمون پس‌آزمایی	نوع مدل پیش‌بینی
$C = 0/99$		$C = 0/95$			
اختلاف با مدل معیار	نمره‌ی تابع زیان	اختلاف با مدل معیار	نمره‌ی تابع زیان		
۰/۰۱۹۶ (۱)	۰/۰۰۰۲	۰/۰۹۰۰ (۲)	۰/۰۰۵۰	تابع زیان لویز	روش کلاسیک
۰/۰۱۹۶ (۱)	۰/۰۰۰۲	۰/۰۹۰۰ (۱)	۰/۰۰۵۰	تابع زیان بلانکو و ایهل	
۰/۱۶۷۱ (۲)	۰/۱۸۶۹	۰/۰۰۴۳ (۱)	۰/۰۹۰۷	تابع زیان لویز	روش هلت - وینترز با دو پارامتر هموارساز
۰/۶۰۶۸ (۲)	۰/۵۸۷۰	۱/۵۸۱۶ (۲)	۱/۴۸۶۶	تابع زیان بلانکو و ایهل	
۰/۰۱۹۶ (۱)	۰/۰۰۰۲	۰/۰۹۰۰ (۲)	۰/۰۰۵۰	تابع زیان لویز	روش هلت - وینترز ضربی با سه پارامتر هموارساز
۰/۰۱۹۶ (۱)	۰/۰۰۰۲	۰/۰۹۰۰ (۱)	۰/۰۰۵۰	تابع زیان بلانکو و ایهل	
۱/۸۴۷۱ (۳)	۱/۸۶۶۹	۱/۶۲۴۳ (۳)	۱/۷۱۹۳	تابع زیان لویز	روش هلت - وینترز تجمعی با سه پارامتر هموارساز
۱/۸۴۸۱ (۳)	۱/۸۲۸۳	۱/۸۰۳۸ (۳)	۱/۷۰۸۸	تابع زیان بلانکو و ایهل	

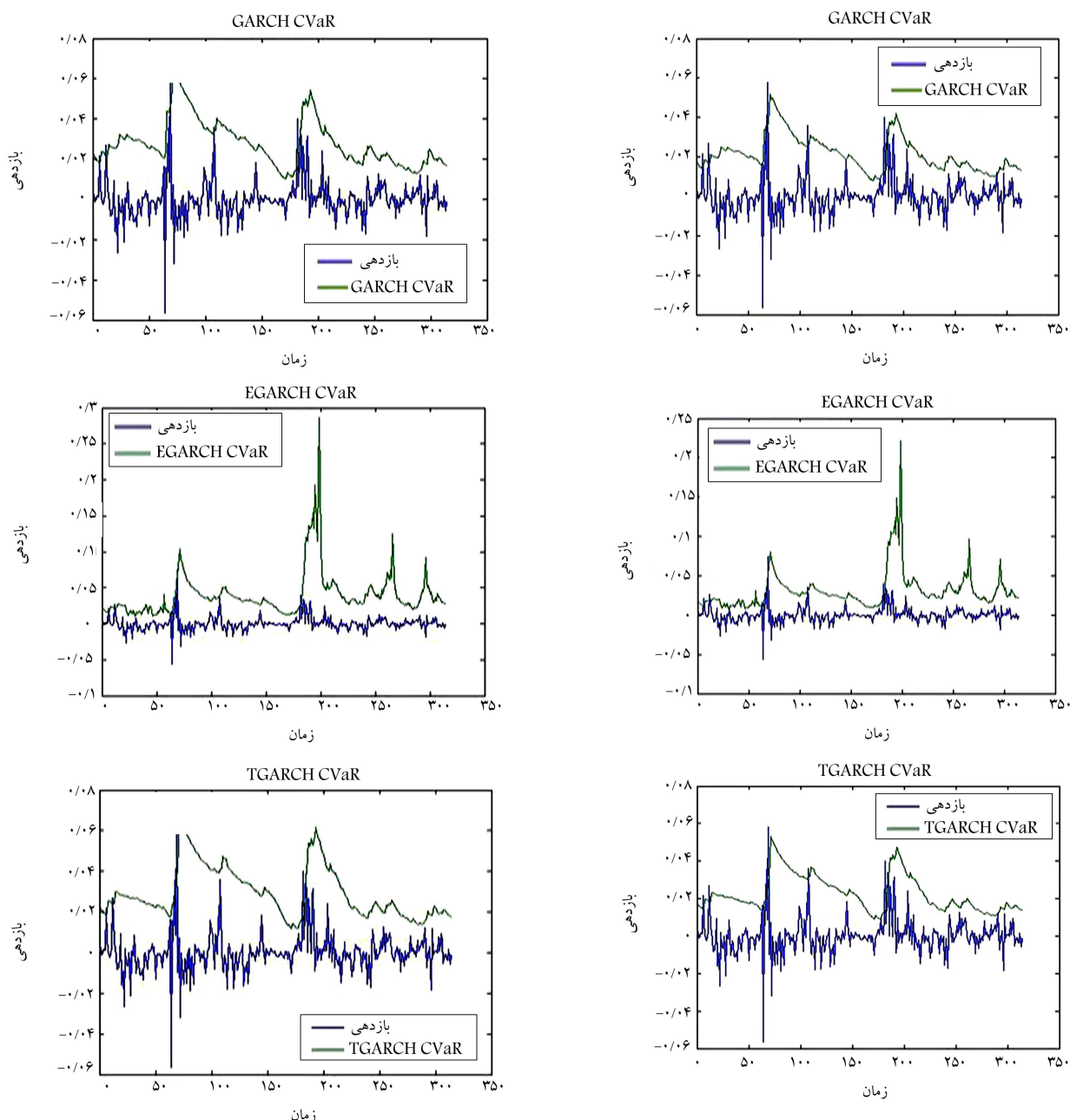
* اعداد داخل پرانتز رتبه‌های اخذ شده توسط مدل‌های پیش‌بینی هستند.

در برابر ریسک شرطی (CVaR) هستند. سنجه‌ی VaR خاصیت زیرجمع‌پذیری را ندارد و از زیان‌های بالقوه‌ی نقطه‌ی چندک مورد نظر چشم‌پوشی می‌کند؛ در حالی که سنجه‌ی CVaR منسجم است و عملکرد محافظه‌کارانه‌تری نسبت به سنجه‌ی VaR دارد. از همین رو در این تحقیق به برآورد و پیش‌بینی چندگام به جلوی ارزش در برابر ریسک شرطی با استفاده از روش‌های خانواده‌ی گارچ و رویکرد نوین هموارساز نمایی هلت وینترز (HWES) و مقایسه‌ی عملکرد آنها با روش کلاسیک پرداخته شد که نمودارهای ارزشی در برابر ریسک شرطی برای شاخص کلی بورس اوراق بهادار تهران در سطوح ۹۵٪ و ۹۹٪ به ترتیب در قالب اشکال ۴ و ۵ آورده شده است. در این مقاله نخست برای شناسایی مدل معیاری که قرار است ارزش در برابر ریسک

شامل روش هلت - وینترز با دو پارامتر هموارساز، روش هلت - وینترز ضربی با سه پارامتر هموارساز و روش هلت - وینترز تجمعی با سه پارامتر هموارساز پرداخته شده است. نتایج این پیش‌بینی‌ها در جدول‌های ۷ و ۸ آورده شده است:

۵. نتیجه‌گیری

با توجه به مطالعات پیشین می‌توان به این نکته دست یافت که مهم‌ترین و پرکاربردترین سنجه‌ها در حوزه‌ی مدیریت ریسک، سنجه‌های ارزش در برابر ریسک (VaR) و ارزش



شکل ۴. نمودار ارزش در برابر ریسک شرطی شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران در سطح ۹۵٪.

شکل ۵. نمودار ارزش در برابر ریسک شرطی شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران در سطح ۹۹٪.

هلت - وینترزز تجمعی با سه پارامتر هموارساز پرداخته شده است. در جدول‌های ۷، ۸ همان گونه که مشاهده می‌شود روش هلت - وینترزز ضریبی با سه پارامتر هموارساز در پیش‌بینی هفتگی و روزانه‌ی ارزش در برابر ریسک شرطی شاخص کل بورس اوراق بهادار تهران رتبه‌ی اول را کسب کرده است. این عملکرد قابل قبول نشان از تعدیلات اثرگذار بر روی شاخص مورد مطالعه در سطح، روند و فصل به وسیله‌ی روش هلت - وینترزز ضریبی با سه پارامتر هموارساز دارد. در ادامه پیشنهاد می‌شود که با استفاده از سایر مدل‌های روش هموارسازی نمایی همانند روش هموارسازی نمایی دوگانه ساده و روش هموارسازی نمایی دوگانه خاکستری به پیش‌بینی کوتاه مدت و بلندمدت ارزش در برابر ریسک شرطی اقدام شود و سپس به مقایسه‌ی آن با نتایج این تحقیق پرداخته شود.

شرطی بر مبنای آن پیش‌بینی شود از سه آزمون پوششی غیرشرطی، پوششی شرطی و آزمون ترکیبی استفاده شد. با توجه به جدول‌های ۴ و ۵ می‌توان دریافت که روش‌های GARCH، EGARCH و TGARCH به تعداد برابر (چهار حالت) در ناحیه‌ی پذیرش قرار گرفتند و عملکرد هر سه مدل به ازای آزمون‌های مذکور یکسان بوده است. پس از آزمون تابع زیان لوزیز برای تعیین مدل برتر (مدل معیار) استفاده شد. با توجه به جدول ۶، روش گارچ به ترتیب با نمره‌ی ۰/۰۱۵۹ و ۰/۰۰۶۴ برای سطوح ۹۵ درصد و ۹۹ درصد به عنوان مدل برتر انتخاب و به تبع آن مدل معیار نیز محسوب می‌شود. پس از تعیین مدل معیار به پیش‌بینی روزانه و هفتگی ارزش در برابر ریسک شرطی با استفاده از روش‌های کلاسیک (روش مورد استفاده مطالعه گذشته)، روش هلت - وینترزز با دو پارامتر هموارساز، روش هلت - وینترزز ضریبی با سه پارامتر هموارساز و روش

پانوشت‌ها

1. value at risk
2. conditional value at risk
3. generalized auto regressive condituonal heteroskedasticity
4. threshold generalized auto regressive condituonal heteroskedasticity
5. exponential generalized auto regressive condituonal heteroskedasticity
6. Classic model
7. holt-winters exponential smoothing method with two parameters
8. holt-winters exponential smoothing multiplicative method with there parameters
9. holt-winters exponential smoothing additive method with there parameters
10. unconditional coverage test
11. conditional coverage test
12. joint test
13. Lopez loss function test
14. Blanco and Ihle loss function test

منابع (References)

1. Giot, P. and Laurent, S. "Market risk in commodity markets: a var approach", *Energy Economics*, **25**(5), pp. 435-457 (2003).
2. Dimitrakopoulos, D. N., Kavussanos, M. G., and Spyrou, S. I. "Value at risk models for volatile emerging markets equity portfolios". *The Quarterly Review of Economics and Finance*, **50**(4), pp. 515-526 (2010).
3. Li, J. and Xu, M. "Optimal dynamic portfolio with mean-cvar criterion", *Risks*, **1**(3), pp. 119-147 (2013).
4. Righi, M. B. and Ceretta, P. S. "A comparison of expected shortfall estimation models", *Journal of Economics and Business*, **78**, pp. 14-47 (2015).
5. Nieto, M. R. and Ruiz, E. "Frontiers in var forecasting and backtesting", *International Journal of Forecasting*, **32**(2), pp. 475-501 (2016).
6. Taylor, J. W. "forecasting value at risk and expected shortfall using a semiparametric approach based on the asymmetric laplace distribution", *Journal of Business & Economic Statistics*, **37**(1), pp. 1-13 (2017).
7. Saranj, A. and Noorahmadi, M. "Estimating of value at risk and expected shortfall by using conditional extreme value approach in tehran Securities Exchange", *Journal of Financial research*, **18**(43), pp. 437-460 (2016).
8. Adabi, M., Mehrara, M., and Mohamadi, Sh. "Evaluation and one-step-ahead forecasting of tehran stock exchange using by markov chain monte carlo simulation", *Journal of Financial Engineering and Securities Management*, **7**(26), pp. 101-122 (2016).
9. Rostami, M., Saranj, A. and Savari, z. "Rating parametric and nonparametric methods for estimating the expected shortfall and value at risk", *Journal of Investment knowledge*, **6**(22), pp. 113-130 (2017).
10. Danielsson, J. "Financial risk forecasting: the theory and practice of forecasting market risk with implementation in r and matlab", *John Wiley, & Sons*, **588** (2011).
11. Panjer, H. H. "Operational risk: modeling analytics", *John Wiley & Sons*, **620** (2006).
12. Bollerslev, T. "Generalized autoregressive conditional heteroskedasticity", *Journal of Econometrics*, **31**(3), pp. 307-327 (1986).
13. Zakoian, J. M. "Threshold heteroskedastic models", *Journal of Economic Dynamics and control*, **18**(5), pp. 931-955 (1994).
14. Nelson, D. B. "Conditional heteroskedasticity in asset returns: a new approach. econometrica", *Journal of the Econometric Society*, **12**(3), pp. 347-370 (1991).
15. Holt, C. "Forecasting seasonals and trends by exponentially weighted moving averages", *ONR Research Memorandum*, **52**(1), pp.78-91 (1959).
16. Winters, P. R. "Forecasting sales by exponentially weighted moving averages", *Management Science*, **6**(3), pp. 324-342 (1960).
17. Kupiec, P. H. "Techniques for verifying the accuracy of risk measurement models", *The journal of Derivatives*, **3**(2), pp. 73-84 (1995).
18. Christoffersen, P. F. "Evaluating interval forecasts", *International Economic Review*, **39**(1), pp. 841-862 (1998).
19. Lopez, J. A. X. "Methods for evaluating value-at-risk estimates", *Economic Review*, **2**, pp. 3-17 (1999).
20. Blanco, C. and Ihle, G. "How good is your VaR Using backtesting to assess system performance", *Financial Engineering News*, **11**, pp. 1-2 (1999).