مهندسی صنایع و مدیریت شریف، (تابستان ۱۳۹۸)
دوره‌ی ۱-۳۵، شماره‌ی ۱/۱، ص. ۲۳-۳۴

Original Article

ارائه‌ی مدل چندهدفه‌ی بهینه‌سازی استوار برای مسئله‌ی مکان‌یابی تسهیلات ـ طراحی شبکه‌ی پایا در شرایط عدم قطعیت، در محیط رقابتی

یحیی زارع مهرجردی * **(استاد)**
مجید حیدری میبدی (کارشناسی ارشد)
دانشکده‌ی مهندسی صنایع، دانشگاه یزد

در این مقاله، مدل برنامه‌ریزی خطی عدد صحیح مختلط دو تابع هدفه برای مسئله‌ی مکان‌یابی تسهیلات - طراحی شبکه در محیط رقابتی در شرایط عدم قطعیت و اختلال در تسهیل ارائه شده است. توابع هدف در این مدل شامل کمینه کردن هزینه‌ها و همچنین بیشینه کردن جذابیت تسهیل برای مشتریان است. از روش LP متریک برای تک‌هدفه کردن مسئله استفاده شده است. به دلیل غیرقطعی بودن پارامترهای تقاضای مشتریان و هزینه‌ی حمل‌ونقل در این مقاله از روش بهینه‌سازی استوار مبتنی بر سناریو برای حل مدل استفاده شده است. همچنین برای در نظرگرفتن مکان‌یابی تسهیل در محیط رقابتی، از مدل تعامل فضایی و تابع جذابیت استفاده شده است. هدف تحقیق، به دست آوردن جوابی است که کمترین حساسیت نسبت به تغییر داده‌ها داشته باشد و در عین حال، پایایی سیستم را بالا ببرد. به علاوه، یک مطالعه‌ی موردی در زمینه‌ی مکان‌یابی و استقرار دستگاه جدید سی‌تی‌اسکن در استان فارس ارائه شده است.

واژگان کلیدی: مکان‌یابی تسهیل - طراحی شبکه، بهینه‌سازی استوار، پایایی تسهیلات، تسهیلات رقابتی، محیط عدم قطعیت.

yzare@yazd.ac.ir
heidarymajid89@yahoo.com

۱. مقدمه

امروزه طراحی سیستم‌های استوار و با قابلیت اطمینان بالا مورد توجه بسیاری از جوامع علمی قرار گرفته است. یکی از حوزه‌هایی که می‌توان در این زمینه به آن اشاره کرد، حوزه‌ی مکان‌یابی تسهیلات است. از طرفی دیگر، در نظرگرفتن هم‌زمان مسئله‌ی مکان‌یابی تسهیلات و مسئله‌ی طراحی شبکه منجر به موضوع بسیار مهم و کاربردی می‌شود که می‌توان از آن برای مکان‌یابی تسهیلات عمومی و خصوصی استفاده کرد. از جمله کاربردهای مسئله‌ی مکان‌یابی تسهیلات - طراحی شبکه می‌توان به مکان‌یابی مراکز ارائه دهنده‌ی خدمات سلامت مثل بیمارستان‌ها، مکان‌یابی ایستگاه‌های کمپرسورگاز و طراحی شبکه‌های لوله‌گذاری آب اشاره کرد.

موضوع مهم دیگری که باید در نظر داشت، بحث بالا بردن قابلیت اطمینان تسهیلات است. امروزه به دلیل بعضی از عوامل طبیعی (سیل، زلزله، طوفان و ...) یا عوامل فنی (مانند خرابی یا شکست قطعات) یا به دلیل حوادث اجتماعی (مانند اعتصابات کارگری، خرابکاری‌ها و ...) این امکان وجود دارد که تسهیلات از خدمت‌دهی خارج شوند. بنابراین لازم است تا تدابیری اندیشیده شود تا در صورت بروز این‌گونه حوادث، تا حد امکان در فرایند خدمت‌دهی به مشتری خللی وارد نشود.

در مسائل جایابی و تخصیص، در خصوص مکان‌یابی و احداث تسهیلات، کارخانجات، انبارها، مراکز امدادی و خدماتی و همچنین چگونگی پوشش تقاضای نقاط تقاضا تصمیماتی گرفته می‌شود. تصمیم‌ها در مورد احداث و مکان‌یابی از نوع تصمیمات راهبردی هستند که اغلب نیاز به سرمایه قابل توجهی دارند؛ از این رو، تعیین مکان، تعداد و ظرفیت مناسب از ابتدا امری ضروری است. استفاده از رویکردهای قطعی در امر تعیین مکان و تخصیص امری غیرواقع بینانه و ساده‌انگارانه است که حتی می‌تواند منجر به جواب غیرموجه و تحمیل خسارت قابل توجه در دنیای واقعی شود. از طرف دیگر، در جایابی و تخصیص برای صنایع و خدمات نوظهور و همچنین برقراری ایستگاه‌های امدادی، یا داده‌های تاریخی موجود نیستند یا در صورت وجود نیز، در برخی موارد، این داده‌ها به دلیل پیروی نکردن از روند قبلی خود قابل استناد نیستند. با توجه به موارد ذکر شده نمی‌توان توزیع مناسبی برای پارامترهای مسئله در نظرگرفت و پارامترها را به درستی تخمین زد. در نتیجه، استفاده از رویکرد برخورد با عدم قطعیت از نوع تصادفی[1] یا ریسک توجیه پذیر

* نویسنده مسئول
تاریخ: دریافت ۱۳۹۵/۱۱/۱۳، اصلاحیه ۱۳۹۶/۸/۲، پذیرش ۱۳۹۶/۸/۲۳.
DOI:10.24200/J65.2019.7081.1691

نمی‌باشد. از این رو، یکی از راه‌کارهایی که می‌توان برای مقابله با عدم قطعیت به کار بست، استفاده از روش بهینه‌سازی استوار است که منجر به جواب‌هایی می‌شود که حساسیت کمتری نسبت به تغییر در داده‌ها دارند.

با در نظرگرفتن رقابت در بازار، مکان‌یابیِ رقابتیِ تسهیلات به استقرار تسهیلات می‌پردازد به طوری که هر یک از شرکت‌ها برای به دست آوردن سهم بیشتری از بازار، به رقابت با سایر شرکت‌ها می‌پردازند. سهم قابل کسب از بازار با فاصله‌ی تسهیل از مشتری نسبت عکس و با میزان جذابیت تسهیل نسبت مستقیم دارد. جذابیت هر تسهیل به عوامل مختلفی ازجمله کیفیت تجهیزات خدمت‌دهی یا کالای ارائه شده، قیمت خدمت یا کالا، اندازه‌ی تسهیل، سرعت ارائه‌ی خدمت و. . .بستگی دارد و ممکن است هر یک از این عوامل دارای وزنی متفاوت برای مشتریان در مکان‌های متفاوت باشد.

۲. مروری بر پژوهش‌های پیشین

مرور پژوهش‌های پیشین مرتبط و بررسی کارهایی که تاکنون انجام گرفته را می‌توان به چهار بخش تقسیم کرد. بخش اول مربوط به مکان‌یابی تسهیلات و طراحی شبکه است. قسمت دوم مرتبط با پایایی سیستم و قسمت سوم در ارتباط با به کارگیری مدل استوار در مکان‌یابی تسهیلات است. قسمت آخر هم در زمینه‌ی مکان‌یابی تسهیلات رقابتی است.

در نظرگرفتن هم‌زمان مکان‌یابی تسهیل و طراحی شبکه نسبت به حالتی که این دو به صورت جداگانه در نظرگرفته می‌شوند منجر به مسئله‌ای می‌شود که بیشتر با شرایط واقعی سازگار است. داسکین و همکاران در سال ۱۹۹۳ برای اولین بار مدل اولیه‌ی مسئله‌ی مکان‌یابی تسهیل - طراحی شبکه را معرفی کردند. آنها بعضی از نتایج اولیه را ارائه دادند که اثر موضوع طراحی شبکه را در مدل‌سازی مسئله‌ی مکان‌یابی تسهیلات نشان می‌داد.[۱]

جبل عاملی و مرتضایی یک مدل ریاضی مختلط عدد صحیح دوهدفه را به گونه‌یی توسعه دادند که در آن ظرفیت هر یک از راه‌های ارتباطی محدود و معین است. هدف آنها، به دست آوردن بیشینه‌ی مقدار تقاضاهایی است که می‌توان به وسیله‌ی راه‌های محدود حمل کرد.[۲] درزنر و وسیلووسکی یک مسئله‌ی جدید طراحی شبکه را با مسیرهای بالقوه ارائه دادند که هر راه بالقوه در صورت نیاز، می‌تواند با یک هزینه‌ی مشخص ساخته شود و هر راه ارتباطی می‌تواند به صورت یک‌طرفه یا دوطرفه باشد. آنها در نهایت، مدل را به وسیله‌ی الگوریتم‌های فراابتکاری حل کردند.[۳]

کنتررس و همکاران مدل FLNDP [۲] را برای کمینه کردن بیشینه‌ی زمان سفر تسهیل - مشتری ارائه دادند. آن‌ها دو مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط را به وسیله‌ی تعمیم مدل مسئله p- میانه توسعه دادند و مقایسه کردند؛ به طوری که مدل‌ها به طور هم‌زمان، مکان‌یابی تسهیلات و طراحی شبکه‌های مرتبط با آن را در نظر می‌گیرند.[۴]

رحمانیانی و قادری با در نظرگرفتن هم‌زمان مکان‌یابی تسهیلات و شبکه‌های حمل‌ونقل مرتبط با آن، مدل عدد صحیح مختلط را توسعه دادند تا هزینه‌های کل عملیاتی و حمل‌ونقل را کمینه کنند. آنها فرض کردند که چندین نوع از شبکه‌های حمل‌ونقل وجود دارد که ظرفیت و هزینه‌های حمل‌ونقل و ایجاد آن‌ها متفاوت است.[۵] یک مدل ریاضی برای نسخه‌ی پویای مسئله‌ی طراحی شبکه و مکان‌یابی تسهیل با ظرفیت نامحدود توسط قادری و جبل عاملی ارائه شده است که محدودیت بودجه برای بازکردن تسهیلات و ایجاد مسیرها در هر دوره‌یی از زمان در طول افق برنامه‌ریزی وجود دارد. در این مدل به طور هم‌زمان مکان بهینه‌ی تسهیلات و همچنین طراحی شبکه‌های مرتبط با آن تعیین می‌شود.[۶]

رحمانیانی و قادری بعضی از روش‌های فراابتکاری ساده و کارآمد را بر اساس جستجوی متغیر همسایگی برای حل CFLNDP توسعه داده‌اند.[۷]

قسمت دوم در مورد پایایی تسهیلات است که در این زمینه می‌توان به موارد زیر اشاره کرد.

لیم و همکاران یک روش تقریبی پیوسته پایایی را برای مسائل مکان‌یابی تسهیلات با تراکم مشتری یکنواخت پیشنهاد دادند. برای ساده‌تر شدن کار، فرض شده است که شکل خاصی از تسهیل وجود دارد که ضد شکست است؛ مشتریان همیشه بعد از شکست تسهیل، به نزدیک‌ترین تسهیل ضد شکست دوباره تخصیص داده می‌شوند.[۸]

جبار زاده و همکاران مسئله‌ی طراحی زنجیره‌ی تأمین را مطالعه کردند که در آن، مراکز توزیع ممکن است به صورت جزئی یا کلی با اختلال روبه‌رو شوند. مسئله به صورت MINLP فرمول‌بندی شده است که مجموع سود سیستم را، هنگامی که سناریوهای مختلف اختلال در تسهیلات اتفاق می‌افتد، بیشینه می‌کند.[۹]

آلکاراز و همکاران دو روش فراابتکاری ترکیبی الگوریتم ژنتیک و الگوریتم جستجوی پراکندگی را برای حل مسئله p-میانه‌ی پایا توسعه دادند. آنها چندین تغییر برای بهبود الگوریتم‌ها برای رسیدن به جواب ارائه کردند.[۱۰] مسئله‌ی مکان‌یابی تسهیلات - طراحی شبکه‌ی پایا با در نظرگرفتن اختلال در تسهیلات در پژوهش‌های شیشه‌بری و جبل عاملی و همچنین شیشه‌بری و همکاران ارائه شده است. آنها یک مدل MINLP را برای مسئله توسعه دادند.[۱۱،۱۲] همچنین در پژوهشی دیگر، شیشه‌بری یک مدل یکپارچه‌ی مکان‌یابی تسهیل و طراحی شبکه را ارائه کرده است که در آن امکان خرابی تسهیلات وجود دارد. او یک بیشینه‌ی هزینه‌ی مجاز شکست برای هزینه‌ی شکست در نظرگرفته و در آن به بررسی تعیین مکان بهینه‌ی تسهیلات و ایجاد راه‌های ارتباطی پرداخته است.[۱۳]

در قسمت سوم مرور پیشینه به موضوع استوار می‌پردازیم. روسا و همکاران یک مدل خطی عدد صحیح مختلط را برای مسئله‌ی استوار در مکان‌یابی تسهیلات با ظرفیت محدود، برای فائق آمدن بر عدم قطعیت در برنامه‌ریزی ارائه کردند. هدف آنها کمینه‌کردن میانگین پشیمانی نسبی در میان سناریوها در طول چندین دوره بوده است.[۱۴]

هاتفی و جولای یک مدل استوار و پایا برای طراحی شبکه‌ی لجستیک معکوس ـ رو به جلو ارائه کردند که در آن عدم قطعیت پارامترها و اختلالات تسهیل را به طور هم‌زمان بررسی کردند. مدل ارائه شده بر اساس روش جدید بهینه‌سازی استوار، برای حفاظت از شبکه در برابر عدم قطعیت فرمول‌بندی شده است. به علاوه، یک مدل برنامه‌ریزی خطی عدد صحیح مختلط با افزودن محدودیت‌های P-استوار ارائه شده است تا قابلیت اطمینان شبکه را در میان سناریوهای اختلال کنترل کند. تقاضای مشتری به علاوه‌ی کیفیت و کمیت محصولات بازگشتی به عنوان پارامترهای عدم قطعیت در نظرگرفته شده‌اند که با استفاده از روش بهینه‌سازی استوار، ارائه شده توسط برتسیماس و سیم، مدل‌سازی شده‌اند.[۱۵]

یک مدل ریاضی تصادفی برای طراحی شبکه‌یی از زنجیره‌ی تأمین چندمحصولی توسط بقالیان و همکاران توسعه داده شده است که دارای تسهیلات تولیدی با ظرفیت محدود، مراکز توزیع و خرده‌فروشان در بازارها در عدم قطعیت است. در این مدل، عدم قطعیت‌های مربوط به تقاضا و عرضه (منابع) به طور هم‌زمان در نظرگرفته شده است. مدل حاصل، که شامل مفهوم مجموعه‌ی انقطاع [۳] در نظریه‌ی قابلیت اطمینان و همچنین مفهوم بهینه‌سازی استوار است، یک مسئله‌ی برنامه‌ریزی غیرخطی عدد صحیح مختلط است. برای حل این مدل، با استفاده از رگرسیون چندگانه، خطی‌سازی صورت گرفته است و مسئله به روش تقریبی حل شده است.[۱۶]

یوآن و همکاران مدل‌های استوار دومرحله‌یی را برای طراحی شبکه‌های مکان‌یابی

تسهیلات p- میانه‌ی پایا که در معرض اختلال هستند، ارائه کردند. آنها ویژگی‌های ساختاری مدل‌ها را تحلیل و از روش تولید ستون - محدودیت با راهبردهای بهبود سفارش برای حل مدل‌ها استفاده کردند.[۱۷] مسئله‌ی مکان‌یابی تسهیلات تصادفی توسط گولپینار و همکاران ارائه شده است که در آن تسهیلات چندکاره وجود دارد که به مشتریانی که یک نوع محصول را نیاز دارند، خدمات می‌دهند. در مسئله، احتمال کمبود موجودی به‌صورت یک محدودیت احتمالی آورده شده است. آنها از روش استوار نرم[۴] برای مکان‌یابی تسهیلات استفاده کرده‌اند تا ریسک ناشی از خطاهای برآورد در توزیع احتمالی تقاضاها در مراکز تقاضاها کاهش یابد.[۱۸] در پژوهش شیشه‌بری و یوسفی، مدل برنامه‌ریزی خطی مختلط عدد صحیح برای مسئله‌ی طراحی پایا و استوار شبکه‌ی مکان‌یابی مراکز خدمات دارویی ارائه شده است. آنها عدم قطعیت پارامترها، اختلال تسهیلات و محدودیت بودجه‌ی سرمایه‌گذاری را به صورت هم‌زمان در مدل خود در نظر گرفته‌اند.[۱۹]

قسمت چهارم مرور پیشینه به تسهیلات رقابتی اختصاص پیدا می‌کند. آشتیانی و همکاران یک مدل استوار برای مکان‌یابی تسهیلات رقابتی رهبر - پیرو در فضای گسسته را ارائه دادند. هدف آنها تعیین مکان بهینه‌ی تسهیلات برای تسهیلات جدید رهبر است به طوری که رهبر از تعداد تسهیلاتی که پیرو در آینده قرار است تأسیس کند، اطلاعی ندارد. آنها فرض کردند که بیشینه‌ی تعداد تسهیلی که پیرو در آینده قرار است بازکند برای رهبر مشخص است. همچنین فرض کردند که احتمال هر یک از حالات بازکردن تعداد تسهیل مختلف پیرو نیز مشخص است. هدف در این مدل، بیشینه‌کردن سهم بازار برای رهبر و همچنین به دست آوردن جواب استوار به ازای رخ داد سناریوهای متفاوتی که ممکن است برای تسهیل پیرو در آینده اتفاق بیفتد، است.[۲۰]

وانگ و اویانگ یک روش تقریبی پیوسته برای طراحی تسهیلات خدماتی رقابتی تحت شرایط ریسک اختلال در تسهیل را ارائه دادند. آن‌ها سهم تقاضای مشتری را وابسته به عملکرد تسهیلات و حضور رقبای نزدیک در نظر گرفتند؛ به طوری که مشتریان به طور معمول به دنبال نزدیک‌ترین مرکز برای دریافت خدمات هستند. آنها مدل رقابتی استکلبرگ رهبر - پیرو را برای به دست آوردن مکان بهینه‌ی تسهیلات ارائه دادند.[۲۱]

در یک تحقیق دیگر، شیوود و همکاران سیاست مکان‌یابی بهینه‌ی تسهیلات برای سه تسهیل رقابتی را بررسی کردند. آنها فرض کردند که تقاضاها به طور دائم در بازار خطی توزیع می‌شود و تسهیلات با یک نظم خاصی از توالی قرار داده می‌شوند. از راه‌حل‌های تعادل استکلبرگ برای مکان‌یابی تسهیلات رقابتی با سه نوع تسهیل استفاده شده است.[۲۲]

کوکوکایدن و همکاران مسئله‌ی قراردادن تسهیلات جدید یک شرکت را در بازاری که تسهیلات شرکت رقیب در آن قرار دارد، بررسی کردند. هدف این شرکت جدید، تصمیم‌گیری درباره‌ی مکان و جذابیت تسهیلات جدیدش است به طوری که سود حاصل از آن بیشینه شود. در مقابل شرکت رقیب می‌تواند با بازکردن تسهیل جدید یا بستن تسهیلات موجود خود، سطح جذابیت تسهیلات خود را طوری تنظیم کند که سود ناشی از آن بیشینه شود. آن‌ها فرض کردند که تقاضاها به صورت قطعی است و تسهیلات جدید برای هر دو شرکت فقط باید در مکان‌های از پیش تعیین شده قرار بگیرند. آن‌ها برای حل، از روش ابتکاری که از ترکیب جستجوی ممنوع با روش راه‌حل‌های دقیق به‌دست می‌آید، استفاده کردند.[۲۳]

مرور پژوهش‌های پیشین نشان می‌دهد تحقیقات جامعی در زمینه‌ی مکان‌یابی تسهیلات و مسئله‌ی مکان‌یابی تسهیل - طراحی شبکه انجام نشده است؛ در حالی که می‌توان با در نظر گرفتن هم‌زمان عواملی مثل اختلال در تسهیل، عدم قطعیت در پارامترها و استوارسازی جواب‌ها و مکان‌یابی در محیط رقابتی مسئله را به سمتی هدایت کرد که به واقعیت نزدیک‌تر باشد. در جدول ۱، خلاصه‌یی از پیشینه‌ی مسئله‌ی تحت مطالعه آورده شده است.

در این پژوهش، مدل مکان‌یابی تسهیلات - طراحی شبکه با در نظر گرفتن پایایی سیستم و عدم قطعیت در پارامترهای تقاضای مشتریان و هزینه‌ی حمل‌ونقل گسترش داده شده است و همچنین برای در نظرگرفتن محیط رقابتی از مدل تعامل فضایی یا تابع جذابیت که دیوید هاف برای اولین بار به آن اشاره کرد،[۲۴] استفاده شده است. در این پژوهش برای بالابردن قابلیت اطمینان سیستم از تسهیل پشتیبان استفاده شده است؛ بدین ترتیب که در صورت خرابی تسهیل یا از دسترس خارج شدن تسهیل، مشتریانی که به آن تسهیل تخصیص داده شده بودند برای دریافت خدمت، به نزدیک‌ترین تسهیل فعال دوباره تخصیص داده می‌شوند. در اینجا پارامترهایی که دارای عدم قطعیت هستند به صورت گسسته در نظر گرفته شده‌اند و از همین رو، برای مقابله با عدم قطعیت از مدل بهینه‌سازی استوار مولوی[۲۹] که مبتنی بر سناریو است، استفاده شده است.

ساختار کلی ادامه‌ی مقاله به شرح زیر است. در بخش سوم، به توضیح رویکرد استوارسازی بر پایه‌ی سناریو پرداخته می‌شود. توضیحات مربوط به مدل تعامل فضایی در بخش چهارم ارائه می‌شود. در بخش پنجم، تعریف مسئله بیان می‌شود. در بخش ششم، به منظور بیان شفاف و درک بهتر مسئله، مطالعه‌ی موردی و تحلیل حساسیت پارامترهای کلیدی ارائه می‌شود و سرانجام، نتایج و کارهای مربوط به پژوهش‌های آینده در بخش هفتم ارائه می‌شود.

۳. روش بهینه‌سازی استوار بر پایه‌ی سناریو

این رویکرد اولین بار توسط مولوی در سال ۱۹۹۵ ارائه شد.[۲۵] وی بیان کرد که مدل‌های بهینه‌سازی دارای دو مؤلفه‌ی متفاوت هستند: ۱) مؤلفه‌ی ساختاری که ثابت و عاری از هر گونه نویز در داده‌های ورودی هستند و ۲) مؤلفه‌ی کنترل که تحت تأثیر نویز داده‌های ورودی هستند. برای تعریف مناسب مدل، دو مجموعه از متغیرها معرفی می‌شوند:

$x \in R^{n_1}$: نشان دهنده‌ی بردار متغیرهای تصمیم هستند که مقدار بهینه‌ی آنها وابسته به پارامترهای غیرقطعی نیست. به این متغیرها، متغیرهای طراحی[۵] گفته می‌شود.

$y \in R^{n_2}$: بردار مربوط به متغیرهای تصمیم کنترل[۶] است که برای تطابق با پارامترهای غیرقطعی مشاهده شده تعریف می‌شوند. مقدار بهینه‌ی این متغیرها هم به پارامترهای غیرقطعی و هم به مقدار بهینه‌ی متغیرهای طراحی وابسته است.

بنابراین ساختار کلی مدل به صورت زیر است.

$$Minc^T x + d^T y$$

$$s.t. \quad (۱)$$

$$Ax = b, \quad (۲)$$

$$Bx + Cy = e, \quad (۳)$$

$$x, y \geq . \;\; x \in R^{n_1}, y \in R^{n_2} \quad (۴)$$

محدودیت‌های (۲)، محدودیت‌های ساختاری[۷] است که دارای ضرایب ثابت است و از تغییرپذیری مبرا است. محدودیت (۳)، محدودیت‌های کنترل[۸] است که دارای ضرایبی است که در معرض تغییر هستند.

جدول ۱. تحلیل مقایسه‌یی برای تعیین شکاف تحقیقاتی مطالعات انجام شده.

مؤلف	سال	نوع مسئله	شرایط تصمیم گیری	پارامتر عدم قطعیت	راهکار مقابله با عدم قطعیت	قابلیت اطمینان	محیط رقابتی	توابع هدف
داسکین و همکاران	۱۹۹۳	مکان‌یابی تسهیلات ـ طراحی شبکه	قطعی	-	-	ندارد	ندارد	کمینه کردن هزینه
جبل عامل و مرتضایی	۲۰۱۱	مکان‌یابی تسهیلات ـ طراحی شبکه	قطعی	ـ	ـ	ندارد	ندارد	کمینه کردن هزینه
کنتراس و همکاران	۲۰۱۲	مکان‌یابی تسهیلات ـ طراحی شبکه	قطعی	ـ	ـ	ندارد	ندارد	کمینه کردن بیشینه‌ی زمان سفر مشتری به تسهیل
رحمانیانی و قادری	۲۰۱۳	مکان‌یابی تسهیلات ـ طراحی شبکه	قطعی	ـ	ـ	ندارد	ندارد	کمینه کردن هزینه
قادری وجبل-عاملی	۲۰۱۳	مکان‌یابی تسهیلات ـ طراحی شبکه	قطعی	ـ	ـ	ندارد	ندارد	کمینه کردن هزینه
رحمانیانی و قادری	۲۰۱۵	مکان‌یابی تسهیلات ـ طراحی شبکه	قطعی	ـ	ـ	ندارد	ندارد	کمینه کردن هزینه
شیشه‌بری و همکاران	۲۰۱۴	مکان‌یابی تسهیلات ـ طراحی شبکه	قطعی	ـ	ـ	ندارد	ندارد	کمینه کردن هزینه
رسا و همکاران	۲۰۱۴	مکان‌یابی تسهیلات	غیرقطعی	تقاضا ـ میزان درآمد	روش استوار	ندارد	ندارد	حداقل رساندن میانگین پشیمانی نسبی
گولپینار و همکاران	۲۰۱۳	مکان‌یابی تسهیلات	غیرقطعی	تقاضا	روش استوار نرم	ندارد	ندارد	کمینه کردن هزینه
آشتیانی و همکاران	۲۰۱۳	مکان‌یابی تسهیلات	غیرقطعی	تعداد تسهیلات پیرو	روش استوار	ندارد	دارد	بیشینه کردن سهم بازار و سود
تحقیق فعلی	۱۳۹۵	مکان‌یابی تسهیلات ـ طراحی شبکه	غیرقطعی	تقاضا، هزینه حمل‌ونقل	استوار	دارد	دارد	کمینه کردن هزینه، بیشینه کردن جذابیت تسهیل

فرض کنید مجموعه‌یی از سناریوها به صورت $\Omega = \{1, 2, 3, ...S\}$ تعریف شده است. به ازای هر سناریو $s \in \Omega$ پارامترهای غیرقطعی به صورت $\{d_s, B_s, C_s, e_s\}$ و احتمال رخداد هر سناریو، p_s است به طوری که $\sum_{s\in\Omega} p_s = 1$.

راه‌حل بهینه‌از برنامه‌ریزی ریاضی (۱) تا (۴) نسبت به بهینگی استوار خواهد بود، اگر به ازای هر سناریو $s \in \Omega$، «نزدیک» به مقدار بهینه باقی بماند که آن را اصطلاحاً «استواری جواب» می‌نامند. همچنین جواب بهینه نسبت به امکان‌پذیری، استوار خواهد بود اگر برای هر سناریو $s \in \Omega$، جواب «تقریبا» امکان‌پذیر باقی بماند که اصطلاحاً آن را «استواری مدل» می‌نامند. اگر δ_s را متغیر خطا در محدودیت کنترل بگیریم که میزان امکان‌ناپذیری جواب را تحت هر سناریو s اندازه‌گیری می‌کند و همچنین اگر $\xi = c^T x + d^T y$ باشد در این صورت $\xi_s = c^T x + d_s^T y_s$ متغیر تصادفی است که با احتمال p_s تحت سناریوی s رخ می‌دهد؛ آنگاه مدل استوار به صورت زیر تبدیل می‌شود:

$$
\begin{aligned}
&Min \sigma(x, y_1 y_2, ..., y_s) + \omega p(\delta_1, \delta_2, ..., \delta_s)\\
&s.t.\\
&AX = b,\\
&B_s x + C_s y_s + \delta_s = e_s, \qquad for\ alls \in \Omega,\\
&x \geq 0,\ y_s \geq 0. \qquad for\ alls \in \Omega,
\end{aligned} \tag{۵}
$$

اولین جمله از تابع هدف (۵) شامل مقدار انتظاری به علاوه‌ی مقدارثابت λ، ضربدر واریان آن است که می‌توان به صورت $\sigma(x, y_1, y_2, ..., y_s) = \sum_{s\in\Omega} p_s \xi_s + \lambda \sum_{s\in\Omega} p_s (\xi_s - \sum_{s'\in\Omega} p_{s'} \xi_{s'})^2$ نوشت. ضریب λ، به عنوان ضریب ریسک گریزی است. هرچه میزان ریسک پذیری تصمیم گیرنده بیشتر باشد، مقدار λ کوچک‌تر انتخاب می‌شود. دومین جمله از تابع هدف (۵) (یعنی $p(\delta_1, \delta_2, ..., \delta_s)$) تابع جریمه‌ی امکان‌پذیری است که برای جریمه کردن تخطی از محدودیت‌های کنترل تحت بعضی از سناریوهاست. در حقیقت جمله‌ی اول مقدار استواری جواب را اندازه‌گیری می‌کند؛ در حالی که جمله‌ی دوم مقدار استواری مدل را اندازه‌گیری می‌کند. به کمک وزن ω می‌توان مبادله بین استواری جواب و استواری مدل در فرایند تصمیم‌گیری چندمعیاره را انجام داد.

همان طور که ملاحظه می‌کنید عبارت اول (استواری جواب) دارای توان دوم است و در مدل‌سازی شکل تابع درجه دوم (کوادراتیک) دارد. از این رو، یو و لی در سال ۲۰۰۰ در مقاله‌ی خود اظهار کردند که می‌توان برای سادگی محاسبات از فرمول زیر استفاده کرد.[۲۶]

$$\sigma(x, y_1, y_2, ..., y_s) = \sum_{s\in\Omega} p_s \xi_s + \lambda \sum_{s\in\Omega} p_s \left| \xi_s - \sum_{s'\in\Omega} p_{s'} \xi_{s'} \right| \tag{۶}$$

این تابع هدف همچنان غیرخطی است. آنها در ادامه‌ی پژوهش خود ثابت کردند که می‌توان با اضافه کردن متغیر انحراف، آن را به صورت خطی تبدیل کنند. در نهایت مدل آنها به شکل رابطه‌ی ۷ تبدیل می‌شود.

$$
\begin{aligned}
&Min \sum_{s\in\Omega} p_s \xi_s + \lambda \sum_{s\in\Omega} p_s [(\xi_s - \sum_{s'\in\Omega} p_{s'} \xi_{s'}) + 2\theta_s] + \omega \sum_{s\in\Omega} p_s \delta_s\\
&s.t\\
&Ax \leq b,\\
&\xi_s - \sum_{s'\in\Omega} p_{s'} \xi_{s'}) + \theta_s \geq 0, \qquad \forall s \in \Omega\\
&\theta_s \geq 0, \qquad \forall s \in \Omega
\end{aligned} \tag{۷}
$$

۴. مدل تعامل فضایی (تابع جاذبه)

معمولاً برای در نظرگرفتن محیط رقابتی، از دو روش نظریه‌ی بازی‌ها و تابع جاذبه استفاده می‌شود. در این پژوهش از تابع جاذبه، که توسط دیوید هاف[۲۴] ارائه شده است، استفاده می‌شود. در ادامه به توضیح این روش پرداخته می‌شود.

احتمال این‌که یک مشتری به سمت یک تسهیل معین جذب شود با جذابیت تسهیل رابطه‌ی مستقیم و با فاصله مشتری با تسهیل رابطه‌ی عکس دارد. مدل ارائه شده به صورت رابطه‌ی (۸) است.

$$p_{ij} = \frac{\frac{s_j}{d_{ij}}}{\sum_{j=1}^{n} \frac{s_j}{d_{ij}}} \tag{۸}$$

به طوری که در رابطه‌ی (۸)، p_{ij} احتمال این‌که مشتری در نقطه‌ی i به تسهیلی که در مکان j است، مراجعه کند را نشان می‌دهد. s_j معرف جذابیت تسهیلی است که در مکان j واقع شده است که این جذابیت، تحت تأثیر عوامل گوناگونی از جمله: اندازه‌ی تسهیل، قیمت کالا یا خدمات، کیفیت تجهیزات خدمت‌دهی یا کالای ارائه شده، سرعت ارائه‌ی خدمت و تعداد تجهیزات و ... است. d_{ij} نمایانگر مسافت بین گره i و j است.

در ادامه میانگین مشتریانی که در گره i تمایل دارند که از تسهیل j استفاده کنند، محاسبه می‌شود:

$$E_{ij} = p_{ij} C_i \tag{۹}$$

که در عبارت (۹)، E_{ij} نشان دهنده امید ریاضی تعداد مشتریانی از گره i است که تمایل دارند تا به تسهیلی که در مکان j قرار دارد مسافرت کنند و C_i نشان دهنده‌ی جمعیت موجود در مکان i است.

در نهایت، مجموع کل افرادی که تمایل دارند به تسهیلی که در مکان j واقع شده است، مراجعه کنند(T_j) از طریق رابطه‌ی (۱۰) محاسبه می‌شود.

$$T_j = \sum_{i=1}^{n} P_{ij} C_i = \sum_{i=1}^{n} E_{ij} \tag{۱۰}$$

۵. تعریف مسئله

در این بخش ساختار کلی مسئله توضیح داده می‌شود. فرض کنید مجموعه‌یی از گره‌های تقاضا در یک منطقه‌ی جغرافیایی قرار دارد. همچنین مجموعه‌یی از راه‌های حمل‌ونقل کاندید که برای ساخت یک شبکه‌ی حمل‌ونقل لازم است، تعریف شده است. تعدادی تسهیل از قبل در منطقه وجود دارد و شرکت وارد شونده می‌خواهد تعدادی تسهیل جدید در منطقه قرار دهد به طوری که بیشترین مطلوبیت انتظاری را کسب کند. این در حالی است که، مجموع هزینه‌ی سرمایه‌گذاری (شامل ایجاد تسهیل، ساختن راه‌های ارتباطی) و مجموع هزینه‌های عملیاتی (مثل هزینه‌ی حمل‌ونقل) کل سیستم نیز باید کمینه شود.

هزینه‌ی ایجاد مسیر ارتباطی بر عهده‌ی وزارت راه و شهرسازی است. ما در اینجا، مجموع هزینه‌های سیستم را کمینه می‌کنیم و سپس با توجه به جوابی که از مدل به دست می‌آوریم، هزینه‌های هر نهاد یا سازمان را از هم تفکیک و به آنها ابلاغ می‌کنیم.

۱.۵. مفروضات مسئله

فرضیاتی که می‌توان برای مدل در نظرگرفت به شرح زیر است.

۱. هر گره هم نشان دهنده‌ی نقاط تقاضاست و هم نشان دهنده‌ی نقاط کاندید برای ایجاد تسهیل جدید.

۲. همه‌ی تسهیلات دارای ظرفیت نامحدودند؛ ولی راه‌های ارتباطی دارای ظرفیت محدود هستند.

۳. تسهیلات فقط می‌توانند روی گره‌های شبکه واقع شوند و این امکان وجود ندارد که روی خطوط شبکه قرار بگیرند.

۴. روی هر گره حداکثر یک تسهیل می‌تواند واقع شود.

۵. ساختار کلی شبکه بر اساس سیستم مشتری به خدمت دهنده برنامه‌ریزی شده است؛ یعنی این‌که هر مشتری خودش باید به تسهیل مراجعه و خدمت خود را دریافت کند.

۶. همه‌ی هزینه‌های سفر متقارن است.

۷. همه‌ی تسهیلات (چه جدید و چه موجود) ناپایا هستند؛ یعنی به دلایلی ممکن است که از خدمت‌دهی خارج شوند.

۸. همه‌ی راه‌های ارتباطی شبکه جهت‌دار و پایا هستند.

۹. حداکثر یک تسهیل در واحد زمان خراب می‌شود.

۱۰. هر تسهیل واقع شده، می‌تواند به عنوان تسهیل پشتیبانِ حداکثر یک تسهیل دیگر قرار بگیرد.

۱۱. بین هر جفت گره حداکثر یک مسیر ارتباطی باید وجود داشته باشد.

۱۲. پارامترهای تقاضای مشتریان و هزینه‌ی حمل‌ونقل به صورت غیرقطعی‌اند.

۱۳. برای در نظرگرفتن محیط رقابتی، از تابع جاذبه استفاده شده است.

۲.۵. نمادگذاری‌ها

اندیس‌ها و پارامترها

E: مجموعه‌ی گره‌های شبکه

N: مجموعه‌ی گره‌هایی که از ابتدا در آن تسهیل وجود دارد

$N' = E - N$: مجموعه‌ی گره‌های کاندید برای قرارگیری تسهیل شرکت واردشونده

G: مجموعه‌ی راه‌های ارتباطی شبکه

s: سناریوهای مربوط به کل مسئله (ترکیب سناریوهای تقاضاها و سناریوهای هزینه‌ی حمل‌ونقل)

p_s: احتمال رخ دادن سناریوی s

C_i^s: تعداد مشتری در گره i تحت سناریوی s

d_{ij}: فاصله‌ی بین گره i و گره j

S_j: جذابیت تسهیلی که در مکان j واقع شده است.

f_i: هزینه‌ی ثابت بازکردن تسهیل در نقطه i

h_{ij}: هزینه‌ی ایجاد مسیر (i,j)

t_{ij}^s: هزینه‌ی مسافرت روی مسیر (i,j) تحت سناریوی s

V_{ij}: ظرفیت مسیر (i,j)

Q: تعداد تسهیلی که شرکت واردشونده باز می‌کند

M: تعداد کل تسهیلاتی که باز است

λ: ضریب مربوط به واریانس هزینه‌ها

ω: ضریب مربوط به استواری مدل

متغیرها

Z_{ik}: اگر تسهیل موجود در گره i به عنوان تسهیل اصلی و تسهیلی که در گره k قرار دارد به عنوان تسهیل پشتیبان باشد، ۱ و در غیر این صورت صفر

X_{ij}: اگر مسیر (i,j) ایجاد شود مقدار ۱ و در غیر این صورت مقدار صفر به خود می‌گیرد.

R_{ik}: متغیر دودویی برای ایجاد راه ارتباطی بین تسهیلات

Y_{ij}^{ks}: کسری از تقاضای مشتری k که روی مسیر (i,j) تحت سناریوی s حرکت می‌کند.

W_i^{ks}: کسری از تقاضای مشتری k که توسط تسهیل i تحت سناریوی s برآورده می‌شود.

δ_{ij}^{+s}: متغیر خطا مربوط به محدودیت کنترل

θ: متغیر انحراف از میانگین، برای خطی‌سازی تابع هدفِ استوار

۳.۵. توابع هدف

توابع هدف را می‌توان به صورت زیر نوشت:

$$\max \sum_{i\in E}\sum_{j\in N'}\sum_{k\in E}\sum_{s\in S} p_s C_i^s \frac{\frac{S_j}{d_{ij}}}{\sum_{j\in N'}\frac{s_j}{d_{ij}}} Z_{ik} \qquad (۱۱)$$

$$\min \sum_{i\in N'}\sum_{k\in E} f_i Z_{ik} + \sum_{(i,j)\in G} h_{ij} d_{ij} X_{ij} + \sum_{k\in E}\sum_{(i,j)\in G} C_k t_{ij} Y_{ij}^k \qquad (۱۲)$$

تابع هدف (۱۱) میانگین تعداد افرادی که به سمت تسهیل /تسهیلات واردشونده مراجعه می‌کنند را بیشینه می‌کند (تابع جذابیت). تابع هدف (۱۲) شامل هزینه‌های ایجاد تسهیلات، ایجاد راه‌های ارتباطی و هزینه‌های حمل‌ونقل است. در توضیح عبارت سوم باید گفت که $C_k Y_{ij}^k$، نشان دهنده‌ی تعداد افرادی است که از گره k روی مسیر (i,j) حرکت می‌کنند و t_{ij} هم بیانگر هزینه‌ی حمل‌ونقل به ازای هر نفر روی مسیر (i,j) است. در نتیجه ضرب این سه عبارت در هم و سپس جمع آنها (به ازای k ها و مسیرهای مختلف (i,j))، بیانگر کل هزینه‌ی حمل‌ونقل سیستم است.

حال اگر مسئله را در حالت عدم قطعیت در نظر بگیریم و پارامترهای تقاضای مشتریان و هزینه‌ی حمل‌ونقل را به صورت غیرقطعی در نظر بگیریم، آنگاه متغیر را می‌توان به صورت زیر تعریف کرد:

$$\xi_s = \sum_{i\in N'}\sum_{k\in E} f_i Z_{ik} + \sum_{(i,j)\in G} h_{ij} d_{ij} X_{ij} + \sum_{k\in E}\sum_{(i,j)\in G} C_k^s t_{ij}^s Y_{ij}^{ks} \qquad (۱۳)$$

بنابراین بر اساس آن‌چه که در مورد مدل بهینه‌سازی استوار گفته شد، تابع هدف (۱۲) را می‌توان به صورت زیر بازنویسی کرد:

$$\min \sum_{s\in S} p_s \xi_s + \lambda \sum_{s\in S} p_s (\xi_s - \sum_{s'\in S} p_{s'}\xi_{s'} + ۲\theta_s) + \omega \sum_{s\in S} p_s \delta_{ij}^{+s} \qquad (۱۴)$$

که اولین و دومین عبارت در تابع هدف ۱۴، به ترتیب نشان دهنده‌ی مقدار میانگین و واریانس هزینه‌ی کل است و کل دو عبارت بیانگر استواری جواب می‌باشد. سومین عبارت در تابع هدف ۱۴، نشان دهنده‌ی جریمه‌ی تخطی از محدودیت کنترل است که معرف استواری مدل، نسبت به ناموجه بودن محدودیت کنترل تحت سناریوی s است.

۴.۵. محدودیت‌ها

$$\sum_{i\in N'}\sum_{j\in E} Z_{ij} = Q \qquad (۱۵)$$

$$\sum_{i\in E}\sum_{k\in E} Z_{ik} = M \qquad (۱۶)$$

$$\sum_{k\in E} Z_{ik} + \sum_{j\in E, j\neq i} X_{ij} \geq ۱ \quad \forall i \in E \qquad (۱۷)$$

$$X_{ij} + X_{ji} \leq ۱ \qquad (i,j) \in G \qquad (۱۸)$$

$$\sum_{j\in E; j\neq i} Y_{ji}^{ks} = W_i^{ks} + \sum_{j\in E; j\neq i} Y_{ij}^{ks}$$

$$\forall i,k \in E : i \neq k, s \in S \qquad (۱۹)$$

$$\sum_{k\in E} Z_{ik} + \sum_{j\in E; j\neq i} W_j^{is} = ۱ \quad \forall i \in E, s \in S \qquad (۲۰)$$

$$\sum_{k\in E} Z_{ik} + \sum_{j\in E} Y_{ij}^{is} = ۱ \quad \forall i \in E, s \in S \qquad (۲۱)$$

$$W_i^{js} \leq \sum_{k\in E} Z_{ik} \quad \forall i,j \in E : i \neq j, s \in S \qquad (۲۲)$$

$$Y_{ij}^{ks} \leq X_{ij} \quad \forall i,j,k \in E, (i,j) \in G, s \in S \qquad (۲۳)$$

$$\sum_{k\in E} C_k^s Y_{ij}^{ks} - \delta_{ij}^{+s} \leq V_{ij} X_{ij} \ \forall (i,j) \in G, s \in S \qquad (۲۴)$$

$$\sum_{k\in E} Z_{ik} = ۱ \quad \forall i \in N \qquad (۲۵)$$

$$\sum_{k\in E} Z_{ik} \leq ۱ \quad \forall i \in E \qquad (۲۶)$$

$$\sum_{i\in E} Z_{ik} \leq \sum_{j\in E} Z_{kj} \quad \forall k \in E \qquad (۲۷)$$

$$Z_{ii} = ۰ \quad \forall i \in E \qquad (۲۸)$$

$$\xi_s - \sum_{s\in S} p_s \xi_s + \theta_s \geq ۰ \quad \forall s \in S \qquad (۲۹)$$

$$\theta_s \geq ۰ \qquad \forall s \in \Omega \qquad (۳۰)$$

$$X_{ij} \in \{۰, ۱\} \quad \forall (i,j) \in G \qquad (۳۱)$$

$$Z_{ik} \in \{۰, ۱\} \quad \forall i,k \in E : i \neq k \qquad (۳۲)$$

$$R_{ij} \in \{۰, ۱\} \quad \forall (i,j) \in G \qquad (۳۳)$$

$$Y_{ij}^{ks} \geq ۰ \quad \forall (ij) \in G, \forall k \in E, s \in S \qquad (۳۴)$$

$$W_i^{ks} \geq ۰ \quad \forall i,k \in E : i \neq k, s \in S \qquad (۳۵)$$

محدودیت ۱۵ نشان دهنده‌ی تعداد تسهیلی است که شرکت وارد شونده باز می‌کند. محدودیت ۱۶ تعداد کل تسهیلات (موجود و جدید) را نشان می‌دهد. محدودیت ۱۷ تضمین می‌کند که تقاضا در گره i یا توسط تسهیل موجود در گره i برآورده می‌شود یا این‌که توسط راه‌های ارتباطی به خارج از گره i منتقل می‌شود. محدودیت ۱۸ به این نکته اشاره دارد که بین دو گره حداکثر یک راه یک‌طرفه می‌توان ایجاد کرد. محدودیت ۱۹ بیان‌گر تعادل بین ورودی و خروجی گره‌هاست. محدودیت ۲۰ تأکید می‌کند که تقاضای گره i یا باید توسط تسهیل موجود در گره i برآورده شود یا اینکه توسط تسهیلات دیگر تأمین شود. محدودیت ۲۱ بیان می‌کند که اگر در گره i تسهیل باشد هیچ جریانی نباید از آن خارج شود وگرنه باید تقاضای آن به مناطقی دیگر حمل شود. محدودیت ۲۲ تضمین می‌کند گرهی می‌تواند تقاضاها را برطرف کند که در آن گره تسهیل وجود داشته باشد. محدودیت ۲۳ تأکید دارد که هنگامی می‌توان از یک مسیر برای حمل‌ونقل استفاده کرد که آن مسیر ابتدا ایجاد شده باشد. محدودیت ۲۴ نشان دهنده‌ی محدودیت ظرفیت مسیرهای ارتباطی است که مجموع جریان هر مسیر نباید بیشتر از ظرفیت آن مسیر باشد. محدودیت ۲۵ مکان تسهیلاتی که از ابتدا در منطقه وجود داشته‌اند را نشان می‌دهد. محدودیت ۲۶ به این نکته اشاره می‌کند که در یک مکان حداکثر می‌توان یک تسهیل قرار داد. محدودیت ۲۷ امکان انتخاب یک تسهیل را به عنوان تسهیل پشتیبان که به تازگی مستقر شده است را بررسی می‌کند. محدودیت ۲۸ تأکید می‌کند که هر تسهیل نمی‌تواند به عنوان تسهیل پشتیبان خودش انتخاب شود. محدودیت ۲۹ مربوط به واریانس هزینه در تابع هدف است. محدودیت‌های ۳۰ تا ۳۵ نشان دهنده‌ی متغیرهای به کار رفته در مسئله هستند.

۵.۵. روش حل

به دلیل این‌که مدل ما دو تابع هدفه است، برای حل مسئله از روش $L-p$ متریک استفاده شده است. این روش به دنبال کمینه‌سازی انحرافات توابع هدف از مقدار بهینه‌شان است. این روش نسبت به روش‌های دیگر از پیچیدگی کمتری برخوردار است و احتیاج کمتری به نظر تصمیم گیرنده دارد. در روش‌های دیگر، جواب نهایی تا حد زیادی به مقدار پارامتری که در آن مدل به کار می‌رود، بستگی دارد. برای مثال در روش $\varepsilon - Constraint$، جواب نهایی به مقدار ε بستگی دارد و تعیین مقدار نامناسب برای این پارامتر، ممکن است ما را از جواب مطلوب دور کند. در این روش ابتدا جواب‌های انفرادی برای بهینگی هر تابع هدف محاسبه و سپس تابع هدف کمینه می‌شود.

$$Minimize\left(\sum_{k=۱}^{q}\left[\gamma_k\left|\frac{f_k^* - f_k(x)}{f_k^*}\right|\right]^p\right)^{\frac{۱}{p}}$$

$$s.t.$$

$$X_a, X_a = \{x/g(x) \leq b_h, h = ۱, ۲, ..., g\} \qquad (۳۶)$$

در عبارت ۳۶، γ_k بیان‌گر درجه‌ی اهمیت (وزن) برای تابع هدف i ام است. $۱ \leq p \leq \infty$ پارامتر مشخص کننده‌ی خانواده $L-p$ است. ارزش p مشخص کننده‌ی درجه‌ی تأکید بر انحرافات موجود است. به گونه‌یی که هرچه مقدار p بزرگ‌تر باشد، تأکید بیشتری بر بزرگ‌ترین انحراف خواهد بود. معمولاً ارزش‌های $p = ۱$، $p = ۲$، و $p = \infty$ در محاسبات کارگرفته می‌شوند. $p = ۱$ نشان دهنده‌ی آن است که اهمیت یکسانی برای تمام انحرافات در نظرگرفته می‌شود. وقتی p به سمت بی‌نهایت میل می‌کند، بدان مفهوم خواهد بود که بزرگترین انحراف از انحرافات موجود، برای بهینه‌سازی در نظر گرفته می‌شود.[۲۷] هنگامی که $p = \infty$ ، مدل تبدیل به حالت Minmax می‌شود.[۲۸] در این پژوهش از $p = \infty$ استفاده شده است.

۶. مطالعه‌ی موردی

کاربرد مدل ریاضی ارائه شده در قالب یک مطالعه‌ی موردی خاص بیان می‌شود. هدف در اینجا بهبود دسترسی به دستگاه سی‌تی‌اسکن در استان فارس است.

استان فارس با مساحت ۱۲۲۶۰۸ کیلومترمربع، پنجمین استان وسیع ایران است. با توجه به موقعیت جغرافیایی، فارس یکی از استان‌های پیشرو در زمینه‌ی دارو و خدمات مرکز سلامت است. به علاوه، به دلیل خدمات سلامتی ارزان و نزدیکی به استان‌های محروم جنوب کشور تقاضا برای مراکز سلامت این استان به طور عجیبی افزایش یافته است. این استان دارای ۱۸ شهرستان با جمعیت نزدیک به ۴۵۹۶۶۵۸ است.

تا آن‌جایی که امکان داشته است داده‌های معتبر برای این مسئله جمع‌آوری شده‌اند. یک مرکز سی‌تی‌اسکن در شهرستان شیراز وجود دارد. به این ترتیب ۱۷ شهرستان دیگر به عنوان گره‌های بالقوه برای استقرار دستگاه سی‌تی‌اسکن جدید موجود است.

به دلیل این‌که استان فارس دارای یک سیستم حمایتی مؤثر و قوی برای جاده‌های حمل‌ونقل است، می‌توان فرض کرد که همه‌ی جاده‌ها در همه‌ی زمان‌ها پایا و در دسترس هستند. در شکل ۱، مراکز شهرستان‌ها و همچنین مراکزی که در آنها دستگاه سی‌تی‌اسکن مستقر هست را می‌توان مشاهده کرد.

دستگاهی که در این استان موجود است در بیمارستان دولتی قرار دارد. در نظر بگیرید که یک شرکت خصوصی می‌خواهد سه دستگاه سی‌تی‌اسکن جدید را در استان مستقر کند ($Q = ۳$)و با دستگاه سی‌تی‌اسکن موجود، رقابت کند. بنابراین تعداد کل تسهیلاتی که در استان وجود خواهد داشت به چهار عدد می‌رسد ($M = ۴$). طبق قرارداد بین بیمارستان‌ها، بیمارستان‌ها می‌توانند قراردادی مبنی بر این‌که در صورت ایجاد اختلال در تسهیلات خود، بیماران خود را به نزدیک‌ترین بیمارستانی که دارای آن تسهیل است، ارجاع دهند.

هزینه‌ی حمل‌ونقل برای هر مشتری به صورت احتمالی در نظرگرفته شده است؛ بدین صورت که با احتمال ۹٪، ۲٪ واحد پولی و با احتمال ۱٪، ۵٪ واحد پولی است. هزینه‌ی ایجاد مسیر ارتباطی به ازای هر کیلومتر، ۸۰۰۰۰ واحد پولی است. همچنین هزینه‌ی ثابت بازکردن تسهیل، ۳۵۰۰۰۰ واحد پولی است. هر مرکز اقامت به عنوان گره تقاضا در نظر گرفته می‌شود و مقدار تقاضا در سه سناریو به صورت ۵، ۱۰ و ۱۵ درصدِ جمعیت هر شهر و با احتمال یکسان برای هر سناریو در نظر گرفته شده است. بنابراین بر اساس قاعده‌ی ضرب تعداد کل سناریوها در این مسئله ۶ عدد است ($۶ = ۳ \times ۲$) به علت محدودیت مقاله بقیه پارامترها در این‌جا ذکر نشده است.

شکل ۱. نقشه جغرافیایی استان فارس.

مسئله به وسیله نرم‌افزار GAMS و حل‌کننده‌ی CPLEX حل شده است که نتایج در شکل ۲ نمایش داده شده است. بر اساس شکل ۲، مقدار $z_{۸,۱۱}$، $z_{۱۱,۶}$، $z_{۱۲,۸}$ و $z_{۶,۱۲}$ مقدار یک به خود می‌گیرند. این بدان مفهوم است که مکان‌های بهینه برای تسهیلات شرکت وارد شونده، گره‌های ۶، ۸ و ۱۲ یعنی شهرستان‌های مرودشت، استهبان و فسا هستند. به علاوه، تسهیلات واقع شده در گره‌های ۶، ۸، ۱۱ و ۱۲ به ترتیب به عنوان تسهیل پشتیبانِ تسهیلات واقع شده در گره ۱۱، ۱۲، ۸ و ۶ است. بنابر جواب به دست آمده، بیماران شهرستان‌های ۱، ۲، ۳، ۴ و ۵ به شهرستان ۶، شهرستان‌های ۷، ۹، ۱۶ و ۱۰ به شهرستان ۱۱، شهرستان‌های ۱۳ و ۱۴ به شهرستان ۸ و در نهایت، شهرستان‌های ۱۶، ۱۷ و ۱۸ به شهرستان ۱۲ تخصیص داده می‌شوند. همچنین تعدادی مسیر ارتباطی بین شهرستان‌ها ایجاد شده است که در شکل ۲، با پیکان‌های جهت‌دار مشخص شده است.

همان طورکه در شکل ۲ نشان داده شد، بعضی از شهرها برای دریافت خدمت، به صورت مستقیم به مرکزی که دارای تسهیل هست، مراجعه می‌کنند (بدون گره میانی) و بعضی از شهرها با عبور از شهرهای میانی (گره‌های میانی) خود را به تسهیل مورد نظر می‌رسانند.

بار دیگر مسئله با استفاده از $p = ۱$ نیز حل شد. نتایج حاصل از این حل نشان می‌دهد که متغیرهای $z_{۹,۱۱}$، $z_{۸,۹}$، $z_{۱۱,۶}$ و $z_{۶,۸}$ مقدار ۱ به خود می گیرند. با توجه به جواب به دست آمده، مشخص می‌شود که شهرستان‌های استهبان، مرودشت و نورآباد به عنوان مکان‌های تسهیلات شرکت وارد شونده انتخاب می‌شوند. با مقایسه‌ی این جواب با جواب $p = \infty$، می‌توان دریافت که در جواب بهینه $p = ۱$، شهرستان نورآباد جای شهرستان فسا قرار می‌گیرد.

۱.۶. تحلیل حساسیت

برای تحلیل حساسیت، دو پارامتر λ و ω به صورت جداگانه و هم‌زمان بررسی می‌شود. همچنین پارامتر Q نیز به عنوان یکی از پارامترهای کلیدی مسئله است که بررسی می‌شود. به علاوه، معاوضه‌یی بین هزینه (استواری جواب) و میزان ناموجه بودن محدودیت کنترل (استواری مدل) به ازای ω های مختلف انجام می‌شود. برای تحلیل حساسیت، پارامترهای دیگر ثابت فرض شده است و پارامتری که روی آن تحلیل حساسیت انجام می‌گیرد، تغییر می‌کند.

شکل ۲. جواب بهینه مطالعه مورد بررسی.

۱.۱.۶. تغییر در پارامتر λ

پارامتر λ یکی از پارامترهای مهم در مدل ارائه شده است که می‌تواند روی جواب بهینه تأثیر داشته باشد. در شکل ۳ تأثیر پارامتر λ روی تابع هدف هزینه نشان داده شده است. مطابق شکل ۳، می‌توان نتیجه گرفت که مقدار تابع هدفِ هزینه با افزایش مقدار λ افزایش می‌یابد. به عبارت دیگر، میزان تابع هدف، به پارامتر وزنی واریانس حل (λ) ـ که از سوی تصمیم گیرندگان تعیین می‌شود - حساس است و تغییرهای آن، بر تابع هدف تأثیر شایان توجهی دارد؛ بنابراین، تعیین مناسب و کارآمد این پارامتر، کیفیت جواب حل را به‌اندازه‌ی قابل توجهی بهبود می‌بخشد. همان طور که در شکل ۳ مشخص هست، افزایش تابع هدف نسبت به پارامتر λ، یک افزایش خطی با شیب ثابت است.

۲.۱.۶. تغییر در پارامتر ω

یکی دیگر از پارامترهای مهم مسئله که نقش مهمی را در جواب بهینه ایفا می‌کند، پارامتر ω است. شکل ۴ تغییرات رویه مقدار تابع هدفِ هزینه براساس مقادیر متفاوت ω را نشان می‌دهد. این شکل نشان می‌دهد که هنگامی که مقدار ω افزایش می‌یابد، مقدار تابع هدف نیز افزایش می‌یابد. به دلیل این‌که با افزایش ω، عملاً اهمیت بیشتری به محدودیت کنترل داده می‌شود و مقدار نقض محدودیت کنترل کمتر می‌شود، با افزایش ω مقدار تابع هدف به نسبت کمتری افزایش پیدا می‌کند. به عبارت دیگر، با افزایش ω ، شیب افزایش تابع هدف کمتر می‌شود.

۳.۱.۶. تغییر هم‌زمان در پارامترهای λ و ω

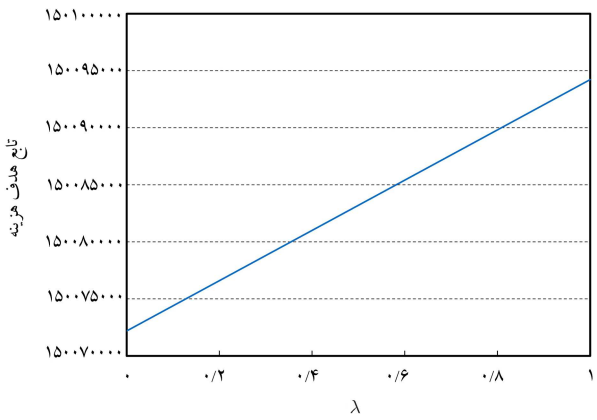
در این قسمت، تغییرات تابع هزینه، به ازای تغییر در هر دو پارامتر λ و ω بررسی می‌شود. در تکرارهای مختلف، پارامتر λ بامقدار ۰/۱ و پارامتر ω با مقدار ۱۰ افزایش پیدا می‌کند. نمودار این تغییر در شکل ۵ آورده شده است. همان طور که ملاحظه می‌شود، در این حالت نیز مانند دو حالت قبل، با افزایش هر دو پارامتر، مقدار تابع هدف هزینه نیز افزایش پیدا می‌کند و این همان چیزی است که در واقعیت انتظار داریم اتفاق بیفتد.

۴.۱.۶. تغییر در تعداد تسهیل شرکت واردشونده

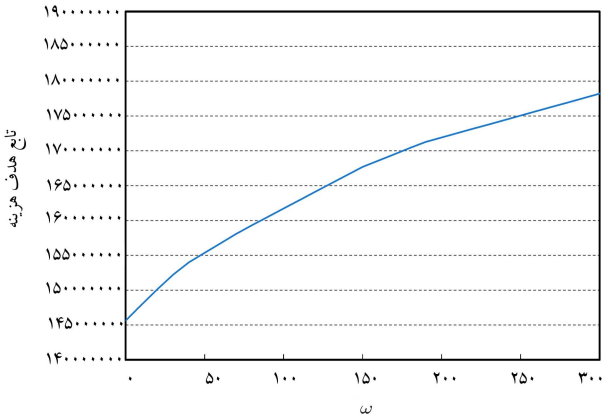
یکی دیگر از پارامترهای مهم مسئله، تعداد تسهیل شرکت وارد شونده (Q)، است. در شکل ۶، تأثیر این پارامتر بر روی تابع هزینه نشان داده شده است. روند کلی تابع هدف، با افزایش تعداد تسهیل، یک روند صعودی است. در نقاط ۵ و ۸، به دلیل اینکه تعداد راه ارتباطی کمتری نیاز بوده است، تابع هزینه کاهش پیدا کرده است.

۵.۱.۶. معاوضه‌ی استواری جواب و استواری مدل

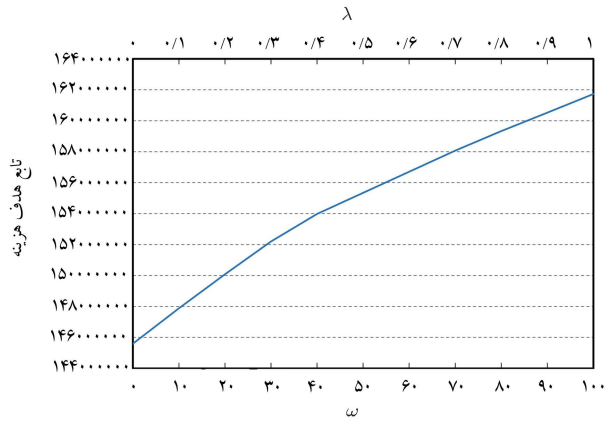
معاوضه بین استواری جواب و استواری مدل به ازای مقادیر مختلف ω، در شکل ۷ نشان داده شده است. این معاوضه می‌تواند به تصمیم گیرندگان برای تعیین وزن مناسب ω کمک کند. بر اساس شکل ۷، با افزایش مقدار ω، مقدار هزینه‌ی کل که نشان دهنده‌ی استواری جواب است، افزایش می‌یابد؛ در حالی که، مقدار تقاضاهای برآورده نشده که نشان دهنده‌ی استواری مدل است، کاهش می‌یابد و با افزایش بسیار زیاد وزن ω، این مقدار (مقدار تقاضاهای برآورده نشده) به صفر میل می‌کند. این نتایج با نتایج به دست آمده توسط مولوی و رژینسکی مطابقت دارد.[۲۹]



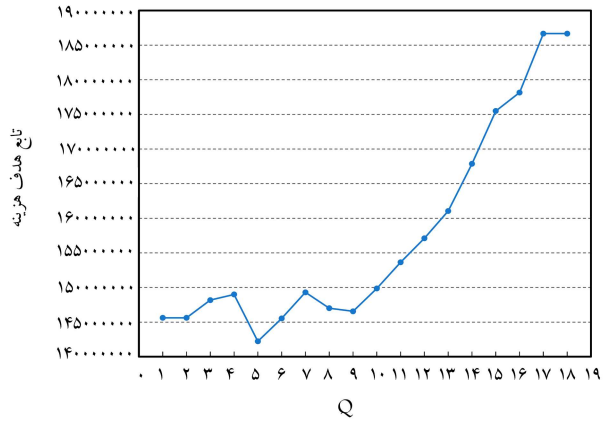
شکل ۳. نمودار تحلیل حساسیت پارامتر λ.



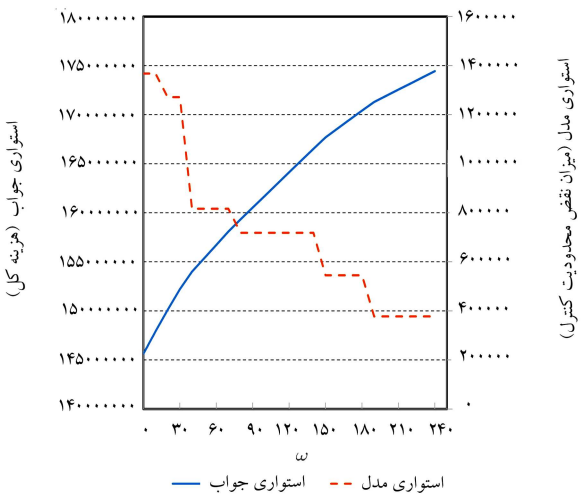
شکل ۴. نمودار تحلیل حساسیت پارامتر ω.



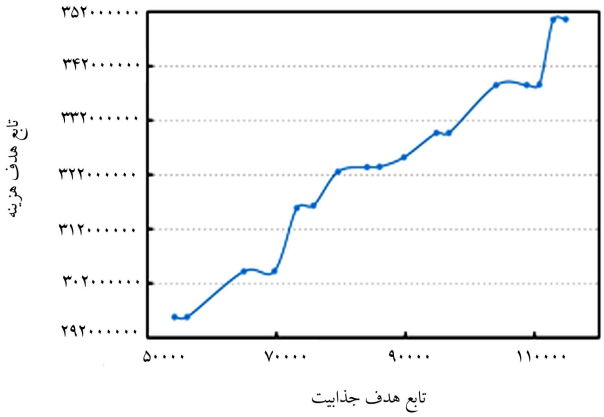
شکل ۵. نمودار تغییر تابع هدف به ازای تغییر هم‌زمان λ و ω.



شکل ۶. تغییرات تابع هزینه به ازای تغییر مقدار Q.



شکل ۷. معاوضه بین استواری مدل و استواری جواب.



شکل ۸. نمودار تبادل اهداف.

طبق نمودار شکل ۷، بهترین مقدار ω را می‌توان برابر ۸۰ در نظرگرفت. زیرا با پذیرفتن فقط ۸٪ هزینه‌ی اضافی - نسبت به حالتی که $\omega = 0$ است - به اندازه‌ی ۹۰٪ از میزان نقض محدودیت کنترل کاسته می‌شود.

۶.۱.۶. بررسی نقاط پاراتو

شکل ۸، تبادل توابع هدف هزینه و جذابیت را از طریق تعیین رابطه‌ی نقاط پاراتو نشان می‌دهد. هر دو نقطه پاراتو باید نسبت به هم ناچیره باشند و این درست زمانی اتفاق می‌افتد که جواب‌های x_1 و x_2 دیگری را چیره نکنند. این موضوع را می‌توان در شکل ۸ نیز یافت؛ به این صورت که هیچ یک از نقاط موجود روی این نمودار نسبت به هم برتری ندارند و اصطلاحاً هم‌دیگر را مغلوب نمی‌کنند. مجموعه‌یی از جواب‌های پاراتو مسئله از طریق رویکرد $\varepsilon - constraint$ با گام‌های زیر برای یک مسئله‌ی دوهدفه به دست آمده است (با این فرض که هر دو تابع هدف از نوع بیشینه باشند.)

گام ۱. مدل زیر را حل کنید.

$$Max f_1(x)$$
$$s.t.$$
$$Ax \leq b, x \geq 0 \qquad (۳۷)$$

جواب مسئله‌ی فوق را به صورت زیر در نظر بگیرید: $f_1(x_1^*) = f_1^*, x^*$

گام ۲. مدل (۳۸) رانیز حل کنید.

$$Max f_2(x)$$
$$s.t.$$
$$Ax \leq b, x \geq 0 \qquad (۳۸)$$

جواب حاصل از مسئله را به صورت زیر در نظر بگیرید: $f_2(x_2^*) = f_2^*, x_2^*$ مجموعه‌ی $\{x_1^*, x_2^*\}$ را به دست آورید.

گام ۴. مقدار تابع هدف دوم را از طریق جایگزین کردن نقطه‌ی x_1^* در آن به دست آورید. (یعنی مقدار $f_2(x_1^*)$ را به دست آورید) و جواب آن را به صورت $f_2(x)_{min} = f_2(x_1^*)$ در نظر بگیرید.

گام ۵. مقدار ε_{2j} را به صورت بازه‌ی $f_2(x)min \leq \varepsilon_{2j} \leq f_2(x_2^*)$ در نظر بگیرید و این فاصله را به ۱۰ قسمت تقسیم کنید و به گام ۶ بروید.

گام ۶. به ازای هر یک از قسمت‌های ε_{2j}، مدل زیر را حل کنید.

$$Max f_1(x)$$
$$s.t.$$
$$Ax \leq b$$
$$f_2(x) \leq \varepsilon_{2j} \qquad (۳۹)$$

گام ۷. هر جواب به دست آمده برای امکان‌پذیربودن را بررسی کنید. اگر جواب‌ها امکان‌پذیر باشد و محدودیت $f_2(x) \geq \varepsilon_{2j}$ هم binding باشد (یعنی سمت چپ و راست معادله باهم برابر باشد) آنگاه یک نقطه‌ی NDS [۹] به دست آمده است.

گام ۸. برای نقاط به دست آمده، مقادیر توابع هدف را محاسبه کنید و سپس منحنی نقاط پاراتو را رسم کنید.

در اینجا تابع هدفِ هزینه را به صورت {تابع هدف هزینه} ـ Max در نظر گرفته و در انتها جواب به دست آمده قرینه شده است.

۷. نتیجه‌گیری

در این مقاله مدل برنامه‌ریزی خطی عدد صحیح مختلط دو تابع‌هدفه برای مسئله‌ی مکان‌یابی تسهیلات - طراحی شبکه در محیط رقابتی در شرایط عدم قطعیت و اختلال در تسهیل ارائه شده است. توابع هدف در این مدل شامل کمینه کردن هزینه‌ها و بیشینه کردن جذابیت تسهیل برای مشتریان است. در این مدل، تقاضای مشتریان و هزینه‌ی حمل‌ونقل به صورت غیرقطعی در نظرگرفته شد. برای مقابله با عدم قطعیت از روش استوار مولوی که مبتنی بر سناریو است، استفاده شد. همچنین به دلیل این‌که امکان خرابی و از دسترس خارج شدن تسهیلات وجود داشت، برای بالابردن قابلیت اطمینان سیستم از تسهیل پشتیبان استفاده شد. از طرفی دیگر، برای تک‌هدفه کردن مسئله از روش $L - P$ متریک استفاده شد. در نهایت، برای نشان دادن کارایی مدل از یک مطالعه‌ی موردی در زمینه‌ی مکان‌یابی دستگاه سی‌تی‌اسکن در استان فارس استفاده شد. به علاوه، برای فراهم کردن درک روشنی از مدل تحلیل حساسیت روی پارامترهای کلیدی مسئله انجام شد.

نظر به این‌که در صورتی که تعداد سناریوها افزایش پیدا کند، دیگر روش‌های دقیق قادر به حل مسئله نیستند و مسئله Np-hard می‌شود، از جمله موضوعاتی که می‌توان برای پژوهش‌های آینده به آن اشاره کرد این است که از روش‌های ابتکاری و فرابتکاری مانند جستجوی ممنوع (TS) و بهینه‌سازی ذرات (PSO) و غیره برای حل مسئله استفاده شود. همچنین می‌توان پارامترهای مسئله را به صورت فازی یا خاکستری در نظرگرفت و مسئله را مجدداً بررسی کرد. به علاوه، می‌توان با در نظر گرفتن ظرفیت تسهیلات، هزینه‌های مشتری از دست رفته و تأخیر را نیز به مسئله اضافه کرد.

پانوشت‌ها

1. stochastic
2. facility location network design problem
3. cut-set
4. tractable robust approach
5. design variable
6. control variables
7. structural constraints
8. control constraints
9. non dominated solution

منابع (References)

1. Daskin, M.S., Hurter, A.P. and Vanbuer, M.G. "Toward an integrated model of facility location and transportation network design", *The Transportation Center, Northwestern University*, **35**(6), pp.515-538 (1993).
2. JabalAmeli, M.S. and Mortezaei, M. "A hybrid model for multi-objective capacitated facility location network design problem", *International Journal of Industrial Engineering Computations*, **2**(3), pp. 509-524 (2011).
3. Drezner, Z. and Wesolowsky, G.O. "Network design: selection and design of links and facility location", *Transportation Research Part A: Policy and Practice*, **37**(3), pp. 241-256 (2003).
4. Contreras, I., Fernández, E. and Reinelt, G. "Minimizing the maximum travel time in a combined model of facility location and network design", *Omega*, **40**(6), pp. 847-860 (2012).
5. Rahmaniani, R. and Ghaderi, A. "A combined facility location and network design problem with multi-type of capacitated links", *Applied Mathematical Modelling*, **37**(9), pp. 6400-6414 (2013).
6. Ghaderi, A. and Jabalameli, M.S. "Modeling the budget-constrained dynamic uncapacitated facility location-network design problem and solving it via two efficient heuristics: a case study of health care", *Mathematical and Computer Modelling*, **57**(3), pp. 382-400 (2013).
7. Rahmaniani, R. and Ghaderi, A. "An algorithm with different exploration mechanisms: Experimental results to capacitated facility location/network design problem", *Expert Systems with Applications*, **42**(7), pp. 3790-3800 (2015).
8. Lim, M., Daskin, M.S., Bassamboo, A. and et al. "Facility location decisions in supply chain networks with random disruption and imperfect information", *Working Paper, Department of Business Administration, University of Illinois*, **15**(2), pp. 165-165 (2009).
9. Jabbarzadeh, A., Jalali-Naini, S.G., Davoudpour, H. and et al. "Designing a supply chain network under the risk of disruptions", *Mathematical Problems in Engineering* , Article ID 234324, p.23 (2012).
10. Alcaraz, J., Landete, M. and Monge, J.F. "Design and analysis of hybrid metaheuristics for the reliability p-median problem", *European Journal of Operational Research*, **222**(1), pp. 54-64 (2012).
11. Shishebori, D. and Jabalameli, M.S. "Improving the efficiency of medical services systems: a new integrated mathematical modeling approach", *Mathematical Problems in Engineering*, 2013, pp. 13 (2013).
12. Shishebori, D., Snyder, L. and Jabalameli, M. "A reliable budget-constrained FL/ND problem with unreliable facilities", *Networks and Spatial Economics*, **14**(3), pp. 549-580 (2014).
13. Shishebori, D. "Study of facility location-network design problem in presence of facility disruptions: a case study", *IJE TRANSACTIONS A: Basics*, **28**(1), pp. 97-108 (2015).
14. Rosa, V.D., Hartmann, E., Gebhard, M. and et al. "Robust capacitated facility location model for acquisitions under uncertainty", *Computers & Industrial Engineering*, **72**, pp. 206–216 (2014).
15. Hatefi, S.M. and Jolai, F. "Robust and reliable forward-reverse logistics network design under demand uncertainty and facility disruptions", *Applied Mathematical Modelling*, **38**, pp. 2630-2647 (2014).
16. Baghalian, A., Rezapour, S. and Farahani, R.Z. "Robust supply chain network design with service level against disruptions and demand uncertainties: A real-life case", *European Journal of Operational Research*, **227**, pp. 199–215 (2013).
17. An, Y., Zeng, B., Zhang, Y. and et al. "Reliable p-median facility location problem: two-stage robust models and algorithms", *Transportation Research Part B*, **64**, pp. 54–72 (2014).
18. Gülpinar, N., Pachamanova, D., and Çanakoglu, E. "Robust strategies for facility location under uncertainty", *European Journal of Operational Research*, **225**, pp. 21-35 (2013).
19. Shishebori, D. and Yousefi Babadi, A. "Robust and reliable medical services network design under uncertain en-

vironment and system disruptions", *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, **77**, pp. 268-288 (2015).

20. Ashtiani, M.G., Makui, A. and Ramezanian, R. "A robust model for a leader-follower competitive facility location problem in a discrete space", *Applied Mathematical Modelling*, **37**(1), pp. 62-71 (2013).
21. Wang, X. and Ouyang, Y. "A continuum approximation approach to competitive facility location design under facility disruption risks", *Transportation Research Part B: Methodological*, **50**, pp. 90-103 (2013).
22. Shiode, S., Yeh, K.Y. and Hsia, H.C. "Optimal location policy for three competitive facilities", *Computers & Industrial Engineering*, **62**(3), pp. 703-707 (2012).
23. Küçükaydın, H., Aras, N., Kuban Altınel, İ. "A leader–follower game in competitive facility location", *Computers & Operations Research*, **39**(2), pp. 437-448 (2012).
24. Huff, D.L. "Defining and estimating a trading area", *Journal of Marketing*, **28**, pp. 34-38 (1964).
25. Mulvey, J.M., Vanderbei, R.j. and Zenios, S.A. "Robust optimization of large-scale systems," *Operations Research*, **43**, pp. 264-281 (1995).
26. Yu, C.S. and Li, H.L. "A robust optimization model for stochastic logistic problems", *Int. J. Production Economics*, **64**, pp. 385-397 (2000).
27. Asgharpour, M.J. "Multiple criteria decision making, Iran:" *Tehran University Publications*, pp. 12-15 (1998).
28. Noorossana, R. and Kamali Ardakani, M. "Robust parameter design using An L-p metric", *International Journal of Industiral Engineering & Producion Management*, **19**(4), pp. 63-70 (2008).
29. Mulvey, J.M. and Ruszczyński, A. "A new scenario decomposition method for large-scale stochastic optimization", *Operations Research*, 43, pp. 477-490 (1995).