مهندسی صنایع و مدیریت شریف (زمستان ۱۳۹۸)
دوره‌ی ۱-۳۵، شماره‌ی ۲/۲، ص. ۱۱۹-۱۲۸، (یادداشت فنی)

Research Note

ارائه‌ی یک مسئله‌ی غیرخطی تولید - توزیع پیشنهادی با دو رویکرد حل برنامه‌ریزی غیرخطی و الگوریتم ژنتیک

امیر حسین نوبیل (استاد مدعو)
دانشکده‌ی مدیریت و حسابداری، دانشگاه غیرانتفاعی پرندک، مرکزی
سید حمیدرضا پسندیده* (دانشیار)
دانشکده‌ی فنی، گروه مهندسی صنایع، دانشگاه خوارزمی
حجت نبوتی (استادیار)
دانشکده‌ی فنی و مهندسی، دانشگاه آزاد اسلامی واحد ساوه

یکی از موضوعات بسیار مهم در بهینه‌سازی مسائل زنجیره‌ی تأمین، مسائل تولید - توزیع است. در این مقاله یک مسئله‌ی تولید - توزیع برای یک شبکه‌ی زنجیره‌ی تأمین دوسطحی شامل تولیدکنندگان و توزیع‌کنندگان ارائه شده است. مدل پیشنهادی یک برنامه‌ریزی غیرخطی پیوسته است که محدودیت‌های ظرفیت انبار و ظرفیت تولید کالاها را شامل می‌شود. در این مسئله‌ی پیشنهادی سعی می‌شود که مقدار محصول ارسالی و حمل توسط هر وسیله‌ی نقلیه با توجه به بیشینه کردن میانگین سود کالاهای ارسالی از تولیدکنندگان به توزیع‌کنندگان به‌دست آید. در این پژوهش ثابت می‌شود که این مسئله یک برنامه‌ریزی غیرخطی محدب است؛ زیرا تابع هدف مدل محدب است و محدودیت‌های آن نیز خطی‌اند. در ادامه این مسئله‌ی غیرخطی پیشنهادی با دو روش الگوریتم ژنتیک و روش کمینه کردن بدون محدودیت ترتیبی با رویکرد تندترین شیب حل شده است.

واژگان کلیدی: مدیریت زنجیره‌ی تأمین، مسئله‌ی تولید - توزیع، برنامه‌ریزی غیرخطی، تندترین شیب، الگوریتم ژنتیک.

amirhossein.nobil@yahoo.com
shr_pasandideh@khu.ac.ir
hnabovati@iau-saveh.ac.ir

۱. مقدمه

مدیریت زنجیره‌ی تأمین یک مجموعه از روش‌هایی است که برای یکپارچه کردن مؤثر عرضه‌کنندگان، تولیدکنندگان و سیستم‌های توزیع به‌کار می‌رود تا محصولات مورد نیاز به مقدار مشخص در زمان و مکان معین تولید و به مشتریان عرضه شوند و هزینه‌های کل زنجیره‌ی تأمین کمینه شود و نیاز مشتریان درکوتاه‌ترین زمان ممکن صورت پذیرد.[۱و۲]

زنجیره‌ی تأمین می‌تواند به‌صورت یک سیستم یکپارچه‌ی هماهنگ‌سازی فرایندهای کسب‌وکار، به‌منظور تأمین مواد خام و قطعات، تبدیل این مواد خام و قطعات به محصولات نهایی و توزیع این محصولات به خرده‌فروشان یا مشتریان تعریف شود.[۳]

در یک زنجیره‌ی تأمین متداول تولیدکنندگان مستقل، عمده‌فروشان و خرده‌فروشان به‌عنوان نهادهای مجزای کسب‌وکار هر یک جداگانه به دنبال بیشینه کردن سود خود هستند؛ هر چند این هدف در نهایت منجر به سود برای کل سیستم می‌شود. امروزه ثابت می‌شود تصمیمات سیستم تولید و توزیع به‌هم مرتبط است و باید به‌طور هم‌زمان و به‌صورت یکپارچه بررسی شود.[۴]

نقش موجودی‌های نقش اصلی در موفقیت یا شکست زنجیره‌ی تأمین است. بر همین اساس، هماهنگی سطوح موجودی در سرتاسر زنجیره‌ی تأمین حائز اهمیت است. با توسعه‌ی برنامه‌ریزی به‌صورت متمرکز و زنجیره‌ی تأمین یکپارچه طبیعتاً مدل‌هایی ارائه می‌شوند که حل آنها بسیار مشکل است. به‌همین دلیل راه‌حل‌هایی در پژوهش‌های پیشین در جهت نزدیکی به راه حل‌های بهینه برای مسائل با اندازه‌های کوچک و متوسط ارائه شده‌اند.[۵]

در بیشتر مطالعات انجام شده در حوزه‌ی سیستم‌های تولید - توزیع مدل‌سازی به‌صورت مدل‌سازی خطی تبیین شده که در ادامه مروری بر مطالعات صورت گرفته شده است؛ اما در مسائل دنیای واقعی با توجه به پیچیدگی‌های مدل تولید - توزیع و با توجه به وابستگی متغیرهای مسئله نیاز به مدل‌سازی غیرخطی احساس می‌شود.

به‌علاوه، به دست آوردن جواب مسائل غیرخطی با متغیرهای گسسته (عدد

* نویسنده مسئول

تاریخ: دریافت ۱۳۹۵/۱۲/۲۳، اصلاحیه ۱۳۹۷/۸/۲۱، پذیرش ۱۳۹۷/۸/۲۸.
DOI:10.24200/J65.2018.6767.1542

صحیح پیوسته مقید)، کار بسیار مشکلی است و پیچیده‌تر از مسائل متغیرهای پیوسته‌ی واقعی است. اولین و مرسوم‌ترین روش‌های بهینه‌سازی متعلق به جستجوی تکرارشونده یا رویکرد مبتنی‌بر گرادیان است،[۶] که بارباراگلو و اوزگر سال ۱۹۹۹،[۵] جابارمان و پیرکول سال ۲۰۰۱،[۷] سیام سال ۲۰۰۲[۸] و نیشی و همکاران سال ۲۰۰۷[۹] از روش گرادیان برای برخی از مسائل زنجیره‌ی تأمین استفاده کرده‌اند.

یکی از مهم‌ترین این روش‌های تکرار شونده، روش کمینه کردن بدون محدودیت ترتیبی است که شامل حل توالی از مسائل بهینه‌سازی بدون محدودیت است، بدین صورت که هر مرحله، یک مسئله‌ی بهینه‌سازی مقید است که برای هر یک از محدودیت‌ها با اضافه کردن یک جریمه (پنالتی) به تابع هدف ایجاد می‌شود. این عمل موجب می‌شود که جواب از فضای موجه خارج نشود. همچنین، در هر مرحله، جواب به دست آمده با استفاده از روش‌های بهینه‌سازی بدون محدودیت در منطقه‌ی موجه است؛ در غیر این‌صورت، یک مسئله‌ی جدید اما مرتبط با بهینه‌سازی بدون محدودیت ساخته شده است و از جواب قبلی به‌عنوان نقطه‌ی آغازین استفاده می‌شود.[۱۰]

۲. پیشینه‌ی تحقیق

بیشتر مدل‌های ارائه شده در زنجیره‌ی تأمین در تحقیقات گذشته را می‌توان به چند حیطه‌ی مدل‌های برنامه‌ریزی تولید - توزیع، مدل‌های برنامه‌ریزی تولید - موجودی، مدل‌های خریدار - فروشنده و مدل‌های مکان‌یابی - تخصیص دسته‌بندی کرد. چالدرا و فیشر در سال ۱۹۹۴ مدلی با عنوان برنامه‌ریزی هماهنگ تولید - توزیع با هدف کمینه کردن هزینه‌های راه‌اندازی، تولید، حمل‌ونقل محصولات تولیدی به خرده‌فروش و هزینه‌های موجودی ارائه کردند.[۱۱]

آرتنز و همکارانش در سال ۱۹۹۵ مدلی از نوع برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط برای کمینه کردن هزینه‌ی کل زنجیره‌ی عرضه و چرخه‌ی زمان عبور کالا و مواد اولیه از میان زنجیره‌ی عرضه ارائه کردند.[۱۲] پیرکول و جایارمان در سال ۱۹۹۸ مدلی یکپارچه از نوع برنامه‌ریزی مختلط صفر و یک با هدف کمینه کردن هزینه‌های ثابت استقرار، انبارش هزینه‌ی متغیر تولید - توزیع و هزینه‌ی حمل مواد اولیه و محصول نهایی ارائه کردند.[۱۳]

سبری و بیامون در سال ۲۰۰۰ یک مدل چندهدفه را برای برنامه‌ریزی راهبردی و عملیاتی در زنجیره‌ی عرضه با هدف کمینه کردن هزینه‌های زنجیره‌ی عرضه در سطح عملیاتی با استفاده از فرمول‌های تعیین مقیاس اقتصادی مقدار خرید مواد اولیه و مقدار توزیع ارائه کردند.[۱۴]

ژو و همکاران در سال ۲۰۰۰ با ارائه‌ی یک مدل از نوع برنامه‌ریزی آرمانی برای صنایع با فرایندهای پیوسته در راستای بهینه‌سازی کل زنجیره‌ی عرضه، مدلی را برای بهینه‌سازی چهار هدف در حوزه‌ی اقتصادی، اجتماعی، منابع و محیط معرفی کردند.[۱۵] لی و کیم در سال ۲۰۰۲ با در نظرگرفتن محدودیت منابع مختلف سیستم تولید چند کارخانه‌یی، چندمحصولی و چنددوره‌یی را عرضه کردند.[۱۶]

هال و پاتس در سال ۲۰۰۳ مدلی در خصوص هماهنگی زمان‌بندی دسته‌بندی و ارسال را بررسی کردند و روشی را با رویکرد برنامه‌ریزی پویا معرفی کردند.[۱۷] در ادامه و در همان سال، هالا و بولفین این مسئله را توسعه دادند و یک روش شاخه و کران را برای آن ارائه کردند.[۱۸]

چن و وایراکتاراکیس[۱۹] و پاندورا و چن[۲۰] در سال ۲۰۰۵ نشان دادند که استفاده از زمان‌بندی یکپارچه‌ی تولید - توزیع منافع بیشتری نسبت به زمان‌بندی غیرمتمرکز دارد. همچنین، مقالات مروری متعددی نظیر مقاله‌های سارمنتو و نگی،[۲۱] گوتسچالک و همکارانش،[۲۲] بیلگن و اوخاهان[۲۳] و چن[۲۴] در این حوزه وجود دارد.

لی و وایرکتاراکیس در سال ۲۰۰۷ برای یک مسئله‌ی زمان‌بندی تولید - توزیع با دو ماشین و با در نظر گرفتن بسته‌بندی ارائه دادند.[۲۵] آن‌ها از یک روش ابتکاری حل این مسئله‌ی پیشنهادی استفاده کردند.

آرمسترانگ و همکاران در سال ۲۰۰۸،[۲۶] دیواپریا و همکاران در سال ۲۰۰۶[۲۷] وگیسمار و همکاران در سال ۲۰۰۸[۲۸] بر روی مسائلی که شامل محصولات فاسد شدنی بودند و باید در زمان مشخصی به دست مشتری برسند، کار کردند. آموریم و همکاران در سال ۲۰۱۲ مدل چندهدفه‌ی یکپارچه‌ی تولید و توزیع برنامه‌ریزی از محصولات فاسد شدنی را ارائه کردند.[۲۹] مئی‌سل و همکاران در سال ۲۰۱۳ مدل تولید - توزیع شبکه‌ی یکپارچه و برنامه‌ریزی حمل‌ونقل چندوجهی در مقیاس بزرگ را تولید کردند و برای حل آن یک رویکرد ابتکاری ارائه دادند.[۳۰] لیو و پاپاجئورگیو در سال ۲۰۱۳ یک مدل برنامه‌ریزی خطی عدد صحیح مختلط چندهدفه با هدف کمینه کردن کل هزینه، زمان جریان و کل فروش از دست رفته را ارائه کردند.[۳۱] گاجپال و نورالفتح در سال ۲۰۱۵ دو روش ابتکاری برای حل یک مسئله‌ی برنامه‌ریزی تولید - توزیع ادغامی ارائه کردند.[۳۲] در مدل آن‌ها سیستم تولیدی شامل چند ماشین تولیدی است که به‌صورت موازی با یکدیگر کار می‌کنند و احتمال خراب شدن آنها نیز وجود دارد.

در سال‌های اخیر، استفاده از الگوریتم‌های فراابتکاری برای حل این دسته از مسائل بسیار مورد توجه محققان قرار گرفته است.[۳۳] تعدادی از این موارد به قرار زیرند: حمیدنیا و همکاران[۳۴] و کاکیچی و همکاران[۳۵] در زمینه‌ی برنامه‌ریزی تولید، نگهداری و ارسال کالا از الگوریتم ژنتیک استفاده کردند. در سال ۲۰۱۳، کوندوتا و همکاران از الگوریتم جستجوی ممنوع برای حل مسئله‌ی یکپارچه‌سازی با روش ارسال مستقیم استفاده کردند.[۳۶]

روش‌ها و ابزارهای مورد استفاده در حل مدل‌های بهینه‌سازی تولید - توزیع را می‌توان به شرح زیر دسته‌بندی کرد:[۳۷]

۱. روش‌های ریاضی برنامه‌ریزی خطی نظیر تحقیق لیانگ در سال ۲۰۰۸؛[۳۸]
۲. برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط نظیر مطالعه‌ی پوچت و ولسی در سال ۲۰۰۶؛[۳۹]
۳. آزادسازی لاگرانژ نظیر تحقیق سیام در سال ۲۰۰۲[۸] و نیشی و همکاران در سال ۲۰۰۷؛[۹]
۴. روش ابتکاری نظیر تحقیق فیدئرگروئن و ژنگ[۴۰،۴۱] و ژیو و همکاران در سال ۱۹۹۱؛[۴۲]
۵. شبیه‌سازی نظیر تحقیق لی و کیم در سال ۲۰۰۰[۴۳] و لیم و همکاران در سال ۲۰۰۶؛[۴۴]
۶. الگوریتم‌های فراابتکاری نظیر تحقیق کشین و یوستر در سال ۲۰۰۷،[۴۵] کاظمی و همکاران در سال ۲۰۰۹،[۴۶] جیا و همکاران در سال ۲۰۱۴[۴۷] و نوبیل و همکاران در سال ۲۰۱۸.[۴۸]

در این مطالعه یک مدل تولید - توزیع غیرخطی برای یک زنجیره‌ی تأمین دوسطحی شامل تولیدکنندگان و توزیع‌کنندگان با چندین وسیله‌ی نقلیه برای جابه‌جایی کالاها پیشنهاد شده است. در این مسئله میزان تقاضای مشتریان، ظرفیت تولید کارخانه‌ها و ظرفیت انبار توزیع‌کنندگان محدود فرض شده است. همچنین ظرفیت حمل هر نوع وسیله‌ی نقلیه متفاوت است. هدف این مسئله‌ی پیشنهادی تعیین مقدار بهینه‌ی تولید

کالا و میزان کالای حمل شده از هر تولیدکننده به هر توزیع‌کننده توسط هر وسیله‌ی نقلیه است به‌طوری‌که سود کل زنجیره‌ی تأمین، که از اختلاف فروش کل کالاهای تولیدی از هزینه‌ی کل تولید و هزینه‌ی کل حمل‌ونقل حاصل می‌شود، بیشینه شود. این مسئله‌ی پیشنهادی غیرخطی با دو روش الگوریتم ژنتیک و روش کمینه کردن بدون محدودیت ترتیبی حل شده است. در بسیاری از مطالعات پیشین در زمینه‌ی مسائل تولید - توزیع غیرخطی نظیر حمیدنیا و همکاران در سال ۲۰۱۲،[۳۴] کاکیچی و همکاران در سال ۲۰۱۲،[۳۵] نوبیل و همکاران در سال ۲۰۱۸،[۴۸] جیونگ در سال ۲۰۱۷،[۴۹] قوش و موندال در سال ۲۰۱۷[۵۰] و خلیفه‌زاده و همکاران در سال ۲۰۱۷[۵۱] نشان داده شده است که الگوریتم ژنتیک یکی از کاراترین روش‌های حل برای این نوع مسائل است. در این مطالعه از الگوریتم ژنتیک کلاسیک پیشنهادی برای اعتبارسنجی روش کمینه کردن بدون محدودیت ترتیبی که یک روش جریمه است، استفاده شده است. روش جریمه یک مسئله‌ی بهینه‌سازی محدود را با مجموعه‌یی از مسائل بدون قید جایگزین می‌کند. مسائل بدون قید با افزودن یک شرط، تابع هدفی به وجود می‌آورند که متشکل از یک پارامتر جریمه و میزانی از نقض قید و محدودیت‌ها هستند. زمانی که محدوده‌ها نقض شوند، میزان نقض مخالف صفر و زمانی که محدوده‌ها نقض نشوند، برابر با صفر است. در بسیاری از مطالعات انجام شده در زمینه‌ی مسائل برنامه‌ریزی غیرخطی پیوسته نظیر بازارا و همکاران در سال ۲۰۱۴،[۵۲] قلی‌زاده و عبادی‌جلال در سال ۲۰۱۷[۵۳] و چوی و همکاران در سال ۲۰۱۶[۵۴] نشان داده شده است که روش کمینه کردن بدون محدودیت ترتیبی معمولاً جواب بهینه یا نزدیک به بهینه را در مدت زمان کوتاهی به دست می‌آورد. قابل توجه است که روش کمینه کردن بدون محدودیت ترتیبی برای مسائل محدب بسیار کاراست و سرعت هم‌گرایی قابل توجهی دارد.[۵۲] ازاین‌رو، در این مطالعه در ابتدا با استفاده از فرم درجه دوم تابع هدف ثابت شده است که مدل پیشنهادی یک مسئله‌ی برنامه‌ریزی غیرخطی محدب است؛ سپس مسئله‌ی پیشنهادی با این پیش‌فرض با استفاده از روش کمینه کردن بدون محدودیت ترتیبی حل شده است.

۳. مسئله‌ی تولید - توزیع

این مسئله یک برنامه‌ریزی غیرخطی پیوسته شامل دو سطح تولیدکنندگان و توزیع‌کنندگان است. مجموعه‌ها، پارامترها و متغیرهای تصمیم مسئله به قرار زیرند:

مجموعه‌ها

n: مجموعه‌ی تولید کنندگان $(i = 1, 2, \dots, n)$؛

m: مجموعه‌ی توزیع کنندگان $(j = 1, 2, \dots, m)$؛

a: مجموعه‌ی وسایل نقلیه $(a = 1, 2, \dots, A)$.

پارامترها

v_i: ظرفیت تولید محصول هر تولیدکننده‌ی iام؛

D_j: تقاضای توزیع کننده‌ی jام؛

f_{ij}: مساحت هر واحد محصول ارسال شده از تولیدکننده‌ی iام به توزیع‌کننده‌ی jام؛

F_j: ظرفیت انبار توزیع‌کننده‌ی jام؛

w_{ij}: قیمت فروش هر واحد محصول ارسالی از تولیدکننده‌ی iام به توزیع‌کننده‌ی jام؛

p_{ij}: هزینه‌ی تولید هر واحد محصول ارسال شده از تولیدکننده‌ی iام به توزیع‌کننده‌ی jام؛

B_i^a: ظرفیت کل کالاهای ارسالی توسط وسایل نقلیه از نوع a از تولیدکننده‌ی iام؛

c_{ij}^a: هزینه‌ی حمل هر واحد محصول ارسالی توسط وسیله‌ی نقلیه‌ی a از تولیدکننده‌ی iام به توزیع‌کننده‌ی jام؛

L_i^a: ظرفیت حمل بار هر وسیله‌ی نقلیه‌ی a ارسالی از تولیدکننده‌ی iام.

متغیرهای تصمیم

x_{ij}: مقدار محصول ارسال شده از تولیدکننده‌ی iام به توزیع‌کننده‌ی jام؛

t_{ij}^a: میزان حمل توسط وسیله‌ی نقلیه a از تولیدکننده‌ی iام به توزیع‌کننده jام.

۱.۳. مدل پیشنهادی

در این مقاله، مدل ریاضی ارائه شده یک مسئله‌ی غیرخطی پیوسته است که تابع هدف میانگین سود زنجیره را بیشینه می‌کند. این تابع هدف مطابق رابطه‌ی ۱ است.

$$\text{Max } \sigma : \left\{ \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} \sum_{a=1}^{A} \left(w_{ij}^a - p_{ij} - c_{ij}^a \right) \frac{t_{ij}^a}{x_{ij}} \right\}$$

$$or$$

$$\text{Min } \sigma : \left\{ \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} \sum_{a=1}^{A} \left(p_{ij} + c_{ij}^a - w_{ij}^a \right) \frac{t_{ij}^a}{x_{ij}} \right\} \quad (1)$$

- محدودیت‌ها

$$\sum_{j} x_{ij} \leq v_i \qquad \forall i \in n \quad (2)$$

$$\sum_{i} x_{ij} \leq D_j \qquad \forall j \in m \quad (3)$$

$$\sum_{i} f_{ij} x_{ij} \leq F_j \qquad \forall j \in m \quad (4)$$

$$x_{ij} = \sum_{a=1} t_{ij}^a \qquad \forall i \in n, \forall j \in m \quad (5)$$

$$\sum_{j=1} t_{ij}^a \leq L_i^a \qquad \forall i \in n, \forall a \in A \quad (6)$$

$$x_{ij} \geq 0 \quad \forall i \in n,\ \forall j \in m \quad (7)$$

$$t_{ij}^a \geq 0 \quad \forall i \in n,\ \forall j \in m, \forall a \in A \quad (8)$$

محدودیت رابطه‌ی ۲ مشخص می‌کند که کل کالاهای ارسالی از هر تولیدکننده باید کمتر از یا مساوی‌با با ظرفیت تولید آن باشد. محدودیت رابطه‌ی ۳ مقدار کالای ارسال شده به هر توزیع کننده را تعیین می‌کند که باید کمتر از یا مساوی با مقدار تقاضا باشد. محدودیت رابطه‌ی ۴ ظرفیت انبار هر تولیدکننده را نشان می‌دهد. نوع وسیله‌ی نقلیه‌یی که کالاها با آن از تولیدکننده به توزیع‌کننده ارسال می‌شوند، در رابطه‌ی ۵ مشخص می‌شود. محدودیت رابطه‌ی ۶ تضمین می‌کند که کل کالای ارسالی از هر تولیدکننده با وسیله‌ی نقلیه‌ی a حداکثر باید برابر ظرفیت موجود وسایل نقلیه‌ی a باشد. محدودیت‌های رابطه‌های ۷ و ۸ به ترتیب متغیرهای تصمیم پیوسته‌ی مسئله را نشان می‌دهند که عبارت‌اند از مقدار کالای ارسالی و مقدار کالای ارسالی با وسیله‌ی نوع a.

۴. روش حل مسئله‌ی غیرخطی

در این مقاله، مسئله‌ی غیرخطی پیشنهادی با دو روش حل کمینه کردن بدون محدودیت ترتیبی (با رویکرد تندترین شیب) و الگوریتم ژنتیک کلاسیک حل شده

است که از این روش فراابتکاری برای اعتبارسنجی روش کمینه کردن بدون محدودیت ترتیبی استفاده شده است.

۱.۴. روش کمینه کردن بدون محدودیت ترتیبی

این روش حل در حالت کلی مطابق رابطه‌ی ۹ است:[۵۲]

$$\begin{aligned} & Min\ \sigma(z,x) \\ & \quad S.t. \\ & \quad g_h(z,w) \geq 0 \end{aligned} \qquad (۹)$$

با توجه به رابطه‌ی ۹ مسئله‌ی غیرخطی پیشنهادی را می‌توان مطابق رابطه‌ی ۱۰ به حالت کلی روش کمینه کردن بدون محدودیت ترتیبی، فرمول‌بندی کرد.

$$\begin{aligned} & Min\ \sigma:\ \left\{ \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}\sum_{a=1}^{A}\left(-w_{ij}^{a}+p_{ij}+c_{ij}^{a}\right)\ \frac{t_{ij}^{a}}{x_{ij}} \right\} \\ & \quad S.t. \\ & \qquad v_i-\sum_{j}x_{ij}\geq 0 \qquad \forall i\in n \\ & \qquad D_j-\sum_{i}x_{ij}\geq 0 \qquad \forall j\in m \\ & \qquad F_j-\sum_{i}f_{ij}x_{ij}\geq 0 \qquad \forall j\in m \\ & \qquad x_{ij}-\sum_{a=1}t_{ij}^{a}\geq 0 \qquad \forall i\in n,\ \forall j\in m \\ & \qquad \sum_{a=1}t_{ij}^{a}-x_{ij}\geq 0 \qquad \forall i\in n,\ \forall j\in m \\ & \qquad L_i^{a}-\sum_{j=1}t_{ij}^{a}\geq 0 \qquad \forall i\in n,\ \forall a\in A \\ & \qquad x_{ij},\ t_{ij}^{a}\geq 0 \end{aligned} \qquad (۱۰)$$

رویکردهای حل برنامه‌ریزی غیرخطی از جمله روش کمینه کردن بدون محدودیت ترتیبی برای مسائل محدب بسیارکاراست و سرعت هم‌گرایی بالاتری دارد.

قضیه. تابع هدف σ در رابطه‌ی ۱۰ محدب است.

اثبات. یکی از راه‌های اثبات محدب بودن تابع هدف σ استفاده از ماتریس هسین است. پس، تابع هدف σ بر اساس پیوست الف محدب است.

از آن‌جایی‌که تابع هدف و توابع خطی محدب‌اند، مدل در رابطه‌ی ۱۰ یک مسئله‌ی برنامه‌ریزی غیرخطی محدب است که در این نوع برنامه‌ریزی بهینه‌ی محلی همان بهینه‌ی کلی نیز هست.

در روش کمینه کردن بدون محدودیت ترتیبی، توابع هدف و محدودیت‌ها به یک تابع هدف باید تبدیل شوند، به‌طوری‌که در تابع جدید یک جریمه‌ی بزرگ وجود داشته باشد که با شروع از یک نقطه‌ی موجه، امکان خروج از ناحیه‌ی موجه مسئله وجود نداشته باشد. بر همین اساس، رابطه‌ی ۱۰ به رابطه‌ی ۱۱ تبدیل می‌شود.

$$Min\ \sigma\left(z,x,r\right):\ \ \sigma(z,\ x)+r\sum_{h=1}^{8}G_h\left(g_h(z,x)\right) \qquad (۱۱)$$

که r و G پارامتر جریمه و تابع جریمه را به ترتیب نشان می‌دهند. r پارامتر جریمه و میزان تأثیر جریمه است که در هر مرحله روند کاهشی به‌صورت ۰٫۱ دارد؛ یعنی، در مرحله‌ی اول مقدار آن ۱، در مرحله‌ی دوم مقدار ۰٫۱، در مرحله‌ی سوم مقدار ۰٫۰۱ و ... می‌گیرد. همچنین، G باید طوری تعریف شود که با شروع از یک نقطه‌ی موجه، دیگر امکان خروج از ناحیه‌ی موجه برای آن وجود نداشته باشد. این تابع جریمه مطابق رابطه‌ی ۱۲ است.

$$G_h\left(g_h(z,x)\right)=\ -\mathrm{Ln}\ \left(g_h(z,x)\right) \qquad (۱۲)$$

همچنین، در هر تکرار که مقدار r کاهش می‌یابد، ما از روش تندترین شیب برای به دست آوردن مقدار مناسب تابع در رابطه‌ی ۱۱ استفاده می‌کنیم.

۱.۱.۴. رویکرد تندترین شیب

در این زیربخش به توضیح روش تندترین شیب پرداخته شده است که بر اساس مفاهیم این روش مطابق رابطه‌ی ۱۳:[۵۲]

$$Min\ \sigma\left(X_1,\ X_2,...,X_n\right)\ ;\ \ \sigma\in C^{1} \qquad (۱۳)$$

با فرض معلوم بودن مقدار $\underset{\sim k}{x}$ و مشتق تابع هدف $\nabla\sigma(\underset{\sim k}{x})$، مقدار $\underset{\sim k+1}{x}$ مطابق رابطه‌ی ۱۴ به دست می‌آید:

$$\underset{\sim k+1}{x}=\underset{\sim k}{x}+\lambda_k\underset{\sim k}{S}\ ;\quad \underset{\sim k}{S}=\ -\nabla\sigma\left(\underset{\sim k}{X}\right) \qquad (۱۴)$$

و:

$$\lambda_k=\frac{\underset{\sim k}{X}-\underset{\sim k+1}{X}}{\nabla\sigma\left(\underset{\sim k}{X}\right)} \qquad (۱۵)$$

سپس؛ با مشتق‌گیری از تابع هدف نسبت به t خواهیم داشت:

$$d\,\sigma\left(\lambda_k\right)/_{d\,\lambda_k}=0\ \rightarrow\ \ \lambda_k=?\ \rightarrow\ \underset{\sim k+1}{X}=? \qquad (۱۶)$$

این رویه آن‌قدر در هر تکرار اجرا می‌شود تا شرط توقف حاصل شود. در این مقاله اگر تفاضل دو تکرار ترتیبی از حدی مشخص کمتر شود، روش تندترین شیب در آن تکرار متوقف می‌شود. رویه‌ی کلی روش کمینه کردن بدون محدودیت ترتیبی با رویکرد تندترین شیب در شکل ۱ نشان داده شده است. همچنین برای تعیین نقطه‌ی اولیه $\underset{\sim 0}{X}$ در تکرار اول برای اجرای روش کمینه کردن بدون محدودیت ترتیبی از همان الگوریتم ژنتیک کلاسیکی که در زیر بخش ۲.۳ آمده است، استفاده می‌شود. بنابراین، می‌توان این‌گونه بیان کرد که جواب الگوریتم ژنتیک همیشه حد بالایی برای روش کمینه کردن بدون محدودیت ترتیبی است.

۲.۴. الگوریتم ژنتیک

در این مسئله غیرخطی پیشنهادی از الگوریتم ژنتیک کلاسیک برای اعتبارسنجی استفاده شده است. در الگوریتم ژنتیک، هر جواب به‌صورت یک کروموزوم نشان داده می‌شود. کروموزوم‌ها دارای یک رشته $(n+m)(A+1)$ ژن هستند که شامل متغیرهای تصمیم t_{ij}^{a} و x_{ij} هستند. در جمعیت اولیه‌ی این الگوریتم، برای هر کدام از $(A)(n+m)$ ژن اولیه که مربوط به t_{ij}^{a} هستند، در ابتدا مقداری بین ۰ تا ۱ به‌صورت تصادفی تولید و در D_j مربوطه‌ی آن‌ها ضرب شده است تا مقادیر هر یک از متغیرهای تصمیم به دست آید. سپس، ژن‌های x_{ij} بر اساس رابطه‌ی ۵ به دست می‌آیند. الگوریتم ژنتیک متشکل از دو عملگر به‌نام تقاطع و جهش است. در این مطالعه، تقاطع یک نقطه‌یی و جهش تصادفی

r (iteration)	Initial point		....	END point		
۱	$\underset{\sim}{X}_{۰}$	$\sigma(\underset{\sim}{X}_{۰})$	....	$\underset{\sim}{X}_{k}$	$\sigma(\underset{\sim}{X}_{۰})$	روش تندترین شیب
۰/۱	$\underset{\sim}{X}_{۰}$	$\sigma(\underset{\sim}{X}_{۰})$	....	$\underset{\sim}{X}_{k}$	$\sigma(\underset{\sim}{X}_{۰})$	روش تندترین شیب
۰/۰۰۱	$\underset{\sim}{X}_{۰}$	$\sigma(\underset{\sim}{X}_{۰})$	....	$\underset{\sim}{X}_{k}$	$\sigma(\underset{\sim}{X}_{۰})$	روش تندترین شیب
:	:	:		:	:	

شکل ۱. رویکرد حل مسئله‌ی غیرخطی پیشنهادی (روش کمینه کردن بدون محدودیت ترتیبی).

	$t^{۱}_{۱۱}$	$t^{۲}_{۱۱}$	...	t^{A}_{nm}	t^{1}_{11}	t^{2}_{11}	...	t^{A}_{nm}
Parent	۵۰	۱۰۰	...	۱۲۰	۸۰	۰	...	۱۵۰
Offspring	۵۰	۱۰۰	...	۱۵۰	۸۰	۰	...	۱۲۰

شکل ۲. یک مثال از عملگر تقاطع.

	$t^{۱}_{۱۱}$	$t^{۲}_{۱۱}$	...	t^{A}_{nm}
Parent	۹۰	۱۰۰	...	۸۰
Offspring	۹۰	۵۰	...	۸۰

شکل ۳. یک مثال از عملگر جهش.

است. برای جهش پیشنهادی، در ابتدا یک عدد تصادفی بین ۱ و $(A)(n+m)$ برای رشته متغیرهای تصمیم t^{a}_{ij} تولید می‌شود. سپس، دو والد که تصادفی انتخاب شدند از آن نقطه‌ی (تصادفی) قطع و کروموزوم‌های جدید (فرزندان) تولید و ترمیم می‌شوند. یک مثال از عملگر تقاطع پیشنهادی در شکل ۲ نشان داده شده است. در عملگر جهش، در ابتدا یک عدد تصادفی در بازه‌ی ۱ تا $(A)(n+m)$ برای متغیر تصمیم t^{a}_{ij} تولید می‌شود. سپس، ژن با این شماره مجدداً تولید می‌شود. یک مثال از این عملگر جهش در شکل ۳ نشان داده شده است.

در این الگوریتم یک کروموزوم با مقدار تابع هدف کمتر، بهتر است. برای تضمین موجه بودن هر کروموزوم، یک تابع هدف $P(x)$ در رابطه‌ی ۱۷ برای جریمه‌ی کروموزوم‌ها تعریف شده است.

$$P(x) = M \times Max\left\{\left(۱ - \frac{g(x)}{b}\right), ۰\right\} \qquad (۱۷)$$

در رابطه‌ی ۱۷، M یک عدد بسیار بزرگ و $g(x) \geq b$ نشان‌دهنده‌ی نوع محدودیت است. مقدار جریمه به مقدار تابع هدف یک جواب ناموجه اضافه می‌شود. رابطه‌ی ۱۸ مقدار تابع هدف هر جواب تولید شده را نشان می‌دهد.

$$Z(x) = \begin{cases} \sigma(x) & x \in \text{feasible region} \\ \sigma(x) + P(x) & x \notin \text{feasible region} \end{cases} \qquad (۱۸)$$

کروموزوم‌های تولید شده با استفاده از عملگرهای تقاطع و جهش با یکدیگر ادغام می‌شوند و بهترین آنها به تعداد $nPOP$ برای تکرار بعد انتخاب می‌شوند. این عملیات آن‌قدر تکرار می‌شود تا الگوریتم به تعداد nIT اجرا شود.

جدول ۱. جواب به دست آمده از الگوریتم ژنتیک کلاسیک.

داده	مقدار
	$t^{۱}_{۱۱} = ۰/۲۹۶۵;\ t^{۱}_{۱۲} = ۶/۷۶۴۵;\ t^{۱}_{۱۳} = ۱۱/۰۴۳۶$
t^{a}_{ij}	$t^{۲}_{۱۱} = ۴/۵۸۶;\ t^{۲}_{۱۲} = ۱۵/۸۸۹;\ t^{۲}_{۱۳} = ۳/۴۰۴۵$
	$t^{۳}_{۱۱} = ۱۳۵/۱۸۱۴;\ t^{۳}_{۱۲} = ۲۱۸/۲۳۲۴;\ t^{۳}_{۱۳} = ۴۱۲/۴۱۴۷$
x_{ij}	$x_{۱۱} = ۱۴۰/۰۶۳۹;\ x_{۱۲} = ۲۴۰/۸۸۵۹;\ x_{۱۳} = ۴۲۶/۸۶۲۸$
σ	$-۱۴۰۸/۳۴۵۱۹۶۰۹۰۸$

۵. مثال عددی و نتایج محاسباتی

در این بخش، در ابتدا رویکرد حل برای یک مثال عددی در اندازه‌ی کوچک ($۲ \times ۱ \times ۳$) حل می‌شود تا نحوه‌ی عملکرد این مسئله‌ی پیشنهادی و رویکرد حل آن بررسی و کارایی آن سنجیده شود. سپس، این مسئله‌ی پیشنهادی برای مثال‌های عددی با اندازه‌های مختلف حل و نتایج آن‌ها بررسی می‌شود؛ رویکرد حل روش کمینه کردن بدون محدودیت ترتیبی برای این مسئله‌ی پیشنهادی، در یک رایانه‌ی شخصی با ۲/۲۶ گیگاهرتز و ۲ گیگابایت حافظه‌ی داخلی و در محیط نرم‌افزار متلب نسخه‌ی ۲۰۱۰ کدنویسی شده است.

داده‌های مسئله‌ی پیشنهادی برای مثال عددی بیان شده شامل: یک کارخانه با ظرفیت تولید ۲۵۰۰ واحد کالا که هر واحد آن مساحتی برابر ۵ متر مربع، ۳ توزیع‌کننده با تقاضای ۱۰۰۰، ۱۱۰۰ و ۹۰۰ واحد و همچنین ظرفیت انبار هر یک ۱۰۰۰، ۹۰۰ و ۱۲۰۰ متر مربع است. در این کارخانه سه نوع وسیله‌ی نقلیه‌ی متفاوت برای ارسال کالاها به توزیع‌کنندگان با ظرفیت کل محدود وجود دارند. بقیه‌ی اطلاعات از داده‌های ورودی مسئله در جدول پیوست ب آمده است.

در ابتدا این مسئله با استفاده از الگوریتم ژنتیک حل شده است و جواب آن در جدول ۱ آمده است. سپس، این جواب به دست آمده از الگوریتم ژنتیک به‌عنوان حد بالا و جواب اولیه‌ی تکرار اول روش کمینه کردن بدون محدودیت ترتیبی در نظر گرفته شده است. در ادامه با استفاده از جواب جدول ۱ که همان نقطه‌ی اولیه‌ی $\underset{\sim}{X}_{۰}$ روش کمینه کردن بدون محدودیت ترتیبی در تکرار اول در نظر گرفته شده است، به حل این روش می‌پردازیم. در این روش

جدول ۲. روش کمینه کردن بدون محدودیت ترتیبی با رویکرد تندترین شیب برای مثال عددی ارائه شده.

تکرار اول	نقطه پایانی این تکرار= $\underset{\sim}{X}_{۶}$ $\sigma = -۱۴۰۹,۱۸۰۷۹۳۹۹۶۰$	بعداز شش اجرا	نقطه‌ی اولیه‌ی به دست آمده از الگوریتم ژنتیک $\sigma = -۱۴۰۸,۳۴۵۱۹۶۰۹۰۸$	$r = ۱$
تکرار دوم	نقطه پایانی این تکرار= $\underset{\sim}{X}_{۴}$ $\sigma = -۱۴۰۹,۳۹۸۴۶۷۳۹۹۰۹$	بعداز چهار اجرا	نقطه‌ی اولیه $\sigma = -۱۴۰۹,۱۸۰۷۹۳۹۹۶۰$	$r = ۰/۱$
تکرار سوم	نقطه پایانی این تکرار= $\underset{\sim}{X}_{۳}$ $\sigma = -۱۴۰۹,۵۳۱۶۷۲۴۴۹۵$	بعداز سه اجرا	نقطه‌ی اولیه $\sigma = -۱۴۰۹,۳۹۸۴۶۷۳۹۹۰۹$	$r = ۰/۰۱$

جدول ۳. جواب نهایی به دست آمده از روش کمینه کردن بدون محدودیت ترتیبی.

داده	مقدار
t^a_{ij}	$t^۱_{۱۱} = ۰,۰۰۷۹;\ t^۱_{۱۲} = ۱,۷۰۴۳;\ t^۱_{۱۳} = ۳,۷۸۷۴$ $t^۲_{۱۱} = ۲,۰۹۳۷;\ t^۲_{۱۲} = ۳,۵۷۸۲;\ t^۲_{۱۳} = ۱,۰۶۹۶$ $t^۳_{۱۱} = ۱۴۶,۸۳۰۷;\ t^۳_{۱۲} = ۲۸۱,۸۳۹;\ t^۳_{۱۳} = ۳۷۰,۶۸۲۶$
x_{ij}	$x_{۱۱} = ۱۴۸,۱۶۵۵;\ x_{۱۲} = ۲۸۷,۱۲۱۵;\ x_{۱۳} = ۳۷۵,۵۳۹۶$
σ	$-۱۴۰۹,۵۳۱۶۷۲۴۴۹۵$

جدول ۴. جواب‌های نهایی مثال‌های عددی با اندازه‌های مختلف.

ابعاد مسئله a	J	i	جواب نهایی الگوریتم ژنتیک	جواب نهایی روش کمینه کردن بدون محدودیت ترتیبی	تعداد تکرارها	درصد اختلاف
۳	۳	۱	$\sigma = -۱۴۰۸,۳۴۵۱۹۶۰۹۰۸$	$\sigma = -۱۴۰۹,۵۳۱۶۷۲۴۴۹۵۰$	۳	۰,۹۹۹۱۶
۲	۲	۲	$\sigma = -۱۲۴۳,۱۸۶۰۰۵۶۴۷۶$	$\sigma = -۱۲۴۳,۹۹۴۵۳۲۴۷۰۱۹$	۲	۰,۹۹۹۳۵
۳	۳	۲	$\sigma = -۱۹۸۲,۸۶۳۴۶۶۳۸۲۳$	$\sigma = -۱۹۸۴,۵۴۵۲۷۸۳۶۵۰۱$	۴	۰,۹۹۹۱۵
۳	۳	۳	$\sigma = -۲۰۲۰,۶۰۰۰۱۹۷۴۶۳$	$\sigma = -۲۰۲۴,۶۵۳۷۸۹۱۰۰۰۹$	۴	۰,۹۹۷۹۹
۴	۴	۳	$\sigma = -۲۳۸۷,۸۵۴۴۳۶۹۱۰۳$	$\sigma = -۲۳۹۸,۵۶۱۷۰۹۳۷۵۴۳$	۳	۰,۹۹۵۵۳
۴	۸	۴	$\sigma = -۴۰۹۳,۸۷۳۰۱۳۵۶۴۷$	$\sigma = -۴۲۴۷,۶۵۲۲۰۹۴۷$	۵	۰,۹۶۳۷۹
۴	۱۰	۵	$\sigma = -۵۵۳۷,۶۳۸۱۹۹۰۴$	$\sigma = -۵۷۹۳,۵۴۳۱۲۸۳۰۳۴۱$	۵	۰,۹۵۵۸۲

بهینه‌سازی غیرخطی با محدودیت که محدودیت‌ها به‌صورت تابع جریمه در تابع هدف در نظر گرفته می‌شوند، یکی از مهم‌ترین عامل‌ها مشتق اول از تابع هدف $\nabla\sigma(\underset{\sim}{X}_k)$ است که در پیوست ج آمده است. در ادامه با داشتن مشتق اول از تابع هدف و نقطه‌ی اولیه به‌ترتیب مطابق رابطه‌ی ۱۹ و جدول ۲ می‌توان نقطه‌های بعدی را به دست آورد. در نهایت با تکرار این رویه که در جدول ۴ نیز نشان داده شده است، جواب نهایی مطابق جدول ۳ به دست آمده است.

در این مقاله، مثال‌های عددی با اندازه‌های متفاوت با روش کمینه کردن بدون محدودیت ترتیبی با رویکرد تندترین شیب حل شده است و جواب‌های نهایی آن‌ها در جدول ۴ قابل ملاحظه است. همان‌طور که در جدول ۴ ملاحظه می‌شود در اندازه‌های کوچک جواب الگوریتم ژنتیک نزدیک به روش کمینه کردن بدون محدودیت ترتیبی است و با افزایش ابعاد مسئله این مقدار بیشتر می‌شود. در نتیجه می‌توان گفت روش کمینه کردن بدون محدودیت ترتیبی جواب بهتری را نسبت به الگوریتم ژنتیک برای این مسئله‌ی پیشنهادی پیدا می‌کند.

۶. نتیجه‌گیری و پیشنهادها

در این مقاله یک مسئله‌ی برنامه‌ریزی غیرخطی برای یک شبکه‌ی زنجیره‌ی تأمین دوسطحی که شامل دو سطح تولیدکنندگان و توزیع‌کنندگان است، ارائه شد. در این مسئله‌ی پیشنهادی هدف بیشینه کردن میانگین سود کالاهای ارسالی است که مقدار سود کالا شامل قیمت فروش، هزینه‌ی تولید، بارگیری و ارسال است. همچنین در این مسئله تعداد وسایل نقلیه‌ی ارسالی، ظرفیت انبار توزیع‌کنندگان و ظرفیت تولید محدود در نظر گرفته شده است تا به دنیای عملی نزدیکی بیشتری داشته باشد. سپس، این مسئله‌ی پیشنهادی توسط یک الگوریتم ژنتیک کلاسیک حل شده و از جواب آن به عنوان نقطه‌ی اولیه برای شروع حل مسئله توسط روش کمینه کردن بدون محدودیت ترتیبی استفاده می‌شود. در نهایت این دو روش حل استفاده شده بر روی مثال‌های مختلفی اجرا شده و جواب نهایی آن‌ها به دست آمده است. باتوجه‌به مثال‌های عددی حل شده در این مطالعه نشان داده شد که جواب‌های به دست آمده از روش کمینه کردن بدون محدودیت ترتیبی نسبت به الگوریتم ژنتیک کلاسیک بهترند.

کارهایی که در تحقیقات آتی می‌توان انجام داد، به قرار زیر هستند:

- مدل پیشنهادی را می‌توان برای اهداف دیگری مانند متوسط زمان ارسال، نرخ پردازش، و غیره نوشت.
- در این شبکه می‌توان سطوح دیگری مانند تأمین‌کنندگان، مشتریان و غیره را در نظر گرفت.
- شبکه‌ی زنجیره‌ی تأمین را می‌توان به‌صورت یک شبکه‌ی حلقه بسته در نظر گرفت که در آن خرابی‌ها، بازگشتی‌ها، یا بازیافت کالاها لحاظ شود.
- اهداف دیگری مانند زمان، کیفیت و غیره را می‌توان در نظر گرفت.
- مدل مکان‌یابی - تخصیص تسهیلات پیشنهادی را می‌توان با مدل‌های مسیریابی تلفیق کرد.
- مفاهیم مکان‌یابی مجدد تسهیلات را می‌توان به‌طور گسترده‌تری در مدل به کار برد.
- مسئله‌ی پیشنهادی را می‌توان در محیط‌های تصادفی یا فازی یا تلفیقی از هر دوی آن‌ها در نظر گرفت.
- مسئله‌ی پیشنهادی را می‌توان با روش‌های حل برنامه‌ریزی غیرخطی دیگری مانند برنامه‌ریزی هندسی حل کرد.

منابع (References)

1. Simchi Levi, D., Kaminsky, P. Designing. "Managing the supply chain", New York, Mc Graw Hill, pp. 1-50 (2000).
2. Nobil, A.H., Kazemi, A. and Alinejad, A. "A two objective model for location-allocation in supply chain", *The Journal of Mathematics and Computer Science*, **4**(3), pp. 392-401 (2012).
3. Min, H. and Zhou, G. "Supply chain modeling: past, present and future", *Computers & Industrial Engineering*, **43**(1), pp. 231-49 (2002).
4. Barbarosoglu, G. and Ozgur, D. "Hierarchical design of an integrated production and 2-echelon distribution system", *European Journal of Operational Research*, **118**(3), pp, 464-484 (1999).
5. Stevenson, W. "Operation management", New York, Mc Graw Hill, pp. 1-30 (2004).
6. Rao, S.S., *Engineering Optimization-Theory and Practice*, New York, Wiley (1996).
7. Jayaraman, V. and Pirkul, H. "Planning and coordination of production and distribution facilities for multiple commodities", *European Journal of Operational Research*, **133**(2), pp. 394-408 (2001).
8. Syam, S.S. "A model and methodologies for the location problem with logistical components", *Computers & Operations Research*, **29**(9), pp. 1173-1193 (2002).
9. Nishi, T., Konishi, M. and Ago, M. "A distributed decision-making system for integrated optimization of production scheduling and distribution for aluminum production line", *Computers & Chemical Engineering*, **31**(10), pp. 1205-1221 (2007).
10. Fiacco, A.V. and McCormick, G.P., *Nonlinear Programming: Sequential Uncon- strained Minimization Techniques*, New York, Wiley and Sons (1968).
11. Chandra, P. and Fisher, M. "Coordination of production and distribution planning", *European Journal of Operation Research*, **72**(3), pp. 503-517 (1994).
12. Burce, A.C., Brown, G.G., Harrison, T.P. and et al. "Global supply chain management at digital equipment coordination", *Interfaces*, **25**(1), pp. 24-37 (1995).
13. Pirkul, H. and Jayaraman, V. "A multi- commodity, multi plant, capacitated facility location problem: formulation and efficient heuristic solution", *Journal of Operation Research*, **25**(10), pp. 869-878 (1998).
14. Sabri, E.H. and Beamon, B.M. "A multi objective approach to simultaneous strategic and operational planning in supply chain design", *Omega*, **28**(5), pp. 581-598 (2000).
15. Zhou, Z., Cheng, S. and Hua, B. "Supply chain optimization of process industries with sustainability consideration", *Computer and Chemical Engineering*, **24**(2), pp. 1151-1158 (2000).
16. Lee, Y.H. and Kim, S.H. "Production-distribution planning in supply chain considering capacity constraints", *Computer & Industrial Engineering*, **43**(1), pp. 169-190 (2002).
17. Hall, N.G. and Potts, C.N. "Supply chain scheduling: batching and delivery", *Operations Research*, **51**(4), pp. 566-584 (2003).
18. M'Hallah, R. and Bulfin, R. "Minimizing the weighted number of tardy jobs on a single machine", *European Journal of Operational Research*, **145**(1), pp. 45-56 (2003).
19. Chen, Z.-L. and Vairaktarakis, G.L. "Integrated scheduling of production and distribution operations", *Management Science*, **51**(4), pp. 614-628 (2005).
20. Pundoor, G. and Chen, Z.L. "Scheduling a production-distribution system to optimize the tradeoff between delivery tardiness and distribution cost", *Naval Research Logistics*, **52**(6), pp. 571-589 (2005).
21. Sarmiento, A.M. and Nagi, R. "A review of integrated analysis of production-distribution systems", *IIE transactions*, **31**(11), pp. 1061-1074 (1999).
22. Goetschalckx, M., Vidal, C.J. and Dogan, K. "Modeling and design of global logistics systems: a review of integrated strategic and tactical models and design algorithms", *European Journal of Operational Research*, **143**(1), pp. 1-18 (2002).
23. Bilgen, B. and Ozkarahan, I. "Strategic tactical and operational production-distribution models: a review", *International Journal of Technology Management*, **28**(2), pp. 151-171 (2004).
24. Chen, Z.-L. "Integrated production and distribution operations", Handbook of quantitative supply chain analysis, Springer US, pp: 711-745 (2004).
25. Li, C.-L. and Vairaktarakis, G. "Coordinating production and distribution of jobs with bundling operations", *IIE Transactions*, **39**(2), pp. 203-215 (2007).

26. Armstrong, R., Gao, S. and Lei, L. "A zero-inventory production and distribution problem with a fixed customer sequence", *Annals of Operations Research*, **159**(1), pp. 395-414 (2008).

27. Devapriya, P., Ferrell, W. and Geismar, N. "Optimal fleet size of an integrated production and distribution scheduling problem for a perishable product", Working Paper, Clemson University (2006).

28. Geismar, H.N., Laporte, G., Lei, L. and et al. "The integrated production and transportation scheduling problem for a product with a short lifespan", *INFORMS Journal on Computing*, **20**(1), pp. 21-33 (2008).

29. Amorim, P., Günther, H.O. and Almada-Lobo, B. "Multi-objective integrated production and distribution planning of perishable products", *International Journal of Production Economics*, **138**(1), pp. 89-101 (2012).

30. Meisel, F., Kirschstein, T. and Bierwirth, C. "Integrated production and intermodal transportation in large scale production-distribution-networks", *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, **60**(1), pp. 62-78 (2013).

31. Liu, S. and Papageorgiou, L.G. "Multiobjective optimization of production, distribution and capacity planning of global supply chains in the process industry", *Omega*, **41**(2), pp. 369-382 (2013).

32. Gajpal, Y. and Nourelfath, M. "Two efficient heuristics to solve the integrated load distribution and production planning problem", *Reliability Engineering & System Safety*, **144**, pp. 204-214 (2015).

33. Ullrich, C.A. "Integrated machine scheduling and vehicle routing with time windows", *European Journal of Operational Research*, **227**(1), pp. 152-165 (2013).

34. Hamidinia, A., Khakabimamaghani, S., Mazdeh, M.M. and et al. "A genetic algorithm for minimizing total tardiness/earliness of weighted jobs in a batched delivery system", *Computers & Industrial Engineering*, **62**(1), pp. 29-38 (2012).

35. Cakici, E., Mason, S.J. and Kurz, M.E. "Multi objective analysis of an integrated supply chain scheduling problem", *International Journal of Production Research*, **50**, pp. 2624-2638 (2012).

36. Condotta, A., Knust, S., Meier, D. and et al. "Tabu search and lower bounds for a combined production-transportation problem", *Computers and Operations Research*, **40**(3), pp. 886-900 (2013).

37. Fahimnia, B., Farahani, R.Z., Marian, R. and et al. "A review and critique on integrated production-distribution planning models and techniques", *Journal of Manufacturing Systems*, **32**(1), pp. 1-19 (2013).

38. Liang, T.-F. "Integrated manufacturing/distribution planning decisions with multiple imprecise goals in an uncertain environment", *Quality and Quantity*, **46**(1), pp. 137-153 (2012).

39. Pochet, Y. and Wosely, L.A., *Production Planning By Mixed Integer Programming*, Springer Series in Operations Research and Financial Engineering, 1st edition (2006).

40. Federgruen, A. and Zheng, Y.-S. "Optimal power-of-two replenishment strategies in capacitated general production/distribution networks", *Management Science*, **39**(6), pp. 710-727 (1993).

41. Federgruen, A. and Zheng, Y.-S. "Efficient algorithms for finding optimal power-of-two policies for production/distribution systems with general joint setup costs", *Operations Research*, **43**(3), pp. 458-470 (1995).

42. Zuo, M., Kuo, W. and McRoberts, K. "Application of mathematical programming to a large-scale agricultural production and distribution system", *Journal of the Operational Research Society*, **42**(8), pp. 639-648 (1991).

43. LEE, Y.H. and KIM, S.H. "Optimal production-distribution planning in supply chain management using a hybrid simulation-analytic approach", *In: Proceedings of the 32nd Conference on Winter Simulation*, Society for Computer Simulation International, pp. 1252-1259 (2000).

44. Lim, S.J., Jeong, S.J., Kim, K.S. and et al. "A simulation approach for production-distribution planning with consideration given to replenishment policies", *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, **27**(5-6), pp. 593-603 (2006).

45. Keskin, B.B. and Üster, H. "Meta-heuristic approaches with memory and evolution for a multi-product production/distribution system design problem", *European Journal of Operational Research*, **182**(2), pp. 663-682 (2007).

46. Kazemi, A., Zarandi, M.F. and Husseini, S.M. "A multi-agent system to solve the production-distribution planning problem for a supply chain: a genetic algorithm approach", *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, **44**(1-2), pp. 180-193 (2009).

47. Jia, L., Wang, Y. and Fan, L. "Multiobjective bilevel optimization for production-distribution planning problems using hybrid genetic algorithm", *Integrated Computer-Aided Engineering*, **21**(1), pp. 77-90 (2014).

48. Nobil, A.H., Jalali, S. and Niaki, S.T.A. "Financially embedded facility location decisions on designing a supply chain structure: a case study", Systems Engineering, doi: 10.1002/sys.21452 (2018).

49. Jeong, S.J. "The production-distribution problem in the supply chain network using genetic algorithm", *International Journal of Applied Engineering Research*, **12**(23), pp. 13570-13581 (2017).

50. Ghosh, D. and Mondal, S. "An integrated production-distribution planning with transshipment between warehouses", *International Journal of Advanced Operations Management*, **9**(1), pp. 23-36 (2017).

51. Khalifehzadeh, S., Seifbarghy, M. and Naderi, B. "Solving a fuzzy multi objective model of a production-distribution system using meta-heuristic based approaches", *Journal of Intelligent Manufacturing*, **28**(1), pp. 95-109 (2017).

52. Bazara, M.S., Sherali, H.D. and Shetty, C.M., *Nonlinear Programming Theory and Algorithms*, 3rd Edition, New York, Wiley (2014).

53. Gholizadeh, S. and Ebadijalal, M. "Seismic design optimization of steel structures by a sequential ECBO algorithm", *Iran University of Science & Technology*, **7**(2), pp. 157-171 (2017).

54. Choi, W.H., Kim, J.M. and Park, G.J. "Comparison study of some commercial structural optimization software systems", *Structural and Multidisciplinary Optimization*, **54**(3), pp. 685-699 (2016).

پیوست

پیوست الف - اثبات محدب بودن تابع هدف

$$Min\ \sigma:\ \left\{-\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}\sum_{a=1}^{A} w_{ij}^{a}\ \frac{t_{ij}^{a}}{x_{ij}}\ +\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}\sum_{a=1}^{A}\left(p_{ij}+c_{ij}^{a}\right)\frac{t_{ij}^{a}}{x_{ij}}\right\};$$

$$X^{T}=\left[\overbrace{t_{11}^{1}\quad t_{11}^{2}\quad\cdots\quad t_{11}^{A}}^{a=1,\dots,A},\ \overbrace{t_{12}^{1}\quad t_{12}^{2}\quad\cdots\quad t_{12}^{A}}^{a=1,\dots,A},\ \cdots,\ \overbrace{t_{nm}^{1}\quad t_{nm}^{2}\quad\cdots\quad t_{nm}^{A}}^{a=1,\dots,A},\ x_{11},x_{12},\cdots,x_{nm}\right]$$

$$B=\begin{bmatrix}
\frac{\partial^{2}\sigma}{\partial^{2}t_{11}^{1}} & \frac{\partial^{2}\sigma}{\partial t_{11}^{1}\partial t_{11}^{2}} & \cdots & \frac{\partial^{2}\sigma}{\partial t_{11}^{1}\partial t_{nm}^{A}} & \frac{\partial^{2}\sigma}{\partial t_{11}^{1}\partial x_{11}} & \frac{\partial^{2}\sigma}{\partial t_{11}^{1}\partial x_{12}} & \cdots & \frac{\partial^{2}\sigma}{\partial t_{11}^{1}\partial x_{nm}}\\
\frac{\partial^{2}\sigma}{\partial t_{11}^{2}\partial t_{11}^{1}} & \frac{\partial^{2}\sigma}{\partial^{2}t_{11}^{2}} & \cdots & \frac{\partial^{2}\sigma}{\partial t_{11}^{2}\partial t_{nm}^{A}} & \frac{\partial^{2}\sigma}{\partial t_{11}^{2}\partial x_{11}} & \frac{\partial^{2}\sigma}{\partial t_{11}^{2}\partial x_{12}} & \cdots & \frac{\partial^{2}\sigma}{\partial t_{11}^{2}\partial x_{nm}}\\
\vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots\\
\frac{\partial^{2}\sigma}{\partial t_{nm}^{A}\partial t_{11}^{1}} & \frac{\partial^{2}\sigma}{\partial t_{nm}^{A}\partial t_{11}^{2}} & \cdots & \frac{\partial^{2}\sigma}{\partial^{2}t_{nm}^{A}} & \frac{\partial^{2}\sigma}{\partial t_{nm}^{A}\partial x_{11}} & \frac{\partial^{2}\sigma}{\partial t_{nm}^{A}\partial x_{12}} & \cdots & \frac{\partial^{2}\sigma}{\partial t_{nm}^{A}\partial x_{nm}}\\
\frac{\partial^{2}\sigma}{\partial x_{11}\partial t_{11}^{1}} & \frac{\partial^{2}\sigma}{\partial x_{11}\partial t_{11}^{2}} & \cdots & \frac{\partial^{2}\sigma}{\partial x_{11}\partial t_{nm}^{A}} & \frac{\partial^{2}\sigma}{\partial^{2}x_{11}} & \frac{\partial^{2}\sigma}{\partial x_{11}\partial x_{12}} & \cdots & \frac{\partial^{2}\sigma}{\partial x_{11}\partial x_{nm}}\\
\frac{\partial^{2}\sigma}{\partial x_{12}\partial t_{11}^{1}} & \frac{\partial^{2}\sigma}{\partial x_{12}\partial t_{11}^{2}} & \cdots & \frac{\partial^{2}\sigma}{\partial x_{12}\partial t_{nm}^{A}} & \frac{\partial^{2}\sigma}{\partial x_{12}\partial x_{11}} & \frac{\partial^{2}\sigma}{\partial^{2}x_{12}} & \cdots & \frac{\partial^{2}\sigma}{\partial x_{12}\partial x_{nm}}\\
\vdots & \vdots & \cdots & \vdots & \vdots & \vdots & \cdots & \vdots\\
\frac{\partial^{2}\sigma}{\partial x_{nm}\partial t_{11}^{1}} & \frac{\partial^{2}\sigma}{\partial x_{nm}\partial t_{11}^{2}} & \cdots & \frac{\partial^{2}\sigma}{\partial x_{nm}\partial t_{nm}^{A}} & \frac{\partial^{2}\sigma}{\partial x_{nm}\partial x_{11}} & \frac{\partial^{2}\sigma}{\partial x_{nm}\partial x_{12}} & \cdots & \frac{\partial^{2}\sigma}{\partial^{2}x_{nm}}
\end{bmatrix}_{((A+1)\times(n+m))^{2}}$$

$$\frac{\partial\sigma}{\partial t_{nm}^{A}}=\frac{\left(p_{nm}+c_{nm}^{A}\right)-w_{nm}^{A}}{x_{nm}}\qquad\frac{\partial^{2}\sigma}{\partial^{2}t_{nm}^{A}}=0\qquad\frac{\partial\sigma}{\partial t_{ij}^{a}\partial t_{i'\neq i,j'\neq j}^{a'\neq a}}=0\qquad\frac{\partial\sigma}{\partial x_{nm}}=\frac{-\sum_{a=1}^{A}\left(p_{nm}+c_{nm}^{a}\right)t_{nm}^{a}+\sum_{a=1}^{A}w_{nm}^{A}t_{nm}^{a}}{\left(x_{nm}\right)^{2}}$$

$$\frac{\partial\sigma}{\partial x_{nm}\partial t_{nm}^{A}}=\frac{\partial\sigma}{\partial t_{nm}^{A}\partial x_{nm}}=\frac{-\left(p_{nm}+c_{nm}^{a}\right)+w_{nm}^{A}}{\left(x_{nm}\right)^{2}}\qquad\frac{\partial^{2}\sigma}{\partial^{2}x_{nm}}=\frac{\sum_{a=1}^{A}2\left(p_{nm}+c_{nm}^{a}\right)t_{nm}^{a}-2\sum_{a=1}^{A}w_{nm}^{A}t_{nm}^{a}}{\left(x_{nm}\right)^{2}}$$

$$H=X^{T}B\,X=\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}\left(\frac{\sum_{a=1}^{A}\left(p_{ij}+c_{ij}^{a}-w_{ij}^{a}\right)t_{ij}^{a}}{x_{ij}}\right)+\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}\sum_{a=1}^{A}\left(w_{ij}^{a}-p_{ij}-c_{ij}^{a}\right)t_{ij}^{a}$$

چون در داده‌های ورودی همیشه $w_{ij}^{a}\geq p_{ij}+c_{ij}^{a}$، پس:

$$H=X^{T}B\,X\geq 0;\quad P.S.D$$

پیوست ب ـ داده‌های ورودی مسئله‌ی عددی

جدول ۵. .

داده	مقدار
p_{ij}	$p_{11}=85,\ p_{12}=80,\ p_{13}=90$
w_{ij}^{a}	$w_{11}^{1}=w_{12}^{1}=w_{13}^{1}=600;\ w_{11}^{2}=w_{12}^{2}=w_{13}^{2}=620;\ w_{11}^{3}=w_{12}^{3}=w_{13}^{3}=630$
c_{ij}^{a}	$c_{11}^{1}=c_{12}^{1}=c_{13}^{1}=65;\ c_{11}^{2}=c_{12}^{2}=c_{13}^{2}=70;\ c_{11}^{3}=c_{12}^{3}=c_{13}^{3}=75$
L_{ij}^{a}	$L_{1}^{1}=500;\ L_{1}^{2}=600;\ L_{1}^{3}=800$

پیوست ج - مشتق اول مثال عددی بیان شده

تابع هدف یکپارچه $\sigma(z,x,r)$ بر اساس رابطه‌ی ۱۱ برای مثال عددی بیان شده به‌صورت زیر است:

$$\sigma\left(z,x,r\right)=\sum_{i=1}^{1}\sum_{j=1}^{3}\sum_{a=1}^{3}\left(p_{ij}+c_{ij}^{a}-w_{ij}^{a}\right)\left(\frac{t_{ij}^{a}}{x_{ij}}\right)-r$$

$$\left(\begin{array}{l}
Ln\left(v_1-x_{11}-x_{12}-x_{13}\right)+Ln\left(D_1-x_{11}\right)+Ln\left(D_2-x_{12}\right)+Ln\left(D_3-x_{13}\right)\\
Ln\left(F_1-f_{11}x_{11}\right)+Ln\left(F_2-f_{12}x_{12}\right)+Ln\left(F_3-f_{13}x_{13}\right)+Ln\left(L_1^1-t_{11}^1-t_{12}^1-t_{13}^1\right)\\
Ln\left(L_1^2-t_{11}^2-t_{12}^2-t_{13}^2\right)+Ln\left(L_1^3-t_{11}^3-t_{12}^3-t_{13}^3\right)+Ln\left(x_{11}\right)+Ln\left(x_{12}\right)+Ln\left(x_{13}\right)\\
+Ln\left(t_{11}^1\right)+Ln\left(t_{12}^1\right)+Ln\left(t_{13}^1\right)+Ln\left(t_{11}^2\right)+Ln\left(t_{12}^2\right)+Ln\left(t_{13}^2\right)+Ln\left(t_{11}^3\right)+Ln\left(t_{12}^3\right)\\
+Ln\left(t_{13}^3\right)
\end{array}\right)$$

که در این رابطه دو محدودیت بزرگ‌تر از یا مساوی با که برای محدودیت مساوی رابطه‌ی ۵ هستند، نوشته نشده است؛ زیرا مقدار x_{ij}^{a}ها در همان ابتدا از جمع متغیرهای تصمیم t_{ij}^{a} به دست می‌آیند؛ بر اساس پارامترهای ورودی:

$$\sigma\left(z,x,r\right)=\left(\begin{array}{l}
\left(\frac{(85+65-600)t_{11}^1}{\left(t_{11}^1+t_{11}^2+t_{11}^3\right)}\right)+\left(\frac{(80+65-600)t_{12}^1}{\left(t_{12}^1+t_{12}^2+t_{12}^3\right)}\right)\\
\left(\frac{(90+65-600)t_{13}^1}{\left(t_{13}^1+t_{13}^2+t_{13}^3\right)}\right)+\left(\frac{(85+70-620)t_{11}^2}{\left(t_{11}^1+t_{11}^2+t_{11}^3\right)}\right)\\
\left(\frac{(80+70-620)t_{12}^2}{\left(t_{12}^1+t_{12}^2+t_{12}^3\right)}\right)+\left(\frac{(90+70-620)t_{13}^2}{\left(t_{13}^1+t_{13}^2+t_{13}^3\right)}\right)\\
\left(\frac{(85+75-630)t_{11}^3}{\left(t_{11}^1+t_{11}^2+t_{11}^3\right)}\right)+\left(\frac{(80+75-630)t_{12}^3}{\left(t_{12}^1+t_{12}^2+t_{12}^3\right)}\right)\\
\left(\frac{(90+75-630)t_{13}^3}{\left(t_{13}^1+t_{13}^2+t_{13}^3\right)}\right)
\end{array}\right)$$

$$-r\left(\begin{array}{l}
Ln\left(2500-\left(t_{11}^1+t_{11}^2+t_{11}^3\right)-\left(t_{12}^1+t_{12}^2+t_{12}^3\right)-\left(t_{13}^1+t_{13}^2+t_{13}^3\right)\right)\\
Ln\left(1000-\left(t_{11}^1+t_{11}^2+t_{11}^3\right)\right)+Ln\left(1100-\left(t_{12}^1+t_{12}^2+t_{12}^3\right)\right)\\
Ln\left(900-\left(t_{13}^1+t_{13}^2+t_{13}^3\right)\right)+Ln\left(1000-5\left(t_{11}^1+t_{11}^2+t_{11}^3\right)\right)\\
Ln\left(900-5\left(t_{12}^1+t_{12}^2+t_{12}^3\right)\right)+Ln\left(1200-5\left(t_{13}^1+t_{13}^2+t_{13}^3\right)\right)\\
Ln\left(500-t_{11}^1-t_{12}^1-t_{13}^1\right)+Ln\left(600-t_{11}^2-t_{12}^2-t_{13}^2\right)+\\
Ln\left(800-t_{11}^3-t_{12}^3-t_{13}^3\right)+Ln\left(t_{11}^1+t_{11}^2+t_{11}^3\right)+Ln\left(t_{12}^1+t_{12}^2+t_{12}^3\right)\\
Ln\left(t_{13}^1+t_{13}^2+t_{13}^3\right)+Ln\left(t_{11}^1\right)+Ln\left(t_{12}^1\right)+Ln\left(t_{13}^1\right)+Ln\left(t_{11}^2\right)\\
Ln\left(t_{12}^2\right)+Ln\left(t_{13}^2\right)+Ln\left(t_{11}^3\right)+Ln\left(t_{12}^3\right)+Ln\left(t_{13}^3\right)
\end{array}\right)$$

$$\begin{array}{l}
\nabla\sigma(X)=\left(\partial\sigma\left(z,x,r\right)/\partial t_{11}^1;\ \partial\sigma\left(z,x,r\right)/\partial t_{11}^2;\ \partial\sigma\left(z,x,r\right)/\partial t_{11}^3;\right.\\
\quad\partial\sigma\left(z,x,r\right)/\partial t_{12}^1;\ \partial\sigma\left(z,x,r\right)/\partial t_{12}^2;\ \partial\sigma\left(z,x,r\right)/\partial t_{12}^3;\ \partial\sigma\left(z,x,r\right)/\\
\quad\left.\partial t_{13}^1;\ \partial\sigma\left(z,x,r\right)/\partial t_{13}^2;\ \partial\sigma\left(z,x,r\right)/\partial t_{13}^3\right)
\end{array}$$