مهندسی صنایع و مدیریت شریف، (زمستان ۱۳۹۸)
دوره‌ی ۱-۳۵، شماره‌ی ۲/۲، ص. ۱۵۱-۱۶۳، (یادداشت فنی)

Research Note

ارائه‌ی یک مدل ریاضی برای برنامه‌ریزی هم‌زمان بازرسی‌ها و نگهداری و تعمیرات پیش‌گیرانه در شرایط زوال مارکوفی ماشین و عدم قطعیت تقاضا

رضا نوری (دانشجوی دکتری)
احمد صادقیه* (استاد)
محمدمهدی لطفی (دانشیار)
دانشکده‌ی مهندسی صنایع، دانشگاه یزد

در بسیاری از صنایع، ظرفیت تولید به دلیل زوال ماشین، کاهش می‌یابد. در مقابل، نت پیش‌گیرانه وضعیت ماشین را بهبود می‌بخشد؛ اما خود بخشی از ظرفیت تولید را اشغال می‌کند. یکی از راه‌های مواجهه با این مسئله، نت مبتنی‌بر شرایط با بازرسی‌های گسسته است. در این مقاله یک سیستم تولید تک محصول در شرایط زوال مارکوفی ماشین و عدم قطعیت تقاضا در نظر گرفته شده است. هدف، برنامه‌ریزی هم‌زمان بازرسی‌ها و نت پیش‌گیرانه در یک افق متناهی است که متوسط مجموع هزینه‌های بازرسی، نت و تولید از دست رفته را کمینه کند. بدین منظور یک مدل برنامه‌ریزی پویای تصادفی ارائه شده است که نتایج عددی حاصل از حل آن نشان می‌دهد اولاً متوسط هزینه‌ی کل نسبت به تقاضا و وضعیت ماشین غیرنزولی است؛ ثانیاً در زمان بازرسی، هر چه تقاضا بیشتر باشد یا ماشین در وضعیت بدتری قرار داشته باشد، نت پیش‌گیرانه باید زودتر یا در زمانی مشابه اجرا شود.

واژگان کلیدی: برنامه‌ریزی بازرسی‌ها، نگهداری و تعمیرات مبتنی‌بر شرایط، برنامه‌ریزی پویای تصادفی.

noorinoori@stu.yazd.ac.ir
sadegheih@yazd.ac.ir
lotfi@yazd.ac.ir

۱. مقدمه

در چند دهه‌ی اخیر با رویکرد تولید بهنگام در مدیریت تولید و عملیات، روند تولید تغییر کرده و اهمیت تولید پیوسته و بهنگام زیاد شده است. به دلیل تغییر سریع فنّاوری، نگهداری حجم زیادی از محصول نهایی هیچ تضمینی برای جلب رضایت مشتری به وجود نمی‌آورد. امروزه شرکت‌های تولیدی به سبب رقابت شدید جهانی، بسیار مشتری‌گرا شده‌اند و موفقیت آنها بستگی کامل به توانایی در ارائه‌ی به موقع محصولات با کیفیت بالا و هزینه‌ی پایین برای تقاضای فزاینده و متنوع مشتریان دارد. از این‌رو، شرکت‌های تولیدی برای حفظ و بقا باید به دنبال افزایش کارایی و بهینه‌سازی برنامه‌ریزی عملیات تولیدی خود باشند. در حالی که در یک سیستم تولید واقعی، پویایی و عدم قطعیت وجود دارد. مثلاً وقتی‌که ماشین خراب می‌شود، بخشی از ظرفیت تولید دسترس‌ناپذیر می‌شود و فرایندهای ناتمام تولید، محصولات ناقص یا معیوب تولید می‌کنند. در مقابل، عملیات نگهداری و تعمیرات (نت) وضعیت ماشین را بهبود می‌بخشد؛ اما خود بخشی از ظرفیت تولید را اشغال می‌کند و این ممکن است منجر به تأخیر در تحویل سفارش‌های مشتری شود.[۱] از طرف دیگر، بسیاری از شرکت‌های ساخت و تولید برای پیروزی در محیط رقابتی جاری روی سیستم‌های تولید تمام خودکار با تجهیزات پیشرفته سرمایه‌گذاری می‌کنند. برای این‌که به لحاظ اقتصادی مقرون به صرفه باشد، باید از این تجهیزات گران تا آخرین لحظه‌یی که کارایی مطلوب دارند، بهره‌برداری شود. در بازار رقابتی کنونی به دلیل افزایش پیچیدگی این سیستم‌ها، مدیریت مؤثر بر دارایی‌ها به ویژه در سیستم‌هایی که در مواجهه با هزینه‌های سنگین خرابی و شکست هستند، یکی از مهم‌ترین بخش‌هاست. در مرجع[۲] گزارش شده است که ۱۵ تا ۴۰ درصد از هزینه‌های ساخت در بسیاری از صنایع، مربوط به حوزه‌ی نگهداری و تعمیرات می‌شود. به‌ویژه در صنایع سرمایه‌یی و انرژی‌بر، مثل نفت، شکست و خرابی فاجعه‌بار است. وقتی که به دلیل خرابی خط تولید، یک توقف برنامه‌ریزی نشده رخ می‌دهد اغلب از کارایی سیستم کم و برنامه‌ی تولید جاری منسوخ می‌شود. اصلاح برنامه‌ی تولید در وضعیت اضطراری معمولاً هزینه‌ی زیادی به همراه دارد و اغلب سبب تغییر سریع در کیفیت محصول و سطح خدمات می‌شود. پس یک‌پارچه‌سازی برنامه‌ریزی تولید و نت ضروری است تا بتوان از خرابی‌های اجتناب‌ناپذیر و برنامه‌ریزی‌های مجدد رهایی جست.

* نویسنده مسئول
تاریخ: دریافت ۱۳۹۷/۲/۳۱، اصلاحیه ۱۳۹۷/۱۰/۱۹، پذیرش ۱۳۹۷/۱۱/۲۸.
DOI:10.24200/J65.2019.50720.1866

پیشینه‌ی حوزه‌ی برنامه‌ریزی نگهداری و تعمیرات بسیار وسیع است. اما به‌طور کلی دو رویکرد برای برنامه‌ریزی نگهداری و تعمیرات وجود دارد: نگهداری و تعمیرات مبتنی‌بر زمان (TBM)[1] و نگهداری و تعمیرات مبتنی‌بر شرایط (CBM)[2] [۳] در نگهداری و تعمیرات مبتنی‌بر زمان عمر ماشین ملاک برنامه‌ریزی است و تصمیم گرفته می‌شود عملیات نت پیش‌گیرانه در چه زمان‌هایی اجرا شود.[۴] در این رویکرد بسته به نوع سیاست برنامه‌ریزی، فاصله‌ی زمانی بین عملیات نت پیش‌گیرانه‌ی متوالی می‌تواند یکسان یا غیر یکسان باشد. در این رویکرد اگر فاصله‌ی زمانی بین عملیات نت پیش‌گیرانه‌ی متوالی بیش از حد کم باشد منجر به اجرای عملیات نت غیر ضروری می‌شود و اگر این فاصله زیاد باشد احتمال وقوع خرابی قبل از اجرای عملیات نت پیش‌گیرانه را بالا می‌برد و هزینه‌های تعمیر اصلاحی (CR)[3] را افزایش می‌دهد. برای مقابله با این چالش رویکرد نگهداری و تعمیرات مبتنی‌بر شرایط در سال ۱۹۷۵ ظهور کرد.[۵] در این رویکرد، تصمیم‌گیری برای نت پیش‌گیرانه به وضعیتی که ماشین در آن قرار دارد، وابسته است.[۳] مبنای تصمیم‌گیری در این رویکرد اطلاعاتی است که از طریق سنجش وضعیت ماشین به دست می‌آید. در این رویکرد فقط در صورت وجود شواهدی در اطلاعات سنجش وضعیت که نشان از رفتار غیر عادی دستگاه داشته باشد، اجرای فعالیت‌های نگهداری و تعمیرات پیشنهاد می‌شود.[۶]

یک مدل CBM شامل دو مرحله است. در مرحله‌ی اول با استفاده از بازرسی یا سنجش وضعیت حالتی که ماشین در آن قرار دارد، تشخیص داده می‌شود. بازرسی یا سنجش وضعیت برحسب نوع و عملکرد ماشین می‌تواند پیوسته یا گسسته باشد. در سنجش وضعیت پیوسته، ماشین معمولاً با استفاده از حس‌گرهای نصب شده روی آن تحت نظارت پیوسته قرار دارد. در بسیاری از صنایع این راهبرد مقرون به صرفه نیست. اما در سنجش وضعیت گسسته ماشین در فواصل زمانی خاصی بازرسی و متغیرهای تشخیص خرابی اندازه‌گیری می‌شود. هر چند هزینه‌ی سنجش وضعیت گسسته کمتر است، اما این راهبرد، ریسک از دست دادن علائم و هشدارهای مربوط به خرابی‌هایی را که در فاصله‌ی بین بازرسی‌های متوالی ممکن است رخ دهد، به همراه دارد.[۷] در بازرسی گسسته، رویکردهای مختلفی برای مشخص کردن زمان بازرسی‌ها وجود دارد. در اغلب آنها، برای ساده‌سازی فرض می‌شود بعد از بازرسی، وضعیت ماشین به‌طور صحیح مشخص شود. در عوض هزینه‌های بازرسی به مدل اضافه خواهد شد. رویکرد اول آن است که بازرسی‌ها در فواصل زمانی ثابت و از پیش تعیین شده و با نظر کارشناسان نت انجام گیرد.[۸] رویکرد دوم آن است که فاصله‌ی بازرسی‌ها اگر چه ثابت است، اما از پیش تعیین شده نیست و به‌عنوان متغیر تصمیم از حل یک مدل با در نظر گرفتن شاخص‌های اقتصادی استخراج می‌شود.[۹-۱۲] رویکرد سوم آن است که بازرسی‌ها در فواصل نه لزوماً ثابت و نه از پیش تعیین شده انجام می‌گیرد و طرح بهینه برای انجام بازرسی‌ها از حل یک مدل با معیارهای اقتصادی حاصل می‌شود.[۱۳] در این تحقیق از رویکردی مشابه با رویکرد سوم استفاده خواهد شد.

در مرحله‌ی دوم حد کنترل بهینه برای انجام عملیات نت پیش‌گیرانه تعیین می‌شود. در CBM فقط بعد از آن‌که مقادیر یک یا چند تا از پارامترهای سیستم، از مقادیر از پیش تعیین شده‌یی بیشتر شود، فعالیت‌های نت پیش‌گیرانه اجرا می‌شود. این مقادیر از پیش تعیین شده، حدود کنترل نامیده می‌شوند. چالش اصلی در CBM با نظارت گسسته، تعیین سیاست حد کنترلی بهینه برای نت پیش‌گیرانه است. در این سیاست فرض می‌شود هزینه‌ی نت مبتنی‌بر شرایط کمتر از هزینه‌ی نت اصلاحی باشد. همچنین با این فرض که حد کنترل بهینه برای نت پیش‌گیرانه یکی از وضعیت‌های دستگاه است، مدل‌هایی به‌منظور پیدا کردن حد کنترل بهینه ارائه شده است.[۱۳-۱۵] هدف اغلب این مدل‌ها، افزایش قابلیت اطمینان دستگاه است و کمتر تبعات اقتصادی در تصمیم‌گیری‌های مربوط به تعویض یا تعمیر ماشین مد نظر قرار گرفته است. از این‌رو، محققان با لحاظ هزینه‌های نت پیش‌گیرانه و هزینه‌های تعویض ناشی از وقوع خرابی، مدل‌هایی ارائه داده‌اند که طی آن‌ها حد کنترل برای نت پیش‌گیرانه علاوه‌بر وضعیت دستگاه، به هزینه‌های مذکور نیز وابسته است.[۷و۸ و۱۶-۱۹]

پس به‌طور خلاصه می‌توان گفت یک مدل CBM که در آن بازرسی‌ها به‌عنوان متغیر تصمیم ظاهر می‌شوند، شامل دو دسته تصمیم است؛ دسته‌ی اول تصمیمات مربوط به نحوه‌ی بازرسی سیستم و دسته‌ی دوم تصمیمات مربوط به زمان اجرای نت پیش‌گیرانه است. در تمام این رویکردها اگر تناوب بازرسی‌ها زیاد باشد هزینه‌ی انجام بازرسی‌ها زیاد می‌شود ولی در عوض جلوی عملیات نت پیش‌گیرانه‌ی غیرضروری گرفته می‌شود و سبب کاهش خرابی‌های غیرمنتظره به‌طور چشم‌گیری می‌شود. بر عکس اگر این تناوب کم باشد، هر چند هزینه‌های بازرسی کاهش می‌یابد اما مجموع هزینه‌های نت پیش‌گیرانه و نت ناشی از خرابی افزایش می‌یابد.[۱۲]

غالباً در هر دو رویکرد، برای به دست آوردن تصمیمات بهینه‌ی حوزه‌ی نت به تقاضای مشتری توجهی نمی‌شود. به‌عبارت دیگر، تصمیم‌گیری در حوزه‌ی نت بدون توجه به نیازمندی‌های بخش تولید صورت می‌گیرد. مثلاً ممکن است در سیاست اتخاذ شده، زمان بهینه‌ی اجرای نت پیش‌گیرانه درست زمانی باشد که ماشین در حال کار است و مشتری در انتظار دریافت سفارش خود است که این در تعارض با تصمیمات بخش تولید است و در صورت اجرا منجر به تأخیر در تحویل سفارش مشتری و نهایتاً نارضایتی وی می‌شود. پس اگر عملیات نت پیش‌گیرانه غیر ضروری باشد، از ظرفیت تولید می‌کاهد و سبب تأخیر در تحویل سفارش مشتری یا افزایش هزینه‌ی تولید از دست رفته می‌شود و اگر نت پیش‌گیرانه دیرتر از موعد اجرا شود، احتمال بروز خرابی‌های غیر منتظره را افزایش می‌دهد و این نیز تبعات مشابه و چه‌بسا بدتر به همراه دارد. در نتیجه، به‌منظور جلوگیری از بروز چنین مشکلاتی ضروری است تصمیمات هر دو حوزه هماهنگ با هم اتخاذ شود.

یک مدل ریاضی برنامه‌ریزی عدد صحیح آمیخته‌ی غیرخطی برای برنامه‌ریزی هم‌زمان تولید و نگهداری و تعمیرات در یک سیستم ساخت مستعد خرابی ارائه شده است که در آن عملیات نت پیش‌گیرانه غیرکامل فرض شده است؛ بدین معنا که در اثر اجرای نت پیش‌گیرانه، ماشین به یک حالت عملیاتی بین خرابی کامل و نو تبدیل می‌شود. همچنین برای حل مدل از یک روش ابتکاری استفاده شده است و عملکرد آن روی یک دسته مسائل نمونه‌یی آزمایش شده است که عملکرد خوب آن را نشان می‌دهد.[۲۰]

در مرجع[۲۱] با استفاده از فرایندهای تصمیم نیمه‌مارکوفی، یک مدل یکپارچه برای ارائه‌ی سیاست‌های کنترلی تولید و نگهداری و تعمیرات پیش‌گیرانه ارائه شده است که در آن تصمیم‌گیری بر اساس موجودی سیستم و قابلیت اطمینان دستگاه است که منجر به جلوگیری از عملیات نت پیش‌گیرانه غیرضروری و صرفه‌جویی در هزینه‌های نگهداری و تعمیرات می‌شود. همچنین بر اساس تحقیقات انجام شده[۲۲] یک مدل یکپارچه برای کنترل تولید و نگهداری و تعمیرات پویا ارائه شده است که در آن نگهداری و تعمیرات پویا شامل نت پیش‌گیرانه، اصلاحی و فرصت طلبانه است. در این مدل، هم سیاست‌های کنترل تولید و هم نگهداری و تعمیرات به موجودی و عمر ماشین وابسته شده‌اند.

در سال ۲۰۱۴[۲۳] با استفاده از برنامه‌ریزی پویای تصادفی یک سیاست حد آستانه‌یی برای اجرای نت پیش‌گیرانه ارائه شده است که در آن حد کنترل بهینه، به وضعیت ماشین و تقاضا وابسته است و علاوه‌بر هزینه‌ی نت پیش‌گیرانه هزینه‌ی تولید از دست رفته نیز در نظر گرفته شده است، اما در آن فرض شده است حالت ماشین در ابتدای هر دوره معلوم است؛ یعنی تصمیم‌گیری در مورد بازرسی‌ها در

مدل دیده نشده است. همچنین مدت زمان لازم برای اجرای نت پیش‌گیرانه در مدل لحاظ نشده است.

تا آن‌جا که ما بررسی کرده‌ایم، تحقیقی که در آن تصمیمات مربوط به بازرسی و نگهداری و تعمیرات پیش‌گیرانه به‌طور هم‌زمان و در حضور تقاضا اتخاذ شود، وجود ندارد. برای پرداختن به این موضوع دو مسیر پیش پای محققان وجود داشت. یکی آن‌که مدل‌های حوزه‌ی CBM در حضور تقاضا توسعه داده شود و دیگر آن‌که تصمیمات مربوط به بازرسی به مدل‌هایی که نت پیش‌گیرانه را در حضور تقاضا برنامه‌ریزی می‌کنند، اضافه شود. ما در این تحقیق مسیر دوم را انتخاب کرده و مدل ارائه شده را توسعه داده‌ایم.[۲۳]

در این مقاله با استفاده از روش برنامه‌ریزی پویای تصادفی، یک مدل برای برنامه‌ریزی نگهداری و تعمیرات مبتنی‌بر شرایط در سطح فنی و در افق متناهی ارائه شده است. در این مدل، بازرسی‌ها گسسته‌اند و به‌عنوان متغیر تصمیم در مدل گنجانده شده‌اند و طرح بازرسی بهینه از بین طرح‌های بازرسی ممکن به دست می‌آید. مدل ارائه شده به گونه‌یی است که در به دست آوردن طرح بازرسی بهینه، هزینه‌های بازرسی و نت پیش‌گیرانه و تولید از دست رفته در نظر گرفته شده است. همچنین بهترین زمان برای اجرای عملیات نت پیش‌گیرانه با توجه به نتیجه‌ی بازرسی حاصل می‌شود. به‌عبارت دیگر، زمان بهینه برای اجرای بازرسی و نت پیش‌گیرانه به‌طور هم‌زمان مشخص می‌شود و بین آنها موازنه برقرار می‌شود. متغیر حالت مدل زوج مرتب (s, z) است که در آن z تقاضا و s وضعیت ماشین را نشان می‌دهد. تقاضا یک متغیر تصادفی گسسته با توزیع دلخواه است و وضعیت ماشین بعد از انجام بازرسی مشخص می‌شود.

بنابراین تفاوت مدل ما با مدل ارائه شده در سال ۲۰۱۴ [۲۳] عبارت است از:

- اضافه کردن تصمیمات بازرسی به مدل که موجب می‌شود، برنامه‌ریزی در افق متناهی صورت گیرد.
- مدت زمان لازم برای اجرای بازرسی و نت پیش‌گیرانه در مدل لحاظ شده است.
- با توجه به مرجع[۲۳] فرض بر آن است که متغیر حالت در ابتدای هر دوره کاملاً معین می‌شود؛ در حالی که در مدل ما متغیر حالت فقط در زمان بازرسی که خود متغیر تصمیم است، مشخص می‌شود و این همان چالش اصلی است که در مدل‌سازی این مسئله وجود دارد و در این تحقیق به آن پرداخته شده است.

همچنین، تفاوت اصلی مدل ما با مدل‌های حوزه‌ی CBM آن است که برای تصمیم‌گیری در مورد زمان بازرسی و نت پیش‌گیرانه علاوه‌بر وضعیت ماشین به تقاضای مشتری نیز توجه دارد که این امر موجب هماهنگی بین دو حوزه‌ی تولید و نت در سطح فنی می‌شود.

در ادامه و در بخش ۲، مسئله و فرض‌های مربوط بیان شده است. در بخش‌های ۳، ۴ و ۵ مدل پیشنهادی و روش حل آن به تفصیل ارائه می‌شود. برای تشریح بیشتر مدل، در بخش ۶ یک مثال عددی طراحی و در مورد اعتبارسنجی مدل بحث شده است و در بخش ۷ نتیجه‌گیری و پیشنهادهایی برای تحقیقات آتی بیان شده است.

۲. بیان مسئله و مفروضات

یک سیستم تولید تک‌محصولی را در نظر بگیرید که در آن تولید برمبنای سفارش مشتری انجام می‌شود. فرض کنید افق برنامه‌ریزی متناهی است و به K دوره‌ی زمانی متساوی‌الفاصله هر یک به طول T افراز شده است. در ابتدای افق برنامه‌ریزی، تقاضای هر دوره یک متغیر تصادفی گسسته به نام Δ است که دارای توزیع احتمال g_Δ است. در ابتدای هر دوره، تقاضا که عضوی از برد متغیر تصادفی Δ است، معین می‌شود. تقاضای هر دوره باید در همان دوره برآورده شود و چنان‌چه سیستم تولید قادر به تولید بخشی از تقاضا نباشد به‌ازای هر واحد از تقاضای برآورده نشده، جریمه‌یی معادل h واحد به آن تحمیل می‌شود. برای راحتی در مدل‌سازی، کل سیستم تولید یک ماشین در نظر گرفته شده است. ماشین در اثر تولید محصول به تدریج رو به زوال می‌رود. برای ماشین سطوح مختلفی از خرابی در نظر گرفته شده است که هر سطح از آن یک حالت نامیده می‌شود. $\mathbb{S} = \{0, 1, 2, \ldots, N\}$ مجموعه‌ی حالات ماشین را نشان می‌دهد که مجموعه‌یی متناهی است. فرایند زوال ماشین دارای رفتار مارکوفی است. یعنی، اگر $\mathcal{X} = (X_t : t \in [0, \infty))$ نشان‌دهنده‌ی فرایند زوال ماشین باشد، فرض بر آن است که $\mathcal{X}$ یک فرایند مارکوف همگن زمان پیوسته با فضای حالت گسسته‌ی $\mathbb{S}$ باشد. ماشین ممکن است در یکی از N حالت عملیاتی $\{0, 1, 2, \ldots, N-1\}$ یا در حالت خرابی N باشد. حالت صفر بیان‌گر یک ماشین نو و حالت N نشان‌دهنده‌ی یک ماشین خراب است. ماشین در حالت صفر در بهترین وضعیت خود قرار دارد و نرخ تولید در این حالت بیشترین مقدار ممکن را دارد و در حالت N در بدترین وضعیت قرار دارد و نرخ تولید در آن صفر است. در سایر حالات، هر چه عدد مشخص کننده‌ی حالت بزرگ‌تر باشد بدان معناست که ماشین در وضعیت بدتری قرار دارد و نرخ تولید آن کوچک‌تر است. پس اگر نرخ تولید ماشین در حالت s را با $r(s)$ نشان دهیم آنگاه $r(s)$ نسبت به s اکیداً نزولی است.

هدف آن است که با استفاده از رویکرد نگهداری و تعمیرات مبتنی‌بر شرایط با بازرسی‌های گسسته ضمن بهبود عملکرد ماشین از عملیات نت پیش‌گیرانه غیرضروری جلوگیری و بین بازرسی، نت پیش‌گیرانه و تولید از دست رفته موازنه برقرار شود.

همان‌طور که گفته شد این رویکرد شامل دو مرحله است. مرحله‌ی اول برنامه‌ریزی بازرسی‌هاست و مرحله‌ی دوم تصمیم‌گیری در خصوص زمان اجرای عملیات نت پیش‌گیرانه با توجه به نتیجه‌ی به دست آمده از بازرسی‌هاست. در این مسئله، برای مرحله‌ی اول فرض شده است که با انجام عملیات بازرسی حالت ماشین به درستی تشخیص داده شود. زمان و هزینه‌ی هر بار انجام عملیات بازرسی به حالت ماشین بستگی ندارد و به ترتیب با t_{ins} و c_{ins} نمایش داده می‌شود. ابتدای دوره‌ی اول یعنی آغاز افق برنامه‌ریزی عملیات بازرسی باید انجام شود، در حالی که ابتدای دوره‌های دیگر، گزینه‌هایی برای انجام عملیات بازرسی هستند و باید تصمیم گرفته شود کدام دوره‌ها برای انجام عملیات بازرسی انتخاب شوند. در مرحله‌ی دوم، با توجه به نتیجه‌ی بازرسی زمان بهینه برای اجرای نت پیش‌گیرانه باید تعیین شود. این تصمیمات باید به گونه‌یی اتخاذ شود که مجموع هزینه‌های بازرسی، نت پیش‌گیرانه و تولید از دست رفته در طول افق برنامه‌ریزی کمینه شود.

تصمیم‌گیری در خصوص بازرسی‌ها به‌طور مستقیم روی هزینه‌های بازرسی تأثیر می‌گذارد، در حالی که تأثیر آن روی سایر هزینه‌ها غیرمستقیم است؛ زیرا زمان اجرای نت پیش‌گیرانه فقط بعد از انجام عملیات بازرسی مشخص می‌شود. هزینه و مدت زمان اجرای عملیات نت پیش‌گیرانه به حالت ماشین در لحظه‌ی اجرا وابسته است و به ترتیب با $c_{pm}(s)$ و $t_{pm}(s)$ نمایش داده می‌شوند. $c_{pm}(s)$ و $t_{pm}(s)$ نسبت به s اکیداً صعودی هستند. همچنین فرض می‌شود وقتی ماشین در حالت صفر است، هزینه و مدت زمان اجرای نت پیش‌گیرانه صفر باشد. هزینه تولید از دست رفته، هزینه‌یی است که به دلیل زوال ماشین یا غیر قابل دسترس بودن آن در زمان اجرای عملیات بازرسی یا نت پیشگیرانه به سیستم تحمیل می‌شود. برای در نظر گرفتن این هزینه، علاوه‌بر ایجاد وابستگی بین نرخ تولید و حالت

ماشین، مدت زمانی که صرف عملیات بازرسی و نت پیش‌گیرانه می‌شود، در مدل لحاظ شده است. در بخش بعد ابتدا مدل پایه‌ی برنامه‌ریزی پویای تصادفی با افق متناهی توضیح داده می‌شود، سپس مسئله‌ی حاضر در این قالب مدل‌سازی می‌شود.

۳. مدل پیشنهادی مسئله

در مدل پایه‌ی برنامه‌ریزی پویای تصادفی با افق متناهی، مهم‌ترین موضوع، ساختن معادله‌ی بهینگی است که یک رابطه‌ی بازگشتی رو به عقب است. اجزای این رابطه عبارت‌اند از مرحله‌ی (n)، متغیر حالت $(s$ یا $s')$ متغیر تصمیم (a)، ماتریس احتمال انتقال وقتی‌که تصمیم a اتخاذ شده $(p(a))$ و هزینه‌ی مرحله‌ی فعلی وقتی که حالت سیستم s است و تصمیم a اتخاذ شده است $(C(s,a))$. به‌طور کلی معادله‌ی بهینگی مدل پایه در رابطه‌ی ۱ نشان داده شده است:

$$V_n(s)=\min_{a\in\mathbb{A}}\{C(s,a)+\sum_{s'\in\mathbb{S}}P_{ss'}(a)V_{n-1}(s')\}(\forall n\geq 1) \qquad (1)$$

که در آن $\mathbb{S}$ فضای حالت، $\mathbb{A}$ فضای تصمیم و $v_n(s)$ متوسط هزینه‌ی کل را در شرایطی نشان می‌دهد که حالت سیستم s باشد و n مرحله تا پایان افق برنامه‌ریزی باقی‌مانده باشد. و فرض می‌شود $(\forall s\in\mathbb{S})\ v_0(s)=0$ [۲۴].

حال به‌منظور مدل‌سازی مسئله‌ی بیان شده در بخش قبل در قالب برنامه‌ریزی پویای تصادفی با افق متناهی، اجزای معادله‌ی بهینگی را به‌صورت زیر تعریف می‌کنیم.

جزء اول (مرحله)

هر نقطه از زمان که تصمیم به بازرسی گرفته شود به‌عنوان مرحله در نظر گرفته می‌شود. در ساختار مدل ارائه شده، تعداد دوره‌های باقی‌مانده تا پایان افق برنامه‌ریزی در هر مرحله مورد نیاز است که نحوه‌ی محاسبه‌ی آن در ادامه آورده شده است.

با توجه به این‌که در مسئله‌ی ما ابتدای هر دوره‌ی زمانی گزینه‌یی برای اجرای بازرسی‌هاست و با فرض این‌که در ابتدای دوره‌ی اول باید بازرسی انجام شود، بازرسی در هر دوره را می‌توان یک متغیر تصمیم دودویی در نظر گرفت. پس اگر مجموعه‌ی جواب‌های شدنی برای بازرسی‌ها را با $\mathbb{I}$ نشان دهیم، تعداد اعضای $\mathbb{I}$ برابر با 2^{k-1} است که در آن k تعداد دوره‌های افق برنامه‌ریزی است و به هر یک از آن‌ها یک طرح بازرسی گفته می‌شود. بنابراین، هر طرح بازرسی را می‌توان با $I=(i_k)_{k=0}^{K}$ که یک دنباله‌ی متناهی متشکل از $K+1$ جمله‌ی ۰ یا ۱ است نمایش داد، به‌طوری‌که:

$$I=(i_0,i_1,\ldots,i_K)=(i_k)_{k=0}^{K},\qquad i_0=i_K=1$$

جمله‌ی آخر I، به دلیل سهولت در مدل‌سازی، همواره مساوی ۱ در نظر گرفته می‌شود. فرض کنید $I=(i_k)_{k=0}^{K}$ یک طرح بازرسی دلخواه و از این به بعد ثابت باشد. $\bar{I}$ را زیر دنباله‌یی از I شامل تمام جملات یکِ دنباله‌ی I در نظر بگیرید. یعنی،

$$\bar{I}=(\bar{i}_{k_0},\bar{i}_{k_1},\cdots,\bar{i}_{k_{m(I)}})=(\bar{i}_{k_i})_{i=0}^{m(I)}$$

که در آن،

$$\bar{i}_{k_i}=1\qquad \forall i\in\{0,1,\cdots,m(I)\}$$

و

$$i_k=0\qquad \forall k\notin\{k_0,k_1,\cdots,k_{m(I)}\}$$

حال، دنباله‌ی $J(I)=(j(I)_n)_{n=0}^{m(I)}$، را به‌صورت زیر تعریف کنید:

$$J(I)=(j(I)_0,j(I)_1,\cdots,j(I)_{m(I)})=$$
$$(K-k_{m(I)},K-k_{m(I)-1},\cdots,K-k_1,K-k_0)$$

دنباله‌ی $J(I)$ که به‌طور غیر مستقیم مراحل را مشخص می‌کند، دنباله‌ی مراحل می‌نامیم. تعداد جملات این دنباله، تعداد مراحل را مشخص می‌کند. مثال ۱ به‌منظور درک بهتر تعریف دنباله‌ی مراحل طراحی شده است.

مثال ۱) فرض کنید $I=(1,0,0,1,0,1,1)$ یک طرح بازرسی برای مسئله‌یی با ۶ دوره‌ی زمانی باشد. همان‌طور که در شکل ۱ دیده می‌شود در این طرح بازرسی، بازرسی‌ها در ابتدای دوره‌ی اول و چهارم و ششم انجام می‌شود. آخرین جمله‌ی دنباله‌ی I همواره یک در نظرگرفته می‌شود تا بتوان مراحل را تعریف کرد و به همین دلیل به شکل متفاوت از بقیه نشان داده شده است. زیر دنباله‌ی $\bar{I}=(1,1,1,1)$ شامل تمام جملات یکِ دنباله‌ی I و دنباله‌ی $k=(0,3,5,6)$ شامل اندیس جملات یکِ دنباله‌ی I را در نظر بگیرید. دنباله‌ی مراحل متناظر با I به‌صورت زیر به دست می‌آید:

$$J(I)=(6-6,6-5,6-3,6-0)=(0,1,3,6)$$

دنباله‌ی $J(I)=(0,1,3,6)$ نشان می‌دهد به ازای طرح بازرسی $I=(1,0,0,1,0,1,1)$، مدل برنامه‌ریزی پویای احتمالی شامل ۴ مرحله است. در مرحله‌ی اول صفر دوره تا پایان افق برنامه‌ریزی باقی مانده است. مرحله‌ی دوم زمانی است که ۱ دوره تا پایان افق برنامه‌ریزی مانده است. مرحله‌ی سوم زمانی است که ۳ دوره تا پایان افق برنامه‌ریزی باقی مانده است و در مرحله‌ی چهارم ۶ دوره تا پایان افق برنامه‌ریزی باقی مانده است.

جزء دوم (متغیر حالت یا حالت سیستم)

زوج مرتب $(s,z)\in\mathbb{S}\times\mathcal{R}_\Delta$ به عنوان متغیر حالت مدل تعریف می‌شود. در این عبارت، s وضعیت ماشین، z وقوع متغیر تصادفی Δ (تقاضا)، $\mathbb{S}$ فضای حالت ماشین و $\mathcal{R}_\Delta$ برد متغیر تصادفی Δ است.

جزء سوم (متغیر تصمیم)

در مسئله‌ی مورد نظر دو نوع متغیر تصمیم وجود دارد؛ نوع اول مشخص می‌کند در ابتدای کدام دوره باید ماشین را بازرسی کرد و نوع دوم مشخص می‌کند در هر مرحله با توجه به متغیر حالت (وضعیت ماشین و مقدار تقاضا) تا زمان بازرسی بعدی (مرحله‌ی بعد) در چه دوره‌یی باید نت پیش‌گیرانه را اجرا کرد. در این صورت، هر طرح بازرسی دنباله‌یی متناهی از متغیرهای تصمیم نوع اول است. فرض کنید $I=(i_k)_{k=0}^{K}$ یک طرح بازرسی دلخواه و از این به بعد ثابت و $J(I)=(j(I)_n)_{n=0}^{m(I)}$ دنباله‌ی مراحل متناظر با آن در مدل برنامه‌ریزی پویای تصادفی باشد. در مرحله‌ی nاُم، فضای تصمیم مربوط به تصمیمات نوع دوم وابسته به این طرح بازرسی به‌صورت

شکل ۱. نمودار مربوط به طرح بازرسی مثال ۱.

$\mathbb{A} = \{۰, ۱, \dots, l_{I,n}\}$ است که در آن $l_{I,n} = j(I)_n - j(I)_{n-۱}$ تصمیم صفر بدان معناست که بعد از اجرای بازرسی، تصمیم به اجرای نت پیش‌گیرانه گرفته نشود؛ تصمیم $a \in \mathbb{A}$ بدان معناست که در aاُمین دوره بین بازرسی فعلی و بازرسی بعدی، نت پیش‌گیرانه اجرا شود.

جزء چهارم (ماتریس احتمال انتقال)

همان‌طورکه گفته شد در مسئله‌ی مورد نظر فرض بر آن است که فرایند زوال ماشین، یک فرایند مارکوف همگن زمان پیوسته با فضای حالت گسسته‌ی $\mathbb{S} = \{۰, ۱, \dots, N\}$ باشد که با $\mathcal{X} = (x_t : t \in [۰, \infty))$ نمایش داده می‌شود. برای به دست آوردن ماتریس احتمال انتقال فرایند کافی است ماتریس نرخ انتقال حالت را داشته باشیم. این ماتریس با Q نمایش داده می‌شود و به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$Q = [q_{ss'}]_{(N+۱)\times(N+۱)}$$
$$q_{ss'} = \lim_{t\to ۰} \frac{Pr(X_t = s' | X_۰ = s)}{t}, s, s' \in \mathbb{S}, \qquad s \neq s',$$
$$q_{ss} = -\sum_{s' \neq s} q_{ss'}.$$

به‌علاوه، ماتریس Q در شرایط زیر صدق می‌کند:

شرط ۱: نرخ انتقال از یک حالت به یک حالت بهتر صفر است. زیرا در فرایند زوال ماشین، بدون اجرای عملیات نت وضعیت ماشین بهبود نمی‌یابد. به زبان ریاضی:

$$q_{ss'} = ۰, \forall s' < s \qquad (۲)$$

شرط ۲: هر چه ماشین در وضعیت بدتری باشد، نرخ انتقال آن به وضعیت‌های بدتر افزایش می‌یابد. به بیان ریاضی:

$$\sum_{s \geq u} q_{ss'} < \sum_{s \geq u} q_{(s+۱)s'}, \forall u \in \mathbb{S}, u \geq (s+۲) \qquad (۳)$$

اکنون با استفاده از برابری چپمن-کولموگوروف می‌توان ماتریس‌های احتمال انتقال فرایند را به دست آورد. فرض کنید ماتریس احتمال انتقال فرایند، بعد از گذشت یک دوره‌ی زمانی به طول T و در صورت عدم اجرای عملیات نت پیش‌گیرانه با $P_۰$ و در صورت اجرای عملیات نت پیش‌گیرانه در ابتدای دوره با $P_۱$ نشان داده شود، پس:

$$P_۰ = e^{\mathcal{Q}T} \qquad (۴)$$
$$P_۱ = R \times P_۰ = R \times e^{\mathcal{Q}T} \qquad (۵)$$

تساوی اخیر به این دلیل است که فرض شده است ماشین بعد از اجرای عملیات نت پیش‌گیرانه بلافاصله به حالت نو تبدیل شود یا به عبارت دیگر به وضعیت صفر برگردد که در آن R به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$R = [r_{ss'}]_{(N+۱)\times(N+۱)}$$
$$r_{ss'} = \Pr(X_{۰+} = s' | X_۰ = s, a = ۱)$$
$$R = \begin{bmatrix} ۱ & ۰ & \cdots & ۰ \\ ۱ & ۰ & \cdots & ۰ \\ \vdots & \cdots & \cdots & \vdots \\ ۱ & ۰ & \cdots & ۰ \end{bmatrix}$$

جزء پنجم (هزینه‌ی بین دو بازرسی متوالی یا هزینه‌ی یک مرحله)

فرض کنید $\bar{C}_l(s, z, a)$ هزینه‌ی بین دو بازرسی متوالی باشد به‌طوری که در بازرسی فعلی ماشین در وضعیت s و تقاضا z باشد و فاصله‌ی بین دو بازرسی l دوره‌ی زمانی باشد و تصمیم گرفته شود در دوره‌ی aاُم آن‌ها نت پیش‌گیرانه اجرا شود، که در آن $l = ۱, \dots, K$ و $a = ۰, \dots, l$. برای محاسبه‌ی $\bar{C}_l(s, z, a)$ از روابط ۶-۸، استفاده می‌شود. در روابط ۶-۸، ρ ضریب تنزیل و عددی بین صفر و یک است؛ $T_{A۱}(s, b)$ و $T_{A۲}(s, b)$ به ترتیب زمان واقعی برای تولید در یک دوره‌ی زمانی در صورت اجرای بازرسی و عدم اجرای آن هستند در صورتی که در ابتدای دوره ماشین در حالت s باشد و تصمیم b در خصوص نت پیش‌گیرانه اتخاذ شود و به‌صورت زیر محاسبه می‌شوند:

$$T_{A۱}(s, b) = T - t_{ins} - bt_{pm}(s), \qquad b \in \{۰, ۱\}$$
$$T_{A۲}(s, b) = T - bt_{pm}(s), \qquad b \in \{۰, ۱\}$$

$r(s, b)$، نرخ تولید ماشین در یک دوره است در صورتی که در ابتدای دوره ماشین در حالت s باشد و تصمیم b در خصوص نت پیش‌گیرانه اتخاذ شود و به‌صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$r(s, b) = \begin{cases} r(s) & b = ۰ \\ r(۰) & b = ۱ \end{cases}$$

β_h، یک تابع نشان‌گر است که به‌صورت زیر تعریف می‌شود:

$$\beta_h : \{h, \cdots, K\} \to \{۰, ۱\}$$
$$\beta_h(l) = \begin{cases} ۰ & l = h \\ ۱ & l \geq h+۱ \end{cases}$$

و در یک عبارت علامتِ $+$ بالای پرانتز بدان معناست که اگر داخل پرانتز مثبت باشد، مقدار آن عبارت با مقدار داخل پرانتز برابر است و در غیر این صورت آن عبارت مقدار صفر می‌گیرد.

رابطه‌ی ۶، هزینه‌ی بین دو بازرسی متوالی را در شرایطی محاسبه می‌کند که در بازرسی فعلی ماشین در وضعیت s، تقاضا z، فاصله‌ی بین دو بازرسی l، و نت پیش‌گیرانه در این فاصله اجرا نشود.

$$\bar{C}_l(s, z, ۰) =$$
$$c_{ins} + h(z - T_{A۱}(s, ۰)r(s, ۰))^+$$
$$+\beta_۱(l) \sum_{w=۱}^{l-۱} \rho^w \sum_{s'=۰}^{N} (P_۰^{\,w})_{s,s'} \sum_{\delta \in \mathcal{R}_\Delta}$$
$$g_\Delta(\delta) h(\delta - T_{A۲}(s', ۰)r(s', ۰))^+$$
$$(l \in \{۱, \cdots, K\}, s \in \mathbb{S}, z \in \mathcal{R}_\Delta) \qquad (۶)$$

اجزای این رابطه در جدول ۱ توضیح داده شده است.

رابطه‌ی ۷، این هزینه را در شرایطی محاسبه می‌کند که در بازرسی فعلی ماشین در وضعیت s، تقاضا z، فاصله‌ی بین دو بازرسی l و نت پیش‌گیرانه در دوره‌ی اول فاصله‌ی بین دو بازرسی اجرا شود.

$$\bar{C}_l(s, z, ۱) =$$
$$c_{ins} + c_{pm}(s) + h(z - T_{A۱}(s, ۱)r(s, ۱))^+$$
$$+\beta_۱(l) \sum_{w=۱}^{l-۱} \rho^w \sum_{s'=۰}^{N} (P_۱ P_۰^{\,w-۱})_{s,s'} \sum_{\delta \in \mathcal{R}_\Delta}$$

جدول ۱. اجزای رابطه‌ی ۶.

c_{ins}
هزینه‌ی بازرسی
$h(z - T_{A1}(s,0)r(s,0))^+$
هزینه‌ی تولید از دست رفته در دوره‌ی اول
بین دو بازرسی متوالی
$\sum_{s'=0}^{N} (P_0^{\,w})_{s,s'} \sum_{\delta \in \mathcal{R}_\Delta} g_\Delta(\delta) h(\delta - T_{A2}(s',0)r(s',0))^+$
متوسط هزینه‌ی تولید از دست رفته در دوره‌ی $(w+1)$اُم بین دو بازرسی متوالی

جدول ۲. اجزای رابطه‌ی ۷.

c_{ins}
هزینه‌ی بازرسی
$c_{pm}(s)$
هزینه‌ی نت پیش‌گیرانه
$h(z - T_{A1}(s,1)r(s,1))^+$
هزینه‌ی تولید از دست رفته در دوره‌ی اول بین دو بازرسی متوالی
$\sum_{s'=0}^{N} (P_1 P_0^{\,w-1})_{s,s'} \sum_{\delta \in \mathcal{R}_\Delta} g_\Delta(\delta) h(\delta - T_{A2}(s',0)r(s',0))^+$
متوسط هزینه‌ی تولید از دست رفته در دوره‌ی $(w+1)$اُم بین دو بازرسی متوالی

$$g_\Delta(\delta) h(\delta - T_{A2}(s',0)r(s',0))^+$$
$$(l \in \{1,\cdots,K\}, s \in \mathbb{S}, z \in \mathcal{R}_\Delta) \qquad (۷)$$

اجزای این رابطه در جدول ۲ تشریح شده است.

اگر فاصله‌ی بین دو بازرسی بیش از یک دوره باشد، رابطه‌ی ۸ هزینه‌ی بین دو بازرسی متوالی را در شرایطی محاسبه می‌کند که در بازرسی فعلی ماشین در وضعیت s، تقاضا z، فاصله‌ی بین دو بازرسی l و نت پیش‌گیرانه در دوره‌ی aاُم فاصله‌ی بین دو بازرسی اجرا شود $(a \geq 2)$.

$$\begin{aligned}
\bar{C}_l(s,z,a) = {} & \\
& c_{ins} + h(z - T_{A1}(s,0)r(s,0))^+ \\
& + \beta_2(a) \sum_{w=1}^{a-2} \rho^w \sum_{s'=0}^{N} (P_0^{\,w})_{s,s'} \sum_{\delta \in \mathcal{R}_\Delta} \\
& g_\Delta(\delta) h(\delta - T_{A2}(s',0)r(s',0))^+ \\
& + \rho^{a-1} \sum_{s'=0}^{N} (P_0^{\,a-1})_{s,s'} \sum_{\delta \in \mathcal{R}_\Delta} \\
& g_\Delta(\delta)(c_{pm}(s') + h(\delta - T_{A2}(s',1)r(s',1))^+) \\
& + \beta_a(l) \sum_{w=a}^{l-1} \rho^w \sum_{k=0}^{N} (P_0^{\,a-1} P_1 P_0^{\,w-a})_{s,s'} \sum_{\delta \in \mathcal{R}_\Delta}
\end{aligned}$$

جدول ۳. اجزای رابطه‌ی ۸.

c_{ins}
هزینه‌ی بازرسی
$h(z - T_{A1}(s,0)r(s,0))^+$
هزینه‌ی تولید از دست رفته در دوره‌ی اول
بین دو بازرسی متوالی
$\sum_{s'=0}^{N} (P_0^{\,w})_{s,s'} \sum_{\delta \in \mathcal{R}_\Delta} g_\Delta(\delta) h(\delta - T_{A2}(s',0)r(s',0))^+$
متوسط هزینه‌ی تولید از دست رفته در دوره‌ی $(w+1)$اُم بین دو بازرسی متوالی قبل از اجرای نت پیش‌گیرانه
$\sum_{s'=0}^{N} (P_0^{\,a-1})_{s,s'} \sum_{\delta \in \mathcal{R}_\Delta} g_\Delta(\delta)(c_{pm}(s') + h(\delta - T_{A2}(s',1)r(s',1))^+)$
متوسط مجموع هزینه‌های نت پیش‌گیرانه و تولید از دست رفته در دوره‌ی aاُم بین دو بازرسی متوالی
$\sum_{k=0}^{N} (P_0^{\,a-1} P_1 P_0^{\,w-a})_{s,s'} \sum_{\delta \in \mathcal{R}_\Delta} g_\Delta(\delta) h(\delta - T_{A2}(s',0)r(s',0))^+$
متوسط هزینه‌ی تولید از دست رفته در دوره‌ی $(w+1)$اُم بین دو بازرسی متوالی بعد از اجرای نت پیش‌گیرانه

$$g_\Delta(\delta) h(\delta - T_{A2}(s',0)r(s',0))^+$$
$$(a \in \{2,\cdots,K\}, l \in \{a,\cdots,K\}, s \in \mathbb{S}, z \in \mathcal{R}_\Delta) \qquad (۸)$$

توضیحات مربوط به اجزای این رابطه در جدول ۳ آمده است.

نقش تابع نشانگر β_h در روابط ۶-۸ آن است که تحت شرایطی عبارتی از رابطه باید حذف شود؛ مثلاً در رابطه‌ی ۶، چنانچه فاصله‌ی بین دو بازرسی متوالی یک دوره باشد، رابطه‌ی ۶ به شکل زیر در می‌آید:

$$\bar{C}_l(s,z,0) = c_{ins} + h(z - T_{A1}(s,0)r(s,0))^+$$
$$(l \in \{1,\cdots,K\}, s \in \mathbb{S}, z \in \mathcal{R}_\Delta)$$

۴. معادله‌ی بهینگی و محاسبه‌ی متوسط هزینه‌ی کل

با توجه به تعریف اجزای معادله‌ی بهینگی در بخش ۳، معادله‌ی بهینگی مدل برنامه‌ریزی پویای تصادفی مسئله در این بخش ارائه می‌شود. فرض کنید $I = (i_k)_{k=0}^{K}$ یک طرح بازرسی دلخواه و از این به بعد ثابت و $J(I) = (j(I)_n)_{n=0}^{m(I)}$ دنباله‌ی مراحل متناظر با آن باشد؛ در این صورت، رابطه‌ی ۹ معادله‌ی بهینگی مدل را نشان می‌دهد.

$$\begin{aligned}
V_{j(I)_n}(s,z) = {} & \min_{a \in \{0,1,\ldots,l_{I,n}\}} \{\bar{C}_{l_{I,n}}(s,z,a) + \rho^{l_{I,n}} \\
& \sum_{s'=0}^{N} \sum_{\delta \in \mathcal{R}_\Delta} (\mathcal{P}(a))_{s,s'} g_\Delta(\delta) V_{j(I)_{n-1}}(s',\delta)\} \\
& (n = 1,\ldots,m(I)) \qquad (۹)
\end{aligned}$$

که در آن، $V_{j(I)}\cdot(s,z)=\circ,(\forall_s\in\mathbb{S},z\in\mathcal{R}_\Delta)$،

$$\mathcal{P}(a)=\begin{cases}P_\circ^{\,l_{I,n}} & a=\circ\\ P_\circ^{\,a-1}P_1P_\circ^{\,l_{I,n}-a} & a\in\{1,2,\cdots,l_{I,n}\}\end{cases}$$

$$.l_{I,n}=j(I)_n-j(I)_{n-1}$$

۵. روش حل پیشنهادی

برای حل مدل ارائه شده در بخش قبل، از الگوریتم زیر که چهار گام دارد، استفاده شده است.

گام ۱. برای هر یک از اعضای $\mathbb{I}$ مثل $I=(i_k)_{k=\circ}^{K}$ معروف به طرح بازرسی، که دنباله‌یی متناهی متشکل از $k+1$ جمله‌ی $\circ$ یا ۱ است، گام‌های ۲ و ۳ اجرا شده است.

گام ۲. دنباله‌ی مراحل متناظر با $I=(i_k)_{k=\circ}^{K}$ ساخته شده و $J(I)=(j(I)_n)_{n=\circ}^{m(I)}$ نامیده شده است.

گام ۳. به‌ازای هر $s\in\mathbb{S},z\in\mathcal{R}_\Delta$ با استفاده از معادله‌ی بهینگی (رابطه‌ی ۹) مقدار بهینه‌ی $V^*_{j(I)_{m(I)}}(s,z)$ محاسبه و تصمیم بهینه‌ی متناظر با آن $a^*_I(s,z)$ نامیده شده است. در واقع $a^*_I(i,z)$ تصمیم بهینه در مورد اجرای نت پیش‌گیرانه را در فاصله‌ی بین بازرسی اول و دوم به ازای طرح بازرسی I و در صورتی‌که در زمان بازرسی اول (ابتدای افق برنامه‌ریزی) تقاضا z و ماشین در وضعیت s باشد، مشخص می‌کند.

گام ۴. به‌ازای هر $s\in\mathbb{S},z\in\mathcal{R}_\Delta$، طرح بازرسی‌یی که کمترین مقدار $V_{j(I)_{m(I)}}(s,z)$ را دارد، به عنوان طرح بهینه‌ی بازرسی متناظر با متغیر حالت (s,z) در افق برنامه‌ریزی انتخاب و $I^*=(i_k^*)_{k=\circ}^{K}$ نامیده می‌شود. به ازای هر $s\in\mathbb{S},z\in\mathcal{R}_\Delta$، برای طرح بازرسی I^* تصمیم $a^*_{I^*}(i,z)$ تصمیم بهینه در مورد اجرای نت پیش‌گیرانه در فاصله‌ی بین بازرسی اول و دوم را مشخص می‌کند.

۶. تجزیه و تحلیل نتایج عددی

۱.۶. تشریح مدل به کمک یک مثال عددی

در این بخش به‌منظور تجزیه و تحلیل راهبرد مدل پیشنهادی یک مثال ارائه شده است. فرض کنید افق برنامه‌ریزی متشکل از $K=۶$ دوره‌ی زمانی هر یک به طول $T=۳۰$ روز، فضای حالت ماشین $\mathbb{S}=\{\circ,۱,۲,۳,۴\}$، هزینه‌ی هر واحد تولید از دست رفته‌ی $h=۵$، هزینه‌ی هر بار انجام عملیات بازرسی $c_{ins}=۳۰\circ$، زمان اجرای آن $t_{ins}=۱$، و ضریب تنزیل $\rho=۰/۹$ باشد. رابطه‌ی ۱۰، ماتریس نرخ انتقال حالت را نشان می‌دهد که در روابط ۲ و ۳ به‌منظور رعایت شرط‌های ۱ و ۲ صدق می‌کند. این ماتریس با روش ارائه شده در بخش ۲ پیوست ۳ مربوط به مرجع ۲۳[۲۳] پیوست ۳ بخش ۲ الگوریتم‌های ۴ و ۵ تولید شده است. با استفاده از روابط ۴ و ۵، ماتریس‌های انتقال یک مرحله‌یی در صورت عدم اجرای نت پیش‌گیرانه و در صورت اجرای آن در روابط ۱۱ و ۱۲ نشان داده شده است. سایر پارامترها در جدول‌های ۴ و ۵ درج شده است.

جدول ۴. هزینه و زمان اجرای نت پیش‌گیرانه.

s	۰	۱	۲	۳	۴
$c_{pm}(s)$	۰	۳۰۰	۵۰۰	۸۰۰	۱۱۰۰
$t_{pm}(s)$	۰	۱	۲	۳	۴
$r(s)$	۲۰	۱۲	۷	۳	۰

جدول ۵. جدول توزیع اتمال تقاضا.

δ	۲۰۰	۳۰۰	۵۰۰	۷۰۰
$g_\Delta(\delta)$	۰/۲۵	۰/۲۵	۰/۲۵	۰/۲۵

شکل ۲. نمودار مربوط به طرح بازرسی $I_{۱۱}=(۱,۰,۱,۰,۱,۰,۱)$.

شکل ۳. نمودار مربوط به طرح بازرسی $I_{۲۳}=(۱,۱,۰,۱,۱,۰,۱)$.

هدف، پیدا کردن طرح بازرسی بهینه در افق برنامه‌ریزی و همچنین زمان بهینه برای اجرای نت پیش‌گیرانه با توجه به حالت سیستم در زمان‌های بازرسی است. برای پیاده‌سازی الگوریتم، از نرم‌افزار متلب نصب شده در یک رایانه‌ی شخصی با سرعت پردازش ۲/۶۷GHz و حافظه‌ی ۴GB استفاده شده و زمان حل مدل ۳/۴ دقیقه ثبت شده است. نتایج حاصل از حل مدل نشان می‌دهد در بین ۳۲ طرح بازرسی موجود، دو طرح بازرسی $I_{۱۱}=(۱,۰,۱,۰,۱,۰,۱)$ و $I_{۲۳}=(۱,۱,۰,۱,۱,۰,۱)$ که در شکل‌های ۲ و ۳ نشان داده شده است، منجر به بهینگی $V_{j(I)_{m(I)}}(s,z)$ در طی افق برنامه‌ریزی می‌شوند.

$$\mathcal{Q}=\begin{bmatrix}-۰/۰۲۰۰ & ۰/۰۰۳۳ & ۰/۰۱۰۰ & ۰/۰۰۶۷ & ۰\\ ۰ & -۰/۰۲۴۱ & ۰/۰۱۰۶ & ۰/۰۰۷۰ & ۰/۰۰۶۵\\ ۰ & ۰ & -۰/۰۱۴۴ & ۰/۰۰۳۴ & ۰/۰۱۱۰\\ ۰ & ۰ & ۰ & -۰/۰۱۳۳ & ۰/۰۱۳۳\\ ۰ & ۰ & ۰ & ۰ & ۰\end{bmatrix} \quad (۱۰)$$

$$P_\circ=\begin{bmatrix}۰/۵۴۹ & ۰/۰۵۲ & ۰/۱۸۸ & ۰/۱۳۷ & ۰/۰۷۴\\ ۰ & ۰/۴۸۵ & ۰/۱۷۹ & ۰/۱۳۰ & ۰/۲۰۶\\ ۰ & ۰ & ۰/۶۴۹ & ۰/۰۶۶ & ۰/۲۸۵\\ ۰ & ۰ & ۰ & ۰/۶۷۰ & ۰/۳۳۰\\ ۰ & ۰ & ۰ & ۰ & ۱\end{bmatrix} \quad (۱۱)$$

$$P_1=\begin{bmatrix}۰/۵۴۹ & ۰/۰۵۲ & ۰/۱۸۸ & ۰/۱۳۷ & ۰/۰۷۴\\ ۰/۵۴۹ & ۰/۰۵۲ & ۰/۱۸۸ & ۰/۱۳۷ & ۰/۰۷۴\\ ۰/۵۴۹ & ۰/۰۵۲ & ۰/۱۸۸ & ۰/۱۳۷ & ۰/۰۷۴\\ ۰/۵۴۹ & ۰/۰۵۲ & ۰/۱۸۸ & ۰/۱۳۷ & ۰/۰۷۴\\ ۰/۵۴۹ & ۰/۰۵۲ & ۰/۱۸۸ & ۰/۱۳۷ & ۰/۰۷۴\end{bmatrix} \quad (۱۲)$$

جدول ۶. افراز حالت‌های سیستم بر اساس طرح‌های بازرسی بهینه.

(۰,۷۰۰)	(۰,۵۰۰)	(۰,۳۰۰)	(۰,۲۰۰)
(۱,۷۰۰)	(۱,۵۰۰)	(۱,۳۰۰)	(۱,۲۰۰)
(۲,۷۰۰)	(۲,۵۰۰)	(۲,۳۰۰)	(۲,۲۰۰)
(۳,۷۰۰)	(۳,۵۰۰)	(۳,۳۰۰)	(۳,۲۰۰)
(۴,۷۰۰)	(۴,۵۰۰)	(۴,۳۰۰)	(۴,۲۰۰)

جدول ۷. متوسط هزینه‌ی کل وابسته به مقدار متغیر حالت (s,z) متناظر با طرح‌های بازرسی بهینه در ابتدای افق برنامه‌ریزی.

$V^*_{j(I)_{m(I)}}$	z			
s	۲۰۰	۳۰۰	۵۰۰	۷۰۰
۰	۲۶۲۸	۲۶۲۸	۲۶۲۸	۳۲۲۸
۱	۲۸۸۷	۲۸۸۷	۳۱۹۷	۳۸۹۷
۲	۳۰۱۲	۳۳۹۷	۳۳۹۷	۴۱۹۷
۳	۳۶۹۷	۳۶۹۷	۳۶۹۷	۴۵۹۷
۴	۳۹۹۷	۳۹۹۷	۳۹۹۷	۴۹۹۷

توضیح این‌که که طرح بازرسی $I_{۱۱}$، زمانی بهینه است که مقدار متغیر حالت در ابتدای افق برنامه‌ریزی (زمان اولین بازرسی) یکی از حالت‌هایی باشد که در جدول ۶ با رنگ سفید مشخص شده است و طرح بازرسی $I_{۲۳}$ زمانی بهینه است که در زمان اولین بازرسی، حالت سیستم یکی از حالت‌هایی باشد که با رنگ خاکستری مشخص شده است. بنابراین طرح بازرسی بهینه به حالت سیستم در ابتدای افق برنامه‌ریزی وابسته است، که مقدار متوسط هزینه‌ی کل متناظر با هر یک از آنها در ابتدای افق برنامه‌ریزی در جدول ۷ خلاصه شده است. به علاوه نتایج نشان می‌دهد، به ازای هر طرح بازرسی، متوسط هزینه‌ی کل، نسبت به s و z نانزولی است. یعنی در ابتدای افق برنامه‌ریزی هر چه تقاضا بیشتر باشد یا ماشین در وضعیت بدتری قرار داشته باشد، متوسط هزینه‌ی کل ثابت می‌ماند یا بیشتر می‌شود.

تصمیمات بهینه‌ی نت پیش‌گیرانه به حالت سیستم در لحظه‌ی بازرسی وابسته است که در جدول ۸ نشان داده شده است. همان‌طورکه مشاهده می‌شود، چنان‌چه در ابتدای افق برنامه‌ریزی (زمان بازرسی اول) حالت سیستم یکی از حالت‌های مشخص شده با رنگ سفید جدول ۶ باشد، طرح بازرسی $I_{۱۱}$ بهینه است و تصمیم بهینه برای نت پیش‌گیرانه در ابتدای دوره‌های ۱ و ۳ و ۵ وابسته به حالت سیستم اتخاذ می‌شود. مثلاً اگر حالت سیستم در بازرسی اول $(۰,۵۰۰)$ باشد، تصمیم $a=۲$ بهینه است و این بدان معناست که نت پیش‌گیرانه باید در دومین دوره از دوره‌هایی که بین زمان بازرسی اول و دوم قرار می‌گیرد (دوره‌ی دوم)، اجرا شود. سپس وقتی به ابتدای دوره‌ی سوم رسیدیم، به‌طور مثال اگر سیستم در حالت $(۳,۷۰۰)$ قرار داشت، تصمیم $a=۱$ بهینه است که به معنای اجرای نت پیش‌گیرانه در همان دوره است. بعد از آن با فرض این‌که در لحظه‌ی بازرسی بعدی یعنی در ابتدای دوره‌ی پنجم سیستم در حالت $(۱,۳۰۰)$ باشد، تصمیم $a=۲$ بهینه است که به معنای اجرای نت پیش‌گیرانه در دومین دوره از دوره‌هایی است که بین زمان بازرسی سوم و چهارم قرار می‌گیرد (دوره‌ی ششم). روند مشابهی برای طرح بازرسی $I_{۲۳}$ و حالت‌هایی از سیستم که در جدول ۶ با رنگ خاکستری مشخص شده است وجود دارد. به‌علاوه نتایج عددی مندرج در جدول ۸ نشان می‌دهد، تصمیمات بهینه‌ی نت پیش‌گیرانه نسبت به s و z ناصعودی است. یعنی در زمان بازرسی، هر چه تقاضا بیشتر باشد یا ماشین در وضعیت بدتری قرار داشته باشد، نت پیش‌گیرانه باید زودتر یا در زمانی مشابه اجرا شود.

۲.۶. بحث و تحلیل حساسیت

همان‌طورکه قبلاً اشاره شد، در این تحقیق مدل پایه‌ی ارائه شده،[۲۳] بخش‌های ۱.۴ و ۱.۵، با هدف اضافه کردن تصمیمات بازرسی و همچنین به حساب آوردن مدت زمان مورد نیاز برای اجرای عملیات بازرسی و نت پیش‌گیرانه توسعه داده شده است. از این‌رو، به‌منظور اعتبارسنجی، در وهله‌ی اول مدل پیشنهادی با شرایط مدل پایه حل شده است. بدین منظور با فرض $t_{pm}=۰$، $t_{ins}=۰$ و $c_{ins}=۰$، مدل پیشنهادی حل شده است. همان‌طورکه نتایج جدول ۹ نشان می‌دهد، به ازای همه‌ی حالت‌های سیستم، بهینگی وقتی رخ می‌دهد که طرح بازرسی $I_{۳۲}=(۱,۱,۱,۱,۱,۱,۱)$ انتخاب شود و در هر دوره بازرسی صورت گیرد. همچنین هزینه‌ی کل، نسبت به تقاضا و حالت ماشین غیرنزولی است و سیاست نت پیش‌گیرانه از نوع حد آستانه‌یی است؛ یعنی، به ازای یک مقدار ثابت از تقاضا اگر وضعیت ماشین از یک حدی بدتر باشد، نت پیش‌گیرانه باید اجرا شود و این حد آستانه‌یی نسبت به تقاضا غیرنزولی است و به ازای یک مقدار ثابت از وضعیت ماشین اگر تقاضا از یک حدی بدتر باشد، نت پیش‌گیرانه باید اجرا شود و این حد آستانه‌یی نسبت به وضعیت ماشین غیرنزولی است و این یعنی مدل ما به‌عنوان توسعه‌یی از مدل پایه، در شرایط مشابه نتایج یکسان به همراه دارد و وابسته است که در جدول ۱۰ به منظور نمایشِ در یک نگاهِ نتایج، برای هر طرح یک رنگ انتخاب شده است.

اما به منظور اعتبارسنجی مدل در شرایطی که $t_{pm}\neq۰$، $t_{ins}\neq۰$ و $c_{ins}\neq۰$، حساسیت هزینه‌ی کل نسبت به هزینه‌ی هر واحد بازرسی (c_{ins}) و با فرض ثابت بودن سایر پارامترها بررسی شده است. بدین منظور به‌ازای مقادیر مختلف c_{ins}، مدل پیشنهادی حل شده و تصمیمات بهینه‌ی بازرسی به دست آمده است. این تصمیمات به حالت سیستم $((s,z))$ در شروع افق برنامه‌ریزی نتایج نشان می‌دهد وقتی c_{ins} مثبت باشد، طرح بازرسی $I_{۳۲}$ به ازای برخی یا هیچ‌یک از حالات سیستم بهینه نیست و این یعنی چنانچه بازرسی‌ها هزینه داشته باشد، راهبردِ بازرسی در هر دوره منجر به بهینگی نمی‌شود که اهمیت گنجاندن تصمیمات بازرسی در مدل را نشان می‌دهد. همچنین در این جدول، هزینه‌ی کل به دست آمده از حل مدل با هزینه‌ی کل به ازای طرح بازرسی $I_{۳۲}$ برای حالت‌های مختلف سیستم مقایسه شده است. این نتایج نشان می‌دهد، چنان‌چه هزینه‌ی بازرسی بزرگ‌تر از صفر باشد، تصمیم‌گیری در خصوص آنها حائز اهمیت است و درجه‌ی اهمیت آن به بزرگی c_{ins} وابسته است. یعنی، هر اندازه c_{ins} بزرگ‌تر باشد، میزان بهبود در میانگین هزینه‌ی کلی که از مدل ما به‌دست می‌آید، نسبت به میانگین هزینه‌ی کل به‌دست‌آمده از مدل پایه که در آن بازرسی‌ها در هر دوره اجرا می‌شود، بیشتر است (شکل ۴)؛ که اهمیت برنامه‌ریزی هم‌زمان بازرسی‌ها و نت پیش‌گیرانه را در شرایط ذکر شده نشان می‌دهد.

۷. نتیجه‌گیری

در این مقاله، یک مدل برنامه‌ریزی پویای تصادفی در افق متناهی به‌منظور بهینه‌سازی هم‌زمان تصمیمات بازرسی و نگهداری و تعمیرات پیش‌گیرانه با در نظرگرفتن هزینه‌های بازرسی، نت پیش‌گیرانه و تولید از دست رفته و با معیار کمینه‌سازی متوسط مجموع هزینه‌ها در افق زمانی ارائه شد. این مدل‌سازی برای یک سیستم تولید تک‌محصولی و تک‌ماشینی صورت گرفته که در آن ماشین طبق یک فرایند مارکوفی رو به زوال

جدول ۸. تصمیمات بهینه‌ی نت پیش‌گیرانه‌ی مطابق طرح بازرسی I_{11} و I_{23}.

a_I	زمان‌های بازرسی مطابق طرح بازرسی I_{11}											
	ابتدای دوره‌ی ۱				ابتدای دوره‌ی ۳				ابتدای دوره‌ی ۵			
	z											
s	۲۰۰	۳۰۰	۵۰۰	۷۰۰	۲۰۰	۳۰۰	۵۰۰	۷۰۰	۲۰۰	۳۰۰	۵۰۰	۷۰۰
۰	۲	۲	۲	۲	۲	۲	۲	۲	۲	۲	۲	۲
۱	۲	۲	■	■	۲	۲	۱	۱	۲	۲	۱	۱
۲	۲	■	■	■	۲	۲	۱	۱	۲	۱	۱	۱
۳	■	■	■	■	۲	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱
۴	■	■	■	■	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱

a_I	زمان‌های بازرسی مطابق طرح بازرسی I_{23}											
	ابتدای دوره‌ی ۱				ابتدای دوره‌ی ۲				ابتدای دوره‌ی ۴				ابتدای دوره‌ی ۵			
	z															
s	۲۰۰	۳۰۰	۵۰۰	۷۰۰	۲۰۰	۳۰۰	۵۰۰	۷۰۰	۲۰۰	۳۰۰	۵۰۰	۷۰۰	۲۰۰	۳۰۰	۵۰۰	۷۰۰
۰	■	■	■	■	۲	۲	۲	۲	۰	۰	۰	۰	۲	۲	۲	۲
۱	■	■	۱	۱	۲	۲	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۲	۲	۱	۱
۲	■	۱	۱	۱	۲	۲	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۲	۱	۱	۱
۳	۱	۱	۱	۱	۲	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱
۴	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱

جدول ۹. جواب بهینه و هزینه‌ی کل حاصل از حل مدل پیشنهادی با فرض $t_{pm} = ۰$، $t_{ins} = ۰$ و $c_{ins} = ۰$.

s	هزینه‌ی کل				طرح بازرسی بهینه				تصمیمات بهینه‌ی نت در هر دوره‌ی بازرسی			
	z				z				z			
	۲۰۰	۳۰۰	۵۰۰	۷۰۰	۲۰۰	۳۰۰	۵۰۰	۷۰۰	۲۰۰	۳۰۰	۵۰۰	۷۰۰
۰	۱۵۱۲	۱۵۱۲	۱۵۱۲	۲۰۱۲					۰	۰	۰	۰
۱	۱۷۳۶	۱۷۳۶	۱۸۱۲	۲۳۱۲					۰	۰	۱	۱
۲	۱۸۴۷	۲۰۱۲	۲۰۱۲	۲۵۱۲	$I_{۳۲} = (۱,۱,۱,۱,۱,۱,۱)$				۰	۱	۱	۱
۳	۲۳۱۲	۲۳۱۲	۲۳۱۲	۲۸۱۲					۱	۱	۱	۱
۴	۲۶۱۲	۲۶۱۲	۲۶۱۲	۳۱۱۲					۱	۱	۱	۱

شکل ۴. حساسیت میزان بهبود در میانگین هزینه‌ی کل نسبت به c_{ins}.

می‌رود و در طول بهره‌برداری هیچ فعالیت تعمیراتی در راستای بهبود وضعیت آن صورت نمی‌گیرد. در مدل پیشنهادی از رویکرد نگهداری و تعمیرات مبتنی‌بر شرایط با بازرسی‌های گسسته که زمان بازرسی متغیر تصمیم است، استفاده شده است. زمان نت پیش‌گیرانه بعد از بازرسی و مشخص شدن حالت سیستم تعیین می‌شود و فرض می‌شود بعد از اجرای نت پیش‌گیرانه، ماشین مثل یک ماشین نو شود.

در این مقاله، مدل پایه‌ی برنامه‌ریزی پویای تصادفی بیان و اجزای مدل تشریح شده است. با توجه به این‌که در این مدل بازرسی‌ها متغیر تصمیم هستند و وضعیت ماشین و در نتیجه مقدار متغیر حالت سیستم فقط بعد از بازرسی آشکار می‌شود، پس به‌ازای هر طرح بازرسی یک معادله‌ی بهینگی وجود دارد. به ازای هر طرح بازرسی دلخواه و از این به بعد ثابت، معادله‌ی بهینگی حل می‌شود و نتایج ذخیره می‌شود. این نتایج شامل زمان‌های بهینه برای اجرای نت پیش‌گیرانه‌ی وابسته به طرح بازرسیِ مفروض است. این کار برای همه‌ی طرح‌های بازرسی ممکن تکرار می‌شود و نتایج با هم مقایسه و طرح بازرسی بهینه تعیین می‌شود. بعد از آن به‌منظور اجرا، با توجه به حالت سیستم در آغاز افق برنامه‌ریزی و بر اساس طرح بازرسی بهینه‌ی مربوط عمل می‌شود؛ یعنی مطابق با زمان‌های مشخص شده در این طرح بازرسی صورت می‌گیرد و با توجه به نتیجه‌ی بازرسی، نت پیش‌گیرانه در زمان مقرر اجرا می‌شود. در آخر راهبرد مدل پیشنهادی تجزیه و تحلیل شده است. نتایج نشان داد که اولاً هزینه‌ی کل نسبت به تقاضا و وضعیت ماشین غیرنزولی است؛ ثانیاً در زمان بازرسی، هر چه تقاضا بیشتر باشد یا ماشین در وضعیت بدتری قرار داشته باشد، نت پیش‌گیرانه باید در زمانی مشابه یا زودتر اجرا

جدول ۱۰. مقایسه‌ی هزینه‌ی کل به دست آمده از مدل با هزینه‌ی کل در صورت انجام بازرسی در هر دوره، به تفکیک تقاضا (z) و وضعیت ماشین (s) در ابتدای افق برنامه‌ریزی و تحلیل حساسیت آن نسبت به هزینه‌ی هر واحد بازرسی (c_{ins}).

$I_{۳۲}=(۱,۱,۱,۱,۱,۱,۱,۱)$	$I_{۳۱}=(۱,۱,۱,۱,۱,۱,۰,۱)$	$I_{۱۵}=(۱,۰,۱,۱,۱,۱,۰,۱)$	$I_{۱۶}=(۱,۰,۱,۱,۱,۱,۱,۱)$	$I_{۳۲}=(۱,۱,۱,۱,۱,۱,۱,۱)$
$I_{۹}=(۱,۰,۱,۰,۰,۰,۰,۱)$	$I_{۵}=(۱,۰,۰,۱,۰,۰,۰,۱)$	$I_{۲۱}=(۱,۱,۰,۱,۰,۰,۰,۱)$	$I_{۲۳}=(۱,۱,۰,۱,۱,۰,۰,۱)$	

میزان بهبود(٪)	هزینه‌ی کل در صورت انجام بازرسی‌ها طبق جواب مدل					هزینه کل در صورت انجام بازرسی‌ها در هر دوره					s	c_{ins}
	z					z						
	میانگین	۷۰۰	۵۰۰	۳۰۰	۲۰۰	میانگین	۷۰۰	۵۰۰	۳۰۰	۲۰۰		
۰	۲۳۲۷	۲۱۲۴	۱۶۲۴	۱۶۲۴	۱۶۲۴	۲۳۲۷	۲۱۲۴	۱۶۲۴	۱۶۲۴	۱۶۲۴	۰	۰
		۲۵۲۴	۱۹۲۴	۱۸۷۳	۱۸۷۳		۲۵۲۴	۱۹۲۴	۱۸۷۳	۱۸۷۳	۱	
		۲۸۲۴	۲۱۲۴	۲۱۲۴	۱۹۹۶		۲۸۲۴	۲۱۲۴	۲۱۲۴	۱۹۹۶	۲	
		۳۲۲۴	۲۴۲۴	۲۴۲۴	۲۴۲۴		۳۲۲۴	۲۴۲۴	۲۴۲۴	۲۴۲۴	۳	
		۳۶۲۴	۲۷۲۴	۲۷۲۴	۲۷۲۴		۳۶۲۴	۲۷۲۴	۲۷۲۴	۲۷۲۴	۴	
۰/۷	۲۶۶۰	۲۴۹۱	۱۸۹۱	۱۸۹۱	۱۸۹۱	۲۶۸۰	۲۵۵۲	۱۹۵۲	۱۹۵۲	۱۹۵۲	۰	۵۰
		۲۹۵۲	۲۲۵۲	۲۱۵۰	۲۱۵۰		۲۹۵۲	۲۲۵۲	۲۲۰۱	۲۲۰۱	۱	
		۳۲۵۲	۲۴۵۲	۲۴۵۲	۲۲۷۵		۳۲۵۲	۲۴۵۲	۲۴۵۲	۲۳۲۴	۲	
		۳۶۵۲	۲۷۵۲	۲۷۵۲	۲۷۵۲		۳۶۵۲	۲۷۵۲	۲۷۵۲	۲۷۵۲	۳	
		۴۰۵۲	۳۰۵۲	۳۰۵۲	۳۰۵۲		۴۰۵۲	۳۰۵۲	۳۰۵۲	۳۰۵۲	۴	
۱/۲	۲۸۷۹	۲۶۸۰	۲۰۸۰	۲۰۸۰	۲۰۸۰	۲۹۱۴	۲۷۸۶	۲۱۸۶	۲۱۸۶	۲۱۸۶	۰	۱۰۰
		۳۱۸۶	۲۴۸۶	۲۳۳۹	۲۳۳۹		۳۱۸۶	۲۴۸۶	۲۴۳۶	۲۴۳۶	۱	
		۳۴۸۶	۲۶۸۶	۲۶۸۶	۲۴۶۴		۳۴۸۶	۲۶۸۶	۲۶۸۶	۲۵۵۸	۲	
		۳۸۸۶	۲۹۸۶	۲۹۸۶	۲۹۸۶		۳۸۸۶	۲۹۸۶	۲۹۸۶	۲۹۸۶	۳	
		۴۲۸۶	۳۲۸۶	۳۲۸۶	۳۲۸۶		۴۲۸۶	۳۲۸۶	۳۲۸۶	۳۲۸۶	۴	
۲/۲	۳۰۷۹	۲۸۵۱	۲۲۵۱	۲۲۵۱	۲۲۵۱	۳۱۴۹	۳۰۲۰	۲۴۲۰	۲۴۲۰	۲۴۲۰	۰	۱۵۰
		۳۴۰۲	۲۷۰۲	۲۵۱۰	۲۵۱۰		۳۴۲۰	۲۷۲۰	۲۶۷۰	۲۶۷۰	۱	
		۳۷۰۲	۲۹۰۲	۲۹۰۲	۲۶۳۵		۳۷۲۰	۲۹۲۰	۲۹۲۰	۲۷۹۲	۲	
		۴۱۰۲	۳۲۰۲	۳۲۰۲	۳۲۰۲		۴۱۲۰	۳۲۲۰	۳۲۲۰	۳۲۲۰	۳	
		۴۵۰۲	۳۵۰۲	۳۵۰۲	۳۵۰۲		۴۵۲۰	۳۵۲۰	۳۵۲۰	۳۵۲۰	۴	
۴/۴	۳۲۳۳	۲۹۸۲	۲۳۸۲	۲۳۸۲	۲۳۸۲	۳۳۸۳	۳۲۵۴	۲۶۵۴	۲۶۵۴	۲۶۵۴	۰	۲۰۰
		۳۵۶۸	۲۸۶۸	۲۶۴۱	۲۶۴۱		۳۶۵۴	۲۹۵۴	۲۹۰۴	۲۹۰۴	۱	
		۳۸۶۸	۳۰۶۸	۳۰۶۸	۲۷۶۶		۳۹۵۴	۳۱۵۴	۳۱۵۴	۳۰۲۷	۲	
		۴۲۶۸	۳۳۶۸	۳۳۶۸	۳۳۶۸		۴۳۵۴	۳۴۵۴	۳۴۵۴	۳۴۵۴	۳	
		۴۶۶۸	۳۶۶۸	۳۶۶۸	۳۶۶۸		۴۷۵۴	۳۷۵۴	۳۷۵۴	۳۷۵۴	۴	
۶/۴	۳۳۸۳	۳۱۰۵	۲۵۰۵	۲۵۰۵	۲۵۰۵	۳۶۱۷	۳۴۸۹	۲۸۸۹	۲۸۸۹	۲۸۸۹	۰	۲۵۰
		۳۷۳۲	۳۰۳۲	۲۷۶۴	۲۷۶۴		۳۸۸۹	۳۱۸۹	۳۱۳۸	۳۱۳۸	۱	
		۴۰۳۲	۳۲۳۲	۳۲۳۲	۲۸۸۹		۴۱۸۹	۳۳۸۹	۳۳۸۹	۳۲۶۱	۲	
		۴۴۳۲	۳۵۳۲	۳۵۳۲	۳۵۳۲		۴۵۸۹	۳۶۸۹	۳۶۸۹	۳۶۸۹	۳	
		۴۸۳۲	۳۸۳۲	۳۸۳۲	۳۸۳۲		۴۹۸۹	۳۹۸۹	۳۹۸۹	۳۹۸۹	۴	
۸/۲	۳۵۳۳	۳۲۲۸	۲۶۲۸	۲۶۲۸	۲۶۲۸	۳۸۵۲	۳۷۲۳	۳۱۲۳	۳۱۲۳	۳۱۲۳	۰	۳۰۰
		۳۸۹۷	۳۱۹۷	۲۸۸۷	۲۸۸۷		۴۱۲۳	۳۴۲۳	۳۳۷۳	۳۳۷۳	۱	
		۴۱۹۷	۳۳۹۷	۳۳۹۷	۳۰۱۲		۴۴۲۳	۳۶۲۳	۳۶۲۳	۳۴۹۵	۲	
		۴۵۹۷	۳۶۹۷	۳۶۹۷	۳۶۹۷		۴۸۲۳	۳۹۲۳	۳۹۲۳	۳۹۲۳	۳	
		۴۹۹۷	۳۹۹۷	۳۹۹۷	۳۹۹۷		۵۲۲۳	۴۲۲۳	۴۲۲۳	۴۲۲۳	۴	

ادامه‌ی جدول ۱۰.

۱۱/۶	۳۸۱۸	۳۴۷۵	۲۸۷۵	۲۸۷۵	۲۸۷۵	۴۳۲۰	۴۱۹۲	۳۵۹۲	۳۵۹۲	۳۵۹۲	۰	۴۰۰
		۴۲۰۳	۳۵۰۳	۳۱۳۴	۳۱۳۴		۴۵۹۲	۳۸۹۲	۳۸۴۱	۳۸۴۱	۱	
		۴۵۰۳	۳۷۰۳	۳۷۰۳	۳۲۵۹		۴۸۹۲	۴۰۹۲	۴۰۹۲	۳۹۶۴	۲	
		۴۹۰۳	۴۰۰۳	۴۰۰۳	۴۰۰۳		۵۲۹۲	۴۳۹۲	۴۳۹۲	۴۳۹۲	۳	
		۵۳۰۳	۴۳۰۳	۴۳۰۳	۴۳۰۳		۵۶۹۲	۴۶۹۲	۴۶۹۲	۴۶۹۲	۴	
۱۴/۸	۴۰۷۵	۳۷۲۱	۳۱۲۱	۳۱۲۱	۳۱۲۱	۴۷۸۹	۴۶۶۰	۴۰۶۰	۴۰۶۰	۴۰۶۰	۰	۵۰۰
		۴۴۶۶	۳۷۶۶	۳۳۸۱	۳۳۸۱		۵۰۶۰	۴۳۶۰	۴۳۱۰	۴۳۱۰	۱	
		۴۷۶۶	۳۹۶۶	۳۹۶۶	۳۵۰۶		۵۳۶۰	۴۵۶۰	۴۵۶۰	۴۴۳۲	۲	
		۵۱۶۶	۴۲۶۶	۴۲۶۶	۴۲۶۶		۵۷۶۰	۴۸۶۰	۴۸۶۰	۴۸۶۰	۳	
		۵۵۶۶	۴۵۶۶	۴۵۶۶	۴۵۶۶		۶۱۶۰	۵۱۶۰	۵۱۶۰	۵۱۶۰	۴	
۱۷/۵	۴۳۳۲	۳۹۶۸	۳۳۶۸	۳۳۶۸	۳۳۶۸	۵۲۵۷	۵۱۲۹	۴۵۲۹	۴۵۲۹	۴۵۲۹	۰	۶۰۰
		۴۷۲۹	۴۰۲۹	۳۶۲۷	۳۶۲۷		۵۵۲۹	۴۸۲۹	۴۷۷۸	۴۷۷۸	۱	
		۵۰۲۹	۴۲۲۹	۴۲۲۹	۳۷۵۲		۵۸۲۹	۵۰۲۹	۵۰۲۹	۴۹۰۱	۲	
		۵۴۲۹	۴۵۲۹	۴۵۲۹	۴۵۲۰		۶۲۲۹	۵۳۲۹	۵۳۲۹	۵۳۲۹	۳	
		۵۸۲۹	۴۸۲۹	۴۸۲۹	۴۸۲۹		۶۶۲۹	۵۶۲۹	۵۶۲۹	۵۶۲۹	۴	
۱۹/۹	۴۵۸۵	۴۱۹۶	۳۵۹۶	۳۵۹۶	۳۵۹۶	۵۷۲۶	۵۵۹۷	۴۹۹۷	۴۹۹۷	۴۹۹۷	۰	۷۰۰
		۴۹۹۲	۴۲۹۲	۳۸۷۴	۳۸۷۴		۵۹۹۷	۵۲۹۷	۵۲۴۷	۵۲۴۷	۱	
		۵۲۹۲	۴۴۹۲	۴۴۸۴	۳۹۹۹		۶۲۹۷	۵۴۹۷	۵۴۹۷	۵۳۶۹	۲	
		۵۶۹۲	۴۷۹۲	۴۷۹۲	۴۷۶۷		۶۶۹۷	۵۷۹۷	۵۷۹۷	۵۷۹۷	۳	
		۶۰۹۲	۵۰۹۲	۵۰۹۲	۵۰۹۲		۷۰۹۷	۶۰۹۷	۶۰۹۷	۶۰۹۷	۴	
۲۲/۲	۴۸۱۵	۴۳۶۹	۳۷۶۹	۳۷۶۹	۳۷۶۹	۶۱۹۴	۶۰۶۶	۵۴۶۶	۵۴۶۶	۵۴۶۶	۰	۸۰۰
		۵۲۵۵	۴۵۵۵	۴۰۷۸	۴۰۷۸		۶۴۶۶	۵۷۶۶	۵۷۱۵	۵۷۱۵	۱	
		۵۵۵۵	۴۷۵۵	۴۶۸۸	۴۲۰۳		۶۷۶۶	۵۹۶۶	۵۹۶۶	۵۸۳۸	۲	
		۵۹۵۵	۵۰۵۵	۵۰۵۵	۴۹۷۱		۷۱۶۶	۶۲۶۶	۶۲۶۶	۶۲۶۶	۳	
		۶۳۵۵	۵۳۵۵	۵۳۵۵	۵۳۵۵		۷۵۶۶	۶۵۶۶	۶۵۶۶	۶۵۶۶	۴	
۲۴/۴	۵۰۳۷	۴۵۴۲	۳۹۴۲	۳۹۴۲	۳۹۴۲	۶۶۶۳	۶۵۳۴	۵۹۳۴	۵۹۳۴	۵۹۳۴	۰	۹۰۰
		۵۵۱۸	۴۸۱۸	۴۲۵۰	۴۲۵۰		۶۹۳۴	۶۲۳۴	۶۱۸۴	۶۱۸۴	۱	
		۵۸۱۸	۵۰۱۸	۴۸۶۱	۴۳۷۶		۷۲۳۴	۶۴۳۴	۶۴۳۴	۶۳۰۷	۲	
		۶۲۱۸	۵۳۱۸	۵۳۱۸	۵۱۴۴		۷۶۳۴	۶۷۳۴	۶۷۳۴	۶۷۳۴	۳	
		۶۶۱۸	۵۶۱۸	۵۶۱۸	۵۶۱۸		۸۰۳۴	۷۰۳۴	۷۰۳۴	۷۰۳۴	۴	
۲۶/۲	۵۲۵۹	۴۷۱۵	۴۱۱۵	۴۱۱۵	۴۱۱۵	۷۱۳۱	۷۰۰۳	۶۴۰۳	۶۴۰۳	۶۴۰۳	۰	۱۰۰۰
		۵۷۸۰	۵۰۸۰	۴۴۲۳	۴۴۲۳		۷۴۰۳	۶۷۰۳	۶۶۵۳	۶۶۵۳	۱	
		۶۰۸۰	۵۲۸۰	۵۰۳۳	۴۵۴۸		۷۷۰۳	۶۹۰۳	۶۹۰۳	۶۷۷۵	۲	
		۶۴۸۰	۵۵۸۰	۵۵۸۰	۵۳۱۷		۸۱۰۳	۷۲۰۳	۷۲۰۳	۷۲۰۳	۳	
		۶۸۸۰	۵۸۸۰	۵۸۸۰	۵۸۸۰		۸۵۰۳	۷۵۰۳	۷۵۰۳	۷۵۰۳	۴	
۲۸/۴	۵۴۳۹	۴۸۸۸	۴۲۸۸	۴۲۸۸	۴۲۸۸	۷۶۰۰	۷۴۷۱	۶۸۷۱	۶۸۷۱	۶۸۷۱	۰	۱۱۰۰
		۵۹۶۶	۵۲۶۶	۴۵۹۶	۴۵۹۶		۷۸۷۱	۷۱۷۱	۷۱۲۱	۷۱۲۱	۱	
		۶۲۶۶	۵۴۶۶	۵۲۰۶	۴۷۲۱		۸۱۷۱	۷۳۷۱	۷۳۷۱	۷۲۴۴	۲	
		۶۶۶۶	۵۷۶۶	۵۷۶۶	۵۴۸۹		۸۵۷۱	۷۶۷۱	۷۶۷۱	۷۶۷۱	۳	
		۷۰۶۶	۶۰۶۶	۶۰۶۶	۶۰۶۶		۸۹۷۱	۷۹۷۱	۷۹۷۱	۷۹۷۱	۴	

شود. همچنین در مقایسه با مدل پایه اگر بازرسی‌ها هزینه داشته باشد، راهبردِ بازرسی در هر دوره، منجر به بهینگی نمی‌شود و هر اندازه هزینه‌ی هر واحد بازرسی بیشتر باشد، میزان بهبود در میانگین هزینه‌ی کل به دست آمده از مدل پیشنهادی نسبت به میانگین هزینه‌ی کل به دست آمده از مدل پایه که در آن بازرسی‌ها در هر دوره اجرا می‌شود، بیشتر می‌شود که اهمیت برنامه‌ریزی هم‌زمان بازرسی‌ها و نت پیش‌گیرانه را نشان می‌دهد. زمینه‌ی تحقیقاتی دیگری در این حوزه، می‌تواند اضافه کردن سایر تصمیمات برنامه‌ریزی تولید ادغامی به این مدل باشد. همچنین می‌توان راهبرد ارائه شده را برای توسعه‌ی مدل‌هایی به‌منظور برنامه‌ریزی هم‌زمان بازرسی، نت پیش‌گیرانه و زمان‌بندی تولید در محیط‌های تولید واقعی استفاده کرد.

پانوشت‌ها

1. time-based maintenance (TBM)
2. condition-based maintenance(CBM)
3. corrective repair (CR)

منابع (References)

1. Aramon Bajestani, M. "Integrating maintenance planning and production scheduling: making operational decisions with a strategic perspective", PhD thesis Department of Mechanical & Industrial Engineering University of Toronto Canada (2014).
2. Kothamasu, R., Huang, S.H. and Verduin, W.H. " System health monitoring and prognostics - a reviw of current paradigms and practices", *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, **28**(9), pp.1012-1024 (2006).
3. Legat, V., Zaludova, A.H., Cervenka, V. and et al. "Contribution to optimization of preventive maintenance", *Reliability Engineering and System Safety*, **51**, pp. 259-266 (2000).
4. Vaurio, J.K. "On time-dependent availability and maintenance optimization of standby units under various maintenance policies", *Reliability Engineering and System Safety*, **56**, pp. 79-89 (1997).
5. Jardine, A.K.S., Lin, D. and Banjevic, D. "A review on machinery diagnostics and prognostics implementing condition-based maintenance", *Mechanical System and Signal Process*, **20**, pp. 1483-1510 (2006).
6. Golmakani, H.R. "Maintenance management: modeling and optimization", Amirkabir University Tafresh Branch Press, (In Persian) (2009).
7. Golmakani, H.R. and Poresmaeeli, M. "Optimization of replacement threshold in condition-based maintenance with variable failure cost", *Industrial Engineering and Management*, **30-1**(1.1), pp. 25-35 (In Persian) (2011).
8. Banjevic, D., Jardine, A.K.S., Makis, V. and et al. "A control limit policy and software for condition based maintenance optimization", *INFOR*, **39**, pp. 32-49 (2001).
9. Golmakani, H.R. and Fattahipour, F. "Optimal replacement policy and inspection interval for condition-based maintenance", *International Journal of Production Research*, **49**(17), pp. 5153-5167 (2011).
10. Golmakani, H.R. "Condition-based inspection scheme for condition-based maintenance", *International Journal of Production Research*, **50**(14), pp. 3920-3935 (2012).
11. Golmakani, H.R. and Fattahipour, F. "Age-based inspection scheme for condition-based maintenance", *Journal of Quality in Maintenance Engineering*, **17**(1), pp. 93-110 (2011).
12. Golmakani, H.R. "Cost-effective condition-based inspection scheme for condition-based maintenance", *in: International Conference on Information Reuse and Integration (IRI) IEEE Las Vegas Nevada USA*, pp. 327-330 (2011).
13. Chen, D.Y. and Trivedi K.S. "Optimization for condition based maintenance with semi-markov decision process", *Reliability Engineering and System Safety*, **90**, pp. 25-29 (2005).
14. Grall, A., Berenguer, C. and Dieulle L. "A condition based maintenance policy for stochastically deteriorating systems", *Reliability Engineering and System Safety*, **76**, pp. 167-180 (2002).
15. Hosseini, M.M., Kerr, R.M. and Randall, R.B. "An inspection model with minimal and major maintenance for a system with deterioration and poisson failures", *IEEE Transactions on Reliability*, **49**, pp. 88-98 (2000).
16. Jardine, A.K.S., Joseph, T. and Banjevic, D. "Optimizing condition-based maintenance dcision for equipment subject to vibration monitoring", *Journal of Quality in Maintenance Engineering*, **5**(3), pp. 192-202 (1999).
17. Jardine, A.K.S., Makis, V., Banjevic, D. and et al. "A decision optimization model for condition-based maintenance", *Journal of Quality in Maintenance Engineering*, **4**(2), pp. 115-121 (1998).
18. Banjevic, D. and Lam, J. "A myopic policy for optimal inspection scheduling for condition based maintenance", *Reliability Engineering and System Safety*, **144**, pp. 1-11 (2015).
19. Xu, M., Alam, M.N.E. and Kamarthi, S. "A modified dynamic programming model in condition-based maintenance optimization", *in: International Manufacturing Science and Engineering Conferefnce (MSEC) ASME*, Los Angeles California USA pp. V003T04A014; 7 pages (2017).
20. Aghezzaf, E.-H., Khatab, A. and Tam, P.L. "Optimizing production and imperfect preventive maintenance plannings integration in failureprone manufacturing systems", *Reliability Engineering System Safety*, **145**, pp. 190-198 (2016).

21. Kang, K. and Subramaniam, V. "Integrated control policy of production and preventive maintenance for a deteriorating manufacturing system", *Computers & Industrial Engineering*, **118**, pp. 266-277 (2018).

22. Kang, K. and Subramaniam, V. "Joint control of dynamic maintenance and production in a failure-prone manufacturing system subjected to deterioration", *Computers & Industrial Engineering*, **119** , pp. 309-320 (2018).

23. Aramon Bajestani, M., Banjevic, D. and Beck, J.C. "Integrated maintenance planning and production scheduling with markovian deteriorating machine conditions", *International Journal of Production Research*, **52**, pp. 7377-7400 (2014).

24. Ross, S.M., *Introduction to Stochastic Dynamic Programming*, In Probability and Mathematical Statistics, Z. W. Birnbaum and E. Lukacs, Eds., pp. 49-50, Academic press, New York (1983).