

# ارائه‌ی مدل مقدار اقتصادی تولید (EPQ) با در نظر گرفتن تورم، ارزش زمانی پول و متغیر سرمایه‌گذاری در ظرفیت تولید

هادی مختاری\* (استادیار)

علی فلاحي (دانشجوی کارشناسی)

گروه مهندسی صنایع، دانشکده مهندسی، دانشگاه کاشان

مهندسی صنایع و مدیریت شریف، زمستان ۱۳۹۸ (دوره ۱-۳۵، شماره ۲/۲، ص. ۵۳-۶۷)

مدل‌های کلاسیک کنترل موجودی معمولاً شرایط رقابتی دنیای واقعی و تسایل مدیران برای بهبود سیستم و همچنین پارامترهای اقتصادی تورم و ارزش زمانی پول را در نظر نمی‌گیرند. مقاله‌ی حاضر مدل مقدار اقتصادی تولید (EPQ)<sup>۱</sup> را با لحاظ کردن تورم و ارزش زمانی پول، در شرایطی مورد بررسی قرار داده است که امکان سرمایه‌گذاری به منظور افزایش ظرفیت تولید وجود دارد. هدف مدل، تعیین مقدار اقتصادی تولید به همراه مقدار بهینه‌ی سرمایه‌گذاری بر روی ظرفیت تولید در سیستم موجودی EPQ است به نحوی که تابع سود کل سیستم بهینه شود. به دلیل رفتار پیچیده‌ی مدل، الگوریتم عددی جستجوی شبکه برای حل پیشنهاد شده است. روند حل این الگوریتم با استفاده از یک مثال عددی مورد بررسی قرار گرفته است. تحلیل حساسیت مثال با تغییر پارامترهای مختلف مدل و الگوریتم انجام گرفت که در نهایت رابطه‌ی صعودی میان تابع سود و مقدار فاکتور و تعداد تکرار الگوریتم، نرخ تقاضا، قیمت و نرخ تورم فروش و همچنین رابطه‌ی نزولی میان تابع سود و هزینه سفارش دهی، نرخ تنزیل و تورم هزینه‌ها و هزینه‌ی خرید به دست آمد.

واژگان کلیدی: سیستم کنترل موجودی، مقدار اقتصادی تولید، سرمایه‌گذاری، تورم، ارزش زمانی پول، بهینه‌سازی دو متغیره.

## ۱. مقدمه

مدیران سیستم‌های موجودی به دو موضوع تورم و ارزش زمانی پول موجب استخراج سیاست‌های غیربهینه برای سیستم‌های واقعی و تحمیل هزینه‌هایی مازاد به آنها می‌شود. از طرف دیگر، امروزه اهمیت سرمایه‌گذاری و استفاده از سرمایه‌ی در دسترس برکسی پوشیده نیست. در کارخانجات و سیستم‌های تولیدی نیز توجه به بهبود ظرفیت تولید از طریق سرمایه‌گذاری در زیرساخت‌ها و عملیات تولیدی، به دلیل تأثیری که بر مزیت رقابتی یک کسب و کار دارد، بسیار دارای اهمیت است. مانند هر سرمایه‌گذاری دیگری، سرمایه‌گذاری در یک سیستم تولیدی با هدف افزایش ظرفیت می‌تواند منافع و مزایای مختلفی را برای تولیدکننده ایجاد کند. برخی از این مزایا عبارت‌اند از:

- با افزایش ظرفیت تولید، امکان تولید در ابعاد بیشتر فراهم می‌شود و متعاقباً امکان تهیه‌ی مواد اولیه و قطعات از شرکت‌های بزرگ‌تر و با تخفیف بیشتر، به دلیل حجم بالای آن، فراهم می‌شود.
- ذخیره‌ی اطمینان ممکن است به دلایل مختلف دچار نوسان شود در حالی‌که این نوسان به مراتب کم‌تر در سیستم تولیدی که در آن افزایش ظرفیت صورت گرفته اتفاق می‌افتد و در نهایت تعداد مشتریانی که دچار کمبود می‌شوند کم‌تر خواهد بود.

فاصله‌ی زمانی بین سال‌های ۱۹۷۰ تا ۱۹۸۰ میلادی را می‌توان دهه‌ی تورم نامید. در این دهه به دلیل تحریم نفتی اعراب، نرخ تورم اکثر کشورها در بازه‌ی بین ۸ تا ۱۵ درصد قرار گرفت. پژوهشگران کنترل موجودی کلاسیک به دلیل تصور خود مبنی بر اندک بودن تورم در سیستم‌های واقعی، این پارامتر را در مقاله‌های خود لحاظ نمی‌کردند. در شرایط فعلی نیز عوامل مختلفی می‌توانند نرخ تورم را دچار تغییر کنند. از جمله‌ی این عوامل می‌توان به نرخ سرمایه‌گذاری، میزان تقاضا، مالیات، میزان نقدینگی و غیره اشاره کرد. مسئله‌ی مطرح شده در این شرایط این است که آیا مدل‌های کلاسیک کنترل موجودی قدرت پاسخگویی به شرایط تورمی را دارند؟ از طرفی دیگر، بسیاری از پژوهشگران حوزه‌ی سیستم‌های کنترل موجودی، تأثیر ارزش زمانی پول را در مدل‌های خود لحاظ نمی‌کنند. در حالی‌که وضعیت منابع مالی یک شرکت به طور قابل توجهی به زمانی که استفاده می‌شوند، وابسته هستند. به عبارت دیگر جریان مالی زمان‌های مختلف دارای ارزش‌های متفاوتی هستند و نمی‌توانند به صورت مستقیم با یکدیگر مقایسه شوند. پس عدم توجه مهندسان و

\* نویسنده مسئول

تاریخ: دریافت ۱۳۹۷/۵/۲۸، اصلاحیه ۱۳۹۷/۱۱/۷، پذیرش ۱۳۹۷/۱۲/۱۲.

DOI:10.24200/J65.2019.51273.1902

• افزایش ظرفیت تولید می‌تواند در بلند مدت، سهم قابل کسب از بازار را به دلیل برآورده کردن میزان تقاضای بیشتر افزایش دهد.

• بعضی شرکت‌ها ممکن است که تقاضای خود را با اضافه کردن نوبت کاری برآورده کنند. افزایش ظرفیت تولید با بهبود فناوری فعلی، آنها را قادر می‌سازد تا هزینه‌های مربوط به انرژی، نیروی کار و غیره مربوط به نوبت اضافه‌کاری را حذف کنند.

• سرمایه‌گذاری انجام شده می‌تواند از راه‌های مختلفی منجر به افزایش ظرفیت فعلی تولید شود. از جمله‌ی این راه‌ها عبارت‌اند از:

- افزودن نوبت کاری موازی با کارگران و تجهیزات جدید؛
- بهبود در فناوری تجهیزات فعلی؛
- به کارگیری نت پیشگیرانه با هدف کاهش توقف‌های پیش‌بینی نشده؛
- برون‌سپاری سفارش‌ها؛
- کاهش مدت زمان راه‌اندازی دستگاه‌ها.

در این تحقیق به بررسی سرمایه‌گذاری در سیستم موجودی EPQ با هدف تعیین سطح بهینه‌ی ظرفیت تولید با لحاظ کردن پارامترهای تورم و ارزش زمانی پول پرداخته خواهد شد. یک جنبه‌ی مهم تصمیم‌گیری در مدل فعلی، تصمیم‌گیری در مورد میزان سرمایه‌گذاری به منظور افزایش ظرفیت تولید است. در واقع هدف در این تحقیق، برقراری توازن بین میزان ظرفیت افزایش یافته و میزان سرمایه‌ی صرف شده برای این افزایش ظرفیت است به نحوی که هزینه‌ی کل سیستم کمینه شود.

ادامه‌ی این تحقیق به صورتی که در ادامه می‌آید سازمان‌دهی شده است. بخش ۲ به مرور پژوهش‌های پیشین در حوزه‌های مرتبط با این تحقیق می‌پردازد. در بخش ۳ مدل تحقیق ارائه شده و به تفصیل به آن پرداخته شده است. در بخش ۴ الگوریتم عددی جستجوی شبکه برای حل این مدل پیشنهاد شده است. در بخش ۵ ابتدا روند حل الگوریتم پیشنهادی با یک مثال عددی بررسی شده است و سپس تحلیل حساسیت با تغییر پارامترهای مختلف مثال انجام شده است.

## ۲. مرور پیشینه

تحقیقات پیشین در زمینه‌ی سرمایه‌گذاری با هدف بهبود عملکرد سیستم‌های کنترل موجودی در این بخش بررسی می‌شوند. با توجه به اهمیت دو موضوع تورم و ارزش زمانی پول در تصمیم‌گیری برای سرمایه‌گذاری، بخشی از مرور پیشینه به بررسی سیستم‌های کنترل موجودی که پارامترهای تورم و ارزش زمانی پول را نیز در محاسبات خود در نظر گرفته‌اند، تخصیص یافته است.

### ۱.۲. سیستم موجودی با در نظر گرفتن تورم و ارزش زمانی پول

بازکات<sup>[۱]</sup> در مقاله‌ی خود مدل EOQ را با لحاظ کردن شرایط تورمی توسعه داد. بیرمن و همکاران<sup>[۲]</sup> در مدل EOQ قبلی، ارزش زمانی پول را نیز در نظر گرفتند. مدل EOQ با در نظر گرفتن تورم و ارزش زمانی پول در شرایطی که نرخ تورم برای پارامترهای هزینه‌ی مختلف متفاوت است، نتیجه‌ی تحقیقات میسرا و رم<sup>[۳]</sup> بود. چاندرا و بانر<sup>[۴]</sup> در سال ۱۹۸۵ در یک مقاله، تورم و ارزش زمانی پول را بر مدل مقدار اقتصادی تولید EPQ با در نظر گرفتن کمبود اعمال کردند. رچمادگو<sup>[۵]</sup> مدل EOQ را با در نظر گرفتن ارزش زمانی پول در شرایط مجاز بودن تأخیر در پرداخت،

مدل‌سازی و ارائه کرد. چن<sup>[۶]</sup> از رویکرد برنامه‌ریزی پویا در کنترل موجودی برای یک قلم کالای خاص فسادپذیر استفاده کرد. او در محاسبه‌ی تابع هزینه‌ی این مدل، تورم و ارزش زمانی پول را نیز لحاظ کرد. مدل EPQ چندکالایی با تقاضای تصادفی که در آن محدودیت ظرفیت تولید وجود دارد، در شرایط تصادفی بودن تقاضا و منظور کردن ارزش زمانی پول، توسط گرابستورم و وانگ<sup>[۷]</sup> بررسی شد. هو و لین<sup>[۸]</sup> در مقاله‌ی خود، تقاضای مدل کنترل موجودی کالای فسادپذیر با در نظر گرفتن تورم و ارزش زمانی پول را وابسته به دو پارامتر قیمت و سطح موجودی در نظر گرفتند. کومار دی و همکاران<sup>[۹]</sup> در تحقیق خود، مدل کالای فسادپذیری را بررسی کردند که در آن تورم و ارزش زمانی پول لحاظ شده بود. مصلحی و همکاران<sup>[۱۰]</sup> در تحقیق خود تأثیر تورم و ارزش زمانی پول را در مدل EPQ، به همراه امکان دوباره‌کاری قطعات معیوب مطرح کردند. مدل موجودی کالای فسادپذیر در زنجیره‌ی تأمین که نرخ فساد آن در شرایط تورمی مدل از طریق سرمایه‌گذاری کاهش‌پذیر است، توسط تایل<sup>[۱۱]</sup> پیشنهاد شد. موسوی و همکاران<sup>[۱۲]</sup> در یک تحقیق، مدل موجودی چندکالایی چنددوره‌ی فصلی را مدل‌سازی کردند که در تمام محاسبات این مدل، تورم و ارزش زمانی پول در هزینه‌ها لحاظ شده بود. مونیپان و همکاران<sup>[۱۳]</sup> مدل EOQ را برای کالاهای فسادپذیر، با نرخ فساد وابسته به زمان ارائه دادند. از ویژگی‌های دیگر این مدل، مجاز بودن کمبود و تأخیر در پرداخت، لحاظ کردن تورم و ارزش زمانی پول بود. پز و همکاران<sup>[۱۴]</sup> در مقاله‌ی خود مدل موجودی کالای فسادپذیر را در شرایط خاص اقتصادی، با لحاظ کردن کمبود وابسته به زمان که بخشی از آن به صورت پس‌افت اتفاق می‌افتد و همچنین در نظر گرفتن تورم و ارزش زمانی پول بررسی کردند. یوری و همکاران<sup>[۱۵]</sup> مدل کنترل موجودی کالای فسادپذیر را با تقاضای وابسته به قیمت فروش و زمان با هدف تعیین قیمت فروش و مقدار بهینه‌ی سفارش دهی ارائه کردند. پارامترهای تورم و ارزش زمانی پول در این مدل لحاظ می‌شود و قیمت کالا با فساد آن کاهش می‌یابد.

## ۲.۲. سیستم موجودی با در نظر گرفتن امکان سرمایه‌گذاری به

### منظور کاهش هزینه‌ی سفارش‌دهی

پورتس<sup>[۱۶]</sup> در مقاله‌ی خود، یک چهارچوب جدید بر مبنای در نظر گرفتن هزینه‌ی سفارش‌دهی به عنوان یک متغیر تصمیم مدل برای کاهش هزینه‌ی سفارش‌دهی مدل EOQ از طریق سرمایه‌گذاری ارائه کرد. هانگ و هایا<sup>[۱۷]</sup> مقاله‌ی مدل موجودی را با محدودیت سطح خدمت‌دهی و امکان سرمایه‌گذاری به منظور کاهش هزینه‌ی سفارش‌دهی و بهبود کیفیت ارائه دادند. لی و همکاران<sup>[۱۸]</sup> مدلی احتمالی ارائه دادند که هزینه‌ی سفارش‌دهی، مدت زمان تحویل و وارپانس تقاضا از طریق سرمایه‌گذاری کنترل‌پذیر است. اوپانگ<sup>[۱۹]</sup> سیستم موجودی با مدت زمان تحویل احتمالی را پیشنهاد کرد که بخشی از کمبود آن به صورت پس‌افت و بخش دیگر به صورت فروش از دست رفته اتفاق می‌افتد. مدت زمان تحویل و هزینه‌ی سفارش‌دهی در این مدل کنترل‌پذیر هستند. اوپانگ و همکاران<sup>[۲۰]</sup> مدل کنترل موجودی با تقاضای تصادفی و قطعات معیوب را ارائه دادند که امکان کاهش هزینه‌ی سفارش‌دهی، کاهش مدت زمان تحویل و بهبود کیفیت در آن لحاظ شده است. بخشی از کمبود در مدل به صورت پس‌افت و بخشی از آن به صورت فروش از دست رفته فرض شده است. چانگ و همکاران<sup>[۲۱]</sup> مدل موجودی در زنجیره‌ی تأمین را در شرایطی توسعه دادند که مدت زمان تحویل و هزینه‌ی سفارش‌دهی از طریق سرمایه‌گذاری کنترل‌پذیر هستند. در این مدل حالتی خاص نیز ارائه شد که کاهش هزینه‌ی سفارش‌دهی و مدت زمان تحویل بر یکدیگر تأثیر متقابل دارند. آناداری و یوتایکومار<sup>[۲۲]</sup> در یک مدل

است. کومار و یوتایا کومار<sup>[۲۱]</sup> مدل کنترل موجودی در زنجیره تأمین را ارائه دادند. مدل آنها چندمحصولی با تقاضای تصادفی بود که امکان سرمایه‌گذاری در کاهش مدت زمان تحویل در آن لحاظ شده بود.

### ۴.۲. سیستم موجودی با در نظر گرفتن امکان سرمایه‌گذاری به

#### منظور کاهش کمبود از نوع فروش از دست رفته

اویانگ و چانگ<sup>[۲۲]</sup> مدل کنترل موجودی احتمالی اندازه‌ی سفارش ثابت را ارائه دادند که در آن بخشی از کمبود به صورت فروش از دست رفته اتفاق می‌افتد و از سرمایه‌گذاری برای کاهش نرخ فروش از دست رفته‌ی سیستم استفاده شده است. همچنین تحقیقی در موضوع مدل کنترل موجودی احتمالی  $(R, T)$  با لحاظ کردن سرمایه‌گذاری در کاهش نرخ کالاهای دچار فروش از دست رفته توسط اویانگ و همکاران<sup>[۲۳]</sup> ارائه شد. آنها مدل خود را با فرض نرمال بودن توزیع تقاضا و دانستن امید ریاضی و واریانس تقاضا تجزیه و تحلیل کردند. آناداری و یوتایا کومار<sup>[۲۴]</sup> مدل احتمالی دوره‌ی سفارش ثابت را با امکان سرمایه‌گذاری به منظور کاهش مدت زمان تحویل و میزان کالای دچار کمبود فروش از دست رفته ارائه کردند. پاربان و یوتایا کومار<sup>[۲۵]</sup> مدل‌سازی مسئله‌ی احتمالی  $(r, Q)$  را با لحاظ کردن امکان سرمایه‌گذاری که نرخ فروش از دست رفته، هزینه‌ی سفارش‌دهی و مدت زمان تحویل را کنترل می‌کند، در تحقیق خود مطرح کردند. وجود تخفیف برای کالاهای دچار کمبود و عدم قطعیت در کالاهای دریافت شده از خصوصیات دیگر مقاله‌ی آنها بود. لین<sup>[۲۵]</sup> یک مدل کنترل موجودی در زنجیره تأمین با خصوصیات تقاضای تصادفی، کمبودی که بخشی از آن به صورت پس‌افت اتفاق می‌افتد و همچنین امکان سرمایه‌گذاری برای کاهش نرخ فروش از دست رفته، پیشنهاد داد. سونی و همکاران<sup>[۲۶]</sup> مدل موجودی فازی با تقاضای احتمالی مدت زمان تحویل و هزینه‌های فازی را با در نظر گرفتن امکان سرمایه‌گذاری در کاهش نرخ فروش از دست رفته و بهبود کیفیت اقلام سیستم ارائه کردند.

### ۵.۲. سیستم موجودی با در نظر گرفتن امکان سرمایه‌گذاری به

#### منظور بهبود کیفیت کالاهای سیستم

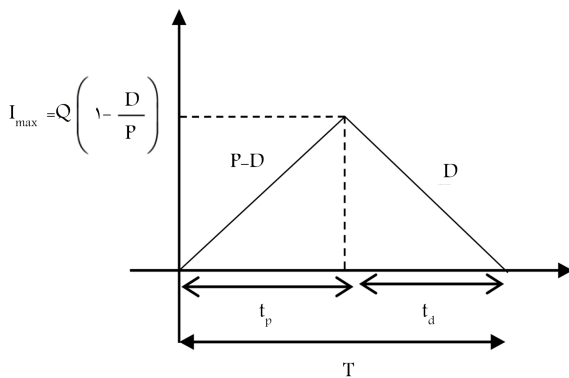
پورتس<sup>[۲۷]</sup> مسئله‌ی سرمایه‌گذاری در مدل موجودی با هدف بهبود کیفیت را مطرح کرد. کار و نوری<sup>[۲۸]</sup> مدل کنترل موجودی با امکان سرمایه‌گذاری در بهبود کیفیت را در شرایطی مدل‌سازی و ارائه کردند که تقاضا در مدت زمان تحویل متغیر تصادفی است و کمبود نیز مجاز است. مسئله‌ی موجودی با لحاظ کردن سرمایه‌گذاری در افزایش کیفیت و کاهش هزینه‌ی سفارش‌دهی با وجود محدودیت سرمایه‌ی در دسترس توسط هانگ و هایا<sup>[۲۷]</sup> ارائه شد. اویانگ و چانگ<sup>[۲۹]</sup> در تحقیقشان مدل کنترل موجودی با مدت زمان تحویل تصادفی را بررسی کردند که بخشی از کمبود آن به صورت پس‌افت اتفاق می‌افتد. تولید اقلام معیوب نیز در این مدل در نظر گرفته شده و از طریق سرمایه‌گذاری کاهش‌پذیر است. مقاله‌ی اویانگ و همکاران<sup>[۳۰]</sup> مسئله‌ی کنترل موجودی احتمالی را با کمبودی که بخشی از آن به صورت پس‌افت اتفاق می‌افتد با لحاظ کردن سرمایه‌گذاری برای کاهش مدت زمان تحویل، هزینه‌ی سفارش‌دهی و بهبود کیفیت پیشنهاد کرد. اویانگ و همکاران<sup>[۲۸]</sup> امکان سرمایه‌گذاری به منظور بهبود کیفیت و کاهش مدت زمان تحویل مدل کنترل موجودی در زنجیره تأمین را با استفاده از یک رویکرد حل جدید بررسی و پیشنهاد کردند. مقاله‌ی موجودی در زنجیره تأمین یک فروشنده - یک خریدار با منظور کردن سرمایه‌گذاری در بهبود کیفیت و کاهش مدت زمان تحویل توسط اویانگ و همکارانش<sup>[۲۹]</sup> ارائه شد. تحقیق

کنترل موجودی احتمالی مرور دائم، بحث کنترل هزینه‌ی سفارش‌دهی و مدت زمان تحویل از طریق سرمایه‌گذاری را با در نظر گرفتن محدودیت برای سطح خدمت‌دهی بررسی کردند. پاربان و یوتایا کومار<sup>[۲۳]</sup> بر روی مدل احتمالی مرور دائمی که مقدار کالای دریافتی آن دچار عدم قطعیت است، تحقیق کردند. کالاهای دچار کمبود شامل تخفیف می‌شدند و امکان کاهش هزینه‌ی سفارش‌دهی، مدت زمان تحویل و نرخ کالاهایی که با کمبود از نوع فروش از دست رفته مواجه شده‌اند از طریق سرمایه‌گذاری وجود داشت. طالعی‌زاده و دهکردی<sup>[۲۳]</sup> در ارتباط با مدل احتمالی دوره‌ی سفارش ثابت که بخشی از کمبود آن به صورت فروش از دست رفته اتفاق می‌افتد و شرایط سرمایه‌گذاری برای کاهش هزینه‌ی سفارش‌دهی و بهبود کیفیت فراهم است تحقیقی را انجام دادند. غلامی و میرزازاده<sup>[۲۵]</sup> در پژوهش خود مدل کنترل موجودی با تقاضای تصادفی دارای توزیع لاگ نرمال و ظرفیت تصادفی با توزیع گاما را بررسی کردند که هزینه‌ی سفارش‌دهی و مدت زمان تحویل آن از طریق سرمایه‌گذاری کنترل‌پذیر است.

### ۳.۲. سیستم موجودی با در نظر گرفتن امکان سرمایه‌گذاری به

#### منظور کاهش مدت زمان تحویل

مدل کنترل موجودی احتمالی که مدت زمان تحویل متغیر تصمیم و مقدار سفارش‌دهی پارامتر از پیش تعیین شده بود، توسط لیاثو و شایو<sup>[۲۶]</sup> ارائه شد. دایا و رتوف<sup>[۲۷]</sup> مسئله‌ی را مدل کردند که در آن هم مقدار سفارش و هم مدت زمان تحویل متغیر تصمیم بودند. لی و همکاران<sup>[۱۸]</sup> مسئله‌ی امکان سرمایه‌گذاری در مدل موجودی، با اهداف کاهش هزینه‌ی سفارش‌دهی، مدت زمان تحویل و واریانس تقاضا را مطرح کردند. اویانگ<sup>[۱۹]</sup> مدل موجودی با مدت زمان تحویل احتمالی را ارائه کرد. مدت زمان تحویل و هزینه‌ی سفارش‌دهی این مدل از طریق سرمایه‌گذاری کاهش می‌یابد. اویانگ و همکاران<sup>[۲۰]</sup> مدل کنترل موجودی با تقاضای تصادفی و قطعات معیوب را به پژوهش‌های قبلی اضافه کردند و در آن امکان کاهش هزینه‌ی سفارش‌دهی، کاهش مدت زمان تحویل و بهبود کیفیت را در نظر گرفتند. به منظور کاهش مدت زمان تحویل و هزینه‌ی سفارش‌دهی، چانگ و همکاران<sup>[۲۱]</sup> مدلی را به همراه تخفیف قیمت پیشنهاد کردند. اویانگ و همکاران<sup>[۲۸]</sup> در تحقیق خود مسئله‌ی زنجیره تأمین یک فروشنده و یک خریدار را به همراه لحاظ کردن سرمایه‌گذاری به منظور کاهش مدت زمان تحویل و بهبود کیفیت، با استفاده از یک رویکرد حل جدید به پژوهش‌های پیشین اضافه کردند. اویانگ و همکاران<sup>[۲۹]</sup> مسئله‌ی موجودی زنجیره تأمین یک فروشنده و یک خریدار را با در نظر گرفتن امکان سرمایه‌گذاری در کاهش مدت زمان تحویل و بهبود کیفیت، مدل‌سازی و ارائه کردند. آناداری و یوتایا کومار<sup>[۲۴]</sup> مدل  $(r, Q)$  را با لحاظ کردن محدودیت سطح خدمت‌دهی و سرمایه‌گذاری در کاهش مدت زمان تحویل و هزینه‌ی سفارش‌دهی پیشنهاد کردند. پاربان و یوتایا کومار<sup>[۲۳]</sup> یک مدل کنترل موجودی احتمالی مرور دائم را با در نظر گرفتن کنترل‌پذیر بودن مدت زمان تحویل، هزینه‌ی سفارش‌دهی و نرخ فروش از دست رفته ارائه کردند. کومار و یوتایا کومار<sup>[۳۰]</sup> درباره‌ی مدل موجودی زنجیره تأمین در شرایط وجود اقلام معیوب در سیستم تحقیقی را انجام دادند. در مدل آنها تقاضای مدل تصادفی و مدت زمان تحویل و درصد اقلام معیوب از طریق سرمایه‌گذاری کنترل‌پذیر است. مدت زمان تحویل و هزینه‌ی سفارش‌دهی مدل آنها از طریق سرمایه‌گذاری می‌توانست کاهش یابد. مدل غلامی و میرزازاده<sup>[۲۵]</sup> سیستم موجودی در حالت تصادفی بودن تقاضا با توزیع لاگ نرمال و تصادفی بودن ظرفیت سیستم با توزیع گاما، در شرایط امکان سرمایه‌گذاری در کاهش هزینه‌ی سفارش‌دهی و مدت زمان تحویل بررسی کرده



شکل ۱. نمودار تغییرات موجودی در مدل EPQ.

به صورت تدریجی دریافت می‌شود، مدل مقدار اقتصادی تولید یا EPQ است. نمودار تغییرات سطح موجودی این مدل در شکل ۱ نمایش داده شده است. به طور خلاصه مفروضات مدل مقدار اقتصادی تولید عبارت‌اند از:

- دریافت تدریجی با نرخ محدود؛
- قطعی و ثابت بودن تقاضا در طول افق برنامه‌ریزی؛
- قطعی و ثابت بودن مدت زمان تحویل در افق برنامه‌ریزی؛
- مجاز نبودن کمبود در سیستم؛

در این سیستم هنگامی که سطح موجودی به مقدار صفر برسد، سفارش تولید (خرید) به مقدار  $Q$  واحد صادر می‌شود. بلافاصله پس از صدور سفارش، با فرض مدت زمان تحویل صفر، دریافت آن سفارش با نرخ محدود  $P$  آغاز می‌شود. باید توجه داشت در مدل EPQ برای این که سیستم بتواند تقاضای به میزان  $D$  را در افق زمانی مدنظر پاسخ دهد، باید همواره نرخ تولید مفروض  $P$  از نرخ تقاضا  $D$  بیشتر باشد. با توجه به تقاضایی که برای سیستم وجود دارد، در بازه‌ی زمانی که دریافت سفارش و ورود آن به انبار اتفاق می‌افتد، بخشی از آن با نرخ تقاضا  $D$  مصرف می‌شود. افزایش موجودی انبار ادامه می‌یابد تا سطح موجودی در انبار به مقدار  $I_{max} = Q \left(1 - \frac{D}{P}\right)$  برسد. پس از آن، دریافت سفارش متوقف می‌شود و در یک بازه‌ی زمانی بدون دریافت سفارش از موجودی انبار کاسته می‌شود تا سطح آن مجدداً به مقدار صفر برسد.

بازه‌ی زمانی اول که در آن هم تولید و هم مصرف وجود دارد، بازه‌ی زمانی تولید و مصرف ( $t_p$ ) و بازه‌ی زمانی که در آن فقط مصرف صورت می‌گیرد، اصطلاحاً بازه‌ی زمانی مصرف ( $t_d$ ) نام‌گذاری می‌شود. مجموع این دو بازه‌ی زمانی، یک چرخه‌ی  $T$  را برای این مدل ایجاد می‌کند که این چرخه‌ها به تعداد دفعات سفارش تکرار می‌شوند. پارامترهای مدل، اعم از پارامترهای هزینه‌ی و غیرهزینه‌ی به صورت زیر تعریف می‌شوند:

$C$ : هزینه‌ی تولید (خرید) یک واحد کالا؛

$A$ : هزینه‌ی صدور هر بار سفارش؛

$D$ : نرخ تقاضا در واحد زمان؛

$h$ : هزینه‌ی نگهداری هر واحد کالا در واحد زمان؛

$P$ : نرخ تولید (دریافت سفارش)؛

$t_p$ : بازه‌ی زمانی تولید و مصرف؛

$t_d$ : بازه‌ی زمانی مصرف؛

چیو و سو<sup>[۲۰]</sup> مدل EPQ را با در نظر گرفتن هزینه‌ی کیفیت، ارزش زمانی پول و امکان سرمایه‌گذاری در بهبود کیفیت تجزیه و تحلیل کرده است. طالعی زاده و دهکردی<sup>[۲۲]</sup> در تحقیقتان مدل احتمالی  $(R, T)$  را با کمبودی که به صورت پس‌افت است، در شرایط سرمایه‌گذاری در بهبود کیفیت و کاهش هزینه‌ی سفارش دهی و همچنین در نظر گرفتن فرایند بازرسی ارائه کردند. مسئله‌ی احتمالی کنترل موجودی در زنجیره‌ی تأمین با کیفیت و مدت زمان تحویل کنترل‌پذیر از طریق سرمایه‌گذاری، نتیجه‌ی تحقیقات کومار و یوتایا کومار<sup>[۲۰]</sup> بود. سونی و همکاران<sup>[۲۶]</sup> مدل کنترل موجودی با هزینه‌های فزاینده و تقاضای تصادفی را پیشنهاد کردند که در آن امکان سرمایه‌گذاری در کاهش نرخ کمبود و بهبود کیفیت اقلام وجود دارد.

## ۲.۶. سیستم موجودی کالاهای فسادپذیر با در نظر گرفتن امکان

### سرمایه‌گذاری به منظور کاهش نرخ فساد

مسئله‌ی کنترل موجودی کالاهای فسادپذیر با در نظر گرفتن امکان سرمایه‌گذاری برای کاهش نرخ فساد کالاها توسط هسو و همکاران<sup>[۲۱]</sup> مطرح شد. ارائه‌ی مقاله‌ی مدل کنترل موجودی اقلام فسادپذیر با تقاضای وابسته به سطح موجودی و سرمایه‌گذاری در کاهش نرخ فساد کالا با کمبودی که بخشی از آن پس‌افت است، نتیجه‌ی تحقیقات لی و دای<sup>[۲۲]</sup> بود. هسیه و دای<sup>[۲۳]</sup> مدل موجودی تولید کالای فسادپذیر با نرخ فساد کنترل‌پذیر را از طریق سرمایه‌گذاری با تقاضای وابسته به زمان پیشنهاد کردند. تایال<sup>[۱۱]</sup> مسئله‌ی مدل موجودی کالای فسادپذیر با نرخ فساد کنترل‌پذیر در زنجیره‌ی تأمین را مدل‌سازی و بررسی کرد. لیو و همکاران<sup>[۲۴]</sup> مدل موجودی کالای فسادپذیر را با تقاضای وابسته به قیمت و کیفیت ارائه دادند. سرمایه‌گذاری برای کاهش نرخ فساد کالا در این سیستم امکان‌پذیر است. میشر<sup>[۲۵]</sup> مدل EPQ فسادپذیر با نرخ فساد تصادفی را، که از طریق سرمایه‌گذاری کنترل‌پذیر است، با لحاظ کردن کمبود و نرخ‌های متفاوت تولید پیشنهاد کرد. لی و همکاران<sup>[۲۶]</sup> سرمایه‌گذاری در سیستم موجودی کالای فسادپذیر را بررسی کردند که این سرمایه‌گذاری بر هر دو پارامتر نرخ فساد و دوره‌ی فساد تأثیر می‌گذارد. مقاله‌ی شیخ و همکاران<sup>[۲۷]</sup> مدل کالای فسادپذیر با تقاضای وابسته به زمان، اعتبارات تجاری، کمبودی که بخشی از آن پس‌افت است و امکان سرمایه‌گذاری در کاهش نرخ فساد را بررسی می‌کند.

با بررسی جدول ۱ و مرور جامع پژوهش‌های پیشین سرمایه‌گذاری در پارامترهای مختلف سیستم موجودی، با هدف بهبود عملکرد سیستم، می‌توان دریافت که موضوع سرمایه‌گذاری در مدل کلاسیک EPQ با هدف افزایش نرخ تولید، تاکنون در پژوهش‌ها بررسی نشده است. به همین دلیل مقاله‌ی حاضر موضوع سرمایه‌گذاری در ظرفیت تولید مدل EPQ را با در نظر گرفتن پارامترهای تورم و ارزش زمانی پول بررسی می‌کند. جدول ۱ مروری بر مقالات موجود در پیشینه، در حوزه‌ی سرمایه‌گذاری در سیستم‌های کنترل موجودی ارائه می‌دهد. ستون‌های این جدول، تأثیر سرمایه‌گذاری در بهبود وضعیت سیستم موجودی از دیدگاه‌های مختلف و همچنین در نظر گرفتن پارامترهای مهم اقتصادی را در تحقیقات مختلف نمایش می‌دهد.

## ۳. مدل پیشنهادی

یکی از رایج‌ترین مدل‌ها برای مدیریت و کنترل موجودی سیستم‌هایی که به تولید کالای مورد نیاز می‌پردازند یا سفارش صادر شده‌ی آنها برای کالای مورد نیازشان

جدول ۱. پیشینه‌ی سرمایه‌گذاری در سیستم‌های کنترل موجودی.

پارامترهای اقتصادی		تأثیر سرمایه‌گذاری در					مقالات و سال انتشار
ارزش زمانی پول	تورم	افزایش ظرفیت تولید	کاهش نرخ فساد	بهبود کیفیت	کاهش نرخ کمبود	کاهش زمان تحویل	کاهش هزینه‌ها
	✓						بازکات (۱۹۷۵)
✓	✓						بیرمن و همکاران (۱۹۷۷)
✓	✓						میسرا و رم (۱۹۷۹)
							پورتس (۱۹۸۵)
✓	✓						چاندرا و بانر (۱۹۸۵)
				✓			پورتس (۱۹۸۶)
				✓			کلر و نوری (۱۹۸۸)
✓							رچمادگو (۱۹۸۹)
						✓	لیانو و شاپو (۱۹۹۱)
						✓	دایا و رثوف (۱۹۹۴)
				✓			هانگ و هایا (۱۹۹۵)
						✓	لی و همکاران (۱۹۹۷)
✓	✓					✓	چن (۱۹۹۸)
						✓	اویانگ (۱۹۹۹)
				✓			اویانگ و چنگ (۲۰۰۰)
					✓		اویانگ و چنگ (۲۰۰۱)
					✓	✓	اویانگ و همکاران (۲۰۰۲)
✓							گرابستورم و وانگ (۲۰۰۳)
✓	✓						هو و لین (۲۰۰۶)
						✓	چانگ و همکاران (۲۰۰۶)
				✓		✓	اویانگ و همکاران (۲۰۰۶)
					✓		اویانگ و همکاران (۲۰۰۷)
					✓	✓	اویانگ و همکاران (۲۰۰۷)
	✓	✓					کوماردی و همکاران (۲۰۰۸)
						✓	هسو و لی (۲۰۰۹)
						✓	آناداری و یوتایا کومار (۲۰۱۰)
					✓	✓	آناداری و یوتایا کومار (۲۰۱۰)
✓				✓			چیو و سو (۲۰۱۰)
			✓				هسو و همکاران (۲۰۱۰)
✓	✓						مصلحی و همکاران (۲۰۱۱)
				✓			لی و دای (۲۰۱۲)
				✓			هسیه و دای (۲۰۱۳)
✓	✓						موسوی و همکاران (۲۰۱۴)
✓	✓						تایال (۲۰۱۴)
✓	✓						مونیاپان و همکاران (۲۰۱۵)
					✓	✓	پاریان و یوتایا کومار (۲۰۱۵)
			✓				لیو و همکاران (۲۰۱۵)
			✓				میشرا (۲۰۱۶)
						✓	تی واری و همکاران (۲۰۱۷)
				✓		✓	کومار و یوتایا کومار (۲۰۱۷)
					✓		لین (۲۰۱۷)
				✓			طالع‌ی‌زاده و دهکردی (۲۰۱۷)
						✓	غلامی و میرزازاده (۲۰۱۸)
			✓				لی و همکاران (۲۰۱۸)

ادامه‌ی جدول ۱.

پارامترهای اقتصادی		تأثیر سرمایه‌گذاری در					مقالات و سال انتشار
ارزش زمانی پول	تورم	افزایش ظرفیت تولید	کاهش نرخ فساد	بهبود کیفیت	کاهش نرخ کمبود	کاهش زمان تحویل	کاهش هزینه‌ها
				✓	✓		سونی و همکاران (۲۰۱۸)
						✓	کومار و پوتایا کومار (۲۰۱۸)
✓	✓						پرز و همکاران (۲۰۱۹)
✓	✓						یاوری و همکاران (۲۰۱۹)
			✓				شیخ و همکاران (۲۰۱۹)
✓	✓	✓					مقاله‌ی حاضر

$T$ : زمان چرخه‌ی موجودی؛ اما برخلاف هزینه‌ی سفارش‌دهی، هزینه‌ی تولید در لحظات مختلف از چرخه اتفاق می‌افتد و بر اثر تورم مقادیر آن متفاوت است. به عبارتی هزینه‌ی تولید در بازه‌ی زمانی  $t_p$  و در هر یک از این لحظات با نرخ‌های متفاوت (به دلیل وجود تورم) اتفاق می‌افتد. با فرض این‌که مقدار هزینه‌ی تولید در ابتدای افق برنامه‌ریزی برابر با  $C$  است، پس بر اساس نرخ تورم، این هزینه در ابتدای سیکل  $l$ -ام برابر با  $Ce^{i_1(1-\tau)T}$  است. اما در لحظه‌ی  $t$  داخل سیکل  $l$ -ام، نرخ هزینه‌ی تولید بر اثر تورم برابر  $Ce^{i_1(1-\tau)T}e^{i_1t}$  خواهد بود که برای محاسبه‌ی ارزش فعلی آن در ابتدای چرخه، این مقدار در فاکتور  $e^{-rt}$  ضرب می‌شود. پس هزینه‌ی تولید  $Q$  واحد کالا در چرخه  $l$ -ام بانرخ تولید  $P$  به صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$TC(Q) = A\frac{D}{Q} + h\frac{Q}{P}\left(1 - \frac{D}{P}\right) + CD \quad (1)$$

هدف این مدل، تعیین مقدار بهینه (اقتصادی) سفارش در هر چرخه است به نحوی که هزینه‌های سیستم در بهینه‌ترین حالت خود قرار بگیرد. تابع هدف این مدل که از مجموع هزینه‌های سیستم برحسب متغیر مقدار سفارش  $Q$  تشکیل شده به صورت زیر است:

$$TC(Q) = A\frac{D}{Q} + h\frac{Q}{P}\left(1 - \frac{D}{P}\right) + CD \quad (1)$$

اما در مدل‌های کلاسیک، به ترتیب پارامترهای «تورم» و «ارزش زمانی پول» در محاسبات در نظر گرفته نمی‌شوند. با توجه به دلایل گفته شده، بخشی از هدف این تحقیق محاسبه‌ی تابع هدف مدل EPQ با در نظر گرفتن تورم و ارزش زمانی پول است. در مسائل اقتصادی، تورم و ارزش زمانی پول را با در نظر گرفتن دو پارامتر تورم و نرخ تنزیل زمانی مدل‌سازی و بررسی می‌کنند. در این تحقیق پارامتر  $r$  نشان‌دهنده‌ی نرخ تنزیل زمانی و  $i_1$  نماینده‌ی نرخ تورم است. ترکیب نرخ تنزیل در یک دوره می‌تواند در ساعت یا حتی در لحظه اتفاق بیفتد که این حالت را اصطلاحاً مرکب شدن پیوسته می‌نامند. در حالت ترکیب پیوسته، رابطه‌ی بین ارزش فعلی و آینده‌ی مقداری پول با نرخ تنزیل مشخص، که فاصله‌ی بین این دوره‌ها  $n$  است، فاکتور ارزش فعلی یک بار پرداخت نامیده می‌شود و رابطه‌ی آن به صورت زیر است:

$$P = Fe^{-rn} \quad (2)$$

که در این رابطه  $P$  ارزش فعلی پول،  $F$  ارزش آینده‌ی پول،  $r$  نرخ تنزیل زمانی و  $n$  فاصله‌ی زمانی بین دوره‌هاست.

برای اصلاح مدل EPQ در شرایط تورمی و با در نظر گرفتن ارزش زمانی پول، ابتدا ارزش فعلی خالص هزینه‌های یک چرخه در ابتدای همان چرخه را محاسبه می‌کنیم. ابتدا ارزش فعلی هزینه‌ی سفارش‌دهی در ابتدای هر چرخه محاسبه می‌شود. با فرض این‌که سفارش‌دهی فقط یک بار در ابتدای هر چرخه اتفاق می‌افتد و مقدار هزینه در ابتدای افق برنامه‌ریزی برابر  $A$  فرض شده است، بر اساس نرخ تورم، این هزینه در ابتدای چرخه  $l$ -ام برابر با رابطه‌ی زیر خواهد بود.

$$Ae^{i_1(1-\tau)T} \quad (3)$$

$$Ce^{i_1(l-1)T} \int_0^{\frac{Q}{P}} Pe^{(i_1-r)t} dt \quad (4)$$

همچنین هزینه‌ی نگهداری نیز مشابه هزینه‌ی تولید، در لحظات مختلف از چرخه اتفاق می‌افتد و بر اثر تورم مقادیر آن در طول چرخه متفاوت است. اما تفاوت هزینه‌ی تولید و نگهداری در این است که هزینه‌ی تولید در بازه‌ی زمانی  $t_p$  و هزینه‌ی نگهداری در کل زمان چرخه‌ی  $T$  شامل بازه‌های  $t_p$  و  $td$  اتفاق می‌افتد. بنابراین از دو رابطه برای محاسبه‌ی هزینه‌ی نگهداری مربوط به بازه‌های  $t_p$  و  $td$  استفاده می‌شود. بدین منظور، ابتدا با فرض این‌که مقدار هزینه‌ی نگهداری در ابتدای افق برنامه‌ریزی برابر با  $h$  است، بر اساس نرخ تورم، این هزینه در ابتدای سیکل  $l$ -ام برابر با  $he^{i_1(l-1)T}$  خواهد بود. همچنین در لحظه‌ی  $t$  داخل چرخه‌ی  $l$ -ام، نرخ هزینه‌ی نگهداری بر اثر تورم برابر  $he^{i_1(1-\tau)T}e^{i_1t}$  است که ارزش فعلی آن در ابتدای چرخه با ضریب در فاکتور  $e^{-rt}$  به صورت  $he^{i_1(1-\tau)T}e^{(i_1-r)t}$  محاسبه می‌شود. با توجه به این‌که تابع سطح موجودی در بازه‌ی زمانی  $t_p$  به صورت  $(P-D)t$  و در بازه‌ی زمانی  $td$  به صورت  $(Q-Dt)$  است، هزینه‌ی نگهداری در این دو بازه به ترتیب برابر خواهد بود با:

$$he^{i_1(l-1)T} \int_0^{\frac{Q}{P}} (P-D)te^{(i_1-r)t} dt \quad (5)$$

$$he^{i_1(l-1)T} \int_0^{\frac{Q}{P}} (Q-Dt)e^{(i_1-r)t} e^{i_1\frac{Q}{P}} dt \quad (6)$$

در نهایت با محاسبه‌ی ارزش فعلی هزینه‌های سفارش‌دهی، تولید و نگهداری در ابتدای چرخه‌ی  $l$ -ام، ارزش فعلی کل هزینه‌های چرخه‌ی  $l$ -ام در ابتدای این

زیر است:

$$\varepsilon \leq M \leq \theta \quad (9)$$

با لحاظ کردن سرمایه‌گذاری صورت گرفته و تغییر ظرفیت تولید به عنوان تابعی از میزان سرمایه‌گذاری، ارزش فعلی خالص هزینه‌ها برای چرخه‌ی  $l$ -ام سیستم در لحظه‌ی شروع چرخه به صورت رابطه‌ی زیر بازنویسی می‌شود.

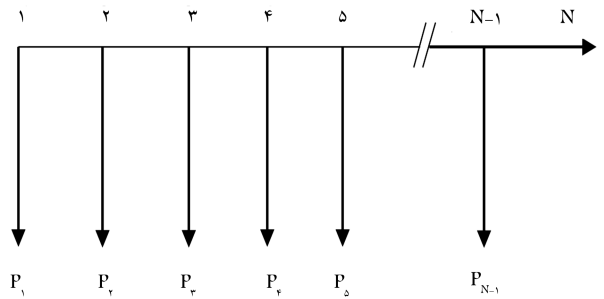
$$\begin{aligned}
 P_L &= Ae^{i_1(L-1)\frac{Q}{D}} \\
 &+ Ce^{i_1(L-1)\frac{Q}{D}} \left( \frac{1}{i_1-r} \right) (De^{\beta M}) \left( e^{\frac{Q}{D}e^{-\beta M}(i_1-r)} - 1 \right) \\
 &he^{i_1(L-1)\frac{Q}{D}} \left[ -D \times e^{\frac{\beta M}{r}} \left( \frac{1}{r} \left( e^{\frac{\beta M}{r}} - e^{-\frac{\beta M}{r}} \right) \right) \right] \\
 &\left( \left( \frac{1}{(i_1-r)^2} \right) \left( 1 + e^{\frac{Q}{D}e^{-\beta M}(i_1-r)} \left( \frac{Q}{D}e^{-\beta M}(i_1-r) - 1 \right) \right) \right) \left. \right] \\
 &+ he^{i_1(L-1)\frac{Q}{D}} De^{\frac{Q}{D}i_1e^{-M\beta}} \\
 &\left[ \frac{1}{(i_1-r)^2} \left( e^{\frac{Q}{D}e^{-\beta M}(i_1-r)} \left( \frac{Q}{D}e^{-\beta M}(i_1-r) - 1 \right) - e^{\frac{Q}{D}(i_1-r)} \right) \right. \\
 &\left. \left( \frac{Q}{D}(i_1-r) - 1 \right) \right) \\
 &- Qe^{\frac{Q}{D}i_1e^{-M\beta}} \left( \frac{1}{i_1-r} \left( e^{\frac{Q}{D}e^{-M\beta}(i_1-r)} - e^{\frac{Q}{D}(i_1-r)} \right) \right) \left. \right] \quad (10)
 \end{aligned}$$

به منظور ارزیابی اقتصادی به روش NPW، تمام هزینه‌ها باید به لحظه‌ی ابتدایی افق زمانی مد نظر سیستم موجودی (لحظه‌ی صفر) منتقل شوند تا بتوان تصمیم‌گیری و ارزیابی را انجام داد. بنابراین هر کدام از پرداخت‌های جریان نقدی که به آن اشاره شد باید به لحظه‌ی صفر منتقل و با هم جمع شوند تا ارزش فعلی خالص مجموع هزینه‌های سیستم موجودی محاسبه شود. با انتقال هزینه‌ها با نرخ  $r$  به لحظه‌ی صفر، رابطه‌ی زیر برای ارزش فعلی خالص مجموع هزینه‌های سیستم موجودی پیشنهادی به دست می‌آید:

$$NPW_{TC} = \sum_{i=1}^{D/Q} P_i e^{-r\frac{Q}{D}(L-1)}$$

با جایگذاری  $P_i$  در رابطه‌ی فوق، ارزش فعلی خالص هزینه‌ی کل به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\begin{aligned}
 NPW_{TC} &= \sum_{L=1}^{D/Q} Ae^{\frac{Q}{D}(L-1)(L-1)} \\
 &+ \sum_{L=1}^{D/Q} Ce^{i_1(L-1)\frac{Q}{D}} \frac{1}{(i_1-r)} De^{\beta M} \\
 &\left( e^{\frac{Q}{D}e^{-\beta M}(i_1-r)} - 1 \right) e^{-r\frac{Q}{D}(L-1)} \\
 &\sum_{L=1}^{D/Q} he^{i_1(L-1)\frac{Q}{D}} \left[ De^{\frac{\beta M}{r}} \left( \frac{1}{r} \left( e^{\frac{\beta M}{r}} - e^{-\frac{\beta M}{r}} \right) \right) \right] \\
 &\left( \frac{1}{(i_1-r)^2} \left( 1 + e^{\frac{Q}{D}e^{-\beta M}(i_1-r)} \left( \frac{Q}{D}e^{-\beta M}(i_1-r) - 1 \right) \right) \right) \left. \right] e^{-r\frac{Q}{D}(L-1)} \\
 &\sum_{L=1}^{D/Q} he^{i_1(L-1)\frac{Q}{D}} De^{\frac{Q}{D}i_1e^{-M\beta}}
 \end{aligned}$$



شکل ۲. نمودار فرایند مالی ارزش هزینه‌های هر چرخه‌ی مدل پیشنهادی در ابتدای همان چرخه.

چرخه، به صورت جمع این هزینه‌ها و برابر است با:

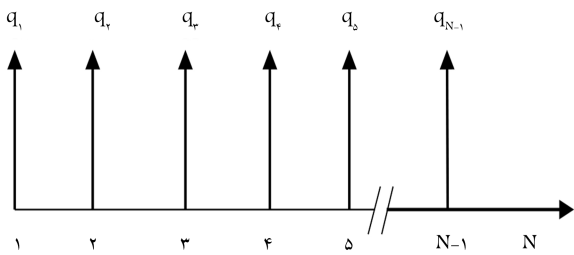
$$\begin{aligned}
 P_l &= Ae^{i_1(L-1)T} + Ce^{i_1(L-1)T} \int_0^{\frac{Q}{D}} Pe^{(i_1-r)t} dt \\
 &+ he^{i_1(L-1)T} \int_0^{\frac{Q}{D}} (P-D)te^{(i_1-r)t} dt \\
 &he^{i_1(L-1)T} \int_0^{\frac{Q/D}{Q/P}} (Q-Dt)e^{(i_1-r)t} e^{i_1\frac{Q}{D}t} dt \quad (11)
 \end{aligned}$$

با استفاده از رابطه‌ی  $P_1$  می‌توان ارزش فعلی خالص هزینه‌ی همه‌ی چرخه‌ها را در ابتدای همان چرخه محاسبه کرد. رابطه‌ی فوق برای تمام چرخه‌های سیستم موجودی  $\{1, 2, 3, \dots, N\}$  صادق است. شکل ۲ نمودار جریان نقدی را برای هزینه‌های سیستم پیشنهادی نمایش می‌دهد.

اعداد  $\{1, 2, 3, \dots, N\}$  چرخه‌های سیستم و پارامترهای  $P_1, P_2, \dots, P_{N-1}$  ارزش هزینه‌های این چرخه‌ها را در لحظه‌ی شروع نشان می‌دهد. همان‌طور که قبلاً اشاره شد، هدف این تحقیق، تعیین مقدار بهینه‌ی سرمایه‌گذاری اضافی در تولید سیستم  $M$  علاوه بر مقدار اقتصادی تولید  $Q$  به عنوان متغیر تصمیم است. با فرض سرمایه‌گذاری به مقدار  $M$  در سیستم، ظرفیت تولید به شکل تابعی از  $M$  به صورت زیر قابل بیان است:

$$P(M) = De^{\beta M} \quad (12)$$

که در آن  $\beta$  ضریب مقیاس مدل است. این تابع یک تابع غیرنزولی است و ضریب  $\beta$  مقدار مثبت اختیار می‌کند. اگر هیچ سرمایه‌گذاری صورت نگیرد ( $M = 0$ )، این مدل به مدل کلاسیک EPQ، فقط با در نظر گرفتن پارامترهای تورم و ارزش زمانی پول، تبدیل می‌شود؛ بنابراین طبق مفروضات مدل و جهت تشکیل موجودی، نرخ تولید باید از نرخ تقاضا بزرگ‌تر باشد. به همین منظور عدد بسیار کوچک  $\varepsilon$  به عنوان حد پایین تابع سرمایه‌گذاری لحاظ شده است. همچنین با توجه به این که میزان سرمایه‌گذاری و ظرفیت تولیدی در واقعیت نمی‌تواند مقدار بی‌نهایت را اختیار کند، مقدار  $\theta$  نیز به عنوان حد بالا و محدودیت بیشینه‌ی میزان سرمایه‌گذاری لحاظ می‌شود. با توجه به این محدودیت، مقدار سرمایه‌گذاری نمی‌تواند بیش از مقدار  $\theta$  باشد و به تبع آن، ظرفیت تولیدی نیز از حد معینی فراتر نخواهد رفت محدودیت مربوط به حد بالا و پایین مقدار سرمایه‌گذاری در افزایش ظرفیت تولید به صورت



شکل ۳. نمودار فرایند مالی ارزش درآمدهای هر چرخه‌ی مدل پیشنهادی در ابتدای همان چرخه.

تعمیم رابطه‌ی ۱۵ برای محاسبه‌ی ارزش درآمدهای چرخه‌ی  $l$ -ام سیستم، در ابتدای همان چرخه به صورت زیر است:

$$q_l = \frac{SDe^{i\tau} \frac{Q}{D} (L-1)}{i\tau - r} \left( e^{(i\tau-r) \frac{Q}{D}} - 1 \right) \quad (16)$$

شکل ۳ نمودار جریان نقدی درآمدها را در ابتدای هر چرخه نمایش می‌دهد. در این نمودار اعداد  $\{1, 2, 3, \dots, N\}$  نمایانگر چرخه‌های سیستم است و  $\{q_1, q_2, \dots, q_{N-1}\}$  ارزش درآمد چرخه‌های  $\{1, 2, 3, \dots, N\}$  را در لحظه‌ی شروعشان نشان می‌دهد.

پس از محاسبه‌ی ارزش درآمدهای چرخه‌های مختلف در ابتدای هر کدام از چرخه‌ها، لازم است تا همه‌ی آنها با استفاده از نرخ تنزیل زمانی به ابتدای افق زمانی (لحظه‌ی صفر) منتقل و با یکدیگر جمع شوند تا بتوان ارزش فعلی خالص مجموع درآمدها را محاسبه کرد. رابطه‌ی ارزش فعلی خالص مجموع درآمدهای سیستم به صورت زیر است:

$$NPW_{TR} = \sum_{L=1}^{D/Q} \left( \frac{SDe^{i\tau} \frac{Q}{D} (L-1)}{i\tau - r} \left( e^{(i\tau-r) \frac{Q}{D}} - 1 \right) e^{-r \frac{Q}{D} (L-1)} \right) \quad (17)$$

رابطه‌ی ۱۷، مشابه رابطه‌ی به دست آمده برای هزینه‌های سیستم، مجموع جملات یک سری هندسی با جمله‌ی اول  $e^{(i\tau-r) \frac{Q}{D}}$  و قدر نسبت  $\frac{SD}{i\tau-r}$  است و به صورت زیر ساده می‌شود:

$$NPW_{TR} = \frac{SD}{i\tau - r} \left( e^{(i\tau-r) \frac{Q}{D}} - 1 \right) \left( \frac{1 - (e^{(i\tau-r) \frac{Q}{D}})^{\frac{D}{Q}}}{1 - e^{(i\tau-r) \frac{Q}{D}}} \right) = \frac{SD}{i\tau - r} (e^{i\tau} - 1) \quad (18)$$

در نهایت نمودار جریان نقدی سیستم پیشنهادی، با لحاظ کردن درآمدها و هزینه‌ها به صورت شکل ۴ حاصل می‌شود.

برای محاسبه‌ی ارزش خالص فعلی سودکسب شده در سیستم می‌توان اختلاف ارزش خالص فعلی درآمدها و هزینه‌های شرکت را در افق مورد نظر محاسبه کرد:

$$NPW_{TP} = NPW_{TR} - NPW_{TC} \quad (19)$$

که با جایگذاری،  $NPW_{TP}$  به صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$\left[ \frac{1}{(i_1 - r)\tau} \left( e^{\frac{Q}{D} e^{-\beta M} (i_1 - r)} \left( \frac{Q}{D} e^{-\beta M} (i_1 - r) - 1 \right) - e^{\frac{Q}{D} (i_1 - r)} \left( \frac{Q}{D} (i_1 - r) - 1 \right) \right) - Qe^{\frac{Q}{D} i_1} e^{-\beta M} \right] e^{-r \frac{Q}{D} (L-1)} + M \quad (11)$$

هر کدام از اجزای رابطه‌ی ۱۱، مجموع جملات یک سری هندسی با قدر نسبت  $e^{\frac{Q}{D} (i_1 - r)}$  ولی جملات اول متفاوت هستند. برای بسط این روابط باید از رابطه‌ی مجموع جملات یک سری هندسی به صورت  $\frac{a(1-q^n)}{1-q}$  استفاده کرد که در آن جمله‌ی اول هندسی  $q$  و قدر نسبت سری هندسی است. با این روش،  $NPW_{TC}$  به رابطه‌ی زیر تبدیل می‌شود:

$$NPW_{TC} = A \left( \frac{1 - e^{i_1 - r}}{1 - e^{\frac{Q}{D} (i_1 - r)}} \right) C \frac{1}{(i_1 - r)} D e^{\beta M} \left( e^{\frac{Q}{D} e^{-\beta M} (i_1 - r)} - 1 \right) \left( \frac{1 - e^{i_1 - r}}{1 - e^{\frac{Q}{D} (i_1 - r)}} \right) + h \left( 2De^{\frac{\beta M}{\tau}} \left( \frac{1}{\tau} \left( e^{\frac{\beta M}{\tau}} - e^{-\frac{\beta M}{\tau}} \right) \right) \left( \left( \frac{1}{(i_1 - r)\tau} \left( e^{\frac{Q}{D} e^{-\beta M} (i_1 - r)} \left( \frac{Q}{D} e^{-\beta M} (i_1 - r) - 1 \right) \right) \right) \right) \right) \left( \frac{1 - e^{i_1 - r}}{1 - e^{\frac{Q}{D} (i_1 - r)}} \right) + hDe^{\frac{Q}{D} i_1} e^{-M\beta} \left[ \frac{1}{(i_1 - r)\tau} \left( e^{\frac{Q}{D} e^{-\beta M} (i_1 - r)} \left( \frac{Q}{D} e^{-\beta M} (i_1 - r) - 1 \right) - e^{\frac{Q}{D} (i_1 - r)} \left( \frac{Q}{D} (i_1 - r) - 1 \right) \right) - Qe^{\frac{Q}{D} i_1} e^{-\beta M} \left( \frac{1}{i_1 - r} \left( e^Q D e^{-M\beta} (i_1 - r) - e^{\frac{Q}{D} (i_1 - r)} \right) \right) \right] \left( \frac{1 - e^{i_1 - r}}{1 - e^{\frac{Q}{D} (i_1 - r)}} \right) + M \quad (12)$$

با در نظر گرفتن فروش سیستم، میزان درآمد ناشی از این فروش را می‌توان مشابه با میزان هزینه‌های سیستم محاسبه کرد. میزان تورم اعمالی بر قیمت فروش توسط مدیران سیستم و با توجه به سیاست شرکت مشخص می‌شود؛ بنابراین از لحاظ نرخ تورم با هزینه‌ها متفاوت است. پارامترهای لازم برای محاسبه‌ی درآمد به صورت  $S$  بیانگر قیمت فروش هر واحد کالا در ابتدای افق برنامه‌ریزی و  $i\tau$  نرخ تورم قیمت فروش در نظر گرفته می‌شود. پس قیمت فروش در لحظه‌ی  $t$  و با لحاظ کردن تأثیر تورم قیمت فروش به صورت زیر است:

$$S_t = Se^{i\tau t} \quad (13)$$

در نهایت ارزش فعلی خالص درآمدهای چرخه‌ی اول، در ابتدای چرخه‌ی اول به صورت زیر محاسبه می‌شود:

$$q_1 = \int_0^{Q/D} S_t De^{-rt} dt \quad (14)$$

که با جایگذاری  $S_t$  این رابطه به صورت زیر ساده‌سازی می‌شود:

$$q_1 = \frac{SD}{i\tau - r} \left( e^{(i\tau-r) \frac{Q}{D}} - 1 \right) \quad (15)$$

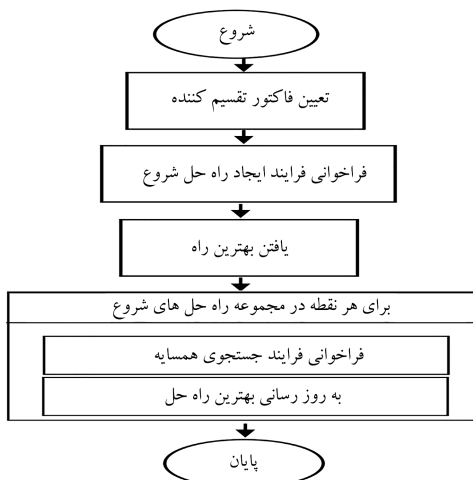


تابع هدف مدل مقدار اقتصادی تولید (EPQ) با در نظر گرفتن تورم، ارزش زمانی پول و متغیر سرمایه‌گذاری در ظرفیت تولید طبق رابطه ۲۰ به صورت زیر است:

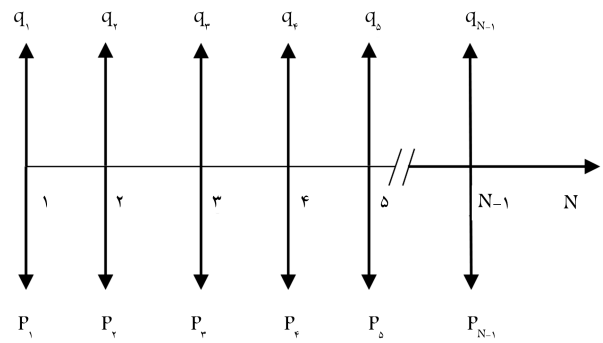
$$NPW_{TP} = \frac{SD}{i_1 - r} (e^{i_1 - r} - 1) - \left\{ A \left( \frac{1 - e^{i_1 - r}}{1 - e^{\frac{Q}{D}(i_1 - r)}} \right) + C \frac{1}{(i_1 - r)} D e^{\beta M} \left( e^{\frac{Q}{D} e^{-\beta M}(i_1 - r)} - 1 \right) \right. \\ \left. \left( \frac{1 - e^{i_1}}{1 - e^{\frac{Q}{D}(i_1 - r)}} \right) + h \left( \frac{1}{\gamma} D e^{\frac{\beta M}{\gamma}} \left( \frac{1}{\gamma} \left( e^{\frac{\beta M}{\gamma}} - e^{-\frac{\beta M}{\gamma}} \right) \right) \right) \right. \\ \left. \left( \left( \frac{1}{(i_1 - r)^2} \left( 1 + e^{\frac{Q}{D} e^{-\beta M}(i_1 - r)} \left( \frac{Q}{D} e^{-\beta M}(i_1 - r) - 1 \right) \right) \right) \right) \right) \right. \\ \left. \left( \frac{1 - e^{i_1 - r}}{1 - e^{\frac{Q}{D}(i_1 - r)}} \right) + h D e^{\frac{Q}{D} i_1} e^{-M\beta} \right. \\ \left. \left[ \frac{1}{(i_1 - r)^2} \left( e^{\frac{Q}{D} e^{-\beta M}(i_1 - r)} \left( \frac{Q}{D} e^{-\beta M}(i_1 - r) - 1 \right) \right) \right. \right. \\ \left. \left. - e^{\frac{Q}{D}(i_1 - r)} \left( \frac{Q}{D}(i_1 - r) - 1 \right) \right) \right. \right. \\ \left. \left. - Q e^{\frac{Q}{D} i_1} e^{-\beta M} \left( \frac{1}{i_1 - r} \left( e^{\frac{Q}{D} e^{-M\beta}(i_1 - r)} - e^{\frac{Q}{D}(i_1 - r)} \right) \right) \right) \right. \\ \left. \left. \left( \frac{1 - e^{i_1 - r}}{1 - e^{\frac{Q}{D}(i_1 - r)}} \right) + M \right\}$$

#### ۴. الگوریتم حل

دومتغیره بودن مسئله، لحاظ کردن ارزش زمانی پول و تورم و همچنین وابستگی نرخ تولید به میزان سرمایه‌گذاری در سیستم موجودی به طور فزاینده‌ی بی‌پایانگی مسئله افزوده است. پس در این تحقیق از روش حل عددی الگوریتم جستجوی شبکه‌ی ۲ استفاده می‌کنیم. سادگی محاسباتی روش جستجوی شبکه، حجم کم برنامه‌نویسی، حجم کم حافظه‌ی مورد استفاده توسط رایانه و بازخورد مناسب استفاده از این الگوریتم در پیشینه، از عواملی هستند که این روش را نسبت به روش‌های دیگر متمایز می‌کنند. این الگوریتم از دو مرحله تشکیل شده است: ۱- مرحله‌ی ایجاد جواب اولیه ۲- مرحله‌ی جستجوی همسایگی. شکل ۵ فلوجارت حل روش جستجوی شبکه‌ی بی‌پایانگی را نمایش می‌دهد.



شکل ۵. فلوجارت حل روش جستجوی شبکه‌ی بی‌پایانگی.



شکل ۴. نمودار فرایند مالی ارزش درآمدها و هزینه‌های هر چرخه‌ی مدل پیشنهادی در ابتدای همان چرخه.

$$NPW_{TP} = \frac{SD}{i_1 - r} (e^{i_1 - r} - 1) - \left\{ A \left( \frac{1 - e^{i_1 - r}}{1 - e^{\frac{Q}{D}(i_1 - r)}} \right) + C \frac{1}{(i_1 - r)} D e^{\beta M} \left( e^{\frac{Q}{D} e^{-\beta M}(i_1 - r)} - 1 \right) \right. \\ \left. \left( \frac{1 - e^{i_1}}{1 - e^{\frac{Q}{D}(i_1 - r)}} \right) + h \left( \frac{1}{\gamma} D e^{\frac{\beta M}{\gamma}} \left( \frac{1}{\gamma} \left( e^{\frac{\beta M}{\gamma}} - e^{-\frac{\beta M}{\gamma}} \right) \right) \right) \right. \\ \left. \left( \left( \frac{1}{(i_1 - r)^2} \left( 1 + e^{\frac{Q}{D} e^{-\beta M}(i_1 - r)} \left( \frac{Q}{D} e^{-\beta M}(i_1 - r) - 1 \right) \right) \right) \right) \right) \right. \\ \left. \left( \frac{1 - e^{i_1 - r}}{1 - e^{\frac{Q}{D}(i_1 - r)}} \right) + h D e^{\frac{Q}{D} i_1} e^{-M\beta} \right. \\ \left. \left[ \frac{1}{(i_1 - r)^2} \left( e^{\frac{Q}{D} e^{-\beta M}(i_1 - r)} \left( \frac{Q}{D} e^{-\beta M}(i_1 - r) - 1 \right) \right) \right. \right. \\ \left. \left. - e^{\frac{Q}{D}(i_1 - r)} \left( \frac{Q}{D}(i_1 - r) - 1 \right) \right) \right. \right. \\ \left. \left. - Q e^{\frac{Q}{D} i_1} e^{-\beta M} \left( \frac{1}{i_1 - r} \left( e^{\frac{Q}{D} e^{-M\beta}(i_1 - r)} - e^{\frac{Q}{D}(i_1 - r)} \right) \right) \right) \right. \\ \left. \left. \left( \frac{1 - e^{i_1 - r}}{1 - e^{\frac{Q}{D}(i_1 - r)}} \right) + M \right\} \quad (20)$$

در نهایت نمادهایی که برای پارامترها و متغیرهای تصمیم‌گیری این مسئله در

نظر گرفته شده‌اند به شرح زیر هستند.

پارامترهای مدل:

$C$ : هزینه تولید (خرید) یک واحد کالا؛

$A$ : هزینه صدور هر بار سفارش؛

$D$ : نرخ تقاضا در واحد زمان؛

$h$ : هزینه نگهداری هر واحد کالا در واحد زمان؛

$S$ : قیمت فروش هر واحد کالا؛

$\varepsilon$ : عدد بسیار کوچک (حد پایین سرمایه‌گذاری در سیستم موجودی)؛

$\theta$ : حداکثر سرمایه‌ی در دسترس جهت سرمایه‌گذاری؛

$r$ : نرخ تنزیل زمانی؛

$i_1$ : نرخ تورم هزینه‌ها؛

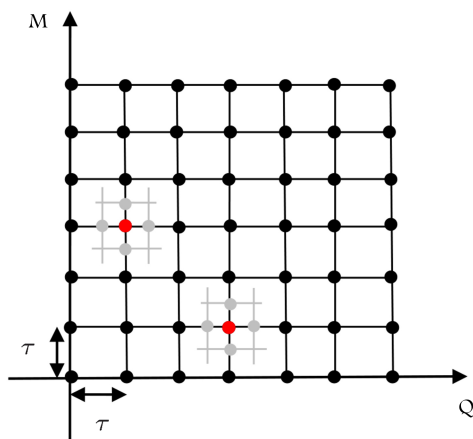
$i_2$ : نرخ تورم قیمت فروش؛

$\beta$ : ضریب مقیاس.

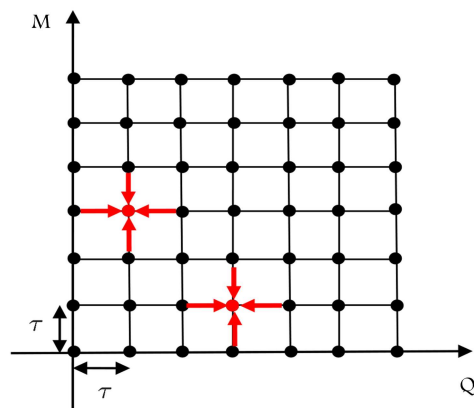
متغیرهای تصمیم:

$Q$ : مقدار صدور سفارش در هر بار؛

$M$ : مقدار سرمایه‌گذاری به منظور افزایش نرخ تولید در ابتدای افق زمانی.



شکل ۸. ایجاد شبکه‌ی همسایه در اطراف نقطه‌ی بهینه‌ی محلی.



شکل ۶. ساختار شبکه جست‌وجو.

## ۲.۴. فرایند جستجوی همسایگی

مجموعه‌ی جواب‌های اولیه متشکل از نقاط بهینه‌ی محلی پس از ایجاد، امکان انجام فرایند جستجوی همسایگی دقیق‌تری را فراهم می‌کنند. این فرایند از گام ۳ تشکیل شده است.

گام ۱. ایجاد شبکه‌ی همسایه در اطراف نقاط بهینه‌ی محلی

شبکه‌ی همسایه در این گام، بر خلاف شبکه‌ی جستجوی ایجاد شده در فرایند قبل، فقط بخشی از ناحیه‌ی شدنی یعنی اطراف نقطه‌ی بهینه‌ی محلی را شامل می‌شود. در واقع این شبکه، یک شبکه‌ی کوچک‌تر در داخل شبکه‌ی قبلی است که با فاکتور تقسیم‌کننده‌ی کوچک‌تری نسبت به مرحله‌ی قبل (نصف مقدار قبلی)،  $(\tau = \tau/2)$ ، تشکیل می‌شود. شکل ۸ نحوه‌ی ایجاد شبکه‌ی همسایه را برای نقاط بهینه‌ی محلی نشان می‌دهد.

گام ۲. ارزیابی نقاط جدید روی شبکه‌ی همسایه

این گام مشابه با گام دوم در فرایند ایجاد جواب شروع است با این تفاوت که محاسبات تابع هدف  $NPW_{TP}$  را برای نقاط موجود در شبکه‌ی همسایه انجام می‌دهد.

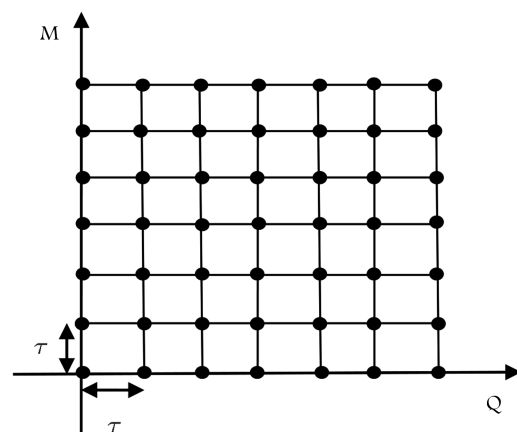
گام ۳. یافتن بهترین نقطه در شبکه‌ی همسایه

این نقطه، جوابی است که بهترین مقدار را نسبت به سایر نقاط شبکه‌ی همسایه داشته باشد و همچنین از جواب فعلی بهتر باشد. در صورتی که مقدار تابع هدف بهترین نقطه، نسبت به نقطه‌ی فعلی بهتر باشد، الگوریتم با جایگزینی بهترین مقدار به جای مقدار فعلی، به جستجو ادامه می‌دهد و در غیر این صورت با فاکتور تقسیم‌کننده‌ی کوچک‌تری نسبت به مرحله‌ی قبل جستجو حول نقطه‌ی فعلی ادامه می‌یابد.

## ۵. نتایج محاسبات

### ۱.۵. مثال عددی

سیستم کنترل موجودی در شرایط اقتصادی مورد بررسی قرار گرفته است که در آن مقدار  $r = 0/1$  برای نرخ تنزیل،  $i_1 = 0/2$  برای نرخ تورم و هزینه‌ها و  $i_2 = 0/4$  برای نرخ فروش در نظر گرفته شده است. این نرخ‌ها با توجه به فرض مدل، به صورت لحظه‌ی ترکیب می‌شوند. هزینه‌ی تولید هر واحد کالا  $C = 150$  واحد پولی و تقاضای سیستم  $D = 1000$  واحد کالا در سال است. حداقل سرمایه‌گذاری لازم



شکل ۷. ایجاد مجموعه جواب‌های اولیه با استفاده از نقاط محلی.

## ۱.۴. فرایند ایجاد جواب اولیه

الگوریتم ابتدا با مشخص کردن یک مقدار اولیه برای فاکتور تقسیم‌کننده  $\tau$  با مقدار حقیقی که قابلیت تقسیم محورهای مختصات به اجزای با فاصله‌ی یکسان را داشته باشد، آغاز می‌شود. در ادامه فرایند ایجاد جواب اولیه با سه گام زیر اتفاق می‌افتد.

گام ۱. ایجاد شبکه‌ی جستجو با استفاده از مقادیر فاکتور تقسیم‌کننده

پس از تقسیم محورهای مختصات (متناظر با دو متغیر  $Q$  و  $M$ ) بر حسب مقدار فاکتور و تقاطع خطوط عمودی و افقی گذرنده از روی محورهای مختصات، شبکه از مجموعه‌ی نقاط (جواب) روی تقاطع خطوط تشکیل می‌شود. شکل ۶ تصویری از شبکه‌ی به دست آمده در این مرحله و متناظر با جواب‌های اولیه را نمایش می‌دهد.

گام ۲. محاسبه‌ی مقدار تابع هدف برای نقاط شبکه‌ی جستجو

برای محاسبه‌ی مقدار تابع هدف به ازای تمام نقاط شدنی شبکه‌ی جستجو، از ضابطه‌ی  $NPW_{TP}$  که در بخش قبل محاسبه شد، استفاده می‌شود.

گام ۳. یافتن جواب‌های بهینه‌ی محلی در شبکه‌ی جستجو

نقاطی که بهترین مقادیر را برای تابع هدف در مقایسه با نقاط همسایه‌ی خود ایجاد می‌کنند، به عنوان جواب‌های محلی انتخاب می‌شوند. شکل ۷ تصویری از جواب‌های بهینه‌ی محلی در شبکه نشان می‌دهد.

مسئله و اثرات آن بر عملکرد سیستم موجودی بررسی شوند. تأثیر تغییر پارامترها بر مقدار بهینه سفارش، مقدار بهینه سرمایه‌گذاری و مقدار بهینه تابع سود در جدول‌های ۴ تا ۹ نمایش داده شده است. همچنین نتایج این تحلیل حساسیت در قالب نمودار در شکل‌های ۱۰ تا ۱۵ ارائه شده است. نتایج مهم زیر از این تحلیل حساسیت قابل استنباط هستند:

۱. با افزایش مقدار فاکتور تقسیم‌کننده مقدار تابع سود افزایش می‌یابد. در واقع تابع سود بر حسب فاکتور تقسیم‌کننده یک تابع صعودی است.
۲. با افزایش تعداد تکرارهای جستجوی الگوریتم، مقدار تابع سود نیز افزایش می‌یابد. با افزایش تعداد تکرار، امکان یافتن جواب دقیق‌تر و هم‌گرایی الگوریتم فراهم می‌شود که این موضوع دلیل افزایش مقدار تابع سود در تکرارهای بیشتر است.
۳. با افزایش تقاضای تابع سود سیستم افزایش می‌یابد. دلیل این امر افزایش حجم فروش سیستم است. در نتیجه می‌توان یک تابع صعودی برای مقدار سود بر حسب حجم تقاضای سیستم در نظر گرفت.
۴. افزایش هزینه سفارش‌دهی منجر به کاهش تابع سود سیستم می‌شود. این کاهش سود به این علت است که در حالت افزایش پارامترهای هزینه‌ی، تابع هزینه سیستم افزایش می‌یابد.

جدول ۴. نتایج تحلیل حساسیت مدل نسبت به فاکتور تقسیم‌کننده  $T$ .

$TP^*$	$T$
۳۸۹۶۹,۹۳۶	۰,۱
۳۹۱۴۶,۷۰۰	۰,۲
۳۹۳۵۵,۱۶۷	۰,۵
۴۰۰۳۱,۷۴۳	۲

جدول ۵. نتایج تحلیل حساسیت مدل نسبت به تعداد تکرار الگوریتم.

$TP^*$	$MaxIteration$
۳۸۸۰۵,۳۸۸	۵
۳۸۸۲۰,۲۹۹	۱۰
۳۸۹۳۸,۱۰۸	۵۰
۳۹۱۴۶,۷۰۰	۱۰۰
۳۹۴۸۹,۵۳۵	۲۰۰
۴۰۱۹۵,۴۵۱	۵۰۰

جدول ۶. تحلیل حساسیت مدل نسبت به تقاضای سیستم و هزینه سفارش‌دهی.

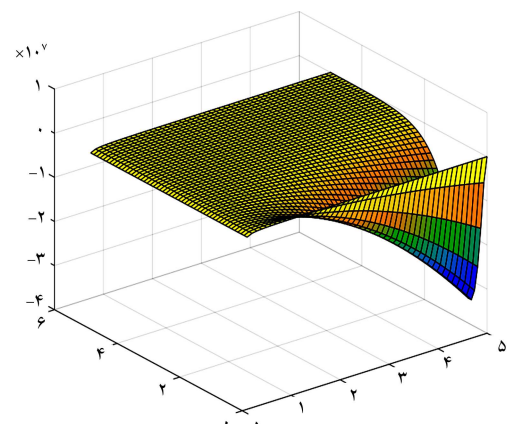
$TP^*$	$A$	$TP^*$	$D$
۳۹۸۶۶,۱۸۳	-۴۰	۲۳۵۸۷,۴۴۳	-۴۰
۳۹۶۸۶,۳۱۳	-۳۰	۲۷۵۱۱,۳۶۴	-۳۰
۳۹۵۰۶,۴۴۲	-۲۰	۳۱۱۶۵,۵۷۴	-۲۰
۳۹۳۲۶,۵۷۱	-۱۰	۳۵۱۰۳,۶۸۰	-۱۰
۳۹۱۴۶,۷۰۰	۰	۳۹۱۴۶,۷۰۰	۰
۳۸۹۶۶,۸۳۰	+۱۰	۴۲۸۰۰,۲۲۵	+۱۰
۳۸۷۸۶,۹۵۹	+۲۰	۴۶۶۴۸,۴۸۷	+۲۰
۳۸۶۰۷,۰۸۸	+۳۰	۵۰۴۹۷,۵۸۸	+۳۰
۳۸۴۲۷,۲۱۷	+۴۰	۵۴۴۳۵,۷۰۵	+۴۰

در ابتدای شروع به کار سیستم، مقدار  $\varepsilon = 0/1$  واحد پولی در نظر گرفته شده است. همچنین حداکثر سرمایه‌ی در دسترس برای سرمایه‌گذاری برابر با  $\theta = 10$  واحد پولی است. هزینه سفارش‌دهی  $A = 100$  واحد پولی و هزینه نگهداری هر واحد کالا در واحد زمان  $h = 130$  واحد پولی فرض شده است. قیمت فروش هر واحد کالا  $S = 170$  واحد پولی و  $\beta = 2$  به عنوان ضریب مقیاس مدل لحاظ شده است. شکل ۹ عدم تحذب یا تقعر سراسری تابع سود را نمایش می‌دهد.

فرض شده است که الگوریتم، شبکه‌ی فضای شدنی مثال را با فاکتور تقسیم‌کننده  $0/2T =$  ایجاد می‌کند. فرایند جستجو برای هر جواب بهینه محلی یافت شده به تعداد  $maxiteration = 100$  بار انجام می‌شود. پس از حل مثال توسط الگوریتم، ۱۵ جواب بهینه محلی اولیه به دست آمده است. نتایج نهایی مثال در جدول ۲ نمایش داده شده است. مقادیر  $M$ ،  $Q$  و  $TP$  تکامل یافته‌ی این جواب‌های بهینه محلی در انتهای تکرار  $100$  در جدول ۳ ارائه شده است. در تکرار آخر با انتخاب بهترین جواب تکامل یافته، مقدار بهینه متغیرهای مدل مشخص می‌شود.

## ۲.۵. تحلیل سیاست

در این بخش تلاش شده است تا سناریوهای مختلف مرتبط با تغییر پارامترهای



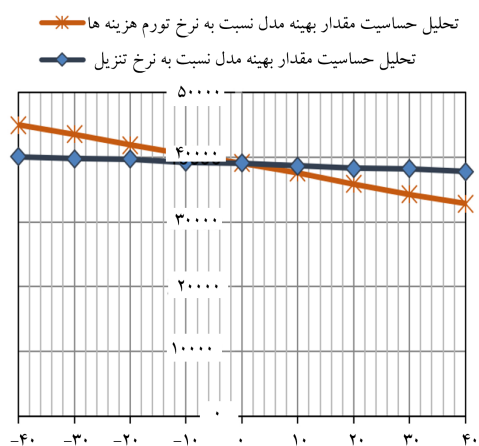
شکل ۹. سطح تابع  $TP$  بر حسب متغیرهای  $M$  و  $Q$ .

جدول ۲. نتایج مثال عددی.

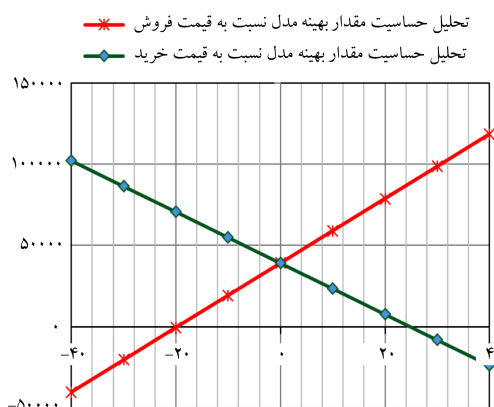
متغیر	$Q^*$	$M^*$	$TR^*$	$TC^*$	$TP^*$
مقدار	۵۸,۳۰	۱۰,۱۰	۱۹۸۲۵۳,۳۲۴	۱۵۹۱۰۶,۶۲۴	۳۹۱۴۶,۷۰۰

جدول ۳. مقدار تکامل یافته‌ی جواب‌های بهینه محلی در مثال عددی.

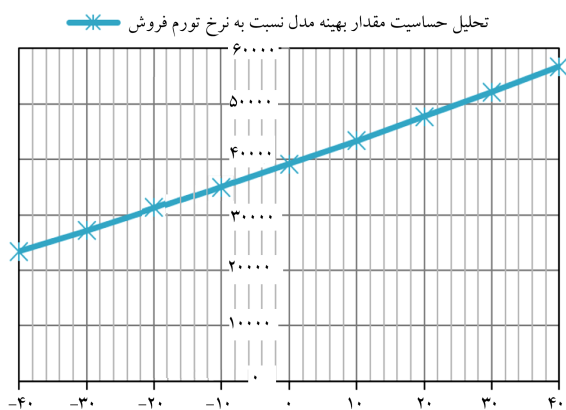
شماره جواب بهینه محلی	$Evl - TP$	$Evl - M$	$Evl - Q$
۱	-۱۲۳۷۰,۸۷۶	۹,۵۲۵	۰,۶۴۰
۲	۳۰۱۹۱,۳۳۰	۰	۱۰,۲۰
۳	۵۵۳۳,۴۶۸	۸,۰۳۷	۳,۰۰۶
۴	-۴۱۸۷۳,۳۳۲	۹,۴۱۵	۱,۲۷۶
۵	۲۵۰۲,۵۳	۵,۸۳۸	۲,۷۶۶
۶	...	...	...
۴۹۱	۳۸۷۹۲,۳۵۳	۹,۵۵۰	۵۰,۱۷۵



شکل ۱۳. تحلیل حساسیت مدل نسبت به نرخ تنزیل و نرخ تورم خرید.



شکل ۱۴. تحلیل حساسیت مدل نسبت به قیمت فروش و قیمت خرید.

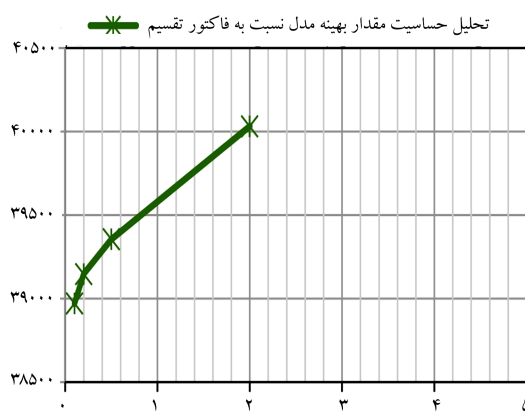


شکل ۱۵. تحلیل حساسیت مدل نسبت به نرخ تورم فروش.

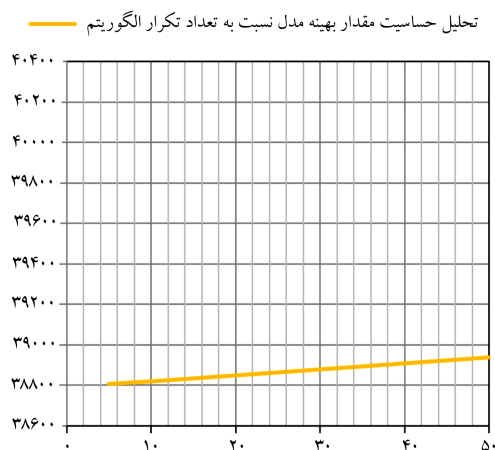
ارزش فعلی خالص تابع سود کاهش می‌یابد. پس می‌توان یک تابع نزولی برای رابطه‌ی نرخ تورم و تابع سود در نظر گرفت.

۷. با افزایش قیمت فروش هر واحد کالا، درآمد حاصل از فروش  $D$  واحد تقاضای کالا نیز افزایش می‌یابد. تابع سود و تابع درآمد با یکدیگر رابطه‌ی مستقیم دارند. در نتیجه رابطه‌ی تابع سود و قیمت فروش هر واحد کالا یک رابطه‌ی صعودی است.

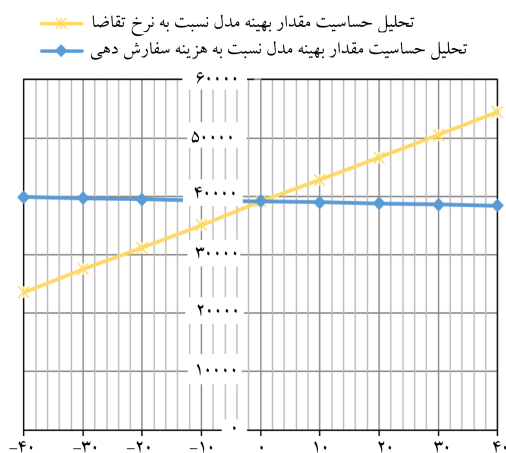
۸. با افزایش قیمت خرید هر واحد کالا، ارزش فعلی خالص مجموع هزینه‌های



شکل ۱۰. تحلیل حساسیت مدل نسبت به فاکتور تقسیم کننده  $\tau$ .



شکل ۱۱. تحلیل حساسیت مدل نسبت به تعداد تکرار الگوریتم  $MaxIteration$ .



شکل ۱۲. تحلیل حساسیت مدل نسبت به تقاضا و هزینه‌ی سفارش دهی سیستم.

۵. با افزایش نرخ تنزیل مقدار تابع سود کاهش می‌یابد. در این حالت مطلوبیت زمانی پول برای مدیر سیستم افزایش پیدا می‌کند که به تبع آن ارزش فعلی خالص سود سیستم کاهش می‌یابد.

۶. با افزایش نرخ تورم هزینه‌ها، مقدار هزینه‌ی پرداختی سیستم در طول افق زمانی برنامه‌ریزی افزایش می‌یابد. با افزایش هزینه‌های سیستم در چرخه‌های مختلف،

جدول ۷. تحلیل حساسیت مدل نسبت به نرخ تورم هزینه‌ها و نرخ تنزیل.

$TP^*$	$r$	$TP^*$	$\hat{z}_1$
۴۰۰۹۷,۷۵۸	-۴۰	۴۴۹۷۸,۲۴۶	-۴۰
۳۹۸۱۶,۶۰۶	-۳۰	۴۳۵۵۶,۱۵۹	-۳۰
۳۹۷۴۰,۳۳۱	-۲۰	۴۱۹۱۲,۸۵۱	-۲۰
۳۹۲۲۷,۴۱۷	-۱۰	۴۰۴۰۵,۲۰۲	-۱۰
۳۹۱۴۶,۷۰۰	۰	۳۹۱۴۶,۷۰۰	۰
۳۸۶۸۰,۵۹۸	+۱۰	۳۷۶۴۴,۵۳۰	+۱۰
۳۸۳۳۷,۸۳۶	+۲۰	۳۵۸۷۷,۲۸۷	+۲۰
۳۸۲۲۳,۷۱۵	+۳۰	۳۴۲۸۷,۲۷۲	+۳۰
۳۷۸۰۶,۱۲۲	+۴۰	۳۲۸۳۹,۳۶۲	+۴۰

جدول ۸. تحلیل حساسیت مدل نسبت به قیمت فروش و هزینه‌ی خرید هر واحد کالا.

$TP^*$	$C$	$TP^*$	$S$
۱۰۲۰۶۵,۸۲۷	-۴۰	۱۵۴,۶۲	-۴۰
۸۶۳۳۶,۰۴۵	-۳۰	۲۰۳۲۹,۲۹	-۳۰
۷۰۶۰۶,۲۶۴	-۲۰	۵۰۳,۹۶	-۲۰
۵۴۸۷۶,۴۸۲	-۱۰	۱۹۳۲۱,۳۶۸	-۱۰
۳۹۱۴۶,۷۰۰	۰	۳۹۱۴۶,۷۰۰	۰
۲۳۴۴۰,۴۹۱	+۱۰	۵۸۹۷۲,۰۳۳	+۱۰
۷۷۱۱,۱۸۲	+۲۰	۷۸۷۹۷,۳۶۵	+۲۰
-۸۰۱۸,۱۲۷	+۳۰	۹۸۶۲۲,۶۹۸	+۳۰
-۲۳۷۴۷,۴۳۶	+۴۰	۱۸۴۸۸,۰۳	+۴۰

سیستم افزایش می‌یابد. تابع سود با تابع هزینه رابطه‌ی معکوس دارند. در نتیجه با افزایش قیمت خرید هر واحد کالا مقدار ارزش فعلی خالص تابع سود کاهش می‌یابد و رابطه‌ی نزولی بین قیمت خرید هر واحد کالا و سود سیستم برقرار می‌شود.

۹. با افزایش نرخ تورم فروش، قیمت فروش هر واحد کالا در یک دوره، نسبت

جدول ۹. تحلیل حساسیت مدل نسبت به نرخ تورم فروش.

$TP^*$	$\hat{z}_2$
۲۳۳۶۸,۷۰۳	-۴۰
۲۷۱۵۴,۲۱۹	-۳۰
۳۱۰۴۳,۵۷۷	-۲۰
۲۵۰۳۹,۹۷۱	-۱۰
۳۹۱۴۶,۷۰۰	۰
۴۳۳۶۷,۱۷۱	+۱۰
۴۷۷۰۴,۹۰۳	+۲۰
۵۲۱۶۳,۵۲۹	+۳۰
۵۶۷۴۶,۸۰۵	+۴۰

به دوره‌های قبلی خود افزایش می‌یابد که این موضوع منجر به افزایش درآمد سیستم می‌شود. با توجه به رابطه‌ی مستقیم تابع سود با تابع درآمد، تابع سود بر حسب نرخ تورم فروش نیز یک تابع صعودی است.

## ۶. نتیجه‌گیری و ارائه‌ی پیشنهاد برای پژوهش‌های آتی

سرمایه‌گذاری در افزایش ظرفیت تولید مدل مقدار اقتصادی تولید (EPQ) با در نظر گرفتن تورم و ارزش زمانی پول، در این مقاله مورد بررسی قرار گرفت. برای حل مدل پیشنهادی روش بهینه‌سازی دو متغیره‌ی جستجوی شبکه ارائه شد. جنبه‌های مختلف الگوریتم و همچنین میزان حساسیت تابع هدف مدل به تغییر پارامترها با یک مثال عددی بررسی شد. برای تحقیقات آتی می‌توان اثر سرمایه‌گذاری در افزایش تقاضا و حجم فروش سیستم موجودی را بررسی کرد. این سرمایه‌گذاری در افزایش نرخ تقاضا می‌تواند در مدل‌های کلاسیک مختلف از جمله EOQ و EPQ تحلیل شود. همچنین در نظر گرفتن مدل پیشنهادی در شرایط تأثیرگذاری عوامل دیگر مانند زمان بر ظرفیت تولید، می‌تواند موضوع مناسبی برای ادامه‌ی تحقیقات باشد.

## پانویس‌ها

1. Economic Production Quantity
2. grid search algorithm

## منابع (References)

1. Buzacott, J. A. "Economic order quantities with inflation", *Journal of the Operational Research Society*, **26**(3), pp. 553-558 (1975).
2. Bierman, H. and Thomas, J. "Inventory decisions under inflationary conditions", *Decision Sciences*, **8**(1), pp. 151-155 (1977).
3. Misra, R. B. "A note on optimal inventory management under inflation", *Naval Research Logistics (NRL)*, **26**(1), pp. 161-165 (1979).
4. Chandra, M. J. and Bahner, M. L. "The effects of inflation and the time value of money on some inventory systems", *International Journal of Production Research*, **23**(4), pp. 723-730 (1985).
5. Rachamadugu, R. "Effect of delayed payments (trade credit) on order quantities", *Journal of the Operational Research Society*, **40**(9), pp. 805-813 (1989).
6. Chen, J. M. "An inventory model for deteriorating items with time-proportional demand and shortages under inflation and time discounting", *International Journal of Production Economics*, **55**(1), pp. 21-30 (1998).

7. Grubbström, R. W and Wang, Z. "A stochastic model of multi-level/multi-stage capacity-constrained production-inventory systems", *International Journal of Production Economics*, **81**, pp. 483-494 (2003).
8. Hou, K. L. and Lin, L. C. "An EOQ model for deteriorating items with price-and stock-dependent selling rates under inflation and time value of money", *International Journal of Systems Science*, **37**(15), pp. 1131-1139 (2006).
9. Dey, J. K., Mondal, S. K. and Maiti, M. "Two storage inventory problem with dynamic demand and interval valued lead-time over finite time horizon under inflation and time-value of money" *European Journal of Operational Research*, **185**(1), pp. 170-194 (2008).
10. Moslehi, G., Barzoki, M. R. and Bayati, M. F. "The effect of inflation and time value of money on lot sizing by considering of rework in an inventory control model", *International Journal of Industrial Engineering*, **22**(2), pp. 181-192 (2011).
11. Tayal, S., Singh, S. R., Sharma, R. and et al. "Two echelon supply chain model for deteriorating items with effective investment in preservation technology", *International Journal of Mathematics in Operational Research*, **6**(1), pp. 84-105 (2014).
12. Mousavi, S. M., Hajipour, V., Niaki, S. T. A. and et al. "A multi-product multi-period inventory control problem under inflation and discount: a parameter-tuned particle swarm optimization algorithm", *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, **70**(9-12), pp. 1739-1756 (2014).
13. Muniappan, P., Uthayakumar, R. and Ganesh, S. "An EOQ model for deteriorating items with inflation and time value of money considering time-dependent deteriorating rate and delay payments", *Systems Science & Control Engineering*, **3**(1), pp. 427-434 (2015).
14. Pérez, F., Torres, F. and Mendoza, D. "Stocking and price-reduction decisions for non-instantaneous deteriorating items under time value of money", *International Journal of Industrial Engineering Computations*, **10**(1), pp. 89-110 (2019).
15. Yavari, M., Zaker, H. and Emamzadeh, E. S. M. "Joint dynamic pricing and inventory control for perishable products taking into account partial backlogging and inflation", *International Journal of Applied and Computational Mathematics*, **5**(1), pp. 1 (2019).
16. Porteus, E. L. "Investing in reduced setups in the EOQ model", *Management Science*, **31**(8), pp. 998-1010 (1985).
17. Hong, J. D. and Hayya, J. C. "Joint investment in quality improvement and setup reduction", *Computers & Operations Research*, **22**(6), pp. 567-574 (1995).
18. Li, C. L., Erlebacher, S. J. and KROPP, D. H. "Investment in setup cost, lead time, and demand predictability improvement in the EOQ model", *Production and Operations Management*, **6**(4), pp. 341-351 (1997).
19. Ouyang, L. Y., Chen, C. K. and Chang, H. C. "Lead time and ordering cost reductions in continuous review inventory systems with partial backorders", *Journal of the Operational Research Society*, **50**(12), pp. 1272-1279 (1999).
20. Ouyang, L. Y., Chen, C. K. and Chang, H. C. "Quality improvement, setup cost and lead-time reductions in lot size reorder point models with an imperfect production process", *Computers & Operations Research*, **29**(12), pp. 1701-1717 (2002).
21. Chang, H. C., Ouyang, L. Y., Wu, K. S. and et al. "Integrated vendor-buyer cooperative inventory models with controllable lead time and ordering cost reduction", *European Journal of Operational Research*, **170**(2), pp. 481-495 (2006).
22. Annadurai, K. and Uthayakumar, R. "Ordering cost reduction in probabilistic inventory model with controllable lead time and a service level", *International Journal of Management Science and Engineering Management*, **5**(6), pp. 403-410 (2010).
23. Priyan, S. and Uthayakumar, R. "Continuous review inventory model with controllable lead time, lost sales rate and order processing cost when the received quantity is uncertain", *Journal of Manufacturing Systems*, **34**, pp. 23-33 (2015).
24. Taleizadeh, A. A. and Zamani-Dehkordi, N. "Optimizing setup cost in (R, T) inventory system model with imperfect production process, quality improvement, and partial backordering", *Journal of Remanufacturing*, **7**(2-3), pp. 199-215 (2017).
25. Gholami, A., Mirzazadeh, A. and Liu, S. "An inventory Model with controllable lead time and ordering cost, log-normal-distributed demand and gamma-distributed available capacity", *Cogent Business & Management*, **5**, pp.1-17, 1469182 (2018).
26. Liao, C. J. and Shyu, C. H. "An analytical determination of lead time with normal demand", *International Journal of Operations & Production Management*, **11**(9), pp. 72-78 (1991).
27. Daya B , M. A. and Raouf, A. "Inventory models involving lead time as a decision variable", *Journal of the Operational Research Society*, **45**(5), pp. 579-582 (1994).
28. Ouyang, L. Y., Wu, K. S. and Ho, C. H. "The single-vendor single-buyer integrated inventory problem with quality improvement and lead time reduction—minimax distribution-free approach", *Asia-Pacific Journal of Operational Research*, **23**(03), pp. 407-424 (2006).
29. Ouyang, L. Y., Wu, K. S. and Ho, C. H. "An integrated vendor-buyer inventory model with quality improvement and lead time reduction", *International Journal of Production Economics*, **108**(1-2), pp. 349-358 (2007).
30. Kumar, M. G. and Uthayakumar, R. "An integrated single vendor-buyer inventory model for imperfect production process with stochastic demand in controllable lead time", *International Journal of System Assurance Engineering and Management*, **8**(2), pp. 1041-1054 (2017).
31. Ganesh Kumar, M. and Uthayakumar, R. "Multi-item inventory model with variable backorder and price discount under trade credit policy in stochastic demand", *International Journal of Production Research*, **57**, pp. 1-23 (2018).
32. Ouyang, L. Y. and Chang, H. C. "The effects of investing in lost sales reduction on the stochastic inventory models", *Journal of Information and Optimization Sciences*, **22**(2), pp. 357-368 (2001).

33. Ouyang, L. Y., Chuang, B. R. and Lin, Y. J. "Effective investment to reduce lost-sales rate in a periodic review inventory model", *OR Spectrum*, **29**(4), pp. 681-697 (2007).
34. Annadurai, K. and Uthayakumar, R. "Reducing lost-sales rate in (T, R, L) inventory model with controllable lead time", *Applied Mathematical Modelling*, **34**(11), pp. 3465-3477 (2010).
35. Lin, H. J. "Lost-sales reduction on coordinated vendor-buyer models of a two-stage supply chain with stochastic supply lead-time", *International Journal of Industrial and Systems Engineering*, **26**(4), pp. 549-566 (2017).
36. Soni, H. N., Sarkar, B., Mahapatra, A. S. and et al. "Lost sales reduction and quality improvement with variable lead time and fuzzy costs in an imperfect production system", *RAIRO-Operations Research*, **52**(3), pp. 819-837 (2018).
37. Porteus, E. L. "Optimal lot sizing, process quality improvement and setup cost reduction" *Operations Research*, **34**(1), pp. 137-144 (1986).
38. Keller, G. and Noori, H. "Impact of investing in quality improvement on the lot size model", *Omega*, **16**(6), pp. 595-601 (1988).
39. Ouyang, L. Y. and Chang, H. C. "Impact of investing in quality improvement on (Q, r, L) model involving the imperfect production process", *Production Planning & Control*, **11**(6), pp. 598-607 (2000).
40. Chiu, Y. and Su, D. "Considering quality cost, time-value of money, and process quality improvement function in the economic product quantity model", *Journal of the Chinese Institute of Industrial Engineers*, **27**(4), pp. 249-259. (2010).
41. Hsu, P. H., Wee, H. M. and Teng, H. M. "Preservation technology investment for deteriorating inventory", *International Journal of Production Economics*, **124**(2), pp. 388-394 (2010).
42. Lee, Y. P. and Dye, C. Y. "An inventory model for deteriorating items under stock-dependent demand and controllable deterioration rate", *Computers & Industrial Engineering*, **63**(2), pp. 474-482 (2012).
43. Hsieh, T. P. and Dye, C. Y. "A production-inventory model incorporating the effect of preservation technology investment when demand is fluctuating with time", *Journal of Computational and Applied Mathematics*, **239**, pp. 25-36 (2013).
44. Liu, G., Zhang, J. and Tang, W. "Joint dynamic pricing and investment strategy for perishable foods with price-quality dependent demand", *Annals of Operations Research*, **226**(1), pp. 397-416 (2015).
45. Mishra, U. "An inventory model for controllable probabilistic deterioration rate under shortages", *Evolving Systems*, **7**(4), pp. 287-307 (2016).
46. Li, G., He, X., Zhou, J. and et al. "Pricing, replenishment and preservation technology investment decisions for non-instantaneous deteriorating items", *Omega*, **84**, pp.114-126 (2018).
47. Shaikh, A. A., Panda, G. C., Sahu, S. and et al. "Economic order quantity model for deteriorating item with preservation technology in time dependent demand with partial backlogging and trade credit", *International Journal of Logistics Systems and Management*, **32**(1), pp. 1-24 (2019).