

بررسی تأثیر عدم قطعیت در مسئله‌ی زمان‌بندی شیفت‌های کاری پرستاران با استفاده از رویکرد مدل‌سازی فازی

حامد جعفری (استادیار)

گروه مهندسی صنایع، دانشکده فنی و مهندسی گلباگان

مهندسی صنایع و مدیریت شریف، تابستان ۱۳۹۹
دوری (۳۶-۱)، شماره ۱/۲، ص. ۷۷-۸۵

مد نظر قرار دادن مفاهیم عدم قطعیت می‌تواند جواب‌های مطلوب‌تری برای بسیاری از مسائل دنیای واقعی تولید کند. بر این اساس در این مقاله از مفاهیم عدم قطعیت در حل مسئله‌ی زمان‌بندی شیفت‌های کاری پرستاران استفاده شده است. در واقع نمی‌توان میزان علاقه‌ی پرستاران برای انجام وظیفه در شیفت‌های کاری تخصیص داده شده به آنها را به صورت قطعی تعیین کرد. بدین منظور در این مقاله از یک رویکرد فازی برای در نظر گرفتن عدم قطعیت در ترجیحات شیفتی پرستاران استفاده می‌شود. برای فازی کردن ترجیحات شیفتی پرستاران در مسئله‌ی مورد بررسی، یک مدل فازی بر مبنای عملگر فازی میانگین ارائه می‌شود. در ادامه به منظور ارزیابی مدل فازی ارائه شده چندین مسئله‌ی نمونه‌ی تصادفی تولید می‌شوند. نتایج نشان‌دهنده‌ی کیفیت بالای زمان‌بندی‌های به دست آمده از مدل فازی پیشنهادی است.

واژگان کلیدی: مسئله‌ی زمان‌بندی پرستاران، ترجیحات شیفتی پرستاران، عدم قطعیت، مدل فازی، عملگر فازی میانگین.

hamed.jafari@gut.ac.ir

۱. مقدمه

در مسئله زمان‌بندی پرستاران^۱ تعداد پرستاران مورد نیاز برای شیفت‌های تعیین شده در هر روز در طول دوره‌ی زمان‌بندی معین است و هدف از برنامه‌ریزی، نحوه‌ی تخصیص پرستاران به شیفت‌هاست به طوری که تعداد پرستاران مورد نیاز هر روز برآورده شوند.^[۱]

در پژوهش‌های مرتبط مسئله‌ی زمان‌بندی شیفت‌های کاری پرستاران مدل‌های دقیق^۲ متنوعی برای حل مسئله پیشنهاد شده‌اند. والوکسیس و همکاران^[۲] یک روش برنامه‌ریزی ریاضی دو مرحله‌ی^۳ را برای حل مسئله ارائه کرده‌اند. آنها ساعات کاری پرستاران در طول دوره‌ی زمان‌بندی را در مرحله‌ی اول تعیین کرده‌اند و در مرحله‌ی دوم شیفت‌های کاری را به پرستاران تخصیص داده‌اند. لی و همکاران^[۳] نیز یک رویکرد دو مرحله‌ی را برای کمینه‌سازی کل انحراف از ترجیحات پرستاران^۴ برای شیفت‌های کاری پیشنهاد داده‌اند. همچنین اکتون و تکین^[۴] برای حل مسئله، یک مدل برنامه‌ریزی آرمانی^۵ را به کار گرفته‌اند. بارد و پورنومو^[۵] از روش لاگرانژ^۶ برای حل مسئله استفاده کرده‌اند. بلین و دمولمستر^[۶] و مانهوت و ونهوک^[۷] نیز روش شاخه و قیمت^۷ را پیشنهاد کرده‌اند. برخی از مطالعاتی که از روش‌های دقیق برای حل مسئله استفاده نموده‌اند، در جدول ۱ خلاصه شده‌اند.

برخی از نویسندگان نیز از الگوریتم‌های ابتکاری و فراابتکاری^۸ برای حل مسئله استفاده کرده‌اند. داسلند و تامپسون^[۸] الگوریتم جستجوی ممنوع^۹ را برای حل مسئله به‌کار گرفته‌اند. ماجومدار و بونیا^[۹] از الگوریتم ژنتیک و گاتجاهر و رانر^[۱۰] از الگوریتم بهینه‌سازی کلونی مورچگان^{۱۰} برای حل مسئله استفاده کرده‌اند. همچنین جعفری و سلماسی^[۱۱] لین و همکاران^[۱۱] و دورنر و مانیزو^[۱۲] نیز الگوریتم شبیه‌سازی تبرید^{۱۱} را برای حل مسئله پیشنهاد کرده‌اند. برخی از مطالعاتی که از الگوریتم‌های فراابتکاری برای حل مسئله استفاده نموده‌اند، نیز در جدول ۲ خلاصه شده‌اند.

مد نظر قرار دادن مفاهیم عدم قطعیت جواب‌های مطلوب‌تری را برای بسیاری از مسائل دنیای واقعی تولید می‌کند. تاکنون مطالعات اندکی از رویکردهای فازی^{۱۲} برای بررسی عدم قطعیت در مسئله زمان‌بندی پرستاران استفاده کرده‌اند. جعفری و همکاران^[۳۸] از یک رویکرد فازی برای بررسی عدم قطعیت در تعداد شیفت‌های مازاد پرستاران استفاده کرده‌اند. بر اساس این دیدگاه در این مقاله از یک رویکرد فازی برای بررسی عدم قطعیت موجود در ترجیحات شیفتی پرستاران استفاده می‌شود. به عبارت دیگر نمی‌توان میزان علاقه‌ی پرستاران برای انجام وظیفه در شیفت‌های کاری تخصیص داده شده به آنها را به صورت قطعی تعیین کرد. برای فازی کردن این ترجیحات شیفتی نیز یک مدل فازی بر مبنای عملگر فازی میانگین^{۱۳} برای مسئله‌ی مورد بررسی ارائه می‌شود.

ساختار مقاله به صورت زیر خواهد بود: ابتدا مسئله‌ی مورد بررسی توصیف

تاریخ: دریافت ۱۳۹۸/۳/۲۵، اصلاحیه ۱۳۹۸/۸/۲۶، پذیرش ۱۳۹۸/۹/۳

DOI:10.24200/J65.2019.53485.1999

جدول ۱. برخی مطالعات انجام شده با بهره‌گیری از روش‌های دقیق برای حل مسئله. جدول ۲. برخی مطالعات انجام شده با بهره‌گیری از الگوریتم فراابتکاری برای حل مسئله.

نویسندگان	تابع هدف	روش دقیق
والوکسیس و همکاران، [۲]	بیشینه‌ی ترجیحات	نرم‌افزارهای بهینه‌سازی
لین و همکاران، [۱۳] فن و همکاران، [۱۴] وانگ و همکاران، [۱۵] ترابلینگ و همکاران، [۱۶] جامارد و همکاران [۱۷]	بیشینه‌ی ترجیحات	نرم‌افزارهای بهینه‌سازی
لی و همکاران، [۳] ادولی و همکاران، [۱۸] ژاندا و همکاران [۱۹]	کمینه‌ی انحراف از ترجیحات	کمینه‌ی حقوق
اسویرسکو و همکاران [۲۰]	کمینه‌ی حقوق	برنامه‌ریزی آرمانی
اکتون و تکین، [۲] عزیز و شریف [۲۱]	بیشینه‌ی ترجیحات	برنامه‌ریزی آرمانی
فرلند و همکاران [۲۲]	کمینه‌ی حقوق	برنامه‌ریزی آرمانی
بارد و پورنومو [۵]	بیشینه‌ی ترجیحات	الگوریتم لاکرانژ
بلین و دمولمبستر، [۶] مانهوت و نهوکه [۷]	بیشینه‌ی ترجیحات	شاخه و قیمت

نویسندگان	تابع هدف	الگوریتم فراابتکاری
داسلند و تامپون، [۸] داسلند، [۲۳] نونوب و ایباراکی [۲۴]	بیشینه‌ی ترجیحات	جستجوی ممنوع
کوندو و همکاران [۲۵]	کمینه‌ی حقوق	جستجوی ممنوع
ماچومدار و بونیا، [۹] ژانگ و همکاران، [۲۶] جان و همکاران، [۲۷] آیکلین و داسلند، [۲۸] موز و پاتو، [۲۹] یه و لین [۳۰]	بیشینه‌ی ترجیحات	ژنتیک
مانهوت و نهوکه، [۳۱] تیسای و لی [۳۲]	کمینه‌ی حقوق	جستجوی ممنوع
کاتجاهر و رانر [۱۰]	بیشینه‌ی ترجیحات	کلونی مورچگان
جعفری و سلاماسی، [۱] لین و همکاران، [۱۱] دورنر و مانیزو [۱۲]	بیشینه‌ی ترجیحات	شبه‌سازی
بورکه و همکاران، [۳۳] پارو و تامپسون [۳۴]	کمینه‌ی انحراف از ترجیحات	تبرید
راسپ و همکاران [۳۵]	بیشینه‌ی ترجیحات	بهینه‌سازی ازدحام ذرات ^۱
یین و همکاران، [۳۶] مانهوت و نهوکه [۳۷]	بیشینه‌ی ترجیحات	جستجوی پراکنده ^۲

^۱ particleswarmoptimization (PSO)

^۲ scattersearchalgorithm

می‌شود. سپس یک مدل برنامه‌ریزی فازی برای مسئله‌ی تعریف شده فرمول‌بندی می‌شود. در ادامه نتایج محاسباتی به دست آمده ارائه می‌شود و در نهایت جمع‌بندی بیان می‌شود.

۲. تعریف مسئله

در بخش حاضر مسئله‌ی مورد بررسی در این مقاله تعریف می‌شود. در واقع مفروضات، محدودیت‌ها و تابع هدف مسئله در این بخش مشخص خواهند شد. مفروضات و محدودیت‌های مسئله، با توجه به مشاهدات انجام شده در بخش‌های مختلف بیمارستان میلاد تهران در نظر گرفته شده‌اند.

ابتدا مفروضات مسئله تعیین می‌شوند: دوره‌ی زمان بندی به صورت دوهفته‌ی در نظر گرفته می‌شود. هر روز دارای سه شیفت هشت ساعته است که تعداد پرستاران مورد نیاز در هر کدام از آنها مشخص است و پرستاران باید در این شیفت‌ها انجام وظیفه کنند. شیفت‌های کاری هر روز به صورت شیفت صبح (۷ صبح تا ۳ عصر)، شیفت عصر (۳ عصر تا ۱۱ شب) و شیفت شب (۱۱ شب تا ۷ صبح) هستند. تقاضای شیفت‌های هر روز در طول دوره‌ی زمان بندی به صورت ثابت در نظر گرفته می‌شود. همچنین میزان علاقه‌ی پرستاران برای

شیفت‌های کاری نیز در نظر گرفته می‌شود. در واقع پرستاران به هر شیفت عددی تخصیص می‌دهند که مبین میزان علاقه‌ی آنها برای کار کردن در آن شیفت است. میزان علاقه‌ی کم، متوسط و زیاد به ترتیب متناظر با اعداد ۱، ۲ و ۳ هستند.

محدودیت‌های موجود در مسئله‌ی مورد بررسی نیز به صورت زیر خواهند بود: هر پرستار در هر روز یا تعطیل است یا فقط در یک شیفت انجام وظیفه می‌کند. اگر پرستاری در یک روز در شیفت شب کار کند، وی در روز بعد تعطیل خواهد بود. پرستار حداکثر در سه روز کاری متوالی می‌تواند انجام وظیفه کند. کل ساعات کاری

جدول ۳. یک زمان بندی شدنی برای مسئله‌ی مورد بررسی.

		روز													
		شنبه	یکشنبه	دو شنبه	سه شنبه	چهارشنبه	پنجشنبه	جمعه	شنبه	یکشنبه	دو شنبه	سه شنبه	چهارشنبه	پنجشنبه	
تعداد پرستاران = ۵	تعداد پرستاران مورد نیاز در شیفت صبح هر روز = ۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	
	تعداد پرستاران مورد نیاز در شیفت عصر هر روز = ۱	۱	۲	۱	۲	۱	۲	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۲	
	تعداد پرستاران مورد نیاز در شیفت شب هر روز = ۱	۲	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	
		۸°	N	-	N	E	-	N	-	N	E	M	-	N	E
		۸°	N	E	E	-	N	E	E	-	N	-	N	-	N
پرستار	۸°	E	E	-	N	E	-	N	E	-	N	E	E	-	E
	۸°	M	M	-	M	M	M	-	M	M	-	M	M	M	-
	۸°	-	N	M	E	-	E	M	M	-	E	M	M	-	N
		۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۲	۱	۱	۲	۲	۱	۱
		۱	۲	۱	۲	۱	۲	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۲
	۲	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	
	صبح														
	عصر														
	شب														

w_i : وزن تابع عضویت i $(i = 1, 2, \dots, H)$.

در این صورت مجموعه‌ی فازی مربوط به عملگر میانگین به صورت زیر خواهد بود:

$$\tilde{A} = \{(x, \mu_{\tilde{A}}(x)) \mid x \in X\} \text{ s.t. } \mu_{\tilde{A}}(x) = \sum_{i=1}^H w_i \mu_i(x) \quad (1)$$

با بیشینه کردن تابع عضویت $\mu_{\tilde{A}}(x)$ بر روی ناحیه‌ی شدنی X جواب بهینه‌ی مربوط به مدل فازی مسئله به دست می‌آید.

اکنون اندیس‌ها و پارامترهای به‌کارگرفته شده در مسئله تعریف می‌شوند:

N : تعداد کل پرستاران؛

T : تعداد روزهای افق برنامه‌ریزی؛

i : اندیس پرستاران $(i = 1, 2, \dots, N)$ ؛

j : اندیس روزها $(j = 1, 2, \dots, T)$ ؛

t^m : طول شیفت صبح هر روز به ساعت؛

t^e : طول شیفت عصر هر روز به ساعت؛

t^n : طول شیفت شب هر روز به ساعت؛

q^m : تعداد پرستاران مورد نیاز در شیفت صبح هر روز؛

q^e : تعداد پرستاران مورد نیاز در شیفت عصر هر روز؛

q^n : تعداد پرستاران مورد نیاز در شیفت شب هر روز؛

L : کمیته‌ی ساعات کاری مجاز پرستاران در طول دوره‌ی برنامه‌ریزی؛

U : بیشینه‌ی ساعات کاری مجاز پرستاران در طول دوره برنامه‌ریزی؛

r_i^m : اگر علاقه‌ی پرستار i برای کار کردن در شیفت صبح کم، متوسط، یا زیاد باشد، مقدار این پارامتر به ترتیب برابر با ۱، ۲، یا ۳ است؛

r_i^e : اگر علاقه‌ی پرستار i برای کار کردن در شیفت عصر کم، متوسط، یا زیاد باشد، مقدار این پارامتر به ترتیب برابر با ۱، ۲، یا ۳ است؛

r_i^n : اگر علاقه‌ی پرستار i برای کار کردن در شیفت شب کم، متوسط، یا زیاد باشد، مقدار این پارامتر به ترتیب برابر با ۱، ۲، یا ۳ است.

متغیرهای تصمیم‌گیری مسئله نیز به صورت زیر تعریف می‌شوند:

مجاز هر پرستار در طول دوره‌ی زمان بندی بین ۶۰ تا ۸۰ ساعت است. همچنین تعداد پرستاران مورد نیاز هر شیفت در هر روز باید برآورده شود.

تابع هدف مسئله نیز شامل بیشینه کردن مجموع کل ترجیحات پرستاران برای شیفت‌های کاری تخصیص داده شده به آنها در طول دوره‌ی زمان بندی خواهد بود. برای نمونه، یک زمان بندی شدنی برای مسئله‌ی مورد بررسی در جدول ۳ نشان داده شده است. در این مسئله‌ی نمونه تعداد کل پرستاران برابر با ۵ است و تعداد پرستاران مورد نیاز در شیفت‌های صبح، عصر و شب هر روز به ترتیب برابر با ۱، ۱ و ۱ هستند. نمادهای N, E, M - و - به ترتیب مبین شیفت صبح، شیفت عصر، شیفت شب و روزهای تعطیل پرستاران در هر روز هستند. تعداد پرستاران تخصیص داده شده به هر شیفت در هر روز و کل ساعات کاری پرستاران در طول دوره‌ی زمان بندی نیز در جدول ۳ ارائه شده است.

۳. مدل فازی

همان‌طور که قبلاً نیز اشاره شد، در این مقاله از یک مدل فازی برای بررسی عدم قطعیت در مسئله‌ی زمان بندی شیفت‌های کاری پرستاران استفاده می‌شود. در پژوهش‌های پیشین مرتبط رویکرد فازی از عملگرهای فازی متنوعی برای فازی‌سازی استفاده شده است. برای توضیحات بیشتر می‌توان به مطالعات انجام شده توسط زیمرمن و زایسنو [۴۰، ۳۹] مراجعه کرد. در این مقاله از عملگر فازی میانگین معرفی شده توسط ییگر [۴۱] برای فازی‌سازی عدم قطعیت در ترجیحات شیفت‌های کاری پرستاران استفاده می‌شود. بر این اساس در این بخش یک مدل برنامه‌ریزی فازی برای مسئله فرمول بندی می‌شود.

ابتدا نحوه‌ی فازی‌سازی یک مسئله با استفاده از عملگر فازی میانگین تشریح می‌شود. نمادهای زیر را در نظر بگیرید:

X : ناحیه‌ی شدنی مسئله؛

H : تعداد توابع عضویت مسئله؛

μ_i : تابع عضویت i $(i = 1, 2, \dots, H)$ ؛

$$\sum_{j=1}^T (t^m x_{i,j} + t^e y_{i,j} + t^n z_{i,j}) \geq L \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (8)$$

$$\sum_{j=1}^T (t^m x_{i,j} + t^e y_{i,j} + t^n z_{i,j}) \leq U \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (9)$$

$$x_{i,j} + y_{i,j} + z_{i,j} + w_{i,j} = 1 \quad i = 1, 2, \dots, N, j = 1, 2, \dots, T \quad (10)$$

$$z_{i,j} \leq w_{i,j+1} \quad i = 1, 2, \dots, N, j = 1, 2, \dots, T-1 \quad (11)$$

$$w_{i,j} + w_{i,j+1} + w_{i,j+2} + w_{i,j+3} \geq 1 \quad i = 1, 2, \dots, N, j = 1, 2, \dots, T-3 \quad (12)$$

$$x_{i,j}, y_{i,j}, z_{i,j}, w_{i,j} \in \{0, 1\}, \mu_i \geq 0 \quad i = 1, 2, \dots, N, j = 1, 2, \dots, T \quad (13)$$

تابع هدف مربوط به رابطه ۳ مبین میانگین توابع عضویت مربوط به میزان کل ترجیحات پرستاران برای انجام وظیفه در شیفت‌های کاری تخصیص داده شده به آنها در طول دوره‌ی زمان بندی است. رابطه ۴ مربوط به فرمول بندی توابع عضویت تعریف شده است. روابط ۵، ۶ و ۷ تضمین می‌کنند که تعداد پرستاران مورد نیاز به ترتیب برای شیفت‌های صبح، عصر و شب هر روز برآورده می‌شوند. روابط ۸ و ۹ مربوط به کمیته و بیشینه‌ی کل ساعات کاری مجاز پرستاران در طول دوره‌ی برنامه‌ریزی هستند. با توجه به رابطه ۱۰ پرستاران در هر روز یا تعطیل هستند یا فقط در یک نوع شیفت کار می‌کنند. به کمک رابطه ۱۱ اگر پرستاران در یک روز در شیفت شب کار کنند، روز بعد تعطیل خواهند بود. همچنین با توجه به رابطه ۱۲ پرستاران حداکثر سه روز کاری متوالی می‌توانند کار کنند.

۴. نتایج محاسباتی

در این بخش نتایج محاسباتی مربوط به مدل فازی پیشنهاد شده ارائه می‌شود. بدین منظور ۸ مسئله‌ی نمونه تولید شده است و توسط مدل فازی ارائه شده حل می‌شوند. با توجه به مفروضات و محدودیت‌های مشاهده شده در بیمارستان میلاد تهران، مقدار پارامترهای L, T, U, t^m, t^e, t^n به ترتیب برابر با مقادیر معین ۱۴، ۶۰، ۸، ۸، ۸، ۸ است. برای تولید سایر پارامترها در مسائل نمونه از توزیع یکنواخت گسسته ۱۶ استفاده شده است. دامنه‌ی تولید پارامترها در جدول ۴ ارائه شده است. برای حل مسائل نمونه‌ی تولید شده نسخه‌ی ۱۲ نرم‌افزار CPLEX بر روی یک رایانه‌ی Core - i5 ۱٫۸ GHz CPU ۴ GB RAM به کار گرفته شده است. نتایج حاصل از حل مسائل نمونه توسط مدل فازی ارائه شده در جدول ۵ نشان داده شده است.

در جدول ۵، مقادیر بهینه‌ی تابع هدف مربوط به مدل فازی تحت مسائل نمونه تولید شده آمده است. همچنین میانگین ترجیحات پرستاران برای انجام وظیفه در شیفت‌های کاری تخصیص داده شده به آنها در طول دوره‌ی برنامه‌ریزی نیز در

جدول ۴. دامنه‌ی تولید پارامترها در مسائل نمونه.

پارامتر	دامنه‌ی تولید
N	{۱ و ۴۰}
q^m, q^e, q^n	{۱ و ۱۰}
r^m, r_i^e, r_i^n	{۱ و ۳}

$W_{i,j}$: اگر روز j روز غیرکاری پرستار i باشد، مقدار این متغیر برابر با ۱ و در غیر این صورت برابر با صفر است؛

$x_{i,j}$: اگر در روز j پرستار i در شیفت صبح کار کند، مقدار این متغیر برابر با ۱ و در غیر این صورت برابر با صفر است؛

$y_{i,j}$: اگر در روز j پرستار i در شیفت عصر کار کند، مقدار این متغیر برابر با ۱ و در غیر این صورت برابر با صفر است؛

$z_{i,j}$: اگر در روز j پرستار i در شیفت شب کار کند، مقدار این متغیر برابر با ۱ و در غیر این صورت برابر با صفر است.

همان‌طور که اشاره شد، در این تحقیق عدم قطعیت بر روی کل ترجیحات پرستاران برای شیفت‌های کاری در طول دوره‌ی برنامه‌ریزی در نظر گرفته شده است. فرض کنید تابع عضویت مربوط به میزان کسب علاقه‌ی پرستار i برای انجام وظیفه در شیفت‌های کاری تخصیص داده شده به وی در طول دوره‌ی زمان بندی با نماد μ_i نشان داده شود. به وضوح $r_i = \sum_{j=1}^T (r^m x_{i,j} + r^e y_{i,j} + r^n z_{i,j})$ برابر با مجموع کل ترجیحات پرستار i برای انجام وظیفه در شیفت‌های کاری تخصیص داده شده به وی در طول دوره‌ی زمان بندی است. فرض کنید r^{max} و r^{min} به ترتیب برابر با کمیته و بیشینه‌ی مقدار کل ترجیحی باشند که یک پرستار می‌تواند با تخصیص شیفت‌های کاری در طول دوره‌ی زمان بندی به دست آورد. در این صورت با استفاده از روش فازی سازی مثلثی^{۱۵} داریم:

$$\mu_i = \begin{cases} 1 & \text{if } r^{max} \leq r_i \\ \frac{r_i - r^{min}}{r^{max} - r^{min}} & \text{if } r^{min} \leq r_i \leq r^{max} \\ 0 & \text{if } r^{min} \geq r_i \end{cases} \quad (2)$$

با توجه به مفروضات و محدودیت‌های مسئله، هر پرستار می‌تواند در طول دوره‌ی برنامه‌ریزی بین ۶۰ تا ۸۰ ساعت کار کند. بنا بر این کمیته و بیشینه‌ی تعداد شیفت‌های تخصیص داده شده به یک پرستار در طول دوره‌ی برنامه‌ریزی به ترتیب برابر با ۸ و ۱۰ خواهند بود. در نتیجه با توجه به مقادیر تخصیص داده شده به ترجیحات پرستاران برای شیفت‌های کاری، کمیته و بیشینه‌ی مقدار کل ترجیحی که یک پرستار می‌تواند با تخصیص شیفت‌های کاری در طول دوره‌ی زمان بندی به دست آورد، به ترتیب برابر با ۸ و ۱ × ۸ = ۸ و ۳ × ۱۰ = ۳۰ است.

اکنون با توجه به توضیحات ارائه شده، مدل برنامه‌ریزی فازی مسئله‌ی مورد بررسی با استفاده از عملگر فازی میانگین به صورت زیر فرمول بندی می‌شود:

$$\text{Max Obj} = \frac{1}{N} \sum_{i=1}^N \mu_i \quad (3)$$

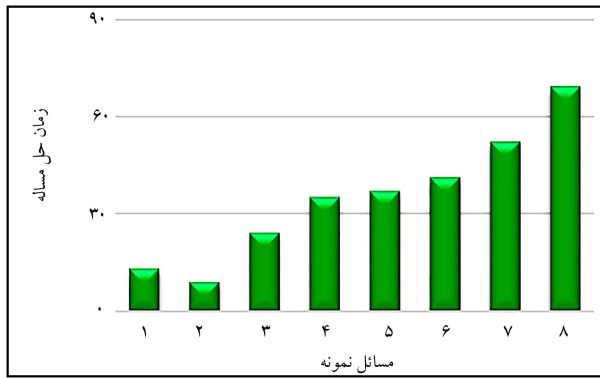
به طوری که:

$$\mu_i = \frac{1}{r^{max} - r^{min}} \left(\sum_{j=1}^T (r^m x_{i,j} + r^e y_{i,j} + r^n z_{i,j}) - r^{min} \right) \quad i = 1, 2, \dots, N \quad (4)$$

$$\sum_{i=1}^N x_{i,j} \geq q^m \quad j = 1, 2, \dots, T \quad (5)$$

$$\sum_{i=1}^N y_{i,j} \geq q^e \quad j = 1, 2, \dots, T \quad (6)$$

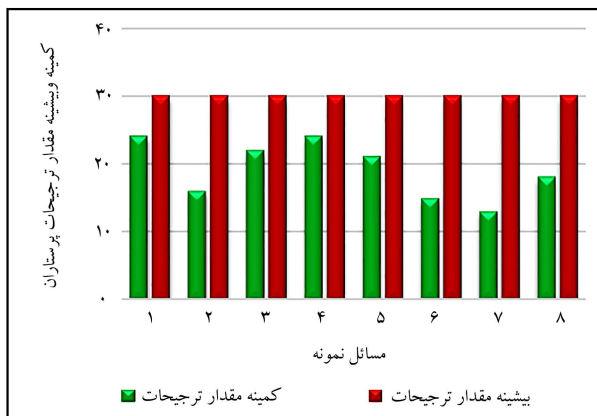
$$\sum_{i=1}^N z_{i,j} \geq q^n \quad j = 1, 2, \dots, T \quad (7)$$



شکل ۳. زمان حل مدل فازی در مسائل نمونه‌ای تولید شده.

جدول ۶. ترجیحات شبفتی پرستاران در مسائل نمونه.

درصد انحراف	ترجیحات شبفتی پرستاران		تعداد پرستار	مسئله
	کمینه	بیشینه		
۲۰,۰۰۰	۳۰	۲۴	۴	۱
۴۶,۶۶۷	۳۰	۱۶	۸	۲
۲۶,۶۶۷	۳۰	۲۲	۱۲	۳
۲۰,۰۰۰	۳۰	۲۴	۱۶	۴
۳۰,۰۰۰	۳۰	۲۱	۲۰	۵
۵۰,۰۰۰	۳۰	۱۵	۲۶	۶
۵۶,۶۶۷	۳۰	۱۳	۳۴	۷
۴۰,۰۰۰	۳۰	۱۸	۴۰	۸
۳۸,۵۷۱	۳۰	۱۸,۴۲۸		میانگین



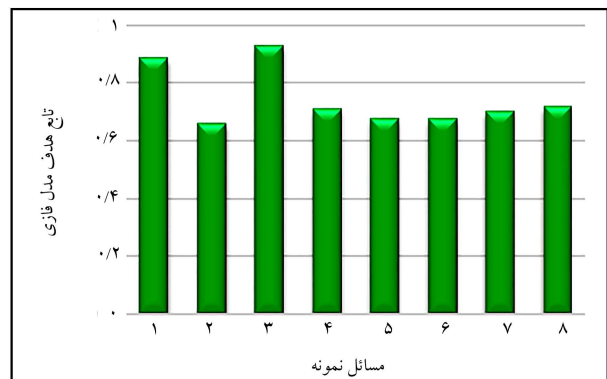
شکل ۴. کمینه و بیشینه مقدار ترجیحات شبفتی به دست آمده توسط پرستاران در مسائل نمونه‌ای تولید شده.

شیفتهی پرستاران و میانگین نتایج به دست آمده نیز در جدول ۶ ارائه شده است. کمینه و بیشینه مقدار ترجیحات شبفتی به دست آمده توسط پرستاران در مسائل نمونه‌ای تولید شده و درصد انحراف این مقادیر به ترتیب در شکل‌های ۴ و ۵ نشان داده شده‌اند.

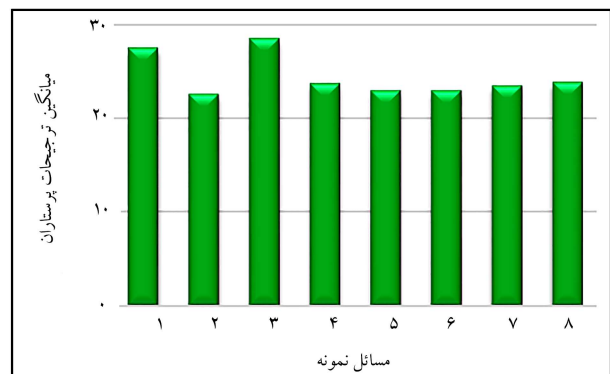
در بخش ۳ ذکر شد که با توجه به مقادیر ترجیحات پرستاران برای شیفتهای کاری، کمینه و بیشینه مقدار کل ترجیحی که یک پرستار می‌تواند با تخصیص شیفتهای کاری در طول دوره‌ی زمان‌بندی به دست آورد، به ترتیب برابر با ۸ و

جدول ۵. نتایج حاصل از مدل فازی برای مسائل نمونه.

مسئله	تعداد پرستار	تابع هدف فازی	میانگین ترجیحات پرستاران (ثابته)	زمان حل
۱	۴	۰,۸۸۶	۲۷,۵۰۰	۱۳
۲	۸	۰,۶۵۹	۲۲,۵۰۰	۹
۳	۱۲	۰,۹۲۸	۲۸,۴۱۷	۲۴
۴	۱۶	۰,۷۱۰	۲۳,۶۲۵	۳۵
۵	۲۰	۰,۶۷۷	۲۲,۹۰۰	۳۷
۶	۲۶	۰,۶۷۷	۲۲,۸۸۵	۴۱
۷	۳۴	۰,۶۹۹	۲۳,۳۸۲	۵۲
۸	۴۰	۰,۷۱۸	۲۳,۸۰۰	۶۹



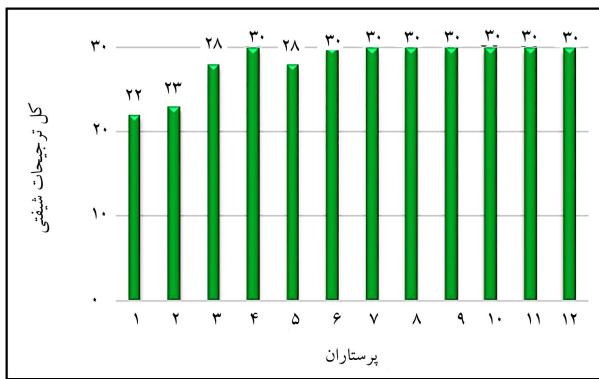
شکل ۱. مقادیر بهینه‌ی تابع هدف مدل فازی در مسائل نمونه.



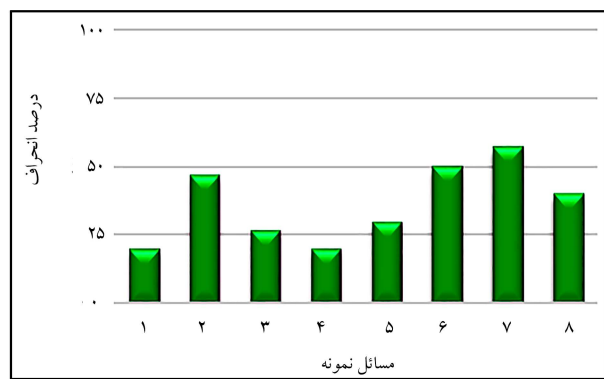
شکل ۲. مقادیر میانگین ترجیحات پرستاران برای شیفتهای کاری تحت مسائل نمونه‌ای تولید شده.

جدول ۵ محاسبه شده است. زمان حل هر کدام از مسائل نمونه‌ای تولید شده نیز در ستون آخر جدول ۵ مشخص شده است. این مقادیر به ترتیب در شکل‌های ۱، ۲ و ۳ نشان داده شده‌اند.

با توجه به شکل ۳ بدیهی است که با افزایش تعداد پرستاران و بزرگ‌تر شدن ابعاد مسئله، زمان حل مدل فازی ارائه شده نیز افزایش خواهد یافت. برای بررسی کیفیت جواب‌های به دست آمده از مدل فازی ارائه شده از منظر ترجیحات شبفتی پرستاران، کمینه و بیشینه مقدار ترجیحات شبفتی به دست آمده توسط پرستاران در مسائل نمونه‌ای تولید شده تعیین شدند. نتایج در جدول ۶ نشان داده شده‌اند. همچنین، درصد انحراف مربوط به مقادیر کمینه و بیشینه‌ی ترجیحات



شکل ۶. مقدار ترجیحات شیفتی پرستاران در مسئله‌ی نمونه‌ی ۳.



شکل ۵. درصد انحراف در ترجیحات پرستاران.

جدول ۷. پارامترهای مربوط به مسئله‌ی نمونه‌ی ۳.

پارامتر	مقدار											
	پرستار											
	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱
N						۱۲						
q^m						۳						
q^e						۳						
q^n						۲						
r_i^m	۳	۱	۳	۲	۱	۳	۱	۳	۱	۳	۱	۱
r_i^e	۱	۳	۱	۳	۳	۱	۳	۱	۳	۱	۱	۱
r_i^n	۳	۳	۱	۱	۳	۱	۱	۱	۱	۱	۳	۳

عصر و پرستاران ۱، ۲، ۸، ۱۱ و ۱۲ مایل به انجام وظیفه در شیفت شب هستند. جواب بهینه‌ی به دست آمده از مدل فازی پیشنهادی برای مسئله‌ی نمونه ۳ در جدول ۸ نشان داده شده است.

با توجه به جواب بهینه‌ی به دست آمده، تمام مفروضات و محدودیت‌های در نظر گرفته شده در مسئله‌ی مورد بررسی برآورده شده‌اند. تعداد پرستاران مورد نیاز برای شیفت‌های صبح، عصر و شب هر روز پوشش داده شده‌اند. ساعات کاری مجاز پرستاران در طول دوره‌ی زمان‌بندی نیز نقض نشده است. همچنین ترجیحات پرستاران برای شیفت‌های کاری تخصیص داده شده به آنها نیز تا حد ممکن در زمان‌بندی ارائه شده در نظر گرفته شده است. در واقع پرستاران ۳، ۵، ۷، ۱۰ و ۱۲ مایل به انجام وظیفه در شیفت صبح، پرستاران ۴، ۶، ۸، ۹ و ۱۱ مایل به انجام وظیفه در شیفت عصر و پرستاران ۱، ۲، ۸، ۱۱ و ۱۲ مایل به انجام وظیفه در شیفت شب هستند. برای مثال با توجه به مقادیر پارامترهای ارائه شده در جدول ۷، پرستار ۷ مایل است تا حد ممکن در شیفت صبح کار کند و مطابق با جواب بهینه‌ی ارائه شده در جدول ۸ این پرستار در طول دوره‌ی زمان‌بندی فقط در شیفت صبح انجام وظیفه می‌کند.

مقدار کل ترجیحات شیفتی تعیین شده توسط مدل فازی برای هر کدام از پرستاران در مسئله‌ی نمونه‌ی ۳ نیز در شکل ۶ نشان داده شده است. با توجه به شکل ۶ همه‌ی پرستاران به جز پرستاران ۱، ۲، ۳ و ۵ بیشترین مقدار ترجیحات شیفتی ممکن را به دست آورده‌اند.

۵. نتیجه‌گیری

در این مقاله مسئله‌ی زمان‌بندی شیفت‌های کاری پرستاران با هدف بیشینه‌سازی کل ترجیحات پرستاران برای شیفت‌های کاری تخصیص داده شده به آنها در طول دوره‌ی برنامه‌ریزی بررسی شد. همچنین از یک مدل فازی برای بررسی عدم قطعیت در مسئله استفاده شد که در آن عدم قطعیت بر روی ترجیحات پرستاران برای شیفت‌های کاری تخصیص داده شده به آنها در طول دوره‌ی برنامه‌ریزی در نظر گرفته شده است. برای فازی‌سازی ترجیحات پرستاران عملگر فازی میانگین به‌کار گرفته شد. در ادامه برای بررسی کارایی مدل فازی پیشنهاد شده چندین مسئله‌ی نمونه تولید شد و مقادیر بهینه‌ی تابع هدف مدل فازی و ترجیحات شیفتی پرستاران برای آنها تعیین شد.

برای ارزیابی کیفیت جواب‌های به دست آمده از مدل فازی پیشنهاد شده، کمیته و بیشینه‌ی مقدار ترجیحات شیفتی به دست آمده توسط پرستاران در مسائل نمونه‌ی

۳۰ هستند. با توجه به جدول ۶، در تمام مسائل نمونه حداکثر مقدار کل ترجیحی که یک پرستار می‌تواند در طول دوره‌ی زمان‌بندی به دست آورد، برابر با ۳۰ است؛ به عبارت دیگر در هر کدام از مسائل نمونه نحوه‌ی تخصیص شیفت‌ها به پرستاران به‌گونه‌ی بوده است که برخی پرستاران بیشینه‌ی مقدار ترجیحات شیفتی ممکن را به دست آورده‌اند. در حالی که کمیته‌ی مقدار کل ترجیحی که یک پرستار می‌تواند در طول دوره‌ی زمان‌بندی به دست آورد، در مسائل مختلف متفاوت است و میانگین این مقادیر برابر با ۱۸/۴۲۸ بوده است. همچنین میانگین انحراف مربوط به مقادیر کمیته و بیشینه‌ی ترجیحات شیفتی پرستاران نیز برابر با ۳۸/۵۷۱ درصد است.

با توجه به این‌که در این تحقیق از عملگر فازی میانگین استفاده شده است، می‌توان انتظار داشت که درصد انحراف مربوط به کمیته و بیشینه‌ی ترجیحات شیفتی پرستاران مقادیر قابل توجهی باشند؛ زیرا عملگر فازی میانگین فقط به دنبال بیشینه‌سازی میانگین ترجیحات شیفتی پرستاران است و توجهی به ترجیحات شیفتی هر کدام از پرستاران ندارد.

اکنون برای بررسی جواب‌های به دست آمده از مدل فازی پیشنهادی، مسئله‌ی نمونه ۳ را که دارای بیشترین مقدار تابع هدف بهینه مدل فازی است، در نظر می‌گیریم. این مسئله دارای ۱۲ پرستار است و مقادیر پارامترهای مربوط به این مسئله در جدول ۷ خلاصه شده‌اند. با توجه به مقادیر پارامترها، تعداد پرستاران مورد نیاز برای شیفت‌های صبح، عصر و شب هر روز به ترتیب برابر با ۳، ۳ و ۲ نفر هستند. همچنین با توجه به مقادیر ترجیحات شیفتی، پرستاران ۳، ۵، ۷، ۱۰ و ۱۲ مایل به انجام وظیفه در شیفت صبح، پرستاران ۴، ۶، ۸، ۹ و ۱۱ مایل به انجام وظیفه در شیفت

جدول ۸. جواب بهینه‌ی به دست آمده از مدل فازی پیشنهادی برای مسئله‌ی نمونه ۳.

کل ساعت کاری	روز														
	جمعه	یکشنبه	دو شنبه	سه شنبه	دوشنبه	یکشنبه	دوشنبه	جمعه	یکشنبه	دو شنبه	سه شنبه	دوشنبه	یکشنبه	دوشنبه	
	۱۴	۱۳	۱۲	۱۱	۱۰	۹	۸	۷	۶	۵	۴	۳	۲	۱	
۶۴	N	-	N	-	N	-	N	-	N	E	-	N	-	N	۱
۶۴	N	-	N	-	N	-	N	-	N	-	N	-	N	E	۲
۸۰	M	M	-	M	M	M	-	M	-	N	M	M	-	M	۳
۸۰	E	-	E	E	-	E	E	-	E	E	E	-	E	E	۴
۸۰	M	M	-	N	-	M	M	M	-	M	-	M	M	M	۵
۸۰	-	E	E	-	E	E	-	E	E	E	-	E	E	E	۶
۸۰	M	-	M	M	M	-	M	M	M	-	M	M	M	-	۷
۸۰	E	E	-	N	E	E	-	N	E	-	N	-	N	E	۸
۸۰	E	E	-	E	E	-	E	E	E	-	E	E	E	-	۹
۸۰	M	M	M	-	M	M	M	-	M	M	M	-	-	M	۱۰
۸۰	-	N	E	E	-	N	E	E	-	N	E	E	-	N	۱۱
۸۰	-	N	M	M	-	N	-	N	M	M	-	N	M	M	۱۲
	۴	۳	۳	۳	۳	۳	۳	۳	۳	۳	۳	۳	۳	۴	صبح
	۳	۳	۳	۳	۳	۳	۳	۳	۴	۳	۳	۳	۳	۴	عصر
	۲	۲	۲	۲	۲	۲	۲	۲	۲	۲	۲	۲	۲	۲	شب

پرستار

شیفت

که کمینه‌ی مقدار توابع عضویت را بیشینه می‌کند، برای کاهش میزان انحراف مربوط به کمینه و بیشینه‌ی ترجیحات شیفتی پرستاران و ایجاد تعادل در این ترجیحات استفاده کرد.

در نهایت یکی از مسائل نمونه‌ی تولید شده به‌طور کامل بررسی شد. با توجه به جواب بهینه‌ی به دست آمده برای این مسئله، تمام مفروضات و محدودیت‌های در نظر گرفته شده برآورده شده‌اند. تعداد پرستاران مورد نیاز برای شیفت‌های کاری هر روز پوشش داده شده و ساعات کاری مجاز پرستاران در طول دوره‌ی زمان‌بندی برآورده شده‌اند. همچنین ترجیحات شیفتی پرستاران نیز تا حد ممکن در زمان‌بندی ارائه شده در نظر گرفته شده است. زمان‌بندی ارائه شده نشان‌دهنده‌ی کیفیت بالای جواب به دست آمده از مدل فازی پیشنهادی است.

تولید شده تعیین شدند. با توجه به نتایج، در تمام مسائل نمونه نحوه‌ی تخصیص شیفت‌ها به پرستاران به‌گونه‌ی بوده است که برخی پرستاران بیشینه‌ی مقدار ترجیحات شیفتی ممکن را به دست آورده‌اند. در حالی که کمینه‌ی مقدار کل ترجیحی که یک پرستار می‌تواند در طول دوره‌ی زمان‌بندی به دست آورد، در مسائل مختلف متفاوت بود و میانگین انحراف مربوط به مقادیر کمینه و بیشینه‌ی ترجیحات شیفتی پرستاران نیز برابر با ۳۸٫۵۷۱ درصد بوده است.

از آنجایی که عملگر فازی میانگین فقط به دنبال بیشینه‌سازی میانگین ترجیحات شیفتی پرستاران است و توجهی به ترجیحات شیفتی هر کدام از پرستاران ندارد، می‌توان انتظار داشت که درصد انحراف مربوط به کمینه و بیشینه‌ی ترجیحات شیفتی پرستاران مقادیر قابل توجهی باشند. در تحقیقات آینده می‌توان از عملگر فازی and

پانویس‌ها

1. nurse scheduling problem (NSP)
2. exact methods
3. two-stage mathematical programming models
4. nurses' preferences
5. goal programming method
6. lagrangian relaxation method
7. branch and price method

8. heuristic and meta-heuristic algorithms
9. tabu-search algorithm
10. ant colony optimization algorithm
11. simulated annealing algorithm
12. fuzzy approach
13. averaging fuzzy operator
14. membership functions
15. triangular fuzzification approach
16. discrete uniform (DU) distribution

منابع (References)

1. Jafari, H. and Salmasi, N. "Maximizing the nurses' preferences in nurse scheduling problem: mathematical modeling and a meta-heuristic algorithm", *Journal of Industrial Engineering International*, **11**(3), pp. 439-458 (2015).
2. Valouxis, C., Gogos, C., Goulas, G. and et al. "A systematic two phase approach for the nurse rostering problem", *European Journal of Operational Research*, **219**(2), pp. 425-433 (2012).
3. Li, J. and Liu, Y. "Property analysis of triple implication method for approximate reasoning on atanasovs intuitionistic fuzzy sets", *Iranian Journal of Fuzzy Systems*, **15**(5), pp. 95-116 (2018).
4. Aktunc, E. and Tekin, E. "Nurse scheduling with shift preferences in a surgical suite using goal programming", *Industrial Engineering in the Industry*, **4**, pp. 23-36 (2018).
5. Bard, J.F. and Purnomo, H.W. "Cyclic preference scheduling of nurses using a lagrangian-based heuristic", *Journal of Scheduling*, **10**(1), pp. 5-23 (2007).
6. Belien, J. and Demeulemeester, E. "A branch-and-price approach for integrating nurse and surgery scheduling", *European Journal of Operational Research*, **189**(3), pp. 652-668 (2008).
7. Maenhout, B. and Vanhoucke, M. "An integrated nurse staffing and scheduling analysis for longer-term nursing staff allocation problems", *Omega*, **41**(2), pp. 485-499 (2013).
8. Dowsland, K.A. and Thompson, J.M. "Solving a nurse scheduling problem with knapsacks, networks and tabu search", *Journal of the Operational Research Society*, **51**(7), pp. 825-833 (2000).
9. Majumdar, J. and Bhunia, A.K. "Elitist genetic algorithm for assignment problem with imprecise goal", *European Journal of Operational Research*, **177**(2), PP 684-692 (2007).
10. Gutjahr, W.J. and Rauner, M.S. "An ACO algorithm for a dynamic regional nurse-scheduling problem in Austria", *Computers & Operations Research*, **34**(3), pp. 642-666 (2007).
11. Lin, C.C., Hung, L.P., Liu, W.Y. and et al. "Jointly rostering, routing, and rostering for home health care services: a harmony search approach with genetic, saturation, inheritance, and immigrant schemes", *Computers & Industrial Engineering*, **115**, pp. 151-166 (2018).
12. Doerner, K.F. and Maniezzo, V. "Metaheuristic search techniques for multi-objective and stochastic problems", *Central European Journal of Operations Research*, **127**, pp. 1-26 (2018).
13. Lin, C.C., Kang, J.R. and Liu, W.Y. "A mathematical model for nurse scheduling with different preference ranks", *Information Technology*, **12**, pp. 11-17 (2015).
14. Fan, N., Mujahid, S., Zhang, J. and et al. "Nurse scheduling problem: an integer programming model with a practical application", In *Systems analysis tools for better health care delivery*, pp. 65-98 Springer, New York, NY (2013).
15. Wong, T.C., Xu, M. and Chin, K.S. "A two-stage heuristic approach for nurse scheduling problem: a case study in an emergency department", *Computers & Operations Research*, **51**, pp. 99-110 (2014).
16. Trilling, L., Guinet, A. and Le Magny, D. "Nurse scheduling using integer linear programming and constraint programming", *IFAC Proceedings Volumes*, **39**(3), pp. 671-676 (2006).
17. Jaumard, B., Semet, F. and Vovor, T. "A generalized linear programming model for nurse scheduling", *European Journal of Operational Research*, **107**(1), pp. 1-18 (1998).
18. El Adoly, A.A., Gheith, M. and Fors, M.N. "A new formulation and solution for the nurse scheduling problem: a case study in Egypt", *Alexandria Engineering Journal*, **57**(4), pp. 2289-2298 (2018).
19. Zanda, S., Zuddas, P. and Seatzu, C. "Long term nurse scheduling via a decision support system based on linear integer programming: a case study at the university hospital in cagliari", *Computers & Industrial Engineering*, **126**, pp. 337-347 (2018).
20. Svirsko, A.C., Norman, B.A., Rausch, D. and et al. "Using mathematical modeling to improve the emergency department nurse-scheduling process", *Journal of Emergency Nursing*, Inpress (2019).
21. Azaiez, M.N. and Al Sharif, S.S. "A 0-1 goal programming model for nurse scheduling", *Computers & Operations Research*, **32**(3), pp. 491-507 (2005).
22. Ferland, J.A., Berrada, I., Nabli, I. and et al. "Generalized assignment type goal programming problem: application to nurse scheduling", *Journal of Heuristics*, **7**(4), pp. 391-413 (2001).
23. Dowsland, K.A. "Nurse scheduling with tabu search and strategic oscillation", *European Journal of Operational Research*, **106**(2-3), pp. 393-407 (1998).
24. Nonobe, K. and Ibaraki, T. "A tabu search approach to the constraint satisfaction problem as a general problem solver", *European Journal of Operational Research*, **106**(2-3), pp. 599-623 (1998).
25. Kundu, S. and Acharyya, S. "Stochastic local search approaches in solving the nurse scheduling problem", In *Computer Information Systems-Analysis and Technologies*, pp. 202-211 Springer, Berlin, Heidelberg (2011).
26. Zhang, Z., Hao, Z. and Huang, H. "Hybrid swarm-based optimization algorithm of GA & VNS for nurse scheduling problem", In *International Conference on Information Computing and Applications*, Springer, Berlin, Heidelberg pp. 375-382 (2011).
27. Jan, A., Yamamoto, M. and Ohuchi, A. "Search algorithms for nurse scheduling with genetic algorithms", In *Operations Research/Management Science at Work*, Springer, Boston, MA, pp. 149-161 (2002).
28. Aickelin, U. and Dowsland, K.A. "An indirect genetic algorithm for a nurse-scheduling problem", *Computers & Operations Research*, **31**(5), pp. 761-778 (2004).
29. Moz, M. and Pato, M.V. "A genetic algorithm approach to a nurse rostering problem", *Computers & Operations Research*, **34**(3), pp. 667-691 (2007).

30. Yeh, J.Y. and Lin, W.S. "Using simulation technique and genetic algorithm to improve the quality care of a hospital emergency department", *Expert Systems with Applications*, **32**(4), pp. 1073-1083 (2007).
31. Maenhout, B. and Vanhoucke, M. "April. new computational results for the nurse scheduling problem: a scatter search algorithm", *In European Conference on Evolutionary Computation in Combinatorial Optimization*, Springer, Berlin, Heidelberg, pp.159-170 (2006).
32. Tsai, C.C., Li, S.H. "A two-stage modeling with genetic algorithms for the nurse scheduling problem", *Expert Systems with Applications*, **36**(5), pp. 9506-9512 (2009).
33. Burke, E.K., Li, J. and Qu, R. "A pareto-based search methodology for multi-objective nurse scheduling", *Annals of Operations Research*, **196**(1), pp. 91-109 (2012).
34. Parr, D. and Thompson, J.M. "Solving the multi-objective nurse scheduling problem with a weighted cost function", *Annals of Operations Research*, **155**(1), pp. 279-288 (2007).
35. Rasip, N.M., Basari, A.S.H., Ibrahim, N.K. and et al. "Enhancement of nurse scheduling steps using particle swarm optimization", *In Advanced Computer and Communication Engineering Technology*, pp. 459-469 Springer, Cham (2015).
36. Yin, P.Y., Chao, C.C. and Chiang, Y.T. "June. multiobjective optimization for nurse scheduling", *In International Conference in Swarm Intelligence*, Springer, Berlin, Heidelberg, pp. 66-73 (2011).
37. Maenhout, B. and Vanhoucke, M. "Comparison and hybridization of crossover operators for the nurse scheduling problem", *Annals of Operations Research*, **159**(1), pp. 333-353 (2008).
38. Jafari, H. and et al. "Fuzzy mathematical modeling approach for the nurse scheduling problem: a case study", *International Journal of Fuzzy Systems*, **18**(2), pp. 320-332 (2015).
39. Zimmermann, H.J. and Zysno, P. "Latent connectives in human decision making", *Fuzzy Sets and Systems*, **4**(1), pp. 37-51 (1980).
40. Zimmermann, H.J. and Zysno, P. "Decisions and evaluations by hierarchical aggregation of information", *Fuzzy Sets and Systems*, **10**(1), pp. 243-260 (1983).
41. Yager, R. "On ordered weighted averaging aggregation operators in multi-criteria decision making", *IEEE Transactions on Systems, Manufacturing and Cybernetics*, **18**, pp. 183-190 (1988).