

معیارهای اهمیت در پایایی زنجیره‌ی مارکف

علی نوروزیان (دانشجوی دکتری)

رضا برادران کاظم‌زاده* (دانشیار)

دانشکده‌ی مهندسی صنایع و سیستم‌ها، دانشگاه تربیت مدرس

سیدتقی اخوان نیکی (استاد)

دانشکده‌ی مهندسی صنایع، دانشگاه صنعتی شریف

معیارهای اهمیت در پایایی سیستم‌ها ابزارهایی مهم و مؤثر در تجزیه و تحلیل پایایی و ریسک سیستم هستند. این معیارها به طور سنتی در درخت خطا تعریف شده‌اند. با این‌که درخت خطا ابزاری قدرتمند در تحلیل ریسک است، ضعف‌های مهمی نیز دارد. مهم‌ترین ضعف‌های درخت خطا عبارت‌اند از: عدم توانایی در مدل‌سازی وابستگی‌های پویا، عدم در نظر گرفتن قابلیت تعمیرپذیری اجزای سیستم و تقریب بخشی از حوادث، که در نتایج آن تأثیر بسزایی دارد. از طرف دیگر، زنجیره‌ی مارکف ابزاری توانمند در تحلیل ریسک سیستم است که قابلیت رفع ضعف‌های نامبرده را دارد. پس تعریف معیارهای اهمیت در زنجیره‌ی مارکف از اهمیت بالایی برخوردار است که در این مقاله به آن پرداخته شده است. نتایج حاصل از اجرای معیارهای اهمیت مارکفی در یک مثال عملی برگرفته از پیشینه‌ی موضوع نشان از کارایی آنها در ارائه‌ی نتایج دقیق دارد.

واژگان کلیدی: تجزیه و تحلیل ریسک، معیارهای تعیین اهمیت در ریسک، درخت خطا، زنجیره‌ی مارکف.

۱. مقدمه

معیارهای اهمیت در پایایی^۱ از زمان معرفی خود در سال ۱۹۶۹ توسط برنامه‌ی^۲ نقش مهمی در تصمیم‌گیری‌های بر اساس ریسک داشته‌اند.^[۱] این معیارها میزان تأثیر اجزا، زیرسیستم‌ها و عامل‌های مختلف یک سیستم را در ایمنی، قابلیت تعمیرپذیری، پایایی و عملکردهای مختلف سیستم شناسایی می‌کنند و می‌سنجند. بدین وسیله این معیارها می‌توانند مؤثرترین اجزای سیستم را شناسایی کنند تا به وسیله‌ی آن ترتیبی از مهم‌ترین اجزای سیستم ارائه کنند.^[۲] در واقع می‌توان گفت که تعاریف سنتی این معیارها به قدری جامع و دقیق هستند که این معیارها را تبدیل به اجزایی مهم و مؤثر در امور مربوط به ریسک کرده‌اند.

این معیارها به طور سنتی بر اساس درخت خطا^۳ تعریف شده‌اند و روابط آنها برای درخت خطا ارائه شده است. می‌توان گفت که درخت خطا ساده‌ترین و پرکاربردترین شیوه برای مدل‌سازی ریسک در سیستم‌هاست. درخت خطا روشی معروف و بسیار کاراست و روش‌هایی که در قالب آن ارائه شده‌اند به خوبی توسعه داده شده‌اند، اما شرایط بسیاری در سیستم‌های واقعی وجود دارد که درخت خطا در مدل‌سازی آنها دچار مشکل می‌شود. در واقع برخی رفتارهای سیستم‌های واقعی موجب می‌شوند تا درخت خطا چه در مرحله‌ی توسعه‌ی مدل و چه در مرحله‌ی حل مدل دچار مشکل شود.^[۳]

یک مشکل اساسی که در درخت خطا وجود دارد، تحلیل ریسک پویای

* نویسنده مسئول

تاریخ: دریافت ۱۳۹۷/۹/۲۴، اصلاحیه ۱۳۹۸/۹/۳، پذیرش ۱۳۹۸/۱۲/۶.

DOI:10.24200/J65.2020.51767.1921

سیستم‌هاست. در واقع زمانی‌که می‌بخت زمان در تحلیل ریسک سیستم‌ها مطرح می‌شود، درخت خطا در تحلیل‌های خود دچار نقصان می‌شود. درخت خطا قادر به در نظر گرفتن وابستگی‌های پویایی که در سیستم‌های واقعی رخ می‌دهد، نیست. این وابستگی‌ها انواع مختلفی دارند که از جمله‌ی آنها می‌توان به مباحثی چون ترتیب‌های خرابی و اجزای آماده به کار^۴ اشاره کرد. در کل می‌توان گفت که درخت خطا زمانی‌که تحلیل پایایی و ایمنی به زمان وابسته می‌شود، کارایی خود را از دست می‌دهد.^[۴]

البته در سال‌های اخیر درخت خطا با روش‌های دیگری ترکیب و بهبود داده شده است تا بتواند وابستگی‌های پویای سیستم‌ها را نیز در نظر بگیرد. در واقع برای تجهیز کردن درخت خطا برای مدل کردن سیستم‌ها با در نظر گرفتن مسئله‌ی زمان، درجه‌هایی^۵ در درخت خطا طراحی شده است تا این سیستم مدل‌سازی بتواند زمان را نیز در نظر بگیرد. به این نوع از درخت خطا درخت خطای پویا^۶ گفته می‌شود.^[۵] در واقع می‌توان گفت که مهم‌ترین و شناخته شده‌ترین روش برای تجهیز کردن درخت خطا به توانایی تحلیل پویا همان درخت خطای پویاست.^[۷] پس از ایجاد روش مدل‌سازی درخت خطای پویا، روش‌های دیگری برای تحلیل کیفی و کمی آن ایجاد شدند. می‌توان گفت که اولین، مهم‌ترین و مشهورترین روش برای تحلیل درخت خطای پویا، زنجیره‌ی مارکف است،^[۶] از سوی دیگر حتی تمام روش‌های دیگری که برای تحلیل درخت خطای پویا توسعه داده شده‌اند نیز در ذیل خود و برای تحلیل درجه‌های پویا از روش مارکف استفاده می‌کنند.^[۸-۱۵] در واقع معهود روش‌هایی هم که از زنجیره‌ی مارکف برای تحلیل درجه‌های پویا استفاده

نمی‌کنند یا دقیق نیستند^[۱۶] یا این که محدود به شرایط خاص اند.^[۱۷، ۱۸] در حالی که روش مارکف کاملاً دقیق است و قابلیت تحلیل تمام حالات ممکن را نیز دارد. البته از مشکلات روش مارکف نیز افزایش انفجاری فضای مسئله با بزرگ شدن سیستم است که به این محدودیت نیز به وسیله روش‌های مختلفی پرداخته شده است.^[۱۹] با توجه به مطالب ذکر شده می‌توان به اهمیت زنجیره‌ی مارکف در تحلیل پایایی و ایمنی سیستم‌ها پی برد. از آن‌جا که روش مارکف روشی بسیار مهم در تحلیل ایستا و پویای پایایی و ایمنی سیستم‌هاست و روشی بسیار کاراتر از درخت خطاست، توسعه‌ی معیارها و تحلیل‌هایی که روی درخت خطا انجام می‌شود به زنجیره‌ی مارکف، اهمیت فراوانی دارد.

تحقیقات انجام شده برای معرفی معیارهای شناسایی^۷ و پتانسیل عملکرد^۸ پیشرفت بزرگی در تحلیل حساسیت زنجیره‌های مارکف بود.^[۲۰] بر اساس این تحلیل‌ها، دو ون و همکاران^۹ یک معیار اهمیت برای تحلیل اهمیت زنجیره‌ی مارکف در حالت پایدار^{۱۰} ارائه کردند.^[۲۱] معیار آنها همچنین به زنجیره‌های مارکف در حالت غیر پایدار نیز توسعه داده شد.^[۲۲] دو ون و همکاران همچنین معیار اهمیت در پایایی ديفرانسیلی^{۱۱} را نیز به زنجیره‌های مارکف در حالت پایدار توسعه دادند.^[۲۳]

در این مقاله سعی بر این است تا معیارهای مقدار افزایش ریسک،^{۱۲} مقدار کاهش ریسک،^{۱۳} بحرانی بودن^{۱۴} و برنجام^{۱۵} به زنجیره‌های مارکف در حالت پایدار و ناپایدار تعمیم داده شود. معیارهایی را که در این مقاله تعمیم داده می‌شوند، می‌توان مهم‌ترین معیارهای اهمیت در پایایی دانست که روش‌های شناخته شده‌ی چون تجزیه و تحلیل احتمالی ایمنی^{۱۶} در تحلیل‌های خود از آنها استفاده می‌کنند.

۲. تعاریف معیارهای اهمیت در پایایی

در این بخش تعاریف سنتی معیارهای اهمیت در پایایی ارائه می‌شود. در این مقاله منظور از تعاریف سنتی معیارهای اهمیت در پایایی، تعاریف این معیارها در درخت خطاست. این معیارها به صورت مختصر توضیح داده می‌شوند و خواننده برای اطلاعات بیشتر می‌تواند به منابع فراوانی که در این زمینه وجود دارد، مراجعه نماید.^[۲۴، ۲۵] همچنین بعد از ارائه توضیحات در ارتباط با معیارهای مذکور توضیحاتی کلی در ارتباط با زنجیره‌ی مارکف و اصول مورد استفاده از آن در مقاله‌ی حاضر ارائه خواهد شد.

۱.۲. RAW

مقدار اهمیت یک جزء در خرابی کل سیستم را می‌توان با استفاده از این معیار به دست آورد. در واقع این معیار بیان می‌کند که در صورت خرابی جزء مورد نظر، کل سیستم چقدر در معرض خرابی قرار می‌گیرد. به عبارتی این معیار اهمیت حفظ پایایی فعلی جزء مورد نظر را نشان می‌دهد که کارایی بالای آن موجب کاربردهای فراوانی شده است. رابطه‌ی ۱ این معیار مورد نظر را ارائه می‌کند.

$$RAW(j) = \frac{SR_{BE}^j}{SR_{BE}^N}, \quad j = 1, \dots, N \quad (1)$$

۲.۲. RRW

این معیار تأثیر کارکرد سالم و بدون اشکال یک جزء بر کارکرد کل سیستم را اندازه‌گیری می‌کند. تعریف این معیار بسیار کمک کننده است و با استفاده از آن می‌توان اجزایی را که بهبود در پایایی آنها بیشترین تأثیر را بر پایایی کل سیستم دارد، شناسایی کرد. یکی از کاربردهای مهم این معیار در تعیین اولویت هر یک از

نمی‌کنند یا دقیق نیستند^[۱۶] یا این که محدود به شرایط خاص اند.^[۱۷، ۱۸] در حالی که روش مارکف کاملاً دقیق است و قابلیت تحلیل تمام حالات ممکن را نیز دارد. البته از مشکلات روش مارکف نیز افزایش انفجاری فضای مسئله با بزرگ شدن سیستم است که به این محدودیت نیز به وسیله روش‌های مختلفی پرداخته شده است.^[۱۹] با توجه به مطالب ذکر شده می‌توان به اهمیت زنجیره‌ی مارکف در تحلیل پایایی و ایمنی سیستم‌ها پی برد. از آن‌جا که روش مارکف روشی بسیار مهم در تحلیل ایستا و پویای پایایی و ایمنی سیستم‌هاست و روشی بسیار کاراتر از درخت خطاست، توسعه‌ی معیارها و تحلیل‌هایی که روی درخت خطا انجام می‌شود به زنجیره‌ی مارکف، اهمیت فراوانی دارد.

تحقیقات انجام شده برای معرفی معیارهای شناسایی^۷ و پتانسیل عملکرد^۸ پیشرفت بزرگی در تحلیل حساسیت زنجیره‌های مارکف بود.^[۲۰] بر اساس این تحلیل‌ها، دو ون و همکاران^۹ یک معیار اهمیت برای تحلیل اهمیت زنجیره‌ی مارکف در حالت پایدار^{۱۰} ارائه کردند.^[۲۱] معیار آنها همچنین به زنجیره‌های مارکف در حالت غیر پایدار نیز توسعه داده شد.^[۲۲] دو ون و همکاران همچنین معیار اهمیت در پایایی ديفرانسیلی^{۱۱} را نیز به زنجیره‌های مارکف در حالت پایدار توسعه دادند.^[۲۳]

در این مقاله سعی بر این است تا معیارهای مقدار افزایش ریسک،^{۱۲} مقدار کاهش ریسک،^{۱۳} بحرانی بودن^{۱۴} و برنجام^{۱۵} به زنجیره‌های مارکف در حالت پایدار و ناپایدار تعمیم داده شود. معیارهایی را که در این مقاله تعمیم داده می‌شوند، می‌توان مهم‌ترین معیارهای اهمیت در پایایی دانست که روش‌های شناخته شده‌ی چون تجزیه و تحلیل احتمالی ایمنی^{۱۶} در تحلیل‌های خود از آنها استفاده می‌کنند.

نمادها

RAW: معیار مقدار افزایش در ریسک؛

RRW: معیار مقدار کاهش در ریسک؛

CI: معیار مقدار بحرانی بودن؛

BI: معیار اهمیت برنجام؛

DIM: معیار اهمیت ديفرانسیلی؛

MC: زنجیره‌ی مارکف؛

FT: درخت خطا؛

Nominal value (NV): مقدار نامی؛

S^۱: خرابی سیستم؛

S^۰: سالم بودن سیستم؛

{j}: مجموعه اجزای سیستم؛

$j^1 = BE_j = 1$: رخداد حادثه‌ی پایه‌ی j که معادل با خرابی جزء j است؛

$j^0 = BE_j = 0$: عدم رخداد حادثه‌ی پایه‌ی j که معادل با سالم بودن جزء j است؛

α_i , $i = 1, \dots, M$: پارامترهای ریسک سیستم؛

α_i^{NV} , $i = 1, \dots, M$: مقادیر نامی برای پارامترهای ریسک سیستم؛

P^j , P^{j^1} : احتمال رخداد و عدم رخداد حادثه‌ی پایه‌ی j ؛

SR_α: ریسک سیستم که در سطح پارامتری نوشته شده است؛

SR_{BE}: ریسک سیستم که در سطح حوادث پایه‌ی نوشته شده است؛

SR_{BE}^۱, SR_{BE}^۰: ریسک سیستم زمانی که حادثه‌ی پایه‌ی j رخ داده یا رخ نداده است؛

اجزای از کار افتاده برای تعمیر است. رابطه‌ی ۲ فرمول معیار مورد اشاره را نشان می‌دهد. RRW نیز همانند RAW پرکاربرد است و به کرات از آن استفاده شده است.

$$RRW(j) = \frac{SR_{BE}^B}{SR_{BE}^j}, \quad j = 1, \dots, N \quad (2)$$

۳.۲. BI

معیار BI اولین معیاری است که در این حوزه معرفی شده است. این معیار احتمال بحرانی بودن یک جزء را برای کل سیستم محاسبه می‌کند. در حقیقت معیار BI میزان انطباق خرابی یک جزء با خرابی کل سیستم و انطباق عملکرد جزء مورد نظر با عملکرد کل سیستم را نشان می‌دهد. رابطه‌ی ۳ فرمول و شیوه‌ی محاسبه آن را ارائه می‌کند.

$$BI(j) = SR_{BE}^1 - SR_{BE}^j, \quad j = 1, \dots, N \quad (3)$$

۴.۲. CI

این معیار میزان بحرانی بودن هر جزء را محاسبه می‌کند. به عبارتی معیار CI نشان می‌دهد که در صورتی که از خرابی کل سیستم آگاه باشیم، احتمال این که جزء مورد نظر برای این خرابی بحرانی باشد و خراب هم شود، چقدر است. رابطه‌ی ۴ فرمول این معیار را ارائه می‌دهد. در رابطه‌ی مزبور مشهود است که قسمت بحرانی بودن تعریف را می‌توان با استفاده از معیار برنهام محاسبه کرد.

$$CI(j) = \frac{(SR_{BE}^1 - SR_{BE}^j) p^j}{SR_{BE}^B} = BI(j) \frac{p^j}{SR_{BE}^B}, \quad j = 1, \dots, N \quad (4)$$

۵.۲. زنجیره‌ی مارکف

زنجیره‌ی مارکوف مدلی تصادفی برای وصف توالی از رویدادهای احتمالی است که احتمال هر رویداد فقط به حالت رویداد قبلی بستگی دارد. در واقع زنجیره‌ی مارکوف یک فرایند تصادفی بدون حافظه است که توزیع احتمال شرطی حالت بعد فقط به حالت فعلی بستگی دارد و مستقل از گذشته است که اصطلاحاً این شکل از بی حافظگی را خاصیت مارکفی می‌نامند. زنجیره‌ی مارکوف در مدل‌سازی دنیای واقعی کاربردهای زیادی دارد. در زنجیره‌های مارکفی زمان گسسته، انتقال از هر حالت به حالت بعدی در زمان‌های گسسته صورت می‌پذیرد و در صورتی که انتقال بتواند در هر زمانی انجام شود زنجیره‌ی مارکف زمان پیوسته حاصل می‌شود.

در زنجیره‌های مارکفی زمان گسسته و با بهره‌گیری از خاصیت بی‌حافظگی، یک ماتریس احتمال انتقال حاصل می‌شود که با استفاده از آن می‌توان احتمال انتقال بین حالت‌های مختلف شبکه در هر قطاع زمانی را محاسبه کرد. در نهایت با ضرب متوالی ماتریس‌های مزبور احتمال قرارگیری سیستم در وضعیت‌های مختلف بعد از چند انتقال محاسبه می‌شود. در صورتی که پس از چند مرحله ضرب ماتریس‌های اشاره شده، تغییری در ماتریس حاصل رخ ندهد یا به عبارتی احتمال انتقال بین حالات بعد از یک مرحله ثابت شود، سیستم به حالت پایدار رسیده است.^[۴۳]

۳. توسعه‌ی معیارهای اهمیت در پایایی به زنجیره‌ی مارکف

در این بخش به توسعه‌ی معیارهای اهمیت در پایایی به زنجیره‌ی مارکف پرداخته می‌شود. همان‌طور که گفته شد درخت خطا دارای ضعف‌های متعددی است که معیارهای اهمیت تعریف شده روی آن نیز از این قاعده مستثنی نیستند. مثلاً عدم در نظر گرفتن زمان خرابی که با توجه به پیچیدگی سیستم‌های امروزی تأثیر بسزایی در تحلیل‌ها دارد یا قابلیت تعمیرپذیری سیستم که بدون شک در سیستم‌های واقعی عامل جدا نشدنی کاربرد آنهاست از عواملی هستند که در درخت خطا قابل اعمال نیستند.^[۲۷،۲۶] بدیهی است که در نظر نگرفتن دو موضوع ذکر شده در تحلیل‌های مربوط به پایایی می‌تواند نتایجی بسیار متفاوت از آنچه واقعاً روی می‌دهد، ارائه کند. با مطالعه‌ی ادبیات موضوع و در نظر گرفتن قابلیت سایر روش‌های مدل‌سازی کارکرد و خرابی سیستم‌ها، روش مارکفی برای قابلیت‌های بسیار بالای آن در حل مشکلات درخت خطا انتخاب شد تا بدین وسیله معیارهای اهمیت توسعه داده شده مسائلی چون زمان و تعمیرپذیری را در نتایج خود در نظر بگیرند.^[۲۹،۲۸] نتیجه‌ی این توسعه که در بخش‌های بعدی با استناد به دو مثال سنجیده می‌شود نشان از حل دو مسئله‌ی مهم مزبور دارد و اهمیت بسیار بالای توسعه‌ی معیارهای مورد نظر به زنجیره‌ی مارکف را بیان می‌کند. همان‌طور که گفته شد، معیارهایی که در این بخش توسعه داده می‌شوند مهم‌ترین و پرکاربردترین معیارهای مورد استفاده در پیشینه‌اند.

۱.۳. توسعه‌ی RAW

به‌منظور توسعه‌ی معیار RAW به زنجیره‌ی مارکف از تعریف سنتی آن در درخت خطا کمک می‌گیریم. با استفاده از تعریف سنتی RAW ، قوانین احتمال شرطی و مفاهیم موجود در زنجیره‌ی مارکف روابط ۵ و ۶ احصا می‌شوند. روش رسیدن به روابط ۵ و ۶ یکسان است؛ تفاوت آنها فقط در این است که رابطه‌ی ۵ معیار مورد نظر را در زمان t و رابطه‌ی ۶ معیار را در حالت پایدار نشان می‌دهد.

$$RAW(j) = \frac{\vec{V}_{p(t)}^{MC} (\vec{V}_{S^1, j^1}^{MC})^T}{\vec{V}_{p(t)}^{MC} (\vec{V}_{S^1}^{MC})^T}, \quad j = 1, \dots, N \quad (5)$$

$$RAW(j) = \frac{\vec{V}_{\pi}^{MC} (\vec{V}_{S^1, j^1}^{MC})^T}{\vec{V}_{\pi}^{MC} (\vec{V}_{S^1}^{MC})^T}, \quad j = 1, \dots, N \quad (6)$$

اثبات:

برای اثبات در ابتدا رابطه‌ی ۵ انتخاب می‌شود. با توجه به تعریف سنتی این معیار صورت کسر رابطه‌ی ۱ مقدار احتمال خرابی سیستم در صورت خرابی جزء j است. این مقدار برابر است با $p(s^1 \cap j^1)/p(j^1)$. با توجه به قوانین احتمال شرطی می‌توان نوشت:

$$p(s^1 \cap j^1) = \sum_{k=1}^O p(s^1 \cap j^1 / MC \text{ is in state } k) p(MC \text{ is in state } k)$$

که در این رابطه در صورتی که در گره k هم سیستم و هم جزء j خراب باشند، داریم: $p(s^1 \cap j^1 / MC \text{ is in state } k) = 1$ و در غیر این صورت داریم:

$p(s^1 \cap j^0 / MC \text{ is in state } k) = 0$ در این صورت $p(s^1 \cap j^1 / MC \text{ is in state } k)$ برابر با $p(s^1 \cap j^0 / MC \text{ is in state } k)$ است. پس می‌توان گفت مقدار عبارت $p(s^1 \cap j^0 / MC \text{ is in state } k)$ برابر با مجموع احتمال گره‌هایی است که در آنها سیستم خراب و جزء j سالم است. به عبارت دیگر می‌توان نوشت: $p(s^1 \cap j^0) = \vec{V}_{p(t)}^{MC} (\vec{V}_{S^1, j^0}^{MC})^T$. مقدار $p(j^0)$ نیز به همین ترتیب به دست می‌آید. برای به دست آوردن مقدار $p(j^0)$ می‌نویسیم:

$$p(j^0) = \sum_{k=1}^O p(j^0 / MC \text{ is in state } k) p(MC \text{ is in state } k)$$

این رابطه مقدار $p(j^0 / MC \text{ is in state } k)$ زمانی که در گره‌ی جزء j خراب باشد، برابر با یک و در غیر این صورت برابر با صفر است. پس مقدار عبارت $p(j^0)$ برابر با جمع احتمال گره‌هایی است که در آنها جزء j در حالت سالم قرار دارد یا به عبارتی: $p(j^0) = \vec{V}_{p(t)}^{MC} (\vec{V}_{j^0}^{MC})^T$. با توجه به مطالب آمده رابطه‌ی γ ثابت می‌شود. برای اثبات رابطه‌ی λ کافی است تا در مراحل اثبات رابطه‌ی γ به جای $\vec{V}_{p(t)}^{MC}$ از \vec{V}_{π}^{MC} استفاده کنیم.

۳.۳. توسعه‌ی BI

برای توسعه‌ی معیار BI از مفهوم آن که در رابطه‌ی ۳ ارائه شده است و قوانین مورد استفاده در اثبات دو فرمول قبلی کمک می‌گیریم. با استفاده از این قوانین، فرمول معیار BI در زنجیره‌ی مارکف به صورت روابط ۹ و ۱۰ حاصل می‌شود. رابطه‌ی ۱۰ همان رابطه‌ی ۹ در حالت پایدار زنجیره‌ی مارکف است.

$$BI(j) = \frac{\vec{V}_{p(t)}^{MC} (\vec{V}_{S^1, j^1}^{MC})^T}{\vec{V}_{p(t)}^{MC} (\vec{V}_{j^1}^{MC})^T} - \frac{\vec{V}_{p(t)}^{MC} (\vec{V}_{S^1, j^0}^{MC})^T}{\vec{V}_{p(t)}^{MC} (\vec{V}_{j^0}^{MC})^T}, \quad j = 1, \dots, N \quad (9)$$

$$BI(j) = \frac{\vec{V}_{\pi}^{MC} (\vec{V}_{S^1, j^1}^{MC})^T}{\vec{V}_{\pi}^{MC} (\vec{V}_{j^1}^{MC})^T} - \frac{\vec{V}_{\pi}^{MC} (\vec{V}_{S^1, j^0}^{MC})^T}{\vec{V}_{\pi}^{MC} (\vec{V}_{j^0}^{MC})^T}, \quad j = 1, \dots, N \quad (10)$$

اثبات:

ابتدا به اثبات رابطه‌ی ۹ می‌پردازیم. برای رسیدن به رابطه‌ی ۹ از رابطه‌ی ۳ که در آن تعریف سنتی معیار BI در درخت خطا آمده است، استفاده می‌کنیم. در رابطه‌ی ۳ می‌توان عبارت SR_{BE}^j را با توجه به تعریف آن به صورت عبارت $p(s^1 \cap j^1) / p(j^1)$ نوشت. طبق اثبات ارائه شده برای RAW مقدار این رابطه برابر با عبارت اول رابطه‌ی ۹ به دست می‌آید. مقدار SR_{BE}^j در رابطه‌ی ۳ را نیز می‌توان به صورت $p(s^1 \cap j^0) / p(j^0)$ نوشت. مقدار این رابطه نیز با توجه به فرآیند طی شده در اثبات RRW برابر با عبارت دوم در رابطه‌ی ۹ است. پس با کنار هم قرار دادن موارد حاصل رابطه‌ی ۹ ثابت می‌شود. برای به دست آوردن رابطه‌ی ۱۰ کافی است تا در مراحل اثبات رابطه‌ی ۹ به جای $\vec{V}_{p(t)}^{MC}$ از \vec{V}_{π}^{MC} که احتمال حالت پایدار سیستم را نشان می‌دهد، استفاده کنیم.

۴.۳. توسعه‌ی CI

برای اثبات این معیار نیز از تعریف آن که در رابطه‌ی ۴ ارائه شده استفاده می‌کنیم. با استفاده از رابطه‌ی ۴ و قوانین استفاده شده در اثبات روابط قبلی رابطه‌ی این معیار طبق رابطه‌های ۱۱ و ۱۲ به دست می‌آید که رابطه‌ی ۱۲ همان ۱۱ در حالت پایدار زنجیره‌ی مارکف است.

$p(s^1 \cap j^1 / MC \text{ is in state } k) = 0$ در این صورت $p(s^1 \cap j^1 / MC \text{ is in state } k)$ برابر با $p(s^1 \cap j^0 / MC \text{ is in state } k)$ است. پس می‌توان به این نتیجه رسید که: $p(s^1 \cap j^1) = \vec{V}_{p(t)}^{MC} (\vec{V}_{S^1, j^1}^{MC})^T$. برای به دست آوردن مقدار $p(j^1)$ می‌توان نوشت: $p(j^1) = \sum_{k=1}^O p(j^1 / MC \text{ is in state } k) p(MC \text{ is in state } k)$ در گره‌هایی که در آنها جزء j خراب باشد، مقدار $p(j^1 / MC \text{ is in state } k)$ برابر با یک می‌شود و در غیر این صورت این مقدار برابر با صفر است. بنابراین، می‌توان گفت که مقدار $p(j^1)$ برابر با مجموع احتمالات گره‌هایی است که در آنها جزء j خراب است که معادل با تعریف $\vec{V}_{p(t)}^{MC} (\vec{V}_{j^1}^{MC})^T$ است. برای به دست آوردن مخرج رابطه‌ی ۱ می‌توان نوشت:

$$p(s^1) = \sum_{k=1}^O p(s^1 / MC \text{ is in state } k) p(MC \text{ is in state } k)$$

در گره‌ی سیستم خراب باشد، مقدار عبارت $p(s^1 / MC \text{ is in state } k)$ برابر با یک و در غیر این صورت این مقدار برابر با صفر می‌شود. پس می‌توان گفت که مقدار عبارت $p(s^1 / MC \text{ is in state } k) p(MC \text{ is in state } k)$ برابر با مجموع احتمال گره‌هایی که در آنها سیستم خراب است یا به طور معادل: $p(s^1) = \vec{V}_{p(t)}^{MC} (\vec{V}_{S^1}^{MC})^T$ به دست آوردن رابطه‌ی ۶، مراحل به همین صورت است، فقط به جای $\vec{V}_{p(t)}^{MC}$ از \vec{V}_{π}^{MC} استفاده می‌کنیم.

۲.۳. توسعه‌ی RRW

برای توسعه‌ی رابطه‌ی این معیار به زنجیره‌ی مارکف نیز ابتدا تعریف آن در درخت خطا را، که در رابطه‌ی ۲ آمده است، مورد توجه قرار می‌دهیم. با توجه به قوانین احتمال و مفاهیم موجود در زنجیره‌ی مارکف فرمول این معیار طبق روابط ۷ و ۸ حاصل می‌شود. رابطه‌ی ۸ همان رابطه‌ی ۷ برای حالت پایدار زنجیره‌ی مارکف است.

$$RRW(j) = \frac{\vec{V}_{p(t)}^{MC} (\vec{V}_{S^1}^{MC})^T}{\vec{V}_{p(t)}^{MC} (\vec{V}_{S^1, j^0}^{MC})^T / \vec{V}_{p(t)}^{MC} (\vec{V}_{j^0}^{MC})^T}, \quad j = 1, \dots, N \quad (7)$$

$$RRW(j) = \frac{\vec{V}_{\pi}^{MC} (\vec{V}_{S^1}^{MC})^T}{\vec{V}_{\pi}^{MC} (\vec{V}_{S^1, j^0}^{MC})^T / \vec{V}_{\pi}^{MC} (\vec{V}_{j^0}^{MC})^T}, \quad j = 1, \dots, N \quad (8)$$

اثبات:

ابتدا به اثبات رابطه‌ی ۷ می‌پردازیم. صورت رابطه‌ی ۲ که فرمول این معیار را در درخت خطا نشان می‌دهد، همانند مخرج رابطه‌ی ۱ است که در اثبات مربوط به RAW رابطه‌ی نظیر آن ثابت شد. حال به اثبات مخرج رابطه‌ی ۲ می‌پردازیم. مخرج رابطه‌ی ۲ را می‌توان به صورت $p(s^1 \cap j^0) / p(j^0)$ نوشت. برای به دست آوردن این رابطه در زنجیره‌ی مارکف می‌نویسیم: $p(s^1 \cap j^0) = \sum_{k=1}^O p(s^1 \cap j^0 / MC \text{ is in state } k) p(MC \text{ is in state } k)$ که سیستم خراب است و جزء j در حالت سالم است مقدار عبارت

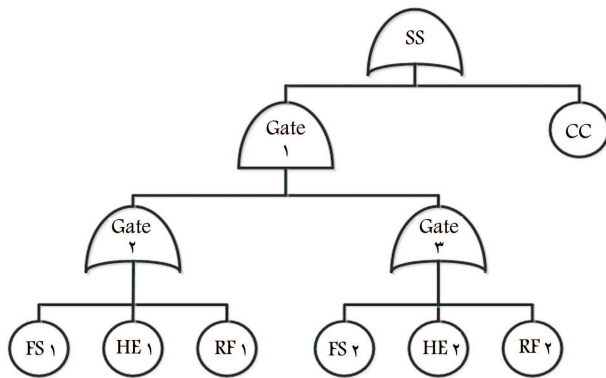
کنیم، تقریب بخشی از حوادث را استفاده کرده‌ایم. با توجه به مطالب آورده شده و قوانین احتمال می‌توان فهمید که این تقریب منجر به جواب‌هایی در درخت خطا می‌شود که دقیق نیستند و با واقعیت فاصله‌ی محسوسی دارند.^[۳۰] در صورتی که معیارهای اهمیت ارائه شده در زنجیره‌ی مارکف بر این ضعف غلبه و جواب‌های کاملاً دقیق ارائه می‌کنند.

در کنار تمام مطالب آورده شده، می‌توان از تمام نرم‌افزارهایی که برای محاسبات در حوزه‌ی زنجیره‌ی مارکف ارائه شده‌اند، استفاده کرد تا معیارهای تعریف شده در آن را تخمین زد.

۵. اجرای مدل و نتایج

برای پیاده‌سازی روابط جدید معیارها، از یک مثال عملی مطرح شده در پیشینه‌ی موضوع استفاده می‌کنیم. این مثال سیستم ایمنی است که برگو^{۱۹} و آپستلاکس^{۲۰} در کار خود از آن استفاده کرده‌اند.^[۳۱] درخت خطای این سیستم در شکل ۱ نشان داده شده است. جدول ۱ در توضیح شکل ۱ ارائه می‌شود.

با دقت به شکل ۱ می‌توان کلیت ساختار و عملکرد سیستم (SS در شکل ۱) را به دست آورد. این سیستم از دو پمپ تشکیل شده است که به صورت موازی با یکدیگر عمل می‌کنند. در صورت خرابی دو پمپ به صورت هم‌زمان، سیستم نیز خراب می‌شود. هر پمپ به چند شیوه ممکن است خراب شود. اولین شکل خرابی،



شکل ۱. درخت خطای سیستم ایمنی.^[۳۱]

جدول ۱. اطلاعات سیستم ایمنی.^[۳۱]

پایه‌ی حادثه‌ی	احتمال خرابی	معنا
CC	$3/6 \times 10^{-2}$	خرابی ریشه‌ی مشترک ^۱
FS _۱	$1/2 \times 10^{-2}$	پمپ اول روشن نشود
FS _۲	$1/2 \times 10^{-2}$	پمپ دوم روشن نشود
HE _۱	$1/0 \times 10^{-2}$	خطای ناشی از اشتباه انسان در حین تعمیر یا نگهداری پمپ اول
HE _۲	$1/0 \times 10^{-2}$	خطای ناشی از اشتباه انسان در حین تعمیر یا نگهداری پمپ دوم
RF _۱	$3/6 \times 10^{-2}$	خرابی مستقل پمپ اول
RF _۲	$3/6 \times 10^{-2}$	خرابی مستقل پمپ دوم

^۱ common cause failure

$$CI(j) = \frac{\left(\frac{\vec{V}_{p(t)}^{MC} (\vec{V}_{S^1, j^1}^{MC})^T}{\vec{V}_{p(t)}^{MC} (\vec{V}_{S^1, j^1}^{MC})^T} - \frac{\vec{V}_{p(t)}^{MC} (\vec{V}_{S^1, j^1}^{MC})^T}{\vec{V}_{p(t)}^{MC} (\vec{V}_{S^1, j^1}^{MC})^T} \right) \vec{V}_{p(t)}^{MC} (\vec{V}_{S^1}^{MC})^T}{\vec{V}_{p(t)}^{MC} (\vec{V}_{S^1}^{MC})^T}, \quad j = 1, \dots, N \quad (11)$$

$$CI(j) = \frac{\left(\frac{\vec{V}_{\pi}^{MC} (\vec{V}_{S^1, j^1}^{MC})^T}{\vec{V}_{\pi}^{MC} (\vec{V}_{S^1, j^1}^{MC})^T} - \frac{\vec{V}_{\pi}^{MC} (\vec{V}_{S^1, j^1}^{MC})^T}{\vec{V}_{\pi}^{MC} (\vec{V}_{S^1, j^1}^{MC})^T} \right) \vec{V}_{\pi}^{MC} (\vec{V}_{S^1}^{MC})^T}{\vec{V}_{\pi}^{MC} (\vec{V}_{S^1}^{MC})^T}, \quad j = 1, \dots, N \quad (12)$$

اثبات:

همان‌طور که گفته شد، برای اثبات روابط ۱۱ و ۱۲ به رابطه‌ی ۴ که تعریف سنتی معیار CI در درخت خطا را ارائه کرده است، مراجعه می‌کنیم. ابتدا به اثبات رابطه‌ی ۱۱ می‌پردازیم و برای اثبات رابطه‌ی ۱۲ کافی است تا در مراحل اثبات رابطه‌ی ۱۱ به جای $\vec{V}_{p(t)}^{MC}$ از \vec{V}_{π}^{MC} استفاده کنیم. در رابطه‌ی ۴ می‌توان به جای عبارت p و مطابق با تعریف آن مقدار $p(j^1)$ را نوشت. معادل $p(j^1)$ در زنجیره‌ی مارکف عبارت $\vec{V}_{p(t)}^{MC} (\vec{V}_{S^1}^{MC})^T$ است که در مراحل اثبات RAW به دست آمد. در رابطه‌ی ۴ می‌توان به جای مقدار SR_{BE}^B از مخرج کسر رابطه‌ی RAW استفاده کرد که معادل این عبارت در زنجیره‌ی مارکف نیز در مراحل اثبات RAW به دست آمد. همان‌طور که در روابط دو معیار BI و CI مشخص شده است، سایر قسمت‌های رابطه‌ی ۴ نیز با رابطه‌ی ۳ مشترک‌اند اثبات یکسانی دارند. پس رابطه‌ی ۱۱ اثبات می‌شود.

۴. ویژگی‌های معیارهای اهمیت در پایایی در زنجیره‌ی مارکف

از آن‌جا که معیارهای ارائه شده تغییر در تعاریف و مفاهیم زنجیره‌ی مارکف ایجاد نمی‌کنند و فقط از روند و نتایج آن استفاده می‌کنند، به تمام ویژگی‌ها و مزایای زنجیره‌ی مارکف مجهز هستند. شاید بتوان گفت که مهم‌ترین مزیت زنجیره‌ی مارکف نسبت به درخت خطا، خاصیت پویای زنجیره‌ی مارکف است که قابلیت در نظر گرفتن هر گونه وابستگی پویا بین اجزای مختلف سیستم را دارد. پس معیارهای اهمیتی که به زنجیره‌ی مارکف توسعه داده شده‌اند، نیز توانایی در نظر گرفتن وابستگی‌های پویای بین اجزای سیستم‌های واقعی را دارا هستند.

خاصیت مهم دیگری که معیارهای اهمیت توسعه داده شده، به واسطه‌ی قابلیت‌های زنجیره‌ی مارکف به آن مجهز می‌باشند، این است که قادرند تعمیرپذیری اجزای سیستم را نیز در نظر بگیرند. زنجیره‌ی مارکف قابلیت در نظر گرفتن نرخ تعمیر را نیز دارد؛ پس معیارهایی که از نتایج این روش استفاده می‌کنند، می‌توانند تعمیرپذیری اجزای سیستم را در نظر بگیرند.

یک خاصیت بسیار مهم و جذاب دیگر در معیارهای اهمیت تعریف شده در زنجیره‌ی مارکف این است که این معیارها بر تقریب بخشی از حوادث^{۱۷} غلبه می‌کنند. این تقریب که در محاسبات درخت خطا وجود دارد در واقع همان بخش اول فرمول سیلوستر - پوینکاری^{۱۸} در محاسبه‌ی احتمال اجتماع حوادث است. به عبارتی زمانی که می‌خواهیم احتمال اجتماع چند حادثه را محاسبه کنیم، اگر احتمال آنها را با یکدیگر جمع کنیم و در ادامه‌ی محاسبات از اشتراک حوادث صرف نظر

جدول ۲. نتایج حاصل از معیارهای اهمیت در پایایی.

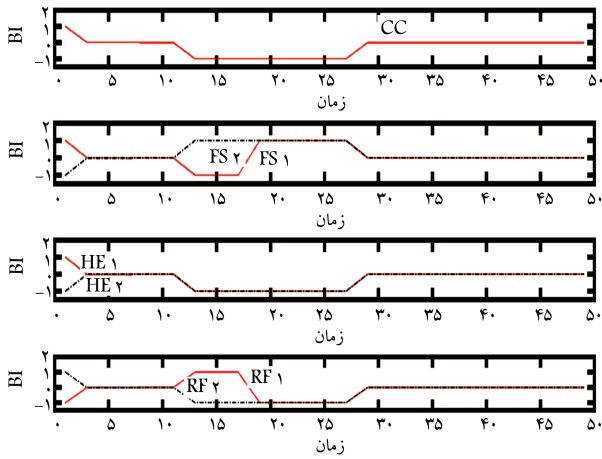
RF۲	RF۱	HE۲	HE۱	FS۲	FS۱	CC	IM
۸,۸۳۳۰۳	۸,۸۳۳۰۳	۸,۸۳۳۰۳	۸,۸۳۳۰۳	۸,۸۳۳۰۳	۸,۸۳۳۰۳	۱۴۶,۰۳۲۳۳	
۸,۸۳۳۰۳	۸,۸۳۳۰۳	۸,۸۳۳۰۳	۸,۸۳۳۰۳	۸,۸۳۳۰۳	۸,۸۳۳۰۳	۱۴۶,۰۳۲۳۳	RAW
۹,۰۲۸۷۲	۹,۰۲۸۷۲	۹,۰۲۴۵۲۶	۹,۰۲۴۵۲۶	۹,۰۲۲۸۶۰	۹,۰۲۲۸۶۰	۱۴۴,۰۷۸۶۹	
۱,۴۱۳۴۷	۱,۴۱۳۴۷	۱,۰۸۵۹۲	۱,۰۸۵۹۲	۱,۱۰۵۱۴	۱,۱۰۵۱۴	۲,۱۰۰۸۵	
۱,۴۱۳۴۷	۱,۴۱۳۴۷	۱,۰۸۵۹۲	۱,۰۸۵۹۲	۱,۱۰۵۱۴	۱,۱۰۵۱۴	۲,۱۰۰۸۵	RRW
۱,۴۲۸۲۲	۱,۴۲۸۲۲	۱,۰۹۰۸۵	۱,۰۹۰۸۵	۱,۱۱۱۰۴	۱,۱۱۱۰۴	۲,۰۷۰۱۵	
۰,۰۵۵۶۴	۰,۰۵۵۶۴	۰,۰۵۴۱۸	۰,۰۵۴۲۹	۰,۰۵۴۲۹	۰,۰۵۴۲۹	۰,۹۹۶۷۴	
۰,۰۵۵۶۴	۰,۰۵۵۶۴	۰,۰۵۴۱۸	۰,۰۵۴۱۸	۰,۰۵۴۲۹	۰,۰۵۴۲۹	۰,۹۹۶۷۴	BI
۰,۰۵۸۰۰	۰,۰۵۸۰۰	۰,۰۵۷۹۹	۰,۰۵۷۹۹	۰,۰۵۷۹۹	۰,۰۵۷۹۹	۰,۹۹۹۹۹	
۰,۲۹۲۵۲	۰,۲۹۲۵۲	۰,۰۷۹۱۲	۰,۰۷۹۱۲	۰,۹۵۱۴	۰,۰۹۵۱۴	۰,۵۲۴۰۰	
۰,۲۹۲۵۲	۰,۲۹۲۵۲	۰,۰۷۹۱۲	۰,۰۷۹۱۲	۰,۹۵۱۴	۰,۰۹۵۱۴	۰,۵۲۴۰۰	CI
۰,۲۹۹۸۳	۰,۲۹۹۸۳	۰,۰۸۳۲۸	۰,۰۸۳۲۸	۰,۰۹۹۹۴	۰,۰۹۹۹۴	۰,۵۱۶۹۴	

پمپ را به شکل هم‌زمان مورد تأثیر قرار می‌دهد، نیز قابل پیش‌بینی بود؛ پس نتایج حاصل شده با استفاده از محاسبات منطبق بر نتایج درک شهودی از سیستم هستند. جهت صحت‌سنجی روش توسعه داده شده به مدل‌های مارکفی و آزمایش داده‌های به دست آمده با استفاده از معیارهای اهمیت در زنجیره‌های مارکف از مثال شکل ۱ استفاده شد؛ با این تفاوت که برای اجزای سیستم شکل مزبور قابلیت تعمیرپذیری در نظر گرفته شد. بدین ترتیب هر یک از اجزای شکل ۱ نرخ تعمیرپذیری برابر با پنج برابر نرخ خرابی ارائه شده در جدول ۱ دارند. برای شبیه‌سازی مدل مارکفی مورد نیاز برای تحلیل مثال تعمیرپذیر شکل ۱ از روش واکنش بعدی^[۲۱] استفاده شد.^[۲۵-۲۳] در این روش حالت بعدی زنجیره‌ی مارکف بر اساس کمینه‌ی زمان مورد نیاز برای رسیدن به حالات بعدی، بر اساس کلیه‌ی تغییرات ممکن در حالت فعلی سیستم روی می‌دهد. به این ترتیب که حالت فعلی سیستم محاسبه می‌شود و انتقال از آن به حالت‌های بعدی ممکن با احتساب کمینه‌ی زمان مورد نیاز برای انتقال‌های مورد اشاره محاسبه می‌شود. بدین صورت حالت بعدی سیستم به همراه زمان مورد نیاز برای انتقال محاسبه می‌شود. این انتقال می‌تواند رو به جلو - یعنی خرابی یک جزء - یا رو به عقب - یعنی تعمیر یک جزء - باشد. برای اعتبارسنجی نتیجه‌ی شبیه‌سازی زنجیره‌ی مارکف و متعاقب آن نتایج معیارهای اهمیت مارکفی با استفاده از روش واکنش بعدی، مثال شکل ۱ با استفاده از روش مونت کارلوی ارائه شده در منبع^[۲۶] اجرا شد. در روش مونت کارلوی ارائه شده ابتدا عملکرد هر یک از اجزای سیستم بدون احتساب حالت هر دریاچه برای مدت زمان طولانی محاسبه می‌شود. سپس روش توسعه داده شده از ابتدا و در طول زمان حرکت و در زمان‌های متعدد حالت اجزای سیستم را محاسبه می‌کند. با مشخص شدن حالت اجزای سیستم و در نظر گرفتن دریاچه‌های ارتباط دهنده‌ی آنها، حالت کل سیستم معلوم می‌شود. این عمل به تعداد معینی تکرار می‌شود و در نهایت احتمال خرابی یا عملکرد سیستم در طول

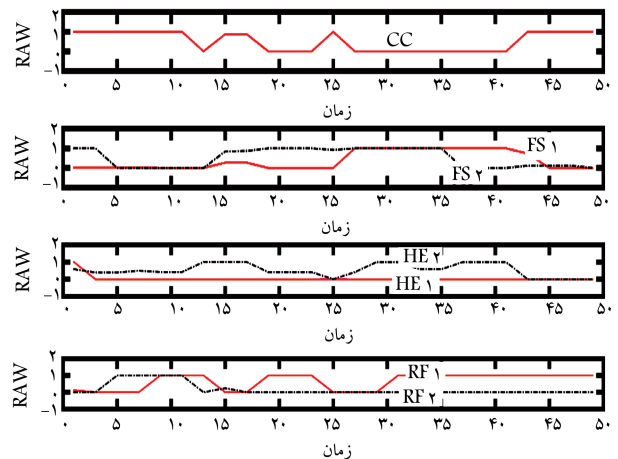
خرابی با ریشه‌ی مشترک است که در صورتی که رخ دهد، هر دو پمپ هم‌زمان با یکدیگر خراب می‌شوند. نوع دوم خرابی هر پمپ به صورت مستقل و در اثر اشتباه انسانی است. نوع سوم خرابی، خرابی مستقل هر پمپ در اثر عوامل مختلف و در حین عملکرد سیستم است. مدت زمان مأموریت سیستم برابر با یک سال در نظر گرفته شده است. احتمال خرابی سیستم در زمان مأموریت خود با استفاده از درخت خطا و با تقریب بخشی از حوادث برابر با ۰,۰۰۶۹۶ به دست می‌آید. در حالی که مقدار دقیق احتمال خرابی سیستم بدون تقریب بخشی از حوادث برابر با ۰,۰۰۶۸۵ است که برابر با مقدار به دست آمده از تحلیل زنجیره‌ی مارکف سیستم است.

جدول ۲ نتایج معیارهای اهمیت توسعه داده شده را نشان می‌دهد. در هر خانه‌ی جدول ۲، سه عدد موجود است. عدد اول از بالا مقدار معیار مورد نظر را با استفاده از تعریف زنجیره‌ی مارکف نشان می‌دهد. عدد دوم مقدار دقیق معیار مورد نظر را نشان می‌دهد که بدون تقریب بخشی از حوادث حاصل شده است. این عدد حاصل از حل دقیق و بدون تقریب مدل سیستم مورد نظر است. عدد سوم نشان‌دهنده‌ی معیار مورد نظر با استفاده از تعریف سنتی است که تقریب بخشی از حوادث نیز در آن دخیل است. همان‌طور که مشاهده می‌شود نتایج حاصل از معیارهای توسعه داده شده به زنجیره‌ی مارکف با نتایج دقیق بدون تقریب برابری می‌کند. این امر نشان‌دهنده‌ی این است که مدل مارکفی توسعه داده شده برای معیارهای اهمیت مورد نظر به خوبی توانسته است با نتایج حاصل از حل دقیق و بدون تقریب مدل خرابی سیستم مورد نظر تطابق داشته باشد.

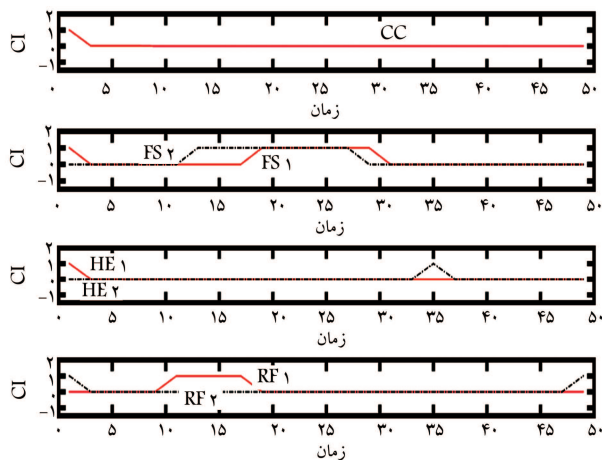
همان‌طور که از جدول ۲ نیز مشخص است، حادثه‌ی پایایی CC با توجه به تمام معیارها بیشترین اهمیت را به خود اختصاص داده است که نشان‌دهنده‌ی تأثیر بسیار بالای آن در عملکرد سیستم است. این نتایج با توجه به نوع حادثه‌ی CC که در دو



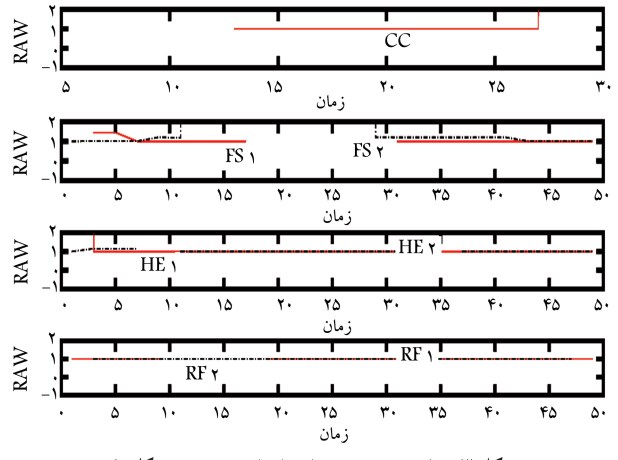
شکل ۴. نتایج BI برای اجزای سیستم شکل ۱.



شکل ۲. نتایج RAW برای اجزای سیستم شکل ۱.



شکل ۵. نتایج CI برای اجزای سیستم شکل ۱.



شکل ۳. نتایج RRW برای اجزای سیستم شکل ۱.

۶. نتیجه‌گیری

در این تحقیق توسعه‌ی معیارهای اهمیت در پایایی به زنجیره‌ی مارکف مطالعه شد. معیارهای توسعه داده شده از مهم‌ترین و پرکاربردترین معیارهای موجود در پیشینه‌ی موضوع هستند که روش‌های مهمی چون تجزیه و تحلیل احتمالی ریسک در تحلیل‌های خود از آنها استفاده می‌کنند. در حالی که روش درخت خطا روشی است که به‌طور سنتی این معیارها در آن تعریف شده‌اند، روش زنجیره‌ی مارکف دارای برتری‌های چشم‌گیری نسبت به آن است که از جمله مهم‌ترین آنها می‌توان به در نظر گرفتن زمان و قابلیت تعمیرپذیری اجزا اشاره کرد. پس معیارهایی که در زنجیره‌ی مارکف تعریف شده‌اند، نسبت به تعاریف سنتی خود در درخت خطا به برتری‌های زنجیره‌ی مارکف مجهز شده‌اند.

از ویژگی‌های بسیار مهم زنجیره‌ی مارکف، خاصیت پویا بودن آن است که می‌تواند تمام وابستگی‌های زمانی بین خرابی اجزای سیستم را در نظر بگیرد. از دیگر امتیازهای زنجیره‌ی مارکف این است که می‌تواند تعمیر اجزای سیستم را نیز در تحلیل‌های خود وارد کند. از آن‌جاکه معیارهای تعریف شده در زنجیره‌ی مارکف در روش و مفاهیم آن تغییری ایجاد نمی‌کنند و فقط از نتایج آن استفاده می‌کنند، به تمام خواص آن مجهزند.

یک خاصیت مهم دیگر معیارهای توسعه داده شده به زنجیره‌ی مارکف، غلبه‌ی

زمان تعیین می‌شود. در این اجرا با توجه به تعاریف و مفاهیم اولیه‌ی ارائه شده برای معیارهای توسعه داده شده که در بخش دوم پژوهش به آنها اشاره شد و همچنین با استفاده از روش مونتکارلو منبع مورد نظر نتایج معیارهای اهمیت برای اجزای مختلف سیستم به دست آمد. برای به دست آوردن دقت بیشتر، شبیه‌سازی یک میلیون بار تکرار شد و متوسط نتایج به دست آمده برای مقایسه انتخاب شد.

نتیجه این‌که داده‌های به دست آمده از شبیه‌سازی واکنش بعدی معیارهای توسعه داده شده به مدل مارکفی، کاملاً مشابه با نتایج به دست آمده از شبیه‌سازی مونت کارلو تعاریف این معیارها برای مثال شکل ۱ بودند. نتایج معیارها برای اجزای شکل ۱ حاصل از روش توسعه داده شده در این مقاله و روش مونت کارلو منبع [۳۶] در شکل‌های ۲ تا ۵ ارائه شده است. در این شکل‌ها سیستم مثال شکل ۱ برای مدت زمان ۱۰۰ ساعت شبیه‌سازی شد و مقدار هر معیار اهمیت توسعه داده شده در هر زمان برای تمام اجزای سیستم شکل ۱ به دست آمد. به دلیل تطابق کامل نتایج برای روش توسعه داده شده و روش مونت کارلو، دو نمودار به دست آمده از این دو روش برای هر معیار اهمیت هر جزء کاملاً بر هم منطبق شده‌اند و در نتیجه برای اهمیت هر جزء فقط یک نمودار ارائه شد. این نتایج نشان‌دهنده‌ی کارایی بالای روش ارائه شده در این پژوهش برای به دست آوردن معیارهای اهمیت با استفاده از زنجیره‌های مارکفی است.

تقریب و دقیق مدل سیستم مقایسه شد که نشان‌دهنده‌ی تطبیق نتایج حل دقیق با نتایج حاصل از معیارهای تعریف شده در زنجیره‌ی مارکف بود. معیارهای مهم دیگری مانند معیار فوزل - وسلی^{۲۲} و معیارهای اهمیت ساختاری نیز در پیشینه‌ی موضوع وجود دارند که هر یک دارای تفسیر خاص خود از سیستم و در نتیجه کاربردهای منحصر به فردیاند. توسعه‌ی این معیارها به زنجیره‌ی مارکف می‌تواند موضوعی برای تحقیقات آتی باشد.

آنها بر تقریب بخشی از حوادث است. در حالی که این تقریب در درخت خطا وجود دارد و درخت خطا برای غلبه بر آن نیاز به ترکیب با سایر روش‌ها دارد، معیارهای تعریف شده در زنجیره‌ی مارکف ذاتاً بر این تقریب غلبه می‌کنند و نتایج دقیقی دارند که در دو مثال ارائه شده به خوبی نشان داده شد. معیارهای اهمیت توسعه داده شده و نتایج حاصل از آن در یک مثال عملی برگرفته از پژوهش‌های پیشین پیاده‌سازی شد. نتایج، با نتایج حاصل از حل بدون

پانوشته‌ها

1. reliability importance measures (IMs)
2. Birnbaum
3. fault tree
4. stand by
5. gate
6. dynamic fault tree (DFT)
7. realization factors
8. performance potential
9. Do Van et al.
10. steady-state
11. differential importance measure (DIM)
12. risk achievement worth (RAW)
13. risk reduction worth (RRW)
14. criticality importance measure (CI)
15. birnbaum importance measure (BI)
16. Probabilistic safety assessment (PSA)
17. rare event approximation
18. silvestre-poincare
19. Borgonovo
20. Apostolakis
21. the next reaction method
22. fussell-vesely

منابع (References)

6. Dugan, J.B., Bavuso, S.J. and Boyd, M.A. "Dynamic fault-tree models for fault-tolerant computer systems", *Reliability, IEEE Transactions on*, **41**, pp. 363-377 (1992).
7. Dugan, J.B., Bavuso, S.J. and Boyd, M.A. "Fault trees and sequence dependencies", *In Reliability and Maintainability Symposium, 1990. Proceedings, Annual, 1990*, pp. 286-293.
8. Boudali, H., Crouzen, P. and Stoelinga, M. "Dynamic fault tree analysis using input/output interactive markov chains", *in Dependable Systems and Networks, 2007. DSN'07. 37th Annual IEEE/IFIP International Conference on*, pp. 708-717. (2007).
9. Zeller, M. and Montrone, F. "Combination of component fault trees and markov chains to analyze complex, software-controlled systems", *in 2018 3rd International Conference on System Reliability and Safety (ICSRs)*, pp. 13-20 IEEE (2018).
10. Chiola, G., Dutheillet, C., Franceschinis, G. and et al. "Stochastic well-formed colored nets and symmetric modeling applications", *Computers, IEEE Transactions on*, **42**, pp. 1343-1360 (1993).
11. Yevkin, O. "An efficient approximate Markov chain method in dynamic fault tree analysis", *Quality and Reliability Engineering International*, **32**(4), pp. 1509-1520 (2016).
12. Pullum, L.L., Dugan, J.B. "Fault tree models for the analysis of complex computer-based systems", *in Reliability and Maintainability Symposium, 1996 Proceedings. International Symposium on Product Quality and Integrity, Annual*, pp. 200-207 (1996).
13. Mo, Y. "A multiple-valued decision-diagram-based approach to solve dynamic fault trees", *Reliability, IEEE Transactions on*, **63**, pp. 81-93 (2014).
14. Zhang, X., Miao, Q., Fan, X. and et al. "Dynamic fault tree analysis based on Petri nets", *In Reliability, Maintainability and Safety, 2009. ICRMS 2009. 8th International Conference on*, pp. 138-142. (2009).
15. Dugan, J.B., Sullivan, K.J. and Coppit, D. "Developing a low-cost high-quality software tool for dynamic fault-tree analysis", *Reliability, IEEE Transactions on*, **49**, pp. 49-59 (2000).
16. Montani, S., Portinale, L. and Bobbio, A. "Dynamic bayesian networks for modeling advanced fault tree features in dependability analysis", *in Proceedings of the*
1. Birnbaum, L. W. "On the importance of different elements in a multielement system", *Multivariate Analysis*, v2, Academic Press, New York (1969).
2. Vaurio, J.K. "Importance measures in risk-informed decision making: ranking, optimisation and configuration control", *Reliability Engineering & System Safety*, **96**, pp. 1426-1436, (2011).
3. Dugan, J.B., Bavuso, S.J. and Boyd, M.A. "Fault trees and markov models for reliability analysis of fault-tolerant digital systems", *Reliability Engineering & System Safety*, **39**, pp. 291-307 (1993).
4. Xing, L., Fleming, K.N. and Loh, W.T. "Comparison of markov model and fault tree approach in determining initiating event frequency for systems with two train configurations", *Reliability Engineering & System Safety*, **53**, pp. 17-29 (1996).
5. Amari, S., Dill, G. and Howald, E. "A new approach to solve dynamic fault trees", *In Reliability and Maintainability Symposium, Annual*, pp. 374-379. (2003).

- 16th European Conference on Safety and Reliability, Leiden, The Netherlands, AA Balkema, pp. 1415-1422 (2005).
17. Long W., Sato, Y. and Horigome, M. "Quantification of sequential failure logic for fault tree analysis", *Reliability Engineering & System Safety*, **67**, pp. 269-274 (2000).
 18. Amari, S., Dill, G. and Howald, E. "A new approach to solve dynamic fault trees", in Reliability and Maintainability Symposium, Annual, 2003, pp. 374-379. (2003).
 19. Baier, C. and Katoen, J.-P. "Principles of model checking", MIT press Cambridge, (2008).
 20. Cao X.-R. and Wan, Y.-W. "Algorithms for sensitivity analysis of Markov systems through potentials and perturbation realization", *Control Systems Technology, IEEE Transactions on*, **6**, pp. 482-494 (1998).
 21. Do Van, P., Barros, A. and Berenguer, C. "Reliability importance analysis of Markovian systems at steady state using perturbation analysis", *Reliability Engineering & System Safety*, **93**, pp. 1605-1615 (2008).
 22. Do Van, P., Barros, A. and Berenguer, C. "Importance measure on finite time horizon and application to Markovian multistate production systems", *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part O: Journal of Risk and Reliability*, **222**, pp. 449-461 (2008).
 23. Do Van, P., Barros, A. and Berenguer, C. "From differential to difference importance measures for markov reliability models", *European Journal of Operational Research*, **204**, pp. 513-521 (2010).
 24. Kuo, W. and Zhu, X. "Some recent advances on importance measures in reliability", *Reliability, IEEE Transactions on*, **61**, pp. 344-360 (2012).
 25. Kuo, W. and Zhu, X. "Relations and generalizations of importance measures in reliability", *Reliability, IEEE Transactions on*, **61**, pp. 659-674 (2012).
 26. Gu, Y.-K., Zhang, J. Shen, Y.-J. and et al. "Fault tree analysis method based on probabilistic model checking and discrete time markov Chain", *Journal of Industrial and Production Engineering*, **36**(3), pp. 146-153 (2019).
 27. Boudali, H., Crouzen, P. and Stoelinga, M. "A compositional semantics for dynamic fault trees in terms of interactive markov chains", in Automated Technology for Verification and Analysis: Springer, pp. 441-456 (2007).
 28. Li, Y. Coolen, F.P. "Time-dependent reliability analysis of wind turbines considering load-sharing using fault tree analysis and Markov chains", *Journal of Risk and Reliability* (2019).
 29. Hermanns, H. "Interactive Markov chains: and the quest for quantified quality: Springer-Verlag", (2002).
 30. Epstein, S. and Rauzy, A. "Can we trust PRA", *Reliability Engineering & System Safety*, **88**, pp. 195-205 (2005).
 31. Borgonovo, E. and Apostolakis, G.E. "A new importance measure for risk-informed decision making", *Reliability Engineering & System Safety*, **72**, pp. 193-212 (2001).
 32. Gillespie, D.T. "Exact stochastic simulation of coupled chemical reactions," *The Journal of Physical Chemistry*, **81**(25), pp. 2340-2361 (1977).
 33. Morshed, M., Ingalls, B. and Ilie, S. "Effective implicit finite-difference method for sensitivity analysis of stiff stochastic discrete biochemical systems", *IET Systems Biology*, **12**(4), pp. 123-130 (2018).
 34. Koster, T. and Uhrmacher, A.M. "Handling dynamic sets of reactions in stochastic simulation algorithms", in *Proceedings of the 2018 ACM SIGSIM Conference on Principles of Advanced Discrete Simulation*, pp. 161-164 ACM (2018).
 35. Ewald, R. "Automatic algorithm selection for complex simulation problems", Springer (2012).
 36. Rao, K.D., Gopika, V., Rao, V.V.S.S. and et al. "Dynamic fault tree analysis using monte carlo simulation in probabilistic safety assessment", *Reliability Engineering & System Safety*, **94**(4), pp. 872-883 (2009).