

مکان‌یابی رقابتی ترتیبی با در نظر گرفتن قابلیت اطمینان و گرانسی

مریم اسمعیلی* (دانشیار)

نجمه بهرامپور (دانشجوی دکتری)

گروه مهندسی صنایع، دانشکده‌ی فنی و مهندسی، دانشگاه الزهراء

مهندسی صنایع و مدیریت شریف، زمستان ۱۳۹۹
دوره‌ی ۱، شماره ۱، ۲، ص. ۸۳-۹۵

در این نوشتار مسئله‌ی مکان‌یابی رقابتی با در نظر گرفتن قابلیت اطمینان بررسی و حل شده است. قابلیت اطمینان به صورت احتمال خارج شدن هر تسهیل از سرویس‌دهی به مشتریان در نظر گرفته شده است. دو شرکت به ترتیب مکان بهینه‌ی تسهیلات خود را تعیین می‌کنند. مسئله به صورت بازی استاکلبرگ مدل شده که رهبر و پیرو به ترتیب مکان‌های خود را برای ایجاد تسهیل انتخاب می‌کنند. هدف هر یک از رقبا بیشینه‌سازی سود است. پارامترهای جمعیتی به عنوان عوامل مؤثر در انتخاب مکان و رفتار مشتریان در انتخاب هر یک از تسهیلات متأثر از پارامتر کیفی و فاصله در نظر گرفته شده است. برای حل مسئله با توجه به NP-hard بودن آن برای حل مسائل بزرگ و متوسط از الگوریتم فراابتکاری NSGAII و برای مسائل کوچک از روش جستجوی کامل فضای جواب استفاده شده است. در پایان مسائل عددی به صورت تصادفی تولید شده جواب‌های بهینه پارتو به دست آمده برای هر کدام از مسائل مشخص شده‌اند.

واژگان کلیدی: مکان‌یابی رقابتی، بازی استاکلبرگ، قابلیت اطمینان، الگوریتم

NSGAII

esmaeili_m@alzahra.ac.ir
najmeh.bahrampour@gmail.com

۱. مقدمه

مکان‌یابی رقابتی تحت شرایط متفاوتی بررسی شده است؛ از جمله تعداد رقبا، تعداد تصمیمات استراتژیک مانند مکان‌یابی، قیمت‌گذاری، میزان عرضه، ظرفیت تسهیلات یا تصمیمات هم‌زمان یا ترتیبی. برای مرور انواع مدل‌های مکان‌یابی رقابتی می‌توان به نوشتارهای Eieslet ۱۹۹۳ و Plastria ۲۰۰۱ رجوع کرد.^[۱، ۲]

مسائل مکان‌یابی رقابتی ممکن است به صورت مسائل هم‌زمان و یا ترتیبی باشند. تصمیم‌گیری در خصوص مکان‌یابی شرکت‌ها در مسائل ترتیبی، به صورت غیر هم‌زمان (بازی رهبر-پیرو) مدل می‌شوند بدین شکل که ابتدا رهبر تصمیم گرفته و سپس پیرو بر اساس تصمیم رهبر تصمیم‌گیری می‌کند. در مسائل هم‌زمان و ترتیبی نقاط تعادل به ترتیب نش و استاکلبرگ هستند به طوری که در این نقاط تعادل هیچ‌یک از بازیکنان تمایلی به تغییر استراتژی خود ندارد.^[۳] در بسیاری از مسائل مکان‌یابی رقابتی سازمان‌ها به صورت ترتیبی با یکدیگر در رقابت‌اند. در این مسائل مجموعه‌ی مکان‌های منتخب موجود است و هدف یافتن مکان بهینه‌ی تسهیل جدید است که با تسهیلات موجود رقابت دارد. مسئله‌ی مکان‌یابی رقابتی - ترتیبی ابتدا توسط حکیمی (۱۹۸۳) مطرح شد که به بررسی مسئله‌ی مکان‌یابی تسهیلات رقابتی با استفاده از رویکرد بازی رهبر-پیرو پرداخته است. مبنای انتخاب مشتریان فاصله است و مشتریان تسهیلاتی را که با آنها کم‌ترین فاصله را داشته باشد انتخاب می‌کنند.^[۴]

تعیین مکان بهینه‌ی تسهیلات برای شرکت‌ها به دلیل بالا بودن هزینه‌های سرمایه‌گذاری و این که از جمله تصمیمات استراتژیک سازمان‌ها محسوب می‌شود، از موضوعات مهم دنیای امروز است و انتخاب صحیح آن مستقیماً در موفقیت و کسب سود شرکت‌ها تأثیر دارد. بیشتر مسائل مکان‌یابی بدون توجه به حضور رقبا بررسی شده است و تنها با در نظر گرفتن پارامترهای مورد نیاز در طراحی بررسی و حل شده‌اند.^[۱] در حالی که شرکت‌ها با شرکت‌های مشابه فعال در بازارهای یکسان رقابت دارند و سهم بالقوه‌ی آنها از بازار به انتخاب مکان بهینه‌ی تسهیلات آنان وابسته است. مسئله‌ی مکان‌یابی رقابتی تسهیلات، شامل مکان‌یابی یک یا چند تسهیل جدید است که این تسهیل یا تسهیلات جدید پس از ورود به بازار باید برای تسخیر بازار با تسهیلاتی که از قبل وجود داشته‌اند یا در آینده وارد بازار خواهند شد، به رقابت بپردازند. مسئله مکان‌یابی رقابتی اولین بار در سال ۱۹۲۹ توسط Hotelling جهت تعیین مکان تاسیس دو بستنی‌فروشی که هر یک به دنبال بیشینه کردن میزان تقاضای مشتریان بودند مطرح شد، در مسئله در نظر گرفته شده هر مشتری تقاضای متغیر دارد و هزینه حمل می‌پردازد. در این مسئله فرض بر آن است که هر دو بر روی یک خط قرار دارند و مشتریان روی خط دارای توزیع یکنواخت‌اند.^[۲] ادبیات مسائل

* نویسنده مسئول

تاریخ: دریافت ۱۳۹۸/۶/۲۳، اصلاحیه ۱۳۹۹/۱/۲۹، پذیرش ۱۳۹۹/۲/۱۷

DOI:10.24200/J65.2020.54090.2032

Plastria و Vanhaverbek (۲۰۰۸) مسئله‌ی مکان‌یابی رقابتی بر اساس

مدل پیشینه پوشش‌دهی با هدف سهم قابل کسب از بازار را بررسی کرده‌اند. در این مدل پس از ورود رهبر، رقیب با یک تسهیل جدید وارد بازار شده و با رهبر به رقابت می‌پردازد. مدل با در نظر گرفتن محدودیت بودجه تحت سناریوهای مختلف بررسی شده و استراتژی بهینه برای آن با توجه به سهم رقیب مشخص شده است.^[۷] در مقاله‌ی Küçükaydin (۲۰۱۱) مسئله به صورت ترتیبی و گسسته در نظر گرفته شده است؛ با ورود رهبر به بازار رقبای موجود از طریق تغییر میزان جذابیت تسهیلات خود به رقابت با رهبر در راستای سود می‌پردازند. مدل دوسطحی برنامه‌ریزی غیرخطی با روش‌های بهینه‌سازی جهانی حل شده است.^[۸] ابولیان (۲۰۰۹) مسئله‌ی مکان‌یابی گسسته‌ی m تسهیل جدید در شرایط رقابتی را با روشی مبتنی بر «تقریب خط ماس» که در مطالعات قبلی خود به دست آورده‌اند حل کرده‌اند و نتایج ایشان حاکی از کارایی روش ارائه شده برای حل مسائل بزرگ است.^[۹] Konour و Geunes (۲۰۱۲) نیز مسئله‌ی مکان‌یابی رقابتی را با هزینه‌هایی از قبیل حمل‌ونقل، حمل‌ونقل ویژه و تأسیس در نظر گرفتند که در آن قیمت متأثر از میزان عرضه است. با توجه به مدل ارائه شده برای یافتن نقطه‌ی بهینه از رویکردی ابتکاری استفاده شده و نتایج با روش جستجوی تصادفی مقایسه شده‌اند.^[۱۰]

همچنین در برخی تحقیقات مسائل مکان‌یابی به تصمیماتی نظیر قیمت‌گذاری می‌پردازند. معمولاً در این تحقیقات رقبا ابتدا به طور هم‌زمان مکان بهینه‌ی تسهیلات خود را تعیین می‌کنند و سپس در خصوص مقدار و قیمت تصمیم‌گیری می‌کنند.^[۱۱-۱۳] Fischer (۲۰۰۲) مسئله‌ی مکان‌یابی و قیمت‌گذاری را به صورت رهبر - پیرو بررسی کرده است.^[۱۴] Rhim و همکاران (۲۰۰۳) بازی مکان‌یابی رقابتی گسسته سه‌مرحله‌ی با تصمیم‌گیری در خصوص مکان، میزان تولید، ظرفیت تولید هم‌زمان یا ترتیبی مطالعه کرده‌اند.^[۱۵] endrix و Sáiz (۲۰۰۸) نیز مسئله‌ی مکان‌یابی شبکه‌ی رقابتی دو مرحله‌ی را بررسی کردند که در آن گروه‌ها مکان‌های منتخب برای خدمات هستند. در مرحله‌ی اول تصمیم‌گیرندگان به طور هم‌زمان در خصوص تعیین مکان عرضه‌ی خدمات تصمیم‌گیری می‌کنند و در مرحله‌ی دوم در خصوص میزان تولید تصمیم‌گیری می‌کنند.^[۱۶] Heredia و Dáz-Báñez (۲۰۱۱) مسئله‌ی مکان‌یابی دو وجهی با دو تصمیم‌گیرنده را که به طور هم‌زمان در خصوص تعیین مکان بهینه تصمیم می‌گیرند، بررسی کردند. آنها فرض کردند که تمام رقبا محصولات یکسان را می‌فروشند و مشتریان تأمین‌کننده‌ی را انتخاب می‌کنند که قیمت کم‌تری ارائه کند. در مرحله‌ی اول در خصوص مکان تسهیلات تصمیم گرفته و سپس قیمت تعیین می‌شود.^[۱۷]

Drenzer و همکاران (۲۰۱۸) بیان کردند که در تمام مطالعات انجام شده میزان جذابیت تسهیلات برای تمام مشتریان مقداری ثابت در نظر گرفته شده است، اگرچه در عمل ممکن است این میزان جذابیت برای مشتریان متفاوت و ناهمگن باشد. در مطالعه‌ی ایشان میزان جذابیت به صورت تصادفی در نظر گرفته شده است و با استفاده از دو روش تقریب - توزیع جذابیت و استفاده از جذابیت مؤثر بررسی شده است.^[۱۸] رحمانی (۲۰۱۶) مسئله‌ی مکان‌یابی رقابتی در زنجیره‌ی تأمین حلقه‌بسته را با در نظر گرفتن قاعده‌ی گرانش هاف و با هدف پیشینه‌سازی سود بررسی کردند. ابتدا مسئله را به صورت دوسطحی و مختلط عدد صحیح مدل‌سازی و سپس مدل را تبدیل به تک‌سطحی کرده و با استفاده از روش بهینه‌سازی جهانی حل کرده‌اند.^[۱۹] Godhino و همکاران (۲۰۱۸) مسئله‌ی مکان‌یابی رقابتی تأسیس هتل را بررسی کردند. آنها فرض کردند مشتریان به مکان‌هایی سفر می‌کنند که میزان جذابیت بیشتری دارند و «قیمت» تنها عامل تعیین‌کننده‌ی انتخاب هتل برای آنهاست. برای یافتن نقطه‌ی تعادل نش از الگوریتم ژنتیک استفاده شده است.^[۲۰] Küçükaydin (۲۰۱۱) در حالتی که رقبا در پاسخ به ورود شرکت به بازار

میزان جذابیت خود را تغییر می‌دهند، مسئله‌ی مکان‌یابی رقابتی را بررسی کرده است. مسئله به صورت رهبر - پیرو مدل‌سازی و با الگوریتم GMIN-aBB حل شده است.^[۲۱] سعیدانی و همکاران (۲۰۱۲) مسئله‌ی مکان‌یابی رقابتی همراه با تعیین کیفیت خدمات برای یک خرده‌فروش را مدل‌سازی کردند. مسئله به صورت دو مرحله‌ی بررسی شده، ابتدا کیفیت خدمات تعیین (نقطه تعادلی نش) و سپس مکان خرده‌فروش تعیین باوجود رقبا تعیین می‌شود.^[۲۲]

تسهیلات شرکت‌ها همواره به دلایل مختلف ممکن است از سرویس‌دهی به مشتریان خارج شوند که می‌تواند متأثر از عوامل انسانی مانند جنگ، حملات تروریستی و یا طبیعی مانند سیل و زلزله باشد.^[۲۳] برای مثال در حادثه‌ی ۱۱ سپتامبر بخش عظیمی از فرایندهای اقتصادی و اداری به دلیل توقف برج‌های دوقلو دچار توقف شد یا زلزله‌ی تایوان در سال ۱۹۹۹ نیز شوک عظیمی به بازار قطعات نیمه‌هادی وارد کرد.^[۲۴] Daskin و Snyder (۲۰۰۵) یک مثال کاربردی از بحث قابلیت اطمینان و بحث مکان‌یابی را که منجر به هزینه‌های گزاف مالی شده است، بیان کرده‌اند، آنها یک سیستم عرضه با ۴۹ مرکز جمعیتی را در نظر گرفته و پس از حل این مسئله هزینه‌ی ثابت استقرار برای تسهیلات و هزینه‌ی حمل را به دست آورده‌اند. با این فرض که یکی از تسهیلات دچار خرابی شود مسئله را در نظر گرفتند. مشتریان برای دریافت خدمت باید به نزدیک‌ترین مرکز خدمت‌دهی مراجعه می‌کردند. طی کردن این فاصله برای مشتریان در کل هزینه‌ی حمل‌ونقل افزایش ۱۱۲ درصدی ایجاد کرد. به منظور حل این مشکل ایشان تعداد تسهیلات استقرار یافته را افزایش داد، اگر چه با این کار مجموع هزینه‌های ثابت افزایش می‌یافت اما موجب افزایش قابلیت اطمینان سیستم و کاهش هزینه‌های حمل‌ونقل اضافی شده است. نتایج حاکی از آن است که در صورت عدم توجه به قابلیت اطمینان در مکان‌یابی منجر به هزینه‌های گزاف مالی شده است.^[۲۵] Berman و همکاران (۲۰۰۷) نیز مسئله‌ی مکان‌یابی p-میان را با در نظر گرفتن وقوع خرابی در شبکه بررسی کرده‌اند. آنها نشان دادند که نقطه‌ی بهینه (تسهیلات بهینه‌ی تعیین شده) به احتمال خرابی تسهیلات به شدت وابسته و با افزایش احتمال خرابی، تسهیلات متمرکزتر^۱ و شلوغ‌تر^۲ شده است.^[۲۷] Cui و همکاران مکان‌یابی تسهیلات غیرظرفیت‌دار با هزینه‌ی ثابت را با در نظر گرفتن قابلیت اطمینان و با هدف کمینه‌سازی هزینه‌های اولیه و هزینه‌های مورد انتظار حمل‌ونقل ارائه کردند. مدل‌سازی به صورت مختلط عدد صحیح انجام شده است که با الگوریتم آزادسازی لاگرانژ Costumer-Designed حل شده است.^[۲۸] Snyder و همکاران در مطالعه‌ی، به بررسی جامع مقالات مکان‌یابی بدون حضور رقبا با در نظر گرفتن خرابی‌ها پرداخته‌اند.^[۲۹] Wang و Ouyang نیز مسئله‌ی مکان‌یابی فضایی^۳ را با در نظر گرفتن ریسک وقوع خرابی در مکان‌های تسهیلات و رویکرد رهبر - پیرو بررسی و آن را به صورت استاکلیبرگ مدل کرده‌اند. آنها روش حل تقریبی پیوسته را برای پیدا کردن جواب بهینه ارائه کرده‌اند؛ مسئله از جنس مکان‌یابی در فضای پیوسته است.^[۳۰]

با توجه به مرور ادبیات ذکر شده در این نوشتار، مدل مکان‌یابی رقابتی ترتیبی با رویکرد نظریه‌ی بازی‌های و قابلیت اطمینان ارائه شده است. مکان‌یابی مراکز به صورت ترتیبی بدین شکل است که ابتدا رهبر مکان بهینه‌ی تسهیلات خود را تعیین کرده و سپس پیرو توجه به مکان‌های رهبر، مکان بهینه‌ی تسهیلات خود را تعیین می‌کند. قابلیت اطمینان به صورت احتمال وقوع شکست در سرویس‌دهی به مشتریان برای هر یک از مکان‌های منتخب در نظر گرفته شده است. در این صورت برای هر مشتری چندین سطح تخصیص وجود دارد که در صورت عدم قابلیت سرویس‌دهی به مشتری توسط یک مرکز، مشتری سرویس مورد نظر خود را از مرکزی که در سطح تخصیص بعدی آن قرار دارد دریافت می‌کند. همچنین

برای مشتری و کاهش درآمد برای آن مرکز می‌شود. تعداد سطوح تخصیص به اندازه تعداد مراکز احداث شده است. هر مشتری دارای چندین سطح تخصیص است؛ مثلاً اگر مشتری دارای سه سطح تخصیص باشد، ابتدا مشتری از مرکز سطح یک خود خدمت دریافت می‌کند. در صورت وقوع شکست در دریافت خدمت از مرکز سطح دو و در صورت وقوع شکست مرکز سطح دو از مرکز سطح سه خدمت دریافت می‌کند. از آن جا که هدف ارائه‌ی خدمت به مشتریان با قابلیت اطمینان بالاست، هر مشتری در مسئله دارای چندین سطح تخصیص است. در ادامه، پارامترها و متغیرهای به کار رفته در مدل معرفی شده است.

۱.۲. تعریف پارامترها و متغیرهای مسئله

I: مجموعه‌ی مشتریان ($i=1, 2, \dots, n$)؛

J: مجموعه‌ی مکان‌های منتخب احداث مراکز توزیع ($j=1, 2, \dots, n$)؛

l: مجموعه‌ی عوامل تعیین‌کننده سطح سرویس ($l=1, \dots, L$)؛

r: تعداد سطوح تخصیص ($r=1, \dots, P$)؛

s_{lj} : میزان امتیاز عامل l برای مرکز j؛

w_l : وزن عامل l؛

μ_i : تقاضای مشتری i (تعداد)؛

d_{ij} : فاصله‌ی بین مکان مشتری i و مرکز j (کیلومتر)؛

A_{ij} : میزان جذابیت مرکز j برای مشتری i؛

a_j : سطح خدمت در مرکز j؛

p: قیمت فروش محصول (تومان)؛

q: احتمال عدم قابلیت ارائه‌ی سرویس در هر مرکز (احتمالات به صورت یکسان برای تمامی مراکز فرض شده است).

f_j : هزینه ثابت تأسیس مرکز j (تومان)؛

b_j : نرخ تولد (تعداد تولد در سال)؛

d_j : نرخ مرگ و میر (تعداد مرگ در سال)؛

(x_{1j}, y_{1j}) : مختصات مشتری i؛

(x_{1j}, y_{1j}) : مختصات مرکز j؛

e_j : نرخ مهاجرت به داخل منطقه (تعداد مهاجرت به داخل منطقه در سال)؛

i_j : نرخ مهاجرت به خارج منطقه (تعداد مهاجرت به خارج منطقه در سال). هر مشتری دارای p سطح تخصیص است که ($1 \leq r \leq p$)

۲.۲. متغیرهای مسئله

$$x_j = \begin{cases} 1 & \text{اگر در نقطه‌ی منتخب j مرکزی احداث شود} \\ 0 & \end{cases}$$

$$y_{jir} =$$

$$\begin{cases} 1 & \text{اگر مشتری i به مرکز تأسیس شده رهبر در مکان j در سطح r تخصیص یابد} \\ 0 & \end{cases}$$

$$y'_{ijr} =$$

$$\begin{cases} 1 & \text{اگر مشتری i به مرکز تأسیس شده پیرو در مکان j در سطح r تخصیص یابد} \\ 0 & \end{cases}$$

در انتخاب مکان برای رهبر و پیرو از مدل گرانشی هاف برای تعیین میزان جذابیت هر مکان و همچنین معیارهای عوامل جمعیت به عنوان نرخ رشد جمعیت استفاده شده است. با توجه به نوع مسئله و پیچیدگی آن از الگوریتم فراابتکاری NSGAII و جستجوی کامل فضای جواب برای حل مسائل استفاده شده است.

ساختار ادامه‌ی مقاله به این صورت است که ابتدا در بخش دوم تعریف مسئله و بیان دقیق مدل ریاضی با شرح دقیق متغیرها، پارامترها و محدودیت‌های مسئله ارائه شده است. به منظور حل مسئله از الگوریتم NSGAII استفاده شده، که نحوه‌ی نمایش جواب و عملگرهای مورد استفاده در بخش سوم ارائه شده است. در بخش چهارم مسائل نمونه برای تحقیق بیان شده و سپس نتایج محاسباتی الگوریتم آورده شده است. نتیجه‌گیری و پیشنهادها برای تحقیقات آتی نیز در بخش پنجم بیان شده است.

۲. تعریف مسئله و مدل‌سازی

دو شرکت قصد ایجاد مراکز با کالایی با ویژگی‌های یکسان و قیمت یکسان در مجموعه‌ی مکان‌های منتخب دارند، به نحوی که هر یک از مراکز ضمن تعقیب سود خود با مرکز دیگر در رقابت است. برای احداث مراکز m نقطه‌ی منتخب وجود دارد. عوامل جمعیتی مانند نرخ زاد و ولد، نرخ مرگ و میر و نرخ مهاجرت به منطقه و کوچ از آن منطقه نیز، عواملی مهم و اثرگذار در انتخاب محل هستند. مکان‌هایی که نرخ مثبت بیشتری دارند در آینده توسعه‌ی بیشتری خواهند داشت و با افزایش میزان تقاضا مواجه خواهند بود. از این رو نرخ رشد جمعیت به صورت ضریبی مؤثر در انتخاب مکان در نظر گرفته شده است. تصمیم‌گیری در خصوص احداث مراکز به صورت ترتیبی صورت می‌گیرد؛ یعنی ابتدا رهبر مکان بهینه‌ی تسهیلات خود را تعیین می‌کند و سپس پیرو توجه به مکان‌های رهبر، مکان بهینه‌ی تسهیلاتش را تعیین می‌کند.

میزان تقاضای هر مشتری مشخص است و مشتریان تمایل به تأمین کالای مورد نیاز خود از محلی با جذابیت بیشتر دارند. به طور کلی عوامل مؤثر بر میزان جذابیت یک مرکز برای مشتری متأثر از عوامل مختلف نظیر «سطح سرویس» و «فاصله» است. هرچه کیفیت سطح سرویس در مرکزی بیشتر باشد میزان جذابیت آن بیشتر است؛ همچنین با زیاد شدن فاصله تا مشتری این میزان جذابیت کاهش می‌یابد. عوامل تعیین‌کننده‌ی سطح سرویس در نظر گرفته شده عبارت‌اند از: عوامل راحتی شامل امنیت، دسترسی به فضای پارکینگ، وجود فضا برای استراحت، تمیزی، تنوع دسترسی شامل دسترسی به سایر مکان‌های مورد نیاز (مانند دسترسی به رستوران یا سایر فروشگاه‌ها) و نحوه‌ی دسترسی (مانند دسترسی از طریق حمل و نقل عمومی).^[۲۱]

قابلیت اطمینان مراکز بدین شکل است که هر یک از مراکز ممکن است با احتمال q از سرویس‌دهی به مشتریان خارج شوند که این می‌تواند به دلایل مختلف انسانی و یا طبیعی باشد، برای مثال، به دلیل وقوع حادثه‌ی مانند آتش‌سوزی یک مرکز ممکن است از سرویس‌دهی به مشتریان خارج شود.^[۲۲] احتمال وقوع شکست برای همه‌ی مراکز یکسان و از یکدیگر مستقل فرض شده به طوری که ممکن است چندین مرکز به طور هم‌زمان از سرویس‌دهی خارج شوند. هنگام وقوع شکست در یک مرکز توزیع مشتریانی که از آن مرکز توزیع خدمتی دریافت می‌کنند باید از مرکز دیگری که سالم است خدمت دریافت کنند. چنانچه یک مرکز قابلیت سرویس‌دهی به مشتریان را نداشته باشد، مشتریان خدمت مورد نظرشان را از مرکز دیگری که در سطح تخصیص بعدی آن وجود دارد دریافت می‌کنند. این امر موجب افزایش هزینه

با فرض احتمال عدم ارائه‌ی سرویس در هر مرکز احتمال دریافت خدمت مشتری i از تسهیل z که در سطح r به آن تخصیص یافته است برابر است با: [۲۶]

$$(\lambda - q)^{(r-1)} * q \quad (۱)$$

طبق مدل گرانثی هاف تابع جذابیت برای مشتری عبارت است از: [۲۲]

$$A_{ij} = \frac{\alpha_j / d_{ij}}{\sum_{j=1}^n (\alpha_j / d_{ij})} \quad (۲)$$

در این رابطه میزان بر اساس فاصله‌ی اقلیدسی در نظر گرفته شده است که به صورت زیر محاسبه می‌شود.

$$d_{ij} = \sqrt{(x_{\lambda i} - x_{\lambda j})^2 + (x_{r i} - x_{r j})^2} \quad (۳)$$

$$\alpha_j = \sum_{l=1}^L w_l s_{lj} \quad (۴)$$

میزان جذابیت برای تأسیس هر مرکز در هر مکان متناسب با میزان نرخ رشد جمعیت در آن مکان است که با پارامتر B_j نشان داده می‌شود. برای هر مکان این پارامتر از طریق رابطه‌ی ۵ محاسبه شده است. نرخ رشد جمعیتی در یک منطقه از مجموع نرخ تولد و مهاجرت به آن منطقه و کسر آن از مجموع نرخ مرگ‌ومیر و کوچ از آن منطقه بر مجموع کل نرخ‌های مناطق به دست می‌آید که هرچه میزان این نرخ بیشتر باشد امتیاز آن مکان برای انتخاب افزایش می‌یابد.

$$B_j = \frac{b_j + e_j - d_j - i_j}{\sum_{j=1}^m b_j + e_j - d_j - i_j} \quad (۵)$$

برای هر مکان و برای هر مشتری می‌توان از رابطه‌ی ۶ مقدار تابع را محاسبه کرد که از حاصل ضرب روابط ۲ و ۵ به دست می‌آید:

$$f_{ij} = A_{ij} * B_j = \frac{\sum_{l=1}^L w_l s_{lj}}{\sqrt{(x_{\lambda i} - x_{\lambda j})^2 + (x_{r i} - x_{r j})^2}} \cdot \frac{b_j + e_j - d_j - i_j}{\sum_{j=1}^m (b_j + e_j - d_j - i_j)} + \varepsilon \quad (۶)$$

امتیازات به دست آمده برای هر مرکز از طریق رابطه‌ی ۷ نرمال‌سازی می‌شود:

$$S_{ij} = \frac{f_{ij} - worst}{Best - worst} \quad (۷)$$

$$Best = \max(f_{ij}) \quad (۸)$$

$$worst = \min(f_{ij}) \quad (۹)$$

$$S_i = \frac{\sum_{j=1}^m s_{ij}}{\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m s_{ij}} \quad (۱۰)$$

با توجه به رویکرد رهبر - پیرو، تابع هدف رهبر عبارت است از هزینه‌های ثابت، هزینه‌ی حمل بین مشتری و مراکز، هزینه‌ی جابه‌جایی بین مراکز و میزان درآمد مورد

انتظار از فروش به طوری که:

$$\Pi_{\lambda} = \left(\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \sum_{r=1}^R \mu_i s_i y_{ijr} (\lambda - q)^{r-1} * q \right) * pr$$

$$- \sum_{j=1}^m f_j y_j - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m y_{ij} d_{ij} * q -$$

$$\sum_{r=2}^R \sum_{i=1}^n \sum_{j' \neq j}^m y_{ijr} * y_{ij'(r-1)} * d_{jj'} * (\lambda - q)^{r-1} * q \quad (۱۱)$$

$$y_{ijr} \leq y_j \quad (۱۲)$$

$$\sum_{r=1}^p y_{ijr} \leq \lambda \forall i \in I, j \in J \quad (۱۳)$$

$$\sum_{j=1}^m y_j = A \quad (۱۴)$$

$$\sum_{j \in J} y_{ijr} = \lambda \forall i \in I, r = 1, \dots, p \quad (۱۵)$$

$$x_j \in \{0, 1\} \quad (۱۶)$$

$$y'_{ijr} \leq y'_{ij} \forall y'_{ijr} \in \{0, 1\} \quad (۱۷)$$

با توجه به رویکرد رهبر - پیرو، تابع هدف پیرو عبارت است از هزینه‌های ثابت، هزینه‌ی حمل بین مشتری و مراکز، هزینه‌ی جابه‌جایی بین مراکز و میزان درآمد مورد انتظار از فروش به طوری که:

$$\Pi_{\tau} = \left(\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m \sum_{r=1}^R \mu_i s_i y'_{ijr} (\lambda - q)^{r-1} * q \right) * pr$$

$$- \sum_{j=1}^m f_j y'_j - \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^m y'_{ij} d_{ij} * q$$

$$- \sum_{r=2}^R \sum_{i=1}^n \sum_{j' \neq j}^m y'_{ijr} * y'_{ij'(r-1)} * d_{jj'} * (\lambda - q)^{r-1} * q \quad (۱۸)$$

$$y'_{ijr} \leq y'_j \quad (۱۹)$$

$$y_j + y'_j \leq \lambda \quad (۲۰)$$

$$y_{ijr} + y'_{ijr} \leq \lambda \quad (۲۱)$$

$$\sum_{r=1}^p y'_{ijr} \leq \lambda \forall i \in I, j \in J \quad (۲۲)$$

$$\sum_{j \in J} y'_{ijr} = \lambda \forall i \in I, r = 1, \dots, p \quad (۲۳)$$

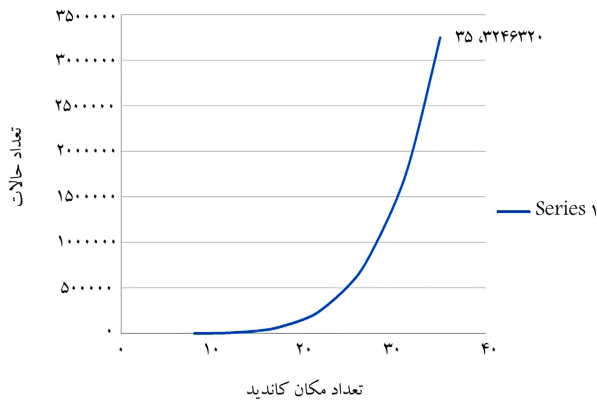
$$\sum_{j=1}^m y'_j = A \quad (۲۴)$$

$$x_j \in \{0, 1\} \quad (۲۵)$$

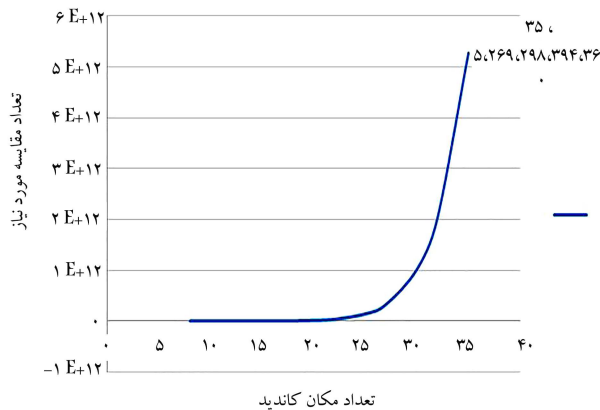
$$y_{ijr} \in \{0, 1\} \quad (۲۶)$$

$$y'_{ijr} \in \{0, 1\} \quad (۲۷)$$

توابع هدف رابطه‌ی ۱۱ و ۱۸ به ترتیب توابع هدف بیشینه‌سازی سود برای رهبر و پیرو هستند. این تابع از کسر هزینه‌ها، شامل هزینه‌های ثابت، هزینه‌ی حمل بین مشتری و مراکز و هزینه‌ی جابه‌جایی بین مراکز از میزان درآمد مورد انتظار از فروش



شکل ۱. نمودار تعداد حالات مورد بررسی.



شکل ۲. نمودار تعداد مقایسه‌های مورد نیاز.

توسعه داده شده است.^[۳۹] این الگوریتم یک روش جستجو برای یافتن راه‌حل‌های بهینه‌ی محلی برای مسائل بهینه‌سازی ارائه می‌کند. این الگوریتم با یک جمعیت اولیه شروع شده و هر راه‌حل به عنوان یک کروموزوم نمایش داده می‌شود. با اعمال عملگرها روی کروموزوم‌های اولیه پس از تعداد مشخص تکرار جواب نهایی مسئله به دست می‌آید. هر کروموزوم یک مقدار مرتبط با شایستگی دارد که عموماً تابع شایستگی تابع هدف مسئله در نظر گرفته می‌شود. با مطرح شدن موضوعاتی که در آن بیش از یک تابع هدف وجود دارد و نیاز به بررسی هم‌زمان بیش از یک مقدار برازندگی در سال ۲۰۰۱ Deb و همکارانش الگوریتم NSGAII را پایه‌گذاری کردند.^[۹] در روش NSGA-II از دو مفهوم رتبه‌بندی غیرغالب و فاصله‌ی ازدحام استفاده شده است. در رتبه‌بندی غیر غالب اعضای جمعیت بر اساس مفهوم غالبه نداشتن مرتب می‌شوند. در روش مرتب‌سازی غیر غالب به اعضایی از جمعیت که نسبت به سایر اعضای آن نسل غالبه نشده‌اند رتبه ۱ نسبت داده شده و در دسته‌ی جبهه اول قرار می‌گیرند و از جمعیت نیز کنار گذاشته می‌شوند. سپس در بین اعضای باقی‌مانده مجدداً اعضایی که مغلوب نشده باشند انتخاب شده و رتبه دو به آنها تعلق می‌گیرد. این اعضا در جبهه‌ی دوم قرار گرفته و به طور موقت از جمعیت کنار گذاشته می‌شوند. این روند تا قرار گرفتن تمامی اعضای جمعیت در جبهه‌های مختلف ادامه می‌یابد.^[۹] روند کلی الگوریتم عبارت است از:

۱. ایجاد جمعیت اولیه و محاسبه‌ی مقادیر برازندگی
۲. مرتب‌سازی جمعیت ایجاد شده بر اساس مفهوم غالبه و تعیین جبهه‌ها

محاسبه می‌شود. محدودیت ۱۲ و ۱۹ محدودیتی است که از تخصیص مشتری به مرکزی که ایجاد نشده است جلوگیری می‌کند. در محدودیت ۱۳ و ۲۲ از تخصیص مشتری به یک تسهیل در بیش از یک سطح جلوگیری می‌شود. محدودیت ۱۵ و ۲۳ تضمین می‌کند که هر مشتری در هر سطح باید به یک تسهیل تخصیص یابد. محدودیت ۱۴ و ۲۴ به تعیین تعداد مراکز ایجاد شده برای رهبر و پیرو اختصاص دارد که باید برابر با مقدار مشخصی باشد. محدودیت ۲۱ تعیین می‌کند هر مشتری رهبر یا پیرو را انتخاب می‌کند؛ و محدودیت ۲۰ مربوط به این است که رهبر و پیرو در یک مکان نمی‌توانند احداث کنند. محدودیت ۱۶، ۱۷، ۲۶، ۲۵ و ۲۷ متغیرهای تصمیم مسئله هستند.

۳. حل مسئله

الگوریتم جستجوی کامل فضای جواب تنها برای مسائل کوچک کاربرد دارد و از پیچیدگی نمایی $O(c^n)$ برخوردار است.^[۴۰] به طور مثال برای مسئله‌ی با وجود ۱۰ مکان منتخب برای رهبر با امکان ایجاد سه مرکز و پیرو با امکان ایجاد دو مرکز، تعداد کل حالات مورد نیاز برای بررسی $\binom{10}{3} \binom{7}{2} = 2520 \times 2520$ است. همان‌طور که در شکل ۱ و ۲ ملاحظه می‌شود تعداد حالات برای بررسی و تعداد مقایسه‌های مورد نیاز با افزایش تعداد مکان‌های منتخب به طور نمایی افزایش می‌یابد. از این رو برای حل مدل پیشنهادی از الگوریتم فراابتکاری NSGAII استفاده شده است. الگوریتم NSGAII کارایی بالایی در حل مسائل بهینه‌سازی دارد؛ از این الگوریتم در حل مسائل مکان‌یابی و همچنین مکان‌یابی رقابتی استفاده شده است. نتایج حاصله حاکی از کارایی بالای این الگوریتم است، به عنوان مثال در سال‌های اخیر می‌توان به منابع ۳۳ تا ۳۸ که از این الگوریتم در حل مسائل مکان‌یابی و مکان‌یابی رقابتی استفاده کرده‌اند اشاره کرد.^[۳۸-۳۳]

۳.۱. جستجوی کامل فضای جواب

در این روش تمامی ترکیبات ممکن در فضای جواب در نظر گرفته می‌شود و توابع پیامد برای هر یک از بازیکنان محاسبه می‌شود. سپس جواب‌ها با یکدیگر و با روش غالب و مغلوب مقایسه شده و جواب‌های نهایی به صورت مرز بهینه‌ی پارتو معین می‌شود.

مراحل اجرای این روش عبارت‌اند از:

۱. تعیین تمام حالات ممکن
۲. محاسبه‌ی میزان برازندگی برای هر یک از حالات
۳. مقایسه‌ی تمام حالات با یکدیگر و مرتب‌سازی آنان
۴. تعیین مرز بهینه‌ی به دست آمده
۵. پایان.

۳.۲. الگوریتم NSGAII

الگوریتم ژنتیک که به عنوان یکی از روش‌های تصادفی بهینه‌یابی شناخته شده توسط پروفیسور جان هالند در سال ۱۹۶۷ ابداع شده بر اساس ژنتیک و تکامل

والد ۱

$$[4 \ 5] \quad [1 \ 2 \ 3]$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 4 & 1 & 5 & 2 & 1 & 4 & 4 & 5 & 1 & 3 & 1 & 1 & 4 & 5 & 3 & 4 \\ 3 & 3 & 3 & 3 & 5 & 3 & 4 & 3 & 2 & 5 & 5 & 4 & 2 & 2 & 3 & 2 & 5 & 4 & 2 & 5 \\ 2 & 2 & 2 & 2 & 0 & 2 & 0 & 1 & 3 & 0 & 0 & 3 & 1 & 2 & 3 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

والد ۲

$$[4 \ 6 \ 7] \quad [9 \ 8]$$

$$\begin{bmatrix} 6 & 9 & 8 & 4 & 4 & 6 & 8 & 4 & 9 & 6 & 4 & 8 & 8 & 8 & 6 & 8 & 4 & 8 & 7 & 8 \\ 7 & 8 & 9 & 6 & 6 & 7 & 9 & 6 & 8 & 7 & 6 & 9 & 9 & 9 & 7 & 9 & 6 & 9 & 6 & 9 \\ 4 & 0 & 0 & 7 & 7 & 4 & 0 & 7 & 0 & 4 & 7 & 0 & 0 & 4 & 0 & 7 & 0 & 4 & 0 \end{bmatrix}$$

شکل ۵. دو والد انتخابی برای ترکیب.

فرزند ۱

$$[4 \ 8] \quad [1 \ 6 \ 7]$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 7 & 8 & 4 & 4 & 1 & 7 & 4 & 8 & 4 & 4 & 1 & 1 & 4 & 1 & 4 & 1 & 1 & 4 & 4 \\ 6 & 6 & 4 & 8 & 8 & 6 & 6 & 8 & 4 & 8 & 8 & 6 & 6 & 8 & 7 & 8 & 7 & 7 & 8 & 8 \\ 7 & 1 & 0 & 0 & 0 & 7 & 1 & 0 & 0 & 0 & 7 & 7 & 0 & 6 & 0 & 6 & 6 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

فرزند ۲

$$[4 \ 2 \ 3] \quad [9 \ 5]$$

$$\begin{bmatrix} 4 & 5 & 3 & 5 & 4 & 4 & 5 & 5 & 2 & 4 & 4 & 9 & 9 & 4 & 9 & 5 & 2 & 2 & 5 & 5 \\ 3 & 9 & 2 & 9 & 2 & 2 & 9 & 9 & 4 & 3 & 2 & 5 & 5 & 2 & 5 & 9 & 3 & 3 & 9 & 9 \\ 2 & 0 & 4 & 0 & 3 & 3 & 0 & 0 & 3 & 2 & 3 & 0 & 0 & 3 & 0 & 4 & 4 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

شکل ۶. فرزندان تولید شده از ترکیب دو والد.

فرزند ۱

$$[4 \ 8] \quad [1 \ 4 \ 7]$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 7 & 8 & 4 & 4 & 1 & 7 & 4 & 8 & 4 & 4 & 1 & 1 & 4 & 1 & 4 & 1 & 1 & 4 & 4 \\ 6 & 6 & 4 & 8 & 8 & 6 & 6 & 8 & 4 & 8 & 8 & 6 & 6 & 8 & 7 & 8 & 7 & 7 & 8 & 8 \\ 7 & 1 & 0 & 0 & 0 & 7 & 1 & 0 & 0 & 0 & 7 & 7 & 0 & 6 & 0 & 6 & 6 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

فرزند ۲

$$[6 \ 8] \quad [1 \ 4 \ 7]$$

$$\begin{bmatrix} 1 & 7 & 8 & 6 & 6 & 1 & 7 & 6 & 8 & 6 & 6 & 1 & 1 & 6 & 1 & 6 & 1 & 1 & 6 & 6 \\ 4 & 4 & 6 & 8 & 8 & 4 & 4 & 8 & 6 & 8 & 8 & 4 & 4 & 8 & 7 & 8 & 7 & 7 & 8 & 8 \\ 7 & 1 & 0 & 0 & 0 & 7 & 1 & 0 & 0 & 0 & 7 & 7 & 0 & 4 & 0 & 4 & 4 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

شکل ۷. فرزند تولید شده از جهش.

۵.۳. عملگر جهش

جهش نیز عملگر دیگری است که جواب‌های ممکن دیگری را می‌آفریند. در الگوریتم NSGAIII بعد از این که یک عضو در جمعیت جدید به وجود آمد هر ژن آن با احتمالی جهش می‌یابد. این عملگر ممکن است ژنی از مجموعه ژن‌های جمعیت حذف کرده یا ژنی که تا به حال در جمعیت وجود نداشته به آن اضافه کند. جهش انتخاب شده در این الگوریتم جهش معاوضه است که نحوه انجام آن در شکل ۷ نمایش داده شده است.

[۱ ۲ ۳]

[۴ ۵]

شکل ۳. مکان‌های رهبر و پیرو.

$$\begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 & 4 & 1 & 5 & 2 & 1 & 4 & 4 & 5 & 1 & 3 & 1 & 1 & 4 & 5 & 3 & 4 \\ 3 & 3 & 3 & 3 & 5 & 3 & 4 & 3 & 2 & 5 & 5 & 4 & 2 & 2 & 3 & 2 & 5 & 4 & 2 & 5 \\ 2 & 2 & 2 & 2 & 0 & 2 & 0 & 1 & 3 & 0 & 0 & 3 & 1 & 2 & 3 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix}$$

شکل ۴. تخصیص مشتریان و سطوح تخصیص.

۳. انتخاب والدین

۴. انجام تقاطع روی والدین و تولید فرزندان

۵. انجام جهش و تولید فرزندان

۶. مرتب‌سازی جمعیت تولیدی و جمعیت اولیه بر اساس مفهوم غلبه و تعیین جمعیت جدید

۷. بررسی شرط تعداد تکرار و در صورت برقرار بودن شرط تکرار از گام ۳

۸. بررسی شرط تعداد تکرار و در صورت عدم برقرار بودن پایان الگوریتم.

۳.۳. نحوه نمایش جواب‌ها

یکی از عوامل مهم در هر الگوریتم، بیان جواب‌های مسئله است به گونه‌ی که بتوان الگوریتم را با آن اجرا کرد. هر جواب از سه ماتریس تشکیل شده که در شکل‌های ۳ و ۴ نحوه نمایش آن ارائه شده است. ابتدا ماتریس تعیین مکان‌های احداث رهبر و پیرو معین و سپس با توجه به مکان‌های احداث شده ماتریس تخصیص به صورت شکل ۴ تعیین می‌شود. در شکل ۴ نحوه نمایش چنان است که هر ستون نشان‌دهنده شماره مشتری و اعداد موجود در ماتریس نشان‌دهنده شماره مکان ایجاد شده است، به گونه‌ی که اعداد سطر اول تخصیص در سطح اول، سطر دوم تخصیص در سطح دوم و سطر سوم تخصیص در سطح سوم مشتریان را نشان می‌دهد. در شکل ۴، با فرض وجود ۲۰ مشتری و ۱۰ مکان منتخب، ۳ مکان برای رهبر و دو مکان برای پیرو انتخاب شده است. عدد ۱ موجود در سطر اول ستون اول به این معناست که مشتری ۱ به مرکز یک در سطح یک و در سطوح دوم و سوم به مراکز ۲ و ۳ تخصیص یافته است.

۴.۳. عملگر ترکیب

مهم‌ترین عملگر در الگوریتم NSGAIII، عملگر ترکیب است. ترکیب فرایندی است که در آن نسل قدیمی کروموزوم‌ها با یکدیگر مخلوط و ترکیب می‌شوند تا نسل تازه‌ی از کروموزوم‌ها به وجود بیاید. جفت‌هایی که در قسمت انتخاب به عنوان والد در نظر گرفته شدند در این قسمت ژن‌هایشان را با هم مبادله می‌کنند و اعضای جدید به وجود می‌آورند. در شکل ۵ و ۶ نحوه انجام ترکیب برای نمونه نشان داده شده است؛ از روش ترکیب تک‌نقطه‌ی برای ترکیب استفاده شده است. در شکل ۶ نتیجه‌ی ترکیب والد ۱ و والد ۲ در صورتی که نقطه‌ی ترکیب برای قسمت اول ۱ و برای قسمت دوم نیز ۱ باشد آورده شده است.

۴. حل مسئله

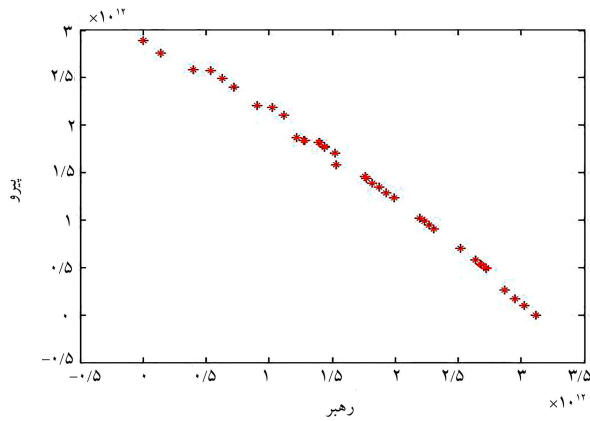
برای در نظر گرفتن قابلیت اطمینان، احتمال خارج شدن از سرویس دهی هر مرکز به طور تصادفی از بازه (۰٫۳ و ۰٫۷) انتخاب شده است؛ این احتمال برای تمامی نقاط منتخب یکسان و از یکدیگر مستقل است. ابتدا به منظور داشتن مجموعه‌ی کامل از مثال‌ها این مقادیر از جمله مکان‌های مشتریان، مکان‌های منتخب و میزان تقاضای مشتریان به صورت تصادفی تولید شده است. تعداد مکان‌های مورد نیاز رهبر ۳ و تعداد مکان مورد نیاز پیرو ۲ در نظر گرفته شده است؛ تعداد مشتریان نیز برای دو دسته مسائل کوچک و بزرگ به ترتیب ۵۰ و ۵۰۰ در نظر گرفته شده است. پارامترهای هزینه‌ی سفر و حمل‌ونقل نیز به صورت تابعی از فاصله در نظر گرفته شده که متناسب با فاصله‌ی طی شده است.

۱.۴. نتایج محاسباتی

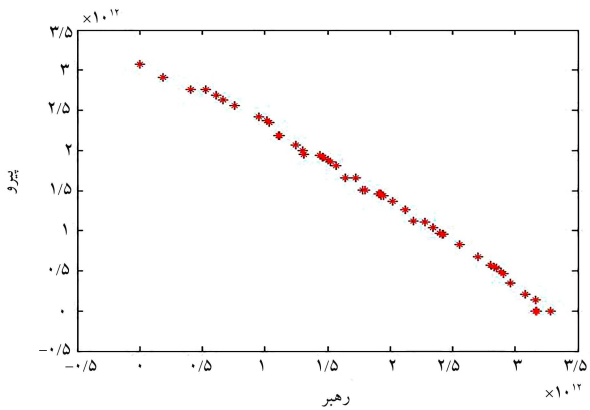
با توجه به نتایج اجرا و محاسبات انجام شده مجموعه نقاط بهینه برای رهبر و پیرو به شرح شکل‌های ۸ تا ۲۶ برای مسائل نمونه به دست آمده است. برای مقایسه کارایی الگوریتم‌ها از سه شاخص استفاده شده است. اولی شاخص فاصله است که یکنواختی توزیع جواب‌های پارتو در فضای حل را نشان می‌دهد. شاخص دیگر شاخص گوناگونی است که نشان‌دهنده‌ی وسعت جواب‌های پارتو یک الگوریتم است

و هرچه این شاخص بیشتر باشد الگوریتم بهتر است و سومین شاخص نیز فاصله از نقطه ایده‌آل^۵ که این شاخص برابر با فاصله‌ی نقاط پارتو الگوریتم مورد بررسی از نقطه ایده‌آل است. نحوه‌ی محاسبه این شاخص‌ها در روابط ۲۸ تا ۳۰ آورده شده است.

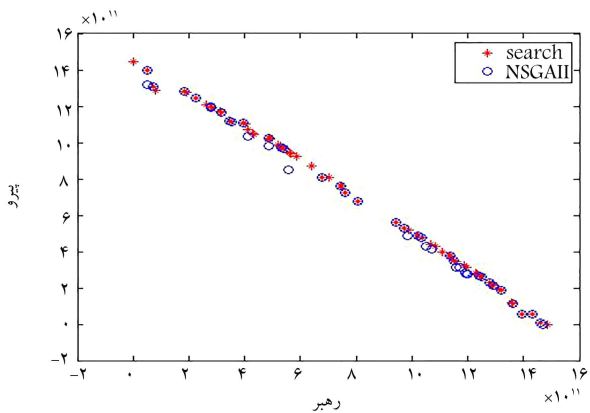
$$SM = \frac{\sum_{i=1}^{n-1} |\bar{d} - d_i|}{(n-1)\bar{d}} \quad (28)$$



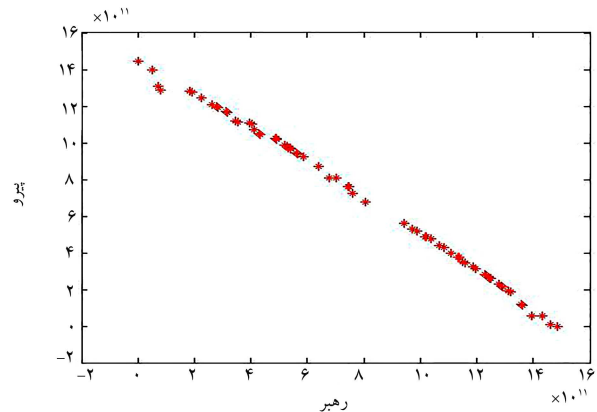
شکل ۱۰. جواب‌های پارتو به دست آمده برای مسئله‌ی ۳ با الگوریتم جستجوی کامل فضای جواب.



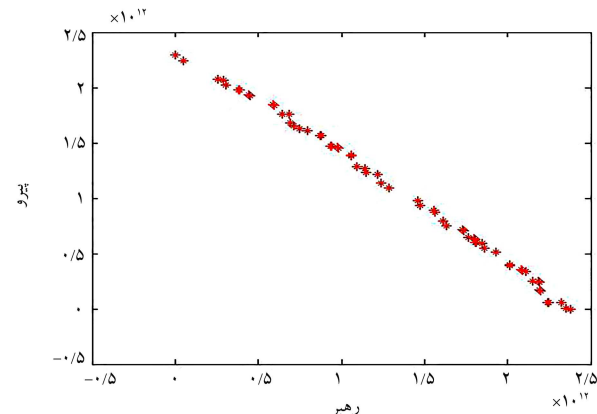
شکل ۱۱. جواب‌های پارتو به دست آمده برای مسئله‌ی ۴ با الگوریتم جستجوی کامل فضای جواب.



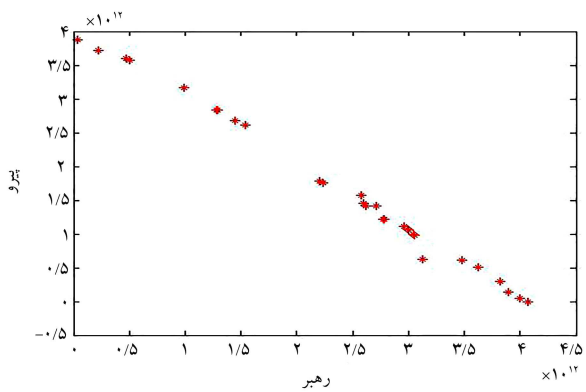
شکل ۱۲. نمودار پارتو جواب‌های حاصل از دو روش مسئله‌ی ۱.



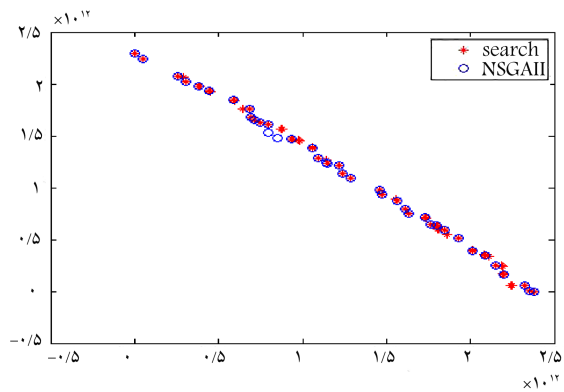
شکل ۸. جواب‌های پارتو به دست آمده برای مسئله‌ی ۱ با الگوریتم جستجوی کامل فضای جواب.



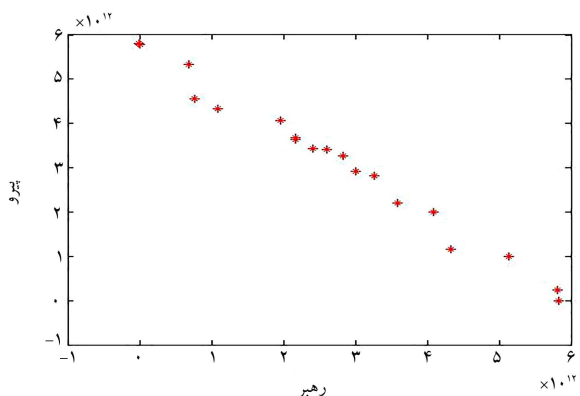
شکل ۹. جواب‌های پارتو به دست آمده برای مسئله‌ی ۲ با الگوریتم جستجوی کامل فضای جواب.



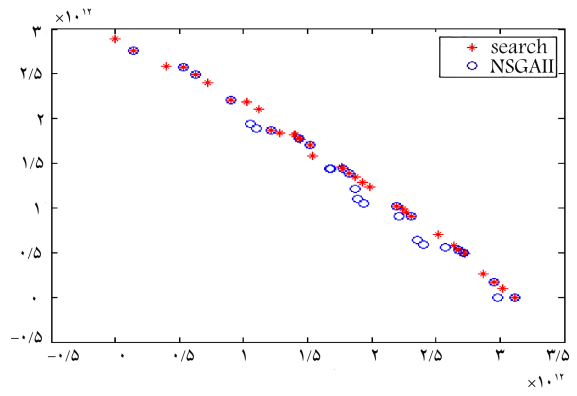
شکل ۱۷. جواب‌های پارتو مسئله‌ی ۶ با الگوریتم NSGAI.



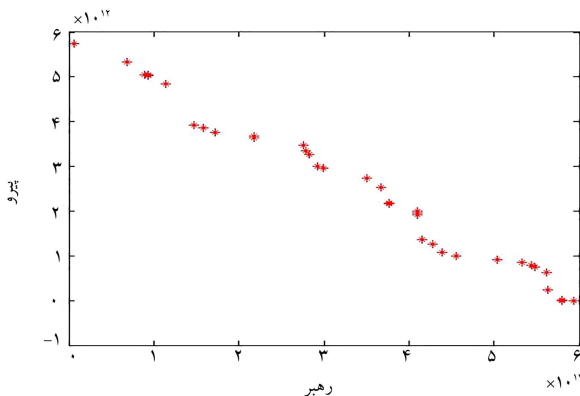
شکل ۱۳. نمودار پارتو جواب‌های حاصل از دو روش مسئله‌ی ۲.



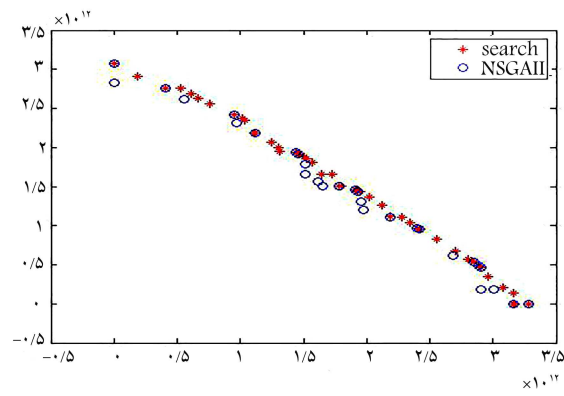
شکل ۱۸. جواب‌های پارتو مسئله‌ی ۷ با الگوریتم NSGAI.



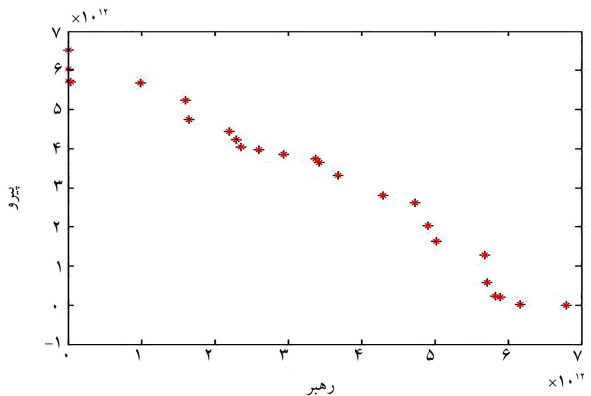
شکل ۱۴. نمودار پارتو جواب‌های حاصل از دو روش مسئله‌ی ۳.



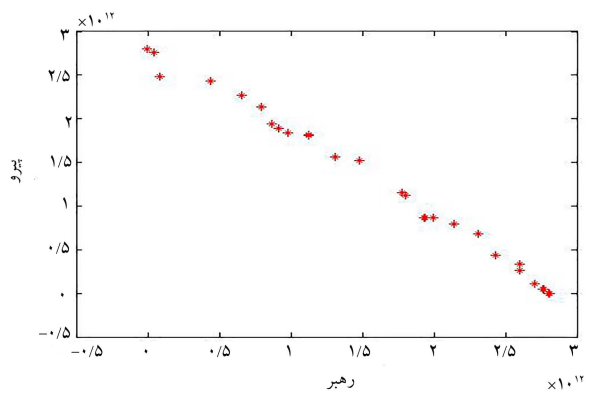
شکل ۱۹. جواب‌های پارتو مسئله‌ی ۸ با الگوریتم NSGAI.



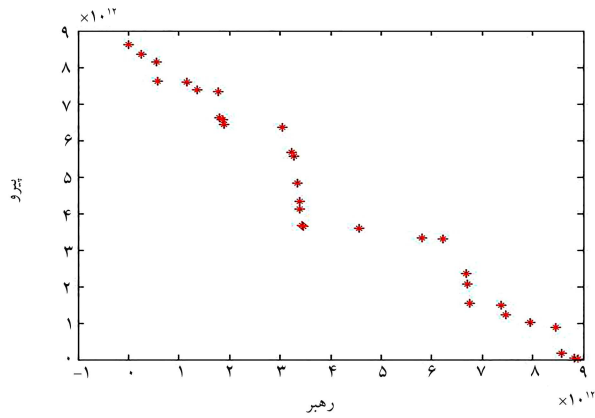
شکل ۱۵. نمودار پارتو جواب‌های حاصل از دو روش مسئله‌ی ۴.



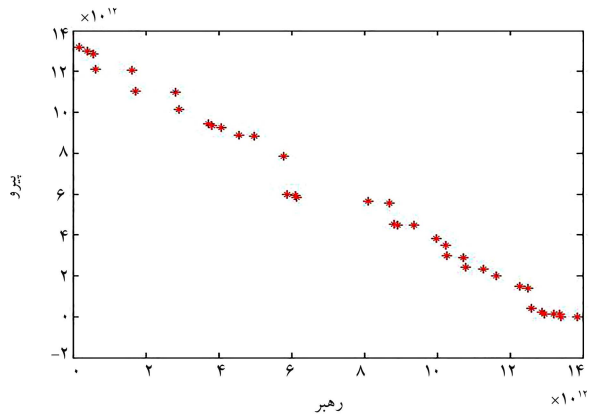
شکل ۲۰. جواب‌های پارتو مسئله‌ی ۹ با الگوریتم NSGAI.



شکل ۱۶. جواب‌های پارتو مسئله‌ی ۵ با الگوریتم NSGAI.



شکل ۲۵. جواب‌های پارتو مسئله‌ی ۱۴ با الگوریتم NSGAI.

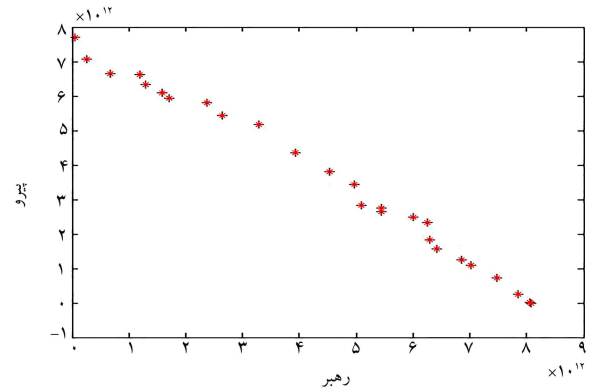


شکل ۲۶. جواب‌های پارتو مسئله‌ی ۱۵ با الگوریتم NSGAI.

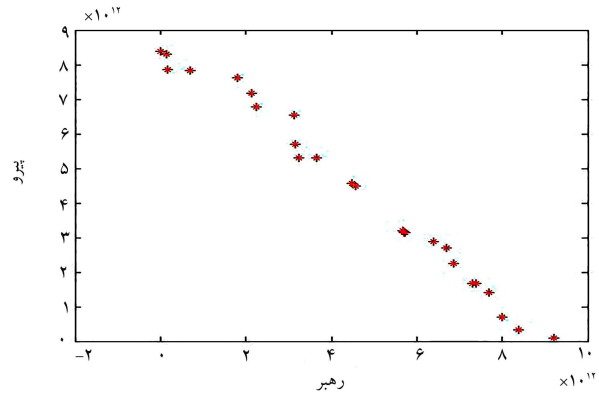
$$DM = \sqrt{\left(\frac{\max f_{\lambda_i} - \min f_{\lambda_i}}{f_{\lambda, total}^{max} - f_{\lambda, total}^{min}}\right)^2 + \left(\frac{\max f_{\tau_i} - \min f_{\tau_i}}{f_{\tau, total}^{max} - f_{\tau, total}^{min}}\right)^2} \quad (29)$$

$$MID = \frac{\sum_{i=1}^n \sqrt{\left(\frac{f_{\lambda_i} - f_{\lambda_i}^{best}}{f_{\lambda, total}^{max} - f_{\lambda, total}^{min}}\right)^2 + \left(\frac{f_{\tau_i} - f_{\tau_i}^{best}}{f_{\tau, total}^{max} - f_{\tau, total}^{min}}\right)^2}}{n} \quad (30)$$

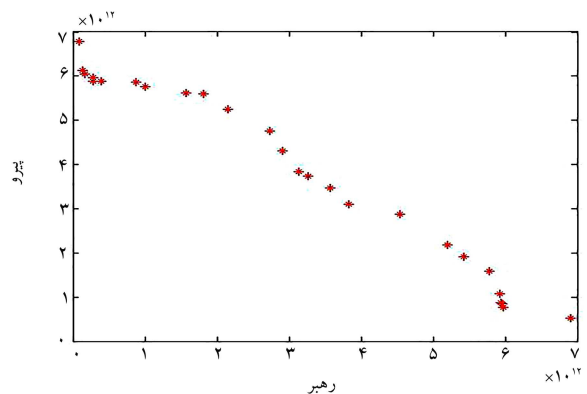
در جدول ۱ نتایج حاصل از اجرای چندین مسئله با الگوریتم جستجوی کامل فضای جواب آورده شده است، به عنوان مثال برای مسئله‌ی شماره ۲ با وجود ۳۰ مشتری و ۱۰ مکان منتخب تعداد کل حالات در الگوریتم جستجوی کامل فضای جواب ۲۵۰ حالت است، پس از بررسی و مقایسه‌ی جواب‌ها ۴۹ مرز پارتو به دست آمده است. مرز اول به عنوان مرز بهینه در نظر گرفته شده است و تعداد جواب‌ها در این مرز برابر با ۹۶ نقطه است و در شکل ۹ این نقاط نمایش داده شده‌اند. جواب‌های به دست آمده برای مسائل در شکل‌های ۸ تا ۱۱ حاصل از حل با روش جستجوی کامل است. در جدول ۲ نیز نتایج حاصل از اجرا مسائل در الگوریتم NSGAI آورده شده است و مرزهای پارتو به دست آمده برای برخی از مسائل نیز در شکل‌های ۸ تا ۱۱ نشان داده شده است. همچنین مقایسه نقاط به دست آمده از الگوریتم جستجوی کامل فضای جواب با الگوریتم NSGAI نیز در شکل‌های ۱۲ الی ۱۵ آورده شده‌اند. نتایج حاصل از شکل‌ها حاکی از بالا بودن کارایی الگوریتم NSGAI برای حل مسائل است.



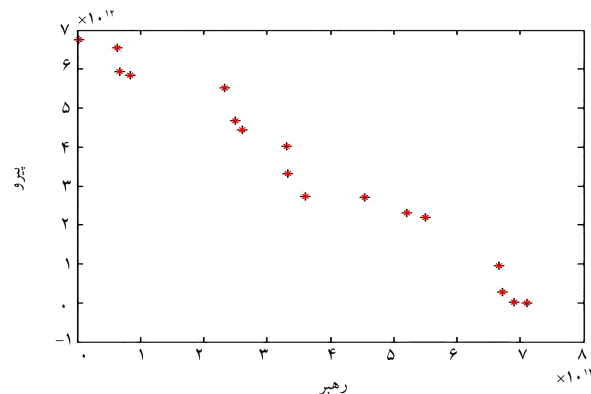
شکل ۲۱. جواب‌های پارتو مسئله‌ی ۱۰ با الگوریتم NSGAI.



شکل ۲۲. جواب‌های پارتو مسئله‌ی ۱۱ با الگوریتم NSGAI.



شکل ۲۳. جواب‌های پارتو مسئله‌ی ۱۲ با الگوریتم NSGAI.



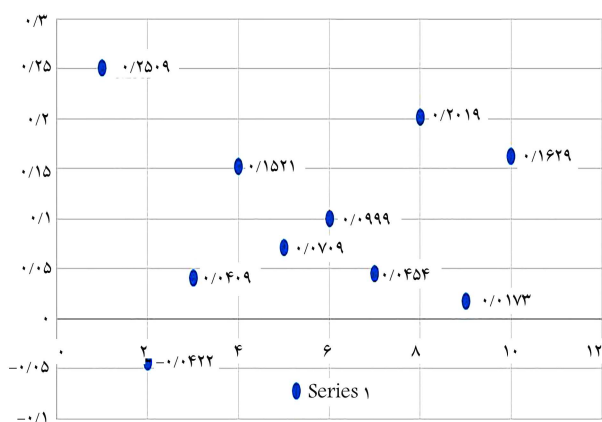
شکل ۲۴. جواب‌های پارتو مسئله‌ی ۱۳ با الگوریتم.

جدول ۱. نتایج حل با الگوریتم جستجوی کامل فضای جواب.

MID	DM	SM	زمان اجرا (دقیقه)	تعداد جواب‌های پارتو در مرز اول	تعداد مرزهای پارتو	تعداد کل حالات ممکن	مکان منتخب # مشتری	شماره مسئله
۱,۲۷	۱,۴۱	۰,۵۷۷	۰,۹	۱۰۰	۴۹	۲۵۲۰	۲۰#۱۰	۱
۱,۲۹	۱,۴۱	۰,۵۵۷	۱,۱	۹۶	۵۴	۲۵۲۰	۳۰#۱۰	۲
۱,۳۴۱	۱,۴۱	۰,۵۱۹	۷,۱۶	۶۱	۱۱۲	۷۹۲۰	۴۰#۱۲	۳
۱,۳۳	۱,۴	۰,۴۷۳	۷,۳	۷۵	۱۰۴	۷۹۱۰	۵۰#۱۲	۴

جدول ۲. نتایج اجرا با الگوریتم NSGAI.

MID	DM	SM	زمان اجرا (دقیقه)	تعداد جواب‌های پارتو در مرز اول	تعداد مرزهای پارتو	مکان منتخب # مشتری	شماره مسئله
۱,۰۴	۱,۳۶	۰,۷۱۹	۰,۵۳	۵۷	۷	۲۰#۱۰	۱
۱,۰۴	۱,۴۱	۰,۷۰۸	۰,۹۸	۵۵	۷	۳۰#۱۰	۲
۱,۰۵	۱,۳۴	۰,۷۷۶	۳,۲	۳۱	۱۰	۴۰#۱۲	۳
۱	۱,۴	۰,۷۴۲	۵,۶	۲۶	۹	۵۰#۱۲	۴
۱,۳۸	۱,۰۲	۰,۶۴۷۲	۱۱,۳	۳۶	۱۱	۷۰#۱۵	۵
۱,۰۱	۱,۴۰	۰,۷۱۸۳	۱۴,۵۷	۲۹	۱۰	۱۰۰#۱۵	۶
۱,۰	۱,۴۱	۰,۷۲۳۰	۱۹,۳۴	۳۵	۸	۱۲۰#۱۷	۷
۱,۰۲	۱,۳۸	۰,۴۸۵۷	۲۵,۳۷	۳۷	۸	۱۵۰#۱۷	۸
۱,۴۱	۱,۰۰	۰,۷۶۸۰	۲۷,۹۶	۳۲	۸	۱۸۰#۲۰	۹
۱,۰۲	۱,۳۸	۰,۷۳۶۵	۲۹,۸۹	۲۶	۹	۲۰۰#۲۰	۱۰
۱,۰۴۳	۱,۳۵	۰,۶۴۱۵	۳۳,۳	۲۷	۹	۲۴۰#۲۲	۱۱
۱,۰۸۹	۱,۳	۰,۶۰۹۱	۳۴,۵۱	۲۶	۸	۲۸۰#۲۵	۱۲
۱,۰۸۲	۱,۳۱	۰,۶۲۵۳	۳۶,۸	۱۷	۷	۳۰۰#۲۵	۱۳
۱,۰۲۴	۱,۳۸	۰,۷۲۴۴	۳۹,۳	۳۱	۸	۴۰۰#۳۰	۱۴
۱,۰۰	۱,۴۱	۰,۶۶۲۴	۵۱,۰۲۲۷	۳۸	۸	۵۰۰#۳۵	۱۵



شکل ۲۷. مقادیر Bz برای نقاط منتخب.

سطح اطمینان مشتریان از دریافت سرویس در صورت احتمال وقوع شکست با توجه به فاکتور قابلیت اطمینان در مکان‌یابی تسهیلات رهبر و پیرو افزایش داشته است. به عبارت دیگر در صورت وقوع خرابی تسهیلاتی یا عدم سرویس‌دهی، مشتریان خدمت مورد نظر اطمینان دارند که سرویس خود را دریافت می‌کنند و لذا حتماً به آن مکان مراجعه خواهند کرد. این امر موجب افزایش سود کسب شده برای رهبر و پیرو می‌شود. نتایج تحلیل به دست آمده نشان می‌دهد نقاط دارای Bz (نرخ رشد جمعیت) بالاتر، شانس بیشتری برای انتخاب به منظور تأسیس دارند. به عنوان مثال برای مسئله‌ی ۱ با ۱۰۰ نقطه‌ی پارتو جدول ۳ و همچنین مقادیر Bz شکل ۲۷ نقطه‌ی منتخب ۱ دارای بیشترین نرخ Bz است. در تمام نقاط پارتو به دست آمده، این نقطه به عنوان یکی از نقاط برای تأسیس انتخاب می‌شود و در مواردی که رهبر این نقطه را انتخاب نکرده باشد پیرو به طور قطع این نقطه را انتخاب می‌کند. چنانچه مکانی دارای کمترین میزان نرخ رشد جمعیت باشد در صورتی انتخاب

جدول ۳. مختصات نقاط پارتو در مسئله‌ی شماره ۱.

شماره	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸
رهبر	[۱.۲.۴]	[۱.۲.۱۰]	[۱.۳.۴]	[۱.۳.۸]	[۱.۳.۸]	[۱.۳.۸]	[۱.۳.۹]	[۱.۳.۱۰]
پیرو	[۶.۸]	[۶.۸]	[۶.۸]	[۴.۶]	[۶.۱۰]	[۷.۹]	[۶.۸]	[۶.۸]
شماره	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶
رهبر	[۱.۴.۶]	[۱.۴.۶]	[۱.۴.۶]	[۱.۴.۸]	[۱.۴.۸]	[۱.۴.۸]	[۱.۴.۸]	[۱.۴.۸]
پیرو	[۷.۸]	[۸.۹]	[۸.۱۰]	[۶.۷]	[۶.۹]	[۶.۱۰]	[۷.۱۰]	[۹.۱۰]
شماره	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰	۲۱	۲۲	۲۳	۲۴
رهبر	[۱.۴.۹]	[۱.۴.۱۰]	[۱.۵.۸]	[۱.۵.۸]	[۱.۵.۸]	[۱.۶.۷]	[۱.۶.۷]	[۱.۶.۸]
پیرو	[۶.۸]	[۶.۸]	[۶.۴]	[۶.۱۰]	[۷.۹]	[۴.۸]	[۸.۱۰]	[۳.۹]
شماره	۲۵	۲۶	۲۷	۲۸	۲۹	۳۰	۳۱	۳۲
رهبر	[۱.۶.۸]	[۱.۶.۸]	[۱.۶.۸]	[۱.۶.۸]	[۱.۶.۸]	[۱.۶.۸]	[۱.۶.۹]	[۱.۶.۹]
پیرو	[۴.۷]	[۴.۹]	[۴.۱۰]	[۷.۹]	[۷.۱۰]	[۹.۱۰]	[۴.۸]	[۸.۱۰]
شماره	۳۳	۳۴	۳۵	۳۶	۳۷	۳۸	۳۹	۴۰
رهبر	[۱.۶.۱۰]	[۱.۶.۱۰]	[۱.۶.۱۰]	[۱.۷.۸]	[۱.۷.۸]	[۱.۷.۹]	[۱.۷.۱۰]	[۱.۸.۹]
پیرو	[۴.۸]	[۷.۸]	[۸.۹]	[۴.۶]	[۶.۱۰]	[۶.۸]	[۶.۸]	[۴.۶]
شماره	۴۱	۴۲	۴۳	۴۴	۴۵	۴۶	۴۷	۴۸
رهبر	[۱.۸.۹]	[۱.۸.۱۰]	[۱.۸.۱۰]	[۱.۸.۱۰]	[۱.۸.۱۰]	[۲.۳.۹]	[۲.۴.۶]	[۲.۴.۸]
پیرو	[۶.۱۰]	[۴.۶]	[۶.۷]	[۶.۹]	[۷.۹]	[۱.۸]	[۱.۸]	[۱.۱۰]
شماره	۴۹	۵۰	۵۱	۵۲	۵۳	۵۴	۵۵	۵۶
رهبر	[۲.۴.۱۰]	[۲.۶.۱۰]	[۲.۷.۹]	[۳.۴.۵]	[۳.۴.۸]	[۳.۴.۹]	[۳.۴.۱۰]	[۳.۵.۷]
پیرو	[۱.۸]	[۱.۸]	[۱.۸]	[۱.۸]	[۱.۱۰]	[۱.۸]	[۱.۸]	[۱.۱۰]
شماره	۵۷	۵۸	۵۹	۶۰	۶۱	۶۲	۶۳	۶۴
رهبر	[۳.۵.۸]	[۳.۵.۸]	[۳.۵.۸]	[۳.۵.۹]	[۳.۶.۸]	[۳.۶.۸]	[۳.۶.۸]	[۳.۶.۹]
پیرو	[۱.۴]	[۱.۶]	[۱.۱۰]	[۱.۶]	[۱.۴]	[۱.۷]	[۱.۱۰]	[۱.۸]
شماره	۶۵	۶۶	۶۷	۶۸	۶۹	۷۰	۷۱	۷۲
رهبر	[۳.۷.۸]	[۳.۷.۹]	[۳.۸.۹]	[۳.۸.۹]	[۳.۸.۹]	[۳.۹.۱۰]	[۴.۵.۸]	[۴.۶.۷]
پیرو	[۱.۱۰]	[۱.۸]	[۱.۴]	[۱.۶]	[۱.۱۰]	[۱.۸]	[۱.۱۰]	[۱.۸]
شماره	۷۳	۷۴	۷۵	۷۶	۷۷	۷۸	۷۹	۸۰
رهبر	[۴.۶.۸]	[۴.۶.۸]	[۴.۶.۸]	[۴.۶.۱۰]	[۴.۷.۸]	[۴.۷.۸]	[۴.۷.۱۰]	[۴.۸.۹]
پیرو	[۱.۷]	[۱.۹]	[۱.۱۰]	[۱.۸]	[۱.۶]	[۱.۱۰]	[۱.۸]	[۱.۱۰]
شماره	۸۱	۸۲	۸۳	۸۴	۸۵	۸۶	۸۷	۸۸
رهبر	[۴.۸.۱۰]	[۴.۹.۱۰]	[۵.۶.۸]	[۵.۶.۸]	[۵.۶.۸]	[۵.۷.۸]	[۵.۷.۹]	[۵.۸.۱۰]
پیرو	[۱.۶]	[۱.۸]	[۱.۴]	[۱.۷]	[۱.۱۰]	[۱.۱۰]	[۱.۱۰]	[۱.۶]
شماره	۸۹	۹۰	۹۱	۹۲	۹۳	۹۴	۹۵	۹۶
رهبر	[۶.۷.۸]	[۶.۷.۸]	[۶.۷.۹]	[۶.۷.۱۰]	[۶.۸.۹]	[۶.۸.۹]	[۶.۸.۹]	[۶.۸.۱۰]
پیرو	[۱.۴]	[۱.۱۰]	[۱.۸]	[۱.۸]	[۱.۴]	[۱.۷]	[۱.۱۰]	[۱.۴]
شماره	۹۷	۹۸	۹۹	۱۰۰				
رهبر	[۶.۸.۱۰]	[۶.۹.۱۰]	[۷.۸.۹]	[۷.۹.۱۰]				
پیرو	[۱.۷]	[۱.۸]	[۱.۱۰]	[۱.۸]				

در مقابل پیرو نیز نقاطی را انتخاب می‌کند که دارای مقادیر بالایی از Bz باشند و کل حاصل به دست آمده از عوامل Aiz و Bz نیز دارای مقدار بالاتری باشند. به طور کلی می‌توان گفت عوامل نرخ رشد جمعیت، جذابیت مکان و تقاضای مشتریان به ترتیب از عوامل مؤثر در انتخاب مکان بهینه برای تسهیلات به شمار می‌روند. به طور کلی می‌توان گفت نرخ رشد جمعیت به عنوان عاملی مؤثر در نتایج دیده شده است و نقاط با نرخ رشد جمعیت بسیار پایین در نقاط پارتو کمتری دیده می‌شود.

خواهد شد که هم جذابیت مکان برای مشتریان بالا باشد (بالا بودن میزان Aiz) و هم تقاضای مشتریان مرتبط به آن بالا باشد به طور مثال در حالاتی رهبر نقطه منتخب ۲ را انتخاب می‌کند که با وجود Bz پایین، Aiz و تقاضای مشتریان مرتبط به آن بالا می‌باشد. مشاهده می‌شود فراوانی انتخاب این نقطه ۸ است. بیشترین فراوانی برای رهبر در نقطه منتخب ۸ است که این نقطه دارای میزان بالایی از Bz است و سایر فاکتورها نیز در حد متوسط قرار دارند؛ در مجموع سود را بیشینه می‌کند.

۵. نتیجه‌گیری

جمعیتی در منطقه‌ی بیشتر باشد آن مکان شانس بیشتری برای تأسیس مرکز دارد.

مسئله به صورت یک بازی استاکلبرگ مدل شده است که در آن ابتدا رهبر مکان بهینه تسهیلات خود را تعیین می‌کند و سپس پیرو به تعیین مکان بهینه تسهیلات خود می‌پردازد. برای حل مسائل نمونه در اندازه‌های کوچک از الگوریتم جستجوی کامل فضای جواب استفاده شده و برای مسائل متوسط و بزرگ از الگوریتم NSG AII استفاده شده است. مرزهای بهینه‌ی پارتو برای مسائل مختلف به دست آمده است؛ این مرزها از هر دو روش نیز با یکدیگر مقایسه شده‌اند که نشان‌دهنده‌ی کارایی الگوریتم در حل مسئله‌ی مورد بررسی است. نتایج به دست آمده از حل مسائل حاکی از آن است که به ترتیب عوامل نرخ رشد جمعیت، جذابیت مکان و تقاضای مشتریان از عوامل مؤثر در انتخاب مکان بهینه برای تسهیلات و سودآوری به شمار می‌روند. برای تحقیقات آتی پیشنهاد می‌شود مدل به صورت چندکالایی در نظر گرفته شود. سایر تصمیمات مهم مانند قیمت‌گذاری یا تعیین مقادیر عرضه توسط هر یک از تصمیم‌گیرندگان را نیز می‌توان در مدل در نظر گرفت. می‌توان در تابع گرانشی هاف متغیرهای کیفی را نیز به صورت تصادفی در نظر گرفت. همچنین برای حل از سایر الگوریتم‌های فراابتکاری استفاده شود و به منظور شناسایی الگوریتم کارا نتایج با یکدیگر مقایسه شود.

امروزه مکان‌یابی تسهیلات تنها بر اساس عوامل فاصله و نقاط پوششی تقاضا انتخاب نمی‌شود بلکه عوامل جمعیتی نیز بر انتخاب محل مؤثرند. از سوی دیگر تسهیلات می‌تواند به دلایل مختلف از سرویس‌دهی به مشتریان خارج شود. لذا قابلیت اطمینان در پاسخ‌دهی به مشتریان، افزایش رضایتمندی مشتریان و در نهایت افزایش سود را به دنبال دارد. در این نوشتار مدل مکان‌یابی رقابتی - ترتیبی با رویکرد نظریه‌ی بازی‌ها و قابلیت اطمینان ارائه شده است. در مکان‌یابی ترتیبی مراکز، ابتدا رهبر مکان بهینه‌ی تسهیلات خود را تعیین می‌کند و سپس پیرو با توجه به مکان‌های منتخب رهبر، مکان بهینه‌ی تسهیلات خود را تعیین می‌کند. قابلیت اطمینان به صورت احتمال وقوع شکست در سرویس‌دهی به مشتریان برای هر یک از مکان‌های منتخب در نظر گرفته شده است. در این صورت برای هر مشتری چندین سطح تخصیص وجود دارد که در صورت عدم قابلیت سرویس‌دهی به مشتری توسط یک مرکز، مشتری سرویس مورد نظر خود را از مرکزی که در سطح بعدی آن قرار دارد دریافت می‌کند. همچنین انتخاب مکان برای رهبر و پیرو با توجه به عوامل تأثیرگذار کیفی و فاصله با مدل گرانشی هاف و معیارهای عوامل جمعیتی لحاظ شده است. بدین معنا که هرچه نرخ رشد

پانویس‌ها

1. centered
2. co-located
3. spatial
4. diversification metric
5. mean ideal distance

منابع (References)

1. Owen, S.H. and M.S. "Daskin, Strategic facility location: A review", *European journal of operational research*, **111**(3), pp. 423-447 (1998).
2. Hotelling, H. "Stability in competition", *In The Collected Economics Articles of Harold Hotelling*, Springer, pp. 50-63 (1990).
3. Eiselt, H.A., G. Laporte, and J.-F. "Thisse, Competitive location models: A framework and bibliography", *Transportation Science*, **27**(1), pp. 44-54 (1993).
4. Plastria, F. "Static competitive facility location: an overview of optimisation approaches", *European Journal of Operational Research*, **129**(3), pp. 461-470 (2001).
5. Karakitsiou, A. "Modeling discrete competitive facility location", Springer (2015).
6. Hakimi, S.L. "On locating new facilities in a competitive environment", *European Journal of Operational Research*, **12**(1), pp. 29-35 (1983).
7. Plastria, F. and L. "Vanhaverbeke, Discrete models for competitive location with foresight", *Computers & Operations Research*, **35**(3), pp. 683-700 (2008).
8. Küçükaydın, H., Aras, A. and İ.K. Altinel. "A discrete competitive facility location model with variable attractiveness", *Journal of the Operational Research Society*, **62**(9), pp. 1726-1741 (2001).
9. Aboolian, R., Berman, O., and Krass, D. "Efficient solution approaches for a discrete multi-facility competitive interaction model", *Annals of Operations Research*, **167**(1), pp. 297-306 (2008).
10. Konur, D. and Geunes, J. "Competitive multi-facility location games with non-identical firms and convex traffic congestion costs", *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, **48**(1), pp. 373-385 (2012).
11. Labbé, M. and Hakimi, S.L. "Market and locational equilibrium for two competitors", *Operations Research*, **39**(5), pp. 749-756 (1991).
12. Lederer, P.J. and Hurter Jr, A. P. "Competition of firms: discriminatory pricing and location", *Econometrica: Journal of the Econometric Society*, **54**(3), pp. 623-640 (1986).
13. Sarkar, J., Gupta, B. and Pal, D. "Location equilibrium for cournot oligopoly in spatially separated markets", *Journal of Regional Science*, **37**(2), pp. 195-212 (1997).
14. Fischer, K. "Sequential discrete p-facility models for competitive location planning", *Annals of Operations Research*, **111**(1-4), pp. 253-270 (2002).

15. Rhim, H., Ho, T. H. and Karmarkar, U. S. "Competitive location, production, and market selection", *European journal of operational Research*, **149**(1) pp. 211-228 (2003).
16. Sáiz, M.E. and Hendrix, E. M. "Methods for computing Nash equilibria of a location-quantity game", *Computers & Operations Research*, **35**(10) pp. 3311-3330 (2008).
17. Diez-Báñez, J.M., et al., "Finding all pure strategy Nash equilibria in a planar location game", *European Journal of Operational Research*, **214**(1), pp. 91-98 (2011).
18. Drezner, T., Drezner, Z. and Zerom, D. "Competitive facility location with random attractiveness", *Operations Research Letters*, **46**(3), pp. 312-317 (2018).
19. Rahmani, A. "Competitive facility location problem with attractiveness adjustment of the follower on the closed supply chain", *Cogent Mathematics*, **3**(1), pp. 1189375 (2016).
20. Godinho, P., Phillips, P. and Moutinho, L. "Hotel location when competitors may react: A game-theoretic gravitational model" *Tourism Management*, **69** pp. 384-396 (2018).
21. Kücükaydin, H., Aras, N. and Altinel, I. K. "Competitive facility location problem with attractiveness adjustment of the follower: A bilevel programming model and its solution", *European Journal of Operational Research*, **208**(3) pp. 206-220 (2011).
22. Saidani, N., Chu, F. and Chen, H. "Competitive facility location and design with reactions of competitors already in the market" *European journal of operational research*, **219**(1), pp. 9-17 (2012).
23. Hassan-Pour, H., Mosadegh-Khah, M. and Tavakkoli-Moghaddam, R. "Solving a multi-objective multi-depot stochastic location-routing problem by a hybrid simulated annealing algorithm" *Proceedings of the Institution of Mechanical Engineers, Part B: Journal of Engineering Manufacture*, **223**(8), pp. 1045-1054 (2009).
24. Papadakis, I.S. and Ziemba, W. T. "Derivative effects of the 1999 earthquake in Taiwan to US personal computer manufacturers", *In Mitigation and Financing of Seismic Risks: Turkish and International Perspectives*, Springer, pp. 261-276 (2001).
25. Snyder, L.V. "Supply chain robustness and reliability: models and algorithms. Ph.D. dissertation", *Northwestern University, Department of Industrial Engineering & Management Sciences* (2003).
26. Snyder, L.V. and Daskin, M. S. "Reliability models for facility location: the expected failure cost case", *Transportation Science*, **39**(3), pp. 400-416 (2005).
27. Berman, O., Krass, D. and Menezes, M. B. "Facility reliability issues in network p-median problems: strategic centralization and co-location effects", *Operations Research*, **55**(2), pp. 332-350 (2007).
28. Cui, T., Ouyang, Y. and Shen, Z. -J. M. "Reliable facility location design under the risk of disruptions", *Operations research*, **58**(4-part-1), pp. 998-1011 (2010).
29. Snyder, L.V., et al. "OR/MS models for supply chain disruptions: A review", *Iie Transactions*, **48**(2), pp. 89-109 (2016).
30. Wang, X. and Ouyang, Y. "A continuum approximation approach to competitive facility location design under facility disruption risks", *Transportation Research Part B: Methodological*, **50**, pp. 90-103 (2013).
31. Ismail El-Adly, M. "Shopping malls attractiveness: a segmentation approach", *International Journal of Retail & Distribution Management*, **35**(11), pp. 936-950 (2007).
32. Huff, D.L., "A probabilistic analysis of shopping center trade areas", *Land economics*, **39**(1), pp. 81-90 (1963).
33. Camara, M.V.O., Ribeiro, G. M. and Tosta, M. d. C. R. A. "pareto optimal study for the multi-objective oil platform location problem with NSGA-II", *Journal of Petroleum Science and Engineering*, **169**, pp. 258-268 (2018).
34. Lančinskas, A. and Žilinskas, J. "Solution of multi-objective competitive facility location problems using parallel NSGA-II on large scale computing systems", *In International Workshop on Applied Parallel Computing*, **7782**, pp.422-433, Springer (2012).
35. Liu, S., et al. *Distribution Center Multi-Objective Location Problem Using NSGA-II. in Advanced Materials Research Trans Tech Publ*, **998**, pp.1133-1137 (2014).
36. "The bi-objective periodic closed Mamaghani, E.J. and Davari, S. loop network design problem", *Expert Systems with Applications*, **144**, pp. 113068 (2020).
37. Pasandideh, S.H.R., Niaki, S. T. A. and Abdollahi, R. "Modeling and solving a bi-objective joint replenishment-location problem under incremental discount: MOHSA and NSGA-II", *Operational Research*, **20**, pp. 1-32 (2018).
38. Zarrinpoor, N. "Multi-objective capacitated facility location problem with chance constraint and customer preference and solving it with multi-objective evolutionary algorithms", *Journal of Operational Research In Its Applications (Applied Mathematics)-Lahijan Azad University*, **15**(4), pp. 37-60 (2019).
39. Holland, J.H. "Adaptation in natural and artificial systems: an introductory analysis with applications to biology, control, and artificial intelligence. MIT press(1992).