مهندسی صنایع و مدیریت شریف، (تابستان ۱۴۰۱)
دوره‌ی ۱-۳۸، شماره‌ی ۱، ص. ۳-۱۳، (پژوهشی)

Original Article

مدل‌سازی مسئله‌ی سفارش هم‌زمان اقلام فاسد شدنی با رویکردهای گروه‌بندی مستقیم و غیرمستقیم و لحاظ کردن کمبود پس‌افت جزئی

نگار بایبوردی (کارشناس‌ارشد)
داود محمدی تبار* (استادیار)
دانشکده‌ی مهندسی صنایع، دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران جنوب

هدف این مقاله ارائه‌ی یک مدل ریاضی برای مسئله‌ی سفارش هم‌زمان اقلام فسادپذیر با چندین تأمین‌کننده و امکان کمبود پس‌افت جزئی بر اساس دو رویکرد گروه‌بندی مستقیم و غیرمستقیم است. به دلیل پیچیدگی روابط ایجاد شده، تقریب درجه دو بر اساس بسط تیلور استفاده شده و عملکرد دو رویکرد گروه‌بندی از طریق حل مثال عددی مقایسه و پاسخ تحلیلی مدل در حالت خاص محاسبه شده است. بر اساس نتایج حاصله، رویکرد گروه‌بندی غیرمستقیم زمانی که هزینه‌های اصلی سفارش عدد کوچکی است عملکرد نسبتاً بهتری دارد و با افزایش هزینه‌ی اصلی سفارش عملکرد دو رویکرد نزدیک‌تر به هم می‌شود. تحلیل حساسیت نتایج مثال عددی نشان داد که که هرچه نرخ فساد بالاتر باشد بخش بیشتری از تقاضا با کمبود مواجه می‌شود و میزان فروش کل کاهش می‌یابد. همچنین افزایش هزینه‌ی اصلی سفارش موجب افزایش طول دوره و میزان خرید کل می‌شود اما تأثیر قابل‌توجهی بر میزان کمبود ندارد.

واژگان کلیدی: سفارش هم‌زمان اقلام، کالاهای فسادپذیر، گروه‌بندی مستقیم، گروه‌بندی غیرمستقیم، کمبود پس‌افت جزئی.

negarbaibordiii@gmail.com
d_mohammaditabar@azad.ac.ir

۱. مقدمه

فاسد شدن یک کالا معانی مختلفی از جمله آسیب دیدن کالا، تبخیر شدن، خشک شدن و غیرقابل مصرف شدن را شامل می‌شود. ارزش موجودی کالای فسادپذیر عموماً در طول زمان کاهش می‌یابد که این موضوع علاوه بر فاسد شدن بخشی از موجودی می‌تواند از تغییرات سریع در ویژگی‌های محصولات و کاهش تازگی و کیفیت آن‌ها نیز نتیجه شود. سطح موجودی بالا از اقلام فسادپذیر میزان اتلاف آن‌ها را افزایش داده و در مقابل سطح موجودی پایین آن‌ها می‌تواند هزینه‌های سفارش‌دهی و کمبود را افزایش دهد. بنابراین کالاهای فاسد شدنی به دلیل این که دارای طول عمر مشخصی هستند و با گذشت زمان بر میزان اتلاف آن‌ها افزوده می‌شود نیازمند مدیریت صحیح میزان موجودی‌ها و زمان‌بندی سفارش‌ها هستند.[۱]

در خصوص برخی از اقلام فاسد شدنی، زمانی که کمبود رخ می‌دهد و نمی‌توان تقاضا را فوراً تأمین کرد، مشتری منتظر می‌ماند و به سراغ کالای جایگزین نمی‌رود. به‌عنوان مثال در خصوص داروی خاصی برای بیمار، تا زمانی که دارو در داروخانه موجود شود، فرد بیمار منتظر می‌ماند. در مواردی نیز بیمار از داروی جایگزین استفاده می‌کند که در این صورت با فروش از دست رفته مواجه می‌شویم. در شرایط نزدیک‌تر به واقعیت، درصدی از مشتری‌هایی که با کمبود مواجه می‌شوند منتظر می‌مانند و درصد دیگر مشتریانی که با کمبود مواجه می‌شوند از دست می‌روند.[۲]

بنابراین در خصوص مواجهه با کمبود دو حالت حدی کمبود پس‌افت و فروش از دست رفته را می‌توان در نظر گرفت. اما فرض کاربردی‌تر این است که در صورت مواجهه با کمبود، بخشی از مشتری‌ها از دست می‌روند و بخشی دیگر منتظر می‌مانند. این نوع کمبود در ادبیات به‌عنوان کمبود پس‌افت جزئی شناخته می‌شود و قابلیت این را دارد که با تغییر در پارامتر آن، سهم دو حالت حدی کمبود پس‌افت و فروش از دست رفته را از تقاضایی که با کمبود مواجه می‌شود تغییر دهد.[۲]

افزون بر این در عمل نمی‌توان هر قلم کالا را به‌صورت مجزا و مستقل مدیریت کرد. همواره وابستگی‌های مختلفی میان اقلام وجود دارد که یکی از آن‌ها «هزینه‌های سفارش مشترک» است. سفارش‌دهی هماهنگ یا هم‌زمان اقلام که در ادبیات موضوع با مسئله‌ی سفارش هم‌زمان اقلام (JRP) شناخته می‌شود یکی از حوزه‌هایی است که وابستگی اقلام در هزینه‌ی سفارش را در نظر می‌گیرد. در کاربردهای واقعی معمولاً چندین کالا و چندین تأمین‌کننده وجود دارد و باید روشی در کنترل موجودی انتخاب کنیم که هم‌زمان با تعیین سطح موجودی و اندازه‌ی انباشته به انتخاب تأمین‌کننده و تخصیص سفارش به آن‌ها بپردازد. ازاین‌رو به‌جای مفروضات ساده و کلاسیک

* نویسنده مسئول
تاریخ: دریافت ۱۳۹۸/۱۱/۱، اصلاحیه ۱۴۰۰/۵/۲۵، پذیرش ۱۴۰۰/۶/۲۴.
DOI:10.24200/J65.2021.54867.2075

موجودی، لازم است از مدل سفارش هم‌زمان اقلام با چند تأمین‌کننده برای مدیریت اقلام فسادپذیر استفاده کنیم.[۳]

برای مدل‌سازی مسئله‌ی سفارش هم‌زمان اقلام دو رویکرد گروه‌بندی مستقیم و غیرمستقیم وجود دارد. در گروه‌بندی مستقیم، کالاها در گروه‌ها طبقه‌بندی می‌شوند و سپس کالاهایی که در یک گروه قرار دارند با هم سفارش داده می‌شوند. در نتیجه برای تمام اقلام یک گروه چرخه‌ی سفارش مشترکی در نظر گرفته می‌شود. روش دیگر در سفارش هم‌زمان اقلام گروه‌بندی غیرمستقیم است. در گروه‌بندی غیرمستقیم یک‌زمان چرخه‌ی پایه انتخاب می‌شود و هریک از اقلام در مضرب صحیحی از زمان چرخه‌ی پایه سفارش داده می‌شوند. بنابراین لزوماً همه‌ی اقلام در هر دوره زمانی سفارش داده نمی‌شود.[۴]

انتخاب هر کدام از این دو رویکرد با توجه به سیاست‌های سازمان می‌تواند توجیه‌پذیر باشد و هیچ‌کدام آن‌ها برتری مطلق بر دیگری ندارند. به‌عنوان مثال در رویکرد گروه‌بندی مستقیم تعداد گروه‌ها و اقلامی که در هر گروه قرار دارند مشخص است و کنترل و مدیریت آن‌ها مخصوصاً در حالتی که تعداد اقلام زیاد و تقاضا احتمالی است عملی‌تر می‌شود. رویکرد گروه‌بندی غیرمستقیم نیز با انعطاف‌پذیری بیشتری که در زمان سفارش اقلام دارد می‌تواند به‌صرفه‌جویی بیشتری منجر شود. مقایسه‌ی بیشتر در خصوص این دو رویکرد حل مسئله‌ی سفارش همزمان اقلام توسط زاپاتا و همکاران[۴] انجام شده است.

لحاظ کردن امکان سفارش هم‌زمان اقلام، مواجهه با کمبود، فسادپذیری اقلام و تخصیص سفارش به تأمین‌کنندگان موجب پیچیده شدن مدل‌سازی و حل مسئله می‌شود. اما با توجه به پیچیدگی‌هایی که در مدیریت موجودی اقلام فسادپذیر وجود دارد و نیز اهمیت لحاظ کردن شرایطی که به کاربردهای واقعی نزدیک‌تر باشد، ضروری است که رویکردهای مؤثر در مدل‌سازی و حل مسائل کنترل موجودی اقلام فسادپذیر ارائه شود.

در مدل‌های کنترل موجودی کم‌تر به سفارش هم‌زمان برای اقلام فاسد شدنی با در نظرگرفتن کمبود و فروش از دست رفته و همچنین انتخاب تأمین‌کننده پرداخته شده است. در این راستا ابتدا کلیاتی از تحقیقاتی که تاکنون در زمینه‌ی سفارش هم‌زمان و اقلام فاسد شدنی انجام گرفته، ارائه می‌کنیم.

۲. پیشینه‌ی پژوهش

ابتکارات متعددی برای سفارش هم‌زمان، از جمله روش‌های فراابتکاری، ابداع شده است. سیلور[۵] یک الگوریتم کارا برای حل سفارش هم‌زمان ارائه داد که توسط کاسپی و همکاران[۶] توسعه بیشتری یافت. این الگوریتم که شاید معروف‌ترین روش ابتکاری در حل سفارش هم‌زمان باشد، به نام الگوریتم RAND شناخته شده است. این الگوریتم بر اساس محاسبه‌ی زمان چرخه‌ی پایه از طریق حد پایین و بالای آن و سپس به‌کارگیری الگوریتم سیلور برای بهبود الگوریتم برای هر مقدار از زمان چرخه‌ی پایه است.

موون و همکاران[۷] مسئله‌ی سفارش هم‌زمان اقلام را مطرح کرده‌اند که در آن، اقلام توسط چند تأمین‌کننده و با رعایت تخفیف ارائه می‌شود. ایشان برای حل مدل توسعه یافته از روش فراابتکاری ژنتیک استفاده کردند. خووجا و گویال[۳] در ارتباط با مسئله‌ی سفارش هم‌زمان بررسی‌های جامعی انجام دادند و به این نتیجه رسیدند که تحقیقات مدل کلاسیک سفارش هم‌زمان به نقطه‌ی اشباع رسیده و پیشنهاد کردند توسعه و نوآوری‌های عملی مانند بحث محدودیت ظرفیت و منابع را به مدل بیفزایند.

محمدی‌تبار و قدسی‌پور[۸] مدل ترکیبیِ انتخاب تأمین‌کننده و سفارش هم‌زمان اقلام در زنجیره‌ی تأمین با رویکرد گروه‌بندی مستقیم اقلام را ارائه کردند. آن‌ها در مدل خود محدودیت ظرفیت را در نظرگرفته و با الگوریتم ژنتیک نسبت به حل مدل اقدام کردند و نتایج را با الگوریتم شبیه‌سازی تبرید نیز مقایسه کردند. همچنین مشخص شد هنگامی که هزینه‌ی اصلی سفارش در مقایسه با سایر هزینه‌ها افزایش یابد تعداد گروه‌ها و تأمین‌کننده‌های انتخاب شده کاهش می‌یابد. اونکونارک و همکاران[۹] مسئله‌ی سفارش هم‌زمان را با لحاظ کردن محدودیت‌هایی مانند حمل اقلام، ظرفیت منبع و در نظرگرفتن کالاهای معیوب در سفارش انبوه مدل‌سازی کردند. مدل توسعه داده شده به‌وسیله‌ی الگوریتم تکامل تفاضلی حل شده و نتایج آن با الگوریتم ژنتیک مقایسه شده است.

چویی و همکاران[۱۰] به بررسی مسئله‌ی هماهنگ‌سازی سفارش و ارسال اقلام در یک زنجیره‌ی تأمین با انبار مرکزی پرداخته و از الگوریتم فراابتکاری برای حل آن استفاده کرده‌اند. برای کاهش هزینه‌های تحویل یک استراتژی تحویل جدید با در نظرگرفتن سفارش‌های هماهنگ و حمل سریع در نظرگرفته شده است. سه الگوریتم ابتکاری به نام‌های الگوریتم تکامل کوانتوم، الگوریتم تکامل تفاضلی و الگوریتم تکامل تفاضلی کوانتوم برای حل مسئله در نظرگرفته شده است. سرانجام الگوریتم‌های تکامل تفاضلی و الگوریتم تکامل تفاضلی کوانتوم از نظر سرعت و دقت نتایج بهتری را نشان می‌دهند. ورما و همکاران[۱۱] به بررسی هماهنگ‌سازی سفارش‌های خرده‌فروشان با امکان سیکل‌های گوناگون بازپرسازی پرداخته‌اند. آن‌ها یک عرضه‌کننده و چند خرده‌فروش را تحت سیاست همکاری مدیریت انبار توسط تأمین‌کننده در نظرگرفته‌اند. ایشان از نرم‌افزار Lingo برای پیدا کردن سیکل‌های سفارش استفاده کردند.

ژو و همکاران[۱۲] به مسئله‌ی کنترل موجودی چندسطحی ـ چندکالایی با راهکار سفارش هم‌زمان و با در نظرگرفتن تعدادی محدودیت پرداختند. مدل به وسیله‌ی الگوریتم ژنتیک حل شده است و تحت سه راهکار متفاوت شبیه‌سازی شده است. نتایج شبیه‌سازی برتری‌های الگوریتم ژنتیک را در کاهش کل هزینه‌ها در سیستم موجودی چندسطحی ـ چندکالایی به روشنی نشان می‌دهد. وانگ و همکاران[۱۳] به حل مسئله‌ی سفارش هم‌زمان اقلام تحت وابستگی هزینه‌های جزئی سفارش پرداختند. برای این کار آن‌ها از الگوریتم تکامل تفاضلی استفاده کرده‌اند. آن‌ها در مدل‌سازی خود از هردو سیاست گروه‌بندی مستقیم و غیرمستقیم استفاده کردند. وان اجیس و همکاران[۱۴] رویکردهای گروه‌بندی مستقیم و غیرمستقیم در مسئله‌ی سفارش هم‌زمان اقلام را مقایسه و نتیجه‌گیری کردند که برای مقادیر بسیار بزرگ هزینه‌ی اصلی سفارش، رویکرد گروه‌بندی غیرمستقیم نتایج بهتری را ارائه می‌دهد. زاپاتا و همکاران[۴] نیز با استفاده از هر دو رویکرد گروه‌بندی مستقیم و غیرمستقیم به مدل‌سازی مسئله‌ی سفارش هم‌زمان اقلام بادوام با در نظرگرفتن محدودیت‌های منابع و ظرفیت پرداختند. آن‌ها به‌کارگیری الگوریتم ژنتیک مسئله را حل کرده و نتیجه گرفتند که جواب‌های بهتری از طریق رویکرد گروه‌بندی غیرمستقیم به دست می‌آید.

براگلیا و همکاران[۱۵] به مدل‌سازی و حل مسئله‌ی سفارش هم‌زمان اقلام با تقاضای تصادفی و مرور دوره‌یی پرداختند. آن‌ها دو الگوریتم ابتکاری برای حل مسئله پیشنهاد کرده و با حل مثال‌های عددی به تحلیل حساسیت مدل پرداختند. میتی و مایتی[۱۶] سیاست موجودی بهینه برای کالاهای مکمل و جایگزین از نوع کالاهای فاسد شدنی را بررسی کرده‌اند. آنها در یک مثال کاربردی، با بررسی دو نوع سیب و دو نوع موز نشان دادند که یکی از موزها برای دیگری جایگزین است و سیب‌ها مکمل موزها هستند. مداح و همکاران[۱۷] به مدل‌سازی مسئله‌ی سفارش

جدول ۱. مقایسه‌ی مقالات سفارش هم‌زمان اقلام.

مقاله	چندین تأمین‌کننده	محدودیت منابع	فسادپذیری/اقلام معیوب	مجاز بودن کمبود	حل دقیق	فراابتکاری	الگوریتم ابتکاری	مجاز بودن تخفیف	گروه‌بندی مستقیم	گروه‌بندی غیرمستقیم
سیلور[۵]							✓			✓
موون و همکاران[۷]						✓		✓		✓
محمدی‌تبار و قدسی‌پور[۸]	✓	✓				✓			✓	
وانگ و همکاران[۱۳]						✓				✓
مداح و همکاران[۱۷]				✓	✓				✓	
اونکونارک و همکاران[۹]		✓	✓			✓				✓
آی و همکاران[۱۸]			✓	✓			✓			✓
چن و همکاران[۱۹]			✓	✓		✓				✓
زاپاتا و همکاران[۴]		✓				✓			✓	✓
این مقاله	✓	✓	✓	✓	✓				✓	✓

هم‌زمان برای اقلام قابل جایگزین پرداختند. در مدل آن‌ها، چنانچه یکی از اقلام دچار کمبود شود تقاضای مربوط به آن به اقلام دیگر منتقل می‌شود. همچنین نتیجه گرفتند که امکان جایگزینی اقلام روش مؤثری در کاهش هزینه‌های زنجیره است. آی و همکاران[۱۸] مسئله‌ی سفارش هم‌زمان اقلام برای کالاهای فسادپذیر را مدل‌سازی کردند. آن‌ها فرض کردند که فساد اقلام مدتی پس از نگهداری کالا آغاز می‌شود و با استفاده از رویکرد گروه‌بندی مستقیم و یک الگوریتم ابتکاری به مدل‌سازی و حل مسئله پرداختند.

چن و همکاران[۱۹] در مقاله‌یی با در نظرگرفتن کالاهای جایگزین و اقلام خراب، مسئله‌ی سفارش هم‌زمان را به‌صورت برنامه‌ریزی عدد صحیح غیرخطی مدل‌سازی کردند و با در نظرگرفتن محدودیت‌هایی از نوع بودجه و ظرفیت، از الگوریتم ژنتیک برای حل بهره گرفتند و دریافتند که استفاده از کالاهای جایگزین به‌مراتب هزینه‌های مورد انتظار را کاهش می‌دهد، و به‌عکس وجود کالاهای خراب هزینه‌های مورد انتظار را افزایش می‌دهد.

نوری دریان و همکاران[۲۰] تصمیمات سفارش هم‌زمان اقلام، قیمت‌گذاری و انتخاب روش حمل را با در نظر گرفتن یک تولیدکننده و چندین خرده‌فروش یکپارچه‌سازی کردند. کوهن هیل و یدیدسون[۲۱] مسئله‌ی سفارش هم‌زمان اقلام را بررسی کردند. بر اساس تحقیق ایشان، با وجود ارائه‌ی راه حل‌های ابتکاری، پیچیدگی مسئله همچنان باقیمانده است و این دسته مسائل NP-Hard است.

آی و همکاران[۲۲] اقلامی را در نظر گرفتند که به‌صورت آنی فاسد نمی‌شوند. آنها با در نظرگرفتن تخفیف و امکان سفارش هم‌زمان اقلام، به مدل‌سازی بر اساس رویکرد گروه‌بندی غیرمستقیم پرداخته و با استفاده از روش‌های فراابتکاری مدل را حل کرده‌اند.

در مقالات فارسی نیز محققین متعددی به بررسی مدل‌های کنترل موجودی اقلام فسادپذیر پرداخته‌اند. هروی شرق و پیرایش[۲۳] مدل سفارش اقتصادی را برای اقلام فسادپذیر با در نظرگرفتن مدت تحویل به‌صورت متغیر قابل کنترل مدل‌سازی کردند. بدین ترتیب هزینه‌یی بابت کاهش مدت زمان تحویل به مدل آنها افزوده شده است. کاهش مدت زمان تحویل می‌تواند منجر به فساد کم‌تر در اقلام شود. رضایی و همکاران[۲۴] به مدل‌سازی سفارش اقتصادی اقلام فسادپذیر با نرخ خرابی متغیر پرداخته‌اند. آنها برای برآورد بهتر پارامترها از اعداد بازه‌یی و برای حل مدل از الگوریتم ژنتیک استفاده کرده‌اند.

با توجه به کاربردهای مسئله و پیچیدگی آن، ارائه‌ی رویکرد مدل‌سازی و حل مسئله‌ی سفارش هم‌زمان اقلام فسادپذیر از اهمیت بالایی برخوردار است. بر اساس بررسی‌های انجام شده مسئله‌ی سفارش هم‌زمان اقلام فسادپذیر با چند تأمین‌کننده و کمبود پس‌افت جزئی به همراه رویکردهای مختلف مدل‌سازی آن در ادبیات تحقیق وجود ندارد. برای درک بهتر از فضای تحقیقات صورت گرفته و شکاف تحقیق در زمینه‌ی سفارش هم‌زمان اقلام، مقالات متعددی در این زمینه از جنبه‌های مختلف مقایسه شده‌اند (جدول ۱). نزدیک‌ترین تحقیق به مطالعه‌ی حاضر از نظر مدل‌سازی هر دو رویکرد گروه‌بندی در سفارش هم‌زمان اقلام توسط زاپاتا و همکاران[۴] ارائه شده است. مسئله‌ی آن‌ها در ارتباط با اقلام بادوام، به‌صورت تک‌منبع و بدون کمبود انجام شده است. از نظر لحاظ کردن اقلام فسادپذیر در مسئله‌ی سفارش هم‌زمان اقلام نیز مطالعه‌ی آی و همکاران[۱۸] نزدیک‌ترین تحقیق به مطالعه‌ی حاضر است. مسئله‌ی آن‌ها تک منبع با کمبود پس‌افت و بدون محدودیت منابع است.

در این نوشتار مدل‌سازی مسئله‌ی سفارش هم‌زمان اقلام فاسد شدنی با چند تأمین‌کننده و لحاظ کردن کمبود پس‌افت جزئی به همراه رویکردهای گروه‌بندی مستقیم و غیرمستقیم ارائه می‌شود. مسئله در واقع یک زنجیره‌ی دو سطحی است که در یک سطح چندین تأمین‌کننده و در سطح دیگر خریدار قرار دارد. بر این اساس نوآوری‌های اصلی این مقاله عبارت‌اند از:

- لحاظ کردن چند تأمین‌کننده و محدودیت منابع در سفارش هم‌زمان اقلام فسادپذیر؛
- لحاظ کردن کمبود پس‌افت جزئی در سفارش هم زمان اقلام فسادپذیر؛
- بررسی هر دو رویکرد گروه‌بندی مستقیم و غیرمستقیم و مقایسه‌ی هزینه‌ی آن‌ها؛
- ارائه‌ی حل تحلیلی مسئله در شرایط خاص و تقریب تابع هدف با استفاده از بسط تیلور.

در ادامه به شرح و بیان دقیق‌تر مسئله و ارائه‌ی مدل‌سازی آن می‌پردازیم. سپس با استفاده از یک مثال عددی به حل مدل و تحلیل حساسیت آن می‌پردازیم و در نهایت نتیجه‌گیری حاصله ارائه می‌شود.

۳. روش‌شناسی پژوهش

همان‌طور که قبلاً نیز بیان شد، در بسیاری از کاربردهای واقعی تعداد اقلام زیادی در انبار وجود دارد و مدیریت مستقل آن‌ها از نظر مدیریتی و اقتصادی توجیه‌پذیر نیست. در ضمن سفارش هماهنگ اقلام می‌تواند صرفه‌جویی‌هایی را در هزینه‌های سفارش‌دهی ایجاد کند. این مسئله در ادبیات با عنوان سفارش هم‌زمان اقلام مورد توجه قرار گرفته است. در تعریف کلاسیک مسئله‌ی سفارش هم‌زمان اقلام، تعدد تأمین‌کنندگان وجود ندارد و اقلام بادوام هستند. ما در این نوشتار به مدل‌سازی مسئله‌ی سفارش هم‌زمان اقلام با چندین تأمین‌کننده و اقلام فسادپذیر می‌پردازیم. به بیان دیگر به دنبال آن هستیم که صرفه‌جویی‌های ممکن در سفارش مشترک اقلام را در حالت چند تأمین‌کننده و اقلام فسادپذیر مدل‌سازی لحاظ کنیم. برای این منظور دو رویکرد مدل‌سازی در ادبیات وجود دارد. در رویکرد گروه‌بندی مستقیم، اقلام در گروه‌های مختلف قرار می‌گیرند و هر گروه چرخه‌ی سفارش مشترکی خواهند داشت. در رویکرد دوم بحث گروه‌بندی اقلام مطرح نیست، بلکه یک چرخه‌ی سفارش پایه تعیین می‌شود و هر کالا در ضریب صحیحی از چرخه‌ی پایه سفارش داده می‌شود. از آن‌جا که وقتی ضرایب کالاها به عدد مشترکی می‌رسند آن کالاها با هم سفارش داده می‌شوند، اصطلاحاً به این رویکرد «گروه‌بندی غیرمستقیم» می‌گویند. ازاین‌رو، دو رویکرد گروه‌بندی مستقیم و غیرمستقیم را برای مدل‌سازی مسئله به‌کار گرفته و نتایج آن‌ها را با هم مقایسه می‌کنیم. در سناریوی اول رویکرد گروه‌بندی مستقیم و در سناریوی دوم رویکرد گروه‌بندی غیرمستقیم ارائه شده است. در ادامه ابتدا مفروضات مسئله را بیان می‌کنیم.

- **مفروضات**

-- در هرلحظه از زمان که سفارش یک یا چند قلم کالا به تعدادی از تأمین‌کنندگان داده می‌شود یک هزینه‌ی سفارش‌دهی کلی ایجاد می‌شود؛

-- هزینه‌ی سفارش‌دهی جزئی وابسته به نوع کالا و تأمین‌کننده است؛

-- کمبود کالا به‌صورت پس‌افت جزئی در نظر گرفته شده است؛

-- پارامترهای مدل قطعی و ثابت‌اند؛

-- اقلام با نرخ ثابتی در طول زمان فاسد می‌شوند؛

-- ظرفیت تولید تأمین‌کنندگان محدود است؛

-- به‌ازای کمبود هر واحد کالا در واحد زمان برای مشتریانی که منتظر می‌مانند جریمه‌ی تأخیر در نظر گرفته شده است.

لازم به ذکر است که هربار که یک سفارش صادر می‌شود هزینه‌های ثابتی به وجود می‌آید. بخشی از این هزینه‌های ثابت وابسته به تأمین‌کننده است. بخشی از این هزینه‌های ثابت وابسته به نوع اقلام است (مثلاً الزامات گمرکی خاص). بخشی از هزینه‌ی سفارش نیز مستقل از اقلام و تأمین‌کننده است. در این نوشتار درحقیقت هزینه‌ی سفارش عمده را به‌صورت مستقل لحاظ کرده‌ایم. به‌عنوان مثال حالتی را در نظر بگیرید که همه‌ی اقلامی که در یک سفارش از یک فروشگاه اینترنتی و از تأمین‌کنندگان مختلف، خریداری می‌شود یک هزینه‌ی حمل ثابت پرداخت می‌شود. بنابراین در این مثال هزینه‌ی سفارش مستقل از تأمین‌کنندگان است. اگرچه در موارد متعددی نیز هزینه‌ی عمده‌ی سفارش وابسته به تأمین‌کننده است و می‌تواند در توسعه‌ی این مقاله مد نظر قرار بگیرد.

در ادامه به بیان اندیس‌ها، پارامترها و متغیرهای مورد استفاده در هر دو سناریو می‌پردازیم.

۱.۳. اندیس‌ها و مجموعه‌ها

I: مجموعه‌ی کالاها؛

G: مجموعه‌ی گروه‌ها؛

J: مجموعه‌ی تأمین کنندگان؛

i: اندیس کالا؛

g: اندیس گروه $(g = ۱, \dots, |G|)$؛

j: اندیس تأمین‌کننده.

- **پارامترها**

A: هزینه‌ی عمده‌ی سفارش‌دهی؛

a_{ij}: هزینه‌ی جزئی سفارش‌دهی کالای i به تأمین‌کننده‌ی j؛

D_i: تقاضای کالای i؛

c_{ij}: هزینه‌ی خرید یک واحد کالای i از تأمین‌کننده‌ی j؛

π_i: هزینه‌ی کمبود یک واحد کالای i در واحد زمان؛

$\hat{\pi}_i$: هزینه‌ی فروش از دست رفته به‌ازای یک واحد کالای i؛

β_i: نسبتی از تقاضای کالای i که در صورت کمبود منتظر می‌ماند؛

θ_i: نرخ فاسد شدن کالای i؛

cap_{ij}: ظرفیت کالای i در تأمین‌کننده‌ی j در واحد زمان (سالانه).

- **متغیرها**

k_i: نسبتی از طول چرخه‌ی کالای i که موجودی انبار مثبت است؛

q_{ij}: مقدار خرید کالای i از تأمین‌کننده‌ی j در واحد زمان (سالانه)؛

T: طول چرخه‌ی پایه؛

T_i: فاصله‌ی بین دو سفارش متوالی کالای iام؛

m_i: ضریب صحیح برای طول دوره‌ی بهینه‌ی کالای i؛

T_g: فاصله‌ی زمانی بین دو سفارش متوالی اقلام گروه g؛

x_{ig}: متغیر صفر و ۱ است؛ برابر ۱ خواهد بود اگر کالای i در گروه g قرار بگیرد و در غیر این صورت مساوی صفر خواهد بود؛

y_{ij}: متغیر صفر و ۱ است. برابر ۱ خواهد بود در صورتی که تأمین‌کننده‌ی j کالای i را تأمین کند و در غیر این صورت مساوی صفر خواهد بود؛

Z_g: متغیر صفر و ۱ است. برابر ۱ خواهد بود اگر حداقل یکی از اقلام در گروه g قرار گرفته باشد و در غیر این صورت مساوی صفر خواهد بود.

- **تابع هدف**

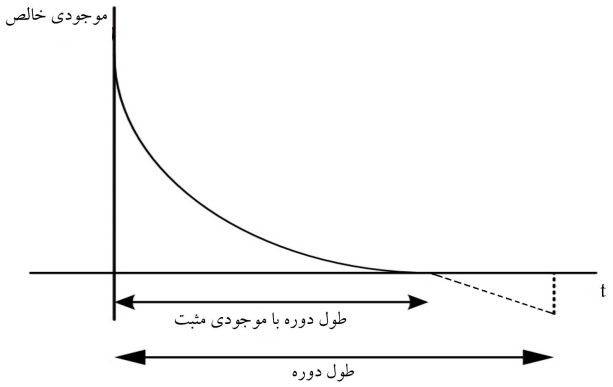
TC: کل هزینه‌ها.

لحاظ کردن فسادپذیری در مدل‌سازی کنترل موجودی موجب پیچیده‌تر شدن روابط می‌شود. معمولاً رابطه‌ی بین تغییرات موجودی و زمان در اقلام فسادپذیر با یک تابع غیرخطی که شکل نمایی دارد به‌صورت زیر بیان می‌شود.[۲۵]

$$\frac{\mathrm{d}I_i(t)}{\mathrm{d}(t)} + \theta_i I_i(t) = -D_i \qquad ۰ \le t \le k_i T_i \qquad (۱)$$

در این رابطه $I_i(t)$ موجودی خالص کالای i در لحظه t است. در واقع این رابطه نشان می‌دهد که موجودی، به‌مرور زمان به دو دلیل تقاضا و فاسد شدن در حال کاهش است.

واضح است که در زمان مواجهه با کمبود سطح، موجودی‌ها فقط بر اساس میزان تقاضای پس‌افت کاهش می‌یابد. بنابراین تغییرات موجودی در زمان‌هایی که



شکل ۱. نمودار سطح موجودی یک‌قلم کالای فسادپذیر در یک دوره.

کمبود وجود دارد از رابطه‌ی ۲ پیروی می‌کند.

$$\frac{\mathrm{d}I_i(t)}{\mathrm{d}(t)} = -\beta_i D_i \qquad k_i T_i \le t \le T_i \tag{۲}$$

بر این اساس و با توجه به این که تغییرات موجودی اقلام فسادپذیر هم به دلیل نرخ فساد و هم به دلیل نرخ تقاضا کاهش می‌یابد و این موضوع در معادله‌ی دیفرانسیل ۱ نشان داده شده، نمودار جریان موجودی هر قلم کالای فسادپذیر با اقلام بادوام متفاوت خواهد بود. نمودار جریان موجودی به‌صورت شکل ۱ به دست می‌آید که در آن محور افقی (t) نشان‌دهنده‌ی زمان (عموماً برحسب سال) است و محور عمودی $I_i(t)$ میزان موجودی کالای i برحسب واحد تقاضاست. در مطالعات متعدد، از جمله در مطالعه‌ی آی و همکاران،[۲۲] موضوع اقلام فسادپذیر بررسی و نمودار جریان موجودی آن رسم شده است.

به دست آوردن تابع موجودی به دو بخش تفکیک می‌شود. در قسمت اول که کمبود وجود ندارد رابطه‌ی موجودی به‌صورت معادله‌ی ۳ به دست می‌آید:

$$I_i(t) = \frac{D_i}{\theta_i}\left(e^{\theta_i(k_iT_i - t)} - 1\right) \qquad 0 \le t \le k_i T_i \tag{۳}$$

از نقطه‌یی که کمبود اتفاق می‌افتد رابطه‌ی موجودی به‌صورت معادله‌ی ۴ محاسبه می‌شود.

$$I_i(t) = -\beta_i D_i (t - k_i T_i) \qquad k_i T_i \le t \le T_i \tag{۴}$$

محاسبه‌ی رابطه‌های ۳ و ۴ از معادلات دیفرانسیلی ۱ و ۲ در بسیاری از منابع مربوط به اقلام فسادپذیر[۲۵] موجود است. بر این اساس روابط مربوط به هریک از اقلام به شرح زیر محاسبه می‌شود:

هزینه‌ی نگهداری یک نوع کالا در یک دوره (HCi)

$$\begin{aligned} HC_i &= h_i \int_{0}^{k_iT_i} I_i(t)\,dt = h_i \int_{0}^{k_iT_i} \frac{D_i}{\theta_i}\left(e^{\theta_i(k_iT_i - t)} - 1\right) dt \\ &= h_i \frac{D_i}{\theta_i^2}\left(e^{\theta_i k_i T_i} - \theta_i k_i T_i - 1\right) \end{aligned} \tag{۵}$$

میزان خرید کالای i در یک دوره از تأمین‌کنندگان (Q_i)؛

$$\begin{aligned} Q_i &= (I_i(0) - I_i(T_i)) \\ &= \left(\frac{D_i}{\theta_i}\left(e^{\theta_i k_i T_i} - 1\right) + \beta_i D_i (T_i - k_i T_i)\right) \end{aligned} \tag{۶}$$

با توجه به این که ظرفیت تولید تأمین‌کنندگان در واحد زمان (سالانه) لحاظ شده در مدل‌سازی از متغیر مربوط به میزان خرید در واحد زمان (سالانه) استفاده می‌کنیم.

میزان خرید کالای i در واحد زمان (سالانه) را می‌توان بر اساس رابطه‌ی ۷ از خرید سالانه محاسبه کرد:

$$\sum_j q_{ij} = \frac{Q_i}{T_i} = \frac{1}{T_i}\left(\frac{D_i}{\theta_i}\left(e^{\theta_i k_i T_i} - 1\right) + \beta_i D_i (T_i - k_i T_i)\right) \tag{۷}$$

هزینه‌ی کمبود وابسته به زمان کالای i در یک دوره (BCi)؛

$$\begin{aligned} BC_i &= -\pi_i \int_{k_iT_i}^{T_i} I_i(t)\,dt = \pi_i \int_{k_iT_i}^{T_i} \beta_i D_i (t - k_i T_i) dt \\ &= \frac{\pi_i \beta_i D_i (1 - k_i)^2 T_i^2}{2} \end{aligned} \tag{۸}$$

هزینه‌ی فروش از دست رفته‌ی کالای i در یک دوره (LS_i)

$$LS_i = (1 - \beta_i) D_i (T_i - k_i T_i) \hat{\pi}_i \tag{۹}$$

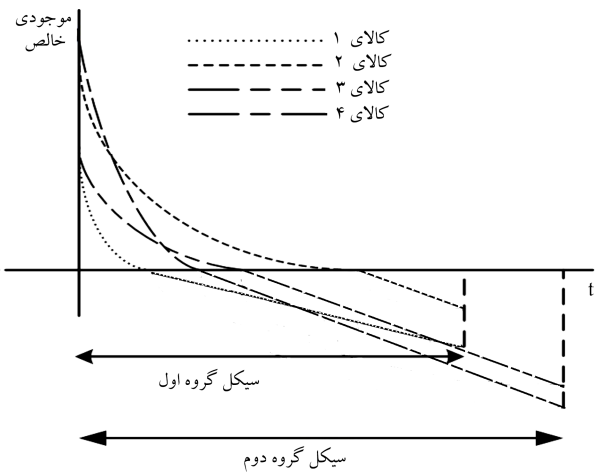
هزینه‌ی عمده‌ی سفارش در هر دوره سفارش یکبار پرداخت می‌شود. هزینه‌ی جزئی سفارش به هر تأمین‌کننده‌ی منتخب نیز در هر دوره سفارش یکبار پرداخت می‌شود.

۲.۳. سناریو اول: رویکرد گروه‌بندی مستقیم

سناریوی اول مسئله را با استفاده از رویکرد گروه‌بندی مستقیم مدل‌سازی می‌کنیم. یک زنجیره‌ی دوسطحی را در نظر بگیرید که در آن خریدار برای تأمین محصول باید از میان چندین تأمین‌کننده کالای مورد نظرش را خریداری کند، در حالی که تأمین‌کنندگان برای کالاهای مختلف ظرفیت و قیمت‌های متفاوتی ارائه می‌دهند. هر بار سفارش اقلام به تأمین‌کنندگان هزینه‌ی سفارش جزئی و هزینه‌ی سفارش کلی را شامل می‌شود. هزینه‌های خریدار شامل هزینه‌های سفارش‌دهی، نگهداری موجودی، خرید، کمبود و فروش از دست رفته است. با توجه به این که در این تحقیق کمبود به‌صورت پس‌افت جزئی لحاظ شده است، بخشی از خرید به‌صورت سفارش‌های معوق به خریدار عرضه می‌شود و بخشی نیز به‌صورت فروش از دست رفته است. در این رویکرد به دنبال کمینه کردن هزینه‌های خریدار، تعیین میزان سفارش به هر تأمین‌کننده و محاسبه‌ی طول دوره سفارش و گروه‌بندی اقلام هستیم. رویکرد گروه‌بندی مستقیم بدین ترتیب خواهد بود که ابتدا اقلام در گروه‌های مختلف قرار گرفته و سپس چرخه‌ی بهینه‌ی سفارش برای هر گروه تعیین می‌شود. در این حالت، تعداد گروه‌ها را می‌توان از قبل مفروض گرفت یا بیشینه‌ی تعداد گروه‌ها را برابر با تعداد اقلام در مدل لحاظ کرده و تعداد گروه‌ها را در حل مدل تعیین کرد. سفارش‌های اقلام هر گروه به‌صورت مشترک انجام می‌گیرد. در ادامه به بیان اندیس و متغیرهای مخصوص این رویکرد می‌پردازیم.

با توجه به مفروضات بیان شده و برای درک بهتر این رویکرد، وضعیت موجودی در دست برای چهار قلم کالا در شکل ۲ ترسیم شده است. محور افقی (t) نشان‌دهنده‌ی زمان است که عموماً برحسب سال بیان می‌شود و محور عمودی $Ii(t)$ میزان موجودی برحسب واحد تقاضاست. همان‌طورکه در شکل ۲ مشاهده می‌کنیم کالای ۱ و ۲ در یک گروه و کالای ۳ و ۴ در گروه دیگری قرار دارند و اقلام هر گروه با هم سفارش داده می‌شوند.

تابع هدف که در معادله‌ی ۱۰ نشان داده شده است شامل کمینه کردن کل هزینه‌هاست که قسمت اول هزینه‌ی عمده‌ی سفارش، قسمت دوم هزینه‌ی جزئی سفارش، قسمت سوم مربوط به هزینه‌ی نگهداری، قسمت چهارم هزینه‌ی خرید، قسمت پنجم هزینه‌ی کمبود پس‌افت و قسمت ششم هزینه‌ی فروش از دست رفته است. فروش از دست رفته به دلایلی مانند طولانی شدن بیش از اندازه‌ی زمان انتظار



شکل ۲. مثالی از وضعیت موجودی در دست در رویکرد گروه‌بندی مستقیم با چهار کالا و دو گروه.

و طولانی شدن صف اتفاق می‌افتد و لذا مشتریان منتظر نمی‌مانند و از کالاهای جایگزین استفاده می‌کنند. مشتریانی که امکان استفاده از کالای جایگزین را ندارند، منتظر می‌مانند تا تقاضای خود را با تأخیر تأمین کنند. به‌عنوان‌مثال برخی کالاهای دارویی در این خصوص مصداق پیدا می‌کند. مشتری به دلایلی مانند ضرورت مصرف دارو، امکان استفاده از داروهای جایگزین و یا زمان انتظار، تصمیم می‌گیرد که منتظر بماند یا از تقاضای خود صرف‌نظر کند.

$$\begin{aligned}\min TC &= \sum_g \frac{AZ_g}{T_g} + \sum_i \sum_j \sum_g \frac{a_{ij}x_{ig}y_{ij}}{T_g} \\ &+ \sum_i \sum_g \frac{h_i}{T_g}\frac{D_i}{\theta_i^{۲}}\left(e^{\theta_i k_i T_g} - \theta_i k_i T_g - ۱\right) x_{ig} \\ &+ \sum_i \sum_j c_{ij} q_{ij} + \sum_i \sum_g \frac{\pi_i \beta_i D_i (۱-k_i)^{۲} T_g x_{ig}}{۲} \\ &+ \sum_i D_i\,(۱ - -k_i)\,(۱ - -\beta_i)\hat{\pi}_i\end{aligned} \qquad (۱۰)$$

محدودیت‌های مدل به شرح زیر است:

$$\begin{aligned}\sum_j q_{ij} = \sum_g \tfrac{۱}{T_g}\big(\tfrac{D_i}{\theta_i}\left(e^{\theta_i k_i T_g} - ۱\right) \\ +\beta_i D_i (T_g - k_i T_g)) x_{ig} \qquad \forall i \in I\end{aligned} \qquad (۱۱)$$

$$\sum_g x_{ig} = ۱ \qquad \forall i \in I \qquad (۱۲)$$

$$z_g \geq \frac{۱}{|G|}\sum_i x_{ig} \qquad \forall g \in G \qquad (۱۳)$$

$$q_{ij} \leq cap_{ij} y_{ij} \qquad \forall i \in I, j \in J \qquad (۱۴)$$

$$k_i \leq ۱ \qquad \forall i \in I \qquad (۱۵)$$

$$T_g, q_{ij}, k_i \geq ۰ \qquad \forall i \in I, j \in J, g \in G \qquad (۱۶)$$

$$x_{ig}, y_{ij}, z_g \in \{۰/۱\} \qquad \forall i \in I, j \in J, g \in G \qquad (۱۷)$$

محدودیت ۱۱ میزان خرید هر قلم کالا را بر اساس کل فروش و فساد کالا تعیین می‌کند. محدودیت ۱۲ با توجه به رویکرد گروه‌بندی مستقیم و این نکته که اقلام باید در گروه‌های متفاوت قرار گیرند تضمین می‌کند که هر کالا حتماً در یک گروه قرار بگیرد. مقدار Z_g در محدودیت ۱۳ زمانی باید مقدار بگیرد که دست‌کم یک قلم کالا در گروه g قرار بگیرد، زیرا مقدار $\sum_j x_{jg}$ شامل تعداد کالاهای گروه g است. محدودیت ۱۴ برای تضمین این که ظرفیت تأمین‌کننده نقض نشود استفاده شده است. در واقع هر تأمین‌کننده حداکثر بر اساس ظرفیت خود می‌تواند سهمی در تقاضا داشته باشد. محدودیت ۱۵ درصد تقاضایی که مستقیماً از انبار برآورده شده را نشان می‌دهد که باید کم‌تر یا مساوی ۱ باشد. محدودیت‌های ۱۶ و ۱۷ نیز نوع متغیرها را مشخص می‌کنند.

با توجه به این‌که وجود متغیر تصمیم در توان به پیچیدگی مسئله می‌افزاید و حل آن را با استفاده از نرم‌افزارهای موجود دشوار می‌کند، از تقریب بسط تیلور (رابطه‌ی ۱۸) برای ساده‌سازی آن استفاده می‌کنیم.

$$e^{\theta_i k_i T_i} \simeq ۱ + \theta_i k_i T_i + \frac{\theta_i^{۲} k_i^{۲} T_i^{۲}}{۲} \qquad (۱۸)$$

با جایگذاری رابطه‌ی ۱۸ در مدل‌سازی مسئله، تابع هدف ۱۰ و محدودیت ۱۱ به ترتیب به‌صورت روابط ۱۹ و ۲۰ به دست می‌آید. بنابراین مدل‌سازی مسئله چنین خواهد بود:

$$\begin{aligned}\min TC &= \sum_g \frac{AZ_g}{T_g} + \sum_i \sum_j \sum_g \frac{a_{ij}x_{ig}y_{ij}}{T_g} \\ &+ \sum_i \sum_g (\tfrac{۱}{۲}) h_i D_i k_i^{۲} T_g x_{ig} + \sum_i \sum_j c_{ij} q_{ij} \\ &+ \sum_i \sum_g \frac{\pi_i \beta_i D_i (۱-k_i)^{۲} T_g x_{ig}}{۲} \\ &+ \sum_i D_i\,(۱ - k_i)\,(۱ - \beta_i)\hat{\pi}_i\end{aligned} \qquad (۱۹)$$

$S.t.$

$$\sum_j q_{ij} = \sum_g D_i \left(k_i + \frac{\theta_i k_i^{۲} T_g}{۲} + \beta_i\,(۱ - k_i)\right) x_{ig} \quad \forall i \qquad (۲۰)$$

با توجه به تعداد زیاد محدودیت‌ها و وجود متغیرهای صفر و ۱، حل تحلیلی این مسئله دشوار است. ازاین‌رو حالت خاصی را در قضیه‌ی ۱ بررسی می‌کنیم.

قضیه‌ی ۱: فرض کنید که تنها یک تأمین‌کننده وجود دارد ($J = ۱$) و همه تقاضای کمبود به‌صورت پس‌افت تأمین می‌شود ($\beta = ۱$).

مقدار بهینه‌ی متغیر k_i از رابطه‌ی ۲۱ به دست می‌آید:

$$k_i = \frac{\pi_i}{h_i + \pi_i + \theta_i} \qquad (۲۱)$$

اثبات: با جایگذاری مقادیر $J = ۱$، $\beta_i = ۱$ در مدل‌سازی مسئله، محدودیت ۲۰ مطابق رابطه‌ی ۲۲ به دست می‌آید:

$$q_i = \sum_g D_i \left(۱ + \frac{\theta_i k_i^{۲} T_g}{۲}\right) x_{ig} \forall i \qquad (۲۲)$$

با جایگذاری رابطه ۲۲ در تابع هدف رابطه‌ی ۲۳ به دست می‌آید:

$$\begin{aligned}&\min TC = \\ &\sum_g \frac{AZ_g}{T_g} + \sum_i \sum_g \frac{a_i x_{ig}}{T_g} + \sum_i \sum_g (\tfrac{۱}{۲}) h_i D_i k_i^{۲} T_g x_{ig} \\ &+ \sum_i \sum_g D_i \left(۱ + \tfrac{\theta_i k_i^{۲} T_g}{۲}\right) x_{ig} \\ &+ \sum_i \sum_g \frac{\pi_i \beta_i D_i (۱-k_i)^{۲} T_g x_{ig}}{۲}\end{aligned} \qquad (۲۳)$$

به ازای مقادیر ثابت متغیرهای صفر و ۱ Z_g و x_{ig}، از رابطه‌ی ۲۳ نسبت به k_i مشتق‌گیری می‌کنیم که حاصل آن در رابطه‌ی ۲۴ آمده است:

$$\begin{aligned}&h_i D_i k_i (\sum_g T_g x_{ig}) + D_i \theta_i k_i (\sum_g T_g x_{ig}) \\ &-\pi_i \beta_i D_i (۱ - k_i)(\sum_g T_g x_{ig}) = ۰\end{aligned} \qquad (۲۴)$$

با حل رابطه‌ی ۲۴ نسبت به متغیر k_i، مقدار آن به دست می‌آید که در رابطه‌ی ۲۱ نشان داده شده است. به‌ازای هر مجموعه از متغیرهای صفر و ۱ Z_g و x_{ig}، مشتق دوم تابع هدف نسبت به k_i توسط رابطه‌ی ۲۵ نشان داده شده است.

$$\frac{\partial^2 TC}{\partial k_i^2} = D_i h_i \sum_g T_g x_{ij} + D_i \theta_i \sum_g T_g x_{ij} + \pi_i \beta_i D_i \sum_g T_g x_{ij} \quad (۲۵)$$

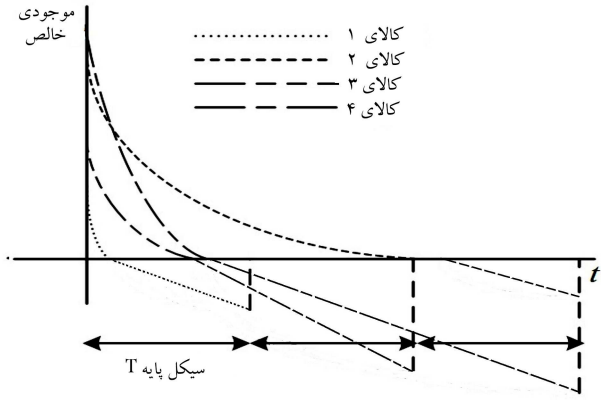
با توجه به مثبت بودن پارامترهای D_i، h_i، π_i و β_i، مشتق دوم تابع هدف همواره مثبت است و بنابراین مقدار به دست آمده برای k_i به‌ازای هر مجموعه از متغیرهای صفر و ۱ Z_g و x_{ig} کمینه‌ی مطلق تابع است.

بر اساس مقدار به دست آمده برای k_i، می‌توان نتیجه‌گیری کرد که با افزایش نرخ فسادپذیری کالا، درصد بیشتری از تقاضا را باید با کمبود مواجه کرد تا از فساد بالای موجودی اقلام جلوگیری شود. به همین ترتیب افزایش هزینه‌ی نگهداری هر واحد کالا نیز موجب افزایش درصد تقاضای مواجه با کمبود می‌شود. در نهایت افزایش هزینه‌ی کمبود هر واحد کالا موجب نگهداری مقدار بیشتری از آن کالا در انبار می‌شود.

۳.۳. سناریو دوم: رویکرد گروه‌بندی غیرمستقیم

از دیگر رویکردهای سفارش هم‌زمان، گروه‌بندی غیرمستقیم اقلام است. در این رویکرد یک چرخه‌ی پایه انتخاب می‌شود و هرکالا در ضریب صحیحی از چرخه‌ی پایه سفارش داده می‌شود. برای درک بیشتر این رویکرد نمودار موجودی چهارکالا در شکل ۳ نشان داده شده است که در این‌جا نیز محور افقی (t) نشان‌دهنده زمان است و محور عمودی $I_i(t)$ میزان موجودی برحسب واحد تقاضا را نشان می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌کنیم کالای ۱ زمان چرخه‌ی پایه T دارد. کالای ۲ زمان چرخه‌ی پایه $2T$ دارد و کالای ۳ و ۴ زمان چرخه‌ی پایه $3T$ دارند. بنابراین هرکالا در مضرب صحیحی از زمان چرخه‌ی پایه سفارش داده می‌شود. متغیری که در این رویکرد نسبت به رویکرد قبلی اضافه می‌شود m_j خواهد بود که ضریب صحیح برای طول دوره بهینه کالای j است.

تابع هدف که در معادله‌ی ۲۶ نشان داده شده است شامل کمینه کردن کل هزینه‌هاست که قسمت اول هزینه‌ی کلی سفارش، قسمت دوم هزینه‌ی جزئی سفارش، قسمت سوم هزینه‌ی نگهداری، قسمت چهارم هزینه‌ی خرید، قسمت



شکل ۳. مثالی از نمودار موجودی در دست در رویکرد گروه‌بندی غیرمستقیم با چهارکالا.

پنجم هزینه‌ی کمبود پس‌افت و قسمت ششم هزینه‌ی فروش از دست رفته است.

$$\min TC = \frac{A}{T} + \sum_i \sum_j \frac{a_{ij} y_{ij}}{m_i T} + \sum_i \frac{h_i}{m_i T} \frac{D}{\theta_i^2} (e^{\theta_i k_i m_i T} - \theta_i k_i m_i T - 1) + \sum_i \sum_j c_{ij} q_{ij} + \sum_i \frac{\pi_i \beta_i D_i (1-k_i)^2 m_i T}{2} + \sum_i D_i (1-k_i)(1-\beta_i)\hat{\pi}_i \quad (۲۶)$$

محدودیت‌های مدل عبارت‌اند از:

$$\sum_j q_{ij} = \frac{1}{m_i T}\left(\frac{D_i}{\theta_i}\left(e^{\theta_i k_i m_i T} - 1\right) + \beta_i D_i (m_i T - k_i m_i T)\right) \quad \forall i \in I \quad (۲۷)$$

$$q_{ij} \le cap_{\mathrm{ij}} \times y_{ij} \quad \forall \mathrm{i} \in \mathrm{I}, \mathrm{j} \in \mathrm{J} \quad (۲۸)$$

$$k_i \le 1 \quad \forall i \in I \quad (۲۹)$$

$$m_i \ge 1 \quad \forall i \in I \quad (۳۰)$$

$$T, q_{ij}, k_i, m_i \ge 0 \quad \forall i \in I, j \in J \quad (۳۱)$$

$$y_{ij} \in \{0, 1\} \quad \forall i \in I, j \in J \quad (۳۲)$$

$$m_{\mathrm{j}} \quad \forall j \in J \quad \text{عددصحیح} \quad (۳۳)$$

محدودیت ۲۷ میزان خرید هرکالا را براساس کل فروش و فساد کالا مشخص می‌کند. محدودیت ۲۸ به این منظور است که ظرفیت تأمین‌کننده نقض نشود. محدودیت ۲۹ نسبتی از زمان را نشان می‌دهد که کالا دچار کمبود نشده است (این متغیر همواره بین صفر و ۱ است). محدودیت ۳۰ تضمین می‌کند که ضریب عدد صحیح طول دوره‌ی هرکالا بزرگ‌تر یا مساوی ۱ باشد. محدودیت‌های ۳۱ تا ۳۳ نیز نوع متغیرهای تصمیم را مشخص می‌کنند.

همان‌طور که در سناریوی اول نیز اشاره شد، وجود متغیر تصمیم در توان به پیچیدگی مسئله اضافه کرده و حل آن را با استفاده از نرم‌افزارهای موجود دشوار می‌کند. با جایگذاری رابطه‌ی ۱۸ در مدل‌سازی مسئله، تابع هدف به‌صورت رابطه‌ی ۳۴ به دست می‌آید:

$$\frac{A}{T} + \sum_i \sum_j \frac{d_{ij} y_{ij}}{m_i T} + \sum_i \frac{1}{2} h_i D_i k_i^2 m_i T + \sum_i \sum_j c_{ij} q_{ij} + \sum_i \frac{\pi_i \beta_i D_i (1-k_i)^2 m_i T}{2} + \sum_i D_i (1-k_i)(1-\beta_i)\hat{\pi}_i \quad (۳۴)$$

همچنین با جایگذاری رابطه‌ی ۱۸ در محدودیت‌ها، تنها محدودیت ۲۷ تغییر می‌کند که در رابطه‌ی ۳۵ نشان داده شده است.

$$\sum_j q_{ij} = D_i (k_i + \frac{\theta_i k_i^2 m_i T}{2} + \beta_i (1-k_i)) \quad \forall i \quad (۳۵)$$

در این رویکرد گروه‌بندی نیز به طریق مشابه قضیه‌ی ۱ می‌توان اثبات کرد که در حالت خاص با یک تأمین‌کننده و کمبود پس‌افت، مقدار بهینه‌ی متغیر k_i از رابطه‌ی ۲۱ به دست می‌آید.

جدول ۲. پارامترهای مثال عددی.

کالا (i)	۱	۲	۳	۴
cap_{i2}	۱۰۰۰	۵۰۰	۵۰۰	۵۰
cap_{i1}	۱۵۰۰	۱۰۰۰	۵۰	۴۰۰
θ_i	۰/۰۸	۰/۰۸	۰/۰۸	۰/۰۸
D_i	۲۰۰۰	۱۰۰۰	۳۰۰	۹۰
π_i	۳۰	۴۰	۳۰	۴۰
β_i	۰/۷	۰/۷	۰/۹	۰/۹
$\hat{\pi}_i$	۴۰	۳۰	۴۰	۳۰
h_i	۰/۷۵	۱/۲۵	۱	۱/۵
c_{i2}	۱۰	۲۰	۳۰	۴۰
c_{i1}	۲۰	۳۰	۱۰	۲۰
a_{i2}	۵	۵	۱۵	۱۰
a_{i1}	۵	۷	۱۰	۱۵

۴. بحث و تحلیل نتایج

به‌منظور تحلیل مدل ارائه شده در این نوشتار، یک مثال عددی طراحی شده و تحلیل‌های لازم روی آن انجام می‌شود. این مثال عددی به مقایسه‌ی سناریوهای گروه‌بندی مستقیم و گروه‌بندی غیرمستقیم می‌پردازد. بدین منظور یک شرکت توزیع‌کننده‌ی اقلام دارویی را در نظر بگیرید که چهار نوع دارو را از دو تأمین‌کننده خریداری می‌کند. در خصوص داروهای ۳ و ۴ داروهای مشابه کم‌تری در بازار وجود دارد و لذا ۹۰ درصد مشتریانی که با کمبود مواجه می‌شوند منتظر می‌مانند تا با تأخیر دارو را دریافت کنند. درخصوص داروهای ۱ و ۲ با توجه به امکان استفاده از داروهای جایگزین، حدود ۷۰ درصد مشتریانی که با کمبود مواجه می‌شوند منتظر می‌مانند. دو تأمین‌کننده برای تولید داروها دارای ظرفیت مشخص هستند. پارامترهای مسئله در جدول ۲ ارائه شده است.

پارامترهای D_i که مربوط به تقاضای کالای i و cap_{ij} که ظرفیت کالای i در تأمین‌کننده‌ی j هستند، برحسب واحد تقاضا هستند که در این مثال بر اساس تعداد اقلام بیان می‌شود. هزینه‌ها در پارامترهای A که مربوط به هزینه‌ی عمده سفارش‌دهی است عبارت است از: a_{ij}: هزینه‌ی جزئی سفارش‌دهی کالای i از تأمین‌کننده‌ی j؛

c_{ij}: هزینه‌ی خرید یک واحد کالای i از تأمین‌کننده‌ی j؛

π_i: هزینه‌ی کمبود یک واحد کالای i در واحد زمان؛

$\hat{\pi}_i$: هزینه‌ی فروش از دست‌رفته به ازای یک واحد کالای i.

این هزینه‌ها برحسب واحد پول در نظرگرفته شده‌اند که در این مثال بر اساس دلار است. پارامترهای θ_i و β_i نیز به ترتیب نرخ مشتریانی که منتظر می‌مانند و نرخ فاسد شدن کالا هستند و بنابراین بدون واحد اندازه‌گیری هستند. واحد زمان نیز برابر یک سال در نظرگرفته شده است. هزینه‌ی سفارش‌دهی عمده برابر ۲۰ دلار است.

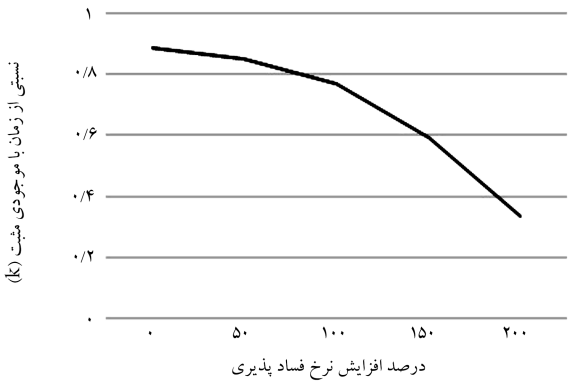
این مثال با استفاده از نرم‌افزار GAMS کد نویسی شده و با ابزار حل BARON حل شده و پاسخ‌های مربوط به میزان خرید اقتصادی، طول دوره‌ی بهینه‌ی سفارش، هزینه‌های مربوط و تعداد گروه‌های تشکیل یافته در هر حالت در جدول‌های ۳ و ۴ نشان داده شده است. لازم به ذکر است که در سناریوی اول که گروه‌بندی مستقیم است تعداد گروه‌ها را حداکثر برابر با تعداد کالاها در نظرگرفته و مدل تعیین می‌کند که چه تعداد گروه تشکیل شود. نتایج حل مثال عددی با استفاده از رویکرد گروه‌بندی مستقیم

جدول ۳. نتایج حل مثال عددی با رویکرد گروه‌بندی مستقیم.

کالا (i)	شماره گروه (g)	q_{i2}	q_{i1}	k_i	T_g
۱	۱	۱۰۰۰	۱۰۰۸/۲۳	۱	۰/۱۰۳
۲	۱	۵۰۰	۴۶۸/۶۲	۰/۸۸	۰/۱۰۳
۳	۲	۲۵۳/۵۱	۵۰	۰/۹۹	۰/۳۰۵
۴	۲	۰	۹۱/۰۹	۱	۰/۳۰۵

جدول ۴. نتایج حل مثال عددی با رویکرد گروه‌بندی غیرمستقیم.

کالا (i)	m_i	q_{i2}	q_{i1}	k_i	m_iT
۱	۱	۱۰۰۰	۱۰۰۸/۳۹۵	۱	۰/۱۰۵
۲	۱	۵۰۰	۴۶۸/۶۸۸	۰/۸۸۵	۰/۱۰۵
۳	۲	۲۵۲/۵۱۹	۵۰	۱	۰/۲۱۰
۴	۳	۰	۹۱/۱۳۳	۱	۰/۳۱۵



شکل ۴. تأثیر تغییرات پارامتر نرخ فسادپذیری کالای ۲ بر متغیر k_i نسبتی از زمان با موجودی مثبت در رویکرد گروه‌بندی مستقیم.

در جدول ۳ نشان داده شده است. هزینه‌ی کل برابر ۶۶۰۱۰/۹۱۰ دلار شده است.

همان‌طور که از نتایج ارائه شده در جدول ۳ مشخص است، اقلام در دو گروه قرارگرفته‌اند. از آن‌جا که تقاضای کالای ۱ و ۲ نسبت به کالاهای ۳ و ۴ بسیار بیشتر و هزینه‌های جزئی سفارش آن‌ها کم‌تر است، انتظار می‌رفت که در گروه مشابهی قرار بگیرند. بنابراین گروه‌بندی به دست آمده در نتایج مطابق انتظار است.

نتایج حل مثال عددی با استفاده از رویکرد گروه‌بندی غیرمستقیم در جدول ۴ نشان داده شده است. هزینه‌ی کل بر اساس روش غیرمستقیم ۶۵۹۳۳/۹۸۵ دلار و دوره‌ی پایه برابر ۰/۱۰۵ سال است.

همان‌طور که از نتایج جدول ۴ مشخص است، کالای ۱ و ۲ دوره‌ی سفارش برابر دوره‌ی پایه دارند. دوره‌ی سفارش کالای ۳ و ۴ به ترتیب دو و سه برابر دوره‌ی پایه است. بنابراین کالای ۱ و ۲ همواره با هم سفارش داده می‌شوند و در دوره‌های زمانی ۶ برابر دوره‌ی پایه همه اقلام با هم سفارش داده می‌شوند. همان‌طور که قبلاً نیز اشاره شد، گروه‌های تشکیل شده در رویکرد گروه‌بندی غیرمستقیم در دوره‌های مختلف دوره‌ی پایه تشکیل می‌شوند.

۱.۴. تحلیل حساسیت نسبت به نرخ فسادپذیری

برای تحلیل چگونگی تغییر نتایج به‌ازای پارامترهای مختلف، در ابتدا به تغییر نرخ فسادپذیری اقلام می‌پردازیم. نمونه‌یی از این تغییرات در ارتباط با کالای ۲ در شکل ۴

نشان داده شده است که در آن محور افقی بیان‌گر درصد افزایش نرخ فسادپذیری (θ_i) و محور عمودی نشان‌دهنده‌ی نسبتی از زمان با موجودی مثبت اقلام (k_i) است. رفتار دیگر اقلام در هر دو رویکرد گروه‌بندی مشابه کالای ۲ است. همان‌طور که در شکل ۴ نشان داده شده است، افزایش نرخ فسادپذیری موجب کاهش نسبتی از زمان با موجودی مثبت از کالای ۲ شده است. به‌بیان دیگر افزایش فسادپذیری کالا موجب کاهش مدت زمانی می‌شود که موجودی انبار مثبت است تا بدین ترتیب از زیان حاصل از فاسد شدن زیاد اقلام جلوگیری شود. این موجب می‌شود که میزان کل فروش کاهش یابد؛ چرا که درصد بیشتری از تقاضای اقلام با کمبود مواجه می‌شود و چون کمبود به‌صورت پس‌افت جزئی است بخشی از تقاضایی که با کمبود مواجه شده از دست می‌رود. کاهش میزان خرید کالای ۲ نسبت به افزایش نرخ فسادپذیری در شکل ۵ نشان داده شده است.

همان‌طور که انتظار می‌رفت و در شکل ۵ نیز نشان داده شده است با افزایش نرخ فسادپذیری، میزان کالای خریداری شده کاهش می‌یابد؛ چرا که مدل بخش بیشتری از تقاضا را با کمبود مواجه کرده و در نتیجه فروش کل کاهش خواهد یافت.

۲.۴. تحلیل حساسیت نسبت به هزینه‌ی اصلی سفارش

افزایش هزینه‌ی اصلی سفارش به‌صورت کلی موجب می‌شود که تعداد دفعات سفارش کاهش یابد و به طول هر دوره سفارش افزوده شود. این موضوع در شکل ۶ نشان داده شده است که در آن محور افقی درصد افزایش هزینه‌ی اصلی سفارش (A) و محور عمودی طول دوره‌ی سفارش برحسب سال است.

شکل ۵. تأثیر تغییرات پارامتر نرخ فسادپذیری کالای ۲ بر متغیر میزان خرید در رویکرد گروه‌بندی مستقیم.

شکل ۶. تأثیر تغییرات پارامتر هزینه‌ی اصلی سفارش کالای ۲ بر متغیر طول دوره‌ی سفارش.

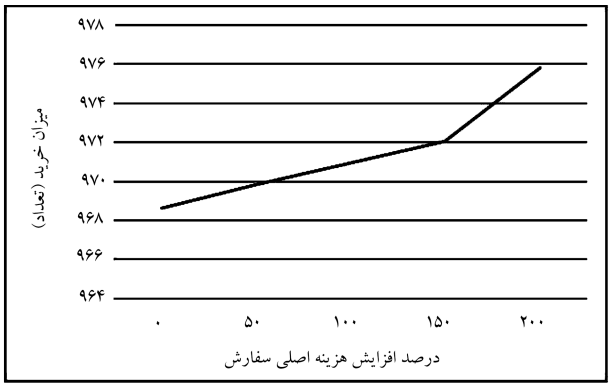
بر اساس بررسی انجام شده و با افزایش هزینه‌های سفارش تا میزان ۲۰۰ درصد، تأثیر قابل توجهی بر متغیر k مشاهده نشد. بنابراین به نظر می‌رسد که متغیر k بیشتر متأثر از نرخ فسادپذیری و هزینه‌های کمبود است.

با توجه به ثابت ماندن نسبتی از زمان با موجودی مثبت (k) و افزایش طول دوره، انتظار داریم که با افزایش هزینه‌ی اصلی سفارش میزان خرید کل نیز افزایش یابد. چرا که با افزایش طول دوره، میزان انباشته خرید در هر دوره افزایش می‌یابد و با افزایش سطح موجودی انبار مقدار اتلاف و فساد کالا بیشتر می‌شود. بنابراین برای تأمین مقدار مشابهی از تقاضا باید حجم خرید افزایش یابد. شکل ۷ تغییرات میزان خرید کالای ۲ را با توجه به افزایش هزینه‌ی اصلی سفارش نشان می‌دهد و رفتار نمودار مطابق انتظار است.

همانطور که انتظار می‌رفت و در شکل ۷ نیز نشان داده شده است، با افزایش هزینه‌ی اصلی سفارش، اندازه‌ی انباشته‌ی خرید افزایش یافته است.

۳.۴. مقایسه‌ی هزینه‌ها در مدل گروه‌بندی مستقیم با گروه‌بندی غیرمستقیم

در این بخش به مقایسه‌ی عملکرد دو رویکرد گروه‌بندی بر اساس میزان هزینه‌ی کل می‌پردازیم. همان‌طور که در شکل ۸ مشاهده می‌کنیم، در ابتدا و برای هزینه‌ی اصلی سفارش ۲۰ دلاری، رویکرد غیرمستقیم هزینه‌ی نسبتاً کمتری در مقایسه



شکل ۷. تأثیر تغییرات پارامتر هزینه‌ی اصلی سفارش کالای ۲ بر متغیر میزان خرید کل.

شکل ۸. مقایسه‌ی عملکرد گروه‌بندی مستقیم و غیرمستقیم در مقادیر مختلف هزینه‌ی اصلی سفارش.

شکل ۹. مقایسه‌ی گروه‌بندی مستقیم و غیرمستقیم در مقادیر مختلف نرخ فسادپذیری.

با رویکرد مستقیم دارد. اما با افزایش هزینه‌ی کلی سفارش، عملکرد دو رویکرد گروه‌بندی تقریباً بر یکدیگر منطبق می‌شود.

عملکرد دو رویکرد گروه‌بندی به‌ازای مقادیر مختلف نرخ فسادپذیری در شکل ۹ نشان داده شده است. همان‌طور که از نمودار شکل ۹ مشخص است، دو رویکرد عملکرد نزدیک به هم دارند. بنابراین برتری مطلقی در نتایج دو رویکرد نسبت به هم مشاهده نمی‌شود.

همچنین دو رویکرد مدل سازی عملکرد مشابهی در مقادیر مختلف نرخ فسادپذیری دارند. اما روش گروه‌بندی غیرمستقیم عملکرد نسبتاً بهتری در خصوص مقادیر مختلف هزینه‌ی عمده سفارش دارد.

۵. نتیجه‌گیری و پیشنهادها

موجودی اقلام فاسد شدنی علاوه بر عامل تقاضا، به دلیل نرخ فسادپذیری کاهش می‌یابد. در نتیجه معادله‌ی دیفرانسیلی جریان موجودی و در نتیجه نمودار اقلام فسادپذیر با اقلام بادوام متفاوت است. پیچیدگی حاصل از حل معادلات دیفرانسیلی موجب می‌شود که محاسبه‌ی حل تحلیلی برای حالت کلی میسر نشود. در این نوشتار مدل‌سازی مسئله‌ی کنترل موجودی اقلام فاسد شدنی با انتخاب از م یان چند تأمین‌کننده با ظرفیت و قیمت‌های متفاوت ارائه شد. بدین منظور یک زنجیره‌ی دو سطحی در نظرگرفته شد که در آن خریدار از میان چندین تأمین‌کننده به انتخاب می‌پردازد. در صورت مواجهه با کمبود بخشی از تقاضا از دست خواهد رفت و بخش دیگر منتظر می‌ماند. هزینه‌ی جزئی سفارش وابسته به کالا و تأمین‌کننده است در حالی که هزینه‌ی کلی سفارش مستقل از آن‌هاست و در هر بار سفارش لحاظ می‌شود. در هرکدام از روش‌های سفارش هم‌زمان (گروه‌بندی مستقیم و غیرمستقیم) مقدار بهینه سفارش اقتصادی، طول دوره بهینه، طول دوره‌یی که کمبود وجود ندارد و همچنین درصدی از تقاضا که با کمبود مواجه نمی‌شود و میزان هزینه‌های سیستم محاسبه شد. در نهایت با استفاده از یک مثال عددی دو روش گروه‌بندی مستقیم و غیرمستقیم باهم مقایسه شد.

در هر دو رویکرد گروه‌بندی برای سهولت محاسبات، از تقریب بسط تیلور استفاده شد. در حالت خاصی که تنها یک تأمین‌کننده وجود دارد و کمبود به‌صورت پس‌افت رخ می‌دهد، مقدار بهینه‌ی متغیر مربوط به نسبتی از زمان که موجودی انبار مثبت است، محاسبه شد. بر این اساس هزینه‌های کمبود و نگهداری و همچنین نرخ فساد در نسبتی از زمان که موجودی مثبت است تأثیر می‌گذارد.

تحلیل حساسیت مدل در یک مثال عددی نشان داد که افزایش نرخ فسادپذیری موجب کاهش نسبتی از زمان با موجودی مثبت شده و درصد بیشتری از تقاضا با کمبود مواجه می‌شود. این موجب می‌شود تا میزان فروش کل کاهش یابد. همچنین تحلیل حساسیت مدل در مثال عددی نشان داد که افزایش هزینه‌ی اصلی سفارش تأثیر قابل توجهی در نسبتی از زمان با موجودی مثبت ندارد. این نتیجه، با حالت خاص مدل که در قضیه‌ی ۱ بیان شده است، مطابقت دارد. افزایش هزینه‌ی اصلی سفارش نیز موجب افزایش طول دوره و همچنین افزایش کل خرید می‌شود.

موارد متعددی را در توسعه‌های آتی این تحقیق می‌توان در نظرگرفت. اولاً نرخ فاسد شدن و تقاضا در اقلام فسادپذیر می‌تواند تابعی از زمان، یا احتمالی باشد. ثانیاً توسعه و به‌کارگیری روش‌های فرا ابتکاری مانند الگوریتم ژنتیک و مقایسه‌ی آن با دیگر الگوریتم‌ها برای حل مسئله در ابعاد بزرگ می‌تواند بسیار کارآمد باشد. سوما می‌توان هزینه‌ی عمده سفارش وابسته به تأمین کنندگان را نیز در مدل لحاظ کرد. چنانچه در بسیاری از کاربردهای صنعتی، سفارش همزمان اقلام به یک تأمین‌کننده‌ی مشترک منجر به صرفه‌جویی در هزینه‌های سفارش می‌شود. در نهایت، عملکرد دو رویکرد را می‌توان بر اساس آزمون‌های آماری و در ابعاد مختلف مسئله و پارامترهای مدل بررسی و مقایسه کرد.

منابع (References)

1. Chaudhary, V., Kulshrestha, R. and Routroy, S. "State-of-the-art literature review on inventory models for perishable products", *Journal of Advances in Management Research*, **15**(3), pp. 306-346
2. Mahapatra, G.S., Adak, S., Mandal, T.K. and et al. "Inventory model for deteriorating items with time and reliability dependent demand and partial backorder", *Int. J. Operational Research*, **29**(3), pp. 344-359 (2017).
3. Khouja, M. and Goyal, S. "A review of the joint replenishment problem literature: 1989-2005. *European Journal of Operational Research*, **186**(1), pp. 1-16 (2008).
4. Zapata-Cortes J.A., Arango-Serna M.D. and Saldarriaga-Romero V.J. "The constrained joint replenishment problem using direct and indirect grouping strategies with genetic algorithms", In: Garcia Alcaraz J., Rivera Cadavid L., González- Ramirez, R. Leal Jamil, G., Chong Chong, M. (eds) Best Practices in Manufacturing Processes. Springer, Cham (2019).
5. Silver, E.A. "A simple method of determining order quantities in joint replenishments under deterministic

demand", *Management Science*, **22**(12), pp. 1351-1361 (1976).

6. Kaspi, M. and Rosenblatt, M.J. "An improvement of silver's algorithm for the joint replenishment problem", *AIIE Transactions*, **15**(3), pp. 264-267 (1983).
7. Moon, I., Goyal, S. and Cha, B. "The joint replenishment problem involving multiple suppliers offering quantity discounts", *International Journal of Systems Science*, **39**(6), pp. 629-637 (2008).
8. Mohammaditabar, D. and Ghodsypour, S.H. "A supplier-selection model with classification and joint replenishment of inventory items", *International Journal of Systems Science*, **47**(8), pp. 1745-1754 (2016).
9. Ongkunaruk, P., Wahab, M. and Chen, Y. "A genetic algorithm for a joint replenishment problem with resource and shipment constraints and defective items", *International Journal of Production Economics*, **175**, pp. 142-152 (2016).
10. Cui, L., Wang, L., Deng, J. and et al. "Intelligent algorithms for a new joint replenishment and synthetical delivery problem in a warehouse centralized supply chain", *Knowledge-Based Systems*, **90**, pp. 185-198 (2015).
11. Verma, N.K., Chakraborty, A. and Chatterjee, A.K. "Joint replenishment of multi retailer with variable replenishment cycle under VMI", *European Journal of Operational Research*, **233**(3), pp. 787-789 (2014).
12. Zhou, W.Q., Chen, L. and Ge, H.M. "A multi-product multi-echelon inventory control model with joint replenishment strategy", *Applied Mathematical Modelling*, **37**(4), pp. 2039-2050 (2013).
13. Wang, L., He, J., Wu, D. and et al. "A novel differential evolution algorithm for joint replenishment problem under interdependence and its application", *International Journal of Production Economics*, **135**(1), pp. 190-198 (2012).
14. Van Eijs, M., Heuts, R.M.J. and Kleijnen, J.P.C. "Analysis and comparison of two strategies for multi-item inventory systems with joint replenishment costs", *European Journal of Operational Research*, **59**(3), pp. 405-412 (1992).
15. Braglia, M., Castellano, D. and Gallo, M. "An extension of the stochastic joint-replenishment problem under the class of cyclic policies", *Operations Research Letters*, **44**(2), pp. 278-284 (2016).
16. Maity, K. and Maiti, M. "Optimal inventory policies for deteriorating complementary and substitute items", *International Journal of Systems Science*, **40**(3), pp. 267-276 (2009).
17. Maddah, B., Kharbeche, M., Pokharel, S. and et al. "Joint replenishment model for multiple products with substitution", *Applied Mathematical Modelling*, **40**(17), pp. 7678-7688 (2016).
18. Ai, X.Y., Zhang, J.L. and Wang, L. "Optimal joint replenishment policy for multiple non-instantaneous deteriorating items", *International Journal of Production Research*, **55**(16), pp. 4625-4642 (2017).
19. Chen, Y., Yang, L., Jiang, Y. and et al. "Joint replenishment decision considering shortages, partial demand substitution, and defective items", *Computers & Industrial Engineering*, **127**, pp. 420-435 (2019).
20. Noori-daryan, M., Taleizadeh, A.A. and Govindan, K. "Joint replenishment and pricing decisions with different freight modes considerations for a supply chain under a composite incentive contract", *Journal of the Operational Research Society*, **69**(6), pp. 876-894 (2018).
21. Cohen-Hill, T. and Yedidsion, L. "The Periodic Joint Replenishment Problem Is Strongly Np-Hard", *Mathematics of Operations Research*, **43**(4), pp. 1269-1289 (2018).
22. Ai, X., Yue, Y., Xu, H. and et al. "Optimizing multi-supplier multi-item joint replenishment problem for non-instantaneous deteriorating items with quantity discounts", *Plos one*, **16**(2), e0246035 (2021).
23. Heravi Shargh, M. and Pirayesh, M.A. "An economic order quantity for a deteriorating item with considering lead time crashing cost as a function of order quantity", *Sharif Journal of Industrial Engineering and management*, **34**(2), pp. 133-141, (In Persian) (2018).
24. Rezaei, J., Fatemi Ghomi, S.M.T, Davoudi Monfared, M. and et al. "An EOQ model for deteriorating items: genetic algorithm approach", *Sharif Journal of Industrial Engineering and management*, **26**(1), pp. 83-90, (In Persian) (2009).
25. Maihami, R. and Kamalabadi, I.N. "Joint pricing and inventory control for non-instantaneous deteriorating items with partial backlogging and time and price dependent demand", *International Journal of Production Economics*, **136**(1), pp. 116-122 (2012).