

مدل سازی مسئله سفارش همزمان اقلام فاسدشدنی با رویکردهای گروه‌بندی مستقیم و غیرمستقیم و لحاظ کردن کمبود پس‌افت جزئی

نگار بایبوردی^۱، داود محمدی تبار^{۲*}

۱. دانش‌آموخته کارشناسی ارشد، دانشکده مهندسی صنایع، واحد تهران جنوب، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران

(negarbaibordiii@gmail.com)

۲. استادیار دانشکده مهندسی صنایع، واحد تهران جنوب، دانشگاه آزاد اسلامی، تهران، ایران (d_mohammaditabar@azad.ac.ir)

چکیده

هدف این مقاله ارائه یک مدل ریاضی برای مسئله سفارش همزمان اقلام فسادپذیر با چندین تأمین‌کننده و امکان کمبود پس‌افت جزئی بر اساس دو رویکرد گروه‌بندی مستقیم و گروه‌بندی غیرمستقیم است. به دلیل پیچیدگی روابط ایجادشده، تقریب درجه‌دو بر اساس بسط تیلور استفاده شده است و عملکرد دو رویکرد گروه‌بندی از طریق حل مثال عددی مقایسه شده است. پاسخ تحلیلی مدل در حالت خاص محاسبه شده است. بر اساس نتایج، رویکرد گروه‌بندی غیرمستقیم زمانی که هزینه‌های اصلی سفارش عدد کوچکی است عملکرد نسبتاً بهتری دارد و با افزایش هزینه اصلی سفارش عملکرد دو رویکرد نزدیک‌تر به هم می‌شود. تحلیل حساسیت نتایج مثال عددی نشان داد که هرچه نرخ فساد بالاتر باشد بخش بیشتری از تقاضا با کمبود مواجه شود و میزان فروش کل کاهش پیدا می‌کند. همچنین افزایش هزینه اصلی سفارش موجب افزایش طول دوره و میزان خرید کل می‌شود اما تأثیر قابل توجهی بر میزان کمبود ندارد.

کلمات کلیدی: سفارش همزمان اقلام، کالاهای فسادپذیر، گروه‌بندی مستقیم، گروه‌بندی غیرمستقیم، کمبود پس‌افت جزئی

* نویسنده مسئول

آدرس پستی: تهران، میدان امام حسین، خ مازندران، خ کفای امانی، دانشکده مهندسی صنایع،
تلفن: ۰۲۱-۷۷۵۰۴۹۰۳ داورنگار ۰۲۱-۷۷۵۰۰۵۰۶ کد پستی: ۱۱۵۱۸۶۴۱۱

Joint Replenishment of Perishable Items with Partial Backorder by Considering Direct and Indirect Grouping Approaches

Negar Baibordi¹, Davood Mohammaditabar^{2,*}

¹ MSc Graduate, Department of Industrial Engineering, South Tehran Branch, Islamic Azad University, Tehran, Iran (negarbaibordiii@gmail.com)

² Assistant Professor, Department of Industrial Engineering, South Tehran Branch, Islamic Azad University, Tehran, Iran (d_mohammaditabar@azad.ac.ir)

Abstract

Appropriate management of inventory control system of perishable items plays an important role in organizations' total cost due to short life cycle and perishability of the items. An inventory control system includes the allocation of orders to suppliers, identification of inventory replenishment quantities and coordination of joint orders. This paper proposes mathematical models in the multi-supplier joint replenishment problem of perishable items with partial backorder by considering direct and indirect grouping approaches. In direct grouping approach the inventory item are categorized in permanent groups and all the items in a group are ordered at the same time while in indirect grouping approach each item is ordered in an integer multiple of a base cycle time. Therefore in indirect grouping approach the groups are formed temporarily in each cycle with the items that have common replenishment cycle.

In order to simplify the exponential elements of the equations, Taylor's expansion is used to achieve a polynomial approximation for the model. The closed form solution of the model is presented in a special case in which there is a single supplier and the unsatisfied demand is fully backordered. In this regard, the ratio of time with positive inventory level at each replenishment cycle is equal to the ratio of unit backorder cost to the summation of perishability rate, unit holding cost and unit backorder costs.

The two approaches are analyzed through solving a numerical example in GAMS software. Based on the results, in small values of major ordering cost indirect grouping strategy is relatively more preferable, but in larger values the two strategies are almost similar.

Based on the sensitivity analysis of numerical example, it was found that increasing the rate of perishability causes the system to increase the shortage level and hence the total sales decreases. In addition, increasing the main ordering cost increases the replenishment cycle and the total purchasing quantity, but does not have a significant effect on the proportion of time with a positive inventory.

Keywords: Joint Replenishment, Perishability, Direct Grouping, Indirect Grouping, Partial Backorder

روشی در کنترل موجودی انتخاب کنیم که همزمان با تعیین سطح موجودی و اندازه انباشته به انتخاب تأمین کننده و تخصیص سفارش به آن‌ها بپردازد. از این رو به جای مفروضات ساده و کلاسیک موجودی، لازم است از مدل سفارش همزمان اقلام با چند تأمین کننده برای مدیریت اقلام فسادپذیر استفاده کنیم (خوجا و گوپال [۳]).

برای مدل سازی مسئله سفارش همزمان اقلام دو رویکرد گروه بندی مستقیم و غیرمستقیم وجود دارد. در گروه بندی مستقیم کالاها در گروه‌ها طبقه بندی می شوند و سپس کالاهایی که در یک گروه قرار دارند باهم سفارش داده می شوند. در نتیجه برای تمام اقلام یک گروه سیکل سفارش مشترکی در نظر گرفته می شود. روش دیگر در سفارش همزمان اقلام گروه بندی غیرمستقیم است. در گروه بندی غیرمستقیم یک زمان سیکل پایه انتخاب می شود و هر یک از اقلام در ضرب صحیحی از زمان سیکل پایه سفارش داده می شوند. بنابراین لزوماً همه اقلام در هر دوره زمانی سفارش داده نمی شوند (زاپاتا و همکاران [۴]).

انتخاب هر کدام از این دو رویکرد با توجه به سیاست‌های سازمان می تواند توجیه پذیر باشد و هیچ کدام آن‌ها برتری مطلق بر دیگری ندارند. به عنوان مثال در رویکرد گروه بندی مستقیم تعداد گروه‌ها و اقلامی که در هر گروه قرار دارند مشخص است و کنترل و مدیریت آن‌ها مخصوصاً در حالتی که تعداد اقلام زیاد و تقاضا احتمالی است عملی تر می شود. رویکرد گروه بندی غیرمستقیم نیز با انعطاف پذیری بیشتری که در زمان سفارش اقلام دارد می تواند به صرفه جویی بیشتری منجر شود. مقایسه بیشتر در خصوص این دو رویکرد حل مساله سفارش همزمان اقلام توسط زاپاتا و همکاران [۴] انجام شده است.

لحاظ کردن امکان سفارش همزمان اقلام، مواجهه با کمبود، فسادپذیری اقلام و تخصیص سفارش به تأمین کنندگان موجب پیچیده شدن مدل سازی و حل مسئله می شود. اما با توجه به پیچیدگی‌هایی که در مدیریت موجودی اقلام فسادپذیر وجود دارد و اهمیت لحاظ کردن شرایطی که به کاربردهای واقعی نزدیک تر باشد، ضروری است که رویکردهای مؤثر در مدل سازی و حل مسائل کنترل موجودی اقلام فسادپذیر ارائه شود.

در مدل های کنترل موجودی کمتر به سفارش همزمان برای اقلام فاسدشدنی با در نظر گرفتن کمبود و فروش ازدست رفته و همچنین انتخاب تأمین کننده پرداخته شده است. در این راستا ابتدا به ارائه کلیاتی از تحقیقاتی که تاکنون در زمینه سفارش همزمان و اقلام فاسدشدنی انجام گرفته می پردازیم.

فاسدشدن یک کالا معانی مختلفی اعم از آسیب دیدن کالا، تبخیر شدن، خشک شدن، و غیرقابل مصرف شدن را می تواند دربر داشته باشد. ارزش موجودی کالای فساد پذیر عموماً در طول زمان کاهش می یابد که این موضوع علاوه بر فاسد شدن بخشی از موجودی می تواند از تغییرات سریع در ویژگی های محصولات و کاهش تازگی و کیفیت آن‌ها نیز نتیجه شود. سطح موجودی بالا از اقلام فسادپذیر میزان اتلاف آن‌ها را افزایش داده و در مقابل سطح موجودی پایین آن‌ها می تواند هزینه های سفارش دهی و کمبود را افزایش دهد. بنابراین کالاهای فاسدشدنی به دلیل اینکه دارای طول عمر مشخصی هستند و با گذشت زمان بر میزان اتلاف آن‌ها افزوده می شود نیازمند مدیریت صحیح میزان موجودی‌ها و زمان بندی سفارش‌ها می باشند (چودهاری و همکاران [۱]).

در خصوص برخی از اقلام فاسدشدنی، زمانی که کمبود رخ می دهد و نمی توان تقاضا را فوراً تأمین کرد، مشتری منتظر می ماند و به سراغ کالای جایگزین نمی رود. به عنوان مثال در خصوص داروی خاصی برای بیمار، تا زمانی که دارو در داروخانه موجود شود، فرد بیمار منتظر می ماند. در مواردی نیز بیمار از داروی جایگزین استفاده می نماید که در این صورت با فروش ازدست رفته مواجه می شویم. در شرایط نزدیک تر به واقعیت، درصدی از مشتری هایی که با کمبود مواجه می شوند منتظر می مانند و درصد دیگر مشتریانی که با کمبود مواجه می شوند از دست می روند (ماشاپاترا و همکاران [۲]).

بنابراین در خصوص مواجهه با کمبود دو حالت حدی کمبود پس افت و فروش ازدست رفته را می توان در نظر گرفت. اما فرض کاربردی تر این است که در صورت مواجهه با کمبود، بخشی از مشتری ها از دست می روند و بخش دیگر منتظر می مانند. این نوع کمبود در ادبیات به عنوان کمبود پس افت جزئی شناخته می شود و قابلیت این را دارد که با تغییر در پارامتر آن، سهم دو حالت حدی کمبود پس افت و فروش ازدست رفته را از تقاضایی که با کمبود مواجه می شود تغییر دهد (ماشاپاترا و همکاران [۲]).

علاوه بر این در عمل نمی توان هر قلم کالا را به صورت مجزا و مستقل مدیریت کرد. همواره وابستگی های مختلفی میان اقلام وجود دارد که یکی از آن‌ها هزینه های سفارش مشترک است. سفارش دهی هماهنگ یا همزمان اقلام که در ادبیات موضوع با مسئله سفارش همزمان اقلام (JRP) شناخته می شود یکی از حوزه هایی است که وابستگی اقلام در هزینه سفارش را در نظر می گیرد. در کاربردهای واقعی معمولاً چندین کالا و چندین تأمین کننده وجود دارد و باید

تکامل تفاضلی و الگوریتم تکامل تفاضلی کوانتوم از نظر سرعت و دقت نتایج بهتری را نشان می‌دهند. ورما و همکاران [۱۱] به بررسی هماهنگ‌سازی سفارش‌های خرده‌فروشان با امکان سیکل‌های گوناگون بازپرسازی پرداخته‌اند. آن‌ها یک عرضه‌کننده و چند خرده‌فروش را تحت سیاست همکاری مدیریت انبار توسط تأمین‌کننده در نظر گرفته‌اند. ایشان از نرم‌افزار Lingo برای پیدا کردن سیکل‌های سفارش استفاده کردند.

ژو و همکاران [۱۲] به مسئله کنترل موجودی چند سطحی - چند کالایی با استراتژی سفارش هم‌زمان و با در نظر گرفتن تعدادی محدودیت پرداختند. مدل به‌وسیله الگوریتم ژنتیک حل شده است و تحت سه استراتژی متفاوت شبیه‌سازی شده است. نتایج شبیه‌سازی برتری‌های الگوریتم ژنتیک را در کاهش کل هزینه‌ها در سیستم موجودی چند سطحی - چند کالایی به‌روشنی نشان می‌دهد. وانگ و همکاران [۱۳] به حل مسئله سفارش هم‌زمان اقلام تحت وابستگی هزینه‌های جزئی سفارش پرداختند. برای این کار آن‌ها از الگوریتم تکامل تفاضلی استفاده کرده‌اند. آن‌ها در مدل‌سازی خود از هر دو سیاست گروه‌بندی مستقیم و غیرمستقیم استفاده کردند. وان اجیس و همکاران [۱۴] به مقایسه رویکردهای گروه‌بندی مستقیم و غیرمستقیم در مسئله سفارش هم‌زمان اقلام پرداخته و نتیجه‌گیری کردند که برای مقادیر بسیار بزرگ هزینه اصلی سفارش، رویکرد گروه‌بندی غیرمستقیم نتایج بهتری را ارائه می‌دهد. زاپاتا و همکاران [۴] نیز با استفاده از هر دو رویکرد گروه‌بندی مستقیم و غیرمستقیم به مدل‌سازی مسئله سفارش هم‌زمان اقلام بادوام با لحاظ کردن محدودیت‌های منابع و ظرفیت پرداختند. آن‌ها به‌کارگیری الگوریتم ژنتیک مسئله را حل کرده و نتیجه گرفتند که جواب‌های بهتری از طریق رویکرد گروه‌بندی غیرمستقیم به دست می‌آید.

براگلیا و همکاران [۱۵] به مدل‌سازی و حل مسئله سفارش هم‌زمان اقلام با تقاضای تصادفی و مرور دوره‌ای پرداختند. آن‌ها دو الگوریتم ابتکاری برای حل مسئله پیشنهاد کرده و با حل مثال‌های عددی به تحلیل حساسیت مدل پرداختند. میتی و مایتی [۱۶] در مقاله‌ای سیاست موجودی بهینه برای کالاهای مکمل و جایگزین از نوع کالاهای فاسدشدنی را بررسی کردند. در مثال کاربردی دو نوع سیب و دو نوع موز را در مقاله بررسی کردند که یکی از موزها برای دیگری جایگزین است و سیب‌ها برای موزها مکمل هستند. مداح و همکاران [۱۷] به مدل‌سازی مسئله سفارش هم‌زمان برای اقلام قابل جایگزین پرداختند. در مدل آن‌ها، در صورتی که یکی از اقلام دچار کمبود می‌شود تقاضای مربوط به آن به اقلام دیگر منتقل می‌شود.

ابتکارات متعددی برای سفارش هم‌زمان از جمله روش‌های متاهیوریستیکی ابداع شده است. سیلور [۵]، یک الگوریتم کارا برای حل سفارش هم‌زمان ارائه داد که توسط کاسپی و همکاران [۶] توسعه بیشتری یافت. این الگوریتم شاید معروف‌ترین روش ابتکاری در حل سفارش هم‌زمان بوده و به نام الگوریتم RAND معروف است. این الگوریتم بر اساس محاسبه زمان سیکل پایه از طریق حد پائین و بالای آن و سپس به‌کارگیری الگوریتم سیلور جهت بهبود الگوریتم برای هر مقدار از زمان سیکل پایه است.

موون و همکاران [۷] مسئله سفارش هم‌زمان اقلام را مطرح کرده‌اند که در آن اقلام توسط چند تأمین‌کننده و لحاظ کردن تخفیف ارائه می‌شود. ایشان برای حل مدل توسعه‌یافته از روش فرا ابتکاری ژنتیک استفاده کردند. خووجا و گوپال [۳] در ارتباط با مسئله سفارش هم‌زمان بررسی‌های جامعی انجام دادند و به این نتیجه رسیدند که تحقیقات مدل کلاسیک سفارش هم‌زمان به نقطه اشباع رسیده و پیشنهاد کردند توسعه و نوآوری‌های عملی مانند بحث محدودیت ظرفیت و منابع را به مدل بی‌افزایند. محمدی تبار و قدسی پور [۸] به ارائه مدل ترکیبی انتخاب تأمین‌کننده و سفارش هم‌زمان اقلام در زنجیره تأمین با رویکرد گروه‌بندی مستقیم اقلام پرداختند. آن‌ها در مدل خود محدودیت ظرفیت را در نظر گرفته و با الگوریتم ژنتیک نسبت به حل مدل اقدام نمودند و نتایج را با الگوریتم شبیه‌سازی تیرید نیز مقایسه کردند. همچنین مشخص گردید هنگامی که هزینه اصلی سفارش در مقایسه با سایر هزینه‌ها افزایش یابد تعداد گروه‌ها و تأمین‌کننده‌های انتخاب‌شده کاهش می‌یابد. اونکونارک و همکاران [۹] مسئله سفارش هم‌زمان را با لحاظ کردن محدودیت‌هایی مانند حمل اقلام، ظرفیت منبع و در نظر گرفتن کالاهای معیوب در انباشته سفارش مدل‌سازی کردند. مدل توسعه داده‌شده به‌وسیله الگوریتم تکامل تفاضلی حل شده و نتایج آن با الگوریتم ژنتیک مقایسه شده است.

چویی و همکاران [۱۰] در مقاله‌ای به بررسی مسئله هماهنگ‌سازی سفارش و ارسال اقلام در یک زنجیره تأمین با انبار مرکزی پرداخته و از الگوریتم فرا ابتکاری برای حل آن استفاده کرده‌اند. برای کاهش هزینه‌های تحویل یک استراتژی تحویل جدید با در نظر گرفتن سفارش‌های هماهنگ و حمل سریع در نظر گرفته شده است. سه الگوریتم هیوریستیک به نام‌های الگوریتم تکامل کوانتوم، الگوریتم تکامل تفاضلی و الگوریتم تکامل تفاضلی کوانتوم برای حل مسئله در نظر گرفته شده است. سرانجام الگوریتم‌های

آنها نتیجه‌گیری کردند که امکان جایگزینی اقلام روش مؤثری در کاهش هزینه‌های زنجیره است. آی و همکاران [۱۸] به مدل‌سازی مسئله سفارش هم‌زمان اقلام برای کالاهای فسادپذیر پرداختند. آنها فرض کردند که فساد اقلام مدتی پس از نگهداری کالا آغاز می‌شود و با استفاده از رویکرد گروه‌بندی مستقیم و یک الگوریتم ابتکاری به مدل‌سازی و حل مسئله پرداختند.

چن و همکاران [۱۹] در مقاله‌ای با در نظر گرفتن کالاهای جایگزین و اقلام خراب مسئله سفارش هم‌زمان را به صورت برنامه‌ریزی عدد صحیح غیرخطی مدل‌سازی کرده و با در نظر گرفتن محدودیت‌هایی از نوع بودجه و ظرفیت، از الگوریتم ژنتیک برای حل استفاده نمودند. نتیجه بر آن شد که استفاده از کالاهای جایگزین به مراتب هزینه‌های مورد انتظار را کاهش می‌دهد، در عوض وجود کالاهای خراب هزینه‌های مورد انتظار را افزایش می‌دهند.

نوری دریان و همکاران [۲۰] تصمیمات سفارش هم‌زمان اقلام، قیمت‌گذاری و انتخاب روش حمل را با در نظر گرفتن یک تولیدکننده و چندین خرده‌فروش یکپارچه‌سازی کردند. کوهن هیل و دیدسون [۲۱] مسئله سفارش هم‌زمان اقلام را مورد بررسی قرار دادند. بر اساس تحقیق ایشان، با وجود ارائه راه‌حل‌های هیوریستیک، پیچیدگی مسئله همچنان باقی‌مانده است و این دسته مسائل NP-Hard است.

آی و همکاران [۲۲] اقلامی را در نظر گرفتند که به صورت آی فاسد نمی‌شوند. آنها با لحاظ کردن تخفیف و امکان سفارش هم‌زمان اقلام به مدل‌سازی بر اساس رویکرد گروه‌بندی غیر مستقیم پرداخته و با استفاده از روش‌های متاهوریستیک به حل مدل پرداخته‌اند.

در مقالات فارسی نیز محققین متعددی به بررسی مدل‌های کنترل موجودی اقلام فسادپذیر پرداخته‌اند. هروی شرق و پیرایش [۲۳] مدل سفارش اقتصادی را برای اقلام فسادپذیر با در نظر گرفتن مدت تحویل به صورت متغیر قابل کنترل مدل‌سازی کردند. بدین ترتیب هزینه‌ای بابت کاهش مدت زمان تحویل به مدل آنها افزوده شده است. کاهش مدت زمان تحویل می‌تواند منجر به فساد کمتری در اقلام شود. رضایی و همکاران [۲۴] به مدل‌سازی سفارش اقتصادی اقلام فسادپذیر با نرخ خرابی متغیر پرداخته‌اند. آنها برای برآورد بهتر پارامترها از اعداد بازه‌ای استفاده کرده و از الگوریتم ژنتیک برای حل مدل استفاده کرده‌اند.

با توجه به کاربردهای مسئله و پیچیدگی آن، ارائه رویکرد مدل‌سازی و حل مسئله سفارش هم‌زمان اقلام فسادپذیر از اهمیت

بالایی برخوردار است. بر اساس بررسی‌های ما مسئله سفارش هم‌زمان اقلام فسادپذیر با چند تأمین‌کننده و کمبود پس‌افت جزئی به همراه رویکردهای مختلف مدل‌سازی آن در ادبیات تحقیق وجود ندارد. برای درک بهتر از فضای تحقیقات صورت گرفته و شکاف تحقیق در زمینه سفارش هم‌زمان اقلام، مقالات متعددی در این زمینه در جدول (۱) از جنبه‌های مختلف مقایسه شده‌اند. نزدیک‌ترین تحقیق به مقاله حاضر از جهت مدل‌سازی هر دو رویکرد گروه‌بندی در سفارش هم‌زمان اقلام توسط زاپاتا و همکاران [۴] ارائه شده است. مسئله آن‌ها در ارتباط با اقلام بادوام، به صورت تک منبع و بدون کمبود انجام شده است. از جهت لحاظ کردن اقلام فسادپذیر در مسئله سفارش هم‌زمان اقلام نیز مقاله آی و همکاران [۱۸] نزدیک‌ترین تحقیق به مقاله حاضر است. مسئله آن‌ها تک منبع با کمبود پس‌افت و بدون محدودیت منابع است.

در این مقاله مدل‌سازی مسئله سفارش هم‌زمان اقلام فاسدشدنی با چند تأمین‌کننده و لحاظ کردن کمبود پس‌افت جزئی به همراه رویکردهای گروه‌بندی مستقیم و غیرمستقیم ارائه می‌شود. مسئله در واقع یک زنجیره دوسطحی است که در یک سطح چندین تأمین‌کننده و در سطح دیگر خریدار قرار دارد. بر این اساس نوآوری‌های اصلی این مقاله به شرح زیر است:

- لحاظ کردن چند تأمین‌کننده و محدودیت منابع در سفارش هم‌زمان اقلام فسادپذیر
- لحاظ کردن کمبود پس‌افت جزئی در سفارش هم‌زمان اقلام فسادپذیر
- بررسی هر دو رویکرد گروه‌بندی مستقیم و غیرمستقیم و مقایسه هزینه آن‌ها
- ارائه حل تحلیلی مسئله در شرایط خاص و تقریب تابع هدف با استفاده از بسط تیلور

در ادامه به شرح و بیان دقیق‌تر مسئله و ارائه مدل‌سازی آن می‌پردازیم. سپس با استفاده از یک مثال عددی به حل مدل و تحلیل حساسیت آن می‌پردازیم. در نهایت نتیجه‌گیری ارائه می‌شود.

جدول ۱: مقایسه مقالات سفارش هم‌زمان اقلام

مقاله	مدل‌سازی تأمین‌کننده	محدودیت منابع	فسادپذیری / اقلام معیوب	مجاز بودن کمبود	لحاظ دقیق	فرا ابتکاری	الگوریتم ابتکاری	مجاز بودن تخفیف	گروه‌بندی مستقیم	گروه‌بندی غیرمستقیم
سیلور [۵]							✓			✓
موون و همکاران [۷]								✓		✓

✓	✓	✓	✓	محمدی تبار و قدسی پور [۸]
✓	✓			وانگ و همکاران [۱۳]
✓		✓	✓	مداح و همکاران [۱۷]
✓		✓	✓	اونکونارک و همکاران [۹]
✓		✓	✓	آی و همکاران [۱۸]
✓		✓	✓	چن و همکاران [۱۹]
✓	✓	✓	✓	زایاتا و همکاران [۴]
✓	✓		✓	این مقاله

۳. روش شناسی پژوهش

همان طور که قبلاً نیز بیان شد، در بسیاری از کاربردهای واقعی تعداد اقلام زیادی در انبار وجود دارد و مدیریت مستقل آن‌ها از نظر مدیریتی و اقتصادی توجیه‌پذیر نیست. در ضمن سفارش هماهنگ اقلام می‌تواند صرفه‌جویی‌هایی را در هزینه‌های سفارش دهی ایجاد نماید. این مسئله در ادبیات با عنوان سفارش هم‌زمان اقلام مورد توجه قرار گرفته است. در تعریف کلاسیک مسئله سفارش هم‌زمان اقلام، تعدد تأمین‌کنندگان وجود ندارد و اقلام با دوام هستند. ما در این مقاله به مدل‌سازی مسئله سفارش هم‌زمان اقلام با چندین تأمین‌کننده و اقلام فسادپذیر می‌پردازیم. به بیان دیگر به دنبال آن هستیم که صرفه‌جویی‌های ممکن در سفارش مشترک اقلام را در حالت چند تأمین‌کننده و اقلام فسادپذیر مدل‌سازی لحاظ کنیم. برای این منظور دو رویکرد مدل‌سازی در ادبیات وجود دارد. در رویکرد گروه بندی مستقیم، اقلام در گروه‌های مختلف قرار می‌گیرند و هر گروه سیکل سفارش مشترکی خواهند داشت. در رویکرد دوم بحث گروه بندی اقلام مطرح نیست. بلکه یک سیکل سفارش پایه تعیین می‌شود و هر کالا در ضریب صحیحی از سیکل پایه سفارش داده می‌شود. از آنجایی که در مواقعی که ضرایب کالاها به عدد مشترکی می‌رسند آن کالاها با هم سفارش داده می‌شوند اصطلاحاً به این رویکرد گروه بندی غیر مستقیم می‌گویند.

از این رو، دو رویکرد گروه‌بندی مستقیم و گروه‌بندی غیرمستقیم را برای مدل‌سازی مسئله بکار گرفته و نتایج آن‌ها را باهم مقایسه می‌کنیم. در سناریو اول رویکرد گروه‌بندی مستقیم و در سناریو دوم رویکرد گروه‌بندی غیرمستقیم ارائه شده است. در ابتدا به بیان مفروضات مسئله می‌پردازیم.

مفروضات

— در هر لحظه از زمان که سفارش یک یا چند قلم کالا به تعدادی از تأمین‌کنندگان داده می‌شود یک هزینه سفارش دهی کلی ایجاد می‌شود.

— هزینه سفارش دهی جزئی وابسته به نوع کالا و تأمین‌کننده است.

- کمبود کالا به صورت پس‌افت جزئی در نظر گرفته شده است.
- پارامترهای مدل قطعی و ثابت هستند.
- اقلام با نرخ ثابتی در طول زمان فاسد می‌شوند.
- ظرفیت تولید تأمین‌کنندگان محدود است.
- به ازای کمبود هر واحد کالا در واحد زمان برای مشتریانی که منتظر می‌مانند جریمه تأخیر در نظر گرفته شده است.

لازم به ذکر است که هر بار که یک سفارش صادر می‌شود هزینه‌های ثابتی به وجود می‌آید. بخشی از این هزینه‌های ثابت وابسته به تأمین‌کننده است. بخشی از این هزینه‌های ثابت وابسته به نوع اقلام است (مثلاً الزامات گمرکی خاص). بخشی از هزینه سفارش نیز مستقل از اقلام و تأمین‌کننده است. در این مقاله در حقیقت هزینه سفارش عمده را بصورت مستقل لحاظ کرده ایم. به عنوان مثال حالتی را در نظر بگیرید که همه اقلامی که در یک سفارش از یک فروشگاه اینترنتی خریداری می‌شود و از تأمین‌کنندگان مختلفی نیز هستند یک هزینه حمل ثابت پرداخت می‌شود. بنابراین در این مثال هزینه سفارش مستقل از تأمین‌کنندگان است. اگرچه در موارد متعددی نیز هزینه عمده سفارش وابسته به تأمین‌کننده است و می‌تواند در توسعه این مقاله مد نظر قرار بگیرد.

در ادامه به بیان اندیس‌ها، پارامترها و متغیرهایی که در هر دو سناریو استفاده می‌شوند می‌پردازیم.

اندیس‌ها و مجموعه‌ها

I: مجموعه کالاها

G: مجموعه گروه‌ها

J: مجموعه تأمین‌کنندگان

i : اندیس کالا

g : اندیس گروه ($g=I, \dots, |G|$)

j : اندیس تأمین‌کننده

پارامترها

A : هزینه عمده سفارش دهی

a_{ij} : هزینه جزئی سفارش دهی کالای i به تأمین‌کننده j

D_i : تقاضای کالای i

c_{ij} : هزینه خرید یک واحد کالای i از تأمین‌کننده j

π_i : هزینه کمبود یک واحد کالای i در یک واحد زمان

$\hat{\pi}_i$: هزینه فروش از دست‌رفته به ازای یک واحد کالای i

β_i : نسبتی از تقاضای کالای i که در صورت کمبود منتظر می‌ماند

θ_i : نرخ فاسدشدن مربوط به کالای i

cap_{ij} : ظرفیت کالای i در تأمین‌کننده j در واحد زمان (سالانه)

متغیرها

k_i : نسبتی از طول سیکل کالای i که موجودی انبار مثبت است.

q_{ij} : مقدار خرید کالای i از تأمین‌کننده j در واحد زمان (سالانه)

T : طول سیکل پایه

T_i : فاصله بین دو سفارش متوالی کالای i ام

m_i : ضریب صحیح برای طول دوره بهینه کالای i

T_g : فاصله زمانی بین دو سفارش متوالی اقلام گروه g

x_{ig} : متغیر صفر و یک است. برابر یک خواهد بود اگر کالای i در

گروه g قرار بگیرد و در غیر این صورت مساوی صفر خواهد بود.

y_{ij} : متغیر صفر و یک است. برابر یک خواهد بود در صورتی که

تأمین‌کننده j کالای i را تأمین کند و در غیر این صورت مساوی

صفر خواهد بود.

Z_g : متغیر صفر و یک است. برابر یک خواهد بود اگر حداقل یکی

از اقلام در گروه g قرار گرفته باشد و در غیر این صورت مساوی

صفر خواهد بود.

تابع هدف

TC : کل هزینه‌ها

لحاظ کردن فسادپذیری در مدل‌سازی کنترل موجودی موجب

پیچیده‌تر شدن روابط می‌شود. معمولاً رابطه بین تغییرات موجودی

و زمان در اقلام فسادپذیر با یک تابع غیرخطی که شکل نمایی دارد

به صورت زیر بیان می‌شود [۲۵].

$$\frac{dI_i(t)}{d(t)} + \theta_i I_i(t) = -D_i \quad 0 \leq t \leq k_i T_i \quad (1)$$

در این رابطه $I_i(t)$ موجودی خالص کالای i در لحظه t است.

در واقع این رابطه نشان می‌دهد که موجودی در طی زمان به دو دلیل

تقاضا و فاسدشدن در حال کاهش است.

واضح است که در زمان مواجهه با کمبود سطح موجودی‌ها فقط

بر اساس میزان تقاضای پس‌افت کاهش پیدا می‌کند. بنابراین

تغییرات موجودی در زمان‌هایی که کمبود وجود دارد از رابطه زیر

پیروی می‌کند.

$$\frac{dI_i(t)}{d(t)} = -\beta_i D_i \quad k_i T_i \leq t \leq T_i \quad (2)$$

بر این اساس و با توجه به اینکه تغییرات موجودی اقلام فساد

پذیر هم به دلیل نرخ فساد و هم به دلیل نرخ تقاضا کاهش پیدا می

کند و این موضوع در معادله دیفرانسیل (۱) نشان داده شده، نمودار

جریان موجودی هر قلم کالای فسادپذیر با اقلام بادوام متفاوت

خواهد بود. نمودار جریان موجودی به صورت شکل (۱) به دست

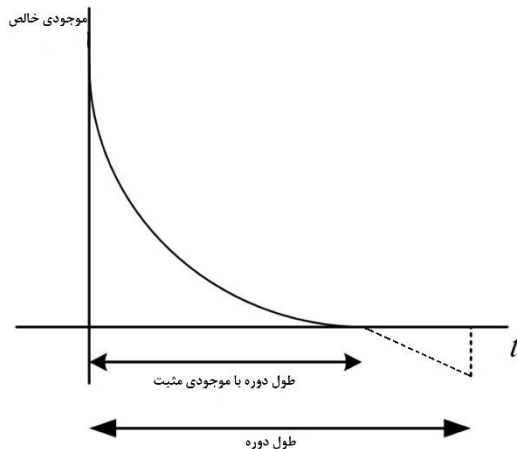
می‌آید که محور افقی (t) نشان‌دهنده زمان است که عموماً برحسب

سال بیان می‌شود و محور عمودی $I_i(t)$ میزان موجودی کالای i

برحسب واحد تقاضا است. مقالات متعددی که به موضوع اقلام

فسادپذیر پرداخته‌اند نمودار جریان موجودی آن را ترسیم کرده‌اند

که به عنوان مثال می‌توانید به آی و همکاران [۲۲] مراجعه کنید.



شکل (۱): نمودار سطح موجودی یک‌قلم کالای فسادپذیر در یک

دوره

به دست آوردن تابع موجودی به دو بخش تفکیک می‌شود. در

قسمت اول که کمبود وجود ندارد رابطه موجودی به صورت معادله

(۳) به دست می‌آید.

$$I_i(t) = \frac{D_i}{\theta_i} \left(e^{\theta_i (k_i T_i - t)} - 1 \right) \quad 0 \leq t \leq k_i T_i \quad (3)$$

از نقطه‌ای که کمبود اتفاق می‌افتد رابطه موجودی به صورت

معادله (۴) محاسبه می‌شود.

$$I_i(t) = -\beta_i D_i (t - k_i T_i) \quad k_i T_i \leq t \leq T_i \quad (4)$$

محاسبه رابطه (۳) و (۴) از معادلات دیفرانسیلی (۱) و (۲) در

بسیاری از منابع مربوط به اقلام فساد پذیر مانند مرجع [۲۵] موجود

است. بر این اساس روابط مربوط به هر یک از اقلام به شرح زیر

محاسبه می‌شود.

هزینه نگهداری یک نوع کالا در یک دوره (HC_i)

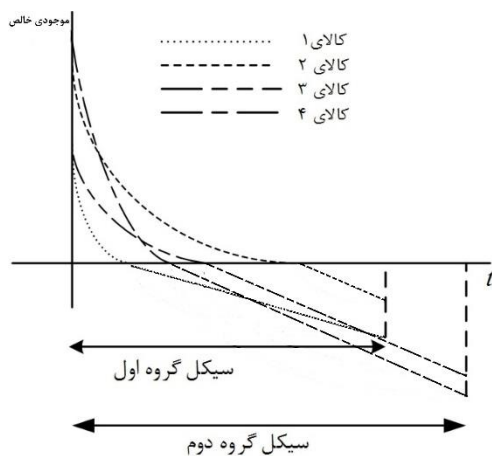
$$HC_i = h_i \int_0^{k_i T_i} I_i(t) dt = h_i \int_0^{k_i T_i} \frac{D_i}{\theta_i} \left(e^{\theta_i (k_i T_i - t)} - 1 \right) dt \quad (5)$$

$$= h_i \frac{D_i}{\theta_i^2} \left(e^{\theta_i k_i T_i} - \theta_i k_i T_i - 1 \right)$$

میزان خرید کالای i در یک دوره از تأمین‌کنندگان (Q_i)

تعداد گروه‌ها را برابر با تعداد اقلام در مدل لحاظ کرده و تعداد گروه‌ها در حل مدل تعیین شود. سفارش‌های اقلام هر گروه به صورت مشترک انجام می‌گیرد. در ادامه به بیان اندیس و متغیرهای مخصوص این رویکرد می‌پردازیم.

با توجه به مفروضات بیان شده و برای درک بهتر این رویکرد، وضعیت موجودی در دست برای چهار قلم کالا در شکل (۲) ترسیم شده است. محور افقی (t) نشان‌دهنده زمان است که عموماً برحسب سال بیان می‌شود و محور عمودی $I_i(t)$ میزان موجودی برحسب واحد تقاضا است. همان‌طور که در شکل (۲) مشاهده می‌کنیم کالای ۱ و ۲ در یک گروه و کالای ۳ و ۴ در گروه دیگری قرار دارند و اقلام هر گروه با هم سفارش داده می‌شوند.



شکل (۲): مثالی از وضعیت موجودی در دست در رویکرد گروه‌بندی مستقیم با چهار کالا و دو گروه

تابع هدف که در معادله (۱۰) نشان داده شده است شامل کمینه کردن کل هزینه‌هاست که قسمت اول هزینه عمده سفارش، قسمت دوم هزینه جزئی سفارش، قسمت سوم مربوط به هزینه نگهداری، قسمت چهارم هزینه خرید، قسمت پنجم هزینه کمبود پس‌افت و قسمت ششم هزینه فروش از دست‌رفته است. فروش از دست‌رفته به دلایلی مانند طولانی شدن بیش‌ازاندازه زمان انتظار و طولانی شدن صف اتفاق می‌افتد و لذا مشتریان منتظر نمی‌مانند و از کالاهای جایگزین استفاده می‌کنند. مشتریانی که امکان استفاده از کالای جایگزین را ندارند، منتظر می‌مانند تا تقاضای خود را با تأخیر تأمین کنند. به‌عنوان مثال برخی کالاهای دارویی در این خصوص مصداق پیدا می‌کند. مشتری به دلایلی مانند ضرورت مصرف دارو، امکان استفاده از داروهای جایگزین و یا زمان انتظار، تصمیم می‌گیرد که منتظر بماند و یا از تقاضای خود صرف‌نظر کند.

$$Q_i = (I_i(0) - I_i(T_i)) = \left(\frac{D_i}{\theta_i} (e^{\theta_i k_i T_i} - 1) + \beta_i D_i (T_i - k_i T_i)\right) \quad (6)$$

با توجه به اینکه ظرفیت تولید تامین‌کنندگان در واحد زمان (سالانه) لحاظ شده در مدل‌سازی از متغیر مربوط به میزان خرید در واحد زمان (سالانه) استفاده می‌کنیم. میزان خرید کالای i در واحد زمان (سالانه) را می‌توان بر اساس رابطه زیر از خرید سالانه بر اساس رابطه (۷) محاسبه کرد.

$$\sum_j a_{ij} = \frac{Q_i}{T_i} = \frac{1}{T_i} \left(\frac{D_i}{\theta_i} (e^{\theta_i k_i T_i} - 1) + \beta_i D_i (T_i - k_i T_i)\right) \quad (7)$$

هزینه کمبود وابسته به زمان کالای i در یک دوره (BC_i)

$$BC_i = -\pi_i \int_{k_i T_i}^{T_i} I_i(t) dt = \pi_i \int_{k_i T_i}^{T_i} \beta_i D_i (t - k_i T_i) dt = \frac{\pi_i \beta_i D_i (1 - k_i)^2 T_i^2}{2} \quad (8)$$

هزینه فروش از دست‌رفته کالای i در یک دوره (LS_i)

$$LS_i = (1 - \beta_i) D_i (T_i - k_i T_i) \hat{\pi}_i \quad (9)$$

هزینه عمده سفارش در هر دوره سفارش یک‌بار پرداخت می‌شود. هزینه جزئی سفارش به هر تأمین‌کننده انتخاب شده نیز در هر دوره سفارش یک‌بار پرداخت می‌شود.

۱.۳ سناریو اول: رویکرد گروه‌بندی مستقیم

سناریوی اول مسئله را با استفاده از رویکرد گروه‌بندی مستقیم مدل‌سازی می‌کنیم. یک زنجیره دوسطحی را در نظر بگیرید که در آن خریدار برای تأمین محصول بایستی از میان چندین تأمین‌کننده کالای موردنظرش را خریداری کند درحالی‌که تأمین‌کنندگان برای کالاهای مختلف ظرفیت و قیمت‌های متفاوتی ارائه می‌دهند. هر بار سفارش اقلام به تأمین‌کنندگان هزینه سفارش جزئی و هزینه سفارش کلی را شامل می‌شود. هزینه‌های خریدار شامل هزینه‌های سفارش دهی، نگهداری موجودی، خرید، کمبود و فروش از دست‌رفته است. با توجه به اینکه در این تحقیق کمبود به صورت پس‌افت جزئی لحاظ شده است، بخشی از خرید به صورت سفارش‌های معوق به خریدار عرضه می‌گردد و بخشی نیز به صورت فروش از دست‌رفته است. در این رویکرد به دنبال کمینه کردن هزینه‌های خریدار، تعیین میزان سفارش به هر تأمین‌کننده، و محاسبه طول دوره سفارش و گروه‌بندی اقلام هستیم. رویکرد گروه‌بندی مستقیم بدین ترتیب خواهد بود که ابتدا اقلام در گروه‌های مختلف قرار گرفته و سپس سیکل بهینه سفارش برای هر گروه تعیین می‌شود. در این حالت، تعداد گروه‌ها را می‌توان از قبل مفروض گرفت و یا اینکه حداکثر

با جایگذاری رابطه بالا در مدل‌سازی مسئله، تابع هدف (۱۰) و محدودیت (۱۱) به ترتیب به صورت روابط (۱۹) و (۲۰) به دست می‌آید. بنابراین مدل‌سازی مسئله به صورت زیر خواهد بود.

$$\begin{aligned} \min TC = & \sum_g \frac{AZ_g}{T_g} + \sum_i \sum_j \sum_g \frac{a_{ij} x_{ig} y_{ij}}{T_g} \\ & + \sum_i \sum_g \left(\frac{1}{2}\right) h_i D_i k_i^2 T_g x_{ig} + \sum_i \sum_j c_{ij} q_{ij} \\ & + \sum_i \sum_g \frac{\pi_i \beta_i D_i (1-k_i)^2 T_g x_{ig}}{2} \\ & + \sum_i D_i (1-k_i)(1-\beta_i) \hat{\pi}_i \end{aligned} \quad (19)$$

S.t.

$$\sum_j q_{ij} = \sum_g D_i \left(k_i + \frac{\theta_i k_i^2 T_g}{2} + \beta_i (1-k_i) \right) x_{ig} \quad \forall i \quad (20)$$

به همراه محدودیت‌های (۱۷)-(۱۲)

با توجه به تعداد زیاد محدودیت‌ها و وجود متغیرهای صفر و یک، حل تحلیلی این مسئله دشوار است. از این رو حالت خاصی را در قضیه (۱) بررسی می‌کنیم.

قضیه (۱): فرض کنید که تنها یک تأمین‌کننده وجود دارد ($J=1$) و همه تقاضای کمبود به صورت پس‌افت تأمین می‌شود ($\beta=1$). مقدار بهینه متغیر k_i از رابطه زیر به دست می‌آید.

$$k_i = \frac{\pi_i}{h_i + \pi_i + \theta_i} \quad (21)$$

اثبات: با جایگذاری مقادیر $J=1, \beta=1$ در مدل‌سازی مسئله، محدودیت (۲۰) به شکل زیر به دست می‌آید.

$$q_i = \sum_g D_i \left(1 + \frac{\theta_i k_i^2 T_g}{2} \right) x_{ig} \quad \forall i \quad (22)$$

با جایگذاری رابطه (۲۲) در تابع هدف رابطه زیر به دست می‌آید.

$$\begin{aligned} \min TC = & \sum_g \frac{AZ_g}{T_g} + \sum_i \sum_g \frac{a_i x_{ig}}{T_g} + \sum_i \sum_g \left(\frac{1}{2}\right) h_i D_i k_i^2 T_g x_{ig} \\ & + \sum_i \sum_g D_i \left(1 + \frac{\theta_i k_i^2 T_g}{2} \right) x_{ig} \\ & + \sum_i \sum_g \frac{\pi_i \beta_i D_i (1-k_i)^2 T_g x_{ig}}{2} \end{aligned} \quad (23)$$

به ازای مقادیر ثابت متغیرهای صفر و یک Z_g و x_{ig} از رابطه (۲۳) نسبت به k_i مشتق‌گیری می‌کنیم که حاصل آن در رابطه (۲۴) نشان داده شده است.

$$\begin{aligned} \min TC = & \sum_g \frac{AZ_g}{T_g} + \sum_i \sum_j \sum_g \frac{a_{ij} x_{ig} y_{ij}}{T_g} \\ & + \sum_i \sum_g \frac{h_i D_i}{T_g \theta_i^2} \left(e^{\theta_i k_i T_g} - \theta_i k_i T_g - 1 \right) x_{ig} \\ & + \sum_i \sum_j c_{ij} q_{ij} + \sum_i \sum_g \frac{\pi_i \beta_i D_i (1-k_i)^2 T_g x_{ig}}{2} \\ & + \sum_i D_i (1-k_i)(1-\beta_i) \hat{\pi}_i \end{aligned} \quad (10)$$

محدودیت‌های مدل به شرح زیر است:

$$\sum_j q_{ij} = \sum_g \frac{1}{T_g} \left(\frac{D_i}{\theta_i} \left(e^{\theta_i k_i T_g} - 1 \right) \right) \quad (11)$$

$$+ \beta_i D_i (T_g - k_i T_g) x_{ig} \quad \forall i \in I$$

$$\sum_g x_{ig} = 1 \quad \forall i \in I \quad (12)$$

$$z_g \geq \frac{1}{|G|} \sum_i x_{ig} \quad \forall g \in G \quad (13)$$

$$q_{ij} \leq cap_{ij} y_{ij} \quad \forall i \in I, j \in J \quad (14)$$

$$k_i \leq 1 \quad \forall i \in I \quad (15)$$

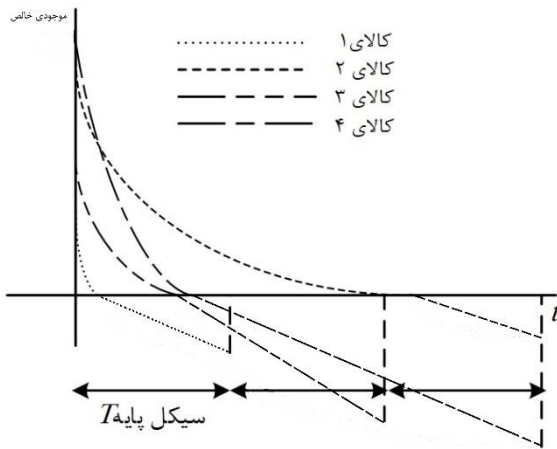
$$T_g, q_{ij}, k_i \geq 0 \quad \forall i \in I, j \in J, g \in G \quad (16)$$

$$x_{ig}, y_{ij}, z_g \in \{0,1\} \quad \forall i \in I, j \in J, g \in G \quad (1)$$

محدودیت (۱۱) میزان خرید هر قلم کالا را بر اساس کل فروش و فساد کالا تعیین می‌کند. محدودیت (۱۲) با توجه به رویکرد گروه‌بندی مستقیم و این نکته که اقلام باید در گروه‌های متفاوت قرار گیرند تضمین می‌کند که هر کالا حتماً در یک گروه قرار بگیرد. مقدار Z_g در محدودیت (۱۳) زمانی باید مقدار بگیرد که حداقل یک قلم کالا در گروه g قرار بگیرد، زیرا مقدار $\sum_j x_{jg}$ شامل تعداد کالاهای گروه g است. محدودیت (۱۴) برای تضمین این که ظرفیت تأمین‌کننده نقض نشود استفاده شده است. در واقع هر تأمین‌کننده حداکثر براساس ظرفیت خود می‌تواند سهمی در تقاضا داشته باشد. محدودیت (۱۵) درصد تقاضایی که مستقیماً از انبار برآورده شده را نشان می‌دهد که باید کمتر یا مساوی یک باشد. محدودیت‌های (۱۶) و (۱۷) نیز نوع متغیرها را مشخص می‌کنند.

با توجه به اینکه وجود متغیر تصمیم در توان به پیچیدگی مسئله اضافه کرده و حل آن را با استفاده از نرم‌افزارهای موجود دشوار می‌کند، از تقریب بسط تیلور که در رابطه (۱۸) نشان داده شده است برای ساده‌سازی آن استفاده می‌کنیم.

$$e^{\theta_i k_i T_i} = 1 + \theta_i k_i T_i + \frac{\theta_i^2 k_i^2 T_i^2}{2} \quad (18)$$



شکل (۳): مثالی از نمودار موجودی در دست در رویکرد گروه‌بندی غیرمستقیم با چهار کالا

تابع هدف که در معادله (۲۶) نشان داده شده است شامل کمینه کردن کل هزینه‌هاست که قسمت اول هزینه کلی سفارش، قسمت دوم هزینه جزئی سفارش، قسمت سوم مربوط به هزینه نگهداری، قسمت چهارم هزینه خرید، قسمت پنجم هزینه کمبود پس‌افت و قسمت ششم هزینه فروش از دست‌رفته است.

$$\begin{aligned} \min TC = & \frac{A}{T} + \sum_i \sum_j \frac{a_{ij} y_{ij}}{m_i T} \\ & + \sum_i \frac{h_i}{m_i T} \frac{D_i}{\theta_i^2} (e^{\theta_i k_i m_i T} - \theta_i k_i m_i T - 1) \\ & + \sum_i \sum_j c_{ij} q_{ij} + \sum_i \frac{\pi_i \beta_i D_i (1 - k_i)^2 m_i T}{2} \\ & + \sum_i D_i (1 - k_i) (1 - \beta_i) \hat{\pi}_i \end{aligned} \quad (26)$$

محدودیت‌های مدل به شرح زیر است:

$$\sum_j q_{ij} = \frac{1}{m_i T} (D_i (\theta_i (e^{\theta_i k_i m_i T} - 1))) \quad \forall i \in I \quad (27)$$

$$+ \beta_i D_i (m_i T - k_i m_i T) \quad \forall i \in I \quad (28)$$

$$q_{ij} \leq cap_{ij} \times y_{ij} \quad \forall i \in I, j \in J \quad (29)$$

$$k_i \leq 1 \quad \forall i \in I \quad (30)$$

$$m_i \geq 1 \quad \forall i \in I \quad (31)$$

$$T, q_{ij}, k_i, m_i \geq 0 \quad \forall i \in I, j \in J \quad (32)$$

$$y_{ij} \in \{0, 1\} \quad \forall i \in I, j \in J \quad (33)$$

$$m_j \quad \forall j \in J \text{ عدد صحیح} \quad (34)$$

محدودیت (۲۷) میزان خرید هر کالا را بر اساس کل فروش و فساد کالا مشخص می‌کند. محدودیت (۲۸) به این منظور است که ظرفیت تأمین‌کننده نقض نشود. محدودیت (۲۹) نسبتی از زمان را نشان می‌دهد که کالا دچار کمبود نشده است (این متغیر همواره بین

$$\begin{aligned} & h_i D_i k_i (\sum_g T_g x_{ig}) + D_i \theta_i k_i (\sum_g T_g x_{ig}) \\ & - \pi_i \beta_i D_i (1 - k_i) (\sum_g T_g x_{ig}) = 0 \end{aligned} \quad (24)$$

با حل رابطه (۲۴) نسبت به متغیر k_i ، مقدار آن به دست می‌آید که در رابطه (۲۱) نشان داده شده است. به ازای هر مجموعه‌ای از متغیرهای صفر و یک Z_g و x_{ig} ، مشتق دوم تابع هدف نسبت به k_i توسط رابطه (۲۵) نشان داده شده است.

$$\frac{\partial^2 TC}{\partial k_i^2} = D_i h_i \sum_g T_g x_{ij} + D_i \theta_i \sum_g T_g x_{ij} + \pi_i \beta_i D_i \sum_g T_g x_{ij} \quad (25)$$

با توجه به مثبت بودن پارامترهای D_i ، h_i ، π_i و β_i ، مشتق دوم تابع هدف همواره مثبت است و بنابراین مقدار به دست آمده برای k_i به ازای هر مجموعه از متغیرهای صفر و یک Z_g و x_{ig} مینیمم مطلق تابع است. □

بر اساس مقدار به دست آمده برای k_i ، می‌توان نتیجه‌گیری کرد که با افزایش نرخ فسادپذیری کالا، درصد بیشتری از تقاضا را باید با کمبود مواجه کرد تا از فساد بالای موجودی اقلام جلوگیری شود. به همین ترتیب افزایش هزینه نگهداری هر واحد کالا نیز موجب افزایش درصد تقاضای مواجه با کمبود می‌شود. در نهایت افزایش هزینه کمبود هر واحد کالا موجب نگهداری مقدار بیشتری از آن کالا در انبار می‌شود.

۳.۲. سناریو دوم: رویکرد گروه‌بندی غیرمستقیم

از دیگر رویکردهای سفارش هم‌زمان، گروه‌بندی غیرمستقیم اقلام است. در این رویکرد یک سیکل پایه انتخاب می‌شود و هر کالا در ضریب صحیحی از سیکل پایه سفارش داده می‌شود. برای درک بیشتر این رویکرد نمودار موجودی چهار کالا در شکل (۳) نشان داده شده است که در اینجا نیز محور افقی (t) نشان‌دهنده زمان است و محور عمودی $I_i(t)$ میزان موجودی برحسب واحد تقاضا را نشان می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌کنیم کالای ۱ زمان سیکل پایه T دارد. کالای ۲ زمان سیکل پایه $2T$ دارد و کالای ۳ و ۴ زمان سیکل پایه $3T$ دارند. بنابراین هر کالا در مضرب صحیحی از زمان سیکل پایه سفارش داده می‌شود. متغیری که در این رویکرد نسبت به رویکرد قبلی اضافه می‌شود m_j خواهد بود که ضریب صحیح برای طول دوره بهینه کالای j است.

صفر و یک است). محدودیت (۳۰) تضمین می‌کند که ضریب عدد صحیح طول دوره هر کالا بزرگ‌تر یا مساوی یک باشد. محدودیت‌های (۳۱) تا (۳۳) نیز نوع متغیرهای تصمیم را مشخص می‌کنند.

همان‌طور که در سناریوی اول نیز اشاره شد، وجود متغیر تصمیم در توان به پیچیدگی مسئله اضافه کرده و حل آن را با استفاده از نرم‌افزارهای موجود دشوار می‌کند. با جایگذاری رابطه (۱۸) در مدل‌سازی مسئله تابع هدف به صورت رابطه (۳۴) به دست می‌آید.

$$\begin{aligned} \frac{A}{T} + \sum_i \sum_j \frac{a_{ij} y_{ij}}{m_i T} + \sum_i \frac{1}{2} h_i D_i k_i^2 m_i T \\ + \sum_i \sum_j c_{ij} q_{ij} + \sum_i \frac{\pi_i \beta_i D_i (1 - k_i)^2 m_i T}{2} \\ + \sum_i D_i (1 - k_i) (1 - \beta_i) \hat{\pi}_i \end{aligned} \quad (34)$$

همچنین با جایگذاری رابطه (۱۸) در محدودیت‌ها، تنها محدودیت (۲۷) تغییر می‌کند که در رابطه (۳۵) نشان داده شده است.

$$\sum_j q_{ij} = D_i \left(k_i + \frac{\theta_i k_i^2 m_i T}{2} + \beta_i (1 - k_i) \right) \quad \forall i \quad (35)$$

در این رویکرد گروه‌بندی نیز به طریق مشابه قضیه (۱) می‌توان اثبات کرد که در حالت خاص با یک تأمین‌کننده و کمبود پس‌افت، مقدار بهینه متغیر k_i از رابطه (۲۱) به دست می‌آید.

۴. بحث و تحلیل نتایج

به منظور تحلیل مدل ارائه شده در این مقاله، یک مثال عددی طراحی شده و تحلیل‌های لازم به روی آن انجام می‌شود. این مثال عددی به مقایسه سناریوهای گروه‌بندی مستقیم و گروه‌بندی غیرمستقیم می‌پردازد. بدین منظور یک شرکت توزیع‌کننده اقلام دارویی را در نظر بگیرید که چهار نوع دارو را از دو تأمین‌کننده خریداری می‌کند. در خصوص داروهای ۳ و ۴ داروهای مشابه کمتری در بازار وجود دارد و لذا نود درصد از مشتریانی که با کمبود مواجه می‌شوند منتظر می‌مانند تا با تأخیر دارو را دریافت کنند. در خصوص داروهای ۱ و ۲ با توجه به امکان استفاده از داروهای جایگزین، حدود ۷۰ درصد مشتریانی که با کمبود مواجه می‌شوند منتظر می‌مانند. دو تأمین‌کننده برای تولید داروها دارای ظرفیت مشخص هستند. پارامترهای مسئله در جدول (۲) ارائه شده‌اند.

پارامترهای D_i که مربوط به تقاضای کالای i و cap_{ij} که ظرفیت کالای i در تأمین‌کننده j هستند، برحسب واحد تقاضا هستند که در این مثال بر اساس تعداد اقلام بیان می‌شوند. هزینه‌ها در پارامترهای A که مربوط به هزینه عمده سفارش دهی است، a_{ij} که هزینه جزئی

سفارش دهی کالای i از تأمین‌کننده j است، c_{ij} که هزینه خرید یک واحد کالای i از تأمین‌کننده j است، π_i و $\hat{\pi}_i$ که به ترتیب هزینه کمبود یک واحد کالای i در یک واحد زمان و هزینه فروش از دست‌رفته به ازای یک واحد کالای i می‌باشند، برحسب واحد پول در نظر گرفته شده‌اند که در این مثال بر اساس دلار است. پارامترهای θ_i و β_i نیز به ترتیب نرخ مشتریانی که منتظر می‌مانند و نرخ فاسدشدن کالا هستند و بنابراین بدون واحد اندازه‌گیری می‌باشند. واحد زمان نیز برابر یک سال در نظر گرفته شده است. هزینه سفارش دهی عمده برابر ۲۰ دلار است.

این مثال با استفاده از نرم‌افزار GAMS کد نویسی شده و با ابزار حل BARON حل شده و پاسخ‌های مربوط به میزان خرید اقتصادی، طول دوره بهینه سفارش، هزینه‌های مربوط، و تعداد گروه‌های تشکیل یافته در هر حالت در جداول نشان داده شده است. لازم به ذکر است که در سناریوی اول که گروه‌بندی مستقیم است تعداد گروه‌ها را حداکثر برابر با تعداد کالاها در نظر گرفته و مدل تعیین می‌نماید که چه تعداد گروه تشکیل شود.

جدول (۲): پارامترهای مثال عددی

کالا (i)	۱	۲	۳	۴
cap_{i2}	۱۰۰۰	۵۰۰	۵۰۰	۵۰
cap_{i1}	۱۵۰۰	۱۰۰۰	۵۰	۴۰۰
θ_i	۰/۰۸	۰/۰۸	۰/۰۸	۰/۰۸
D_i	۲۰۰۰	۱۰۰۰	۳۰۰	۹۰
π_i	۳۰	۴۰	۳۰	۴۰
β_i	۰/۷	۰/۷	۰/۹	۰/۹
$\hat{\pi}_i$	۴۰	۳۰	۴۰	۳۰
h_i	۰/۷۵	۱/۲۵	۱	۱/۵
c_{i2}	۱۰	۲۰	۳۰	۴۰
c_{i1}	۲۰	۳۰	۱۰	۲۰
a_{i2}	۵	۵	۱۵	۱۰
a_{i1}	۵	۷	۱۰	۱۵

نتایج حل مثال عددی با استفاده از رویکرد گروه‌بندی مستقیم در جدول (۳) نشان داده شده است. هزینه کل برابر ۶۶۰۱۰/۹۱۰ دلار شده است.

جدول (۳): نتایج حل مثال عددی با رویکرد گروه‌بندی مستقیم

کالا (i) شماره گروه (g)	q_{i1}	q_{i2}	k_i	T_g
۱	۱۰۰۰	۱۰۰۸/۲۳	۱	۰/۱۰۳
۲	۱	۵۰۰	۰/۱۸۸	۰/۱۰۳

۳	۲	۲۵۳/۵۱	۵۰	۰/۹۹	۰/۳۰۵
۴	۲	۰	۹۱/۰۹	۱	۰/۳۰۵

همان‌طور که از نتایج ارائه‌شده در جدول (۳) مشخص است، اقلام در دو گروه قرار گرفته‌اند. از آنجایی که تقاضای کالای ۱ و ۲ نسبت به کالاهای ۳ و ۴ بسیار بیشتر بوده و هزینه‌های جزئی سفارش آن‌ها کمتر است، انتظار می‌رفت که در گروه مشابهی قرار بگیرند. بنابراین گروه‌بندی به‌دست‌آمده در نتایج مطابق انتظار است.

نتایج حل مثال عددی با استفاده از رویکرد گروه‌بندی غیرمستقیم در جدول (۴) نشان داده‌شده است. هزینه کل بر اساس روش غیرمستقیم ۶۵۹۳۳/۹۸۵ دلار و سیکل پایه برابر ۰/۱۰۵ سال است.

همان‌طور که از نتایج جدول (۴) مشخص است، کالای ۱ و ۲ دوره سفارش برابر سیکل پایه دارند. دوره سفارش کالای ۳ و کالای ۴ نیز به ترتیب دو و سه برابر سیکل پایه است. بنابراین کالای ۱ و ۲ همواره باهم سفارش داده می‌شوند و در دوره‌های زمانی ۶ برابر سیکل پایه همه اقلام باهم سفارش داده می‌شوند. همان‌طور که قبلاً نیز اشاره‌شده، گروه‌های تشکیل‌شده در رویکرد گروه‌بندی غیرمستقیم در دوره‌های مختلف سیکل پایه تشکیل می‌شوند.

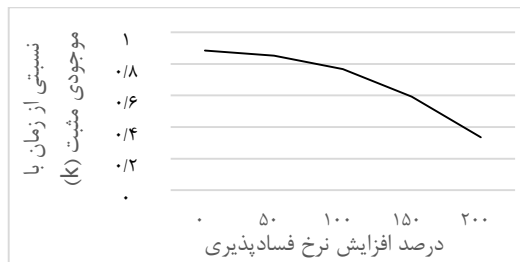
جدول (۴): نتایج حل مثال عددی با رویکرد گروه‌بندی غیرمستقیم

کالا (i)	m_i	q_{i2}	q_{i1}	k_i	$m_i T$
۱	۱	۱۰۰۰	۱۰۰۸/۳۹۵	۱	۰/۱۰۵
۲	۱	۵۰۰	۴۶۸/۶۸۸	۰/۸۸۵	۰/۱۰۵
۳	۲	۲۵۲/۵۱۹	۵۰	۱	۰/۲۱۰
۴	۳	۰	۹۱/۱۳۳	۱	۰/۳۱۵

۱.۴. تحلیل حساسیت نسبت به نرخ فسادپذیری

برای تحلیل چگونگی تغییر نتایج به ازای پارامترهای مختلف، در ابتدا به تغییر نرخ فسادپذیری اقلام می‌پردازیم. نمونه‌ای از این تغییرات در ارتباط با کالای ۲ در شکل (۴) نشان داده‌شده است که در آن محور افقی بیانگر درصد افزایش نرخ فسادپذیری (θ_i) و محور عمودی نشان‌دهنده نسبتی از زمان با موجودی مثبت اقلام (k_i) است. رفتار دیگر اقلام در هر دو رویکرد گروه‌بندی مشابه کالای ۲ است. همان‌طور که در شکل (۴) نشان داده‌شده است، افزایش نرخ فسادپذیری موجب کاهش نسبتی از زمان با موجودی مثبت از کالای ۲ شده است. به بیان دیگر افزایش فسادپذیری کالا موجب کاهش مدت‌زمانی می‌شود که موجودی انبار مثبت است تا بدین ترتیب از زیان حاصل از فساد زیاد اقلام جلوگیری شود. این موجب می‌شود

که میزان کل فروش کاهش یابد. چراکه درصد بیشتری از تقاضای اقلام با کمبود مواجه می‌شود و از آنجایی که کمبود به‌صورت پس‌افت جزئی است بخشی از تقاضایی که با کمبود مواجه شده از دست می‌رود. کاهش میزان خرید کالای ۲ نسبت به افزایش نرخ فسادپذیری در شکل (۵) نشان داده‌شده است.



شکل (۴): تأثیر تغییرات پارامتر نرخ فسادپذیری کالای ۲ بر متغیر k_i نسبتی از زمان با موجودی مثبت در رویکرد گروه‌بندی مستقیم همان‌طور که انتظار می‌رفت، و در شکل (۵) نشان داده شده است با افزایش نرخ فسادپذیری، میزان کالای خریداری شده کاهش می‌یابد، چراکه مدل بخش بیشتری از تقاضا را با کمبود مواجه کرده و در نتیجه فروش کل کاهش خواهد یافت.

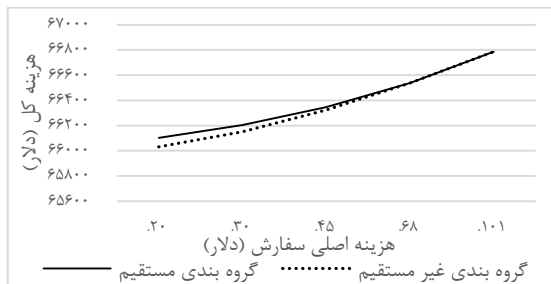


شکل (۵): تأثیر تغییرات پارامتر نرخ فسادپذیری کالای ۲ بر متغیر میزان خرید در رویکرد گروه‌بندی مستقیم

۲.۴. تحلیل حساسیت نسبت به هزینه اصلی سفارش

افزایش هزینه اصلی سفارش به‌صورت کلی موجب می‌شود که تعداد دفعات سفارش کاهش پیدا کرده و طول هر دوره سفارش افزایش پیدا کند. این موضوع در شکل (۶) نشان داده‌شده است که در آن محور افقی درصد افزایش هزینه اصلی سفارش (A) و محور عمودی طول دوره سفارش برحسب سال است.

غیرمستقیم هزینه نسبتاً کمتری در مقایسه با رویکرد غیرمستقیم دارد. اما با افزایش هزینه کلی سفارش، عملکرد دو رویکرد گروه‌بندی تقریباً بر یکدیگر منطبق می‌شود.



شکل (۸): مقایسه عملکرد گروه‌بندی مستقیم و غیرمستقیم در مقادیر مختلف هزینه اصلی سفارش

عملکرد دو رویکرد گروه‌بندی به ازای مقادیر مختلف نرخ فسادپذیری در شکل (۹) نشان داده شده است. همان‌طور که از نمودار شکل (۹) مشخص است، دو رویکرد عملکرد نزدیک به هم دارند. بنابراین برتری مطلق در نتایج دو رویکرد نسبت به هم مشاهده نمی‌شود.



شکل (۹): مقایسه گروه‌بندی مستقیم و غیرمستقیم در مقادیر مختلف نرخ فسادپذیری

بنابراین دو رویکرد مدل سازی عملکرد مشابهی در مقادیر مختلف نرخ فسادپذیری دارند. اما روش گروه بندی غیر مستقیم عملکرد نسبتاً بهتری در خصوص مقادیر مختلف هزینه عمده سفارش دارد.

۵. نتیجه‌گیری و پیشنهادها

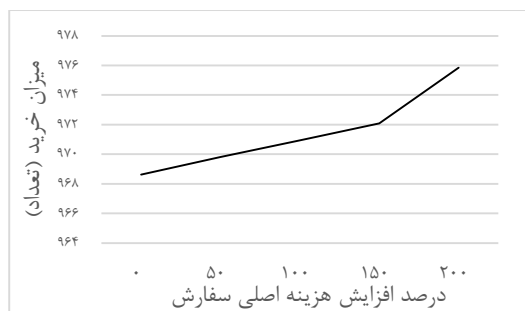
موجودی اقلام فاسد شنی علاوه بر عامل تقاضا، به دلیل نرخ فسادپذیری کاهش پیدا می‌کند. در نتیجه معادله دیفرانسیلی جریان موجودی و در نتیجه نمودار اقلام فسادپذیر با اقلام بادوام متفاوت است. پیچیدگی حاصل از حل معادلات دیفرانسیلی موجب می‌شود که محاسبه حل تحلیلی برای حالت کلی میسر نشود. در این مقاله مدل سازی مسئله کنترل موجودی اقلام فاسد شنی با انتخاب از میان



شکل (۶): تأثیر تغییرات پارامتر هزینه اصلی سفارش کالای ۲ بر متغیر طول دوره سفارش

بر اساس بررسی انجام شده و با افزایش هزینه‌های سفارش تا میزان ۲۰۰ درصد، تأثیر قابل توجهی بر متغیر k مشاهده نشد. بنابراین به نظر می‌رسد که متغیر k بیشتر متأثر از نرخ فسادپذیری و هزینه‌های کمبود است.

با توجه با ثابت ماندن نسبتی از زمان با موجودی مثبت (k) و افزایش طول دوره، انتظار داریم که با افزایش هزینه اصلی سفارش میزان خرید کل نیز افزایش یابد. چراکه با افزایش طول دوره، میزان انباشته خرید در هر دوره افزایش می‌یابد و با افزایش سطح موجودی انبار مقدار اتلاف و فساد کالا بیشتر می‌شود. بنابراین برای تأمین مقدار مشابهی از تقاضا باید حجم خرید افزایش یابد. شکل (۷) تغییرات میزان خرید کالای ۲ را با توجه به افزایش هزینه اصلی سفارش نشان می‌دهد و رفتار نمودار مطابق انتظار است.



شکل (۷): تأثیر تغییرات پارامتر هزینه اصلی سفارش کالای ۲ بر متغیر میزان خرید کل

همان‌طور که انتظار می‌رفت و در شکل (۷) نیز نشان داده شده است، با افزایش هزینه اصلی سفارش، اندازه انباشته خرید افزایش پیدا کرده است.

۳.۴. مقایسه هزینه‌ها در مدل گروه‌بندی مستقیم و غیرمستقیم

در این بخش به مقایسه عملکرد دو رویکرد گروه‌بندی بر اساس میزان هزینه کل می‌پردازیم. همان‌طور که در شکل (۸) مشاهده می‌کنیم در ابتدا و برای هزینه اصلی سفارش ۲۰ دلار، رویکرد

می‌تواند بر اساس آزمون‌های آماری و در ابعاد مختلف مسئله و پارامترهای مدل مورد بررسی قرار بگیرد.

۶. منابع

- [1] Chaudhary, V., Kulshrestha, R., Routroy, S. (2018). State-of-the-art literature review on inventory models for perishable products. *Journal of Advances in Management Research*. 15(3), 306-346.
- [2] Mahapatra, G.S., Adak, S., Mandal, T.K. and Pal, S. (2017) 'Inventory model for deteriorating items with time and reliability dependent demand and partial backorder', *Int. J. Operational Research*, 29(3), 344-359.
- [3] Khouja, M., Goyal, S. (2008). A review of the joint replenishment problem literature: 1989-2005. *European Journal of Operational Research*, 186(1), 1-16.
- [4] Zapata-Cortes J.A., Arango-Serna M.D., Saldarriaga-Romero V.J. (2019) The Constrained Joint Replenishment Problem Using Direct and Indirect Grouping Strategies with Genetic Algorithms. In: García Alcaraz J., Rivera Cadavid L., González-Ramírez R., Leal Jamil G., Chong Chong M. (eds) *Best Practices in Manufacturing Processes*. Springer, Cham.
- [5] Silver, E.A. (1976). A simple method of determining order quantities in joint replenishments under deterministic demand, *Management Science*, 22(12), 1351-1361.
- [6] Kaspi, M., Rosenblatt, M.J. (1983). An improvement of Silver's algorithm for the joint replenishment problem. *AIIE Transactions*, 15(3), 264-267.
- [7] Moon, I., Goyal, S. Cha, B. (2008). The joint replenishment problem involving multiple suppliers offering quantity discounts. *International Journal of Systems Science*, 39(6): 629-637.
- [8] Mohammaditabar, D. Ghodsypour, S.H. (2016). A supplier-selection model with classification and joint replenishment of inventory items. *International Journal of Systems Science*, 47(8): 1745-1754.
- [9] Ongkunaruk, P., Wahab, M., Chen, Y. (2016). A genetic algorithm for a joint replenishment problem with resource and shipment constraints

چند تأمین‌کننده با ظرفیت و قیمت‌های متفاوت ارائه شد. بدین منظور یک زنجیره دوسطحی در نظر گرفته شد که در آن خریدار از میان چندین تأمین‌کننده به انتخاب می‌پردازد. در صورت مواجهه با کمبود بخشی از تقاضا از دست خواهد رفت و بخش دیگر منتظر می‌ماند. هزینه جزئی سفارش وابسته به کالا و تأمین‌کننده است درحالی‌که هزینه کلی سفارش مستقل از آن‌ها است و در هر بار سفارش لحاظ می‌شود. در هر کدام از روش‌های سفارش هم‌زمان (گروه‌بندی مستقیم و غیرمستقیم) مقدار بهینه سفارش اقتصادی، طول دوره بهینه، طول دوره‌ای که کمبود وجود ندارد و همچنین درصدی از تقاضا که با کمبود مواجه نمی‌شود و میزان هزینه‌های سیستم محاسبه گردید. در نهایت با استفاده از یک مثال عددی دو روش گروه‌بندی مستقیم و غیرمستقیم باهم مقایسه شد.

در هر دو رویکرد گروه‌بندی برای سهولت محاسبات، تقریب بسط تیلور استفاده شد. در حالت خاصی که تنها یک تأمین‌کننده وجود دارد و کمبود به صورت پس‌افت رخ می‌دهد، مقدار بهینه متغیر مربوط به نسبتی از زمان که موجودی انبار مثبت است، محاسبه شد. بر این اساس هزینه‌های کمبود و نگهداری و همچنین نرخ فساد در نسبتی از زمان که موجودی مثبت است تأثیر می‌گذارند.

تحلیل حساسیت مدل در یک مثال عددی نشان داد که افزایش نرخ فسادپذیری موجب کاهش نسبتی از زمان با موجودی مثبت شده و درصد بیشتری از تقاضا با کمبود مواجه می‌شود. این موجب می‌شود تا میزان فروش کل کاهش پیدا کند. همچنین تحلیل حساسیت مدل در مثال عددی نشان داد که افزایش هزینه اصلی سفارش تأثیر قابل‌توجهی در نسبتی از زمان با موجودی مثبت ندارد. این نتیجه مطابق با حالت خاص مدل است که در قضیه (۱) بیان شده است. افزایش هزینه اصلی سفارش نیز موجب افزایش طول دوره و همچنین افزایش کل خرید می‌شود.

موارد متعددی در توسعه‌های آتی این تحقیق می‌تواند در نظر گرفته شود. اولاً نرخ فاسدشدن و تقاضا در اقلام فسادپذیر می‌تواند تابعی از زمان و یا احتمالی باشد. ثانیاً توسعه و به‌کارگیری روش‌های فرا ابتکاری مانند الگوریتم ژنتیک و مقایسه آن با دیگر الگوریتم‌ها برای حل مسئله در ابعاد بزرگ می‌تواند بسیار کارآمد باشد. سوماً می‌توان هزینه عمده سفارش وابسته به تأمین‌کنندگان را نیز در مدل لحاظ کرد. چنانچه در بسیاری از کاربردهای صنعتی، سفارش هم‌زمان اقلام به یک تأمین‌کننده مشترک منجر به صرفه جویی در هزینه‌های سفارش می‌شود. در نهایت، مقایسه عملکرد دو رویکرد

- [19] Chen, Y., Yang, L., Jiang, Y., Wahab, M. I. M., & Yang, J. (2019). Joint replenishment decision considering shortages, partial demand substitution, and defective items. *Computers & Industrial Engineering*, 127, 420-435.
- [20] Noori-daryan, M., Taleizadeh, A. A., & Govindan, K. (2018). Joint replenishment and pricing decisions with different freight modes considerations for a supply chain under a composite incentive contract. *Journal of the Operational Research Society*, 69(6), 876-894.
- [21] Cohen-Hill, T., & Yedidsion, L. (2018). The Periodic Joint Replenishment Problem Is Strongly Np-Hard. *Mathematics of Operations Research*, 43(4), 1269-1289.
- [22] Ai, X., Yue, Y., Xu, H., & Deng, X. (2021). Optimizing multi-supplier multi-item joint replenishment problem for non-instantaneous deteriorating items with quantity discounts. *Plos one*, 16(2), e0246035.
- [۲۳] مینا هروی شرق، محمد علی پیرایش، (۱۳۹۷). *مجله مهندسی صنایع و مدیریت شریف*. دوره ۱-۳۴، شماره ۲/۲، صفحه ۱۳۳-۱۴۱.
- [۲۴] جعفر رضایی، سید محمد تقی فاطمی قمی، منصور داودی منفرد، فاطمه رضایی، (۱۳۸۸). *مجله مهندسی صنایع و مدیریت شریف*. دوره ۱-۲۶، شماره ۱، صفحه ۸۳-۹۰.
- [25] Maihmi, R., & Kamalabadi, I. N. (2012). Joint pricing and inventory control for non-instantaneous deteriorating items with partial backlogging and time and price dependent demand. *International Journal of Production Economics*, 136(1), 116-122.
- and defective items. *International Journal of Production Economics*, 175: 142-152.
- [10] Cui, L., Wang, L., Deng, J., Zhang, J. (2015). Intelligent algorithms for a new joint replenishment and synthetical delivery problem in a warehouse centralized supply chain. *Knowledge-Based Systems*, 90: 185-198.
- [11] Verma, N.K., Chakraborty, A., Chatterjee, A.K. (2014). Joint replenishment of multi retailer with variable replenishment cycle under VMI. *European Journal of Operational Research*, 233(3): 787-789.
- [12] Zhou, W.Q., Chen, L., Ge, H.M. (2013). A multi-product multi-echelon inventory control model with joint replenishment strategy. *Applied Mathematical Modelling*, 37(4): 2039-2050.
- [13] Wang, L., He, J., Wu, D., Zeng, Y.R. (2012). A novel differential evolution algorithm for joint replenishment problem under interdependence and its application. *International Journal of Production Economics*, 135(1): 190-198.
- [14] Van Eijs, M., Heuts, R.M.J., Kleijnen, J.P.C. (1992). Analysis and comparison of two strategies for multi-item inventory systems with joint replenishment costs. *European Journal of Operational Research*, 59(3): 405-412.
- [15] Braglia, M., Castellano, D., Gallo, M. (2016). An extension of the stochastic Joint-Replenishment Problem under the class of cyclic policies. *Operations Research Letters*, 44(2): 278-284.
- [16] Maity, K., Maiti, M. (2009). Optimal inventory policies for deteriorating complementary and substitute items. *International Journal of Systems Science*, 40(3), 267-276.
- [17] Maddah, B., Kharbeche, M., Pokharel, S., Ghoniem, A. (2016). Joint replenishment model for multiple products with substitution. *Applied Mathematical Modelling*, 40(17), 7678-7688.
- [18] Ai, X. Y., Zhang, J. L., & Wang, L. (2017). Optimal joint replenishment policy for multiple non-instantaneous deteriorating items. *International Journal of Production Research*, 55(16), 4625-4642.