مهندسی صنایع و مدیریت شریف، (تابستان ۱۴۰۱)
دوره‌ی ۱-۳۸، شماره‌ی ۱، ص. ۹۵-۱۱۰، (پژوهشی)

Original Article

مکان‌یابی چند دوره‌یی پایدار هاب: رویکرد برنامه‌ریزی پویا

امیر خالقی (دانشجوی دکتری)
علیرضا عیدی* (دانشیار)
دانشکده‌ی مهندسی، گروه مهندسی صنایع، دانشگاه کردستان، سنندج

a.khaleghi@eng.uok.ac.ir
alireza.eydi@uok.ac.ir

در این پژوهش، یک مدل برنامه‌ریزی ریاضی برای مسئله‌ی مکان‌یابی چنددوره‌یی پایدار هاب ارائه می‌شود که در آن، تقاضای حمل‌ونقل وابسته به زمان است و افق برنامه‌ریزی زمان‌پیوسته است. مسئله به‌صورت یک مدل برنامه‌ریزی غیرخطی عدد صحیح آمیخته چندهدفه فرموله می‌شود که در آن، اهداف پایداری شامل کمینه‌سازی هزینه‌های سیستم حمل‌ونقل، کمینه‌سازی انتشار آلاینده‌ها در شبکه‌ی حمل‌ونقل و بیشینه‌سازی فرصت‌های شغلی ثابت و متغیر ایجاد شده در اثر احداث هاب‌ها در طی افق برنامه‌ریزی هستند. همچنین، تعدادی نامعادله معتبر برای بهبود فرمول‌بندی مسئله ارائه می‌شود. برای حل مسئله، از دو روش محدودیت اپسیلون تکامل یافته و برنامه‌ریزی پویا استفاده می‌کنیم. نتایج حاصل از این دو روش، برای یک مسئله‌ی نمونه روی داده‌های شبکه‌ی ترکیه ارائه می‌شود. برای اعتبارسنجی روش برنامه‌ریزی پویا، مجموعه داده‌های هوایی ایالات متحده مورد استفاده قرار می‌گیرد. نتایج نشان می‌دهد که روش برنامه‌ریزی پویا می‌تواند مسائل تا ۲۵ گره و ۶ دوره زمانی را حل کند.

واژگان کلیدی: مسئله‌ی مکان‌یابی هاب، پایداری، برنامه‌ریزی چنددوره‌یی، افق برنامه‌ریزی زمان‌پیوسته، برنامه‌ریزی پویا.

۱. مقدمه

تسهیلات هاب، نقاط انتقال، تغییر جهت و مسیر در سیستم‌های حمل‌ونقل هستند. در هر شبکه‌ی حمل‌ونقل شامل هاب، جریان (کالا، مسافر، پیام و ...) از مبدأ به مقصد از طریق هاب‌ها جابه‌جا می‌شود و معمولاً ارتباط مستقیم میان مبدأها و مقصدهای مختلف وجود ندارد. در چنین شبکه‌هایی، جریان ابتدا از مبدأ وارد یک هاب می‌شود، در هاب سازمان‌دهی شده و سپس در مقصد توزیع می‌شود. در مسئله‌ی مکان‌یابی هاب، هدف تعیین مکان هاب‌ها و نحوه تخصیص نقاط تقاضا به‌هاب‌هاست، به‌گونه‌یی که جمع‌آوری، انتقال و توزیع جریان از طریق هاب‌ها بهینه شود. آشنایی با دسته‌بندی انواع مسائل مکان‌یابی هاب، روش‌های حل و کاربردها با مراجعه به پژوهش‌های پیشین[۱و۲] ممکن است. تعیین مکان هاب‌ها و سایر تصمیمات، معمولاً با توجه به برخی پارامترها صورت می‌گیرد، مانند تقاضای حمل‌ونقل میان مبدأ ـ مقصدهای مختلف، هزینه‌ی ثابت احداث هاب‌ها و هزینه‌های حمل‌ونقل. در مسائل مکان‌یابی تسهیلات، چنانچه تغییرات پارامترهای مسئله طی زمان قابل پیش‌بینی باشد، برنامه‌ریزی برای تعیین مکان تسهیلات و سایر تصمیمات در آینده، مطلوب به‌نظر می‌رسد. در این حالت، عامل زمان نیز در مکان‌یابی وارد می‌شود.[۳] در این حالت، می‌بایست افق برنامه‌ریزی تعریف شود. افق برنامه‌ریزی یک چارچوب زمانی است که تصمیم‌گیرنده در آن به برنامه‌ریزی می‌پردازد. معمولاً افق برنامه‌ریزی به چندین دوره‌ی زمانی تقسیم می‌شود و تصمیمات در طی این دوره‌ها اتخاذ می‌شوند. برای هماهنگی با تغییرات پارامترها طی افق برنامه‌ریزی، در هر دوره، پیکربندی شبکه‌ی حمل‌ونقل مربوط به دوره‌ی قبل به‌روز می‌شود و تا انتهای افق برنامه‌ریزی تکمیل می‌شود. در برخی کاربردهای واقعی مسئله‌ی مکان‌یابی هاب، تغییرات برخی پارامترها وابسته به زمان است. به‌عنوان مثال، در یک شبکه‌ی حمل‌ونقل هوایی، ممکن است تقاضای مسافران وابسته به‌زمان باشد یا در یک شبکه‌ی پستی، تقاضای حمل بسته‌های پستی وابسته به‌زمان باشد. این امر در مورد شبکه‌های انتقال پیام نیز می‌تواند مصداق داشته باشد. معمولاً در این حالت، باید تابعی را برآورد کرد که تغییرات آن پارامتر را در طی زمان مشخص می‌کند. در مسائلی که تغییرات پارامترها وابسته به زمان است، تعیین ظرفیت مورد نیاز تسهیلات در طی افق برنامه‌ریزی اهمیت بالایی دارد. معمولاً افزایش ظرفیت تسهیلات، هزینه‌ی کمتری نسبت به گشایش تسهیلات جدید دارد. از منظر زمان اجرای تصمیمات، معمولاً دو نوع افق برنامه‌ریزی را می‌توان تعریف کرد: افق برنامه‌ریزی زمان‌گسسته و افق برنامه‌ریزی زمان‌پیوسته. در افق برنامه‌ریزی زمان‌گسسته، در مقاطع زمانی از افق برنامه‌ریزی که از قبل تعیین شده است، تصمیمات مسئله پیاده‌سازی می‌شوند. اما در افق برنامه‌ریزی زمان‌پیوسته، زمان اجرای تصمیمات نیز در فرایند تصمیم‌گیری تعیین می‌شود. در این حالت، می‌توان بهترین زمان را برای اجرای تصمیمات مسئله با توجه به معیارهای

* نویسنده مسئول

تاریخ: دریافت ۱۳۹۹/۱۲/۲۴، اصلاحیه ۱۴۰۰/۸/۱۹، پذیرش ۱۴۰۰/۸/۲۲.
DOI:10.24200/J65.2021.57021.1281

مورد نظر تعیین کرد. زمان‌های اجرای تصمیمات، نقاط شکست نامیده می‌شوند که مشخص کننده‌ی نقاط ابتدایی و انتهایی دوره‌های زمانی هستند.

در سال ۱۹۸۷ میلادی، کمیسیون جهانی محیط زیست و توسعه یا کمیسیون بروندلند، چهار شاخص برای توسعه‌ی پایدار ارائه می‌کند. این شاخص‌ها عبارت‌اند از: حفظ پایداری زیست‌محیطی در بلندمدت، تأمین نیازهای اساسی انسان، توسعه‌ی برابری میان‌نسلی و بین‌نسلی.[۴] مهم‌ترین جنبه‌های پایداری شامل جنبه‌های اقتصادی، زیست‌محیطی و اجتماعی هستند. با توجه به این‌که مسئله‌ی مکان‌یابی هاب دارای تصمیمات استراتژیک و سایر تصمیماتی است که جنبه‌های پایداری را تحت تأثیر قرار می‌دهد، توجه به ابعاد پایداری در این مسئله می‌تواند موجب حرکت به سمت توسعه‌ی پایدار شود. در ادامه، مطالعات انجام شده‌ی مرتبط به موضوع پژوهش حاضر، در دو حوزه‌ی «مسائل مکان‌یابی هاب چنددوره‌یی» و «مسائل مکان‌یابی هاب پایدار» را مورد مطالعه قرار می‌دهیم. در زمینه‌ی مسائل مکان‌یابی هاب چنددوره‌یی با در نظرگرفتن افق برنامه‌ریزی زمان‌پیوسته، می‌توان به مدل پیشنهادی محققان،[۵] که یک مدل تخمین پیوسته از یک ناحیه‌ی ثابت با چگالی تقاضای رو به افزایش است، اشاره کرد. طی افق برنامه‌ریزی باید تعدادی ترمینال مکان‌یابی شود؛ امکان مکان‌یابی مجدد ترمینال‌ها نیز وجود دارد. همچنین، بهترین زمان برای انجام تصمیمات مکان‌یابی و مکان‌یابی مجدد باید مشخص شود. در سایر مدل‌های موجود در این زمینه، افق برنامه‌ریزی از نوع زمان‌گسسته است. در ادامه به تعدادی از این مدل‌ها اشاره می‌کنیم. محققان یک مدل برنامه‌ریزی درجه دوم برای مسئله‌ی مکان‌یابی هاب چنددوره‌یی در حالت چندمحصولی ارائه کرده‌اند[۶] با این هدف که مکان بهینه‌ی هاب‌ها را به‌منظور غلبه بر نوسانات تقاضا در طی افق برنامه‌ریزی تعیین کنند. همچنین در مطالعه‌یی دیگر مکان‌یابی هاب مجازی تحت شرایط عدم‌قطعیت برای مدیریت خطوط هوایی در شرایط نامساعد جوی[۷] ارائه شده است. در این مدل پیشنهادی، هدف تعیین مکان بهینه‌ی هاب‌های مجازی در هر دوره است، به‌گونه‌یی که مجموع هزینه‌های سیستم حمل‌ونقل در کل افق برنامه‌ریزی کمینه شود.

مسئله‌ی مکان‌یابی هاب چنددوره‌یی در حمل‌ونقل با در نظرگرفتن محدودیت بودجه برای هزینه‌های عملیاتی مورد بحث قرار گرفته است.[۸] سپس، مسئله‌ی طراحی شبکه‌ی هاب چنددوره‌یی با در نظرگرفتن ظرفیت مدولار هاب‌ها[۹] مورد مطالعه قرارگرفت. مدول‌ها تسهیلاتی هستند که می‌توانند روی هاب‌ها نصب شوند و ظرفیت آن‌ها را به‌صورت گسسته افزایش دهند. از جمله مثال‌های ظرفیت مدولار هاب‌ها در دنیای واقعی، می‌توان به خطوط مرتب‌سازی در مراکز پستی و هواپیماهای موجود در یک فرودگاه اشاره کرد. همچنین، خلبان‌هایی را که در خطوط هوایی فعالیت می‌کنند و رانندگانی را که در خیابان‌های مربوط به تحویل بسته‌های پستی فعالیت می‌کنند، می‌توان به‌عنوان ظرفیت مدولار لینک‌ها به‌ترتیب در حمل‌ونقل هوایی و سیستم‌های پستی در نظرگرفت.

در مدل پیشنهادی محققان،[۹] در هر دوره، امکان افزایش ظرفیت هاب‌ها به‌صورت گسسته از طریق مدول‌ها وجود دارد. آنان مدل را برای هر دو حالت تخصیص یگانه و چندگانه توسعه دادند. همچنین ، یک مدل برنامه‌ریزی ریاضی برای مسئله‌ی مکان‌یابی هاب پوشش چنددوره‌یی با در نظرگرفتن شعاع پوشش انعطاف‌پذیر[۱۰] ارائه شد. در مدل پیشنهادی، در هر دوره می‌توان مقدار مناسب شعاع پوشش را تنظیم کرد. مسئله‌ی مکان‌یابی هاب متحرک در پژوهشی دیگر مورد مطالعه قرارگرفت،[۱۱] که در آن، امکان جابه‌جایی یک تسهیل هاب متحرک از موقعیت فعلی‌اش به سایر موقعیت‌ها از طریق تسهیلات حمل‌ونقل ریلی در دوره‌های مختلف وجود دارد. همچنین مسئله‌ی توسعه‌ی شبکه‌ی حمل بار چند مدی با در نظرگرفتن اختلال در ترمینال‌ها و مسیرها بررسی[۱۲] و مدلی پیشنهاد شد که در آن دو نوع دوره‌ی زمانی تعریف شده است: دوره‌های استراتژیک و دوره‌های مسیریابی. در دوره‌های استراتژیک، تصمیمات بازگشایی ترمینال‌ها، افزایش ظرفیت ترمینال‌ها و بازیابی ترمینال‌ها و مسیرهای مختل شده گرفته می‌شود و در دوره‌های مسیریابی، جریان‌ها در شبکه مسیریابی می‌شوند. در مطالعه‌یی دیگر،[۱۳] مسئله‌ی مکان‌یابی هاب چنددوره‌یی با در نظرگرفتن ظرفیت مدولار هاب‌ها تحت عدم‌قطعیت تقاضای احتمالی مورد بررسی قرارگرفت. تصمیمات در پژوهش آنان، شامل تعیین ظرفیت اولیه هاب‌ها، افزایش ظرفیت و مسیریابی جریان‌هاست. محققان یک مدل مطمئن برای مسئله‌ی مکان‌یابی هاب سلسله‌مراتبی چندمدی با در نظرگرفتن اختلال پویا (وابسته به‌زمان و مکان)[۱۴] پیشنهاد کردند که در آن، اختلال در یک دوره، تصمیمات دوره‌های بعدی را تحت تأثیر قرار می‌دهد و ممکن است نیاز به فعالیت‌هایی مانند نگهداری، بستن موقت، راه‌اندازی و بازگشایی مجدد باشد. یک مسئله‌ی هاب پوشش در حالت تخصیص یگانه با دو هدف بیشینه‌سازی تقاضای پوشش داده شده و کمینه‌سازی هزینه‌های بازگشایی و بستن هاب‌ها در طی افق برنامه‌ریزی با در نظر گرفتن تغییرات دوره‌یی پارامترهای مسئله ارائه شد.[۱۵] مسئله‌ی مکان‌یابی هاب چنددوره‌یی هاب با تخصیص یگانه و با در نظرگرفتن طول عمر و امکان بازسازی هاب‌ها[۱۶] مورد مطالعه قرار گرفت. نویسندگان این موضوع را در نظر گرفتند که هر یک از هاب‌ها، پس از انتخاب پیمانکار برای بازگشایی آن‌ها، دارای عمر مشخصی هستند که در انتهای این عمر می‌توانند بازسازی یا بسته شوند. همچنین، محققان سطوح ظرفیت و امکان بازسازی چندگانه را نیز در مدل‌سازی مسئله وارد کردند. محققان یک مسئله‌ی دوهدفه‌ی مکان‌یابی هاب چنددوره‌یی مطمئن را با در نظر گرفتن تأثیرات ازدحام جریان مورد بررسی قرار دادند.[۱۷] هدف اول مسئله شامل کمینه‌سازی هزینه‌های حمل‌ونقل، باز و بسته کردن هاب‌ها و جریمه تجاوز جریان از ظرفیت مؤثر هاب‌ها منهای عایدی حاصل از تسهیلات موجود در هاب‌های بسته شده و هدف دوم بیشینه‌سازی کم‌ترین قابلیت اطمینان در مسیرهای موجود در شبکه است. در زمینه‌ی مسائل مکان‌یابی هاب پایدار، محققان مسئله‌ی مکان‌یابی هاب پوشش را با اهداف کمینه‌سازی هزینه‌های حمل‌ونقل و احداث هاب‌ها و کمینه‌سازی زمان انتظار در هاب‌ها مورد مطالعه قرار دادند.[۱۸] برای حل مسئله، نویسندگان از یک الگوریتم رقابت استعماری چندهدفه استفاده کردند. محققان در مطالعه‌یی دیگر،[۱۹] مسئله‌ی مکان‌یابی هاب پوشش چنددوره‌یی را با اهداف کمینه‌سازی مجموع هزینه‌های سیستم حمل‌ونقل و کمینه‌سازی کل زمان سفر مورد بررسی قرار دادند. مسئله‌ی مکان‌یابی هاب ــ مسیریابی سبز با در نظرگرفتن اهداف کمینه‌سازی هزینه‌های حمل‌ونقل، احداث هاب‌ها، توزیع، جمع‌آوری و استفاده از تسهیلات و کمینه‌سازی کل زمان سفر ارائه شد.[۲۰] همچنین، یک مسئله‌ی هاب پوشش چندمدی با اهداف کمینه‌سازی هزینه‌های سیستم و کمینه‌سازی بیشینه زمان سفر به‌عنوان یک هدف اجتماعی مورد بررسی قرارگرفت.[۲۱] پس از آن، محققان مسئله‌ی مکان‌یابی هاب پوشش چندمدی و چندمحصولی را با در نظر گرفتن دو هدف کمینه‌سازی هزینه‌های حمل‌ونقل و احداث هاب‌ها و استفاده از مدهای حمل و کمینه‌سازی بیشینه زمان سفر در شبکه ارائه کردند.[۲۲] در مطالعه‌یی دیگر،[۲۳] مسئله‌ی مکان‌یابی هاب پایدار تحت عدم‌قطعیت آمیخته (فازی و احتمالی) پیشنهاد شد. در پژوهش آنان، هدف اقتصادی کمینه‌سازی هزینه‌های سیستم درکنار دو هدف زیست‌محیطی کمینه‌سازی هزینه‌های انتشار آلاینده‌ها و کمینه‌سازی آلودگی صوتی در هاب‌ها مورد توجه قرارگرفت. مسئله‌ی طراحی شبکه‌ی چندمدی تحت عدم قطعیت[۲۴] نیز با در نظرگرفتن اهداف پایداری شامل کمینه‌سازی زمان سفر تجمعی در شبکه، کمینه‌سازی هزینه‌های حمل‌ونقل، انتشار آلاینده‌ها و مصرف سوخت و بیشینه‌سازی پایایی خدمت

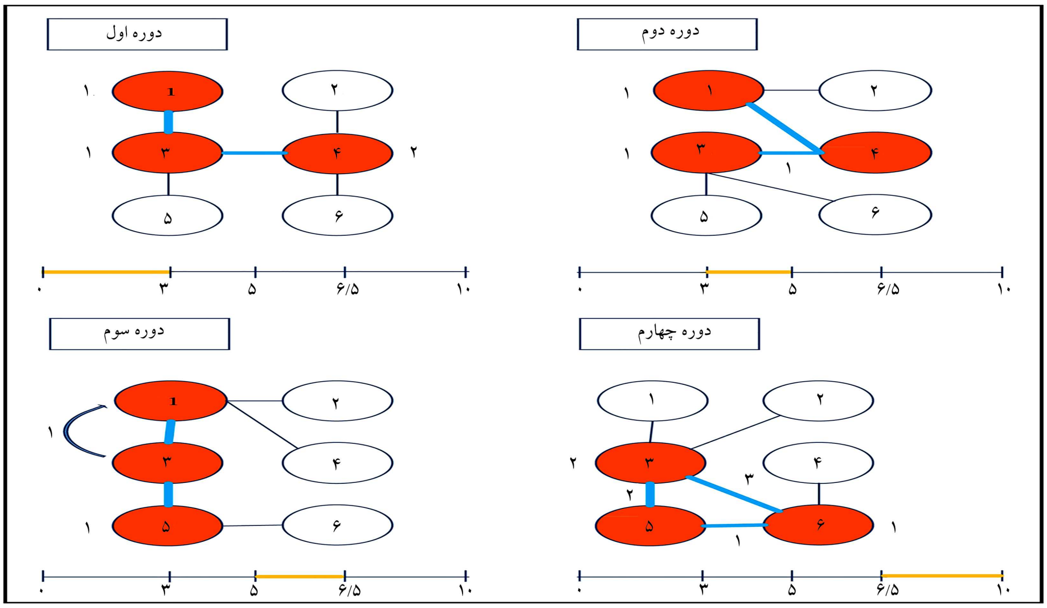
جدول ۱. مرتبط‌ترین مقالات با موضوع پژوهش حاضر.

رویکرد حل	پایدار	چندهدفه	تقاضای وابسته به زمان	چنددوره‌یی: زمان پیوسته	چنددوره‌یی: زمان گسسته	ظرفیت کمان مدولار	ظرفیت هاب مدولار	مرجع
روش ابتکاری	–	–	√	√	–	–	–	[۵]
روش دوفاز ـ رقابت استعماری و شبیه‌سازی تبرید	√	√	–	–	–	–	–	[۲۳]
تجزیه بندرز ـ جست‌وجوی همسایگی	–	–	–	–	√	–	–	[۸]
برنامه‌ریزی خطی فازی بازه‌یی ـ بهینه‌سازی علف هرز مهاجم	√	√	–	–	–	–	–	[۲۴]
برنامه‌ریزی عدد صحیح آمیخته	–	–	–	–	√	–	√	[۹]
الگوریتم ژنتیک	–	–	–	–	√	–	–	[۱۰]
دیفرانسیل تکاملی ـ رقابت استعماری	√	√	–	–	–	–	–	[۲۵]
الگوریتم تکاملی	√	√	–	–	–	–	–	[۲۶]
الگوریتم هیبریدی شبیه‌سازی تبرید	–	–	–	–	√	–	–	[۱۲]
برنامه‌ریزی عدد صحیح آمیخته	–	–	–	–	√	–	√	[۱۳]
الگوریتم ابتکاری دومرحله‌یی	–	–	–	–	√	–	–	[۱۴]
روش محدودیت اپسیلون تکامل یافته و برنامه‌ریزی پویا	√	√	√	√	–	√	√	پژوهش حاضر

مطالعه شد. محققان طراحی اقتصادی و زیست‌محیطی شبکه‌ی هاب چندمدی را مورد بررسی قرار دادند.[۲۵] همچنین، کمینه‌سازی بیشترین زمان سفر در شبکه، بیشینه‌سازی اشتغال و توسعه‌ی منطقه‌یی و کمینه‌سازی هزینه‌های سیستم به‌عنوان اهداف پایداری در نظر گرفته شد.[۲۶] در مطالعه‌ی مسئله‌ی مکان‌یابی هاب سبز[۲۷] هدف مسئله‌ی کمینه‌سازی هزینه‌های انتشار آلاینده‌ها (وابسته به سرعت وسایل نقلیه و میزان جریان حمل شده توسط وسایل نقلیه روی شبکه) به‌گونه‌یی است که تحویل جریان‌ها از هر مبدأ به مقصد باید در یک حد زمانی از پیش تعیین شده انجام شود.

در جدول ۱، مرتبط‌ترین مقالات با پژوهش حاضر ثبت شده و نیز جایگاه پژوهش حاضر در میان این پژوهش‌ها مشخص شده است. با توجه به تحقیقات انجام شده، مسائل مکان‌یابی هاب پایدار و مسائل مکان‌یابی هاب چنددوره‌یی به‌طور جداگانه مورد مطالعه قرار گرفته‌اند و در زمینه‌ی مسائل مکان‌یابی هاب چنددوره‌یی، افق برنامه‌ریزی به‌صورت زمان‌پیوسته در نظر گرفته شده است،[۵] اما جنبه‌های پایداری در آن در نظر گرفته نشده و مدیریت ظرفیت تسهیلات در طی افق برنامه‌ریزی لحاظ نشده است. در سایر مدل‌های ارائه شده، افق برنامه‌ریزی از نوع زمان‌گسسته در نظر گرفته شده است. مدل‌های با ظرفیت مدولار هاب، با در نظر گرفتن افق برنامه‌ریزی زمان‌گسسته توسعه داده شده‌اند و ظرفیت مدولار لینک‌ها به‌صورت پویا بررسی نشده است. بنابراین، نوآوری مقاله‌ی حاضر در یک‌پارچه‌سازی مفاهیم پایداری در مسئله‌ی مکان‌یابی هاب چنددوره‌یی زمان‌پیوسته و امکان مدیریت ظرفیت تسهیلات در طی افق برنامه‌ریزی از طریق افزایش ظرفیت هاب‌ها و کمان‌های هاب و انتقال ظرفیت میان هاب‌ها است.

بر اساس مطالعات انجام شده و شکاف‌های تحقیقاتی موجود، در این پژوهش، ما یک مدل ریاضی برای مسئله‌ی مکان‌یابی هاب چنددوره‌یی زمان‌پیوسته ارائه می‌کنیم که در آن، تقاضای حمل‌ونقل وابسته به‌زمان است و در طی افق برنامه‌ریزی، امکان افزایش ظرفیت تسهیلات و انتقال ظرفیت میان تسهیلات از طریق مدول‌ها وجود دارد. در ادامه‌ی این نوشتار در بخش دوم، به تشریح مسئله‌ی تحقیق می‌پردازیم و در بخش سوم، نحوه‌ی مدل‌سازی ریاضی مسئله را توضیح می‌دهیم و تعدادی نامعادله‌ی معتبر برای بهبود فرمول‌بندی مسئله ارائه می‌کنیم. سپس، در بخش چهارم دو رویکرد برای حل مسئله‌ی تحقیق ارائه می‌دهیم. در بخش پنجم، نتایج حاصل از حل یک مسئله‌ی نمونه روی مجموعه داده‌ی شبکه‌ی ترکیه ارائه می‌شود و با استفاده از مجموعه داده‌های هوایی ایالات متحده، نتایج حاصل از رویکرد دوم ارائه می‌شود. همچنین، عملکرد نامعادلات معتبر نیز بررسی می‌شود. نهایتاً، نتیجه‌گیری و پیشنهادهای آتی در بخش ششم ارائه می‌شود.



شکل ۱. نمایش یک جواب موجه.

۲. بیان مسئله

مجموعه‌یی از نقاط تقاضا به‌صورت $N = \{1, 2, \ldots, n\}$ داده شده است. ماتریس $(c_{ij})_{n\times n}$، هزینه یا فاصله‌ی میان هر دو نقطه تقاضا را نشان می‌دهد. یک افق برنامه‌ریزی زمان‌پیوسته به طول T وجود دارد که در طی آن، m بار می‌توان تصمیمات مسئله را تغییر داد. این افق برنامه‌ریزی به $m+1$ دوره‌ی زمانی تقسیم می‌شود. مجموعه‌ی این دوره‌ها به‌صورت $S = \{0, 1, 2, \ldots, m+1\}$ است. دوره‌ی 0 نشان‌دهنده‌ی ابتدای افق برنامه‌ریزی است. جریان میان نقاط تقاضا، وابسته به زمان است و با یک تابع پیوسته خطی به‌صورت $w_{ij}(t) = a_{ij} + h_{ij}t, 0 \le t \le T$ نمایش داده می‌شود. این تابع، اقتباسی است از یکی از توابع معرفی شده[۲۸] که در آن، $a \ge 0$ مقدار اولیه‌ی جریان در ابتدای افق برنامه‌ریزی و $h_{ij} \ge \frac{-a_{ij}}{T}$ میزان افزایش جریان نسبت به زمان است. همچنین، مجموعه نقاط کاندید برای گشایش هاب‌ها به‌صورت $H \subseteq N$ داده شده است. طی افق برنامه‌ریزی، هاب‌ها و کمان‌های هاب جدید را می‌توان بازگشایی کرد؛ هاب‌ها و کمان‌های هاب موجود را نیز می‌توان بست. چنانچه یک هاب بسته شود، در دوره‌های آتی نمی‌تواند فعالیت کند. در هر دوره نیز، باید در مجموع P هاب بازگشایی شوند. تخصیص از نوع یگانه است. ضریب تخفیف α را برای جریان‌های روی هر کمان هاب در طی افق برنامه‌ریزی تعریف می‌کنیم. هزینه‌های مربوط به بازگشایی و بستن هاب‌ها، به‌ترتیب به‌صورت ماتریس‌های $(CC_k)_{|H|\times 1}$ و $(OC_k)_{|H|\times 1}$ و هزینه‌های مربوط به بازگشایی و بستن کمان‌های هاب به‌ترتیب به‌صورت ماتریس‌های $(OCe_{kl})_{N\times N}$ و $(CCe_{kl})_{N\times N}$ تعریف می‌شود. بودجه‌ی در دسترس در کل افق برنامه‌ریزی برای بازگشایی و بستن هاب‌ها و کمان‌های هاب، محدود است و با پارامتر B نمایش داده می‌شود. طی افق برنامه‌ریزی، می‌توان ظرفیت هاب‌ها و کمان‌های هاب را از طریق مدول‌های دارای ظرفیت مشخص افزایش داد و همچنین، می‌توان میان هاب‌ها انتقال ظرفیت انجام داد. در هر دوره، مجموع تعداد مدول‌هایی که تا آن دوره بر روی یک هاب نصب می‌شود و از سایر هاب‌ها به آن هاب منتقل می‌شود، ظرفیت آن هاب را مشخص می‌کند. انتقال ظرفیت از دوره دوم به بعد می‌تواند انجام گیرد. هر کمان هاب نیز دارای یک ظرفیت اولیه است و در هر دوره، در صورت نیاز می‌توان از لینک‌های اضافی برای افزایش ظرفیت آن کمان استفاده کرد. پارامترهای مربوط به آلودگی‌های زیست‌محیطی و فرصت‌های شغلی ثابت و متغیر، در دسترس هستند. ما به‌دنبال تصمیمی درمورد گشایش و بستن هاب‌ها و کمان‌های هاب و تخصیص نقاط غیرهاب به‌هاب‌ها، افزایش ظرفیت هاب‌ها و کمان‌های هاب و انتقال ظرفیت میان هاب‌ها، مسیریابی جریان‌ها در شبکه در دوره‌های مختلف و همچنین، زمان پیاده‌سازی تصمیمات در کل افق برنامه‌ریزی هستیم، به‌گونه‌یی که سه هدف مربوط به پایداری، یعنی کمینه‌سازی هزینه‌های حمل‌ونقل، هزینه‌های بازگشایی هاب‌ها و کمان‌های هاب و هزینه‌های افزایش و انتقال ظرفیت، کمینه‌سازی هزینه‌های آلودگی هوا توسط وسایل نقلیه و بیشینه‌سازی فرصت‌های شغلی ثابت و متغیر ایجاد شده در اثر گشایش هاب‌ها در کل افق برنامه‌ریزی، به‌طور هم‌زمان برآورده شوند. در شکل ۱، یک جواب موجه برای یک نمود از مسئله نمایش داده شده است. مجموعه نقاط تقاضا به‌صورت $N = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ و مجموعه نقاط کاندید برای احداث هاب‌ها به‌صورت $H = \{1, 3, 4, 5, 6\}$ است. در هر دوره باید $P = 3$ هاب مکان‌یابی شود. طول افق برنامه‌ریزی برابر با $T = 10$ است. برای هر هاب، $Q_k = 3$ و حداکثر ۳ لینک اضافی را می‌توان در کنار هر کمان هاب بازگشایی کرد. با توجه به شکل ۱، در دوره‌ی اول، هاب‌های ۱، ۳ و ۴ و کمان‌های هاب $(1, 3)$ و $(3, 4)$ بازگشایی شده‌اند. بر روی هاب ۱ و ۳، یک مدول و بر روی هاب ۴، دو مدول نصب شده است که ظرفیت این هاب‌ها را در دوره اول مشخص می‌کنند. گره‌های غیرهاب ۲ و ۶ به هاب ۴ و گره غیرهاب ۵ به‌هاب ۳ تخصیص می‌یابد. این تصمیمات در ابتدای افق برنامه‌ریزی پیاده‌سازی شده است و پیکربندی شبکه تا زمان $b_1 = 3$ بدون تغییر باقی می‌ماند. تصمیمات مربوط به دوره دوم، در زمان $b_1 = 3$ پیاده‌سازی می‌شود. این تصمیمات شامل بازگشایی هاب‌های ۱، ۳ و ۴ و کمان‌های هاب $(1, 4)$ و $(3, 4)$ و نصب ۱ مدول بر روی هریک از هاب‌های ۱ و ۳ و نصب ۱ لینک اضافی بر روی کمان هاب $(3, 4)$ است. گره‌های غیرهاب ۵ و ۶ به هاب ۳ و گره غیرهاب ۲ نیز به هاب ۱ تخصیص می‌یابد. پیکربندی شبکه تا زمان $b_2 = 5$ ثابت است. با آغاز دوره سوم در زمان $b_2 = 5$، هاب‌های ۱، ۳ و ۵ کمان‌های هاب $(1, 3)$ و $(3, 5)$ بازگشایی می‌شوند و یک مدول بر روی هاب ۵ نصب می‌شود. همچنین، یک مدول از هاب ۳ به‌هاب ۱ منتقل می‌شود. هاب ۴ بسته می‌شود و

گره‌های غیرهاب ۲ و ۴ به‌هاب ۱ اختصاص می‌یابد و گره غیرهاب ۶ به‌هاب ۵ تخصیص می‌یابد. با شروع دوره چهارم در زمان $b_3 = 6.5$، هاب‌های ۳، ۵ و ۶ بازگشایی می‌شوند و کمان‌های هاب $(3,5)$ و $(3,6)$ و $(5,6)$ احداث می‌شوند و روی این کمان‌ها، به‌ترتیب دو، سه و یک مدول اضافی نصب می‌شود. هاب ۳، دو مدول و هاب ۶ یک مدول دریافت می‌کند و گره‌های غیرهاب ۱ و ۲ به‌هاب ۳ و گره غیرهاب ۴ به‌هاب ۶ تخصیص می‌یابد. تصمیماتی که در دوره‌ی چهارم پیاده‌سازی می‌شود، تا انتهای افق برنامه‌ریزی یعنی زمان $b_4 = 10$ بدون تغییر باقی می‌مانند.

۳. مدل‌سازی ریاضی

۱.۳. مجموعه‌ها و اندیس‌ها

$N = \{1, 2, \dots, n\}$: مجموعه نقاط تقاضا؛

$H \subseteq N$: مجموعه نقاط کاندید برای هاب‌ها؛

$S = \{0, 1, 2, \dots, m+1\}$: مجموعه دوره‌های زمانی.

- **پارامترها**

$w_{ij}(t)$: جریان تقاضا ازگره $i \in N$ به گره $j \in N$ در زمان $t \in [0, T]$؛

$O_i(t)$: کل جریان خروجی ازگره $i \in N$ در زمان $t \in [0, T]$؛

$D_i(t)$: کل جریان ورودی به گره $i \in N$ در زمان $t \in [0, T]$؛

c_{ij}: هزینه‌ی واحد حمل‌ونقل ازگره $i \in N$ به گره $j \in N$؛

α: ضریب تخفیف برای جریان‌های میان هاب‌ها؛

P: تعداد هاب‌هایی که در هر دوره باید باز شوند؛

OC_k: هزینه‌ی گشایش هاب $k \in H$؛

OCe_{kl}: هزینه‌ی گشایش کمان هاب (k, l) که $k, l \in H$؛

CC_k: هزینه‌ی بستن هاب $k \in H$؛

CCe_{kl}: هزینه‌ی بستن کمان هاب (k, l) که $k, l \in H$؛

B: بودجه‌ی در دسترس برای هزینه‌های باز و بسته کردن هاب‌ها و کمان‌های‌هاب درکل افق برنامه‌ریزی؛

Q_k: بیشینه تعداد مدول‌هایی که می‌تواند بر روی هاب $k \in H$ نصب شود؛

Q'_{kl}: بیشینه تعداد مدول‌هایی که می‌تواند بر روی کمان هاب (k, l) نصب شود که $k, l \in H$؛

CIM_k: هزینه‌ی نصب هر مدول بر روی هاب $k \in H$؛

Ctr_{kl}: هزینه‌ی انتقال هر مدول از هاب $k \in H$ به هاب $l \in H$؛

$CeAM_{kl}$: هزینه‌ی نصب هرکمان اضافی روی کمان هاب (k, l) که $k, l \in H$؛

Δ: ظرفیت هر مدول هاب؛

Δ': ظرفیت هرکمان اضافی؛

$Cape_{kl}$: ظرفیت کمان هاب (k, l) که $k, l \in H$؛

d: حداقل فاصله‌ی زمانی که باید میان نقاط شکست وجود داشته باشد؛

vs: سرعت وسیله‌ی نقلیه (متر بر ثانیه)؛

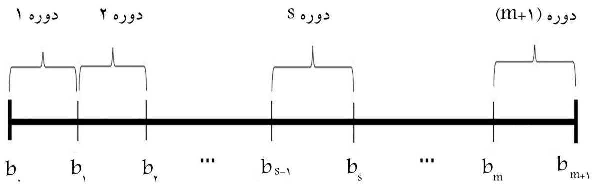
EW: جرم وسیله‌ی نقلیه در حالت خالی (کیلوگرم)؛

LW: جرم باری که توسط وسیله‌ی نقلیه حمل می‌شود (کیلوگرم)؛

d_{ij}: فاصله‌ی میان گره $i \in N$ وگره $j \in N$ (متر)؛

γ_{ij}: ثابت کمان (i, j)، $i, j \in N$ که به پارامترهایی مانند شتاب وسیله‌ی نقلیه، شتاب جاذبه، ضریب مقاومت غلتشی و شیب جاده وابسته است؛

β: ثابت وسیله‌ی نقلیه که به پارامترهایی مانند ضریب درگ، سطح مقطع وسیله‌ی



شکل ۲. افق برنامه‌ریزی زمان‌پیوسته.

نقلیه و چگالی هوا وابسته است؛

FJO_k: تعداد فرصت‌های شغلی ثابت ایجاد شده در اثرگشایش هاب $k \in H$؛

VJO_k: تعداد فرصت‌های شغلی متغیر ایجاد شده در اثر پردازش هر واحد جریان در هاب $k \in H$.

- **متغیرهای تصمیم**

Z_{iks}: اگرگره $i \in N$ به‌هاب $k \in H$ در دوره $s \in S$ تخصیص یابد، مقدار ۱ می‌گیرد. در غیر این‌صورت، مقدار صفر می‌گیرد. اگر $z_{kks} = 1$، آن‌گاه گره $k \in H$ در دوره $s \in S$ به‌عنوان هاب انتخاب شده است؛

u_{kqs}: اگر هاب $k \in H$ در دوره $s \in S$ تعداد q مدول دریافت کند، مقدار ۱ می‌گیرد. در غیر این صورت، مقدار صفر می‌گیرد $(q = 1, \dots, Q_k)$؛

trc_{qkls}: اگر تعداد q مدول از هاب $k \in H$ به هاب $l \in H$ در دوره $s \in S$ انتقال یابد، مقدار ۱ می‌گیرد. در غیر این‌صورت، مقدار صفر می‌گیرد $(q = 1, \dots, Q_k)$؛

e_{kls}: اگر کمان هاب (k, l) که $k, l \in H$ در دوره $s \in S$ باز شود، مقدار ۱ می‌گیرد. در غیر این‌صورت، مقدار صفر می‌گیرد؛

ec_{kls}: اگرکمان هاب (k, l) که $k, l \in H$ در دوره $s \in S$ بسته شود، مقدار ۱ می‌گیرد. در غیر این‌صورت، مقدار صفر می‌گیرد؛

$ea_{q'kls}$: اگر کمان هاب (k, l) که $k, l \in H$ در دوره $s \in S$ تعداد q' کمان اضافی دریافت کند، مقدار ۱ می‌گیرد. در غیر این‌صورت، مقدار صفر می‌گیرد $(q' = 1, \dots, Q'_{kl})$؛

zc_{ks}: اگر هاب $k \in H$ در دوره $s \in S$ بسته شود، مقدار ۱ می‌گیرد. در غیر این‌صورت، مقدار صفر می‌گیرد؛

Y^i_{kls}: مقدار جریانی که ازگره $i \in N$ آغاز می‌شود و از هاب‌های $k \in H$ و $l \in H$ در دوره $s \in S$ عبور می‌کند؛

b_s: نقاط شکست $(b_s \in [0, T])$.

۲.۳. مدل ریاضی

۱.۲.۳. مدل‌سازی ریاضی افق برنامه‌ریزی

برای مدل‌سازی افق برنامه‌ریزی، از رویکرد مورد استفاده در مطالعات محققان[۲۸و۲۹] استفاده می‌کنیم. زمان پیاده‌سازی تصمیم s را با b_s نمایش می‌دهیم $(\forall s \in S, s \neq \{m+1\})$. در نظر بگیرید $b_0 = 0$ و $b_{m+1} = T$ و $b_{s-1} < b_s, \forall s \in S, s \neq \{0\}$. اولین تصمیم در زمان $b_0 = 0$ اتخاذ می‌شود و انتهای افق برنامه‌ریزی با $b_{m+1} = T$ مشخص می‌شود. $b_1, b_2, \dots, b_m$ را نقاط شکست می‌نامیم. در این‌صورت، دوره زمانی s به‌صورت $[b_{s-1}, b_s]$ مشخص می‌شود $(\forall s \in S \backslash \{0\})$. نمایش گرافیکی افق برنامه‌ریزی زمان‌پیوسته در شکل ۲ آمده است.

۲.۲.۳. محاسبه‌ی جریان میان دو گره در هر دوره

با توجه به این‌که تقاضا وابسته به زمان است و افق برنامه‌ریزی زمان‌پیوسته است، جریان میان نقاط تقاضای $i \in N$ و $j \in N$ در دوره زمانی $s \in S \backslash \{0\}$، با

انتگرال‌گیری از تابع تقاضا در بازه $[b_{s-1}, b_s]$ حاصل می‌شود.

$$\int_{b_{s-1}}^{b_s} w_{ij}(t)\,dt = a_{ij}(b_s - b_{s-1}) + h_{ij}\left(\frac{b_s^2 - b_{s-1}^2}{2}\right) \forall s \in S\backslash\{0\} \qquad (۱)$$

۳.۲.۳. مدل برنامه‌ریزی غیرخطی سه‌هدفه

$$\begin{aligned}\min Obj_1 = &\sum_{s\in S\backslash\{0\}}\sum_{i\in N}\sum_{k\in H} z_{iks}\int_{b_{s-1}}^{b_s}(c_{ik}O_i(t)+c_{ki}D_i(t))\,dt+\\ &\sum_{s\in S\backslash\{0\}}\sum_{i\in N}\sum_{k\in H}\sum_{l\in H}\alpha c_{kl}Y_{kls}^i+\sum_{s\in S\backslash\{0\}}\sum_{k\in H}\\ &OC_k(z_{kks}-z_{kk,s-1}+zc_{ks})+\\ &\sum_{s\in S\backslash\{0\},\{1\}}\sum_{k\in H}CC_k zc_{ks}+\sum_{s\in S\backslash\{0\}}\sum_{k\in H}\sum_{q=1}^{Q_k}CIM_k q u_{kqs}+\\ &\sum_{s\in S\backslash\{0\}}\sum_{k\in H}\sum_{l\in H,l>k}OCe_{kl}(e_{kl,s}-e_{kl,s-1}+ec_{kls})+\\ &\sum_{s\in S\backslash\{0\},\{1\}}\sum_{k\in H}\sum_{l\in H,l>k}CCe_{kl}ec_{kls}+\\ &\sum_{s\in S\backslash\{0\}}\sum_{k\in H}\sum_{l\in H,l>k}\sum_{q'=1}^{Q'_{kl}}CeAM_{kl}q'ea_{q'kls}+\\ &\sum_{s\in S\backslash\{0\},\{1\}}\sum_{k\in H}\sum_{l\in H,l\neq k}\sum_{q=1}^{Q_k}Ctr_{kl}q\,trc_{qkls}\end{aligned} \qquad (۲)$$

$$\begin{aligned}minObj_2 = &(EW+LW)\times\\ &\left\{\sum_{s\in S\backslash\{0\}}\sum_{k\in H}\sum_{l\in H}\sum_{i\in N}\gamma_{kl}Y_{kls}^i d_{kl}+\right\}\\ &\left\{\sum_{s\in S\backslash\{0\}}\sum_{k\in H}\sum_{i\in N}d_{ik}z_{iks}\int_{bs-1}^{bs}(O_i(t)+D_i(t))dt+\right\}\\ &\beta\left\{\sum_{s\in S\backslash\{0\}}\sum_{k\in H}\sum_{l\in H}\sum_{i\in N}vs_{ik}^2 d_{ik}z_{iks}+\right\}\\ &\left\{\sum_{s\in S\backslash\{0\}}\sum_{k\in H}\sum_{l\in H>k}vs_{kl}^2 d_{kl}e_{kls}\right\}\end{aligned} \qquad (۳)$$

$$\begin{aligned}\max Obj_3 = &\sum_{s\in S\backslash\{0\}}\sum_{k\in H}z_{kks}FJO_k+\\ &\sum_{s\in S\backslash\{0\}}\sum_{i\in N}\sum_{k\in H}z_{iks}VJO_k\int_{b_{s-1}}^{b_s}(O_i(t)+D_i(t))\,dt\end{aligned} \qquad (۴)$$

$$\sum_{k\in H} z_{iks} = 1 \qquad \forall i\in N, s\in S\backslash\{0\} \qquad (۵)$$

$$\sum_{k\in H} z_{kks} = P \qquad \forall s\in S\backslash\{0\} \qquad (۶)$$

$$z_{iks}\le z_{kks}\forall i\in N, k\in H,\ s\in S\backslash\{0\} \qquad (۷)$$

$$z_{kks}\le z_{kk,s+1}+zc_{k,s+1}\forall k\in H, s\in S\backslash\{0\},\{m+1\} \qquad (۸)$$

$$\sum_{s\in S\backslash\{0\},\{1\}} zc_{ks}\le 1 \qquad \forall k\in H \qquad (۹)$$

$$zc_{ks}\le z_{kk,s-1} \qquad \forall k\in H, s\in S\backslash\{0\},\{1\} \qquad (۱۰)$$

$$zc_{ks}\le 1-\frac{1}{m-1}\sum_{s'\in S,s'>s} z_{kks'} \qquad \forall k\in H, s\in S\backslash\{0\},\{1\} \qquad (۱۱)$$

$$zc_{ks}\le 1-z_{kks} \qquad \forall k\in H, s\in S\backslash\{0\},\{1\} \qquad (۱۲)$$

$$\sum_{q=1}^{Q_k} u_{kqs}\le z_{kks} \qquad \forall k\in H, s\in S\backslash\{0\} \qquad (۱۳)$$

$$e_{kls}\le z_{kks} \qquad \forall k,l\in H, k<l, s\in S\backslash\{0\} \qquad (۱۴)$$

$$e_{kls}\le z_{lls} \qquad \forall k,l\in H, k<l, s\in S\backslash\{0\} \qquad (۱۵)$$

$$ec_{kls}\le e_{kl,s-1} \quad \forall k,l\in H, k<l, s\in S\backslash\{0\},\{1\} \qquad (۱۶)$$

$$ec_{kls}\le 1-e_{kls} \quad \forall k,l\in H, k<l, s\in S\backslash\{0\},\{1\} \qquad (۱۷)$$

$$e_{kl,s-1}-e_{kls}\le ec_{kls} \quad \forall k,l\in H, k<l, s\in S\backslash\{0\},\{1\} \qquad (۱۸)$$

$$\sum_{q'=1}^{Q'_{kl}} ea_{q'kls}\le e_{kls} \quad \forall k,l\in H, k<l, s\in S\backslash\{0\} \qquad (۱۹)$$

$$\begin{aligned}&\sum_{l\in H,l\neq k}Y_{kls}^i-\sum_{l\in H,l\neq k}Y_{lks}^i=\left(\int_{b_{s-1}}^{b_s}O_i(t)\,dt\right)z_{iks}-\\ &\sum_{j\in N}\left(\int_{b_{s-1}}^{b_s}w_{ij}(t)\,dt\right)z_{jks}\forall i\in N, k\in H, s\in S\backslash\{0\}\end{aligned} \qquad (۲۰)$$

$$\begin{aligned}&\sum_{i\in N}Y_{kls}^i+\sum_{i\in N}Y_{lks}^i\le Cape_{kl}.e_{kls}+\\ &\Gamma'\sum_{q'=1}^{Q'_{kl}}q'.ea_{q'kls} \quad \forall k,l\in H, k<l, s\in S\backslash\{0\}\end{aligned} \qquad (۲۱)$$

$$\begin{aligned}&Y_{kls}^i+Y_{lks}^i\le\left(\int_{b_{s-1}}^{b_s}O_i(t)\,dt\right)e_{kls}\\ &\forall i\in N, k,l\in H, k<l, s\in S\backslash\{0\}\end{aligned} \qquad (۲۲)$$

$$\sum_{q=1}^{Q_k}trc_{qkls}\le z_{kks} \quad \forall k,l\in H, k\neq l, s\in S\backslash\{0\},\{1\} \qquad (۲۳)$$

$$\sum_{q=1}^{Q_k}trc_{qkls}\le z_{lls} \quad \forall k,l\in H, k\neq l, s\in S\backslash\{0\},\{1\} \qquad (۲۴)$$

$$\sum_{l\in H,l\neq k}trc_{qkls}\le 1 \quad \forall k\in H, q=1,\dots,Q_k, s\in S\backslash\{0\},\{1\} \qquad (۲۵)$$

$$\begin{aligned}&\sum_{l\in H,l\neq k}\sum_{q=1}^{Q_k}q.trc_{qkls}\le\sum_{q=1}^{Q_k}\sum_{s'\in S\backslash\{0\},s'<s+1}qu_{kqs'}+\\ &\sum_{s'\in S\backslash\{0\},s'<s+1}\sum_{l\in H,l\neq k}\sum_{q=1}^{Q_k}q.trc_{qlks}\forall k\in H, s\in S\backslash\{0\},\{1\}\end{aligned} \qquad (۲۶)$$

$$\begin{aligned}&\sum_{s\in S\backslash\{0\}}\sum_{q=1}^{Q_k}q.u_{kqs}-\sum_{s\in S\backslash\{0\},\{1\}}\sum_{l\in H,l\neq k}\sum_{q=1}^{Q_k}q.trc_{qkls}+\\ &\sum_{s\in S\backslash\{0\},\{1\}}\sum_{l\in H,l\neq k}\sum_{q=1}^{Q_k}q.trc_{qlks}\le Q_k \quad \forall k\in H\end{aligned} \qquad (۲۷)$$

$$\begin{aligned}&\sum_{i\in N}\left(\int_{b_{s-1}}^{b_s}O_i(t)dt\right)z_{iks}+\sum_{l\in H}\sum_{i\in N}Y_{lks}^i\le\\ &\Gamma\left(\sum_{q=1}^{Q_k}q\left(\sum_{s'\in S\{0\},s'<s+1}u_{kqs'}-\sum_{s'\in S\backslash\{0\},s'<s+1}\right.\right.\\ &\left.\left.\sum_{l\in H,l\neq k}trc_{qkls'}+\sum_{s'\in S\backslash\{0\},s'<s+1}\sum_{l\in H,l\neq k}trc_{qlks'}\right)\right)\\ &\forall k\in H, s\in S\backslash\{0\}\end{aligned} \qquad (۲۸)$$

$$\sum_{s\in S\setminus\{0\}}\sum_{k\in H} OC_k\left(z_{kks}-z_{kk,s-1}+zc_{ks}\right)+\sum_{s\in S\setminus\{0\},\{1\}}\sum_{k\in H} CC_k zc_{ks}+$$
$$\sum_{s\in S\setminus\{0\}}\sum_{k\in H}\sum_{l\in H,l>k} OCe_{kl}\left(e_{kls}-e_{kl,s-1}+ec_{kls}\right)+$$
$$\sum_{s\in S\setminus\{0\},\{1\}}\sum_{k\in H}\sum_{l\in H,l>k} CCe_{kl}ec_{kls}\leq B \tag{۲۹}$$

$$b_s+d\leq b_{s+1} \qquad \forall s\in S \tag{۳۰}$$

$$z_{iks}\in\{0,1\} \qquad \forall i\in N,k\in H,s\in S \tag{۳۱}$$

$$u_{kqs}\in\{0,1\} \qquad \forall k\in H,q=1,\ldots,Q_k,s\in S\setminus\{0\} \tag{۳۲}$$

$$trc_{qkls}\in\{0,1\} \quad \forall q=1,\ldots,Q_k,k,l\in H,k\neq l,s\in S\setminus\{0\} \tag{۳۳}$$

$$e_{kls}\in\{0,1\} \qquad \forall k,l\in H,k<l,s\in S \tag{۳۴}$$

$$ec_{kls}\in\{0,1\} \qquad \forall k,l\in H,k<l,s\in S\setminus\{0\} \tag{۳۵}$$

$$ea_{q'kls}\in\{0,1\} \quad \forall q'=1,\ldots,Q'_{kl},k,l\in H,k<l,s\in S\setminus\{0\} \tag{۳۶}$$

$$zc_{ks}\in\{0,1\} \qquad \forall k\in H,s\in S\setminus\{0\} \tag{۳۷}$$

$$Y^{i}_{kls}\geq 0 \qquad \forall i\in N,k,l\in H,s\in S\setminus\{0\} \tag{۳۸}$$

$$b_s\in[0,T] \qquad \forall s\in S \tag{۳۹}$$

$$b_0=0 \tag{۴۰}$$

$$b_{m+1}=T \tag{۴۱}$$

$$z_{ik,0}=0 \qquad \forall i\in N,k\in H \tag{۴۲}$$

$$zc_{k,1}=0 \qquad \forall k\in H \tag{۴۳}$$

$$e_{kl,0}=0 \qquad \forall k,l\in H,k<l \tag{۴۴}$$

$$ec_{kl,1}=0 \qquad \forall k,l\in H,k<l \tag{۴۵}$$

$$trc_{qkl,1}=0 \qquad \forall q=1,\ldots,Q_k,k,l\in H,k\neq l \tag{۴۶}$$

تابع هدف اول، هزینه‌های حمل‌ونقل، بازگشایی و بستن هاب‌ها و کمان‌های هاب، افزایش ظرفیت هاب‌ها و کمان‌های هاب و انتقال ظرفیت میان هاب‌ها را در کل افق برنامه‌ریزی کمینه می‌کند. تابع هدف دوم، مجموع انتشار آلاینده‌ها توسط وسایل نقلیه در شبکه‌ی هاب را در کل افق برنامه‌ریزی کمینه می‌کند. در این پژوهش، انتشار آلاینده‌ها بر اساس انرژی مصرف شده توسط وسایل نقلیه روی شبکه‌ی هاب چنددوره‌یی محاسبه می‌شود که مستقیماً به نرخ مصرف سوخت و در نتیجه انتشار آلاینده‌ها در شبکه مربوط می‌شود. نحوه‌ی محاسبه‌ی انتشار آلاینده‌ها، در برخی منابع[۲۳،۳۰و۳۱] ذکر شده و در آنها از یک رابطه‌ی ساده شده‌ی محاسبه‌ی نرخ مصرف سوخت برای محاسبه‌ی انتشار آلاینده‌ها توسط وسایل نقلیه استفاده شده است. در تابع هدف سوم، بیشینه‌سازی فرصت‌های شغلی ثابت و متغیر ایجاد شده در اثر بازگشایی هاب‌ها در کل افق برنامه‌ریزی مد نظر است. محدودیت ۵ بیان می‌دارد که در هر دوره، هر نقطه‌ی تقاضا باید دقیقاً به یک هاب اختصاص یابد (تخصیص یگانه). طبق محدودیت ۶، در هر دوره باید P هاب بازگشایی شود. محدودیت ۷ تضمین می‌کند که در هر دوره، نقاط تقاضا تنها به‌هاب‌های بازگشایی شده تخصیص یابد. بر اساس محدودیت ۸، اگر یک هاب در یک دوره‌ی زمانی بازگشایی شود، در دوره‌ی بعد می‌تواند به فعالیت خود ادامه دهد یا بسته شود. محدودیت ۹ بیان می‌کند که طی افق برنامه‌ریزی، بستن هر هاب می‌تواند حداکثر یک‌بار رخ دهد. طبق محدودیت ۱۰، یک هاب در یک دوره در صورتی می‌تواند بسته شود که در دوره قبل از آن بازگشایی شده باشد. در صورتی‌که یک هاب در یک دوره خاص بسته شود، تا انتهای افق برنامه‌ریزی بسته می‌ماند. این امر توسط محدودیت ۱۱ تضمین می‌شود. محدودیت ۱۲ تضاد میان باز بودن و بسته بودن یک هاب را نشان می‌دهد. محدودیت ۱۳ تضمین می‌کند که تنها هاب‌های بازگشایی شده در یک دوره می‌توانند مدول دریافت کنند. محدودیت‌های ۱۴ و ۱۵ بیان می‌کنند که یک کمان هاب در یک دوره می‌تواند بازگشایی شود، اگر ابتدا و انتهای آن کمان هاب باشند. طبق محدودیت ۱۶ یک کمان هاب در یک دوره در صورتی می‌تواند بسته شود که در دوره قبل از آن بازگشایی شده باشد. محدودیت ۱۷ بیان می‌دارد که در صورتی‌که یک کمان هاب باز باشد، آن کمان هاب بسته نیست. طبق محدودیت ۱۸، اگر یک هاب در دوره فعلی بازگشایی نشده است و در دوره قبل فعال بوده است، آن هاب بسته شده است. محدودیت ۱۹ بیان می‌کند که تنها کمان‌های هاب بازگشایی شده در یک دوره می‌توانند لینک اضافی دریافت کنند. محدودیت ۲۰ مربوط به مسیریابی جریان‌ها در شبکه در هر دوره از افق برنامه‌ریزی است. این محدودیت، تعادل جریان را در شبکه تضمین می‌کند. طبق این محدودیت، در صورتی که گره تقاضای i به یک هاب k در یک دوره خاص اختصاص یافته باشد، تفاضل کل جریان‌های نشأت گرفته از i روی کمان‌های هاب شامل هاب k (با گره آغازین k) و جریان‌های نشأت گرفته از i روی کمان‌های هاب شامل هاب k با گره پایانی k برابر است با کل جریانی که باید از گره i به سایر گره‌ها در شبکه منتقل شود، منهای آن جریان‌هایی از گره i به سایر گره‌های تخصیص یافته به‌هاب k منتقل می‌شود. محدودیت ظرفیت جریان‌های روی یک کمان هاب با رابطه‌ی ۲۱ مشخص می‌شود. این ظرفیت شامل مجموع ظرفیت اولیه کمان و ظرفیت لینک‌های اضافی نصب شده روی آن کمان است. حد بالای جریان‌های روی یک کمان هاب نیز توسط محدودیت ۲۲ مشخص می‌شود. در صورتی‌که کمان احداث نشده باشد، جریان روی آن برابر صفر خواهد بود. بر اساس محدودیت‌های ۲۳ و ۲۴، انتقال ظرفیت در هر دوره، تنها میان هاب‌های مکان‌یابی شده انجام شدنی است. این انتقال ظرفیت از یک هاب دقیقاً به یک هاب دیگر انجام می‌شود. این امر توسط محدودیت ۲۵ تضمین می‌شود. محدودیت ۲۶ بیان می‌کند که در هر دوره، بیشینه‌ی تعداد مدول‌هایی که می‌توانند از یک هاب به‌هاب دیگر منتقل شوند، برابر با مجموع مدول‌های نصب شده روی آن هاب و مدول‌های انتقال یافته از هاب‌های دیگر به آن هاب است، تا آن دوره. محدودیت ۲۷ حد بالایی را برای مجموع مدول‌های نصب شده روی هر هاب و مدول‌های انتقال یافته از هاب‌های دیگر به آن هاب منهای مدول‌های انتقال یافته از آن هاب به‌هاب‌های دیگر مشخص می‌کند. بر اساس محدودیت ۲۸، مجموع جریان‌های ورودی به هر هاب در هر دوره، نباید از ظرفیت آن هاب تجاوز کند. این ظرفیت وابسته به مدول‌هایی است که آن هاب در آن دوره داراست. محدودیت ۲۹ مشخص می‌کند که بودجه در دسترس برای بازگشایی و بستن هاب‌ها و کمان‌های هاب در کل افق برنامه‌ریزی محدود است. محدودیت ۳۰ تضمین می‌کند که بین نقاط شکست، حداقل فاصله‌یی به‌اندازه‌ی d وجود داشته باشد. محدودیت‌های (۳۱-۳۹)، نوع متغیرهای تصمیم مسئله را مشخص می‌کنند. محدودیت‌های (۴۰-۴۶)، یک پیش‌پردازش را روی مسئله انجام می‌دهند. لازم به‌ذکر است که باید در مورد روابط ۲-۴، ۲۰،۲۲ و ۲۸ انتگرال‌گیری انجام شود.

۴.۲.۳. خطی‌سازی مدل

در مدل پیشنهادی، عبارت‌های ضربی $b_s z_{iks}$، $b_s^2 z_{iks}$، $b_s e_{kls}$ و $b_s^2 e_{kls'}$ غیرخطی‌اند. برای هریک از این عبارت‌های غیرخطی، یک متغیر جدید معرفی

می‌کنیم. در نظر بگیرید: $bz_{siks'} = b_s z_{iks'}$ و $bz'_{siks'} = b_s^2 z_{iks'}$ به‌ازای $s, s' \in S, i \in N, k \in H$. همچنین، $be'_{skls'} = b_s e_{kls'}$ و $be'_{skls'} = b_s^2 e_{kls'}$ به‌ازای $s, s' \in S, k, l \in H, k < l$. متغیرهای معرفی شده، شامل ضرب یک متغیر پیوسته در یک متغیر باینری هستند. بنابراین، با توجه به این‌که متغیر باینری مقدار صفر یا ۱ را می‌گیرد، مقدار متغیرهای معرفی شده یا برابر با صفر است یا برابر با مقداری است که متغیر پیوسته می‌گیرد. محدودیت‌هایی که در ادامه معرفی می‌شود، این شرایط را ایجاد می‌کنند. اما با توجه به این‌که متغیر پیوسته $b_s^2 \forall s \in S$ خود یک عبارت غیرخطی است، ابتدا نحوه‌ی خطی‌سازی این عبارت را شرح می‌دهیم و سپس محدودیت‌های مربوط به خطی سازی عبارت‌های ضربی را ارائه می‌کنیم.

برای خطی‌سازی عبارت‌های $b_s^2 \forall s \in S$ بازه تغییرات b_s را به‌کمک تعدادی نقاط تقسیم‌بندی به‌صورت $\varphi_{gs}, \forall GP = 1, .., G, s = 0, 1, .., m+1$ به $G - 1$ زیربازه تقسیم می‌کنیم. در نظر بگیرید $\varphi_{1,s} = 0$ و $\varphi_{Gs} = T$. بنابراین، هر نقطه از بازه $[0, T]$ را که معادل یک مقدار برای b_s است، می‌توان به‌صورت ترکیب محدبی از نقاط تقسیم‌بندی نمایش داد. با در نظر گرفتن ضرایب ترکیب محدب به‌صورت λ_{gs}، خواهیم داشت:

$$b_s = \sum_{g \in GP} \lambda_{gs} \varphi_{gs} \qquad \forall s \in S \tag{47}$$

$$b_s^2 = \sum_{g \in GP} \lambda_{gs} \varphi_{gs}^2 \qquad \forall s \in S \tag{48}$$

$$\sum_{g \in GP} \lambda_{gs} = 1 \qquad \forall s \in S \tag{49}$$

$$\lambda_{gs} \in SOS2 \qquad \forall s \in S, g \in GP \tag{50}$$

$$\lambda_{gs} \geq 0 \qquad \forall s \in S, g \in GP \tag{51}$$

در رابطه‌ی ۵۰، مجموعه‌ی $sos2$ ترتیبی از متغیرهای نامنفی است که حداکثر دو مورد از آن‌ها می‌توانند مقدار غیرصفر بگیرند. در صورتی‌که دو متغیر مقدار غیرصفر بگیرند، این دو متغیر باید متوالی باشند.

بر اساس توضیحات فوق، محدودیت‌های ۵۲-۶۳ برای خطی‌سازی عبارت‌های ضربی باید به مدل افزوده شوند.

$$\begin{aligned} & bz_{siks'} \leq T.z_{iks'} \\ & \forall i \in N, k \in H, s, s' \in S \backslash \{0\}, s' = sor s' = s+1 \end{aligned} \tag{52}$$

$$\begin{aligned} & bz_{siks'} \leq \sum_{g \in GP} \lambda_{gs} \varphi_{gs} \\ & \forall i \in N, k \in H, s, s' \in S \backslash \{0\}, s' = sor s' = s+1 \end{aligned} \tag{53}$$

$$\begin{aligned} & bz_{siks'} \geq \sum_{g \in GP} \lambda_{gs} \varphi_{gs} - T.(1 - z_{iks'}) \\ & \forall i \in N, k \in H, s, s' \in S \backslash \{0\}, s' = sor s' = s+1 \end{aligned} \tag{54}$$

$$\begin{aligned} & bz'_{siks'} \leq T^2.z_{iks'} \\ & \forall i \in N, k \in H, s, s' \in S \backslash \{0\}, s' = sor s' = s+1 \end{aligned} \tag{55}$$

$$\begin{aligned} & bz'_{siks'} \leq \sum_{g \in GP} \lambda_{gs} \varphi_{gs}^2 \\ & \forall i \in N, k \in H, s, s' \in S \backslash \{0\}, s' = sor s' = s+1 \end{aligned} \tag{56}$$

$$\begin{aligned} & bz'_{siks'} \geq \sum_{g \in GP} \lambda_{gs} \varphi_{gs}^2 - T^2.(1 - z_{iks'}) \\ & \forall i \in N, k \in H, s, s' \in S \backslash \{0\}, s' = sor s' = s+1 \end{aligned} \tag{57}$$

$$\begin{aligned} & be_{skls'} \leq T.e_{kls'} \\ & \forall k, l \in H, k < l, s, s' \in S \backslash \{0\}, s' = sor s' = s+1 \end{aligned} \tag{58}$$

$$\begin{aligned} & be_{skls'} \leq \sum_{g \in GP} \lambda_{gs} \varphi_{gs} \\ & \forall k, l \in H, k < l, s, s' \in S \backslash \{0\}, s' = sor s' = s+1 \end{aligned} \tag{59}$$

$$\begin{aligned} & be_{skls'} \geq \sum_{g \in GP} \lambda_{gs} \varphi_{gs} - T.(1 - e_{kls'}) \\ & \forall k, l \in H, k < l, s, s' \in S \backslash \{0\}, s' = sor s' = s+1 \end{aligned} \tag{60}$$

$$\begin{aligned} & be'_{skls'} \leq T^2.e_{kls'} \\ & \forall k, l \in H, k < l, s, s' \in S \backslash \{0\}, s' = sor s' = s+1 \end{aligned} \tag{61}$$

$$\begin{aligned} & be'_{skls'} \leq \sum_{g \in GP} \lambda_{gs} \varphi_{gs}^2 \\ & \forall k, l \in H, k < l, s, s' \in S \backslash \{0\}, s' = sor s' = s+1 \end{aligned} \tag{62}$$

$$\begin{aligned} & be'_{skls'} \geq \sum_{g \in GP} \lambda_{gs} \varphi_{gs}^2 - T^2.(1 - e_{kls'}) \\ & \forall k, l \in H, k < l, s, s' \in S \backslash \{0\}, s' = sor s' = s+1 \end{aligned} \tag{63}$$

بنابراین، برای خطی‌سازی عبارت‌های ضربی عبارت‌های کوادراتیک، محدودیت‌های ۴۹-۶۳ باید به مدل مسئله افزوده شوند.

۳.۳. نامعادلات معتبر

در این زیربخش، تعدادی نامعادله معتبر برای تقویت فرمولاسیون مسئله ارائه می‌کنیم. افزودن نامعادلات معتبر به مدل، می‌تواند چندوجهی متناظر با فرمولاسیون برنامه‌ریزی عدد صحیح آمیخته را بهبود دهد زمان حل نمودهای مسئله را کاهش دهد (از طریق محدودتر کردن فضای حل).

نامعادله‌ی ارائه شده در رابطه‌ی ۶۴ با توجه به این نکته که در هر دوره، گراف شامل هاب‌ها باید یک گراف همبند باشد، معتبر است. یعنی در هر دوره باید تعداد کمان‌های هاب در گراف شامل هاب‌های بزرگ‌تر یا مساوی با تعداد رئوس گراف منهای یک باشد. تعداد رئوس در گراف شامل هاب‌ها معادل تعداد هاب‌هایی است که در هر دوره مکان‌یابی می‌شوند (P). در دوره اول، دقیقاً P هاب، مدول دریافت می‌کنند. زیرا در دوره اول، هر هاب باید دست‌کم یک مدول برای پردازش جریان‌ها در اختیار داشته باشد. رابطه‌ی ۶۵ بیانگر این مطلب است. محدودیت ۶۶ نیز تضمین می‌کند که در هر دوره، هر هاب بازگشایی شده دارای دست‌کم یک مدول برای پردازش جریان‌هاست. این مدول‌ها باید تا دوره مورد نظر روی هاب بازگشایی شده نصب شده باشد.

$$\sum_{k \in H} \sum_{l \in H, l > k} e_{kls} \geq P - 1 \forall s \in S \backslash \{0\} \tag{64}$$

$$\sum_{k \in H} \sum_{q=1}^{Q_k} u_{kq,1} = P \tag{65}$$

$$\begin{aligned} & z_{kks} \leq \sum_{q=1}^{Q_k} \sum_{s' \in S \backslash \{0\}, s' < s+1} q u_{kqs'} - \\ & \sum_{s' \in S \backslash \{0\}, s' < s+1} \sum_{l \in H, l \neq k} \sum_{q=1}^{Q_k} q.trc_{qkls'} + \end{aligned}$$

$$\sum_{s'\in S\backslash\{0\}, s'<s+1} \sum_{l\in H, l\neq k} \sum_{q=1}^{Q_k} q.trc_{qlks'} \quad \forall k\in H, s\in S\backslash\{0\}$$

(۶۶)

در ادامه، نامعادله‌ی معتبر دیگری را نیز ارائه می‌کنیم که مبتنی بر پژوهش[۱۳] است. محدودیت ۲۷ را در نظر بگیرید. این محدودیت را از طریق رابطه‌ی ۶۷ می‌توان بهبود داد:

$$\sum_{s\in S\backslash\{0\}}\sum_{q=1}^{Q_k} q.u_{kqs} - \sum_{s\in S\backslash\{0\},\{1\}}\sum_{l\in H,l\neq k}\sum_{q=1}^{Q_k} q.trc_{qkls} + \sum_{s\in S\backslash\{0\},\{1\}}\sum_{l\in H,l\neq k}\sum_{q=1}^{Q_k} q.trc_{qlks} \le Q_k \sum_{s\in S} z_{kks} \quad \forall k\in H \qquad (۶۷)$$

بر اساس روش گرد کردن Chvátal-Gomory، در رابطه‌ی ۶۷ می‌توان طرفین را بر یک مقدار صحیح مانند $1 \le \eta$ (یک عدد صحیح بین ۱ تا Q_k)، تقسیم کرد و ضرایب سمت چپ را به پایین گرد کرد. با توجه به این‌که سمت چپ محدودیت حاصل همواره عددی صحیح است، سمت راست محدودیت را نیز می‌توان به پایین گرد کرد. با انجام این مراحل، به فرم فشرده‌تری از محدودیت که در رابطه‌ی ۶۸ آمده است، می‌رسیم.

$$\sum_{s\in S\backslash\{0\}}\sum_{q=1}^{Q_k} \left\lfloor \frac{q}{\eta} \right\rfloor .u_{kqs} - \sum_{s\in S\backslash\{0\},\{1\}}\sum_{l\in H,l\neq k}\sum_{q=1}^{Q_k} \left\lfloor \frac{q}{\eta} \right\rfloor .trc_{qkls} + \sum_{s\in S\backslash\{0\},\{1\}}\sum_{l\in H,l\neq k}\sum_{q=1}^{Q_k} \left\lfloor \frac{q}{\eta} \right\rfloor .trc_{qlks} \le \left\lfloor \frac{Q_k}{\eta} \right\rfloor \sum_{s\in S} z_{kks}$$
$$\forall k\in H, \eta = 1,\ldots,Q_k$$

(۶۸)

نامعادلات معتبر در روابط ۶۴-۶۶ و ۶۸ برای بهبود فرمول‌بندی، می‌توانند به مدل مسئله اضافه شوند.

۴. روش حل

۱.۴. روش محدودیت اپسیلون تکامل‌یافته

در این روش یکی از توابع هدف بهینه‌سازی می‌شود،[۳۲] در حالی‌که سایر توابع هدف در محدودیت‌ها گنجانده می‌شوند. اطلاعات حاصل از متغیرهای کمکی محدودیت‌ها، از تکرارهای اضافی الگوریتم جلوگیری می‌کند و زمان حل را کاهش می‌دهد. یک مسئله‌ی چندهدفه با p هدف را در نظر بگیرید. فرم کلی مسئله‌ی بهینه‌سازی در روش محدودیت اپسیلون تکامل‌یافته عبارت است از:

$$\begin{aligned}
&\min\ (f_1(x) + epsilon* \\
&(S_2/r_2 + 10^{-1}\times S_3/)r_3 + \ldots + 10^{-(p-2)}S_3/r_3) \\
&s.t. \\
&f_2(x) + S_2 = e_2 \\
&f_3(x) + S_3 = e_3 \\
&\ldots \\
&f_p(x) + S_p = e_p \\
&x\in F\ and\ S_2, S_3, \ldots, S_p \in \mathbb{R}^+
\end{aligned}$$

(۶۹)

در فرمول‌بندی ۶۹، $e_2, e_3, \ldots, e_p$ مقادیر سمت راست محدودیت‌ها در یک تکرار خاص از الگوریتم بر اساس نقاط تقسیم‌بندی توابع هدف $p,\ldots,2$ هستند. $epsilon$ یک ثابت است که مقدار آن بین ۰٫۰۰۰۰۰۱ و ۰٫۰۰۱ است. همچنین $r_2,\ldots,r_p$ محدوده‌ی توابع هدف $2,\ldots,p$ هستند. محدوده‌ی هر تابع هدف، تفاوت میان بهترین و بدترین مقدار آن تابع هدف در جدول موازنه است. F ناحیه‌ی موجه مسئله است و $S_2,\ldots,S_p$ متغیرهای کمکی مربوط به محدودیت‌های مسئله هستند. محدوده‌ی توابع هدف $k=2,\ldots,p$ به g_k بازه با طول یکسان تقسیم می‌شود. این کار به کمک $g_k - 1$ نقطه‌ی تقسیم‌بندی (گرید) داخلی انجام می‌شود. تعداد اجراهای الگوریتم برابر با $(g_2+1)\times\ldots\times(g_p+1)$ است. مقدار سمت راست هر محدودیت در تکرار t برای تابع هدف $k=2,\ldots,p$ به‌صورت $e_{kt} = fmin_k + t\times(r_k/g_k)$ است که در آن، $fmin_k$ بهترین مقدار تابع هدف $k=2,\ldots,p$ در جدول موازنه است. یک ضریب گذر $b=[S_k/step_k]$ را برای داخلی‌ترین تابع هدف (در مسئله‌ی ما تابع هدف سوم) تعریف می‌کنیم. اگر $S_k > step_k$، تکرار بعدی الگوریتم، زائد است و می‌توان آن را نادیده گرفت.

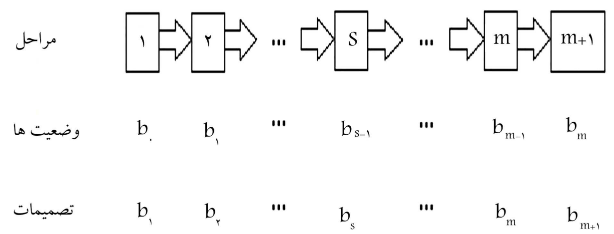
۲.۴. روش برنامه‌ریزی پویا

در مسئله‌ی حاضر، مراحل در روش برنامه‌ریزی پویا عبارت‌اند از دوره‌های زمانی و در هر مرحله باید نقطه‌ی زمانی انتهای هر دوره مشخص شود. وضعیت در هر مرحله، شامل مقدار متغیر مربوط به نقطه شکست فعلی است و باید در مورد مقدار نقطه‌ی شکست بعدی تصمیم‌گیری شود. حل مسئله به‌صورت پیشرو انجام می‌شود. در شکل ۳، نمایش گرافیکی این موارد را مشاهده می‌کنید.

در ادامه توضیحاتی را راجع به تابع ادغام روش ترابی ـ حصینی که در پژوهش[۳۳] ارائه شده، ارائه می‌کنیم. زیرا در مراحلی از روش برنامه‌ریزی پویای پیشنهادی، برای تبدیل مسئله سه‌هدفه به یک مسئله‌ی تک‌هدفه، کاربرد می‌یابد. در این روش، برای محاسبه‌ی مقادیر ایده‌آل مثبت (PIS)، یعنی مقادیر $(Obj_1^{\mathrm{PIS}}, x_1^{\mathrm{PIS}})$، $(Obj_2^{\mathrm{PIS}}, x_2^{\mathrm{PIS}})$، $(Obj_3^{\mathrm{PIS}}, x_3^{\mathrm{PIS}})$، باید هریک از اهداف مسئله به‌صورت جداگانه تحت محدودیت‌های مسئله بهینه‌سازی شوند. مقادیر ایده‌آل منفی (NIS) از بهینه‌سازی اهداف ذکر شده در روابط ۷۰ و ۷۱ تحت تمامی محدودیت‌های مسئله حاصل می‌شوند. در این حالت، اهداف اول و دوم مسئله به‌صورت جداگانه در جهت بیشینه‌سازی تحت محدودیت‌های مسئله بهینه می‌شوند و هدف سوم در جهت کمینه‌سازی تحت محدودیت‌های مسئله بهینه می‌شود (هدف این است که بدترین مقادیر ممکن برای اهداف تحت محدودیت‌های مسئله محاسبه شود).

$$Obj_f^{NIS} = \max Obj_f; \qquad \forall f = 1,2 \qquad (۷۰)$$

$$Obj_3^{NIS} = \min Obj_3; \qquad (۷۱)$$



شکل ۳. مراحل، وضعیت‌ها و تصمیمات در روش برنامه‌ریزی پویا.

درجه‌ی ارضای هریک از توابع هدف، به‌کمک روابط ۷۲ و ۷۳ مشخص می‌شود:

$$\mu_f(x) = \begin{cases} 1 & Obj_f < Obj_f^{\mathrm{PIS}} \\ \frac{Obj_f^{\mathrm{NIS}} - Obj_f}{Obj_f^{\mathrm{NIS}} - Obj_f^{\mathrm{PIS}}} & Obj_f^{\mathrm{PIS}} \le Obj_f \le Obj_f^{\mathrm{NIS}} \quad \forall f = 1, 2 \\ 0 & Obj_f > Obj_f^{\mathrm{NIS}} \end{cases} \tag{72}$$

$$\mu_3(x) = \begin{cases} 1 & Obj_3 > Obj_f^{\mathrm{PIS}} \\ \frac{Obj_3 - Obj_3^{\mathrm{NIS}}}{Obj_3^{\mathrm{PIS}} - Obj_3^{\mathrm{NIS}}} & Obj_3^{\mathrm{NIS}} \le Obj_3 \le Obj_3^{\mathrm{PIS}} \\ 0 & Obj_3 < Obj_3^{\mathrm{NIS}} \end{cases} \tag{73}$$

سپس، با استفاده از تابع ادغام روش ترابی ـ حصینی، مسئله‌ی چندهدفه به یک مسئله‌ی تک‌هدفه تبدیل می‌شود:

$$\max \omega(x) = \psi\omega_0 + (1 - \psi)\sum_{f=1}^{3} \pi_f \mu_f(x) \tag{74}$$

$$\text{s.t.} \quad \omega_0 \le \mu_f(x), \quad f = 1, 2, 3 \tag{75}$$

$$x \in F, \qquad \omega_0 \in [0, 1] \tag{76}$$

که در آن، ناحیه موجه مسئله با F مشخص شده است و پارامتر ψ ضریب جبران نامیده می‌شود. اهمیت هریک از اهداف با پارامتر $\pi_f \in [0, 1]$ مشخص می‌شود و $\sum_{f=1}^{3} \pi_f = 1, \pi_f > 0$. با انتخاب مقادیر پارامترهای ψ و π_f، جواب‌های پارتویی کارا شناسایی می‌شود. حدود متغیرهای مربوط به نقاط شکست عبارت است از:

$$b_{s-1} + d \le b_s \le T - (m - s + 1)\,d \qquad \forall s = 1, \ldots, m$$

ما حدود هر متغیر را به‌کمک نقاط تقسیم‌بندی (G) به بازه‌های با طول یکسان تقسیم می‌کنیم. رابطه‌ی بازگشتی مسئله‌ی حاضر چنین است:

$$f_s(b_{s-1}, x_s) = c_{s,x_s} + f_{s-1}^*(x_{s-1} | x_{s-1} = b_{s-1})$$
$$\forall s = 1, \ldots, m + 1$$

که در آن، تصمیم مربوط به مرحله s با x_s نمایش داده شده است (تصمیم در مورد این‌که چه مقداری برای نقطه شکست در مرحله s باید در نظرگرفته شود) و $f_s(b_{s-1}, x_s)$ بیانگر مقدار تابع هدف مسئله‌ی تک‌هدفه روش ترابی ـ حصینی در مرحله‌ی s است که در اثر اجرای تصمیم x_s (انتخاب یک مقدار برای نقطه‌ی شکست در مرحله‌ی S و حل مدل تک‌هدفه‌ی روش ترابی ـ حصینی) به دست می‌آید. در نظر بگیرید $f_0^*(x_0 = b_0) = 0$. در این رابطه، c_{s,x_s} مقداری است که در اثر اجرای تصمیم x_s به $f_s(b_{s-1}, x_s)$ در مرحله s اضافه می‌شود. همچنین، $f_{s-1}^*(x_{s-1} | x_{s-1} = b_{s-1})$ مقدار بهینه‌یی است که از تصمیم مربوط به مرحله‌ی قبل به دست آمده است. برای محاسبه‌ی مقدار $f_s(b_{s-1}, x_s)$، بردار مربوط به مقادیر نقاط شکست به‌صورت $(b_1^*, \ldots, b_{s-2}^*, b_{s-1}, x_s)$ در مدل وارد می‌شود و مقادیر ایده‌آل مثبت و منفی برای هریک از توابع هدف و سپس مقدار تابع هدف بهینه روش ترابی ـ حصینی به‌کمک یک حل‌کننده‌ی تجاری به دست می‌آید. در این بردار، $b_1^*, \ldots, b_{s-2}^*$ تصمیمات بهینه‌یی هستند که از مراحل قبل به‌دست آمده‌اند.

Input: Problem instance
Output: Optimal breakpoints
Set s=1;
while $s \le m + 1$ **do**
  Determine states for stage s, b_{s-1} using G grid points
  Determine possible decisions for stage s, b_s using G grid points
  if $b_s - b_{s-1} \ge d$ **then**
    Fix values $(b_1^*, \ldots, b_{s-2}^*, b_{s-1}, x_s)$ as breakpoints in multi-objective model
    Calculate PIS and NIS for each objective function
    Solve single objective model of TH method
    if model is feasible then
      Set $f_s(b_{s-1}, x_s)$= optimal value of the TH objective function;
    else
      Set $f_s(b_{s-1}, x_s)$=0;
    end if
  end if
  $s = s + 1$;
end while
$b_{m+1}^* = T$
$b_s^* = \left\{ b_s | f_{s+1}(b_s, x_{s+1} = b_{s+1}^*) = \max_{b_s} f_{s+1}(b_s, x_{s+1} = b_{s+1}^*) \ \ \forall s = 1, \ldots, m \right\}$;
$b_0^* = 0$;
stop. Optimal breakpoints are obtained

شکل ۴. شبه کد الگوریتم برنامه‌ریزی پویا.

در صورتی‌که مدل ناموجه باشد، مقدار صفر برای $f_s(b_{s-1}, x_s)$ در نظر گرفته می‌شود. پس از تعیین مقادیر بهینه‌ی نقاط شکست، مقادیر بهینه‌ی سایر متغیرهای تصمیم مسئله نیز از حل مدل شامل مقادیر بهینه‌ی نقاط شکست حاصل می‌شوند. شبه کد مربوط به رویکرد برنامه‌ریزی پویا برای مسئله‌ی حاضر در شکل ۴ آمده است:

۵. نتایج محاسباتی

۱.۵. مسئله‌ی نمونه

در این زیربخش، به‌منظور اعتبارسنجی مدل پیشنهادی، یک مسئله‌ی نمونه مبتنی بر مجموعه داده‌ی شبکه‌ی ترکیه[۳۴] تولید می‌شود. پارامترهای مورد استفاده در مسئله‌ی نمونه در جدول ۲ فهرست شده است. داده‌های مورد استفاده در روش برنامه‌ریزی پویا مجموعه داده‌ی CAB است. جریان میان نقاط تقاضا نرمال شده است، به‌گونه‌یی که مجموع جریان برابر با یک است. جزئیات تولید پارامترهای مورد نیاز مسئله، به‌شرح جدول ۳ است. پارامترهایی که در این جدول نیامده است، مشابه پارامترهای مسئله‌ی نمونه (جدول ۲) تولید می‌شود، با این تفاوت که به‌جای مجموعه داده‌ی ترکیه، از مجموعه داده‌ی CAB استفاده می‌شود. نقاط کاندید برای گشایش هاب‌ها، بر اساس مطالعات قبلی[۳۵] انتخاب شده است. جدول موازنه و نتایج حل مسئله‌ی نمونه به روش محدودیت اپسیلون تکامل یافته با ۱۰ نقطه گرید، به‌ترتیب در جدول ۴ و جدول ۵ آمده است. برای تعیین محدوده‌ی توابع هدف مسئله در روش محدودیت اپسیلون تکامل یافته، لازم است که بیشترین و کم‌ترین مقادیر ممکن برای هریک از توابع هدف مسئله مشخص شود. بدین منظور

جدول ۲. جزئیات تولید پارامترهای مسئله‌ی نمونه (مجموعه داده‌ی ترکیه).

پارامتر	مقدار	پارامتر	مقدار	پارامتر	مقدار
N	$\{۱, ۲, ۳, ۴, ۶, ۱۶\}$	OCe_{kl}	Fixed_cost_linkkl (Turkish dataset)	$\mathrm{Cape_{kl}}$	random_integer (۱۰۰۰۰۰, ۳۰۰۰۰۰)
H	$\{۱, ۳, ۶, ۱۶\}$	CC_k	$۰/۴ \times OC_k$	Δ'	۱۰۰۰۰۰۰
P	۳	CCe_{kl}	$۰/۴ \times OCe_{kl}$	d	۰/۵
S	$\{۰, ۱, ۲, ۳\}$	B	۴۰۰۰	vs	$(\mathrm{Distance_{ij}}(\text{Turkish dataset}) \times ۱۰۰۰)/ (\mathrm{Travel\_time_{ij}}(\text{Turkish dataset}) \times ۶۰)$
T	۱۰	Q_k	۵	EW	۴۰۰۰
GP	$\{۱, ۲, \ldots, T + ۱\}$	Q'_{kl}	۵	LW	۱۰۰
$w_{ij}(t)$	$\mathrm{w_{ij}}(\text{Turkish dataset}) + \mathrm{h_{ij}}(\mathrm{t}),$ $\mathrm{h_{ij}} = \mathrm{uniform}(-\mathrm{w_{ij}}/\mathrm{T}, \mathrm{w_{ij}}/\mathrm{T})$	CIM_k	$۰/۲ \times OC_k$	d_{ij}	$\mathrm{Distance_{ij}}(\text{Turkish dataset}) \times ۱۰۰۰$
c_{ij}	$\mathrm{Distance_{ij}}(\text{Turkish dataset})$	Ctr_{kl}	$۱۰ \times \mathrm{Distance_{ij}}$ (Turkish dataset)	γ_{ij}	۰/۰۹۸
α	۰/۹	$CeAM_{kl}$	$۰/۴ \times OC_{ekl}$	β	۲/۱۰۷
OC_k	Fixed_cost_hubk(Turkish dataset)	Δ	۱۰۰۰۰۰۰	FJO_k	random_integer(۱۰, ۲۰)
VJO_k	uniform(۰/۰۰۰۰۱, ۰/۰۰۰۱)				

جدول ۳. جزئیات تولید پارامترها در روش برنامه‌ریزی پویا.

پارامتر	مقدار	پارامتر	مقدار
π_f	۱/۳, ۱/۳, ۱/۳	Δ	۰/۷۵
T	۵	$\mathrm{Cape_{kl}}$	uniform(۰/۲۵, ۲)
G	۱۰	$\mathrm{OCe_{kl}}$	$۰/۰۵ \times c_{ij}$
OC_k	uniform(۲۰۰, ۱۰۰۰)	B	۱۵۰۰۰
Δ'	۰/۷۵	vs	random_integer(۲۰, ۴۰)
d	۰/۲۵	VJO_k	uniform(۱۰, ۲۰)

جدول ۴. جدول موازنه.

	Obj . ۱	**Obj . ۲**	**Obj . ۳**
MinObj . ۱	$۷/۳۵۳۶۵۱ \times ۱۰^{۹}$	$۱/۳۶۹۰۸۸۲ \times ۱۰^{۱۷}$	۸۹۲/۹۱۳۸۰۱
MinObj . ۲	$۷/۴۸۲۸۵۷ \times ۱۰^{۹}$	$۱/۳۲۵۲۵۹۳ \times ۱۰^{۱۷}$	۸۷۵/۳۴۰۴۸۷
Max Obj . ۳	$۸/۸۹۱۴۹۰ \times ۱۰^{۹}$	$۲/۳۱۹۳۹۷۵ \times ۱۰^{۱۷}$	۱۱۵۴/۴۷۹۴۹۰

از جدول موازنه استفاده می‌شود. برای به دست آوردن جدول موازنه در روش محدودیت اپسیلون تکامل یافته، باید به تعداد اهداف مسئله، بهینه‌سازی ترتیبی (لکسیکوگرافیک) انجام شود؛ این کار به‌خاطر این است که در مواردی که جواب بهینه‌ی چندگانه وجود دارد، نقاط مغلوب فضای حل مسئله کنار گذاشته شوند و روش محدودیت اپسیلون تکامل‌یافته تنها پاسخ‌های نامغلوب را به دست آورد). برای محاسبه‌ی سطر اول جدول موازنه، تابع هدف اول مسئله به تنهایی بهینه می‌شود و مقدار بهینه‌ی حاصل در ستون اول جدول قرار می‌گیرد. برای محاسبه‌ی عنصر ستون دوم، تابع هدف دوم مسئله به تنهایی بهینه می‌شود، با این محدودیت که مقدار

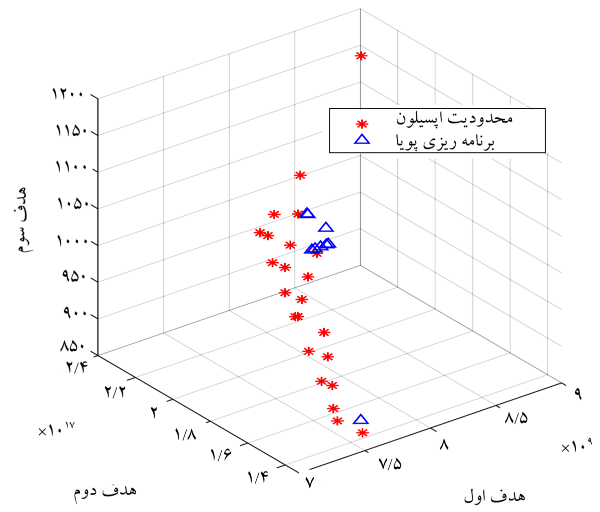
جدول ۵. نتایج حل مسئله‌ی نمونه با روش محدودیت اپسیلون تکامل‌یافته (مجموعه داده ترکیه).

نقاط شکست	Obj.۳	Obj.۲(×۱۰^۱۷)	Obj.۱(×۱۰^۹)	شماره جواب پارتو	نقاط شکست	Obj.۳	Obj.۲(×۱۰^۱۷)	Obj.۱(×۱۰^۹)	شماره جواب پارتو
[۰,۴.۰۰۰,۷.۷۸۷,۱۰]	۱۰۴۲.۸۲۳۸۸۹	۱.۷۷۵۲۷۶۰	۷.۴۳۸۴۷۰	۱۳	[۰,۳.۸۶۷,۶.۰۰۰,۱۰]	۸۹۲.۹۱۳۷۹۵	۱.۳۶۹۰۸۸	۷.۳۵۳۶۵۱	۱
[۰,۲.۶۲۱,۸.۱۶۵,۱۰]	۱۰۴۲.۸۲۳۸۸۹	۱.۷۲۲۹۱۴۶	۷.۴۵۸۹۲۱	۱۴	[۰,۳.۷۰۳,۸.۰۰۰,۱۰]	۸۷۵.۳۴۰۴۸۷	۱.۳۲۵۲۵۹	۷.۴۸۲۸۵۷	۲
[۰,۱.۵۵۸,۷.۰۶۵,۱۰]	۱۰۴۲.۸۲۳۸۸۹	۱.۶۲۳۵۰۰۸	۷.۴۹۲۰۸۳	۱۵	[۰,۰.۵۰۰,۵.۰۹۳,۱۰]	۹۰۵.۷۶۱۷۲۶	۱.۳۹۴۳۷۴	۷.۳۵۸۴۰۱	۳
[۰,۳.۳۳۴,۹.۲۶۱,۱۰]	۱۰۷۰.۷۳۷۷۸۹	۱.۸۵۵۳۳۱۳	۷.۴۵۷۳۲۱	۱۶	[۰,۱.۹۲۸,۶.۰۰۰,۱۰]	۹۳۱.۱۶۸۲۸۸	۱.۴۶۷۰۰۴	۷.۳۷۲۳۴۱	۴
[۰,۱.۲۳۹,۹.۱۰۶,۱۰]	۱۰۷۰.۷۳۷۷۸۹	۱.۸۲۲۳۲۸۴	۷.۴۷۰۹۹۲	۱۷	[۰,۳.۹۶۲,۸.۴۱۴,۱۰]	۹۳۱.۱۶۸۲۸۸	۱.۴۲۱۶۷۶	۷.۳۸۹۵۳۵	۵
[۰,۳.۹۲۳,۸.۶۳۹,۱۰]	۱۰۷۰.۷۳۷۷۸۹	۱.۷۲۲۹۱۴۶	۷.۴۹۹۳۸۴	۱۸	[۰,۳.۴۷۴,۵.۶۷۳,۱۰]	۹۵۹.۰۸۲۱۸۸	۱.۵۴۶۸۶۱	۷.۳۸۸۴۶۴	۶
[۰,۱.۶۵۶,۶.۸۴۶,۱۰]	۱۰۷۰.۷۳۷۷۸۹	۱.۶۲۳۵۰۰۸	۷.۵۵۹۹۲۸	۱۹	[۰,۳.۰۰۰,۷.۰۰۰,۱۰]	۹۶۱.۳۷۱۶۵۱	۱.۴۶۸۰۴۲	۷.۴۲۱۴۳۹	۷
[۰,۰.۵۰۰,۶.۶۱۷,۱۰]	۱۰۹۸.۶۵۱۶۹۰	۱.۸۱۳۹۵۸۱	۷.۵۰۷۰۴۴	۲۰	[۰,۱.۰۰۰,۵.۰۹۳,۱۰]	۹۹۲.۶۵۸۲۵۴	۱.۶۳۱۵۲۸	۷.۴۰۶۳۱۰	۸
[۰,۲.۸۳۳,۴.۴۷۷,۱۰]	۱۱۰۹.۵۸۷۰۵۲	۱.۷۲۲۹۱۴۶	۷.۵۵۹۰۱۵	۲۱	[۰,۴.۵۹۳,۵.۰۹۳,۱۰]	۹۹۳.۸۹۲۷۷۷	۱.۶۲۱۲۳۸	۷.۴۱۱۹۱۶	۹
[۰,۵.۰۳۴,۶.۰۰۰,۱۰]	۱۱۲۶.۵۶۵۵۹۰	۱.۸۶۹۸۶۹۶	۷.۷۸۵۵۳۴	۲۲	[۰,۰.۶۲۱,۵.۷۸۶,۱۰]	۹۸۶.۹۹۶۰۸۸	۱.۵۰۷۳۷۶	۷.۴۴۸۷۶۰	۱۰
[۰,۱.۰۰۰,۶.۰۰۰,۱۰]	۱۱۵۴.۴۷۹۴۹۰	۲.۳۱۹۳۹۷۵	۸.۸۹۱۴۹۰	۲۳	[۰,۰.۵۰۰,۶.۲۹۵,۱۰]	۱۰۱۴.۹۰۹۹۸۹	۱.۶۹۵۲۷۰	۷.۴۲۰۳۲۲	۱۱
					[۰,۳.۳۵۴,۵.۹۵۱,۱۰]	۱۰۱۴.۹۰۹۹۸۹	۱.۶۲۳۵۰۰	۷.۴۴۵۳۹۴	۱۲

تابع هدف اول برابر با مقدار بهینه‌یی است که در ستون اول قرار گرفته است. برای محاسبه‌ی ستون سوم این جدول، تابع هدف سوم مسئله به‌تنهایی بهینه می‌شود، با این محدودیت که مقدار تابع هدف اول برابر با مقدار بهینه‌یی است که در ستون اول قرار گرفته است و مقدار تابع هدف دوم برابر با مقداری است که در ستون دوم قرار گرفته است. برای محاسبه‌ی سایر سطرهای این جدول، مشابه سطر ۱ عمل می‌کنیم، با این تفاوت که در سطر دوم، بهینه‌سازی لکسیکوگرافیک را برای تابع هدف دوم و در سطر سوم، بهینه‌سازی لکسیکوگرافیک را برای تابع هدف سوم انجام می‌دهیم و مقادیر بهینه سایر اهداف را در فضای اهدافی که بهینه می‌شوند به دست می‌آوریم.

با توجه به جدول موازنه، تعارض میان اهداف کاملاً مشخص است. با توجه به جدول ۵، برای بهبود مقدار تابع هدف سوم، باید هزینه‌های مربوط به توابع هدف اول و دوم افزایش یابند. یعنی با افزایش فرصت‌های شغلی ثابت و متغیر، هزینه‌های سیستم و انتشار آلاینده‌ها افزایش می‌یابد. البته میزان افزایش در هزینه‌های سیستم بیشتر است. برای انجام مقایسه میان دو روش حل، نتایج حل مسئله‌ی نمونه به کمک روش برنامه‌ریزی پویا نیز در جدول ۶ گزارش شده است. با توجه به جدول ۶، با در نظر گرفتن مقادیر مختلف برای پارامترهای مسئله‌ی تک‌هدفه در روش برنامه‌ریزی پویا، جواب‌های پارتویی مختلفی حاصل می‌شود. در مواردی که درجه ارضای توابع هدف در دو جواب پارتویی یکسان است و مقادیر نقاط شکست متفاوت است، تصمیم‌گیرنده می‌تواند جواب مورد نظرش را بر اساس نقاط شکست (زمان پیاده‌سازی تصمیمات) اتخاذ کند. جبهه پارتوی بهینه حاصل از هر دو روش در شکل ۵ نمایش داده شده است.

با توجه به شکل ۵، چون ماهیت دو روش در یافتن جواب‌های بهینه پارتویی متفاوت است، راه‌حل‌های مؤثر پیشنهادی توسط این دو روش یکسان نیست. البته تنوع جواب‌ها برای این مسئله‌ی نمونه در روش محدودیت اپسیلون تکامل یافته بیشتر از روش برنامه‌ریزی پویا است، اما امکان استفاده از این روش در مسائل با اندازه‌های متوسط و بزرگ وجود ندارد. می‌توان نتیجه گرفت که در مسائلی که توسط روش محدودیت اپسیلون تکامل یافته قابل حل هستند، استفاده از روش برنامه‌ریزی



شکل ۵. جبهه بهینه پارتو در فضای اهداف.

پویا درکنار روش محدودیت اپسیلون تکامل یافته، راه‌حل‌های مؤثر بیشتری را برای تصمیم‌گیرنده فراهم می‌آورد.

۲.۵. نتایج حاصل از روش برنامه‌ریزی پویا

در این بخش، نتایج حاصل از روش برنامه‌ریزی پویا روی مجموعه داده های ترکیه و CAB به ترتیب در جدول‌های ۶ و ۷ ارائه می‌شود.

مشخصات هر نمود از مسئله نیز در ستون اول جدول ۷ آمده است. در این نحوه‌ی نمایش نمودها، ψ نشان‌دهنده پارامتر مربوط به تابع هدف روش ترابی ـ حصینی است که در هر تکرار روش برنامه‌ریزی پویا حل می‌شود. n مجموعه شامل $|N|$ نقطه‌ی تقاضای ابتدایی و h مجموعه شامل $|H|$ نقطه‌ی تقاضای ابتدایی است. p تعداد هاب‌ها را مشخص می‌کند و np نشان‌دهنده تعداد دوره‌هاست. برای حل نمودها، از حل‌کننده‌ی سیپلکس ۱۲/۹/۰ در محیط نرم‌افزار گمز استفاده شده است.

جدول ۶. نتایج حل مسئله‌ی نمونه با رویکرد برنامه‌ریزی پویا (مجموعه داده ترکیه).

نقاط شکست	TH obj.value	μ_3	μ_2	μ_1	Obj.۳	Obj.۲ ($\times 10^{17}$)	Obj.۱ ($\times 10^{9}$)	π_3	π_2	π_1	Ψ	شماره جواب پارتو
[۰,۴.۰۰۰,۹.۵۰۰,۱۰]	۰.۸۱۸	۰.۸۵۳	۰.۶۶۵	۰.۹۳۷	۱۱۱۳.۶۱۰۴۱۸	۱.۶۸۹۴۱۱	۷.۵۷۸۰۳۹	۱/۳	۱/۳	۱/۳	۰	۱
[۰,۵.۰۰۰,۹.۵۰۰,۱۰]	۰.۸۶۶	۰.۸۵۳	۰.۶۶۵	۰.۹۳۷	۱۱۱۳.۶۱۰۴۱۸	۱.۶۸۹۴۱۱	۷.۵۷۸۰۳۹	۰.۲	۰.۲	۰.۶	۰	۲
[۰,۱.۹۲۸,۶.۰۰۰,۱۰]	۰.۷۹۴	۰.۰۵۰	۰.۹۸۶	۰.۹۶۲	۸۸۹.۳۷۹۱۳۱۹	۱.۳۴۰۵۲۷	۷.۴۹۰۹۴۰	۰.۲	۰.۶	۰.۲	۰	۳
[۰,۵.۵۰۰,۶.۰۰۰,۱۰]	۰.۸۳۲	۰.۸۵۳	۰.۶۶۵	۰.۹۳۷	۱۱۱۳.۶۱۰۴۱۸	۱.۶۸۹۴۱۱	۷.۵۷۸۰۳۹	۰.۶	۰.۲	۰.۲	۰	۴
[۰,۱,۰۰۰,۸.۰۰۰,۱۰]	۰.۷۸۸	۰.۸۵۳	۰.۶۶۵	۰.۹۳۷	۱۱۱۳.۶۱۰۴۱۸	۱.۶۸۹۴۱۱	۷.۵۷۸۰۳۹	۱/۳	۱/۳	۱/۳	۰.۲	۵
[۰,۱.۷۳۲,۶.۰۰۰,۱۰]	۰.۸۲۶	۰.۷۱۴	۰.۷۱۴	۰.۹۴۸	۱۰۷۴.۷۰۳۷۴۲	۱.۶۳۵۸۴۷	۷.۵۳۹۴۸۷	۰.۲	۰.۲	۰.۶	۰.۲	۶
[۰,۵.۰۰۰,۹.۳۶۱,۱۰]	۰.۷۵۷	۰.۷۲۶	۰.۷۲۶	۰.۹۱۹	۱۰۷۸.۲۰۲۷۲۲	۱.۶۲۲۲۲۴	۷.۶۴۵۴۰۸	۰.۲	۰.۶	۰.۲	۰.۲	۷
[۰,۵.۰۰۰,۹.۵۰۰,۱۰]	۰.۷۹۹	۰.۸۵۳	۰.۶۶۵	۰.۹۳۷	۱۱۱۳.۶۱۰۴۱۸	۱.۶۸۹۴۱۱	۷.۵۷۸۰۳۹	۰.۶	۰.۲	۰.۲	۰.۲	۸
[۰,۱.۰۰۰,۶.۰۰۰,۱۰]	۰.۷۶۵	۰.۷۹۰	۰.۷۰۷	۰.۹۱۵	۱۰۹۶.۰۳۷۱۱۰	۱.۶۴۳۳۵۲	۷.۶۵۷۳۵۱	۱/۳	۱/۳	۱/۳	۰.۴	۹
[۰,۱.۴۸۲,۷.۶۰۲,۱۰]	۰.۷۹۸	۰.۷۱۷	۰.۷۱۷	۰.۹۴۳	۱۰۷۵.۵۸۴۱۸۳	۱.۶۳۲۴۱۹	۷.۵۵۸۸۰۹	۰.۲	۰.۲	۰.۶	۰.۴	۱۰
[۰,۶.۴۵۲,۹.۳۶۱,۱۰]	۰.۷۴۹	۰.۷۲۶	۰.۷۲۶	۰.۹۱۹	۱۰۷۸.۲۰۲۷۲۲	۱.۶۲۲۲۲۴	۷.۶۴۵۳۸۸	۰.۲	۰.۶	۰.۲	۰.۴	۱۱
[۰,۵.۷۳۶,۶.۲۳۶,۱۰]	۰.۷۶۵	۰.۸۵۰	۰.۶۶۷	۰.۹۳۶	۱۱۱۲.۷۳۳۲۲۵	۱.۶۸۷۰۹۹	۷.۵۸۱۷۲۰	۰.۶	۰.۲	۰.۲	۰.۴	۱۲
[۰,۴.۰۰۰,۹.۳۶۱,۱۰]	۰.۷۵۸	۰.۷۲۶	۰.۷۲۶	۰.۹۱۹	۱۰۷۸.۲۰۲۷۲۲	۱.۶۲۲۲۲۴	۷.۶۴۵۳۸۸	۱/۳	۱/۳	۱/۳	۰.۵	۱۳
[۰,۱.۱۰۷,۴.۰۰۰,۱۰]	۰.۷۸۵	۰.۷۲۱	۰.۷۲۱	۰.۹۳۳	۱۰۷۶.۸۶۳۴۷۹	۱.۶۲۷۴۳۹	۷.۵۹۳۹۷۶	۰.۲	۰.۲	۰.۶	۰.۵	۱۴
[۰,۴.۰۰۰,۹.۳۶۱,۱۰]	۰.۷۴۵	۰.۷۲۶	۰.۷۲۶	۰.۹۱۹	۱۰۷۸.۲۰۲۷۲۲	۱.۶۲۲۲۲۴	۷.۶۴۵۳۸۸	۰.۲	۰.۶	۰.۲	۰.۵	۱۵
[۰,۴.۰۰۰,۴.۵۰۰,۱۰]	۰.۷۵۳	۰.۷۹۰	۰.۷۰۷	۰.۹۱۵	۱۰۹۶.۰۳۷۱۱۰	۱.۶۴۳۳۵۲	۷.۶۵۷۳۵۲	۰.۶	۰.۲	۰.۲	۰.۵	۱۶
[۰,۵.۰۰۰,۹.۳۶۱,۱۰]	۰.۷۵۲	۰.۷۲۶	۰.۷۲۶	۰.۹۱۹	۱۰۷۸.۲۰۲۷۲۲	۱.۶۲۲۲۲۴	۷.۶۴۵۳۸۸	۱/۳	۱/۳	۱/۳	۰.۶	۱۷
[۰,۰,۷۶۹,۷.۰۰۰,۱۰]	۰.۷۷۳	۰.۷۲۵	۰.۷۲۵	۰.۹۲۲	۱۰۷۷.۹۶۵۰۰۳	۱.۶۲۳۱۵۰	۷.۶۳۲۱۳۲	۰.۲	۰.۲	۰.۶	۰.۶	۱۸
[۰,۵.۰۰۰,۹.۳۶۱,۱۰]	۰.۷۴۲	۰.۷۲۶	۰.۷۲۶	۰.۹۱۹	۱۰۷۸.۲۰۲۷۲۲	۱.۶۲۲۲۲۴	۷.۶۴۵۳۸۸	۰.۲	۰.۶	۰.۲	۰.۶	۱۹
[۰,۳.۲۴۶,۷.۰۰۰,۱۰]	۰.۷۴۳	۰.۷۹۰	۰.۷۰۷	۰.۹۱۵	۱۰۹۶.۰۳۷۱۱۰	۱.۶۴۳۳۵۲	۷.۶۵۷۳۵۱	۰.۶	۰.۲	۰.۲	۰.۶	۲۰
[۰,۵.۰۰۰,۹.۳۶۱,۱۰]	۰.۷۳۹	۰.۷۲۶	۰.۷۲۶	۰.۹۱۹	۱۰۷۸.۲۰۲۷۲۲	۱.۶۲۲۲۲۴	۷.۶۴۵۳۸۸	۱/۳	۱/۳	۱/۳	۰.۸	۲۱
[۰,۶,۴۵۲,۹.۳۶۱,۱۰]	۰.۷۴۹	۰.۷۲۶	۰.۷۲۶	۰.۹۱۹	۱۰۷۸.۲۰۲۷۲۲	۱.۶۲۲۲۲۴	۷.۶۴۵۳۸۸	۰.۲	۰.۲	۰.۶	۰.۸	۲۲
[۰,۵.۰۰۰,۹.۳۶۱,۱۰]	۰.۷۳۴	۰.۷۲۶	۰.۷۲۶	۰.۹۱۹	۱۰۷۸.۲۰۲۷۲۲	۱.۶۲۲۲۲۴	۷.۶۴۵۳۸۸	۰.۲	۰.۶	۰.۲	۰.۸	۲۳
[۰,۵.۰۰۰,۹.۳۶۱,۱۰]	۰.۷۳۴	۰.۷۲۶	۰.۷۲۶	۰.۹۱۹	۱۰۷۸.۲۰۲۷۲۲	۱.۶۲۲۲۲۴	۷.۶۴۵۳۸۸	۰.۶	۰.۲	۰.۲	۰.۸	۲۴
[۰,۲.۷۵۷,۹.۳۶۱,۱۰]	۰.۷۲۶	۰.۷۲۶	۰.۷۲۶	۰.۹۱۹	۱۰۷۸.۲۰۲۷۲۲	۱.۶۲۲۲۲۴	۷.۶۴۵۵۸۴	۱/۳	۱/۳	۱/۳	۱	۲۵
[۰,۲.۷۵۷,۹.۳۶۱,۱۰]	۰.۷۲۶	۰.۷۲۶	۰.۷۲۶	۰.۹۱۹	۱۰۷۸.۲۰۲۷۲۲	۱.۶۲۲۲۲۴	۷.۶۴۵۵۸۴	۰.۲	۰.۲	۰.۶	۱	۲۶
[۰,۲.۷۵۷,۹.۳۶۱,۱۰]	۰.۷۲۶	۰.۷۲۶	۰.۷۲۶	۰.۹۱۹	۱۰۷۸.۲۰۲۷۲۲	۱.۶۲۲۲۲۴	۷.۶۴۵۵۸۴	۰.۲	۰.۶	۰.۲	۱	۲۷
[۰,۲.۷۵۷,۹.۳۶۱,۱۰]	۰.۷۲۶	۰.۷۲۶	۰.۷۲۶	۰.۹۱۹	۱۰۷۸.۲۰۲۷۲۲	۱.۶۲۲۲۲۴	۷.۶۴۵۵۸۴	۰.۶	۰.۲	۰.۲	۱	۲۸

با توجه به جدول ۷، تمامی نمودهای مسئله در زمان قابل قبولی به کمک برنامه‌ریزی پویا به جواب بهینه رسیده‌اند. اما با افزایش ابعاد مسئله، زمان حل به‌طور قابل توجهی افزایش می‌یابد. با توجه به این‌که مسئله از نوع طراحی است، زمان حل بالای برنامه‌ریزی پویا توجیه‌پذیر است.

۳.۵. بررسی عملکرد نامعادلات معتبر

به‌منظور بررسی تأثیر نامعادلات معتبر بر زمان حل، مسئله‌ی نمونه را به ازای ترکیبات مختلف نامعادلات معتبر به کمک روش محدودیت اپسیلون تکامل یافته حل می‌کنیم و زمان حل را ثبت می‌کنیم. نتایج حاصل از حل مسئله در جدول ۸ آمده است. در جدول ۸، ستون اول مشخصات مدل را نشان می‌دهد و ستون دوم، زمان حل را بر حسب ثانیه مشخص می‌کند. منظور از «مدل پایه» در این جدول، مدل ریاضی مسئله پس از خطی‌سازی است که در آن هیچ یک از نامعادلات معتبر در نظر گرفته نشده است. در هریک از سطرهای جدول ۸، نحوه‌ی استفاده از نامعادلات معتبر مشخص شده است. به‌عنوان مثال، «مدل پایه +(۶۴) + (۶۵) + (۶۶)» بدین معنی است که نامعادلات معتبر ۶۴ تا ۶۶ به

جدول ۷. نتایج حاصل از حل مسئله به‌روش برنامه‌ریزی پویا (مجموعه داده CAB).

نقاط شکست	TH obj.value	μ_3	μ_2	μ_1	Obj.۳	Obj.۲(×۱۰^۱۷)	Obj.۱(×۱۰^۹)	π_3	π_2	π_1	Ψ	شماره جواب پارتو
[۰,۴.۰۰۰,۹.۵۰۰,۱۰]	۰.۸۱۸	۰.۸۵۳	۰.۶۶۵	۰.۹۳۷	۱۱۱۳.۶۱۰۴۱۸	۱.۶۸۹۴۱۱	۷.۵۷۸۰۳۹	۱/۳	۱/۳	۱/۳	۰	۱
[۰,۵.۰۰۰,۹.۵۰۰,۱۰]	۰.۸۶۶	۰.۸۵۳	۰.۶۶۵	۰.۹۳۷	۱۱۱۳.۶۱۰۴۱۸	۱.۶۸۹۴۱۱	۷.۵۷۸۰۳۹	۰.۲	۰.۲	۰.۶	۰	۲
[۰,۱.۹۲۸,۶.۰۰۰,۱۰]	۰.۷۹۴	۰.۰۵۰	۰.۹۸۶	۰.۹۶۲	۸۸۹.۳۷۹۱۳۱۹	۱.۳۴۰۵۲۷	۷.۴۹۰۹۴۰	۰.۲	۰.۶	۰.۲	۰	۳
[۰,۵.۵۰۰,۶.۰۰۰,۱۰]	۰.۸۳۲	۰.۸۵۳	۰.۶۶۵	۰.۹۳۷	۱۱۱۳.۶۱۰۴۱۸	۱.۶۸۹۴۱۱	۷.۵۷۸۰۳۹	۰.۶	۰.۲	۰.۲	۰	۴
[۰,۱,۰۰۰,۸.۰۰۰,۱۰]	۰.۷۸۸	۰.۸۵۳	۰.۶۶۵	۰.۹۳۷	۱۱۱۳.۶۱۰۴۱۸	۱.۶۸۹۴۱۱	۷.۵۷۸۰۳۹	۱/۳	۱/۳	۱/۳	۰.۲	۵
[۰,۱.۷۳۲,۶.۰۰۰,۱۰]	۰.۸۲۶	۰.۷۱۴	۰.۷۱۴	۰.۹۴۸	۱۰۷۴.۷۰۳۷۴۲	۱.۶۳۵۸۴۷	۷.۵۳۹۴۸۷	۰.۲	۰.۲	۰.۶	۰.۲	۶
[۰,۵.۰۰۰,۹.۳۶۱,۱۰]	۰.۷۵۷	۰.۷۲۶	۰.۷۲۶	۰.۹۱۹	۱۰۷۸.۲۰۲۷۲۲	۱.۶۲۲۲۲۴	۷.۶۴۵۴۰۸	۰.۲	۰.۶	۰.۲	۰.۲	۷
[۰,۵.۰۰۰,۹.۵۰۰,۱۰]	۰.۷۹۹	۰.۸۵۳	۰.۶۶۵	۰.۹۳۷	۱۱۱۳.۶۱۰۴۱۸	۱.۶۸۹۴۱۱	۷.۵۷۸۰۳۹	۰.۶	۰.۲	۰.۲	۰.۲	۸
[۰,۱.۰۰۰,۶.۰۰۰,۱۰]	۰.۷۶۵	۰.۷۹۰	۰.۷۰۷	۰.۹۱۵	۱۰۹۶.۰۳۷۱۱۰	۱.۶۴۳۳۵۲	۷.۶۵۷۳۵۱	۱/۳	۱/۳	۱/۳	۰.۴	۹
[۰,۱.۴۸۲,۷.۶۰۲,۱۰]	۰.۷۹۸	۰.۷۱۷	۰.۷۱۷	۰.۹۴۳	۱۰۷۵.۵۸۴۱۸۳	۱.۶۳۲۴۱۹	۷.۵۵۸۸۰۹	۰.۲	۰.۲	۰.۶	۰.۴	۱۰
[۰,۶.۴۵۲,۹.۳۶۱,۱۰]	۰.۷۴۹	۰.۷۲۶	۰.۷۲۶	۰.۹۱۹	۱۰۷۸.۲۰۲۷۲۲	۱.۶۲۲۲۲۴	۷.۶۴۵۳۸۸	۰.۲	۰.۶	۰.۲	۰.۴	۱۱
[۰,۵.۷۳۶,۶.۲۳۶,۱۰]	۰.۷۶۵	۰.۸۵۰	۰.۶۶۷	۰.۹۳۶	۱۱۱۲.۷۳۳۲۲۵	۱.۶۸۷۰۹۹	۷.۵۸۱۷۲۰	۰.۶	۰.۲	۰.۲	۰.۴	۱۲
[۰,۴.۰۰۰,۹.۳۶۱,۱۰]	۰.۷۵۸	۰.۷۲۶	۰.۷۲۶	۰.۹۱۹	۱۰۷۸.۲۰۲۷۲۲	۱.۶۲۲۲۲۴	۷.۶۴۵۳۸۸	۱/۳	۱/۳	۱/۳	۰.۵	۱۳
[۰,۱.۱۰۷,۴.۰۰۰,۱۰]	۰.۷۸۵	۰.۷۲۱	۰.۷۲۱	۰.۹۳۳	۱۰۷۶.۸۶۳۴۷۹	۱.۶۲۷۴۳۹	۷.۵۹۳۹۷۶	۰.۲	۰.۲	۰.۶	۰.۵	۱۴
[۰,۴.۰۰۰,۹.۳۶۱,۱۰]	۰.۷۴۵	۰.۷۲۶	۰.۷۲۶	۰.۹۱۹	۱۰۷۸.۲۰۲۷۲۲	۱.۶۲۲۲۲۴	۷.۶۴۵۳۸۸	۰.۲	۰.۶	۰.۲	۰.۵	۱۵
[۰,۴.۰۰۰,۴.۵۰۰,۱۰]	۰.۷۵۳	۰.۷۹۰	۰.۷۰۷	۰.۹۱۵	۱۰۹۶.۰۳۷۱۱۰	۱.۶۴۳۳۵۲	۷.۶۵۷۳۵۲	۰.۶	۰.۲	۰.۲	۰.۵	۱۶
[۰,۵.۰۰۰,۹.۳۶۱,۱۰]	۰.۷۵۲	۰.۷۲۶	۰.۷۲۶	۰.۹۱۹	۱۰۷۸.۲۰۲۷۲۲	۱.۶۲۲۲۲۴	۷.۶۴۵۳۸۸	۱/۳	۱/۳	۱/۳	۰.۶	۱۷
[۰,۰,۷۶۹,۷.۰۰۰,۱۰]	۰.۷۷۳	۰.۷۲۵	۰.۷۲۵	۰.۹۲۲	۱۰۷۷.۹۶۵۰۰۳	۱.۶۲۳۱۵۰	۷.۶۳۲۱۳۲	۰.۲	۰.۲	۰.۶	۰.۶	۱۸
[۰,۵.۰۰۰,۹.۳۶۱,۱۰]	۰.۷۴۲	۰.۷۲۶	۰.۷۲۶	۰.۹۱۹	۱۰۷۸.۲۰۲۷۲۲	۱.۶۲۲۲۲۴	۷.۶۴۵۳۸۸	۰.۲	۰.۶	۰.۲	۰.۶	۱۹
[۰,۳.۲۴۶,۷.۰۰۰,۱۰]	۰.۷۴۳	۰.۷۹۰	۰.۷۰۷	۰.۹۱۵	۱۰۹۶.۰۳۷۱۱۰	۱.۶۴۳۳۵۲	۷.۶۵۷۳۵۱	۰.۶	۰.۲	۰.۲	۰.۶	۲۰
[۰,۵.۰۰۰,۹.۳۶۱,۱۰]	۰.۷۳۹	۰.۷۲۶	۰.۷۲۶	۰.۹۱۹	۱۰۷۸.۲۰۲۷۲۲	۱.۶۲۲۲۲۴	۷.۶۴۵۳۸۸	۱/۳	۱/۳	۱/۳	۰.۸	۲۱
[۰,۶,۴۵۲,۹.۳۶۱,۱۰]	۰.۷۴۹	۰.۷۲۶	۰.۷۲۶	۰.۹۱۹	۱۰۷۸.۲۰۲۷۲۲	۱.۶۲۲۲۲۴	۷.۶۴۵۳۸۸	۰.۲	۰.۲	۰.۶	۰.۸	۲۲
[۰,۵.۰۰۰,۹.۳۶۱,۱۰]	۰.۷۳۴	۰.۷۲۶	۰.۷۲۶	۰.۹۱۹	۱۰۷۸.۲۰۲۷۲۲	۱.۶۲۲۲۲۴	۷.۶۴۵۳۸۸	۰.۲	۰.۶	۰.۲	۰.۸	۲۳
[۰,۵.۰۰۰,۹.۳۶۱,۱۰]	۰.۷۳۴	۰.۷۲۶	۰.۷۲۶	۰.۹۱۹	۱۰۷۸.۲۰۲۷۲۲	۱.۶۲۲۲۲۴	۷.۶۴۵۳۸۸	۰.۶	۰.۲	۰.۲	۰.۸	۲۴
[۰,۲.۷۵۷,۹.۳۶۱,۱۰]	۰.۷۲۶	۰.۷۲۶	۰.۷۲۶	۰.۹۱۹	۱۰۷۸.۲۰۲۷۲۲	۱.۶۲۲۲۲۴	۷.۶۴۵۵۸۴	۱/۳	۱/۳	۱/۳	۱	۲۵
[۰,۲.۷۵۷,۹.۳۶۱,۱۰]	۰.۷۲۶	۰.۷۲۶	۰.۷۲۶	۰.۹۱۹	۱۰۷۸.۲۰۲۷۲۲	۱.۶۲۲۲۲۴	۷.۶۴۵۵۸۴	۰.۲	۰.۲	۰.۶	۱	۲۶
[۰,۲.۷۵۷,۹.۳۶۱,۱۰]	۰.۷۲۶	۰.۷۲۶	۰.۷۲۶	۰.۹۱۹	۱۰۷۸.۲۰۲۷۲۲	۱.۶۲۲۲۲۴	۷.۶۴۵۵۸۴	۰.۲	۰.۶	۰.۲	۱	۲۷
[۰,۲.۷۵۷,۹.۳۶۱,۱۰]	۰.۷۲۶	۰.۷۲۶	۰.۷۲۶	۰.۹۱۹	۱۰۷۸.۲۰۲۷۲۲	۱.۶۲۲۲۲۴	۷.۶۴۵۵۸۴	۰.۶	۰.۲	۰.۲	۱	۲۸

مدل پایه مسئله افزوده شده است. با توجه به جدول ۸، کمترین زمان حل مربوط به «مدل پایه +(۶۵) + (۶۶)» است که برابر با ۴۸۸٫۹۶ ثانیه است. بنابراین، به‌نظر می‌رسد که استفاده از نامعادلات معتبر ۶۵ و ۶۶ در مدل پایه، بیشترین کاهش را در زمان حل ایجاد می‌کند.

۶. نتیجه‌گیری

در این پژوهش، ما یک مدل برنامه‌ریزی ریاضی را برای مسئله‌ی مکان‌یابی چنددوره‌یی پایدار هاب ارائه کردیم که در آن، تقاضای حمل‌ونقل وابسته به زمان است و افق برنامه‌ریزی زمان‌پیوسته است. مسئله ابتدا به‌صورت یک مسئله‌ی برنامه‌ریزی غیرخطی عدد صحیح آمیخته چندهدفه فرموله شد و سپس، خطی‌سازی مدل انجام شد. همچنین، تعدادی نامعادله معتبر برای بهبود فرمولاسیون مسئله ارائه شد. برای اعتبارسنجی مدل، نتایج حاصل از حل مدل توسط روش محدودیت اپسیلون تکامل‌یافته برای یک مسئله‌ی نمونه ارائه شد. در ادامه، یک رویکرد برنامه‌ریزی پویا برای حل مسئله پیشنهاد شد و نتایج حاصل از آن مورد بررسی قرار گرفت. نتایج نشان می‌دهد که رویکرد برنامه‌ریزی پویا، قادر است مسائل را

جدول ۸. بررسی عملکرد نامعادلات معتبر (مسئله‌ی نمونه، مجموعه داده‌ی ترکیه).

مشخصات مدل	زمان حل (ثانیه)
مدل پایه	۵۲۷/۲۵
مدل پایه +(۶۴)	۵۱۱/۴۲
مدل پایه +(۶۴)+(۶۵)	۵۲۸/۹۱
مدل پایه +(۶۴)+(۶۵)+(۶۶)	۵۱۶/۴۴
مدل پایه +(۶۴)+(۶۵)+(۶۶)+(۶۸)	۵۷۳/۰۳
مدل پایه +(۶۵)	۴۹۱/۶۷
مدل پایه +(۶۵)+(۶۶)	**۴۸۸/۹۶**
مدل پایه +(۶۵)+(۶۶)+(۶۸)	۵۰۸/۴۳
مدل پایه +(۶۶)	۵۴۰/۷۰
مدل پایه +(۶۶)+(۶۸)	۵۲۳/۱۶
مدل پایه +(۶۸)	۵۶۲/۰۱
مدل پایه +(۶۴)+ (۶۶)	۵۲۳/۱۱
مدل پایه +(۶۴)+(۶۸)	۵۷۵/۷۹
مدل پایه +(۶۵)+(۶۸)	۵۴۱/۶۷
مدل پایه +(۶۴)+(۶۵)+(۶۸)	۵۱۶/۷۳
مدل پایه +(۶۴)+(۶۶)+(۶۸)	۶۰۱/۰۰

تا ۲۵ گره و ۶ دوره زمانی حل کند. برای پیشنهادهای آتی موارد در پی آمده قابل ذکر است: مطالعه‌ی دقیق‌تر فضای حل مسئله و ارائه فرمول‌بندی جایگزین و فشرده‌تر برای مسئله‌ی اولیه، توسعه‌ی روش‌هایی برای کاهش زمان حل مسئله‌ی تک‌هدفه که در هر تکرار روش برنامه‌ریزی پویا حل می‌شود (توسعه‌ی روش‌های ابتکاری مانند الگوریتم افق غلطان برای تولید جواب اولیه مسئله‌ی تک‌هدفه و سپس حل آن به‌کمک روش‌های دقیق کارا)، در نظر گرفتن عدم قطعیت برای پارامترهای مسئله نظیر تقاضای وابسته به‌زمان برای نزدیکتر شدن به شرایط دنیای واقعی، استفاده از سایر مجموعه داده‌های توسعه داده شده برای مسئله‌ی مکان‌یابی هاب مانند مجموعه داده شبکه‌ی پستی استرالیا (AP) برای حل مسائل با ابعاد بیشتر (در این‌صورت، با توجه به پیچیدگی بالای مسئله، باید روش‌های ابتکاری یا فراابتکاری برای حل مسئله‌ی توسعه داده شود که الزاماً بهینگی را تضمین نمی‌کنند). همچنین، به‌کار بردن مسئله در مواردی مانند لجستیک و زنجیره‌ی تأمین و شبکه‌های هاب سلسله مراتبی یا چندمدی می‌تواند مدنظر محققان قرار گیرد. درمورد مجموعه داده‌های داخل کشور که برای مسئله‌ی مکان‌یابی هاب توسعه داده شده است، می‌توان به مجموعه داده‌ی IAD (داده‌های هوایی ایران) اشاره کرد.[۳۶]

یکی از مواردی که در تحقیقات آتی می‌توان به آن پرداخت، توسعه‌ی مجموعه داده‌های داخلی برای مسئله‌ی مکان‌یابی هاب در حالت چند دوره‌یی و با در نظر گرفتن تقاضای وابسته به زمان است. برای برآورد تقاضا می‌توان از سالنامه‌های آماری شرکت‌ها یا نهادها استفاده کرد.

منابع (References)

1. Campbell, J.F. and O'Kelly, M.E. "Twenty-five years of hub location research", *Transp. Sci*, **46**(2), pp. 153-169 (2012).
2. Farahani, R.Z., Hekmatfar, M., Arabani, A.B. and et al. "Hub location problems: a review of models, classification, solution techniques, and applications", *Comput. Ind. Eng*, **64**(4), pp. 1096-1109 (2013).
3. Nickel, S., and Saldanha-da-Gama, F. "Multi-period facility location", In Location Science, Springer, pp. 303-326 (2019).
4. Holden, E., Linnerud, K. and Banister, D. "Sustainable development: our common future revisited", *Glob. Environ. Chang*, **26**, pp. 130-139 (2014).
5. Campbell, J.F. "Locating transportation terminals to serve an expanding demand", *Transp. Res. Part B Methodol*, **24**(3), pp. 173-192 (1990).
6. Contreras, I., Cordeau, J.-F. and Laporte, G. "The dynamic uncapacitated hub location problem", *Transp. Sci*, **45**(1), pp. 18-32 (2011).
7. Taghipourian, F., Mahdavi, I., Mahdavi-Amiri, N. and et al. "A fuzzy programming approach for dynamic virtual hub location problem", *Appl. Math. Model*, **36**(7), pp. 3257-3270 (2012).
8. Gelareh, S., Monemi, R.N. and Nickel, S. "Multi-period hub location problems in transportation", *Transp. Res. Part E Logist. Transp. Rev*, **75**, pp. 67-94 (2015).
9. Alumur, S.A., Nickel, S., Saldanha-da-Gama, F. and et al. "Multi-period hub network design problems with modular capacities", *Ann. Oper. Res*, **246**(1-2), pp. 289-312 (2016).
10. Ebrahimi-Zade, A., Hosseini-Nasab, H. and Zahmatkesh, A. "Multi-period hub set covering problems with flexible radius: a modified genetic solution", *Appl. Math. Model*, **40**(4), pp. 2968-2982 (2016).
11. Bashiri, M., Rezanezhad, M., Tavakkoli-Moghaddam, R. and et al. "Mathematical modeling for a p-mobile hub location problem in a dynamic environment by a genetic algorithm", *Appl. Math. Model*, **54**, pp. 151-169 (2018).
12. Fotuhi, F. and Huynh, N. "A reliable multi-period intermodal freight network expansion problem", *Comput. Ind. Eng*, **115**, pp. 138-150 (2018).
13. Correia, I., Nickel, S. and Saldanha-da-Gama, F. "A stochastic multi-period capacitated multiple allocation hub location problem: Formulation and inequalities", *Omega*, **74**, pp. 122-134 (2018).
14. Torkestani, S.S., Seyedhosseini, S.M., Makui, A. and et al. "The reliable design of a hierarchical multi-Modes transportation Hub location problems (HMMTHLP) under dynamic network disruption (DND)", *Comput. Ind. Eng*, **122**, pp. 39-86 (2018).
15. Khosravian, Y., Shahandeh Nookabadi, A. and Moslehi, G. "Mathematical model for bi-objective maximal hub covering problem with periodic variations of parameters", *Int. J. Eng*, **32**(7), pp. 964-975 (2019).
16. Bagherinejad, J.E.S., Bashiri, M. and Abedpour, Z. "Dynamic single allocation hub location problem considering

life cycle and reconstruction hubs", *Prod. Oper. Manag*, **11**(1), pp. 71-87 (2020).

17. Fattahi, P. and Shakeri Kebria, Z. "A bi objective dynamic reliable hub location problem with congestion effects", *Int. J. Ind. Eng. Prod. Res*, **31**(1), pp. 63-74 (2020).
18. Mohammadi, M., Tavakkoli-Moghaddam, R. and Rostami, R. "A multi-objective imperialist competitive algorithm for a capacitated hub covering location problem", *Int. J. Ind. Eng. Comput*, **2**(3), pp. 671-688 (2011).
19. Ghodratnama, A., Tavakkoli-Moghaddam, R. and Azaron, A. "A fuzzy possibilistic bi-objective hub covering problem considering production facilities, time horizons and transporter vehicles", *Int. J. Adv. Manuf. Technol*, **66**(1-4), pp. 187-206 (2013).
20. Razmi, J. and Tavakkoli-Moghaddam, R. "Multi-objective invasive weed optimization for stochastic green hub location routing problem with simultaneous pick-ups and deliveries", *Computation and Economic Cybernetics studies and Research*, **47**(3), pp.247-266 (2013).
21. Mohammadi, M., Jolai, F. and Tavakkoli-Moghaddam, R. "Solving a new stochastic multi-mode p-hub covering location problem considering risk by a novel multi-objective algorithm", *Appl. Math. Model*, **37**(24), pp. 10053-10073 (2013).
22. Sedehzadeh, S., Tavakkoli-Moghaddam, R., Mohammadi, M. and et al."Solving a new priority M M C queue model for a multi-mode hub covering location problem by multi-objective parallel simulated annealing", *Econ. Comput. Econ. Cybern. Stud. Res*, **48**(4), pp. 299-318 (2014).
23. Mohammadi, M., Torabi, S.A. and Tavakkoli-Moghaddam, R. "Sustainable hub location under mixed uncertainty", *Transp. Res. Part E Logist. Transp. Rev*, **62**, pp. 89-115 (2014).
24. Niakan, F., Vahdani, B. and Mohammadi, M. "A multi-objective optimization model for hub network design under uncertainty: An inexact rough-interval fuzzy approach", *Eng. Optim*, **47**(12), pp. 1670-1688 (2015).
25. Zhalechian, M., Tavakkoli-Moghaddam, R., Rahimi, Y. and et al. "An interactive possibilistic programming approach for omic and environmental a multi-objective hub location problem: econ design", *Appl. Soft Comput*, **52**, pp. 699-713 (2017).
26. Zhalechian, M., Tavakkoli-Moghaddam, R. and Rahimi, Y. "A self-adaptive evolutionary algorithm for a fuzzy multi-objective hub location problem: an integration of responsiveness and social responsibility", *Eng. Appl. Artif. Intell*, **62**, pp. 1-16 (2017).
27. Dukkanci, O., Peker, M. and Kara, B.Y. "Green hub location problem", *Transp. Res. Part E Logist. Transp. Rev*, **125**, pp. 116-139 (2019).
28. Drezner, Z. and Wesolowsky, G.O. "Facility location when demand is time dependent", *Nav. Res. Logist*, **38**(5), pp. 763-777 (1991).
29. Farahani, R.Z., Drezner, Z. and Asgari, N. "Single facility location and relocation problem with time dependent weights and discrete planning horizon", *Ann. Oper. Res*, **167**(1), pp. 353-368 (2009).
30. Barth, M., Younglove, T. and Scora, G. "Development of a heavy-duty diesel modal emissions and fuel consumption model", *UC Berkeley: California Partners for Advanced Transportation Technology*, Retrieved from https:// escholarship.org/uc/item/67f0v3zf (2005).
31. Barth, M. and Boriboonsomsin, K. "Energy and emissions impacts of a freeway-based dynamic eco-driving system", *Transp. Res. Part D Transp. Environ*, **14**(6), pp. 400-410 (2009).
32. Mavrotas,G. and Florios, K. "An improved version of the augmented ε-constraint method (AUGMECON2) for finding the exact pareto set in multi-objective integer programming problems", *Appl. Math. Comput*, **219**(18), pp. 9652-9669 (2013).
33. Torabi, S.A. and Hassini, E. "An interactive possibilistic programming approach for multiple objective supply chain master planning", *Fuzzy sets Syst*, **159**(2), pp. 193-214 (2008).
34. Beasley, J.E. "OR-library:hub location", URL http// people. brunel.ac.uk/mastjjb/jeb/orlib/phubinfo.html (accessed 01.05.15) (1990).
35. Alumur, S.A., Yaman, H. and Kara, B.Y. "Hierarchical multimodal hub location problem with time-definite deliveries", *Transp. Res. Part E Logist. Transp. Rev*, **48**(6), pp. 1107-1120 (2012).
36. Karimi, H. and Bashiri, M. "Hub covering location problems with different coverage types", *Sci. Iran.* **18**(6), pp. 1571-1578 (2011).