

# یک مدل چندهدفه‌ی جدید برای مکان‌یابی حسگر برای برآورد جریان ترافیکی در شبکه‌ی حمل‌ونقل

فاطمه وحدت دربند (دانشجوی کارشناسی ارشد)

فرناز هوشمند خلیق\* (استادیار)

سیدعلی میرحسینی (استاد)

دانشکده ریاضی و علوم کامپیوتر، دانشگاه صنعتی امیرکبیر

مهندسی صنایع و مدیریت شریف، زمستان ۱۴۰۱  
دوری ۱-۳۸، شماره ۲، ص. ۳۹-۴۶، (پژوهشی)

این مقاله به مسئله‌ی مکان‌یابی حسگرهای شناسایی وسایل نقلیه روی کمان‌های شبکه، به منظور برآورد میزان جریان ترافیکی روی یک مجموعه‌ی مفروض از مسیرها می‌پردازد. در مدل‌های بهینه‌سازی که تاکنون ارائه شده، به دلیل آن که تعداد حسگرها محدود است، جریان همه مسیرها به صورت منحصر به فرد قابل تشخیص نیست. در این صورت مسیرها به چندین دسته افزای می‌شوند به طوری که هر دسته‌ی افزای در بردارنده‌ی مسیرهایی است که الگوی حسگر یکسان دارند. عموماً اندازه‌ی هریک از دسته‌های افزای بسیار بزرگ است در حالی که اگر اندازه‌ی دسته‌های افزای کوچک‌تر باشد، می‌توان به برآورد مناسب‌تری از میزان جریان مسیرها دست یافت. بنابراین برای رفع این ضعف، در این مقاله، یک مدل بهینه‌سازی چندهدفه ارائه شده است. در مدل پیشنهادی، هر مسیر با دست‌کم یک حسگر پوشش داده می‌شود و اهداف مربوط به کمیته‌سازی اندازه‌ی دسته‌های افزای به ترتیب اولویت بررسی می‌شوند. آزمایش‌های محاسباتی روی دو شبکه‌ی واقعی اهمیت مدل را ارزیابی می‌کنند.

fatemeh.vahdat@aut.ac.ir  
f.hooshmand.khaligh@aut.ac.ir  
a.mirhassani@aut.ac.ir

واژگان کلیدی: مسئله‌ی مکان‌یابی حسگر، حسگر شناسایی وسایل نقلیه، برآورد جریان ترافیکی، ترتیب مشاهده‌ی حسگرها.

## ۱. مقدمه

مکان‌یابی بهینه‌ی حسگرها در شبکه‌ی حمل‌ونقل برای برآورد جریان ترافیکی مطرح شده است که با استفاده از آن می‌توان با تعیین مکان بهینه‌ی حسگرها در شبکه‌ی حمل‌ونقل و با مشاهده جریان برخی از خیابان‌ها به برآورد خوبی از میزان جریان روی هر یک از مسیرها دست یافت.

حسگرهای شمارشی<sup>۱</sup> و حسگرهای شناسایی وسایل نقلیه<sup>۲</sup> دو نوع متداول از حسگرها هستند. حسگرهای شمارشی هم در رئوس و هم در امتداد کمان‌ها قابل نصب هستند و صرفاً قادرند تعداد وسایل نقلیه عبوری را بشمارند و میزان سرعت، تراکم، ظرفیت، اشغال فضا و جریان را اندازه‌گیری کنند، در حالی که حسگرهای شناسایی وسایل نقلیه دارای دستگاه‌های خواننده‌ی پلاک خودروها<sup>۳</sup> هستند و عموماً در امتداد کمان‌ها نصب می‌شوند و علاوه بر شمارش وسایل نقلیه قادرند اطلاعات پلاک آنها را نیز ثبت کنند.

مسئله‌ی SLP که در این مقاله مورد مطالعه قرار می‌گیرد به چینه‌ی حسگرهای شناسایی وسایل نقلیه روی کمان‌های شبکه می‌پردازد، به طوری که بتوان میزان جریان روی یک مجموعه مفروض از مسیرها را برآورد کرد. به ازای یک چینه مفروض از حسگرها، بعد از جمع‌آوری اطلاعات ثبت شده توسط هر حسگر، برای تعیین جریان روی مسیرها، یک دستگاه خطی باید حل شود. اگر این دستگاه

مسئله‌ی مکان‌یابی حسگرها که به آن تحت عنوان SLP اشاره می‌کنیم، اخیراً به منظور برآورد جریان ترافیکی در شبکه‌های حمل‌ونقل مورد توجه محققین بسیاری قرار گرفته است.<sup>[۱]</sup> در شبکه‌های حمل‌ونقل برآورد میزان جریان ترافیکی در سطح شبکه بسیار حائز اهمیت است، زیرا این برآورد می‌تواند بعداً برای اتخاذ تصمیماتی مانند تعیین محل استقرار جایگاه‌های سوخت، تعیین نرخ عوارض، اصلاح زیرساخت‌های حمل‌ونقل و غیره مورد استفاده قرار گیرد. یکی از روش‌های عملی برای برآورد مناسب میزان جریان، نصب حسگر در سطح شبکه است. از جمله جریان‌های ترافیکی که برآورد آنها مطلوب است، تعداد وسایل نقلیه عبوری از یک مجموعه مفروض از مسیرهاست. در واقع، از آنجا که حسگرها در امتداد خیابان‌ها یا تقاطع‌ها نصب می‌شوند، صرفاً قادرند تعداد وسایل نقلیه عبوری از برخی از خیابان‌ها را شناسایی کنند و محاسبه‌ی تعداد سفرهای صورت گرفته در هر مسیر به صورت مستقیم از طریق حسگرها امکان‌پذیر نیست. بنابراین مشاهده‌ی جریان روی مسیرها، یکی از مسائل حائز اهمیت در حوزه‌ی حمل‌ونقل و ترافیک است. بدین منظور، مسئله‌ی

\* نویسنده مسئول

تاریخ: دریافت ۱۴۰۰/۰۶/۱۴، اصلاحیه ۱۴۰۱/۱۱/۱۴، پذیرش ۱۴۰۱/۱۱/۳۰

DOI:10.24200/J65.2022.58694.2244

جواب منحصر به فرد داشته باشد، اصطلاحاً گفته می‌شود که میزان جریان روی مسیرها به صورت کامل قابل مشاهده است و اگر دستگاه جواب منحصر به فرد نداشته باشد، گفته می‌شود میزان جریان به صورت جزئی قابل مشاهده است. بر این اساس، مسئله‌ی SLP را در دو حالت می‌توان مورد بررسی قرار داد: ۱. مسئله‌ی مکان‌یابی حسگرها بدون محدودیت بودجه که در آن هدف تعیین مکان حسگرهاست، به طوری که ضمن کمینه‌سازی تعداد حسگرهای مورد استفاده، میزان جریان روی مسیرها به صورت کامل قابل مشاهده باشد. ۲. مسئله‌ی مکان‌یابی حسگرها با محدودیت بودجه که در آن تعداد حسگرها محدود است و لذا، دستگاه خطی که برای تعیین میزان جریان روی مسیرها حل می‌شود، لزوماً جواب منحصر به فرد ندارد و در این حالت، هدف تعیین مکان حسگرهاست به طوری که تعداد مسیرهایی که جریان آنها به طور منحصر به فرد تعیین می‌شود، بیشینه شود.

ادبیات مرتبط با مسئله‌ی SLP برای برآورد جریان ترافیکی بسیار گسترده است و مطالعه جامعی روی آنها صورت گرفته است.<sup>[۴-۲]</sup> در این قسمت، مقالاتی از این دو دسته که ارتباط نزدیک‌تری با کار ما دارند را مرور خواهیم کرد.

در یکی از مطالعات موجود<sup>[۵]</sup> دو مدل با اهداف بیشینه‌سازی تعداد زوج‌های مبدأ - مقصد پوشش داده شده و بیشینه‌سازی تعداد مسیرهای پوشش داده شده ارائه شده است. در مطالعه‌ی دیگری<sup>[۶]</sup>، یک مدل دوسطحی برای مشاهده‌ی کامل جریان مسیرها با استفاده از حسگرهای شمارشی و حسگرهای شناسایی وسایل نقلیه ارائه شده است که در سطح اول به تعبیه‌ی حسگرهای شناسایی وسیله‌ی نقلیه به منظور مشاهده‌ی کامل مسیرها می‌پردازد و در سطح دوم برخی از حسگرهای شناسایی وسایل نقلیه را با هدف کاهش هزینه با حسگرهای شمارشی تعویض می‌کند. پژوهشگران با استفاده از حسگرهای شناسایی وسایل نقلیه و حسگرهای شمارشی یک مدل دومرحله‌ی<sup>[۷]</sup> برای برآورد جریان مسیرها ارائه کرده‌اند، که در آن مرحله‌ی اول به تعبیه‌ی حسگرهای شناسایی وسیله‌ی نقلیه به منظور مشاهده کامل مسیرها اختصاص دارد و مرحله‌ی دوم برخی از حسگرهای شناسایی وسایل نقلیه را با هدف کاهش هزینه نصب با حسگرهای شمارشی تعویض می‌کند. در بررسی‌های بعدی<sup>[۸]</sup> با استفاده از حسگرهای شناسایی وسایل نقلیه به مشاهده کامل و جزئی جریان زوج‌های مبدأ - مقصد و جریان مسیرها پرداخته شده و با استفاده از اطلاعات پیشین، جریان هر مسیر برآورد شده است. همچنین مکان‌یابی حسگرهای شناسایی وسایل نقلیه برای تعیین جریان یک مجموعه‌ی مفروض از مسیرها مطرح شده است<sup>[۹]</sup> و یک مدل بهینه‌سازی برای مشاهده‌ی کامل جریان با هدف کمینه‌سازی تعداد حسگرها ارائه شده است. همچنین یک مدل بهینه‌سازی دیگر به منظور برآورد میزان جریان مسیرها با استفاده از اطلاعات پیشین جریان مسیرها و اطلاعات فعلی میزان جریان کمان‌ها بیان شده است. پژوهشگران بعدها با بسط این مدل، مدلی برای مشاهده‌ی جزئی جریان مسیرها با دو هدف بیشینه‌سازی تعداد مسیرهایی که جریان‌شان به صورت منحصر به فرد به دست می‌آید و کمینه‌سازی تعداد حسگرهای استفاده شده<sup>[۱۰]</sup> مطرح کردند و سپس، آن را به حالت چنددوره‌ی تعمیم دادند و نیز احتمال وجود خطا در اطلاعات به دست آمده از حسگرها را نیز در مدل لحاظ کردند. اگرچه در مدل‌های ذکر شده ترتیب مشاهده‌ی حسگرها لحاظ نشده، این ضعف در مدل بعدی<sup>[۱۱]</sup> برطرف شده است. برای تعبیه‌ی حسگرهای شناسایی وسایل نقلیه، چهار مدل ارائه شده<sup>[۱۲]</sup> که شامل مشاهده‌ی کامل و جزئی جریان مسیرها و زوج‌های مبدأ - مقصد هستند که در مشاهده‌ی کامل، کمینه کردن تعداد حسگرها به منظور شناسایی منحصر به فرد همه‌ی جریان‌های مربوطه را هدف گرفته و در مشاهده‌ی جزئی، هدفش بیشینه‌سازی تعداد مسیرهایی است که جریان‌شان به طور

منحصر به فرد به دست می‌آید. مدل‌های مشابهی نیز بررسی<sup>[۱۳]</sup> و از الگوریتم‌های حریمانه برای حل نمونه‌های بزرگ استفاده شده است. در مطالعات اخیر<sup>[۱۲]</sup> ترتیب مشاهده‌ی حسگرها لحاظ شده است. در نخستین مطالعه مورد اشاره<sup>[۱]</sup> نیز مسئله‌ی مشابهی بررسی شده با این تفاوت که مسیرها بر اساس اهمیت تعیین جریان اولویت‌بندی شده‌اند و از الگوریتم جستجوی ممنوع برای حل استفاده شده است.

در مدل‌هایی که تاکنون برای مسئله‌ی SLP با محدودیت بودجه ارائه شده، به دلیل محدودیت بودجه ممکن است جریان همه‌ی مسیرها به طور منحصر به فرد قابل تشخیص نباشد. در این صورت، می‌گوییم دو مسیر دارای الگوی حسگر یکسان‌اند اگر، مجموعه کمان‌هایی که روی این دو مسیر قرار دارد و شامل حسگر است، مشابه باشند و با ترتیب مشابهی نیز مشاهده شوند. به ازای هر چینش مفروض از حسگرها، می‌توان مجموعه مسیرها را افزایش کرد به طوری که هر دسته افزایش در بردارنده مسیرهایی باشد که الگوی حسگر یکسان دارند. ضعف مدل‌های موجود در ادبیات آن است که به ازای چینش حسگرها که از حل این مدل‌ها به دست می‌آید، عموماً اندازه هر یک از دسته‌های افزایش بسیار بزرگ است در حالی که اگر اندازه دسته‌های افزایش کوچک‌تر باشد، برای مسیرهایی که برآورد دقیق مقدار جریان آنها به طور منحصر به فرد ممکن نیست، تا حدودی می‌توان به برآورد نسبتاً مناسبی دست یافت. به عبارت دیگر هر قدر تعداد مسیرهایی که در یک دسته افزایش قرار می‌گیرند و دارای الگوی حسگر یکسانی هستند، بیشتر باشد میزان جریان برآورد شده برای این دسته از مسیرها دارای دقت بسیار پایینی است و نمی‌توان برآورد خوبی از جریان این دسته از مسیرها ارائه کرد. ما درصدد بیان مدلی هستیم که تا حد امکان تعداد مسیرهایی را که در یک دسته افزایش قرار می‌گیرند کمینه کند تا بتوانیم به برآورد خوبی از جریان مسیرها دست یابیم. نوآوری این مقاله، ارائه‌ی یک مدل بهینه‌سازی چندهدفه در راستای برطرف کردن این ضعف است. در مدل پیشنهادی، هر مسیر با حداقل یک حسگر پوشش داده می‌شود و چندین هدف به ترتیب اولویت بررسی می‌شوند. هدف اول کمینه‌سازی اندازه بزرگ‌ترین دسته افزایش است و با فرض آن که مقدار بهینه‌ی هدف اول  $L$  باشد، اهداف بعدی به ترتیب اولویت، کمینه‌سازی تعداد دسته‌های  $L$  عضو، کمینه‌سازی تعداد دسته‌های  $L-1$  عضو و ... و سرانجام کمینه‌سازی تعداد دسته‌های دوعضوی خواهد بود. قسمت نتایج محاسباتی روی شبکه‌های برگرفته از ادبیات، کارایی مدل پیشنهادی را در مقایسه با مدل‌های قبلی تصدیق می‌کنند. ساختار این مقاله بدین شرح است: در بخش دوم مسئله‌ی SLP تشریح می‌شود. در بخش سوم، ابتدا مدل بهینه‌سازی مطرح شده در ادبیات مرور و سپس در راستای برطرف کردن ضعف آن یک مدل بهینه‌سازی جدید ارائه می‌شود. در بخش چهارم، مدل‌ها روی دو نمونه‌ی واقعی ارزیابی می‌شوند و نهایتاً بخش پنجم به نتیجه‌گیری می‌پردازد.

## ۲. شرح مسئله‌ی SLP

شبکه‌ی حمل‌ونقلی را که با گراف جهت‌دار  $G=(V,A)$  نمایش داده می‌شود، در نظر بگیرید؛ مجموعه‌ی رئوس  $V$  (با اندیس  $i$ )، مبین تقاطع‌ها و مجموعه کمان‌های  $A$  (با اندیس  $a$ ) بیان‌گر جاده‌هاست. مجموعه  $R$  (با اندیس  $r$ ) از مسیرها مفروض است که شناسایی جریان روی آنها مد نظر قرار دارد. به تعداد  $B$  حسگر شناسایی وسیله‌ی نقلیه برای تعبیه روی کمان‌های شبکه در دسترس است. هدف تعیین چینش حسگرهاست به طوری که بتوان به نحو مطلوبی جریان روی مسیرها را برآورد کرد.

و در غیر این صورت صفر است.

مدل مسئله ۱ SLP به صورت زیر است:

$$\max \sum_{r \in R} g_r \quad (1)$$

s.t.

$$\sum_{a \in A} x_a \leq B \quad (2)$$

$$\sum_{a \in A: \rho_{a,r}=1} x_a \geq 1 \quad \forall r \in R \quad (3)$$

$$y'_{rr'} \leq \sum_{a \in A} d_{r,r',a} x_a \quad \forall r, r' \in R : r \neq r' \quad (4)$$

$$y''_{rr'} \leq \sum_{a \in A} \sum_{a' \in A: a < a'} x'_{aa'} (E_{raa'} E_{r'a'a} + E_{ra'a} E_{r'a'a'}) \quad (5)$$

$$\forall r, r' \in R : r \neq r'$$

$$y_{rr'} \leq y'_{rr'} + y''_{rr'} \quad \forall r, r' \in R : r \neq r' \quad (6)$$

$$g_r \leq y_{rr'} \quad \forall r, r' \in R : r \neq r' \quad (7)$$

$$x'_{aa'} \leq x_a \quad \forall a, a' \in A : a < a' \quad (8)$$

$$x'_{aa'} \leq x_{a'} \quad \forall a, a' \in A : a < a' \quad (9)$$

$$x'_{aa'} \geq x_a + x_{a'} - 1 \quad \forall a, a' \in A : a < a' \quad (10)$$

$$x'_{aa'} \in \{0, 1\} \quad \forall a, a' \in A : a < a' \quad (11)$$

$$g_r \in \{0, 1\} \quad \forall r \in R \quad (12)$$

$$y'_{rr'}, y''_{rr'}, y_{rr'} \in \{0, 1\} \quad \forall r, r' \in R : r < r' \quad (13)$$

$$x_a \in \{0, 1\} \quad \forall a \in A \quad (14)$$

تابع هدف ۱ تعداد مسیرهایی که جریان‌شان به صورت منحصر به فرد مشخص می‌شود را بیشینه می‌کند. قید ۲ بیان‌گر محدودیت بودجه است. قید ۳ تضمین می‌کند که هر مسیر با دست‌کم یک حسگر پوشش داده شود. قیود ۴ تا ۶ بیان می‌دارند که دو مسیر  $r$  و  $r'$  الگوی حسگر متفاوت دارند اگر، مجموعه‌ی کمان‌های مجهز به حسگر روی دو مسیر متفاوت باشد یا در صورت یکسان بودن مجموعه کمان‌های مجهز به حسگر، ترتیب مشاهده‌ی این کمان‌ها روی دو مسیر متفاوت باشد. در واقع، قید ۶ متضمن گزاره شرطی زیر است:

$$y_{rr'} = 1 \Rightarrow (y'_{rr'} = 1 \vee y''_{rr'} = 1)$$

قید ۷ بیان‌گر آن است که  $g_r$  تنها در صورتی برابر با یک شود که میزان جریان مسیر  $r$  به صورت متمایز از جریان همه مسیرها  $r' \neq r$  قابل شناسایی باشد. در واقع این قید بازنویسی خطی گزاره زیر است:

$$g_r = 1 \Rightarrow (y_{rr'} = 1 \quad \forall r' \in R : r \neq r')$$

قیود ۸ تا ۱۰ ارتباط بین متغیرهای  $x_a$ ،  $x_{a'}$  و  $x'_{aa'}$  را بیان می‌کنند به طوری که  $x'_{aa'} = x_a x_{a'}$  یعنی اگر روی هر دو کمان  $a$  و  $a'$  حسگر تعبیه شده باشد آن‌گاه مقدار متغیر  $x'_{aa'}$  برابر با ۱ می‌شود و در غیر این صورت مقدار صفر را اختیار می‌کند.

نمادهای مسئله به شرح زیر است:

A: مجموعه کمان‌های شبکه با اندیس a;

R: مجموعه مسیرهایی که شناسایی جریان آنها مدنظر قرار دارد (با اندیس  $(r, r')$ );

B: تعداد حسگرهای در دسترس;

$\rho_{a,r}$ : پارامتر دودویی که اگر مسیر  $r$  شامل کمان  $a$  باشد، ۱ و در غیر این صورت برابر صفر است;

$E_{r,a,a'}$ : پارامتر دودویی که اگر مسیر  $r$  به ترتیب دارای کمان  $a$  و سپس کمان  $a'$  باشد، ۱ و در غیر این صورت صفر است;

$d_{r,r',a}$ : پارامتر دودویی که اگر دقیقاً یکی از مسیرهای  $r$  یا  $r'$  شامل کمان  $a$  باشند، ۱ و در غیر این صورت صفر است.

دو مسئله را مورد بررسی قرار خواهیم داد:

**مسئله ۱ اول:** در این مسئله که به آن تحت SLP۱ اشاره می‌کنیم، لازم است همه مسیرها پوشش داده شوند و هدف، بیشینه‌سازی تعداد مسیرهایی است که مقدار جریان‌شان به طور منحصر به فرد به دست می‌آید.

**مسئله ۱ دوم:** در این مسئله که به آن تحت SLP۲ اشاره می‌کنیم، لازم است همه مسیرها پوشش داده شوند و چندین هدف به ترتیب اولویت بررسی می‌شوند. هدف اول کمیته‌سازی اندازه بزرگ‌ترین دسته افزاز است و با فرض آن که مقدار بهینه‌ی هدف اول  $L$  باشد، اهداف بعدی به ترتیب اولویت، کمیته‌سازی تعداد دسته‌های  $L$  عضوی، کمیته‌سازی تعداد دسته‌های  $L-1$  عضوی و ... و سرانجام کمیته‌سازی تعداد دسته‌های دو عضوی خواهد بود. در ادامه به فرمول‌بندی مسائل فوق می‌پردازیم که مدل اول برگرفته از مطالعات قبلی<sup>[۱۲]</sup> و مدل دوم پیشنهادی ماست که الهام گرفته از ایده‌ی است که در خصوص تعبیه‌ی حسگرها در شبکه‌ی آب<sup>[۱۳]</sup> مطرح شده است.

### ۳. فرمول‌بندی مسئله

#### ۳.۱. مدل مسئله ۱ SLP

در این مسئله لازم است B حسگر به گونه‌ی روی کمان‌ها تعبیه شوند که همه‌ی مسیرها پوشش داده شوند و هدف، بیشینه‌سازی تعداد مسیرهایی است که مقدار جریان‌شان به طور منحصر به فرد به دست می‌آید. متغیرهای تصمیم را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$x_a$ : متغیر دودویی که اگر حسگر شناسایی وسایل نقلیه روی کمان  $a$  تعبیه شود، ۱ و در غیر این صورت صفر است.

$x'_{aa'}$ : متغیر دودویی که اگر هر دو کمان  $a$  و  $a'$  دارای حسگر باشند، ۱ و در غیر این صورت صفر است.

$g_r$ : متغیر دودویی که اگر جریان مسیر  $r$  به صورت منحصر به فرد مشخص شود، ۱ و در غیر این صورت صفر است.

$y_{rr'}$ : متغیر دودویی که اگر مسیرهای  $r$  و  $r'$  دارای الگوی حسگر متفاوت باشند، ۱ و در غیر این صورت، صفر است.

$y'_{rr'}$ : متغیر دودویی که اگر یک کمان دارای حسگر  $a$  وجود داشته باشد به طوری که مسیر  $r'$  یا مسیر  $r$  و نه هر دوی اینها شامل کمان  $a$  باشد، ۱ و در غیر این صورت صفر است.

$y''_{rr'}$ : متغیر دودویی که اگر یک جفت کمان  $a$  و  $a'$  دارای حسگر وجود داشته باشند به طوری که مسیرهای  $r$  و  $r'$  با ترتیب‌های متفاوتی این دو کمان را شامل باشند، ۱

### ۲.۳. مدل مسئله‌ی SLP۲ (مدل پیشنهادی)

در مدل SLP۱ به دلیل محدودیت بودجه ممکن است جریان همه‌ی مسیرها به طور منحصر به فرد قابل تشخیص نباشد. در این صورت، می‌گوییم دو مسیر دارای الگوی حسگر یکسان هستند اگر، کمان‌های شامل حسگر که روی این دو مسیر قرار دارند مشابه باشند و با ترتیب مشابهی نیز مشاهده شوند. به ازای هر چینش مفروض از حسگرها، می‌توان مجموعه مسیرها را افزایش کرد به طوری که هر دسته افزایش در بردارنده‌ی مسیرهایی باشد که الگوی حسگر یکسان دارند. در چینش حسگرها که از جواب بهینه‌ی مدل SLP۱ به دست می‌آید، عموماً اندازه هر یک از دسته‌های افزایش بسیار بزرگ است. برای روشن شدن بحث، فرض کنید برآورد جریان پنج مسیر مد نظر قرار دارد. فرض کنید به ازای یک چینش از حسگرها، بر اساس اطلاعات ثبت شده توسط حسگرها، دستگاه خطی زیر حاصل شده است که در آن  $f_r$  میزان جریان مسیر  $r$  است:

$$f_1 + f_2 + f_3 + f_4 = 35, f_5 = 8$$

و فرض کنید به ازای یک چینش دیگر از حسگرها، دستگاه خطی زیر حاصل شود:

$$f_1 + f_3 = 20, f_2 + f_4 = 15, f_5 = 8$$

در دستگاه اول بزرگ‌ترین دسته افزایش، ۴ عضوی و در دستگاه دوم ۲ عضوی است و بدیهی است که دستگاه حاصل از چینش دوم مناسب‌تر است، زیرا اگرچه هر دو دستگاه جواب منحصر به فرد ندارند ولی دستگاه دوم برآورد بهتری از جریان‌ها می‌دهد و می‌توان با در نظر گرفتن نظر کارشناسان تا حدی به تقریب مناسبی دست یافت. اکنون، در راستای برطرف کردن نقاط ضعف مدل قبل، در این قسمت به ارائه‌ی یک مدل بهینه‌سازی جدید می‌پردازیم که در آن چندین هدف به ترتیب اولویت بررسی می‌شوند. هدف اول کمیته‌سازی اندازه‌ی بزرگ‌ترین دسته‌ی افزایش است. سپس، با فرض آن که مقدار بهینه‌ی هدف اول  $L$  باشد، اهداف بعدی به ترتیب اولویت، کمیته‌سازی تعداد دسته‌های  $L$  عضوی، کمیته‌سازی تعداد دسته‌های  $L-1$  عضوی، و سرانجام کمیته‌سازی تعداد دسته‌های دو عضوی خواهد بود. این تذکر لازم است که اهداف مذکور با یکدیگر در تضاد هستند. به عنوان مثال، کمیته‌سازی اندازه بزرگ‌ترین دسته افزایش (هدف اول) سبب افزایش تعداد دسته‌های با اندازه  $L$ ، خواهد شد یا مثلاً کمیته‌سازی تعداد دسته‌ها با اندازه  $L$  (هدف دوم)، اندازه دسته‌ها با اندازه‌های کوچک‌تر را افزایش خواهد داد. برای فرمول‌بندی مسئله، علاوه بر متغیرهای قبلی، متغیرهای زیر را تعریف می‌کنیم:

$\gamma_{r,r'}$ : متغیر دودویی که اگر مسیرهای  $r$  و  $r'$  متعلق به یک دسته افزایش باشند مقدار آن ۱، و در غیر این صورت صفر است.  $r, r' \in R : r \neq r'$ ;  
 $\eta_r$ : متغیر دودویی که اگر  $r$  نماینده‌ی یکی از دسته‌های افزایش باشد مقدار آن ۱ و در غیر این صورت صفر است (کوچک‌ترین اندیس مسیر هر دسته را به عنوان نماینده آن دسته معرفی می‌کنیم)  $r \in R$ ;  
 $q_r$ : متغیر پیوسته و نامنفی مبین تعداد اعضای دسته‌ی  $r$  است که  $r$  نماینده آن است.  $r \in R$

ابتدا مسئله‌ی زیر که به آن تحت عنوان SLP۲-۱ اشاره می‌کنیم حل می‌شود که در آن اندازه بزرگ‌ترین دسته افزایش کمیته می‌شود.

$$\min f_1 = \max_{r \in R} (q_r) \quad (15)$$

$$s.t. (14), (11), (9), (10), (8), (3), (2)$$

$$\sum_{a \in A} d_{r,r',a} x_a + \sum_{a \in A} \sum_{a' \in A: a < a'} x'_{aa'} (E_{raa'} E_{r'a'a} + E_{ra'a} E_{r'aa'}) \leq M (1 - \gamma_{r,r'}) \quad \forall r, r' \in R : r \neq r' \quad (16)$$

$$\sum_{a \in A} d_{r,r',a} x_a + \sum_{a \in A} \sum_{a' \in A: a < a'} x'_{aa'} (E_{raa'} E_{r'a'a} + E_{ra'a} E_{r'aa'}) + \gamma_{r,r'} \geq 1 \quad \forall r, r' \in R : r \neq r' \quad (17)$$

$$\eta_1 = 1 \quad (18)$$

$$\sum_{r' \in R: r' < r} \gamma_{r',r} \geq 1 - \eta_r \quad \forall r \in R \quad (19)$$

$$q_r \geq 1 + \sum_{r' \in R: r' < r} \gamma_{r,r'} - |R| (1 - \eta_r) \quad \forall r \in R \quad (20)$$

$$\gamma_{r,r'} \in \{0, 1\} \quad \forall r, r' \in R : r \neq r' \quad (21)$$

$$\eta_r \in \{0, 1\}, q_r \geq 0 \quad \forall r \in R \quad (22)$$

تابع هدف ۱۵، اندازه بزرگ‌ترین دسته افزایش را کمیته می‌کند. قیود ۱۶ و ۱۷ برقراری گزاره‌ی دوطرفه‌ی زیر را تضمین می‌کنند که مبین آن است که دو مسیر  $r$  و  $r'$  الگوی حسگر مشابهی خواهند داشت اگر و تنها اگر کمان‌های شامل حسگر که روی این دو مسیر قرار دارند مشابه باشند و با ترتیب مشابهی نیز ملاقات شوند.

$$\gamma_{r,r'} = 1 \Leftrightarrow$$

$$\sum_{a \in A} d_{r,r',a} x_a + \sum_{a \in A} \sum_{a' \in A: a < a'} x'_{aa'} (E_{raa'} E_{r'a'a} + E_{ra'a} E_{r'aa'}) \leq 0$$

که در آن  $M$  یک عدد مثبت و به اندازه کافی بزرگ است و می‌تواند برابر باشد با:

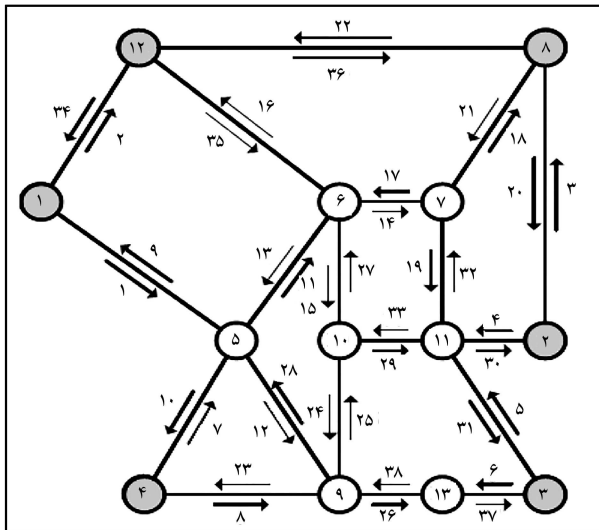
$$M = \sum_{a \in A} d_{r,r',a} + \sum_{a \in A} \sum_{a' \in A: a < a'} (E_{raa'} E_{r'a'a} + E_{ra'a} E_{r'aa'})$$

عضوی از هر دسته افزایش که کوچک‌ترین اندیس را در میان اعضای آن دسته دارد به عنوان نماینده‌ی دسته در نظر می‌گیریم. قیود ۱۸ تا ۲۰ بیان‌گر آن هستند که کدام مسیرها نماینده‌اند. قید ۱۸ نشان می‌دهد که مسیر ۱ حتماً نماینده یک دسته است و قید ۱۹ خطی شده‌ی گزاره زیر است و می‌گوید اگر مسیر  $r$  کوچک‌ترین اندیس یک دسته باشد آنگاه آن مسیر به عنوان نماینده آن دسته است.

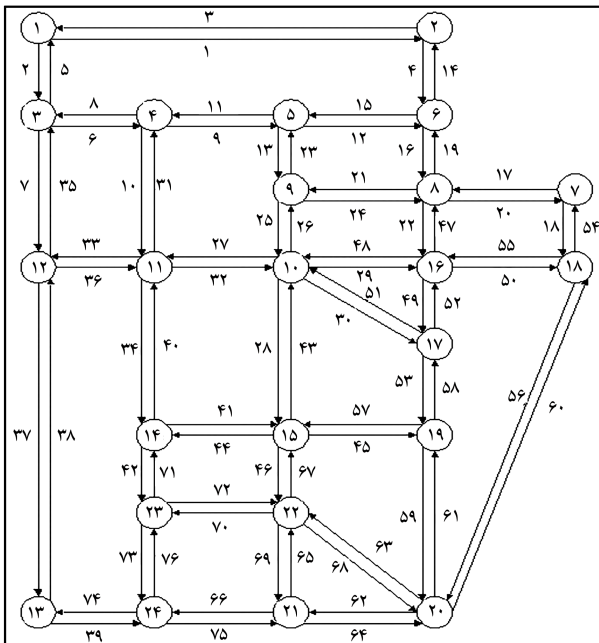
$$\sum_{r' \in R: r' < r} \gamma_{r',r} \leq 0 \Rightarrow \eta_r = 1$$

قید ۲۰ مبین تعداد مسیرهای موجود در هر دسته و خطی شده‌ی گزاره زیر است. قیود ۲۱ و ۲۲ نوع متغیرها را بیان می‌کنند.

$$\eta_r = 1 \Rightarrow q_r \geq 1 + \sum_{r' \in R: r' < r} \gamma_{r',r}$$



شکل ۱. شبکه‌ی Nguyen-Dupuis [۸]



شکل ۲. شبکه‌ی Sioux-Falls [۸]

دو شبکه، اطلاعات مسیرها بر گرفته از مطالعه‌ی موجود [۸] بوده است. شکل ۱ نمایانگر شبکه‌ی Nguyen-Dupuis و شکل ۲ مبین شبکه‌ی Sioux-Falls است.

جدول ۱ نتایج مربوط به پیاده‌سازی مدل‌های SLP۱ و SLP۲ را برای شبکه‌ی Nguyen-Dupuis و جدول ۲ همین اطلاعات را برای شبکه‌ی Sioux-Falls نشان می‌دهد. در این جداول، ستون با برچسب B، تعداد حسگرهای در دسترس و ستون با برچسب مدل، نوع مدل را نشان می‌دهد. در ستون با برچسب زمان، زمان حل مدل با بهینه‌یاب CPLEX بر حسب ثانیه درج شده است. در مورد مدل SLP۲، این زمان شامل دو قسمت است که به ترتیب مبین زمان حل مدل SLP۲-۱ و SLP۲-۲ هستند. همان‌طور که ملاحظه می‌شود، زمان حل مدل SLP۲ از SLP۱ بیشتر است اما مدل SLP۲ منجر به دسته‌های افزایش مناسب‌تری می‌شود.

با فرض آن که L مقدار بهین تابع هدف مدل SLP۲-۱ باشد (مقدار کمینه برای اندازه بزرگ‌ترین دسته افزایش)، با حل مدل زیر، به ترتیب اولویت، ابتدا تعداد دسته‌های L عضوی، تا تعداد دسته‌های دو عضوی کمینه می‌شوند. به این مدل تحت عنوان SLP۲-۲ اشاره می‌کنیم.

$$\min f_r = \sum_{k=0}^L \sum_{r \in R} w_k \beta_{r,k} \quad (23)$$

$$s.t. (2), (3), (8), (9), (10), (11), (14), (16) - (22)$$

$$\sum_{k=0}^L k \beta_{r,k} = q_r \quad \forall r \in R \quad (24)$$

$$\sum_{k=0}^L \beta_{r,k} = 1 \quad \forall r \in R \quad (25)$$

$$\beta_{r,k} \in \{0, 1\} \quad \forall r \in R, \quad \forall k = 0, 1, 2, \dots, L \quad (26)$$

در این مدل، متغیر  $\beta_{r,k}$  چنین تعریف می‌شود:

«متغیر دودویی که اگر تعداد اعضای دسته‌ی  $r$  که نماینده‌اش  $k$  باشد آن‌گاه این متغیر برابر با یک می‌شود در غیر این صورت صفر است. دقت کنید که اگر  $r$  نماینده دسته‌ی نباشد، متغیر  $\beta_{r,0}$  مقدار یک اختیار می‌کند»:

$$r \in R, k \in \{0, 1, 2, \dots, L\}$$

تابع هدف ۲۳، به ترتیب اولویت، ابتدا به کمینه‌سازی تعداد دسته‌های L عضوی، سپس به کمینه‌سازی تعداد دسته‌های L-۱ عضوی می‌پردازد. . . و سرانجام تعداد دسته‌های دو عضوی را کمینه می‌کند. پارامتر  $w_k$  نماینده وزن اهداف است که با تنظیم آنها روی مقادیر زیر، اولویت‌بندی مذکور رعایت می‌شود:

$$w_L = 1, w_k = \frac{k}{\text{card}(r)} w_{k+1} \quad \forall k = 1, \dots, L-1$$

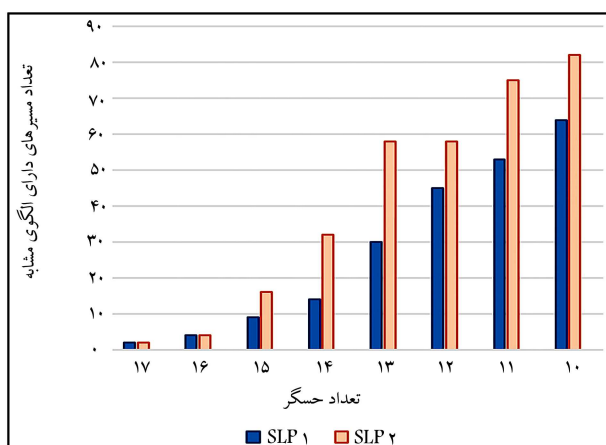
قیود ۲۴ و ۲۵ ارتباط بین تعداد اعضای هر دسته و متغیر  $\beta_{r,k}$  را بیان می‌کنند. این تذکر لازم است که در قیود و متغیرهای مسئله‌ی SLP۲، می‌توان به جای استفاده از شرط  $r' \neq r$  از شرط  $r < r'$  استفاده کرد.

#### ۴. نتایج محاسباتی

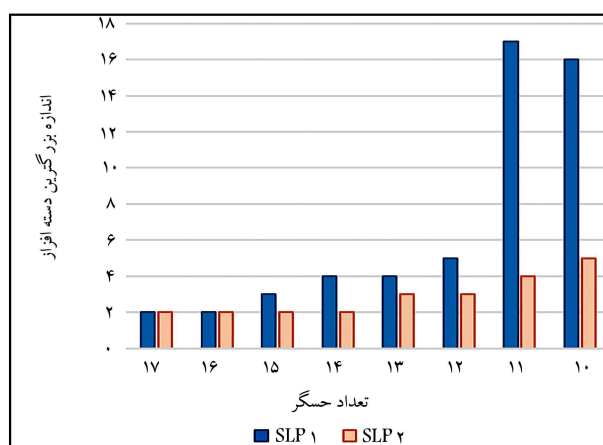
همان‌طور که قبلاً گفته شد، در مدل یک هدفه SLP۱ که قبلاً در ادبیات مطرح شده است، تعداد مسیرهایی که الگوی حسگری یکسانی دارند و در یک دسته افزایش قرار می‌گیرند، به شدت بزرگ است و هرچه اندازه دسته‌های افزایش بزرگ باشد، قادر نخواهیم بود به برآورد مناسبی از میزان جریان ترافیکی مسیرها دست یابیم. بنابراین مدل چندهدفه‌ی SLP۲ را ارائه کردیم که هدف اول آن کمینه‌سازی اندازه‌ی بزرگ‌ترین دسته افزایش است؛ با فرض آنکه مقدار بهینه‌ی هدف اول L باشد، اهداف بعدی به ترتیب اولویت، کمینه‌سازی تعداد دسته‌های L عضوی، کمینه‌سازی تعداد دسته‌های L-۱ عضوی و . . . و سرانجام کمینه‌سازی تعداد دسته‌های دو عضوی است. در این قسمت، به ارزیابی اهمیت مدل جدید SLP۲ در مقایسه با مدل SLP۱ روی دو شبکه‌ی Nguyen-Dupuis و Sioux-Falls می‌پردازیم. شبکه‌ی Nguyen-Dupuis، شامل ۱۳ رأس، ۳۸ کمان و ۵۰ مسیر است. و برای بودجه هفت حالت  $B \in \{11, 12, \dots, 17\}$  ارزیابی شده است. شبکه‌ی Sioux-Falls شامل ۲۴ رأس، ۷۶ کمان و ۹۲ مسیر است. و برای بودجه‌ی هشت حالت  $B \in \{10, 11, \dots, 17\}$  ارزیابی شده است. در هر

جدول ۱. نتایج مربوط به شبکه‌ی Nguyen-Dupuis.

B	مدل	زمان حل (ثانیه)	تعداد مسیرها با الگوهای مشابه	دسته‌های ایجاد شده
۱۷	SLP۱	۰/۶	۳	یک دسته ۳ عضوی، چهل و هفت دسته ۱ عضوی
۱۷	SLP۲	۰/۹+۶/۶	۴	دو دسته ۲ عضوی، چهل و شش دسته ۱ عضوی
۱۶	SLP۱	۰/۵	۶	دو دسته ۳ عضوی، چهل و چهار دسته ۱ عضوی
۱۶	SLP۲	۰/۸+۵/۵	۸	چهار دسته ۲ عضوی، چهل و دو دسته ۱ عضوی
۱۵	SLP۱	۱/۶	۱۲	دو دسته ۳ عضوی، سه دسته ۲ عضوی، سی و هشت دسته ۱ عضوی
۱۵	SLP۲	۲/۷+۶/۸	۱۶	هشت دسته ۲ عضوی، سی و چهار دسته ۱ عضوی
۱۴	SLP۱	۱/۴	۱۸	دو دسته ۳ عضوی، شش دسته ۲ عضوی، سی و دو دسته ۱ عضوی
۱۴	SLP۲	۰/۹+۶/۶	۳۲	شانزده دسته ۲ عضوی، هجده دسته ۱ عضوی
۱۳	SLP۱	۷/۱	۲۴	یک دسته ۱۰ عضوی، یک دسته ۷ عضوی، یک دسته ۴ عضوی، یک دسته ۱ عضوی
۱۳	SLP۲	۱/۸+۱۱	۳۵	سه دسته ۳ عضوی، ۱۳ دسته ۲ عضوی، پانزده دسته ۱ عضوی
۱۲	SLP۱	۱/۲	۲۸	یک دسته ۱۱ عضوی، یک دسته ۸ عضوی، یک دسته ۴ عضوی، یک دسته ۱ عضوی
۱۲	SLP۲	۱/۵+۸/۲	۳۸	یک دسته ۳ عضوی، یک دسته ۲ عضوی، بیست و دو دسته ۱ عضوی
۱۱	SLP۱	۱	۳۴	یک دسته ۱۱ عضوی، یک دسته ۸ عضوی، یک دسته ۴ عضوی، یک دسته ۱ عضوی
۱۱	SLP۲	۲+۹	۴۴	چهار دسته ۴ عضوی، چهار دسته ۳ عضوی، هشت دسته ۲ عضوی، شش دسته ۱ عضوی



شکل ۴. تعداد مسیرهای دارای الگوی حسگر مشابه.



شکل ۳. بزرگ‌ترین دسته افراز.

## ۵. نتیجه‌گیری و ارائه‌ی پیشنهادهایی برای تحقیقات آتی

در این نوشتار، بعد از بررسی ضعف مدل‌های موجود، مدل بهبود یافته‌ی SLP۲ ارائه شد. همان‌طور که در نتایج ملاحظه شد، تعداد دسته‌های افراز با اندازه‌های بزرگ در جوابی که از مدل SLP۲ حاصل می‌شود، بسیار کوچک‌تر است و این امر سبب می‌شود که بر اساس نظر کارشناسان حمل‌ونقل و ترافیک بتوان

شکل‌های ۳ و ۴ نمایان‌گر اطلاعات حاصل از پیاده‌سازی مدل‌های SLP۱ و SLP۲ روی شبکه‌ی Sioux-Fall است. شکل ۳ اندازه‌ی بزرگ‌ترین دسته افراز را در هر مدل به ازای مقادیر مختلف بودجه نشان می‌دهد و شکل ۴ به مقایسه دو مدل از نظر تعداد مسیرهایی که جریان آنها به طور منحصر به فرد به دست نمی‌آید، می‌پردازد.

جدول ۲. نتایج مربوط به شبکه‌ی Sioux-Falls.

B	مدل	زمان حل (ثانیه)	تعداد مسی‌رها با الگوهای مشابه	دسته‌های ایجاد شده
۱۷	SLP۱	۱۱۸۹	۲	یک دسته ۲ عضوی، نود دسته ۱ عضوی
۱۷	SLP۲	۵۳۸+۵۸۵۰	۲	یک دسته ۲ عضوی، نود دسته ۱ عضوی
۱۶	SLP۱	۷۷۴	۴	دو دسته ۲ عضوی، هشتادوهشت دسته ۱ عضوی
۱۶	SLP۲	۱۱۱+۷۲۰۰	۴	دو دسته ۲ عضوی، هشتادوهشت دسته ۱ عضوی
۱۵	SLP۱	۷۸۰	۹	یک دسته ۳ عضوی، سه دسته ۲ عضوی، هشتادوسه دسته ۱ عضوی
۱۵	SLP۲	۹۰۴+۷۲۰۰	۱۶	هشت دسته ۲ عضوی، هفتادوشش دسته ۱ عضوی
۱۴	SLP۱	۶۱۰	۱۴	دو دسته ۴ عضوی، دو دسته ۳ عضوی، هفتادوهشت دسته ۱ عضوی
۱۴	SLP۲	۹۲۴+۷۲۰۰	۳۲	شانزده دسته ۲ عضوی، شصت دسته ۱ عضوی
۱۳	SLP۱	۷۰۰	۳۰	یک دسته ۴ عضوی، دو دسته ۳ عضوی، ده دسته ۲ عضوی، شصت و دو دسته ۱ عضوی
۱۳	SLP۲	۴۷۰۸+۷۲۰۰	۵۸	چهار دسته ۳ عضوی، بیست و سه دسته ۲ عضوی، سی و چهار دسته ۱ عضوی
۱۲	SLP۱	۶۲۰	۴۵	دو دسته ۵ عضوی، یک دسته ۴ عضوی، پنج دسته ۳ عضوی، هشت دسته ۲ عضوی، چهل و هفت دسته ۱ عضوی
۱۲	SLP۲	۴۲۴۳+۴۶۹۱	۵۸	ده دسته ۳ عضوی، چهارده دسته ۲ عضوی، سی و چهار دسته ۱ عضوی
۱۱	SLP۱	۳۱۱	۵۳	یک دسته ۱۷ عضوی، یک دسته ۸ عضوی، دو دسته ۶ عضوی، دو دسته ۴ عضوی، چهار دسته ۲ عضوی، سی و نه دسته ۱ عضوی
۱۱	SLP۲	۱۰۵۸+۲۱۳۷	۷۵	سه دسته ۴ عضوی، یازده دسته ۳ عضوی، پانزده دسته ۲ عضوی، هفده دسته ۱ عضوی
۱۰	SLP۱	۲۳۲	۶۴	یک دسته ۱۶ عضوی، دو دسته ۹ عضوی، یک دسته ۵ عضوی، دو دسته ۴ عضوی، سه دسته ۳ عضوی، چهار دسته ۲ عضوی، بیست و هشت دسته ۱ عضوی
۱۰	SLP۲	۵۷۲+۷۰۷	۸۲	چهار دسته ۵ عضوی، سه دسته ۴ عضوی، دوازده دسته ۳ عضوی، هفت دسته ۲ عضوی، ده دسته ۱ عضوی

می‌یابد، در نتیجه با استفاده از اطلاعات پیشین جریان مسی‌رها و نظر کارشناسان حمل و نقل و ترافیک، می‌توان به برآورد مناسبی از میزان جریان مسی‌رها دست یافت.

به دلیل بالا بودن زمان حل مستقیم مسائل SLP، ارائه‌ی یک روش حل مناسب مبتنی بر ساختار مسئله‌ی SLP۲ به عنوان کار آتی پیشنهاد می‌شود.

### تقدیر و تشکر

این مقاله مورد حمایت مادی و معنوی مرکز مطالعات و برنامه‌ریزی شهر تهران قرار گرفته است.

به برآورد خوبی از جریان روی مسی‌رها دست یافت. به عنوان مثال، با توجه به جدول ۲، با در دسترس بودن ۱۱ حسگر و حل مدل SLP۱، یک دسته ۱۷ عضوی، یک دسته ۸ عضوی، دو دسته ۶ عضوی، دو دسته ۴ عضوی، چهار دسته ۲ عضوی و سی و نه دسته ۱ عضوی حاصل می‌شود که به دلیل ایجاد دسته‌هایی با اندازه‌های بزرگ (دسته ۱۷ عضوی، دسته ۸ عضوی و دسته ۶ عضوی) نمی‌توان به برآورد مناسبی از میزان جریان مسی‌رها دست یافت، درحالی که با در نظر گرفتن ۱۱ حسگر و با استفاده از مدل SLP۲، اندازه دسته‌های افزاز به شدت کاهش می‌یابد و در این حالت سه دسته ۴ عضوی، یازده دسته ۳ عضوی، پانزده دسته ۲ عضوی و ۱۷ دسته ۱ عضوی ایجاد می‌شود. بنابراین با استفاده از مدل SLP۲ تا حد امکان اندازه دسته‌های افزاز کاهش

### پانویس‌ها

1. counting sensors

2. vehicle identification sensors
3. license plate readers

## (References) منابع

1. Cerrone, C., Cerulli, R. and Gentili, M. "Vehicle-ID sensor location for route flow recognition: models and algorithms," *European Journal of Operational Research*, **247**2, pp. 618-629 (2015).
2. Gentili, M. and Mirchandani, P.B. "Locating sensors on traffic networks: models, challenges and research opportunities," *Transportation Research Part C*, **24**, pp. 227-255 (2012).
3. Castillo, E., Nogal, M., Rivas, A. and et al. "Observability of traffic networks. optimal location of counting and scanning devices," *Transportmetrica B: Transport Dynamics*, **11**, pp. 68-102 (2013).
4. Viti, F., Rinaldi, M., Corman, F. and et al. "Assessing partial observability in network sensor location problems," *Transportation Research Part B*, **70**, pp. 65-89 (2014).
5. Larsson, T., Lundgren, J.T. and Peterson, A. "Allocation of link flow detectors for origin-destination matrix estimation – a comparative study," *Computer-Aided Civil and Infrastructure Engineering*, **25**2, pp. 116-131 (2010).
6. Shan, D., Sun, X., Liu, J. and et al. "Optimization of scanning and counting sensor layout for full route observability with a bi-level programming model," *MDPI*, **18**7, pp. 2286 (2018).
7. Fu, C., Zhu, N., Ling, S. and et al. "Heterogeneous sensor location model for path reconstruction," *Transportation Research Part B*, **91**, pp. 77-97 (2016).
8. Minguez, S., Sánchez-Cambronero, E., Castillo, E. and et al. "Optimal traffic plate scanning location for OD trip matrix and route estimation in road networks," *Transportation Research Part B*, **44**2, pp. 282-298 (2010).
9. Castillo, E., Menéndez, J.M. and Jiménez, P. "Trip matrix and path flow reconstruction and estimation based on plate scanning and link observations," *Transportation Research Part B*, **42**5, pp. 455-481 (2008).
10. Castillo, E., Gallego, I., Menéndez, J.M. and et al. "Optimal use of plate-scanning resources for route flow estimation in traffic networks," *IEEE Transactions On Intelligent Transportation Systems*, **11**2, pp. 380-391 (2010).
11. Cerulli, R., Gentili, M. and Sbordone, F. "Sensor location for route identification on a transportation network," *In Proceedings of the INFORMERS 2009 Meeting*, San Diego (2009).
12. Hadavi, M. and Shafahi, Y. "Vehicle identification sensor models for original-destination estimation," *Transportation Research Part B*, **89**0, pp. 82-106 (2016).
13. Hadavi, M. and Shafahi, Y. "Vehicle identification sensors location problem for large networks," *Journal of Intelligent Transportation Systems*, **23**4, pp.1-15(2018).
14. Hooshmand, F., Amerehi, F. and MirHassani, S A. "Logic-based benders decomposition algorithm for contamination detection problem in water networks," *Computers and Operations Research*, **11**5, pp. 1-17 (2020).