

مدل سازی ریاضی برای گروه بندی ماشین‌ها در سیستم‌های هدایت شونده خودکار زوجی براساس «استراتژی جریان متوازن»

رضا توکلی‌نقدم (دانشیار)

گروه مهندسی صنایع، پردیس دانشکده‌های فنی، دانشگاه تهران

میربهادر قلی آربازاد (استاد)

دانشکده‌ی مهندسی صنایع، دانشگاه علم و صنعت ایران

حامد کاظمی‌بور (دانشجوی دکتری)

گروه مهندسی صنایع، دانشگاه آزاد اسلامی، واحد پرند

امیر صالحی‌بور (دانشجوی دکتری)

گروه مهندسی صنایع، دانشگاه تربیت مدرس

در سیستم باربران خودکار زوجی ایستگاه‌های کاری به چند ناحیه‌ی غیر هم‌پوشان تقسیم، و به هر ناحیه یک با برخودکار تخصیص می‌یابد. در برنامه‌ریزی چنین سیستمی موارد مختلفی از جمله تقسیم‌بندی ایستگاه‌های کاری، تعیین مکانی برای تأسیس ایستگاه‌های انتقال بین حلقه‌های مجاور، جهت جریان در هر حلقه، و... مطرح می‌شود. یکی از موارد حائز اهمیت در چنین سیستمی نوهدی تقسیم‌بندی ماشین‌ها به گروه‌های غیر هم‌پوشان، با در نظر گرفتن جریان بین و میان‌حلقوی است. در این نوشتار، با استفاده از «استراتژی جریان متوازن» یک برنامه‌ریزی غیرخطی عدد صحیح ۱ مدل برای گروه بندی ماشین‌ها در سیستم باربران خودکار زوجی، برای کمینه‌سازی هزمان جریان‌های درون حلقوی و بین حلقوی مبتنی بر سیستم‌های تولید سلولی^۱ و استراتژی حلقه‌های متوازن^۲ ارائه می‌شود. سپس با توجه به پیچیدگی مدل ریاضی با کمک الگوریتم شبیه‌سازی تبرید^۳ (SA) و با استفاده از توابع جریمه روش حلی برای مدل پیشنهادی ارائه می‌شود. مدل ریاضی بیان شده، توسط نرم افزار Lingo 8 و الگوریتم SA پیشنهادی برای چند مسئله‌ی کوچک که به طور تصادفی تهی شده‌اند، حل و برآسان تابع هدف و زمان محاسبات با یکدیگر مقایسه می‌شوند. در انتها نیز با توجه به الگوریتم شبیه‌سازی تبرید نتایج محاسباتی برای مثال‌های بیشتر ارائه می‌شود.

tavakoli@ut.ac.ir
mirarya@just.ac.ir
hkazemipoor@yahoo.com
asalehipour@ymail.com

وازگان کلیدی: باربران خودکار زوجی، برنامه‌ریزی ریاضی، حداقل سازی جریان، سیستم تولید سلولی.

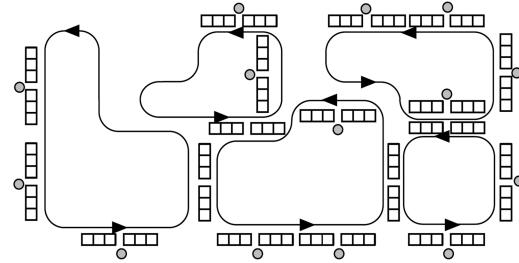
۱. مقدمه

چیدمان سنتی (شکل ۱)، تلفیقی از سیستم‌های کوتاه‌ترین مسیر دو طرفه و تک حلقه‌ی یک طرفه‌ی مطرح شده در سیستم‌های AGV است.^[۱] با توجه به تعاریف انجام شده تعداد AGV های مورد نیاز در این سیستم برابر تعداد حلقه‌ها است. با توجه به شکل‌های ۱ و ۲، در سیستم‌های زوجی نکات گوناگونی مطرح می‌شود که در این نوشتار یکی از این نکات با عنوان «نحوه‌ی گروه‌بندی ماشین‌ها» مورد بررسی قرار خواهد گرفت. از جمله مزایایی که برای سیستم باربران خودکار زوجی مطرح شده است می‌توان به موارد زیر اشاره کرد:^[۲]

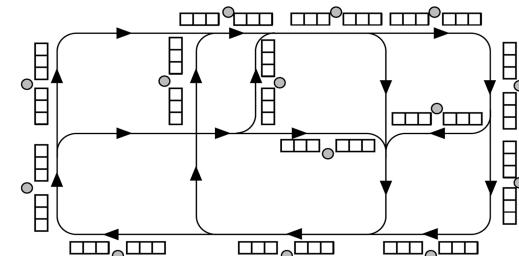
- ساده‌سازی کنترل در هر حلقه به دلیل استفاده از یک AGV در هر حلقه؛
- حذف تداخل‌ها و مشکلات ترافیکی؛
- تعیین مکان بهینه‌ی تسهیلات برای هر ایستگاه کاری؛

الگوریتم پیشنهادی شان را در مقابل الگوریتم‌های دیگر مورد بررسی قرار دادند. در ادامه، شالابی و همکاران در ادامه یک الگوریتم دو مرحله‌ی برای گروه‌بندی ماشین‌ها در سیستم AGV ارائه دادند.^[۱۲] در مرحله‌ی اول تولید حلقه و ارزیابی آن، و در مرحله دوم حل دقیق مدل ریاضی به منظور انتخاب حلقه‌ها گنجانیده است. الگوریتم پیشنهادی شامل سه هدف کلی است: کمینه‌سازی کل هزینه‌ی حمل و نقل، کمینه‌سازی حداکثر بارکاری سیستم، و کمینه‌سازی تعداد سفرهای میان حلقوی. لیو فقط از یک چارچوب تحلیلی به منظور تولید شکل تقسیم شده در سیستم AGV و تعیین مکان ایستگاه‌های ترانزیتی میان سلولی استفاده کرد.^[۱۳]

لپورته با استفاده از روش فراابتکاری جست‌وجوی ممنوع^۶، الگوریتمی را برای طراحی سیستم AGV ارائه کرد.^[۱۴] برای این منظور وی ابتدا با استفاده از روش‌های موجود یک پاسخ اولیه برای چیدمان زوجی تولید کرد، و سپس با هدف کمینه‌سازی بیشترین بارکاری و با استفاده از الگوریتم TS جواب‌هایی با کیفیت بالا برای مسئله‌ی چیدمان زوجی به دست آورد. پاسخ‌هایی که فراهایی و همکارانش در این خصوص -- با استفاده از الگوریتم ترکیبی GA-TS -- به دست آورد بهتر بود.^[۱۵] عرب و همکاران در بخش اول یک نوشتار دوقسمتی، با استفاده از الگوریتم TS به عنوان روش جست‌وجوی همسایگی روشنی برای تعیین طراحی بهینه در سیستم‌های تک حلقه‌بی ارائه کردند.^[۱۶] در بخش دوم نیز با استفاده از تقسیم‌بندی سلسه‌مراتبی و ضریب تشابه^۷ روشی برای تقسیم‌بندی بخش‌های کاری در سیستم AGV مطرح کردند. تحقیقات درمورد سیستم‌های AGV در زمینه‌هایی نظر تعیین مکان ایستگاه‌های ترانزیتی نیز انجام شده است. به طور مثال، هانگ الگوریتمی برای یافتن یک نقطه‌ی بهینه انتقال در هر ناحیه معرفی کرد.^[۱۷] وی فرض کرد که در چیدمان و ماشین‌های موجود در هر حلقه، چیدمان حلقه‌ها در کنار هم معلوم و جریان در حلقه‌ها در یک جهت باشد. سپس با استفاده از فرضیات و ماتریس جریان میان ماشین‌های حلقوی به حل ریاضی برای یافتن یک نقطه‌ی بهینه انتقال بار میان حلقه‌ها پرداخت و با استفاده از آن یک الگوریتم ریاضی برای یافتن ایستگاه ترانزیتی در هر حلقه با کمترین هزینه برای انتقال ارائه کرد. اولین نوآوری نوشتار حاضر را می‌توان در استفاده از راهکار ایجاد جریان متوازن میان حلقه‌ها (که به شکل‌گیری حلقوی مدلی تحلیلی که بررسی AGV در یک حلقه می‌پردازد، مورد مطالعه قرار گرفته است.^[۱۸] وین و ایگبلو یک چیدمان زوجی با مسیر متغیر را برای سیستم AGV طراحی کردند و نشان دادند که تقسیم‌بندی ماشین‌ها در سیستم زوجی AGV به طور مستقیم بر عملکرد سیستم تأثیرگذار است.^[۱۹] آنها الگوریتمی ابتدکاری برای تقسیم‌بندی سیستم AGV براساس مفهوم مسیر متغیر در هر حلقه ارائه کردند. هو و هسیه نیز مسائل جریان متوازن در حلقه‌ها، کمینه‌سازی جریان میان حلقوی، و کمینه‌سازی فاصله‌ی طی شده توسط جریان را مورد بررسی قرار دادند.^[۲۰] آن‌ها برای گروه‌بندی ایستگاه‌های کاری ابتدا با استفاده از یک الگوریتم ابتدکاری تخصیصی امکان‌پذیر برای هر حلقه ارائه کرده و سپس تخصیص به دست آنده را به‌کمک الگوریتم شبیه‌سازی تبرید بهینه کردند. هسیه و شان نیز به موضوع گروه‌بندی ماشین‌ها پرداخته‌اند.^[۲۱] آن‌ها با استفاده از الگوریتم‌های موجود برای حل مسئله‌ی K فروشنده‌ی دوره‌گرد، الگوریتمی برای گروه‌بندی ماشین‌ها ارائه کردند. محققین با استفاده از ایده‌ی وسایل چندباره، الگوریتمی با اهداف کمینه‌سازی بیشترین بارکاری AGV در سیستم و کمینه‌سازی تعداد حلقه‌ها، برای گروه‌بندی ماشین‌ها در حلقه‌های تولیدی مطرح کردند.^[۲۲] فهمی و همکاران یک الگوریتم دو مرحله‌ی برای گروه‌بندی ماشین‌ها پیشنهاد کردند، که در آن سه هدف کمینه‌سازی هزینه‌ی جریان مواد، کمینه‌سازی بیشترین بارکاری، و کمینه‌سازی تعداد انتقال‌های میان حلقه‌بی لحاظ شده است. آن‌ها از راهکار مسیر یابی کوتاه‌ترین زمان برای اولین سفر استفاده کردند، و سپس با استفاده از شبیه‌سازی عملکرد



شکل ۱. چیدمان زوجی.^[۲۳]



شکل ۲. چیدمان سنtri.^[۱]

- حمایت تأثیرگذار از اجرای گروهی؛

- افزایش انعطاف‌پذیری به دلیل افزایش / کاهش ایستگاه‌ها؛

- ساده‌سازی عملیات تولیدی در هر حلقه.

درخصوص مسائل متنوعی که در سیستم‌های زوجی مطرح می‌شوند، افراد زیادی به تحقیق پرداخته‌اند، به عنوان مثال گادمن و ولد مکان‌بایی ایستگاه‌های کاری در یک حلقه را، در شرایطی که از یک سیستم AGV با n نقطه‌ی گذاشت و برداشت استفاده می‌شود، در نوشتاری مورد بررسی قرار داده‌اند.^[۲۴] یکی از مهم‌ترین مباحثی که در سیستم‌های AGV زوجی مطرح می‌شود -- یعنی گروه‌بندی ماشین‌ها به حلقه‌های مختلف -- برای اولین بار توسط بزر و سرینیوسان از طریق ارائه‌ی مدلی تحلیلی که بررسی AGV در یک حلقه می‌پردازد، مورد مطالعه قرار گرفته است.^[۲۵] وین و ایگبلو یک چیدمان زوجی با مسیر متغیر را برای سیستم AGV طراحی کردند و نشان دادند که تقسیم‌بندی ماشین‌ها در سیستم زوجی AGV به طور مستقیم بر عملکرد سیستم تأثیرگذار است.^[۲۶] آنها الگوریتمی ابتدکاری برای تقسیم‌بندی سیستم AGV براساس مفهوم مسیر متغیر در هر حلقه ارائه کردند. هو و هسیه نیز مسائل جریان متوازن در حلقه‌ها، کمینه‌سازی جریان میان حلقوی، و کمینه‌سازی فاصله‌ی طی شده توسط جریان را مورد بررسی قرار دادند.^[۲۷] آن‌ها برای گروه‌بندی ایستگاه‌های کاری ابتدا با استفاده از یک الگوریتم ابتدکاری تخصیصی امکان‌پذیر برای هر حلقه ارائه کرده و سپس تخصیص به دست آنده را به‌کمک الگوریتم شبیه‌سازی تبرید بهینه کردند. هسیه و شان نیز به موضوع گروه‌بندی ماشین‌ها پرداخته‌اند.^[۲۸] آن‌ها با استفاده از الگوریتم‌های موجود برای حل مسئله‌ی K فروشنده‌ی دوره‌گرد، الگوریتمی برای گروه‌بندی ماشین‌ها ارائه کردند. محققین با استفاده از ایده‌ی وسایل چندباره، الگوریتمی با اهداف کمینه‌سازی بیشترین بارکاری AGV در سیستم و کمینه‌سازی تعداد حلقه‌ها، برای گروه‌بندی ماشین‌ها در حلقه‌های تولیدی مطرح کردند.^[۲۹] فهمی و همکاران یک الگوریتم دو مرحله‌ی برای گروه‌بندی ماشین‌ها پیشنهاد کردند، که در آن سه هدف کمینه‌سازی هزینه‌ی جریان مواد، کمینه‌سازی بیشترین بارکاری، و کمینه‌سازی تعداد انتقال‌های میان حلقه‌بی لحاظ شده است. آن‌ها از راهکار مسیر یابی کوتاه‌ترین زمان برای اولین سفر استفاده کردند، و سپس با استفاده از شبیه‌سازی عملکرد

۲. مدل ریاضی برای تقسیم‌بندی ماشین‌ها

هر حلقه‌ی کمینه‌سازی با دو ماشین یا ایستگاه کاری تشکیل می‌شود. در تمام این نوشتار فقط از مؤلفه‌ی طولی ماشین‌ها برای چیدمان استفاده می‌شود. در این بخش، مسئله‌ی تقسیم‌بندی و تخصیص ماشین‌ها به حلقه‌های تولیدی مورد بررسی قرار می‌گیرد. در این مسئله‌ی هدف تخصیص ماشین‌ها به هر حلقه است به‌گونه‌ی که

- در توانایی های AGV های مورد استفاده در این مسئله تفاوتی قائل نمی شویم.
- زمان راه اندازی وسایل در زمان عملیات بر روی قطعات لحاظ شده است.
- ایستگاه های عملیاتی، توالی عملیات ها، تعداد مورد نیاز تسهیلات از قبل معلوم است.

جریان درون و میان حلقوی کمینه شود؛ یعنی:

$$\min Z = \{f_1(x), f_2(x), \dots, f_N(x), g(x)\} \quad (1)$$

در رابطه‌ی ۱ عبارت $f_j(x)$ که در آن $j = 1, \dots, N$ (تعداد حلقه‌ها) و $g(x)$ جزء توابع هدف درتابع هدف Z هستند، به ترتیب مربوط به جریان درون و میان حلقوی هستند که باید کمینه‌سازی شوند. با فرض این که f_{ik} جریان میان ماشین‌های i و k است ($i, k = 1, \dots, n$) داریم:

$$f_j(x) = \sum_{i=1}^n \sum_{\substack{k=1 \\ i \neq k}}^n f_{ik} x_{ij} x_{kj}, \quad j = 1, 2, \dots, N \quad (2)$$

$$g(x) = \sum_{\substack{i=1 \\ i \neq k}}^n \sum_{j=l}^N \sum_{\substack{k=1 \\ j \neq k}}^n \sum_{l=1}^N f_{ik} x_{ij} x_{kl} \quad (3)$$

که

$$x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{اگر ماشین } i \text{ به حلقه } j \text{ تخصیص باید} \\ 0 & \text{در غیر این صورت} \end{cases}$$

۲.۱. متغیر تصمیم

تنها متغیر تصمیم در مدل ارائه شده، x_{ij} است که یک متغیر 0 و 1 بوده و مطابق زیر تعریف می‌شود:

$$x_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{اگر ماشین } i \text{ به حلقه } j \text{ تخصیص باید} \\ 0 & \text{در غیر این صورت} \end{cases}$$

۲.۲. پارامترها و اندیس‌ها

پارامترها و اندیس‌ها مدل ریاضی عبارت‌اند از:

i, k : اندیس‌های ماشین‌ها (برابر یکی از مقادیر ۱ تا n)
 j, l : اندیس‌های حلقه‌ها (برابر یکی از مقادیر ۱ تا N)
 f_{ik} : میزان جریان میان ماشین‌های i و k :

f_i : میزان کل جریان از سایر ماشین‌های تا ماشین i ، یعنی:

$$f_i = \sum_{j=1}^n f_{ij}, \quad \forall i$$

T : زمان‌های در دسترس هر AGV در دوره‌ی برنامه‌ریزی برحسب واحد زمان؛

t_i : متوسط زمان گذاشت، برداشت و فرایند هر قطعه روی ماشین i برحسب واحد زمان؛

t_j' : زمان گلوگاهی در حلقه‌ی زام؛

η : ضریب حد بالا و پایین جریان در هر حلقه؛

N : تعداد کل حلقه‌هایی که باید ایجاد شوند.

۳. مدل ریاضی

با توجه به تعاریف انجام شده و راهکار حلقه‌های متوازن، در این بخش مسئله تحت بررسی به صورت مسئله‌ی برنامه‌ریزی غیرخطی عدد صحیح فرموله می‌شود. مدل مذکور را مدل شماره‌ی ۱ می‌نامیم

مدل ۱:

$$\min Z = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^n \sum_{l=1}^N f_{ik} x_{ij} x_{kl}, \quad i \neq k, j \neq l \quad (4)$$

s.t.

$$\sum_{j=1}^N x_{ij} = 1, \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (5)$$

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} \geq 2, \quad j = 1, 2, \dots, N \quad (6)$$

$$\eta \left(\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^n \sum_{l=1}^N f_{ik} x_{ij} x_{kl} \right) \leq \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^n f_{ik} x_{ij} x_{kl}, \quad j = 1, 2, \dots, N \quad (7)$$

پرواضح است که تابع هدف فوق یک مسئله‌ی تصمیم‌گیری چندمعیاره است. با توجه به این که در حالت کلی یکی از راه حل‌های این دسته از مسائل تبدیل آن‌ها به یک مسئله‌ی تک‌منظوره است، در این نوشتار با استفاده از استراتژی حلقه‌های متوازن، قسمت‌هایی از تابع هدف که بر جریان درون حلقوی دلالت دارند ($f_j(x)$ ها)، به صورت دسته‌ی از محدودیت‌ها در مدل لحاظ می‌شوند. لازم به ذکر است که دلیل استفاده از استراتژی حلقه‌های متوازن، عدم حذف ماشین‌ها از حلقه‌ها است. به عبارت بهتر اگر نتوان ماشینی را از سیستم حذف کرد، به هنگام بررسی تخصیص‌های متفاوت توسط مدل ریاضی (حل مدل ریاضی)، زمانی که ماشینی از حلقه‌ی به حلقه‌ی دیگر تخصیص می‌یابد جریان درون آن حلقه کم می‌شود، ولی هم‌زمان جریان میان حلقوی زیاد می‌شود. بنابراین می‌توان از استراتژی بیان شده به منظور تبدیل مسئله‌ی چندمنظوره‌ی فوق به یک مسئله‌ی تک‌منظوره بهره جست، چرا که در این صورت با حل مسئله، جریان‌های درون و میان حلقوی تا حد ممکن به هم نزدیک می‌شوند.

این مسئله بسیار شبیه به سیستم تولید سلولی است.^[۷] بنابراین با توجه به مفاهیم سیستم تولید سلولی و براساس توضیحات مربوط به مفاهیم مطرح شده، مدل ریاضی جدیدی در این نوشتار ارائه می‌شود که در آن هدف تخصیص n ماشین به N حلقه‌ی مشخص است، به گونه‌یی که علاوه بر کمینه‌سازی جریان میان حلقوی و تأمین محدودیت‌ها، جریان بین حلقه‌هایی که باید ایجاد شوند. در انتها نوشتار درموردن تعداد بهینه‌ی حلقه‌ها توضیحاتی ارائه خواهد شد. در ادامه، ابتدا متغیرهای تصمیمی و پارامترهای مدل تعریف می‌شوند و سپس مدل ریاضی همراه با محدودیت‌های آن بیان می‌شود. در مدل سازی ریاضی، برای مسئله‌ی مطرح شده در این نوشتار فرضیاتی در نظر گرفته شده است. این فرضیات قبل از مدل سازی ریاضی آورده شده است:

- مسیر راهنمای در حلقه‌ها در سیستم AGV یک‌جهتی است.
- هر ایستگاه در آن واحد فقط یک کار انجام می‌دهد، و اولین مواجهه اولین خدمت است.
- کلیه‌ی وسایل در اوقات کاری بدون شکست و خرابی به کار خود ادامه می‌دهند.

مقدار را می‌گیرد، پس می‌توان این عامل مشترک را جایگزین عبارت‌های f_{it_i} در محدودیت مطرح شده کرد:

$$t'_j(x_{1j} + x_{2j} + x_{3j} + \dots + x_{nj}) \leq T$$

و پس از فاکتورگیری محدودیت ۱۰ را به دست آورد:

$$t'_j \left(\sum_{i=1}^n x_{ij} \right) \leq T, \quad \forall j$$

در حقیقت محدودیت‌های ۹ و ۱۰ بحث امکان‌پذیر بودن مسئله را بررسی می‌کنند و در صورت عدم وجود جواب ممکن برای مدل ریاضی، باید تعداد حلقه‌ها یا ضرایب حد بالا و پایین در حلقه‌ها تغییر داده شود. چنان‌که در شرح مدل ریاضی گفته شد، مدل مطرح شده از نوع برنامه‌ریزی ۰ و ۱ است و محدودیت‌های ۱۱ این نکته را متذکر می‌شوند.

۲.۳.۲ خط سازی مدل ریاضی

با دقت در مدل ۱ می‌توان دریافت که تابع هدف و برخی از محدودیت‌ها غیرخطی‌اند. می‌توان با بهکارگیری مفاهیمی ساده تابع هدف و برخی از محدودیت‌ها را به معادل خطی آن‌ها تبدیل کرد. در اینجا با بهره‌گیری از روش معروف خطی‌سازی مسئله تخصیص مضاعف، متغیر تصمیم جدید y_{ijkl} را که متغیر ۰ و ۱ است چنین تعریف می‌کنیم:

$$y_{ijkl} = x_{ij} x_{kl}$$

$$y_{ijkl} = \begin{cases} 1 & \text{اگر مقادیر } x_{ij} \text{ و } x_{kl} \text{ هر دو ۱ باشند} \\ 0 & \text{در غیر این صورت} \end{cases}$$

در ادامه، محدودیت‌های ۱۵، ۱۶، و ۱۷ را به مسئله اضافه، و تابع هدف ۴ را با معادل خطی آن (عنی تابع هدف $1 - \Delta$) جایگزین می‌کنیم. پردازش این محدودیت‌های ۹ را نیز می‌توان با محدودیت‌های ۱-۹ جایگزین کرد. در این صورت مدل ۲ حاصل می‌شود که حل آن بسیار ساده‌تر از مدل ۱ است.

$$\min Z = \sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^n \sum_{l=1}^N f_{ik} y_{ijkl}, \quad i \neq k, j \neq l \quad (1-4)$$

s.t.

Constraints(۵), (۶), (۱۰) and (۱۱)

$$\eta' \left(\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^n \sum_{l=1}^N f_{ik} y_{ijkl} \right) \leq \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^n f_{ik} y_{ijkj} \quad j = 1, 2, \dots, N \quad (1-7)$$

$$\eta' \left(\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^n \sum_{l=1}^N f_{ik} y_{ijkl} \right) \geq \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^n f_{ik} y_{ijkj}$$

$$j = 1, 2, \dots, N \quad (1-8)$$

$$t'_j = \max_i \{f_{it_i} x_{ij}\} \quad j = 1, 2, \dots, N \quad (1-9)$$

$$x_{ij} + x_{kl} - 2y_{ijkl} \geq 0, \quad \forall i, j, k, l \quad (15)$$

$$\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^n \sum_{l=1}^N y_{ijkl} = n(n-1)/2 \quad (16)$$

$$k > i$$

$$y_{ijkl} \in \{0, 1\} \quad \forall i, j, k, l \quad (17)$$

$$\eta' \left(\sum_{i=1}^n \sum_{j=1}^N \sum_{k=1}^n \sum_{l=1}^N f_{ik} x_{ij} x_{kl} \right) \geq \sum_{i=1}^n \sum_{k=1}^n f_{ik} x_{ij} x_{kl},$$

$$j = 1, 2, \dots, N \quad (18)$$

$$t'_j = \max_i \{f_{it_i} x_{ij}\}, \quad j = 1, 2, \dots, N \quad (19)$$

$$\sum_{i=1}^n x_{ij} \leq T/t'_j, \quad j = 1, 2, \dots, N \quad (10)$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\}, \quad \forall i, j \quad (11)$$

تابع هدف در مدل ۱ و در معادله ۴، کمینه‌سازی کل جابه‌جایی‌های میان حلقوی است. کاملاً واضح است این تابع هزینه‌ی را شامل می‌شود که در آن $i \neq j$ است یعنی جریان میان حلقوی کمینه می‌شود. محدودیت ۵ نشان‌دهنده‌ی این است که هر ماشین فقط به یک حلقه تعلق دارد. محدودیت ۶ بر این مطلب تأکید دارد که در هر حلقه‌ی کمینه‌سازی دو ماشین باید وجود داشته باشد. همان‌طور که در ابتدا مطرح شد باید درون حلقه‌های تولیدی توان این جریان وجود داشته باشد که محدودیت‌های ۷ و ۸ بر این مطلب تأکید می‌کنند. در این دو محدودیت ۷ و ۸ دامنه‌ی تغییرات جریان در حلقه‌های تشکیل شده هستند و عبارت‌اند از:

$$\eta = \frac{1}{N} - \Delta \quad (12)$$

$$\eta' = \frac{1}{N} + \Delta \quad (13)$$

که در آن‌ها N تعداد حلقه‌ها و Δ ضریب تعادل جریان است که توسط کاربر / تصمیم‌گیرنده تعیین می‌شود، به طوری که $\frac{1}{N} < \Delta \leq 0$. انتخاب Δ کوچک به مفهوم نزدیک‌شدن جریان حلقه‌های متفاوت به یکدیگر و ایجاد حلقه‌های متوازن تر است، چرا که دامنه‌ی تغییرات جریان هر حلقه کوچک شده و بنابراین جریان حلقه‌ها بسیار به هم نزدیک می‌شود. از طرف دیگر، انتخاب Δ بزرگ به معنای ایجاد حلقه‌هایی با جریان‌های نامتعادل تر است. حد بالای Δ در رابطه‌ی فوق از منطقی شدن ۷ جلوگیری می‌کند و انتخاب حد پایین Δ اختیاری است و منجر به تولید یک دامنه‌ی تغییر برای حدود ۷ و ۸ می‌شود. قبل از توضیح محدودیت‌های ۹ و ۱۰ توجه به نکته‌ی زیر ضروری به نظر می‌رسد:

- محدودیت ظرفیت و توانایی AGV‌ها در هر حلقه برابر $\sum_{i=1}^n x_{ij} \leq T/t'_j$ است.

۱.۳.۲ اثبات

می‌دانیم کل زمان مورد نیاز در هر حلقه باید از کل زمان در دسترس روی هر AGV در دوره‌ی برنامه‌ریزی کم‌تر باشد؛ پس در هر حلقه داریم:

$$t_1 x_{1j} + t_2 x_{2j} + t_3 x_{3j} + \dots + t_n x_{nj} \leq T \quad (14)$$

این رابطه بهوضوح بیان می‌کند که کل زمان مورد نیاز در حلقه نباید از کل زمان در دسترس برای هر AGV بیشتر شود. ذکر این نکته بسیار ضروری است که در یک فرایند عملیاتی، همیشه ماشین گلوبگاه زمان تولید را تعیین می‌کند. بنابراین باید زمان عملیات در ماشین گلوبگاه محاسبه شود. می‌توان نشان داد که زمان گلوبگاه در هر حلقه از محدودیت ۹ به دست می‌آید، یعنی:

$$t'_i = \max(f_i t_i x_{ij}), \quad \forall j$$

پس می‌توان نتیجه گرفت که محدودیت ۱۴ باید با توجه به معادله و توضیحات بالا تصحیح شود. با توجه به این که هنگامی که مقدار $x_{ij} = 1$ شود، t'_i بیشترین

۱.۳. پارامترهای مدل شبیه‌سازی تبرید
 T^* : دمای اولیه (پارامتری برای اندازه‌گیری تمايل پذیرش جواب فعلی برای قرارگرفتن در تکرار بعد)؛

α : نرخ سردشدن با ضریب کاهش دما؛
 β : ضریب تعدیل دمای اولیه؛

n : شمارندهی تعداد جواب‌های پذیرفته شده در هر دما؛

r : شمارندهی تعداد انتقالات دما؛

$Z_{X^{Best}}$: بهترین مقدار تابع هدف تاکنون؛

Z_{X^n} : مقدار تابع هدف برای جواب فعلی به عنوان نقطه‌ی شروع تکرار بعد؛

E_l : بیشترین تعداد مراحل در یک دما؛

MMT : بیشترین تعداد انتقالات دما.

۲.۳. الگوریتم پیشنهادی شبیه‌سازی تبرید

این الگوریتم برای یافتن جواب مدل طراحی شده است. در شکل ۳ نحوه‌ی عملکرد الگوریتم شبیه‌سازی تبرید نمایش داده شده است. الگوریتم با استفاده از یک جواب اولیه (جواب فعلی) کار خود را شروع می‌کند، و در هر تکرار با استفاده از

با وجود این که در مدل ۲ بسیاری از محدودیت‌ها خطی شده‌اند و این مسئله به خودی خود باعث سهولت حل آن نسبت به مدل ۱ می‌شود، به دلیل محدودیت‌های ۱۰ هنوز مدل مذکور غیرخطی است. غیرخطی بودن مدل باعث می‌شود که به هنگام استفاده از نرم‌افزار LINGO برای حل مسائل نمونه‌ی مبتنی بر مدل ۲، جواب‌های ارائه شده توسط LINGO جواب‌های بهینه‌ی محلی اند نه جواب‌های بهینه‌ی مطلق.

۳. طراحی الگوریتم شبیه‌سازی تبرید

از مقایسه‌ی توابع هدف در مدل‌های ۱ و ۲ با تابع هدف در مدل «مسئله‌ی تخصیص مضاعف^۸» و مسئله‌ی P-Median که هر دو از دسته مسائل -NP Hard هستند^[۱۸]، برآحتی می‌توان پیچیدگی و دشواری حل مدل‌های ۱ و ۲ -- و به خصوص مدل ۲ -- را بررسی کرد. می‌دانیم که حل این دسته از مسائل بسیار زمان برآست و همین امر باعث استفاده از الگوریتم‌های ابتکاری و فراتکاری برای حل آن‌ها می‌شود. در این نوشتار، برای حل مسئله‌ی از الگوریتم فراتکاری شبیه‌سازی تبرید استفاده شده است.^[۱۹] ابتدا پارامترهای الگوریتم، و سپس الگوریتم طراحی شده برای حل مسئله‌ی توضیح داده خواهد شد.

```

Begin
r = °
Generate (X) such as feasible solution
XBest = X
Calculate objective function with penalty at XBest point
To = ZXBestβ
Repeat
    For n=1 to El do
        Begin
            Select one of two operators for produce Xn as neighbor adjacent randomly
            ΔZ = ZXn - ZXBest
            If ΔZ < ° then XBest = Xn
            Else
                Begin
                    Randomize (y ~ U (0, 1))
                    W = e-ΔZ/T_r
                    If y ≤ w then XBest = Xn
                End
            End
            ar = XBest
            a'r = ZXBest
            r = r + 1
            Tr = Tr-1 * α
        Until (r > MMT) or (Tr = °)
        Report minimum a'r against ar as the Best Objective Function Value
    End

```

شکل ۳. الگوریتم پیشنهادی شبیه‌سازی تبرید.

$$\max \left[\left\{ \sum_{i=1}^n X_{ij} - T^* \mathbb{1} / t'_j \right\}, 0 \right]^+ \right) \right)$$

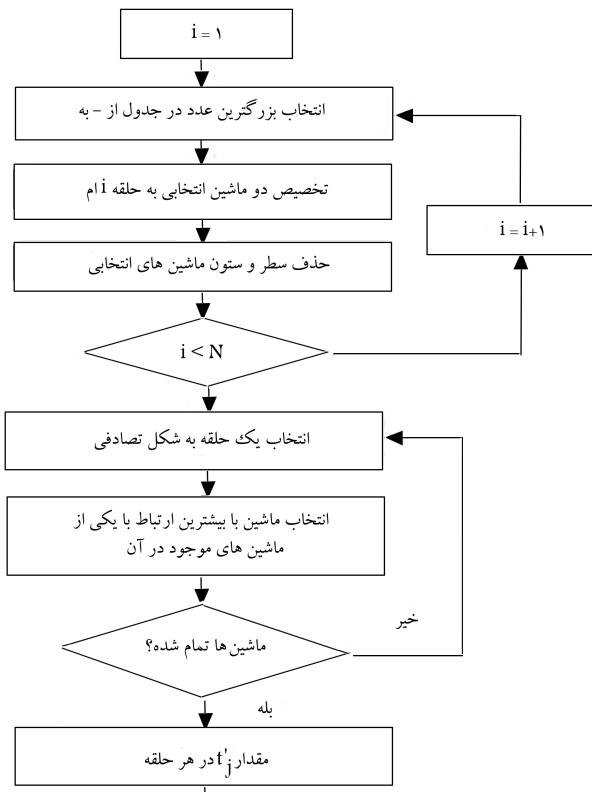
s.t.

$$Constraints(5, 6, 9 - 1, 11, 16) \quad (20)$$

این مدل متشکل از تابع هدف ۲۱ و محدودیت‌های ۶، ۵، ۱۱، ۹ و ۱۵ معادل مدل ۲ است. حال می‌توان با استفاده از مدل ۳ ادعا کرد که با هر تخصیص کاملاً تصادفی ماشین‌ها به حلقه‌ها، به شرط قرار دادن کمینه‌سازی دو ماشین در هر حلقه و به دست آوردن مقدار t_i^* از محدودیت‌های ۷ یا ۱۷ جواب موجه اولیه برای مدل ۱ تولید می‌شود. با در نظر گرفتن مدل ۳ و توضیحات داده شده، برای تولید جواب موجه اولیه با کیفیت بالا، از مفهوم روش درخت پوششی تعديل شده با تغییر مطابق شکل ۴ استفاده می‌شود.^[۱۸]

۴.۳. تولید جواب موجه همسایه

برای جستجوی فضای ممکن برای یافتن جواب‌های بهتر (کاهش تابع هدف در مسائل کمینه‌سازی و افزایش تابع هدف در مسائل بیشینه‌سازی)، در الگوریتم شبیه‌سازی پیشنهادی باید نحوه پیش‌روی در فضای ممکن معرفی شود. در این قسمت برای بالابردن کارایی الگوریتم پیشنهادی دو ساختار همسایگی مورد استفاده قرار می‌گیرند. این ساختارهای همسایگی به عنوان الگوریتم‌های جستجوی محلی اقدام به جستجوی جواب‌های بهتر در فضای جواب می‌کنند. در تکرار الگوریتم، یکی از این دو همسایگی به طور تصادفی انتخاب می‌شود.



شکل ۴. فلوچارت تولید حل اولیه.

همسایگی‌های مورد استفاده (الگوریتم‌های ابتکاری) اقدام به جستجوی فضای جواب به منظور بهبود جواب فعلی می‌کند. در صورت یافتن جواب بهتر (کاهش تابع هدف در مسائل کمینه‌سازی و افزایش تابع هدف در مسائل بیشینه‌سازی)، این جواب به عنوان جواب فعلی پذیرفته می‌شود. در غیر این صورت، این جواب به صورت احتمالی (که براساس توزیع یکنواخت محاسبه می‌شود) پذیرفته می‌شود، الگوریتم SA پیشنهادی در این نوشتار مطابق شکل ۳ در نظر گرفته شده است.

در طراحی هر الگوریتم SA، مواردی که بررسی آن‌ها ضروری به نظر می‌رسد عبارت‌اند از:

- تولید جواب موجه اولیه؛
- تولید جواب موجه همسایه؛
- مقادیر مناسب برای پارامترهای الگوریتم SA.

۳.۳. تولید جواب موجه اولیه

یکی از موارد مهم در استفاده از کلیه‌ی الگوریتم‌های بهبود‌هندۀ فراابتکاری تولید جواب موجه اولیه برای شروع است. در این نوشتار به منظور استفاده از الگوریتم شبیه‌سازی تبرید برای تولید جواب موجه اولیه ابتدا باید مدل ریاضی را به گونه‌یی بازسازی کرد که کلیه‌ی محدودیت‌های مدل ریاضی ارضاء شوند. در پیشتر موارد برای استفاده از الگوریتم شبیه‌سازی تبرید، از روش لاگرانژین برای بازسازی مدل استفاده می‌شود. برای این منظور، محدودیت‌هایی که ارضاء آن‌ها در تخصیص‌های خاص امکان‌پذیر نیست، به تابع هدف منتقل می‌شوند. با توجه به این که محدودیت‌ها به صورت «کوچک‌تر مساوی» هستند از معادله‌ی جریمه در این مثال خاص با توضیحات تکمیلی زیر استفاده می‌شود.^[۱۹] بنابراین در صورت کلی مسئله‌ی ۱۸ هم ارز با مسئله‌ی ۱۹ می‌شود.

$$\min C = f(x) \quad (18)$$

s.t.

$$g_i(x) \leq b_i \forall i$$

$$\min\{f(x) + r \times p(x)\} \quad (19)$$

where, $p(x) = \sum_{i=1}^m \max\{(g_i(x) - b_i), 0\}^+$

در این قسمت مدل ۳ معرفی می‌شود. با توجه به توضیحات بالا تابع هدف مدل ۳ را به صورت مجموعه‌یی از محدودیت‌های ۷ و ۸ و ۱۰ که به تابع هدف مدل ۲ انتقال داده شده بازسازی، و بعد از ساده‌سازی آن را ثابت می‌کنیم.

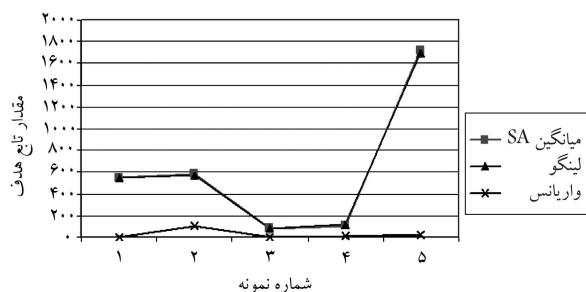
مدل ۳:

$$\begin{aligned} \min & \left(\sum_{i=1}^n \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq k}}^N \sum_{l=1}^n \sum_{\substack{k=1 \\ j \neq l}}^N f_{ik} X_{ij} X_{kl} + r \sum_{j=1}^N \left(\max \left[\left\{ \eta \sum_{i=1}^n \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq k}}^N \sum_{l=1}^n \sum_{\substack{k=1 \\ j \neq l}}^N f_{ik} Y_{ijkl} - \sum_{i=1}^n \sum_{\substack{k=1 \\ i \neq k}}^N f_{ik} Y_{ijkj} \right\}, 0 \right]^+ \right) + \right. \\ & \left. \max \left[\left\{ \sum_{i=1}^n \sum_{\substack{k=1 \\ i \neq k}}^N \sum_{j=1}^n \sum_{\substack{l=1 \\ j \neq l}}^N f_{ik} Y_{ijkl} - \eta' \sum_{i=1}^n \sum_{\substack{j=1 \\ i \neq k}}^N \sum_{k=1}^n \sum_{\substack{l=1 \\ j \neq l}}^N f_{ik} Y_{ijkl} \right\}, 0 \right]^+ \right) \end{aligned}$$

جدول ۱. مقادیر پارامترها.

تعداد ماشین	تعداد حلقه	پارامترها		مسئله
		t_i	η'	
۱	۲	[۱ و ۴ و ۳]	۰,۹	۰,۱
۲	۲	[۱ و ۱ و ۱]	۰,۸۵	۰,۱۵
۳	۲	[۱ و ۳ و ۵]	۰,۸	۰,۲
۴	۲	[۳ و ۱ و ۳]	۰,۷۵	۰,۲۵
۵	۲	[۱ و ۳ و ۱]	۰,۸	۰,۲

تصادفی که از توزیع یکنواخت با پارامترهای $(U \sim ۰, ۱۰۰)$ و $(U \sim ۰, ۱)$ پیروی می‌کشند، به دست آمده‌اند. جدول ۱ نیز نشان‌گر پارامترهای مورد نیاز الگوریتم‌های دقیق و فراابتکاری SA است. در جدول ۲ که در آن نتایج محاسباتی ارائه شده است، نتایج حاصل از بهکارگیری الگوریتم‌های دقیق (که در قالب نرم‌افزار LINGO به کار گرفته شده‌اند) با نتایج حاصل از الگوریتم SA (که با زبان برنامه‌نویسی Delphi نوشته شده)، مقایسه شده است. اولین ستون در جدول ۲ نشان‌دهنده شماره‌ی مسائل نمونه و نیز تقسیم‌بندی نتایج براساس الگوریتم‌ها است. ستون دوم و سوم به ترتیب نشان‌دهنده تعداد متغیرها و تعداد محدودیت‌های مدل ریاضی‌اند. به عبارت بهتر ستون‌های دوم و سوم نشان‌دهنده ابعاد مدل ریاضی هستند. ستون چهارم نشان‌گر زمان محاسبات برحسب ثانیه است. ستون پنجم مقدار تابع هدف را نشان می‌دهد. چنان‌که پیش‌تر نیز اشاره شد، علی‌رغم استفاده از الگوریتم‌های دقیق در نرم‌افزار LINGO، به دلیل ماهیت غیرخطی مدل ریاضی، نتایج حاصله نتایج محاسباتی بهینه‌ی محلی‌اند نه بهینه‌ی مطلق. آخرین ستون در جدول ۲ نشان‌دهنده مسائلی که در تخصیص داده شده به حلقة‌ها هستند. نتایج حاصل از الگوریتم SA، از بهترین جواب‌های یافته‌شده در 10° اجرای الگوریتم SA حاصل شده‌اند. همان‌طور که در جدول ۲ مشاهده می‌شود، الگوریتم SA در بیشتر موارد جواب LINGO و حتی بهتر از آن را در مدت زمانی بسیار کم‌تر به دست آورده است. برای درک بهتر در



شکل ۵. تحلیل جواب‌های SA در مقابل ۸ Lingo برای پنج مسئله.

- همسایگی اول: میران جریان در داخل حلقة‌ها (حلقه‌های تولیدشده در جواب اولیه) را به دست آورده، سپس از حلقه‌های با بیش از دو ماشین و بیشترین جریان درون‌حلقوی، ماشینی به طور تصادفی انتخاب شده و به حلقة‌ی با کم‌ترین جریان انتقال داده می‌شود.

- همسایگی دوم: از حلقه‌ی با تعداد ماشین بیشتر (با بیش از دو ماشین) یک ماشین به طور تصادفی انتخاب، و به حلقه‌ی با تعداد ماشین کم‌تر انتقال داده می‌شود.

در این نوشتار، پارامترهای الگوریتم SA با استفاده از سعی و خطأ و انتخاب بهترین پارامترها، تعیین شده‌اند. لازم به ذکر است که شرط توقف در الگوریتم SA پیشنهادی تعداد انتقالات دما یا دمای نهایی صفر است.

۴. نتایج محاسباتی

در این بخش نتایج محاسباتی مربوط به حل پنج مسئله‌ی نمونه – توسط الگوریتم‌های دقیق و الگوریتم فراابتکاری SA – با یکدیگر مقایسه شده‌اند. جدول ۱ (از - به) این مسائل نمونه که بیان‌گر میران جریان بین ماشین‌های مختلف است، با استفاده از اعداد

جدول ۲. مقایسه‌ی حل ۸ Lingo با الگوریتم SA پیشنهادی (مشخصات PC: Windows XP, RAM: 1024 MB, CPU: 3 GHz) برای پنج مسئله.

مسئله	شماره‌ی مسئله	تعداد متغیرها	تعداد محدودیت‌ها	زمان محاسباتی (ثانیه)	مقدار تابع هدف	متغیرهای تصمیم با مقدار یک
۱	لینگو	۱۱۲	۱۰۵	۷	۵۴۷	$x_{11}, x_{21}, x_{31}, x_{41}, x_{51}$
	SA	*	*	۱,۶۲	۵۴۷	$x_{11}, x_{21}, x_{31}, x_{41}, x_{51}$
	خطا	*	*	بهبود یافته	۰	$x_{11}, x_{21}, x_{31}, x_{41}, x_{51}$
۲	لینگو	۱۵۸	۱۴۸	۳۵	۵۷۳	$x_{12}, x_{21}, x_{31}, x_{42}, x_{52}, x_{62}$
	SA	*	*	۲,۱۲۵	۵۷۳	$x_{11}, x_{22}, x_{32}, x_{41}, x_{51}, x_{61}$
	خطا	*	*	بهبود یافته	۰	$x_{11}, x_{22}, x_{32}, x_{41}, x_{51}, x_{61}$
۳	لینگو	۲۱۲	۱۹۹	۲۳۰	۸۰	$x_{12}, x_{22}, x_{31}, x_{41}, x_{52}, x_{61}, x_{71}$
	SA	*	*	۳	۸۰	$x_{12}, x_{22}, x_{31}, x_{41}, x_{52}, x_{61}, x_{72}$
	خطا	*	*	بهبود یافته	۰	$x_{12}, x_{22}, x_{31}, x_{41}, x_{52}, x_{61}, x_{72}$
۴	لینگو	۲۷۴	۲۵۸	۱۸۴۷	۱۱۸	$x_{11}, x_{21}, x_{32}, x_{42}, x_{51}, x_{62}, x_{71}, x_{82}$
	SA	*	*	۳/۳۱	۱۰۷	$x_{11}, x_{21}, x_{32}, x_{42}, x_{51}, x_{62}, x_{71}, x_{81}$
	خطا	*	*	بهبود یافته	بهبود یافته	$x_{11}, x_{21}, x_{32}, x_{42}, x_{51}, x_{62}, x_{71}, x_{81}$
۵	لینگو	۳۴۴	۲۵۵۸۶	۲۲۵	۱۶۹۴	$x_{11}, x_{22}, x_{31}, x_{41}, x_{52}, x_{61}, x_{72}, x_{82}, x_{92}$
	SA	*	*	۳/۳۲۵	۱۷۱۵	$x_{11}, x_{22}, x_{31}, x_{41}, x_{51}, x_{62}, x_{71}, x_{81}, x_{91}$
	خطا	*	*	بهبود یافته	٪ ۱/۲	$x_{11}, x_{22}, x_{31}, x_{41}, x_{51}, x_{62}, x_{71}, x_{81}, x_{91}$

* local optimum

در اینجا ذکر این نکته ضروری است که پارامترهای η' و η و برای نمونه‌های بالا طبق معادلات ۱۲ و ۱۳ و توضیحات مربوطه به دست آمده است. تمامی مقادیر جدول «از - به» در جدول ۴ غیر از نمونه‌ی ۱۱ مقادیر تصادفی با توزیع یکنواخت بین صفر تا صد هستند. به منظور راحتی محاسبه، تمامی η ها در پارامترهای t_i در مسائل ۶ تا ۱۲، معادل ۱ در نظر گرفته شده‌اند. در مسئله‌ی ۱۱، با بهره‌گیری از روش جدید تقسیم‌بندی ماشین‌ها، میزان جریان میان حلقوی (تابع هدف) از مقدار ۲۰۵۰ به ۲۱۰۰ (با استفاده از الگوریتم SA پیشنهادی) بهبود یافته است. همچنین با در نظر گرفتن بقیه‌ی پارامترهای مطرح شده^[۶] مشخص می‌شود که درمورد مسئله‌ی ۱۱ مجموع طول حلقه‌ها نیز کاهش یافته است. همان‌طور که در جدول ۴ مشخص شده نرم‌افزار Lingo فقط در مدت زمان ۱۰ ساعت برای مسائل ۶ و ۷ جواب ممکن تولید کرده و برای مسائل ۸ تا ۱۱ در این مدت زمان حتی جواب ممکن نیز تولید نکرده است.

۵. نتیجه‌گیری

در این نوشتار، با استفاده از استراتژی حلقه‌های متوازن، مدل ریاضی غیرخطی برای گروه‌بندی ماشین‌ها در سیستم‌های AGV زوجی با در نظر گرفتن دو هدف کمینه‌سازی جریان درون و میان حلقوی ارائه شد. با توجه به نوع مدل و پیچیدگی مسئله از الگوریتم فراابتکاری شبیه‌سازی تبرید (SA) برای حل مدل ریاضی استفاده شد. با استفاده از الگوریتم‌های دقیق و فراابتکاری SA چندین مسئله حل شده و نتایج آن‌ها مورد تحلیل و مقایسه قرار گرفتند. نتایج حاصله حاکی از هم‌گردای بالای الگوریتم SA پیشنهادی و همچنین توانایی بالای این الگوریتم در یافتن جواب‌های با کیفیت بالا هستند. به طور کلی وجه امتیاز این نوشتار نسبت به تحقیقات گذشته ارائه مدل ریاضی با توانایی ایجاد حلقه‌های متوازن جریان است که به طور هم‌زمان جریان درون و میان حلقوی را کمینه‌سازی می‌کند. در این نوشتار، تعداد حلقه‌ها معلوم فرض شده است که می‌توان با تحلیل حساسیت مناسب با حل مدل ریاضی برای تعداد حلقه‌های متفاوت و در نظر گرفتن هزینه‌ی تأسیس حلقه‌های بیشتر در مقابل هزینه‌ی جریان میان حلقوی تعداد بهینه‌ی حلقه‌ها را نیز مشخص کرد.

جدول ۳. مقادیر پارامترها برای مثال‌های بیشتر.

پارامترها				شماره‌ی مسئله
T	t_i	η'	η	
۵۰۰۰	۱ بهاری تمامی زها	۰,۸۵	۰,۱۵	۶
۵۰۰۰	۱ بهاری تمامی زها	۰,۸	۰,۲	۷
۵۰۰۰	۱ بهاری تمامی زها	۰,۵۷	۰,۰۹	۸
۵۰۰۰	۱ بهاری تمامی زها	۰,۰۵۷	۰,۰۹	۹
۵۰۰۰	۱ بهاری تمامی زها	۰,۴۵	۰,۰۵	۱۰
۵۰۰۰	۱ بهاری تمامی زها	۰,۴۵	۰,۰۵	۱۱
۵۰۰۰	۱ بهاری تمامی زها	۰,۳۸	۰,۰۲	۱۲

جدول ۴. مقایسه‌ی حل ۸ Lingo با الگوریتم SA پیشنهادی برای مثال‌های بیشتر.

بهترین حل به دست آمده توسط Lingو در ده ساعت	مقدار تابع هدف	زمان محاسباتی (ثانیه)	تعداد متغیرها	تعداد حلقه‌ها	تعداد حلقه‌ها	تعداد ماشین‌ها	شماره‌ی مسئله
۲۱۹۴	۲۱۵۸	۵,۸۱۲	۴۲۲	۲	۱۰	۶	
۳۲۲۸	۳۱۲۷	۱۲,۸۱۲	۵۰۸	۲	۱۱	۷	
	۴۷۶۵	۱۵,۷۹۲	۱۳۳۵	۳	۱۲	۸	
	۶۶۶۴	۱۷,۲۲۵	۲۰۷۳	۳	۱۵	۹	
	۱۵۷۷۶	۲۰,۱۶	۶۴۸۴	۴	۲۰	۱۰	
	۲۱۰۰	۲۰,۲۸۲	۹۳۱۶	۴	۲۴	۱۱	
	۲۵۵۹۸	۲۱,۳۵	۲۲۶۰۵	۵	۳۰	۱۲	

شکل ۵ نیز نتایج دو الگوریتم (دقیق و SA) برای ۵ مسئله‌ی نمونه آورده شده است. در جداول ۳ و ۴ به ترتیب پارامترها و نتایج محاسبات برای مثال‌ها و مقایسه‌ی بیشتر آورده شده است.

پانوشت

- non-linear integer programming (NLIP)
- cellular manufacturing system (CMA)
- balanced loop strategy
- simulated annealing algorithm (SA)
- در این نوشتار، واژه «زوجی» معادل فارسی واژه انگلیسی tandem au-»tandem au-«tandem tomatized guided vehicle بزرگ‌دان شده و مفهوم آن عبارت است از چند حلقة که در کنار هم با ارتباطات متقابل، قرار گرفته‌اند. لازم به ذکر است در هر حلقة یک بار برابر خودکار تبادل جریان بین ماشین‌های مستقر در حلقة را به عهده دارد.
- tabu search algorithm
- similarity coefficient
- quadratic assignment problem (QAP)
- modified spanning tree (MST)

منابع

- Afentakis, P. "A loop layout design problem for flexible manufacturing systems", *International Journal of Flexible Manufacturing Systems*, **33**(1), pp. 175-196 (1989).
- Bozer, Y.A. and Srinivasan, M.M. "Tandem configurations for automated guided vehicle systems offer simplicity and flexibility" *Industrial, Engineering*, **21**(2), pp. 23-27 (1989).
- Bozer, Y.A. and Srinivasan, M.M. "Tandem configurations for automated guided vehicle systems and the analysis of single-vehicle loops", *IIE Transactions*, **23**(1), pp. 72-82 (1991).
- Zanjirani Farahani, R., developing an efficient approach to optimal design of AGV systems, Ph.D. Thesis, Sharif

- University of Technology, Tehran, Iran,(in farsi) (2000)
- 5. Gadmann, A.G.R.M. and Velde, S.L. "Positioning AGV in a loop layout", *European Journal of Operation Research*, **127**, pp. 565-573 (2000).
 - 6. Bozer, Y.A. and Srinivasan, M.M. "Tandem AGV systems: a partitioning algorithm and performance comparison with conventional AGV systems" *European Journal of Operational Research*, **63** (2), pp.173-192 (1992).
 - 7. Yu, W. and Egbelu, P.J. "Design of variable path tandem layout for AGV", *Journal of Manufacturing System*, **20**(5), pp. 305-319 (2001).
 - 8. Ho, Y.C. and Hsieh, P.F. "A machine-to-loop assignment layout methodology for tandem AGVS with multiple-load vehicle", *International Journal of Production Research*, **42**(4), pp. 801-832 (2004).
 - 9. Hsieh, L.F. and Sha, D.Y. "A design process for AGV systems", *Integrated Manufacturing System*, **7**(6), pp. 30-38 (1996).
 - 10. Kim, K.S. and Jae, M. "A design for a tandem AGVS with multi-load AGVs", *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, **22**, pp.744 -752 (2003).
 - 11. Fahmy, S.A.; Shalaby, M.A. and Elmekkawy, T.Y. "A multi-objective partitioning algorithm for tandem AGV system", *35th International Conference on Computers and Industrial Engineering*, pp.715-720 (2005).
 - 12. Shalaby, M.A.; Elmekkawy, T.Y. and Fahmy, S.A. "A cost based evaluation of a zones formation algorithm in tandem AGV systems", *International Journal of Advanced Manufacturing and Technology*, DOI 10.1007/s00170-005-0163-1,(2005).
 - 13. Liu, F.H. and Chen, J.T. "Analytical framework for designing the divided automated guided vehicle system", *International Journal of Industrial Engineering*, **4**(2), pp. 90-102 (1997).
 - 14. Laporte, G.; Zanjirani Farahani, R. and Miandoabchi, E. "Designing efficient method for tandem AGV network design problem using tabu search", *Applied Mathematics and computation*, **183**(2), pp. 1410-1421 (2006).
 - 15. Zanjirani Farahani, R.; Laporte, G.; Miandoabchi, E. and Bina, S. "Designing efficient methods for the tandem AGV network design problem using tabu search and genetic algorithm", *International Journal of Advanced Manufacturing and Technology*, Article in press.
 - 16. Arabe, A.; Chetto, H. and Radouane, L. "Flow path design for AGV system", *Studies in information and control*, **8**(2), pp. 97-106 (1999).
 - 17. Huang, C. "Design of material transportation for tandem AGVS", *International Journal of Production Research*, **35**(4), pp. 943-953 (1997).
 - 18. Heragu, Sunderesh. Facilities Design, PWS Publishing Company, (1997).
 - 19. Eglese, R.W., "Simulated annealing: a tool for operational research", *International journal of Operation Research*, **46**, pp. 271-281 (1990).
 - 20. Hillier, F.S. and Lieberman, G.J. Operations Research, McGraw-Hill International Edition, Eight edition, (2005).
 - 21. Asgharpour, M.J, Advance Operations Research, Tehran University Press, (in farsi)(2002)

