

مدل سازی انتخاب ساخت برای سفارش و ساخت به منظور انبارش در یک محیط ترکیبی

فریبرز جولای (استاد)

محمدرضا قزل ارسلان (کارشناس ارشد)
بردرس دانشکده های فنی، دانشگاه تهران

در این نوشتار یک سیستم تولید انبارش چندمحصولی در دو حالت ظرفیت تولید نامحدود و محدود، با تقاضا و زمان تولید تصادفی در نظر گرفته شده است. هدف یافتن شرایط بهینه در انتخاب حالت ساخت برای سفارش (MTO)^۱ یا ساخت برای انبارش (MTS)^۲ برای هر یک از محصولات، با کمینه سازی مجموع هزینه های نگه داری و کمبود موجودی است. فرضیات جدیدی که منطبق با شرایط دنیای واقعی در نظر گرفته شده اند عبارتند از: امکان تولید محصولات معیوب با بازرسی بدون تأخیر، تولید محصولات معیوب همراه با بازرسی تأخیردار. همچنین سیستم تک مرحله ای را به حالت تولید چند مرحله ای به صورت شبکه ای از ماشین آلات تعمیم داده ایم. هر یک از مسائل مورد بررسی با کمک سیستم های صف مدل سازی شده و با استخراج پارامترهای لازم، نسبت به استخراج شرایط بهینه ساخت برای سفارش و ساخت برای انبارش اقدام شده است.

واژگان کلیدی: سیستم تولید انبارش، ساخت برای سفارش، ساخت برای انبارش، نظریه ی صف، هزینه ی موجودی، هزینه ی کمبود.

fjolai@ut.ac.ir
reza_arsalan81@yahoo.com

۱. مقدمه

برای سفارش تولید» زمانی آغاز می شود که سفارشی از مشتری رسیده باشد. در این حالت به دلیل حذف موجودی، احتمال مواجهه ی بنگاه با ریسک مالی کاهش می یابد. در مقابل، زمان انتظار مشتریان و احتمال کمبود موجودی افزایش می یابد.^[۱] سیستم های ساخت برای سفارش ممکن است با توجه به نظر مشتری انواع مختلفی داشته باشند.^[۲]

بعضی از بنگاه های تولیدی هر دو سیستم ساخت برای انبارش و ساخت برای سفارش را در کنار هم دارند. برای پیاده سازی این سیاست ترکیبی دو شیوه وجود دارد. در شیوه ی اول فعالیت های تولیدی به دو بخش بالادستی و پایین دستی تقسیم می شوند. فرایندهای بالادستی براساس سیاست ساخت برای انبارش، و فعالیت های پایین دستی براساس سیاست ساخت برای سفارش کنترل می شوند. مرز بین این دو قسمت را «نقطه ی انفصال^۳» می نامند. این مرز باید طوری مشخص شود که بهترین موازنه ی ممکن بین هزینه ی نگه داری و موجودی و زمان پاسخگویی به سفارشات به وجود آید. این شیوه برای محیط های تولیدی مناسب است که در آنها محصول نهایی بسیار متنوع است اما قطعات آنها که در فرایندهای بالادستی تولید می شود تنوع چندانی ندارند. این حالت اغلب در صنایعی دیده می شود که دارای ساخت و مونتاژ (مانند صنایع رایانه) هستند. شیوه ی دوم برای سازمان هایی مناسب است که دو دسته محصول نهایی تولید می کنند. دسته یی از محصولات دارای تقاضای بالا و دسته ی دیگر دارای تقاضای پایین هستند. دسته ی اول براساس سیاست ساخت برای انبارش و دسته ی دوم براساس سیاست ساخت برای سفارش تولید می شوند.^[۳] لازم به ذکر است که در این نوشتار شیوه ی دوم برای سیستم ترکیبی در نظر گرفته

تاکنون سیستم های تولیدی با توجه به یک معیار خاص به صورت های متفاوتی دسته بندی شده اند.^[۱] به عنوان مثال براساس معیار حجم تولید به سه دسته ی سیستم های تولید انبوه، تولید دسته یی و تولید کارگاهی تقسیم شده اند، حال آن که براساس معیار چیدمان به سیستم های تولید براساس محصول، براساس فرایند و سلولی تقسیم بندی شده اند. اما یکی از معیارهای مهم برای دسته بندی سیستم های تولیدی نحوه ی انجام سفارشات (سیاست تولید انبارش) است. بر این اساس سه نوع سیستم تولیدی را می توان تمیز داد: ساخت برای انبارش (MTS)، ساخت برای سفارش (MTO)، و حالت ترکیبی این دو.

ساخت برای انبارش رایج ترین شیوه در سیاست گذاری برای تولید انبارش است. در این شیوه محصولات براساس پیش بینی تقاضا تولید، و برای پاسخگویی به سفارشات آتی انبارش می شوند. افزایش سطح خدمت به مشتریان و کاهش زمان و هزینه ی آماده سازی ماشین آلات از جمله مزایای این شیوه است. اما امروزه داشتن محصولات متنوع به یک امتیاز رقابتی برای بنگاه های اقتصادی تبدیل شده است. تنوع در تولید در تضاد با توانایی پاسخگویی سریع به سفارشات مشتریان است. اگر تنوع محصولات بالا باشد، استفاده از سیستم ساخت برای انبارش منجر به افزایش هزینه های انبارش می شود. همچنین در حالتی که تقاضا تغییرات زیاد دارد یا چرخه ی عمر محصول کوتاه است ریسک بالایی وجود خواهد داشت. بنابراین افزایش تنوع محصولات سبب گرایش مدیران تولید به سیستم ساخت برای سفارش خواهد شد. فرایند «ساخت

تاریخ: دریافت ۱۳۸۸/۱۲/۲۴، اصلاحیه ۱۳۸۸/۱۰/۲۳، پذیرش ۱۳۸۸/۱۲/۱۱.

جدول ۱. خلاصه مرور ادبیات مسائل انتخاب MTO یا MTS.

مرجع	موضوع بررسی شده	ساختار تقاضا و تولید	معیار کارایی	شیوهی حل
[۵]	انتخاب تولید MTS یا MTO	تقاضای احتمالی، چندمحصولی	کم‌ترین جمع هزینه‌ی نگهداری، کمبود و آماده‌سازی	تخمین M/G/M
[۶]	تأثیر رفتار مشتریان و بازار بر انتخاب تولید MTO یا MTS	تقاضا با فرایند احتمالی و حالت تک‌محصولی	بیشینه‌سازی سود	بهینه‌سازی احتمالی با افق زمانی محدود
[۷]	انتخاب تولید MTS یا MTO	تقاضا و زمان فرایند احتمالی در حالت سیستم تولیدی تک‌مرحله	کمینه‌سازی مجموع هزینه نگهداری و کمبود موجودی	نتایج مدل صف M/G/1
[۸]	انتخاب تولید MTS یا MTO	سیاست (Q,r) برای حالت تولید MTS و زمان آماده‌سازی و محدودیت سطح سرویس برای محصولات	کمینه‌سازی مجموع هزینه نگهداری و کمبود موجودی و هزینه‌ی آماده‌سازی	برنامه‌ریزی عدد صحیح غیرخطی با حل ابتکاری
[۹]	انتخاب تولید MTO یا MTS و تعیین سطح موجودی بهینه برای حالت MTS	تقاضا و زمان فرایند احتمالی در حالت سیستم تولیدی تک‌مرحله‌یی	کمینه‌سازی مجموع هزینه نگهداری و کمبود موجودی	نتایج مدل صف M/Er/1
[۱]	انتخاب تولید MTS یا MTO	حالت عمومی	عوامل داخلی و خارجی تأثیرگذار	فازی سلسله‌مراتبی و تصمیم‌گیری راهبردی براساس آنالیز (SWOT)
[۱۰]	انتخاب تولید استاندارد و سفارشی	تک مرحله‌یی	کیفیت سرویس دهی	زنجیره‌ی مارکوف

سیستم تک‌ماشین با ظرفیت محدود و چندمحصولی را در نظر گرفته‌اند.^[۱۱] در بررسی‌های بعدی به‌منظور انجام تحلیلی دقیق فرض کرده‌اند که زمان و هزینه‌ی آماده‌سازی قابل چشم‌پوشی است.^[۱۲] و تصمیم‌گیری برای انتخاب ساخت برای انبارش و ساخت برای سفارش براساس یک گروه‌بندی ABC انجام شده است. در مدل مشابهی که در سال ۱۹۹۸ ارائه شد^[۱۳] یک سیستم تولیدی دومرحله‌یی در نظر گرفته شده است. این سیستم به‌صورت یک فرایند مارکوفی مدل‌سازی شده است. برخی از پژوهش‌گران تعداد و نوع محصولات را که تولید آنها به‌صورت ساخت برای سفارش یا ساخت برای انبارش ضرورت دارد بررسی کرده‌اند.^[۱۴، ۱۵] عده‌ی دیگر حالت ترکیبی را به‌صورت یک شبکه‌ی صف مدل‌سازی کرده^[۱۶] و با استفاده از نظریه‌ی حد توافیک سنگین^۶، فرایندی برای تخمین سرعت تکمیل سفارشات و میانگین سطح موجودی ارائه داده‌اند. در نوشتاری در سال ۲۰۰۰ مسئله‌ی قبول و رد سفارشات و زمان‌بندی توالی مورد بررسی قرار گرفته است.^[۱۷] نحوه‌ی به‌کارگیری مفهوم نقطه‌ی جداسازی سفارش مشتری^۷ در صنایع غذایی تشریح شده است.^[۱۸] با مرور ادبیات انجام‌شده جای خالی مدل‌های انتخاب ساخت برای سفارش و ساخت برای انبارش که در آن‌ها ویژگی‌های رایج سیستم‌های تولیدی لحاظ شده باشد ملموس است. در این نوشتار یک سیستم تولید انبارش همراه با تولید معیوب و بازرسی بدون تأخیر، تولید معیوب و بازرسی با تأخیر، و تولید چندمرحله‌یی در نظر گرفته شده است. هر سیستم مورد بررسی در دو حالت ظرفیت نامحدود و ظرفیت محدود تحلیل شده است. با کمک روش‌های نظریه‌ی صف، برای هر یک از این مسائل شرط انتخاب بهینه‌ی ساخت برای سفارش و ساخت برای انبارش استخراج شده است.

این نوشتار با سه بخش دیگر ادامه می‌یابد. در ادامه‌ی مطلب به معرفی مدل و نتایج پایه‌ی موجود در ادبیات پرداخته‌ایم. پس از آن درخصوص توسعه‌ی مدل‌های سیستم تولید انبارش با محصولات معیوب و بازرسی بدون تأخیر، و تولید معیوب و

شده است. در این سیستم‌ها سه گروه مسائل تصمیم‌گیری وجود دارد که عبارت‌اند از: مسائل مربوط به انتخاب MTO/MTS، هماهنگ‌سازی ظرفیت و زمان‌بندی، و کنترل.^[۱] در این نوشتار تمرکز بر گروه اول است و شرایط بهینه‌بودن یکی از دو سیستم MTO یا MTS برای تولید یک محصول استخراج شده است. جدول ۱ خلاصه‌یی از مرور ادبیات مربوط به دسته‌ی اول را نشان می‌دهد.

ابتدا با طرح تعدادی سؤال مشخص شد که چه محصولی باید به‌صورت ساخت برای انبارش تولید شود و اهمیت انتخاب ساخت برای سفارش در کسب و کارهای خاص چگونه است.^[۵] سپس اثرات رقابت بازار و رفتار مشتریان براساس قیمت و کیفیت مورد مطالعه قرار گرفت.^[۶] و زمان آماده‌سازی در حالت ترکیبی بررسی شد. پس از آن محققین شرایط انتخاب بهینه‌یی را استخراج کردند که براساس آن می‌توان محصولات ساخت برای انبارش و ساخت برای سفارش را مجزا کرد؛^[۷] این شرایط برای حالت تک‌ماشین و زمان‌بندی FCFS^۴ به دست آمده است. در سال ۲۰۰۲ یک مدل برنامه‌ریزی ریاضی ارائه شد که در آن انواع متفاوتی محصول با تقاضای احتمالی و زمان آماده‌سازی در نظر گرفته شده است.^[۸] در سال ۲۰۰۷ محققین مدل پیشنهادی سال ۱۹۹۸^[۷] را توسعه دادند^[۹] به‌نحوی که علاوه بر مشخص کردن شرایط بهینه‌ی انتخاب، سطوح بهینه‌ی موجودی پایه در حالت MTS تعیین می‌شود. در ایران نیز پژوهش‌گران چارچوبی برای تصمیم‌گیری راهبردی براساس آنالیز SWOT و فرایند آنالیز سلسله‌مراتبی (AHP)^۵ به‌منظور تعیین سیاست تولید انبارش یک محصول معرفی کرده‌اند.^[۱] در مطالعات بعدی محققین یک سیستم تک‌ایستگاه را در نظر گرفته‌اند که دارای دو حالت تولید استاندارد و سفارشی است.^[۱۰] سیستم موجودی پایه برای محصول استاندارد و نیز برای محصول سفارشی، پاسخ‌گویی به‌موقع به سفارشات به‌عنوان معیار کیفیت سرویس دهی در نظر گرفته شده است. با مدل‌سازی سیستم با زنجیره‌ی مارکوف معیارهای سنجش استخراج شده است. از جمله تحقیقات دسته‌ی دوم می‌توان به مطالعاتی اشاره کرد که در آن یک

بازرسی با تأخیر بحث خواهیم کرد. سپس نتایج بررسی سیستم چندمرحله‌یی ذکر شده است و در پایان، نتایج و زمینه‌های تحقیقات آتی ذکر شده است.

۲. معرفی مسئله و نتایج پایه

تولیدکننده‌یی را در نظر بگیرید که انواع محصولات با تقاضای تصادفی تولید می‌کند. سیستم تولیدی تک‌مرحله‌یی است و در هر لحظه بر روی یک محصول کار می‌کند. زمان عملیات یک محصول متغیر تصادفی با توزیع مشخص است. محصولات مختلف ممکن است دارای توابع توزیع زمان متفاوت باشند. تقاضای محصولات براساس یک فرایند پواسون با نرخ وقوع متفاوت رفتار می‌کند. دلیل عمده استفاده از توزیع پواسون سادگی محاسبات ریاضی مربوط به آن و در نتیجه راحتی محاسبه و نیز تک‌پارامتری بودن است که کاربرد آن را در دنیای واقعی آسان‌تر می‌کند.^[۱۸] هزینه‌های سیستم تولید انبارش شامل هزینه‌های نگه‌داری و هزینه‌های کمبود (سفارشات به تعویق افتاده) است. در اغلب سیستم‌های مشابه تولیدی در این نوشتار، سیاست موجودی پایه بهینه است.^[۷] همچنین حالت FCFS برای انجام سفارشات در نظر گرفته شده است. رابطه‌ی ۱ هزینه‌های چنین سیستمی را نشان می‌دهد.

$$K(R_1, R_2, \dots, R_n) = \sum_{i=1}^n \{h_i E[OH_i] + \pi_j E[BL_i]\} \quad (۱)$$

در این رابطه، $E[\]$ عملگر امید؛ K ارزش انتظاری هزینه نگه‌داری و کمبود موجودی؛ n تعداد محصولات تولیدی؛ OH_i موجودی در دست محصول i ام؛ BL_i سطح کمبود محصول i ام؛ h_i هزینه نگه‌داری محصول i ام؛ R_i سطح موجودی پایه محصول i ام؛ π_i نرخ هزینه‌ی کمبود محصول i ام.

با توجه به فرض FCFS درمی‌یابیم که $E[BL_i]$ و $E[OH_i]$ از R_j ($i \neq j$) مستقل است.^[۱۹] بنابراین به منظور کمیته‌سازی تابع $K(^\circ)$ کافی است $K_i(R_i)$ به تنهایی کمیته شود (رابطه ۲).

$$K_i(R_i) = h_i E[OH_i] + \pi_i E[BL_i] \quad (۲)$$

با توجه به لحاظ داشتن سیاست کنترل موجودی پایه، $IP(t)$ (موقعیت موجودی) همیشه برابر با R است. بنابراین $E[OH_i]$ و $E[BL_i]$ طبق روابط ۳ و ۴ تعریف می‌شود:

$$E[OH] = \sum_{X=0}^R (R-X) f_{oo}(X) \quad (۳)$$

$$E[BL] = \sum_{X=R+1}^{\infty} (X-R) f_{oo}(X) \quad (۴)$$

که در آن f_{oo} تابع احتمال است. با توجه به این دو رابطه، تابع نهایی که تحلیل می‌شود، مطابق رابطه‌ی ۵ است.

$$K_i(R_i) = h_i \sum_{X=0}^{R_i} X f_{oo_i}(R_i - X) + \pi_i \sum_{X=0}^{\infty} X f_{oo_i}(R_i + X) \quad (۵)$$

چون تابع هزینه تابعی براساس تک‌متغیر R_i (سطح موجودی پایه) است، می‌توان با استفاده از این تابع سطح موجودی بهینه R_i^* را تعیین کرد. به منظور انجام این امر

$$\Delta K_i(R_i) \geq 0, \quad \Delta K_i(R_i - 1) < 0 \quad (۶)$$

$$\Delta^+ K_i(R_i) \geq 0 \quad (۷)$$

رابطه‌ی ۷ شرط محدب بودن تابع هزینه است. در ادامه به منظور دست‌یابی به R_i بهینه نسبت به محاسبه‌ی مقادیر $\Delta K_i(R_i)$ و $\Delta^+ K_i(R_i)$ اقدام می‌شود. $\Delta K_i(R_i)$ به صورت رابطه‌ی ۸ تعریف و با جایگذاری مکرر، رابطه‌ی ۹ برای آن حاصل می‌شود.

$$\Delta K_i(R_i) = K_i(R_i + 1) - K_i(R_i) \quad (۸)$$

$$\Delta K_i(R_i) = (h_i + \pi_i) F_{oo_i}(R_i) - \pi_i \quad (۹)$$

بنابراین با فرض این که تابع هزینه محدب است (با توجه به روابط ۶ و ۹)، R_i^* براساس رابطه‌ی ۱۰ محاسبه می‌شود.

$$F_{oo_i}(R_i) \geq \frac{\pi_i}{h_i + \pi_i}, \quad F_{oo_i}(R_i - 1) < \frac{\pi_i}{h_i + \pi_i} \quad (۱۰)$$

$\Delta^+ K_i(R_i)$ نیز به صورت رابطه‌ی ۱۱ تعریف می‌شود.

$$\Delta^+ K_i(R_i) = \Delta K_i(R_i + 1) - \Delta K_i(R_i) \quad (۱۱)$$

با جایگذاری رابطه‌ی ۹ در رابطه‌ی ۱۱ و ساده کردن آن، رابطه‌ی ۱۲ به دست می‌آید که حاصل ضرب دو کمیته $h_i + \pi_i$ و $f_{oo_i}(R_i + 1)$ است. هر دو این کمیته‌ها مثبت‌اند و بنابراین، تابع هزینه محدب است.

$$\Delta^+ K_i(R_i) = (h_i + \pi_i) f_{oo_i}(R_i + 1) \geq 0 \quad (۱۲)$$

با توجه به محدب بودن تابع هزینه به منظور دست‌یابی به R_i^* برقراری رابطه‌ی ۸ ضروری است. اما در یک سیستم تولیدی براساس ساخت برای سفارش، وقتی تقاضایی رسیده باشد سفارش ساخت به سیستم تولیدی صادر می‌شود. به عبارت دیگر در چنین سیستمی می‌توان گفت $R_i = 0$ است. بنابراین زمانی انتخاب سیستم ساخت برای سفارش بهینه است که $R_i^* = 0$ باشد. با توجه به رابطه‌ی ۱۰ و این که نقطه‌ی آغاز این تابع «صفر» است، رابطه‌ی ۱۳ نشان‌دهنده‌ی شرط بهینه بودن حالت ساخت برای سفارش است.

$$F_{oo_i}(0) \geq \frac{\pi_i}{h_i + \pi_i} \quad (۱۳)$$

که در آن F_{oo_i} تابع توزیع تجمعی محصول i ام است. در صورت عدم برقراری این شرط، حالت ساخت برای انبارش بهینه است و سطح موجودی پایه بهینه از رابطه‌ی ۱۰ محاسبه می‌شود. نتایج فوق برای یک سیستم تولید تک‌مرحله‌ی صادق است.

اگر سیستم تعداد زیادی دستگاه تولیدی یکسان داشته باشد که در کنار هم به‌طور موازی قادر به انجام عملیات تولید باشند، ظرفیت سیستم «نامحدود» فرض می‌شود. اگر فقط یک دستگاه تولید وجود داشته باشد، ظرفیت تولید سیستم را «محدود» در نظر می‌گیرند.

در شرایط ظرفیت نامحدود، یک مدل صف $M/G/\infty$ برای مسئله‌ی مورد بررسی ارائه شد^[۵] و نشان داده شد که موجودی در سفارش (oo_i) مشابه با تقاضا و دارای توزیع پواسون با میانگین $E[L_i]\lambda_i$ است. فرض می‌شود زمان عملیات محصول i ام روی هر دستگاهی که قرارگیرد متغیر تصادفی M_i است. همچنین تقاضا

می شود. همچنین فرض می شود تقاضا و زمان تولید دارای فرایند پواسون هستند. در حالت کلی این سیستم نیز با $M/M/1$ قابل نمایش است. oo_i که متناظر با تعداد مشتریان در سیستم است، دارای توزیع هندسی با پارامتر $\frac{\lambda_i}{\mu_i(1-\delta_i)}$ است. بنابراین شرط بهینه بودن ساخت برای سفارش مطابق رابطه ۱۸ است.

$$1 - \frac{\lambda_i}{\mu_i(1-\delta_i)} \geq \frac{\pi_i}{h_i + \pi_i} \quad (18)$$

در جدول ۳ با استفاده از مقادیر مختلف، نسبت به بررسی این مدل اقدام شده

جدول ۲. نتایج حالت ظرفیت نامحدود با تولیدات معیوب.

حالت	نرخ	هزینه ی نگاه داری	هزینه ی کمبود	$\lambda_i E[M_i]$
MTO	۰٫۱	۱۰۰	۲۰۰	۰٫۱
MTO	۰٫۴	۱۰۰	۵۰۰	
MTS	۰٫۷	۱۰۰	۱۰۰۰	
MTO	۰٫۱	۱۰۰	۲۰۰	۰٫۲
MTS	۰٫۴	۱۰۰	۵۰۰	
MTS	۰٫۷	۱۰۰	۱۰۰۰	
MTO	۰٫۱	۱۰۰	۲۰۰	۰٫۳
MTS	۰٫۴	۱۰۰	۵۰۰	
MTS	۰٫۷	۱۰۰	۱۰۰۰	
MTS	۰٫۱	۱۰۰	۲۰۰	۰٫۴
MTS	۰٫۴	۱۰۰	۵۰۰	
MTS	۰٫۷	۱۰۰	۱۰۰۰	

جدول ۳. نتایج تک پردازش گر با تولید معیوب.

حالت	نرخ	هزینه ی نگاه داری	هزینه ی کمبود	ρ_i
MTO	۰٫۱	۱۰۰	۲۰۰	۰٫۱
MTS	۰٫۴	۱۰۰	۵۰۰	
MTS	۰٫۷	۱۰۰	۱۰۰۰	
MTO	۰٫۱	۱۰۰	۲۰۰	۰٫۲
MTS	۰٫۴	۱۰۰	۵۰۰	
MTS	۰٫۷	۱۰۰	۱۰۰۰	
MTS	۰٫۱	۱۰۰	۲۰۰	۰٫۳
MTS	۰٫۴	۱۰۰	۵۰۰	
MTS	۰٫۷	۱۰۰	۱۰۰۰	
MTS	۰٫۱	۱۰۰	۲۰۰	۰٫۴
MTS	۰٫۴	۱۰۰	۵۰۰	
MTS	۰٫۷	۱۰۰	۱۰۰۰	

با فرایند پواسون با نرخ λ_i به این سیستم وارد می شود. رابطه ی ۱۴ مشخص کننده ی شرط بهینگی ساخت برای سفارش در شرایط ظرفیت نامحدود است.

$$e^{-E[M_i]\lambda_i} \geq \frac{\pi_i}{h_i + \pi_i} \quad (14)$$

در حالت تک ماشین تمامی مفروضات حالت قبل وجود دارد با این تفاوت که تنها یک دستگاه تولیدی سفارشات رسیده را انجام می دهد. همچنین عملیات با فرایند پواسون و نرخ μ_i انجام می شود که نتیجه ی واضح آن این است که زمان عملیات دارای توزیع نمایی با میانگین $\frac{1}{\mu_i}$ است. با این فرض که نسبت نرخ ورود سفارشات به نرخ انجام آنها کوچک تر از ۱ است ($\rho_i < 1$)، سیستم پایدار ارزیابی می شود. این سیستم را می توان به صورت یک صف $M/M/1$ نشان داد. در این مدل oo_i دارای توزیع هندسی با پارامتر ρ_i است (رابطه ی ۱۵):^[۱۸]

$$f_{oo_i}(X) = (1 - \rho_i)\rho_i^X \quad (15)$$

با توجه به این رابطه و جایگذاری $F_{oo_i}(0)$ در رابطه ی ۱۳ شرط بهینگی ساخت برای سفارش به صورت رابطه ی ۱۶ به دست می آید.

$$1 - \rho_i \geq \frac{\pi_i}{h_i + \pi_i} \quad (16)$$

۳. مدل های توسعه یافته

در این قسمت براساس نتایج مدل پایه، شرایط بهینه انتخاب MTO/MTS با در نظر گرفتن فرضیات جدید در سیستم های تولید انبارش استخراج شده است.

۱.۳. سیستم تولید انبارش ظرفیت نامحدود با محصولات معیوب،

بازرسی بدون تأخیر

فرض می شود هر واحد محصول i با احتمال δ_i معیوب تولید می شود، و قطعات معیوب کاملاً بدون استفاده اند و دور ریخته می شود. کیفیت قطعات به محض تولید بررسی، و در صورت معیوب بودن سفارش جایگزین انجام می شود. در این حالت oo_i دارای توزیع پواسون با میانگین $\frac{\lambda_i E[M_i]}{1-\delta_i}$ است. بنابراین شرایط بهینه بودن ساخت برای سفارش مطابق رابطه ی ۱۷ است.

$$e^{-\frac{\lambda_i E[M_i]}{1-\delta_i}} \geq \frac{\pi_i}{h_i + \pi_i} \quad (17)$$

در جدول ۲ نتیجه ی تحلیل این مدل با مقاردهی به پارامترهای مختلف تأثیرگذار ارائه شده است. با افزایش ضریب بهره وری ρ_i ، انتخاب سیستم ساخت برای سفارش کم تر می شود و تنها در حالت های $\rho_i = 0.1, 0.2, 0.3$ ساخت برای سفارش بهینه است. همچنین مشاهده می شود با افزایش نسبت $\frac{\pi_i}{h_i}$ شرایط مناسب تری برای انتخاب سیستم ساخت برای انبارش وجود دارد.

۲.۳. سیستم تولید انبارش ظرفیت محدود و تولید معیوب،

بازرسی بدون تأخیر

در این حالت فرض می شود که یک ماشین وجود دارد و با احتمال δ_i محصول تولیدی نوع i ام معیوب خواهد بود. پس از تولید، محصول بلافاصله بازرسی می شود و در صورت سالم بودن به موجودی اضافه خواهد شد؛ در غیر این صورت دور انداخته

می‌شود:

$$\begin{cases} p_0 = 1 - \rho \\ p_j = (1 - \rho_+) \rho \rho_+^{j-1} & 1 \leq j \leq s \\ p_j = (1 - \rho) \rho_+^s \rho_+^{j-s} & j > s \end{cases} \quad (20)$$

با توجه به این که در این حالت $F_{oo_i}(0)$ دقیقاً برابر با حالت قبل (یعنی بازرسی بدون تأخیر) است، شرایط برای بهینه‌بودن تولید براساس ساخت برای سفارش دقیقاً مشابه حالت قبل است. در واقع زمان بازرسی تأثیری بر شرایط بهینه‌بودن ندارد.

۴. سیستم‌های تولید انبارش چندمرحله‌ای

در بحث قبل سیستم تولیدی به صورت تک‌مرحله‌ای در نظر گرفته شده بود. اما در اغلب موارد سیستم تولیدی دارای چند مرحله است و قطعات با عبور از شبکه‌ی از ماشین‌آلات تولیدی به محصول نهایی تبدیل می‌شوند. در این بخش نیز مدل به دو صورت بررسی شده است. در حالت اول فرض می‌شود در هر گره این شبکه‌ی تولیدی تعداد کافی ماشین موازی وجود دارد و ظرفیت نامحدود است. در حالت دوم فرض بر این است که یک ماشین با ظرفیت محدود در هر گره از شبکه وجود دارد.

فرایند هر قطعه به صورت احتمالی از یک گره شروع می‌شود و پس از اتمام عملیات در گره i با احتمال معینی به گره j می‌رود و همچنین با احتمال دیگری از سیستم خارج شده و به موجودی اضافه می‌شود. زمان عملیات محصول i ام در گره j ام متغیر تصادفی M_{ij} است. r_{0j} احتمال ورود قطعه به سیستم تولید از گره j ، و r_{kj} احتمال انتقال از k به j و مستقل از زمان عملیات فرض می‌شود. همچنین این احتمالات را می‌توان به عنوان نرخ وقوع عیب در قطعات در نظر گرفت. فرض می‌شود در این سیستم تولیدی موجودی نیم‌ساخته در کنار گره‌ها وجود ندارد. با فرض تقاضای پواسون با نرخ λ_i و سیاست موجودی پایه، نرخ ورود محصول i به گره j به صورت رابطه‌ی ۲۱ محاسبه می‌شود.

$$\lambda_{ij} = r_{0j} \lambda_i + \sum_k r_{kj} \lambda_{ik} \quad (21)$$

در حالت اول ظرفیت نامحدود، هر گره به صورت مجزا یک صف $M/M/\infty$ است و با توجه به این که oo_{ij} دارای توزیع پواسون با میانگین $\lambda_{ij} E[M_{ij}]$ است، oo_i که از مجموع آن‌ها به دست می‌آید نیز دارای توزیع پواسون با میانگین $\sum_j \lambda_{ij} E[M_{ij}]$ است. بر این اساس شرایط بهینه‌بودن سیستم ساخت برای انبارش براساس رابطه‌ی ۲۲ به دست می‌آید.

$$e^{-\sum_j \lambda_{ij} E[M_{ij}]} \geq \frac{\pi_i}{h_i + \pi_i} \quad (22)$$

در حالت ظرفیت نامحدود نیز یک شبکه‌ی جانسون خواهیم داشت که در آن هر گره به صورت $M/M/1$ نشان داده می‌شود. نرخ انجام سفارش است و λ_{ij} نیز مانند حالت قبل از رابطه‌ی ۲۱ به دست می‌آید.

در این مدل با توجه به این که هر پردازش‌گر به صورت $M/M/1$ در نظر گرفته می‌شود، oo_{ij} دارای توزیع هندسی است و داریم $oo_i = \sum_j oo_{ij}$. بنابراین oo_i دارای یک توزیع گسسته‌ی فازی^۸ است. مطابق تعریف، توزیع گسسته‌ی فازی عبارت است از توزیع مدت زمان لازم برای این که یک زنجیره‌ی گسسته‌ی مارکوف که دارای n حالت گذرا و یک حالت جاذب است، به حالت جاذب خود برود. اگر

است. چنان که مشخص است در این حالت تنها با $\rho_i = 0,1, 0,2$ و $\frac{\pi_i}{h_i} = 2$ سیستم ساخت برای انبارش بهینه است و مشخص است که هر قدر درصد تولیدات معیوب بیشتر باشد شرایط انتخاب سیستم ساخت برای انبارش دشوارتر است.

۳.۳. سیستم تولید انبارش ظرفیت محدود و بازرسی با تأخیر

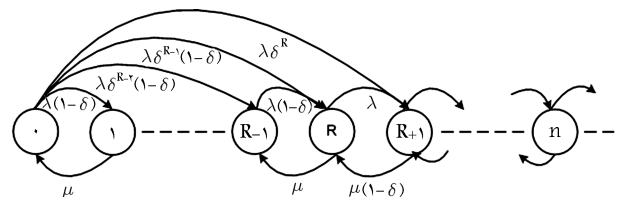
در این حالت نیز سیستم تولیدی با احتمال δ_i یک محصول معیوب از نوع i تولید می‌کند؛ ولی در این حالت هر محصول پس از تولید با تأخیر مورد بازرسی قرار می‌گیرد.

سالم یا معیوب‌بودن محصول هنگامی مشخص می‌شود که محصول در حال تحویل به مشتری است. هنگامی که تقاضایی به سیستم وارد می‌شود یک محصول از موجودی برداشته می‌شود و مورد بازرسی قرار می‌گیرد. در صورت سالم بودن محصول به مشتری داده می‌شود اما چنانچه معیوب باشد کنار گذاشته می‌شود و از سیستم خارج می‌شود، و محصولی دیگر از موجودی برداشته می‌شود... و این چرخه ادامه می‌یابد. چنانچه تمامی موجودی در دسترس معیوب باشد، تقاضای رسیده به تعویق می‌افتد. هنگامی که سفارش معوقه وجود دارد و محصولی می‌رسد، بازرسی در همان زمان انجام می‌شود. به منظور استخراج توزیع احتمالی oo_i در این حالت لازم است نمودار آهنگ آن را ترسیم و براساس آن تحلیل صورت گیرد. در شکل ۱ بخشی از نمودار آهنگ مربوط به این سیستم نشان داده شده است.

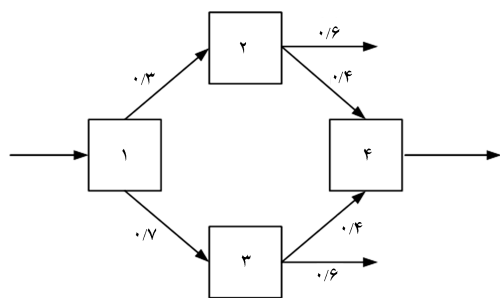
آهنگ گذر از یک حالت کوچک‌تر از R به حالت دیگر برابر با ضرب آهنگ ورود تقاضا در احتمال تعداد قطعات معیوب در موجودی است. همچنین از یک حالت کوچک‌تر از R نهایتاً می‌توان به $R+1$ گذر کرد. این در حالتی اتفاق می‌افتد که تمام موجودی در دست معیوب باشد. از یک حالت بزرگ‌تر از R نیز فقط می‌توان به حالت بعدی حرکت کرد که آهنگ آن برابر با آهنگ تقاضا است. همچنین از یک حالت بزرگ‌تر از R با آهنگ نرخ تولید، به احتمال سالم‌بودن قطعه می‌توان به حالت قبلی رفت. در این حالت آهنگ گذر برابر با نرخ تولید است. با توجه به این نمودار آهنگ (q_{ij}) ، آهنگ گذر از حالت i به j را می‌توان به صورت روابط ۱۹ نشان داد:

$$\begin{cases} \lambda(1-\delta)\delta^{j-i-1} & i \leq R, i \leq j \leq R \\ \lambda\delta^{R-i} & i \leq R, j = R+1 \\ \lambda & i > R, j = i+1 \\ \mu & 0 < i \leq R, j = i-1 \\ \mu(1-\delta) & i > R, j = i-1 \end{cases} \quad (19)$$

با توجه به مشخص‌بودن آهنگ گذر در حالات مختلف و همسویی (ارگودیک) بودن سیستم، با تشکیل و حل معادلات تعادل، توزیع احتمالی oo_i با فرض $\rho_i = \frac{\lambda_i}{(1-\delta_i)\mu_i}$ و $\rho_+ = 1 - (1-\rho_i)(1-\delta_i)$ به صورت روابط ۲۰ حاصل



شکل ۱. نمودار آهنگ حالت ظرفیت محدود، تولیدات معیوب و بازرسی با تأخیر.



شکل ۲. مثالی از یک شبکه‌ی ماشین‌آلات تولیدی.

جدول ۴. نتایج مثال شبکه در حالت ظرفیت نامحدود.

حالت	هزینه	هزینه	μ_{i4}	μ_{i3}	μ_{i2}	μ_{i1}
بهینه	نگه‌داری	کمبود				
MTO	۱۰۰	۱۰۰				
MTO	۱۰۰	۱۸۰	۱۵۰	۱۵۰	۱۵۰	۳۰۰
MTS	۱۰۰	۵۰۰				
MTO	۱۰۰	۱۰۰				
MTO	۱۰۰	۱۸۰	۱۰۰	۱۱۰	۱۰۰	۲۵۰
MTS	۱۰۰	۵۰۰				
MTO	۱۰۰	۱۰۰				
MTO	۱۰۰	۱۸۰	۴۷	۷۵	۹۰	۲۰۰
MTS	۱۰۰	۵۰۰				
MTS	۱۰۰	۱۰۰				
MTS	۱۰۰	۱۸۰	۳۸	۶۰	۲۷	۹۰
MTS	۱۰۰	۵۰۰				

جدول ۵. نتایج مثال شبکه در حالت ظرفیت محدود.

حالت	هزینه	هزینه	μ_{i4}	μ_{i3}	μ_{i2}	μ_{i1}
بهینه	نگه‌داری	کمبود				
MTO	۱۰۰	۱۰۰				
MTO	۱۰۰	۱۸۰	۱۵۰	۱۵۰	۱۵۰	۳۰۰
MTS	۱۰۰	۵۰۰				
MTO	۱۰۰	۱۰۰				
MTO	۱۰۰	۱۸۰	۱۰۰	۱۱۰	۱۰۰	۲۵۰
MTS	۱۰۰	۵۰۰				
MTO	۱۰۰	۱۰۰				
MTS	۱۰۰	۱۸۰	۴۷	۷۵	۹۰	۲۰۰
MTS	۱۰۰	۵۰۰				
MTS	۱۰۰	۱۰۰				
MTS	۱۰۰	۱۸۰	۳۸	۶۰	۲۷	۹۰
MTS	۱۰۰	۵۰۰				

حالات گذرا با $1 \dots n$ و حالت جاذب با $n + 1$ نام‌گذاری شوند، ماتریس گذار این زنجیره به صورت رابطه‌ی ۲۳ در نظر گرفته می‌شود.

$$\hat{B} = \begin{bmatrix} B & b \\ 0 & 1 \end{bmatrix} \quad (23)$$

که در آن $B = [b_{ij}]$ ماتریسی $n * n$ متشکل از احتمالات گذر بین حالات گذرا است و $b = [b_{i,n+1}]$ برداری ستونی متشکل از احتمالات گذرا به حالت جاذب است. همچنین بردار احتمالات اولیه به صورت رابطه‌ی ۲۴ فرض می‌شود.

$$\hat{\alpha} = [\alpha, \alpha_{n+1}] \quad (24)$$

که در آن α بردار احتمالات شروع از حالت گذراست. در چنین زنجیره‌ی مارکوفی اگر t مدت زمان لازم برای گذر به حالت جاذب تعریف شود، دارای توزیع گسسته‌ی فازی با پارامترهای α و B است که تابع توزیع آن به صورت رابطه‌ی ۲۵ است.

$$f(0) = 1 - \alpha e, \quad f(t) = \alpha e(1 - B)B^{t-1}e \quad (25)$$

که در آن e بردار ستونی با مؤلفه‌های واحد است. [۲۰] مجموع n متغیر تصادفی هندسی دارای توزیع گسسته‌ی فازی است که هر یک از این متغیرها به عنوان یک فاز در نظر گرفته می‌شود. [۱۸] چنان که گفته شد مجموع J متغیر هندسی با پارامتر ρ_{ij} است؛ بنابراین oo_i دارای توزیع گسسته‌ی فازی با پارامترهای α_i و B_i است که طبق رابطه‌های ۲۶ و ۲۷ تعریف می‌شوند.

$$\alpha_i = \left[\rho_{i1} \rho_{i2}(1 - \rho_{i1}) \dots \rho_{ij} \prod_j (1 - \rho_{ij}) \right] \quad (26)$$

$$B_i = \begin{bmatrix} \rho_{i1} & \rho_{i2}(1 - \rho_{i1}) & \dots & \rho_{ij} \prod_j (1 - \rho_{ij}) \\ 0 & \rho_{i2} & \dots & \rho_{ij} \prod_j (1 - \rho_{ij}) \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \vdots & \vdots & \vdots & \rho_{ij} \end{bmatrix} \quad (27)$$

به منظور تعیین شرایط بهینه‌بودن ساخت برای انبارش تعیین $F_{oo_i}(0)$ ضرورت می‌یابد. با کمک این روابط $F_{oo_i}(0)$ طبق رابطه‌ی ۲۸ محاسبه خواهد شد.

$$F_{oo_i}(0) = \prod_{j=1}^J (1 - \rho_{ij}) \quad (28)$$

بنابراین شرایط بهینه‌ی ساخت برای سفارش به صورت رابطه‌ی ۲۹ به دست می‌آید.

$$\prod_{j=1}^J (1 - \rho_{ij}) \geq \frac{\pi_i}{h_i + \pi_i} \quad (29)$$

به منظور بررسی بیشتر مدل‌های تولیدی شبکه‌ی، شبکه‌ی مطابق شکل ۲ در نظر بگیرید. در این شبکه چهارگانه وجود دارد و احتمالات مسیر حرکت محصول در شبکه مشخص است. این مثال در دو حالت ظرفیت نامحدود و ظرفیت محدود بررسی شده است.

نرخ ورود تقاضا را برابر با ۱۶ در نظر می‌گیریم. بنابراین با توجه به رابطه‌ی ۲۱ نرخ ورود در هر گره به ترتیب برابر با ۱۶، ۴/۸، ۱۱/۲، ۶/۴ خواهد بود.

در جدول‌های ۴ و ۵ نتایج حاصل با توجه به مقادیر مختلف برای نرخ انجام عملیات در گره‌ها و هزینه‌های موجودی درج شده است. چنان که در این دو جدول دیده می‌شود با افزایش ضریب بهره‌وری و نیز افزایش هزینه‌ی کمبود، شرایط برای استفاده از حالت ساخت برای سفارش مشکل‌تر می‌شود. همچنین با مقایسه‌ی دو جدول مشخص می‌شود که در حالت ظرفیت محدود در هر گره به دلیل ایجاد تراکم و افزایش زمان تحویل، بازه‌ی بهینه برای استفاده از حالت ساخت برای سفارش کاهش یافته است.

۵. نتیجه‌گیری

براساس موجودی سفارش تعریف شده‌اند. همچنین ترتیب ورود سفارشات از سیستم موجودی به سیستم تولیدی به صورت FCFS در نظر گرفته شده است. با مقایسه‌ی نتایج تحلیل‌های ظرفیت نامحدود و ظرفیت محدود، اهمیت در نظر گرفتن تراکم حاصل از سفارشات در سیستم تولیدی به خوبی نشان داده شده است. همچنین نشان داده شده که در حالت بازرسی با تأخیر و بدون تأخیر شرایط بهینه انتخاب سیاست MTO/MTS تفاوت ندارد و زمان بازرسی در آن مؤثر نیست.

در این تحقیق نسبت به بررسی شرایط انتخاب بین ساخت برای سفارش و ساخت برای انبارش در یک سیستم تولید انبارش اقدام شده است. پارامترهای مؤثر در مدل عبارت‌اند از: نرخ هزینه‌های موجودی، سطح موجودی، سطح کمبود. با فرض سیاست کنترل موجودی پایه، هر دو کمیت «سطح موجودی» و «سطح کمبود»

پانویس

1. make to order
2. make to stock
3. decoupling point
4. first come first service
5. analysis of hierarchical planning
6. heavy traffic theorem
7. customer order decoupling point
8. discrete phase (DPH)

منابع

1. Zaerpour, N.; Rabbani, M.; Gharehgozli, A.H. and Tavakkoli-Moghaddam, R. "Make-to-order or make-to-stock decision by a novel hybrid approach", *Advanced Engineering Informatics*, (22) pp.186-201 (2008).
2. Haskose, A.; Kingsman, B.G. and Wortgigton, D. "Performance analysis of make to order manufacturing systems under different workload control", *Int. J. Production Economics*, **90**, pp. 169-186 (2004).
3. Yosef, K.H.; Van Delft, C. and Dallery, Y. "Efficient scheduling rules in a combined make-to-stock and make-to-order manufacturing system", *Annals of Operations Research*, **126**, pp. 103-134 (2004).
4. Soman, C.A.; Van Donk, D.P. and Gaalman, G. "Combined make-to-order and make-to-stock in a food production system", *Int. J. Production Economics*, **90**, pp. 223-235 (2004).
5. Williams, T.M. "Special products and uncertainty in production/inventory systems", *European Journal of Operations Research*, **15**, pp. 46-54 (1984).
6. Li, L. "The role of inventory in delivery-time competition", *Management Science*, **38**(2), pp. 182-197 (1992).
7. Arreola-Risa, A. and DeCroix, G.A. "Make-to-order versus make-to-stock in a production-inventory system with general production times", *IIE Transactions (Institute of Industrial Engineers)*, **30**(8), pp. 705-713 (1998).
8. Rajagopalan, S. "Make-to-order or make-to-stock: Model and application", *Management Science*, **48**(2), pp. 241-256 (2002).
9. Ohta, H.; Hirota, T. and Rahim, A. "Optimal production-inventory policy for make-to-order versus make-to-stock based on the M/Er/1 queuing model", *Int. J. Adv. Manuf. Technol.*, **33**, pp. 36-41 (2007).
10. Chang, K. and Lu, Y. "Queueing analysis on a single-station make-to-stock/make-to-order-inventory-production system", *Applied Mathematical Modelling*, **34**, pp. 978-991 (2010).
11. Bemelman, R.P.H.G., *The Capacity-Aspect of Inventories*, Springer, Heidelberg (1986).
12. Carr, S.A.; Jackson, A.R. and Muckstadt, P.L., *An exact analysis of production-inventory strategy for industrial suppliers*, Working paper, Cornell University (1993).
13. Adan, I.J.B.F. and Van der Wal, J. "Combining make to order and make to stock", *OR Spektrum*, **20**(2), pp. 73-81 (1998).
14. Federgruen, A. and Katalan, Z., *Make-to-Stock or Make-to-Order: That Is the Question; Novel Answers to an Ancient Debate*, Working paper, Graduate School of Business, Columbia University, New York (1995).
15. Federgruen, A. and Katalan, Z. "Impact of adding a make-to-order item to a make-to-stock production system", *Management Science*, **45**(7), pp. 980-994 (1999).
16. Nguyen, V. "A multiclass hybrid production center in heavy traffic", *Operations Research*, **46**(3), pp. S13-S25 (1998).
17. Carr, S. and Duenyas, I. "Optimal admission control and sequencing in a make-to-stock make to-order production system", *Operations Research*, **48**(5), pp. 709-720 (2000).
18. Van Donk, D.P. "Make to stock or make to order: The decoupling point in the food processing industries", *International Journal of Production Economics*, **69**(3), pp. 297-306 (2001).
19. Zipkin, P., *Foundations of Inventory Management*, McGraw-Hill, State New York (2000).
20. Bobbio, A.; Horváth, A.; Scarpa, M. and Telek, M. "Acyclic discrete phase type distributions: Properties and a parameter estimation algorithm", *Performance Evaluation*, **54**, pp. 1-32 (2003).

