مهندسی صنایع و مدیریت شریف
دوره‌ی ۱-۲۸، شماره‌ی ۲، ص. ۱۵-۲۵

Original Article

الگوریتم‌های ژنتیک و ممتیک برای مدل صف فازی حداکثر پوشش مکان‌یابی ـ تخصیص با در نظرگرفتن تراکم در سیستم و چند نوع تقاضا

مقصود امیری* (دانشیار)
دانشکده‌ی مدیریت صنعتی، دانشگاه علامه طباطبائی

مهرداد علی‌پور (کارشناس ارشد)

مجید حیدری فرسنگی (کارشناس ارشد)
دانشکده‌ی مهندسی صنایع، دانشگاه علم و فرهنگ

در این نوشتار یک مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح چندمنظوره حداکثر پوشش مکان‌یابی ـتخصیص[۱] براساس سیستم صف فازی با در نظرگرفتن تراکم و چند نوع تقاضا در سیستم ارائه می‌شود. علاوه‌بر این، تابع هدف دیگری هم در این مدل در نظرگرفته شده که سعی دارد با ادغام مکان چند سرویس‌دهنده در یک نقطه، در جهت کاهش هزینه‌ی راه‌اندازی اولیه آن‌ها گام بردارد و این امکان را برای مشتریان فراهم آورد تا حتی‌المقدور بیشترین خدمات خود را از یک مکان دریافت کنند. در نهایت، برای حل مدل از الگوریتم‌های ژنتیک[۲] و ممتیک[۳] ـــ الگوریتم‌هایی که با یک الگوریتم ابتکاری هیبرید شده‌اند ـــ استفاده شده تا بتوانند اهداف متناقض مدل را به تعادل برسانند. مقایسه‌ی نتایج گرفته شده از این دو الگوریتم نشان‌دهنده‌ی زمان حل کم‌تر در الگوریتم ژنتیک است در حالی که الگوریتم ممتیک جواب‌های بهتری ارائه می‌کند.

واژگان کلیدی: مکان‌یابی، مجموعه‌های فازی، سیستم‌های صف، سیستم‌های متراکم.

mg_amiri@yahoo.com
mhrdd_alipoor@yahoo.com
majid.utd@gmail.com

۱. مقدمه

رضایت مشتری همواره یکی از مهم‌ترین اهداف سرویس‌های خصوصی و عمومی بوده است. می‌توان گفت مدیریت این سرویس‌ها در مقایسه با سیستم‌های تولیدی حساس‌تر و ظریف‌تر است. مهم‌ترین مشخصه‌یی که سیستم‌های سرویس‌دهی را از سیستم‌های تولیدی متمایز می‌کند، حضور مستقیم مشتری در این سرویس‌هاست. تمرکز بر مشتری و خدمت‌رسانی به آن همواره از اصلی‌ترین فعالیت‌های روزانه‌ی سیستم‌های سرویس‌دهی است.

با توجه به دیدگاه بیان‌شده درباره‌ی سیستم‌های سرویس‌دهی، متوجه می‌شویم که مکان تسهیلات مورد نظر نقش مهمی در عملکرد سیستم‌های خدمت‌رسان بازی می‌کند. بنابراین انتخاب مکان‌هایی که از قابلیت کنترل کمیت، کیفیت و زمان‌بندی سرویس‌ها در تسهیلات برخوردار باشند، ضروری است. خدمات مانند محصولات در یک شبکه‌ی توزیع (شامل انبار، کارخانه و خرده فروش‌ها) قابل انتقال نیستند، بلکه باید مشتریان به سمت خدمات یا خدمات از طریق سرویس‌دهنده‌ها به سمت مشتریان حرکت کنند؛ که این هر دو شکل در بخش‌های خدماتی خصوصی و عمومی رایج است. نتیجه‌ی کار تسهیل خدماتی در واقع به هم رساندن مشتری و سرویس‌دهنده است که به‌طور نسبی در یک محدوده‌ی جغرافیایی کوچک امکان‌پذیر است. گسترش خدمات در این شبکه‌ها با اضافه‌کردن تسهیلات جدید یا ایجاد یک مکان چندتسهیلی صورت می‌پذیرد. در چنین شبکه‌یی بین تعداد، هزینه و دسترسی به خدمات تسهیلات یک دادوستد طبیعی وجود دارد.

در طراحی سیستم‌هایی همچون مراکز درمانی، تسهیلات آتش‌نشانی، ایستگاه‌های پلیس و غیره مکان تسهیلات و تخصیص تقاضاها به سرویس‌دهنده‌ها به‌شدت تحت تأثیر وجود تراکم تقاضا در سیستم است. محققین مرور جامعی بر مدل‌های مکان‌یابیِ طراحی‌شده تحت تأثیر تراکم تقاضا، داشته‌اند.[۱]

مدل ارائه‌شده در این نوشتار متعلق به رده‌ی مسائل بیشترین پوشش است، و در ادامه مرور کوتاهی خواهیم‌داشت بر مدل‌های مربوط به آن.

در مسئله‌ی مکان‌یابی پوشش مجموعه (LSCP)[۴] سعی شده تقاضا با کم‌ترین تعداد سرویس‌دهنده‌در فاصله‌ی پوشش استاندارد ارضا شود.[۲] سپس مسئله‌ی مکان‌یابی پوشش بیشینه (MCLP)[۵] در مقاله‌یی تحت همین عنوان مطرح شد.[۳] مدل این مقاله سعی در پوشش تقاضای همه‌ی گره‌ها داشت و تراکم سیستم را در نظر نمی‌گرفت. مسئله‌ی تراکم در سیستم‌های مکان‌یابی برای اولین‌بار توسط لارسون ارائه

* *نویسنده مسئول*

تاریخ: دریافت ۱۳۸۹/۲/۴، اصلاحیه ۱۳۸۹/۱۲/۱۶، پذیرش ۱۳۹۰/۳/۲۴.

شد،[۴و۵] که می‌توان این موضوع را سرآغاز مکان‌یابی تسهیلات در شبکه‌های متراکم دانست. با وجود این که نظریه‌ی صف وارد مسئله‌ی مکان‌یابی شده بود، این مدل‌ها فاقد ساختار احتمالی بودند؛ تا این که مسئله‌ی «مکان‌یابی پوشش احتمالی بیشینه (MEXCLP)[۶]» ارائه شد.[۶] محققین این مدل را به‌وسیله‌ی نظریه‌ی صف برای سیستم‌های متراکم گسترش دادند.[۷-۱۰] بعدها مکان‌یابی پوشش احتمالی بیشینه با عنوان مکان‌یابی دسترسی بیشینه (MALP)[۷] مطرح شد، که سعی می‌کرد بیشترین پوشش را تحت ریسک α انجام دهد.[۱۱] در این مدل تعداد تقاضا برای سرویس‌دهی مشتریان در واحد زمان ثابت فرض نشد بلکه یک فرایند احتمالی تلقی شد که تحت عنوان «صف‌بندی مکان‌یابی دسترسی بیشینه (QMALP)[۸]» انتشار یافت.[۱۲] این مدل فرض می‌کند که زمان سفر بین دو گره احتمالی است و طول مدت خدمت سرویس‌دهنده‌ها ثابت نیست. همچنین در نوشتاری[۱۳] با عنوان «تخصیص مسئله‌ی صف‌بندی مکان‌یابی دسترسی بیشینه (QMCLAM)[۹]»، مدلی مطرح شد که در مقایسه با مدل MCLP دو تغییر عمده دارد: ۱. تخصیص گره‌های تقاضا تحت زمان یا فاصله‌ی استاندارد به سرویس‌دهنده‌ها؛ ۲. استفاده از نظریه‌ی صف با سطح ریسک α.

اما از تلاش‌های مهمی که برای کاربرد نظریه‌ی فازی در مدل‌های بالا صورت گرفته است، می‌توان به ارائه‌ی مدل QMCLAM با پارامترهای فازی تحت عنوان FQMCLAM اشاره کرد.[۱۴] این مدل فقط یک نوع تقاضا را در نظر می‌گرفت.[۱۵] محققین مدل QMCLAM را با استفاده از روش جست‌وجوی خوشه‌بندی[۱۰] حل کردند. ایده‌ی این روش این است که روی تمامی جواب‌هایی که با استفاده از یک روش ابتکاری به دست می‌آید، جست‌وجوی موضعی انجام نمی‌دهد و نقاط مناسب را برای آن با استفاده از خوشه‌بندی انتخاب می‌کند. سپس برای تقاضاهای ارائه‌شده در سیستم صف مدل QMCLAM را اولویت دادند.[۱۶] در این نوشتار مسئله‌ی پوشش برای حالتی که تماس‌های با اولویت متفاوت در سیستم صف وجود داشته باشد، مدل شده است.

در نوشتارهای پیشین، فرض بر این بود که تمامی تماس‌ها در سیستم متراکم از اهمیت یکسانی برخوردارند. همچنین مدل QMCLAM با استفاده از رویکرد تولید سلول[۱۱] و گراف‌های پوشش‌دهنده[۱۲] حل شد.[۱۷] این رویکرد برای مسائل کوچک در زمان منطقی به جواب بهینه منتهی می‌شد، و برای مسائل بزرگ حدهای خوبی نتیجه می‌داد. مسئله‌ی مکان‌یابی پوشش بیشینه‌ی صف همراه با سیستم صف M/G/۱ در نظر گرفته شد[۱۸] و مسئله به‌صورت یک مسئله‌ی برنامه‌ریزی صفر و ۱ مدل شده و از یک کاهش‌دهنده[۱۳] برای به دست آوردن حد بالا برای جواب مسئله استفاده شده است. حد پایین هم پیش از این با استفاده از روش کاهش لاگرانژی[۱۴] به دست آمده است.[۱۹]

در این نوشتار به گسترش مدل FQMCLAM ــ در صورتی که دارای چند نوع تقاضا باشد ــ می‌پردازیم. ضمناً علاوه بر اهداف پوشش بیشینه برای هر نوع تقاضا، اهدافی از جنس جمعیت را در نظر می‌گیریم؛ این اهداف در نقاط مختلف سعی می‌کنند حتی‌المقدور خدمات خود را از یک نقطه دریافت کنند. مدل بیان شده به سؤالات زیر پاسخ می‌دهد:

۱. تسهیلات در نظرگرفته شده برای هر نوع سرویس در چه نقاطی مستقر می‌شوند؟
۲. مشتریان برای هر نوع سرویس با توجه به محدودیت کیفیت سرویس به چه نقاطی اختصاص می‌یابند؟
۳. با توجه به تراکم تقاضای مختلف، آیا مشتریان می‌توانند سرویس‌های خود را حتی‌المقدور از یک نقطه دریافت کنند؟
۴. میزان جمعیت پوشش داده شده برای هر نوع سرویس چه‌مقدار است؟

قسمت گسترش مدل در بخش ۲ بیان می‌شود. سپس در بخش ۳ به طراحی الگوریتم‌های ژنتیکی و ممتیکی برای حل مدل می‌پردازیم و در بخش ۴ نتایج حاصل از حل مدل براساس الگوریتم ژنتیک و ممتیک برای چند مثال بیان می‌شود. در پایان نتیجه‌گیری نهایی و تحقیقات آتی ذکر می‌شود.

۲. گسترش مدل

۱.۲. تعریف متغیرها و پارامترها

در این قسمت به تشریح پارامترها و متغیرهای تصمیم مدل QMCLAM می‌پردازیم. این مدل در سال ۱۹۹۸ ارائه شده[۱۲] که در واقع گسترش‌یافته‌ی مدل MCLP است، با این تفاوت که در این مدل تخصیص مشتریان براساس زمان یا فاصله‌ی استاندارد تعریف‌شده از تسهیلات صورت می‌گیرد. ضمناً کیفیت سرویس‌دهی به مشتریان توسط تسهیلات براساس نظریه‌ی صف و تحت ریسک α صورت می‌پذیرد. حال به تعریف پارامترها و متغیرهای تصمیم این مدل می‌پردازیم.

پارامترها عبارت‌اند از: a_i جمعیت گره i؛ b بیشترین تعداد مشتریان برای هر سرویس‌دهنده؛ f_i نرخ تقاضا در گره i؛ μ_j نرخ سرویس‌دهی در سرویس‌دهنده‌ی نوع j؛ α ارزش سطح اطمینان تعریف‌شده برای محدودیت کیفیت سرویس؛ P تعداد سرویس‌دهنده‌های تعیین‌شده.

و متغیرها نیز عبارت‌اند از: X_{ij} متغیر صفر و ۱ که اگر گره i توسط سرویس‌دهنده j پوشش داده شود مقدار ۱ می‌گیرد و در غیر این‌صورت صفر است. Y_j متغیر صفر و ۱ که اگر سرویس‌دهنده‌یی در گره j قرار گیرد مقدار ۱ می‌گیرد و در غیر این‌صورت صفر است.

حال اگر بخواهیم مدل QMCLAM را براساس چند تقاضای مستقل از هم بنویسیم و k را به‌عنوان اندیس تقاضاهای مختلف در نظر بگیریم پارامترها و متغیرها تبدیل می‌شوند به: a_i جمعیت گره i؛ b_k بیشترین تعداد مشتریان در هر سرویس‌دهنده‌ی نوع k؛ f_{ik} نرخ تقاضای نوع kام در گره i؛ μ_{jk} نرخ سرویس‌دهی در سرویس‌دهنده نوع j که برای تقاضای نوع k تعبیه شده است؛ α_k ارزش سطح اطمینان تعریف‌شده برای محدودیت کیفیت سرویس برای تقاضای k (عددی بین صفر و ۱)؛ P_k تعداد سرویس‌دهنده‌های نوع kام؛ X_{ijk} متغیر صفر و ۱ که اگر گره i توسط سرویس‌دهنده j برای سرویس نوع k پوشش داده شود مقدار ۱ می‌گیرد و در غیر این‌صورت صفر است؛ Y_{jk} متغیر صفر و ۱ که اگر سرویس‌دهنده‌یی که سرویس k را پوشش می‌دهد در گره j قرارگیرد مقدار ۱ می‌گیرد در غیر این صورت صفر است.

۲.۲. مروری بر مدل صف حداکثر پوشش مکان‌یابی ـ تخصیص (QMCLAM)

قبل از توضیح و بسط مدل FQMCLAM، به بررسی مختصر مدل QMCLAM که پیش‌تر توضیح داده شد،[۱۲] می‌پردازیم.

$$\max \sum_{i,j} a_i X_{ij}, \quad (۱)$$

$S.t.$

$$X_{ij} \leq Y_j, \quad \forall i, j, \quad (۲)$$

$$\sum_{j} X_{i,j} \leq ۱, \quad \forall i, \quad (۳)$$

$$P(\text{Server } j \text{ has} \le b \text{ people in queue}) \ge \alpha, \quad \forall j, \tag{۴}$$

$$P(\text{Waiting time at server } j \le t) \ge \alpha, \quad \forall j, \tag{۵}$$

$$\sum_j Y_j = p, \tag{۶}$$

$$Y_j, X_{ij} = 0, 1, \quad i \in N_j, \forall i, j,$$

در این مدل N_j شامل مجموعه‌یی از گره‌هاست که فاصله‌شان از گره j کم‌تر یا مساوی فاصله استاندارد است. بنابراین X_{ij} وقتی می‌تواند برابر ۱ باشد که i عضو مجموعه‌ی N_j باشد. متغیر Y_j هنگامی برابر ۱ است که سرویس‌دهنده‌ی j در گره j مستقر شده باشد. همچنین پارامتر a_i نشان‌دهنده‌ی جمعیت گره i است. پس تابع هدف مدل در جهت بیشینه کردن پوشش جمعیت گام برمی‌دارد.

محدودیت ۲ فرض می‌کند که متغیر X_{ij} فقط هنگامی می‌تواند ۱ شود که یک سرویس‌دهنده در گره j قرار گرفته باشد. محدودیت ۳ این نکته را بیان می‌کند که هر نقطه فقط توسط یک سرویس‌دهنده قابل پوشش است. محدودیت‌های ۴ و ۵ هم کیفیت سرویس‌دهی را با در نظر گرفتن تراکم تقاضا در هر سرویس‌دهنده تحت کم‌ترین احتمال α بیان می‌کنند که محدودیت ۴ طبق تعداد نفرات در صف و محدودیت ۵ طبق زمان انتظار در هر سرویس‌دهنده اعمال می‌شود. این محدودیت‌ها معادل‌اند[۱۲] یعنی می‌توان یکی از آن‌ها را در مدل به‌کار گرفت. محدودیت ۶ هم بیان‌گر تعداد سرویس‌دهنده‌هایی است که در اختیار داریم. در نهایت این محدودیت‌ها به‌ترتیب در قالب عبارت‌های ۷ و ۸ بیان می‌شوند.

$$\sum_i f_i X_{ij} \le \sqrt[b+2]{1-\alpha}\,\mu, \quad \forall j, \tag{۷}$$

$$\sum_i f_i X_{ij} \le \mu_j + \frac{1}{t}\ln(1-\alpha), \quad \forall j, \tag{۸}$$

که در آن‌ها f_i نشان‌دهنده‌ی نرخ تقاضا در نقطه‌ی i براساس توزیع پواسون، و μ_j نیز بیان‌گر نرخ سرویس‌دهی براساس توزیع نمایی منفی است. در واقع هر سرویس‌دهنده به‌صورت یک سیستم صف M/M/۱ در نظر گرفته می‌شود. حال اگر بخواهیم مدل QMCLAM را براساس چند نوع تقاضای مستقل از هم بیان کنیم براساس پارامترها و متغیرهای تعریف شده در قسمت قبل به مدل زیر می‌رسیم:

$$\max \sum_{i,j,k} a_i X_{ijk},$$

$$s.t.$$

$$X_{ijk} \le Y_{jk}, \quad \forall i, j, k,$$

$$\sum_j X_{i,j,k} \le 1, \quad \forall i, k,$$

$$\sum_i f_{ik} X_{ijk} \le \sqrt[b+2]{1-\alpha}\,\mu_{jk}, \quad \forall j, k,$$

$$\sum_j Y_{jk} = p_k, \quad \forall k,$$

$$Y_{jk}, X_{ijk} = 0, 1, \quad i \in N_{jk}, \forall i, j, k$$

اندیس k بیان‌گر نوع سرویس یا تقاضاست.

۳.۲. مدل صف فازی بیشینه‌ی پوشش مکان‌یابی ـتخصیص با درنظرگرفتن چند نوع تقاضا

در این قسمت به بررسی مدل FQMCLAM ـــ در صورتی‌که دارای چند نوع تقاضای مستقل از هم در سیستم باشیم ـــ می‌پردازیم. در این قسمت مدل خود را براساس پارامترهای تعریف‌شده در دیگر منابع تشریح خواهیم کرد[۱۴] و تنها این مدل را برای حالت چند نوع تقاضا گسترش می‌دهیم. بنابراین متغیرها و پارامترهای استفاده شده در مدل به شرح زیر است:

a_i جمعیت گره i (عددی قطعی)؛ $\tilde{b}_k = (b_p, b_m, b_o)$ یک عدد فازی مثلثی که به‌جای بیشترین تعداد مشتریان در هر سرویس‌دهنده نوع k قرار می‌گیرد؛ $\tilde{f}_{ik} = (f_{ik}^p, f_{ik}^m, f_{ik}^o)$ نرخ تقاضای نوع kام در گره i (یک عدد فازی مثلثی)؛ $\tilde{\mu}_{jk} = (\mu_{jk}^p, \mu_{jk}^m, \mu_{jk}^o)$ نرخ سرویس‌دهی در سرویس‌دهنده نوع j که برای تقاضای نوع k تعبیه شده است (یک عدد فازی مثلثی)؛ λ_{ijk} درجه‌ی عضویت فاصله گره i از j که براساس فاصله استاندارد s_k برای تقاضا نوع kام تعریف می‌شود؛ p_k تعداد سرویس‌دهنده‌های نوع kام.

$$\lambda_{ijk} = \begin{cases} 0 & d_{ij} > u \\ \frac{u-d_{ij}}{u-s} & s \le d_{ij} < u \\ 1 & d_{ij} \le s \end{cases}$$

که در آن d_{ij} نشان دهنده‌ی فاصله گره i از j است و u حد بالای عدد فازی ذوزنقه‌یی s است. در واقع اگر d_{ij} کم‌تر یا مساوی s باشد درجه عضویت فاصله برابر ۱ می‌شود، اگر بیشتر از مقدار u باشد برابر صفر، و اگر بین u و s باشد با توجه به معادله‌ی $\frac{u-d_{ij}}{u-s}$ مقدار می‌گیرد.[۱۴]

$\tilde{N}_{jk}^s$ متوسط تعداد مشتریان در سرویس‌دهنده‌ی j که مورد پوشش تقاضای k قرار می‌گیرند (عدد فازی مثلثی). α_k ارزش سطح اطمینان تعریف‌شده برای محدودیت صف فازی برای تقاضای k (عددی بین صفر و ۱). X_{ijk} متغیر صفر و ۱ که اگر گره i توسط سرویس‌دهنده j برای سرویس نوع k پوشش داده شود مقدار ۱ می‌گیرد در غیر این‌صورت صفر است. Y_{jk} متغیر صفر و ۱ که اگر سرویس‌دهنده‌یی که سرویس k را پوشش می‌دهد در گره j قرار گیرد مقدار ۱ می‌گیرد در غیر این صورت صفر است. با توجه به مطالب گفته‌شده،[۱۴] مدل FQMCLAM در حالت چند تقاضای مستقل از هم چنین نوشته می‌شود:

$$\max \sum_{i,j} a_i \lambda_{ijk} X_{ijk}, \quad \forall k,$$

$$X_{ijk} \le Y_{jk}, \quad \forall i, j, k,$$

$$\sum_j X_{i,j,k} \le 1, \quad \forall i, k,$$

$$\sum_j Y_{jk} = p_k, \quad \forall k,$$

$$T(\tilde{N}_{jk}^s \le \tilde{b}_k) \ge \alpha_k, \quad \forall j,$$

$$Y_{jk}, X_{ijk} = 0, 1, \quad i \in N_{jk}, \forall i, j, k \tag{۹}$$

برای تعیین $\tilde{N}_{jk}^s$ لازم است مروری بر نظریه‌ی صف فازی داشته باشیم. بدین‌منظور فرض می‌کنیم که نرخ ورود برای هر نوع تقاضا و هر نوع سرویس‌دهنده j از مقدار $\tilde{\omega}_{jk}$ پیروی می‌کند و نرخ سرویس‌دهی دارای مدل نمایی منفی با نرخ سرویس‌دهی $\tilde{\mu}_{jk}$ است. ما $\tilde{\omega}_{jk}$ و $\tilde{\mu}_{jk}$ را به صورت اعداد مثلثی فازی بررسی خواهیم کرد.

چنان که بیان شد $\tilde{f}_{ik}$ نشان دهنده‌ی نرخ تقاضای نوع k برای گره i است. بنابراین داریم:

$$\tilde{\omega}_{jk}=\sum_{i=1}^{n}\tilde{f}_{ik}X_{ijk}=\left(\sum_{i=1}^{n}f^{p}_{ik}X_{ijk},\sum_{i=1}^{n}f^{m}_{ik}X_{ijk},\sum_{i=1}^{n}f^{o}_{ik}X_{ijk}\right)$$

همچنین براساس مدل FM/FM/۱ (مدل فازی مارکوفی) و براساس روابط لیتل فازی[۲۰] داریم:

$$\tilde{N}^{s}_{jk}=\frac{\tilde{\omega}_{jk}}{\tilde{\mu}_{jk}-\tilde{\omega}_{jk}}=\frac{\sum\limits_{i=1}^{n}\tilde{f}_{ik}X_{ijk}}{\tilde{\mu}_{jk}-\sum\limits_{i=1}^{n}\tilde{f}_{ik}X_{ijk}}$$

بنابراین شیوه‌ی محاسبه‌ی عدد فازی مثلثی $\tilde{N}^{s}_{jk}$ عبارت است از:

$$\tilde{N}^{s}_{jk}=(\tilde{N}^{sp}_{jk},\tilde{N}^{sm}_{jk},\tilde{N}^{so}_{jk})=\left(\frac{\sum\limits_{i=1}^{n}\tilde{f}^{p}_{ik}X_{ijk}}{\tilde{\mu}^{p}_{jk}-\sum\limits_{i=1}^{n}\tilde{f}^{p}_{ik}X_{ijk}},\frac{\sum\limits_{i=1}^{n}\tilde{f}^{m}_{ik}X_{ijk}}{\tilde{\mu}^{m}_{jk}-\sum\limits_{i=1}^{n}\tilde{f}^{m}_{ik}X_{ijk}},\frac{\sum\limits_{i=1}^{n}\tilde{f}^{o}_{ik}X_{ijk}}{\tilde{\mu}^{o}_{jk}-\sum\limits_{i=1}^{n}\tilde{f}^{o}_{ik}X_{ijk}}\right)$$

چنان که در معادله‌ی ۹ مشاهده می‌شود، مقایسه بین دو عدد فازی انجام می‌گیرد و هیچ ساختار احتمالی ندارد. برای حل این معادله از روش پیشنهادی محققین[۱۸] و نیز با توجه به قضایای مطرح‌شده[۱۴] نتیجه می‌گیریم که:

$$T\left(\tilde{N}^{s}_{jk}\leq\tilde{b}_{k}\right)\geq\alpha_{k}\equiv\tilde{N}^{sm}_{jk}\leq b^{o}_{k}-(\alpha_{k})\left(b^{o}_{k}-b^{m}_{k}\right)$$

بنابراین داریم:

$$\frac{\sum\limits_{i=1}^{n}f^{m}_{ik}X_{ijk}}{\mu^{m}_{jk}-\sum\limits_{i=1}^{n}f^{m}_{ik}X_{ijk}}\leq b^{o}_{k}-(\alpha_{k})(b^{o}_{k}-b^{m}_{k})\tag{10}$$

عبارت ۱۰ را می‌توان چنین ساده کرد:

$$\sum_{i=1}^{n}\beta_{ik}X_{ijk}\leq\gamma_{jk},\qquad\forall j,k,\tag{11}$$

طبق معادلات ۱۰ و ۱۱ می‌توان نوشت:

$$\beta_{ik}=f^{m}_{ik}+b^{o}_{ik}f^{m}_{ik}-(\alpha_{k})(b^{o}_{k}-b^{m}_{k})f^{m}_{ik}\tag{12}$$

$$\gamma_{jk}=b^{o}_{k}\mu^{m}_{jk}-(\alpha_{k})(b^{o}_{k}-b^{m}_{k})\mu^{m}_{jk}\tag{13}$$

بدین ترتیب مدل ساده شده‌ی FQMCLAM در حالت چند تقاضای مستقل از هم، چنین نوشته می‌شود:

$$\max\sum_{i,j}a_{i}\lambda_{ijk}X_{ijk}\qquad\forall k,$$
$$s.t.$$
$$X_{ijk}\leq Y_{jk},\qquad\forall i,j,k,$$
$$\sum_{j}X_{i,j,k}\leq 1,\qquad\forall i,k,$$
$$\sum_{j}Y_{jk}=p_{k},\qquad\forall k,$$
$$\sum_{i=1}^{n}\beta_{ik}X_{ijk}\leq\gamma_{jk},$$
$$Y_{jk},X_{ijk}=0,1,\qquad i\in N_{jk},\forall i,j,k$$

چنان که مشاهده می‌شود مدل FQMCLAM در حالت چند تقاضای مستقل در راستای بیشینه‌کردن میزان جمعیت پوشش داده‌شده برای هر نوع تقاضا حرکت می‌کند و به ادغام و تمرکز سرویس‌های گوناگون که باعث کاهش هزینه‌های استقرار می‌شود، توجهی ندارد. بدین‌منظور برای به واقعیت نزدیک‌تر شدن مدل، تابع هدف دیگری در نظر می‌گیریم که سعی بر تمرکز سرویس‌هایی دارد که منجر به کاهش هزینه‌ی استقرار می‌شود. یادآور می‌شود که در این شیوه، راحتی و آسایش مشتریان نیز در نظر گرفته می‌شود؛ زیرا آن‌ها می‌توانند برای دریافت سرویس‌های مختلف حتی‌المقدور زمان و هزینه‌ی کم‌تری را صرف کنند. این تابع هدف به‌صورت زیر بیان می‌شود:

$$Max\left(\sum_{i}a_{i}\max\left(\sum_{k}x_{ijk}\lambda_{ijk}\right)\right)$$

این تابع به‌ازای هر نقطه‌ی i تعداد سرویس‌های دریافت‌شده از نقاط دیگر را بیشینه می‌کند؛ در واقع سعی بر این است که هر نقطه‌ی i حتی‌المقدور همه‌ی تقاضاهای خود را از سرویس‌دهنده‌هایی که در یک نقطه قرار دارند، دریافت کند. حال با در نظر گرفتن این اهداف، مدل نهایی FQMCLAM در حالت وجود تقاضای چندگانه در سیستم به‌صورت زیر بیان می‌شود:

$$\max\left(\sum_{i}a_{i}\max\left(\sum_{k}x_{ijk}\lambda_{ijk}\right)\right),$$
$$\max\sum_{i,j}a_{i}\lambda_{ijk}X_{ijk},\qquad\forall k,$$
$$s.t.$$
$$X_{ijk}\leq Y_{jk},\qquad\forall i,j,k,$$
$$\sum_{j}X_{i,j,k}\leq 1,\qquad\forall i,k$$
$$\sum_{j}Y_{jk}=p_{k},\qquad\forall k,$$
$$\sum_{i=1}^{n}\beta_{ik}X_{ijk}\leq\gamma_{jk},$$
$$Y_{jk},X_{ijk}=0,1,\qquad i\in N_{jk},\forall i,j,k$$

۳. الگوریتم‌های حل مدل

از آنجا که مدل p-median یک مدل NP-Hard است[۲۱] و مدل QMCLAM در زمان چندجمله‌یی[۱۵] قابلیت تبدیل‌شدن به مدل p-median را دارد،[۱۲] بنابراین FQMCLAM یک مدل NP-Hard است و با استفاده از الگوریتم‌های دقیق در زمان منطقی قابل حل نیست. یکی از بهترین راه‌ها برای حل چنین مدلی استفاده از روش‌های ابتکاری و فراابتکاری است. در این نوشتار از انواع الگوریتم‌های ژنتیک و ممتیک، که با یک الگوریتم ابتکاری هیبرید شده‌اند، استفاده خواهد شد.

۱.۳. الگوریتم ژنتیک

الگوریتم ژنتیک از تکنیک‌های فراابتکاری است که بیش از ۴۰ سال سابقه دارد و به‌صورت عمومی برای حل هر نوع مسئله‌یی می‌توان از آن بهره برد. این الگوریتم هر جواب مسئله را به صورت رشته کروموزومی نمایش می‌دهد. هرکدام از کروموزوم‌ها دارای یک ارزش جوابی است که در واقع مقدار ارزش تابع هدف آن کرورموزوم را نشان می‌دهد. گام‌های کلی این الگوریتم بدین‌صورت است که ابتدا جمعیتی از کروموزوم‌ها به صورت تصادفی تولید می‌شوند. سپس تعدادی از آن‌ها به‌عنوان والد در نظر گرفته می‌شوند و براساس اپراتورهای ادغام[۱۶] و جهش[۱۷] ترکیب شده، تغییر شکل داده و کروموزوم‌های جدیدی را به وجود می‌آورند که فرزند[۱۸] کروموزوم‌های قبلی‌اند. انتخاب والد و تولید فرزند تا شرط توقف الگوریتم ادامه می‌یابد. لازم به‌ذکر است چگونگی تولید جواب‌های هر نسل و اپراتورهای ادغام و جهش بسته به شرایط هر مسئله در نظر گرفته می‌شود.

الگوریتم ژنتیک اولین‌بار برای مسائل مکان‌یابی ـتخصیص به‌کار گرفته شد.[۲۲] سپس این الگوریتم برای مسئله‌ی مکان‌یابی چندمعیاره‌ی تسهیلات مورد استفاده قرارگرفت.[۲۳،۲۴] این الگوریتم به‌ویژه برای حل مسئله‌ی p-median کاربرد یافت. سپس الگوریتم ژنتیک برای مسئله‌ی مکان‌یابی کارخانه گسترش داده شد.[۲۵] در نهایت می‌توان گفت که یک الگوریتم ژنتیک با کارایی بسیار بالا برای مسئله‌ی p-median معرفی شده است.[۲۶] با توجه به شباهت بالای مسئله‌ی p-median با FQMCLAM،[۱۴] محققین از نتایج حاصله در الگوریتم ژنتیک خود استفاده کردند؛ ما هم از این نتایج در الگوریتم حل خود استفاده خواهیم کرد.

۲.۳. الگوریتم ممتیک

الگوریتم ممتیک شکل تکامل‌یافته‌ی الگوریتم ژنتیک است. به‌طور کلی می‌توان گفت که الگوریتم ممتیک ترکیب الگوریتم ژنتیک با یک جست‌وجوی موضعی[۱۹] است که این جست‌وجو معمولاً بعد از اپراتورهای ادغام و جهش صورت می‌پذیرد. این الگوریتم برای الگوریتم ژنتیک تهیه شده بود.[۲۷] به‌کارگیری جست‌وجوی موضعی در الگوریتم ژنتیک باعث می‌شود سطح وسیع‌تری از جواب‌ها مورد بررسی قرار گیرند هرچند ممکن است زمان حل افزایش یابد.

اگرچه تاکنون بیشتر از الگوریتم ممتیک در مسائل مسیریابی استفاده شده، می‌توان ازکاربردهای آن در مسائل مکان‌یابی به بررسی مسئله‌ی مجموعه‌ی پوشش با تغییراتی بر الگوریتم ممتیک اشاره کرد.[۲۸] همچنین از الگوریتم ممتیک برای مسائل مکان‌یابی چندمنظوره‌ی پویا استفاده شده است.[۲۹] این الگوریتم در مسائل مکان‌یابی ـمسیریابی نیز مورد استفاده قرار گرفته است.[۳۰] در این نوشتار ما نیز می‌خواهیم با ایجاد تغییراتی در این الگوریتم، از آن برای حل مدل خود بهره جوییم، و نتایج حل را با الگوریتم ژنتیک مقایسه کنیم.

۳.۳. پارامترهای الگوریتم‌های ژنتیک و ممتیک

در این بخش به تشریح پارامترهای الگوریتم ژنتیک و ممتیک می‌پردازیم.

۱.۳.۳. کروموزوم‌ها[۲۰]

در این الگوریتم‌ها کروموزوم به‌صورت یک ماتریس $K \times N$ بعدی تعریف می‌شود که چنان‌که پیش‌تر بیان شد K برابر تعداد انواع سرویس موجود و N نشان‌دهنده‌ی تعداد نقاط تقاضای موجود در شبکه‌ی تقاضای مورد بررسی است. عنصر سطر k و ستون i این ماتریس نشان‌دهنده‌ی اندیس نقطه‌یی است که گره iام تقاضای kام خود را از آن تأمین می‌کند. و اگر فرضاً این عنصر برابر با خود i باشد این مطلب نشان‌دهنده‌ی این است که یکی از سرویس‌دهنده‌های نوع k در خود گره iام مستقر است.

۲.۳.۳. برازندگی[۲۱] کروموزوم‌ها

از آنجا که تمامی توابع هدف هم‌جنس، و از جنس جمعیت‌اند، میزان برازندگی هر کروموزوم برابر با مجموع تمامی توابع هدف موجود در مدل مسئله در نظر گرفته می‌شود:

$$\text{Fitness} = \sum_i \sum_j \sum_k a_i \times \lambda_{ijk} \times x_{ijk} + \sum_i a_i \times \max\left(\sum_k x_{ijk}\lambda_{ijk}\right)$$

۳.۳.۳. روش انتخاب والدین[۲۲]

برای انتخاب والدین در تکرارهای مختلف از روش چرخ رولت[۲۳] استفاده می‌شود. در این روش احتمال انتخاب هر کروموزوم به‌عنوان والد متناسب با میزان برازندگی آن کروموزوم است و چنین محاسبه می‌شود:

$$P(\text{Cromsome}_i) = \frac{\text{Fitness}(\text{Cromosome}_i)}{\sum\limits_j \text{Fitness}(\text{Cromosome}_j)}$$

که در آن $\text{Fitness}(\text{Cromosome}_i)$ نشان‌دهنده‌ی میزان برازندگی کروموزوم iام و $P(\text{Cromsome}_i)$ نشان‌دهنده‌ی احتمال انتخاب این کروموزوم به‌عنوان والد است.

۴.۳.۳. روش ادغام

در این روش سطرهای نظیر هم در دو والد با احتمالی برابر با Crossover Rate، در هم ادغام می‌شوند. برای ادغام دو سطر، ابتدا اندیس کلیه‌ی نقاطی که در سطر مورد نظر در دو والد در آن‌ها سرویس‌دهنده‌مستقر است در متغیری در حافظه ذخیره می‌شود. سپس برای ساختن فرزند اول، به تعداد سرویس‌دهنده‌ی مورد نیاز سطر مورد نظر از متغیر موجود در حافظه به‌صورت تصادفی نقاطی انتخاب می‌شوند و متناسب با نقاطی از والدین که از این سرویس‌دهنده‌سرویس دریافت می‌کنند، فرزند اول ساخته می‌شود. در نهایت نقاطی از سطر که هنوز از هیچ تسهیلی سرویس دریافت نمی‌کنند به تسهیلی که بیشترین عضویت به آن را در سرویس مورد نظر در میان تمامی تسهیلات مستقر دارد اختصاص داده می‌شود. سپس نقاطی از متغیر موجود در حافظه که در فرزند اول مورد استفاده قرار نگرفته، در نظر گرفته می‌شوند و متناسب با نقاطی از والدین که از این سرویس‌دهنده‌ها سرویس دریافت می‌کنند فرزند دوم نیز ایجاد می‌شود. در نهایت اگر تعداد سرویس‌دهنده‌های مستقر در آن از تعداد سرویس‌دهنده‌های مورد نیاز سطر کم‌تر باشد، از سرویس‌دهنده‌های مستقر در فرزند اول به‌صورت تصادفی نقطه‌یی انتخاب می‌شود؛ فرزند دوم نیز همانند فرزند اول ساخته می‌شود. به‌عنوان مثال فرض کنید برای سرویس k دو کروموزوم زیر به‌عنوان والد انتخاب شده‌اند.

والد اول

۱۲	۰	۱۲	۰	۱۲	۱۲	۵	۰	۰	۳	۵	۵	۰	۳	۳	۵

والد دوم

۰	۰	۱۱	۰	۱۱	۱۱	۱۱	۵	۰	۷	۷	۵	۰	۷	۰	۵

این عملگر ابتدا تشخیص می‌دهد که مجموعه نقاطی که سرویس‌دهنده‌ها در آن‌ها مستقر شده‌اند شامل گره‌های ۷، ۱۲، ۳، ۵ و ۱۱ است. حال فرض کنید الگوریتم برای تشکیل فرزند اول ابتدا به‌طور تصادفی گره ۷ را انتخاب کند، پس داریم:

جدول ۱. اطلاعات مسئله مورد بررسی اول.

n	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶
a_i	۷۲۵	۵۲۷	۸۹۲	۵۶۳	۵۸۰	۸۲۲	۸۵۲	۷۵۳	۹۵۹	۶۸۷	۸۲۱	۵۰۴	۷۲۰	۵۸۹	۸۳۳	۵۷۰
سرویس ۱: $P_{۱} = ۳$ $\tilde{\mu}_{j۱} = (۲۷, ۳۰, ۳۳)$ $\alpha_{۱} = ۰/۰۵$ $s_{۱} = (۱, ۱۳, ۲, ۲۵)$ $\tilde{b}_{۱} = (۲, ۳, ۴)$																
$f_{۱}^{p}$	۲	۶	۷	۷	۴	۶	۴	۱۰	۱۰	۳	۲	۲	۱۰	۳	۹	۷
$f_{۱}^{m}$	۶	۸	۹	۹	۶	۸	۶	۱۲	۱۲	۵	۴	۴	۱۲	۵	۱۱	۹
$f_{۱}^{o}$	۸	۱۰	۱۱	۱۱	۸	۱۰	۸	۱۴	۱۴	۷	۶	۶	۱۴	۷	۱۳	۱۱
سرویس ۲: $P_{۲} = ۴$ $\tilde{\mu}_{j۲} = (۳۷, ۴۰, ۴۳)$ $\alpha_{۲} = ۰/۱$ $s_{۲} = (۱, ۱, ۲, ۲۴)$ $\tilde{b}_{۲} = (۳, ۴, ۵)$																
$f_{۲}^{p}$	۸	۳	۱	۷	۸	۸	۳	۳	۴	۱	۳	۲	۶	۶	۳	۳
$f_{۲}^{m}$	۱۰	۵	۳	۹	۱۰	۱۰	۵	۵	۶	۳	۵	۴	۸	۸	۵	۵
$f_{۲}^{o}$	۱۲	۷	۵	۱۱	۱۲	۱۲	۷	۷	۸	۵	۷	۶	۱۰	۱۰	۷	۷

جدول ۲. پارامترهای الگوریتم‌های ژنتیک و ممتیک برای مسئله‌اول.

الگوریتم	اندازه‌ی جمعیت	نرخ ادغام	نرخ جهش
ژنتیک	۵۰۰	۰/۹۵	۰/۰۵
ممتیک	۱۰۰	۰/۹۵	۰/۰۵

فرزند اول

									۷	۷			۷		

دوباره در نظر بگیرید نقطه‌ی ۵ به‌عنوان عدد بعدی از مجموعه‌ی مشخص شده انتخاب شود:

فرزند اول

					۵	۵		۷	۷	۵			۷		۵

با توجه به والدین اول و دوم عدد ۵ درکروموزوم مستقر می‌شود. اگر در نظر بگیریم عدد سوم انتخاب شده ۱۱ باشد داریم:

فرزند اول

		۱۱		۱۱	۱۱	۵	۵		۷	۷	۵		۷		۵

در مرحله‌ی بعد نقاطی که هنوز پوشش داده نشدند با توجه به درجه عضویت‌شان در مجموعه‌ی فاصله استاندارد سرویس‌های مستقرشده، پوشش داده می‌شوند. حال برای تشکیل فرزند دوم ابتدا از اعداد ۱۲ و ۳ استفاده می‌شود. اما از آنجا که عدد ۵ در هر دو والد مشترک است، عدد سوم برای تشکیل فرزند دوم به‌طور تصادفی از میان اعداد فرزند اول انتخاب می‌شود.

۵.۳.۳. روش جهش

بعد از انجام عمل ادغام، هر یک از سطرهای فرزندان با احتمالی برابر با نرخ جهش[۲۳] مجدداً به‌صورت تصادفی ایجاد می‌شود.

۴.۳. گام‌های الگوریتم ژنتیک

در این بخش به تشریح گام‌های الگوریتم ژنتیک پرداخته می‌شود.

گام ۱. تعیین پارامترهای اولیه‌ی الگوریتم ژنتیک از قبیل: جمعیت اولیه، نرخ ادغام، نرخ جهش.

گام ۲. در این گام به تعداد کروموزوم‌های مورد نیاز نسل اول کروموزوم اولیه ایجاد می‌شود. کروموزوم‌هایی که در نسل اول ساخته می‌شوند باید موجه باشند، به‌عبارت دیگر باید در تمامی محدودیت‌های موجود در مسئله صدق کنند. ساختار کروموزوم‌ها به‌گونه‌یی است که محدودیت‌های اول و دوم مدل خود به خود برقرار می‌باشند و تنها باید در ایجاد آن‌ها به محدودیت سوم و چهارم مدل توجه کرد.

برای ایجاد هر سطر یک کروموزوم و در راستای برقراری محدودیت سوم مدل، به این صورت عمل می‌شود که به‌صورت کاملاً تصادفی مقادیر تعدادی (به تعداد سرویس‌دهنده‌های مورد نیاز سرویس متناظر) از خانه‌های کروموزوم برابر با شماره‌ی خانه‌ی متناظرشان قرار داده می‌شوند و این بدان معناست که در این نقاط سرویس‌دهنده‌قرار داده شده است. سپس بقیه‌ی نقاط سطر مورد نظر به‌صورت تصادفی به یکی از تسهیلاتی که مستقر شده‌اند اختصاص داده می‌شود. بدیهی است در کروموزوم‌های تولیدشده محدودیت چهارم مسئله لزوماً برقرار نیست. برای رسیدن به این هدف برای هریک از تسهیلات مستقر شده در هر سطر از کروموزوم از روشی ابتکاری به‌شرح زیر استفاده می‌شود:

۱. محاسبه‌ی نسبت $\frac{\beta_{ik}}{a_i}$ برای هر یک از نقاط i که توسط تسهیل مورد نظر (تسهیل j) سرویس دریافت می‌کنند.

۲. یافتن نقطه‌یی که دارای کم‌ترین مقدار $\frac{\beta_{ik}}{a_i}$ است و قرار دادن مقدار متناظر با آن عنصر در کروموزوم برابر با صفر.

۳. تکرار قدم دوم تا برقراری محدودیت چهارم.

گام ۳. محاسبه‌ی برازندگی کروموزوم‌ها، انتخاب ۰/۱ از بهترین کروموزوم‌های نسل

فعلی و انتقال به نسل بعد، انتخاب ۰٫۸ از کروموزوم‌های نسل فعلی با استفاده از چرخ رولت به‌عنوان والد.

گام ۴. اجرای عملگرهای ادغام و جهش بر روی والدین و انتقال آن‌ها به نسل بعد و تولید ۰٫۱ باقی‌مانده از کروموزوم‌های نسل بعد به‌صورت تصادفی.

گام ۵. تکرار گام‌های ۲ و ۳ و ۴ تا زمانی که بهترین برازندگی، در ۵ نسل متوالی تغییر نکند.

۵.۳. گام‌های الگوریتم ممتیک

گام‌های الگوریتم ممتیک دقیقاً همانند الگوریتم ژنتیک است با این تفاوت که در هر نسل بر روی هر یک از کروموزوم‌های تولید شده از یک الگوریتم جست‌وجوی موضعی استفاده می‌شود که این الگوریتم براساس بررسی جواب‌های همسایه عمل می‌کند. برای تولید یک جواب همسایه، یکی از نقاطی که در آن سرویس‌دهنده‌مستقر شده است با یکی از نقاط دیگر که در سطر مربوطه به‌عنوان یک سرویس‌دهنده‌مستقر نشده است تعویض می‌شود و تمامی نقاطی که سرویس خود را از تسهیل قبلی دریافت می‌کردند، اکنون سرویس خود را از سرویس‌دهنده‌ی جدید دریافت می‌کنند. سپس تمامی جواب‌های همسایه‌ی هریک از کروموزوم‌ها از نظر موجه بودن مورد بررسی قرار می‌گیرند و بهترین آن‌ها، در صورتی که دارای برازندگی بیشتری نسبت به کروموزوم فعلی باشد، جایگزین آن می‌شود. به‌عنوان مثال فرض کنید روی کروموزوم زیر جست‌وجوی موضعی انجام گیرد:

۱۲	۰	۱۲	۰	۱۲	۱۲	۵	۰	۰	۳	۵	۵	۰	۳	۳	۵

الگوریتم ابتدا گره ۵ را که در آن سرویس‌دهنده قرارگرفته تشخیص می‌دهد. سپس شروع به تعویض گره ۵ با اولین نقطه‌یی می‌کند که در آن سرویس‌دهنده قرار ندارد، و این روند را تا آخرین گره‌یی که در آن سرویس‌دهنده قرار نگرفته، ادامه می‌دهد. در اینجا اولین نقطه‌یی که در آن سرویس‌دهنده قرار نگرفته گره ۱ است، بنابراین یکی از کروموزوم‌های همسایه‌ی کروموزوم بالا به شکل زیر است:

۱۲	۰	۱۲	۰	۱۲	۱۲	۱	۰	۰	۳	۱	۱	۰	۳	۳	۱

جست‌وجوی موضعی الگوریتم ما عمل تولید جواب همسایه را تا آخرین نقطه‌یی که در آن سرویس‌دهنده قرارگرفته انجام می‌دهد. به‌عنوان مثال برای کروموزوم مورد بررسی در این بخش آخرین جواب همسایه به‌صورت زیر است:

۱۶	۰	۱۶	۰	۱۶	۱۶	۵	۰	۰	۳	۵	۵	۰	۳	۳	۵

بعد از تولید این جواب‌ها، الگوریتم آن‌ها را از نظر موجه‌بودن بررسی کرده و آن جواب همسایه‌یی را که دارای برازندگی بیشتری نسبت به بقیه است را تشخیص داده و درصورت بهتر بودن برازندگی آن با کروموزوم مورد بررسی، با آن جایگزین می‌شود.

جدول ۳. مقایسه نتایج حل الگوریتم‌های ژنتیک و ممتیک و نرم افزار **Lingo** برای مسئله اول.

<table>
<tr><th colspan="4">Lingo</th><th colspan="4">الگوریتم ژنتیک</th><th colspan="4">الگوریتم ممتیک</th></tr>
<tr><td>تابع هدف کل</td><td>تابع هدف اول</td><td>تابع هدف دوم</td><td>زمان اجراء (ثانیه)</td><td>تابع هدف کل</td><td>تابع هدف اول</td><td>تابع هدف دوم</td><td>زمان اجراء (ثانیه)</td><td>تابع هدف کل</td><td>تابع هدف اول</td><td>تابع هدف دوم</td><td>زمان اجراء (ثانیه)</td></tr>
<tr><td>۳۶۵۲۵</td><td>۷۳۰۳</td><td>۱۰۹۵۹</td><td>۱۹۱</td><td>۳۳۶۵۴</td><td>۶۴۷۷</td><td>۱۰۶۲۳</td><td>۱۱</td><td>۳۵۹۳۴</td><td>۷۲۸۲</td><td>۱۰۹۳۴</td><td>۱۳۳</td></tr>
<tr><td colspan="12">جزئیات سرویس اول</td></tr>
<tr><td>مکان‌های سرویس ۱</td><td colspan="3">نقاط تحت پوشش</td><td>مکان‌های سرویس ۱</td><td colspan="3">نقاط تحت پوشش</td><td>مکان‌های سرویس ۱</td><td colspan="3">نقاط تحت پوشش</td></tr>
<tr><td>۵</td><td colspan="3">۱،۵،۹</td><td>۲</td><td colspan="3">۱،۲،۶</td><td>۵</td><td colspan="3">۱،۵،۹</td></tr>
<tr><td>۷</td><td colspan="3">۳،۷،۱۱،۱۲</td><td>۹</td><td colspan="3">۵،۹</td><td>۷</td><td colspan="3">۳،۶،۷</td></tr>
<tr><td>۱۰</td><td colspan="3">۶،۱۰،۱۴</td><td>۱۱</td><td colspan="3">۷،۱۰،۱۱،۱۲</td><td>۱۱</td><td colspan="3">۱۰،۱۱،۱۲،۱۴</td></tr>
<tr><td colspan="12">جزئیات سرویس دوم</td></tr>
<tr><td>مکان‌های سرویس ۲</td><td colspan="3">نقاط تحت پوشش</td><td>مکان‌های سرویس ۲</td><td colspan="3">نقاط تحت پوشش</td><td>مکان‌های سرویس ۲</td><td colspan="3">نقاط تحت پوشش</td></tr>
<tr><td>۵</td><td colspan="3">۱،۲،۵،۹</td><td>۲</td><td colspan="3">۱،۲،۶</td><td>۵</td><td colspan="3">۱،۵،۹</td></tr>
<tr><td>۷</td><td colspan="3">۳،۴،۷،۸،۱۱،۱۲</td><td>۸</td><td colspan="3">۳،۴،۸،۱۲،۱۶</td><td>۷</td><td colspan="3">۲،۳،۴،۶،۷</td></tr>
<tr><td>۱۰</td><td colspan="3">۶،۱۰،۱۳،۱۴</td><td>۹</td><td colspan="3">۵،۹،۱۳</td><td>۱۱</td><td colspan="3">۸،۱۰،۱۱،۱۲،۱۵،۱۶</td></tr>
<tr><td>۱۵</td><td colspan="3">۱۵،۱۶</td><td>۱۱</td><td colspan="3">۷،۱۰،۱۱،۱۴،۱۵</td><td>۱۳</td><td colspan="3">۱۳،۱۴</td></tr>
</table>

جدول ۴. اطلاعات مسئله مورد بررسی دوم.

n	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸	۹	۱۰	۱۱	۱۲	۱۳	۱۴	۱۵	۱۶	۱۷	۱۸	۱۹	۲۰	۲۱	۲۲	۲۳	۲۴	۲۵
a_i	۶۷۸	۸۹۸	۶۳۱	۶۹۱	۷۴۱	۹۹۳	۸۸۸	۷۸۷	۹۲۶	۶۸۱	۹۷۴	۵۳۴	۷۶۱	۹۰۶	۹۴۱	۹۵۶	۸۱۰	۶۹۸	۸۲۶	۶۸۹	۹۹۷	۷۷۵	۷۷۰	۶۵۲	۷۲۶
سرویس ۱: $P_1 = 8$ $\tilde{\mu}_{j1} = (37, 40, 43)$ $\alpha_1 = 0.05$ $s_1 = (1, 1, 2, 24)$ $\tilde{b}_1 = (4, 5, 6)$																									
f_1^p	۶	۲	۷	۵	۲	۱۰	۸	۱	۲	۷	۱۰	۱۰	۳	۴	۹	۸	۱۰	۷	۹	۲	۴	۵	۷	۳	۹
f_1^m	۸	۴	۹	۷	۴	۱۲	۱۰	۳	۴	۹	۱۲	۱۲	۵	۶	۱۱	۱۰	۱۲	۹	۱۱	۴	۶	۷	۹	۵	۱۱
f_1^o	۱۰	۶	۱۱	۹	۶	۱۴	۱۲	۵	۶	۱۱	۱۴	۱۴	۷	۸	۱۳	۱۲	۱۴	۱۱	۱۳	۶	۸	۹	۱۱	۷	۱۳
سرویس ۲: $P_2 = 5$ $\tilde{\mu}_{j2} = (20, 22, 24)$ $\alpha_2 = 0.1$ $s_2 = (4, 4, 6, 5)$ $\tilde{b}_2 = (1, 2, 3)$																									
f_2^p	۱	۱	۵	۵	۳	۱	۱	۵	۳	۵	۴	۵	۶	۳	۶	۱	۴	۷	۱	۴	۶	۱	۴	۴	۵
f_2^m	۲	۲	۶	۶	۴	۲	۲	۶	۴	۶	۵	۶	۷	۴	۷	۲	۵	۸	۲	۵	۷	۲	۵	۵	۶
f_2^o	۴	۴	۸	۸	۶	۴	۴	۸	۶	۸	۷	۸	۹	۶	۹	۴	۷	۱۰	۴	۷	۹	۴	۷	۷	۸
سرویس ۳: $P_3 = 7$ $\tilde{\mu}_{j3} = (17, 20, 23)$ $\alpha_3 = 0.1$ $s_3 = (3, 6)$ $\tilde{b}_3 = (2, 3, 4)$																									
f_3^p	۳	۲	۱	۴	۳	۱	۳	۲	۵	۵	۴	۴	۲	۵	۵	۳	۲	۱	۵	۵	۲	۲	۵	۳	۴
f_3^m	۵	۴	۳	۶	۵	۳	۵	۴	۷	۷	۶	۶	۴	۷	۷	۵	۴	۳	۷	۷	۴	۴	۷	۵	۶
f_3^o	۶	۵	۴	۷	۶	۴	۶	۵	۸	۸	۷	۷	۵	۸	۸	۶	۵	۴	۸	۸	۵	۵	۸	۶	۷

جدول ۵. پارامترهای الگوریتم ژنتیک و ممتیک برای مسئله دوم.

الگوریتم	اندازه‌ی جمعیت	نرخ ادغام	نرخ جهش
ژنتیک	۵۰۰	۰٫۹۵	۰٫۱
ممتیک	۱۰۰۰	۰٫۹۵	۰٫۰۵

۴. نتایج محاسباتی

در این قسمت به تشریح نتایج حل برای دو مسئله تولید شده به‌صورت تصادفی، که اولی به بزرگی ۱۶ گره و ۲۵ گره می‌باشند، می‌پردازیم. برنامه‌نویسی الگوریتم‌های ژنتیک و ممتیک به‌کمک نرم افزار MATLAB ۷ انجام شده است و با حلی که از نرم افزار Lingo برای این مسائل به دست آمد، مقایسه شدند. جداول ۱، ۲، ۴ و ۵ اطلاعات مسائل مورد بررسی را نشان می‌دهند. جداول ۲ و ۵ نشان‌دهنده‌ی پارامترهای تعیین‌شده برای الگوریتم‌های ژنتیک و ممتیک است و نهایتاً جداول ۳ و ۶ جواب‌های به دست آمده از الگوریتم‌های ژنتیک و ممتیک را با جواب به دست آمده از نرم‌افزار Lingo مقایسه می‌کنند. چنان که در جدول ۳ مشاهده می‌شود جمع جمعیت‌های پوشش داده شده براساس الگوریتم ممتیک بسیار نزدیک‌تر از الگوریتم ژنتیک به حل Lingo است، اما زمان پاسخ‌گویی الگوریتم ژنتیک از الگوریتم ممتیک کم‌تر است. نکته قابل توجه دیگر این که مشتریان سرویس‌های گوناگون خود را تقریباً از یک نقطه دریافت می‌کنند؛ به‌عنوان مثال در حل الگوریتم ممتیک نقاط ۱،۵و۹ سرویس‌های نوع ۱ و ۲ خود را از سرویس‌دهنده‌یی که در نقطه‌ی ۵ قرارگرفته دریافت می‌کنند. این موضوع در جدول ۳ و در هر سه ستون Lingo، ژنتیک و ممتیک مشخص است. اما چنان‌که در جدول ۶ مشاهده می‌شود Lingo با توجه به NP-HARD بودن مدل قادر به پاسخ‌گویی نیست. الگوریتم ممتیک اما در زمان نسبتاً منطقی به جواب بسیار خوبی رسیده که در مقایسه با جواب ژنتیک بسیار بهتر است. گفتنی است زمان به جواب رسیدن ژنتیک تقریبا ۰٫۸۴ ممتیک است که این موضوع به‌دلیل جست‌وجوی موضعی دقیقی است که بر الگوریتم ممتیک کارگذاشته شده است. ضمناً درمورد این مسئله هم با کمی دقت متوجه می‌شویم که مشتریان حتی‌المقدور سرویس‌های خود را از یک نقطه دریافت می‌کنند. درکل می‌توان چنین نتیجه‌گیری کرد که با توجه به ابعاد بسیار بزرگ مسئله FQMCLAM در حالت چند نوع تقاضا در دنیای واقعی و NP-HARD بودن آن ناچار به استفاده از الگوریتم‌های فرا ابتکاری هستیم، این مطلب با توجه به زمان‌بر بودن حل Lingo ، به‌خصوص برای مسئله‌ی ۲۵ گرهیی ــ که حتی قابل به پاسخ‌گویی نیست ــ روشن و واضح است. حال از بین الگوریتم‌های ژنتیک و ممتیک مورد بررسی در این مطالعه و با توجه به شرایط مختلف الگوریتم ژنتیک در زمان کم‌تری نسبت به ممتیک مسئله را مورد بررسی قرار می‌دهد. از سوی دیگر الگوریتم ممتیک در مقایسه با الگوریتم ژنتیک جواب بهتری به ما می‌دهد. بنابراین تصمیم‌گیرنده می‌تواند از هرکدام از این الگوریتم‌ها در شرایط خاص خود استفاده کند. از نکات قابل ذکر دیگر می‌توان به مکان‌های سرویس‌دهنده‌های مختلف اشاره

جدول ۶. مقایسه نتایج حل الگوریتم های ژنتیک و ممتیک و نرم افزار **Lingo** برای مسئله دوم.

Lingo					**الگوریتم ژنتیک**					**الگوریتم ممتیک**				
تابع هدف کل	تابع هدف اول	تابع هدف دوم	تابع هدف سوم	زمان اجراء	تابع هدف کل	تابع هدف اول	تابع هدف دوم	تابع هدف سوم	زمان اجراء	تابع هدف کل	تابع هدف اول	تابع هدف دوم	تابع هدف سوم	زمان اجراء
در زمان منطقی قابل پاسخگویی نیست					۶۴۵۸۹	۱۴۸۶۸	۷۲۹۸	۱۰۳۲۸	۶۶	۷۵۴۷۲	۱۵۰۸۷	۹۳۹۱	۱۱۸۲۲	۸۲۰

جزئیات سرویس ۱					
مکان‌های سرویس ۱	نقاط تحت پوشش	**مکان‌های سرویس ۱**	نقاط تحت پوشش	**مکان‌های سرویس ۱**	نقاط تحت پوشش
در زمان منطقی قابل پاسخگویی نیست		۶	۱،۵،۶	۵	۳،۴،۵،۶
		۹	۳،۴،۸،۹	۷	۷،۱۱،۱۲
		۱۰	۱۰	۸	۸
		۱۱	۷،۱۱،۱۸	۱۵	۱۳،۱۴،۱۵
		۱۴	۱۴،۱۵،۱۹	۱۶	۱۰،۱۶،۲۰،۲۱
		۲۰	۱۳،۲۰	۱۷	۱۷،۱۸
		۲۱	۱۶،۱۷،۲۱،۲۴	۲۳	۲۲،۲۳
		۲۳	۲،۲۲،۲۳	۲۵	۱،۲،۲۵

جزئیات سرویس ۲					
مکان‌های سرویس ۲	نقاط تحت پوشش	**مکان‌های سرویس ۲**	نقاط تحت پوشش	**مکان‌های سرویس ۲**	نقاط تحت پوشش
در زمان منطقی قابل پاسخگویی نیست		۶	۲،۶،۷،۲۰،۲۴	۵	۱،۳،۵،۶
		۱۲	۱۱،۱۲	۷	۷،۱۲،۱۸
		۱۴	۱،۸،۱۴	۱۵	۱۱،۱۴،۱۵
		۲۱	۱۶،۲۱،۲۲	۱۶	۹،۱۶،۲۱
		۲۳	۹،۱۹،۲۳	۲۳	۱۷،۱۹،۲۲،۲۳

جزئیات سرویس ۳					
مکان‌های سرویس ۳	نقاط تحت پوشش	**مکان‌های سرویس ۳**	نقاط تحت پوشش	**مکان‌های سرویس ۳**	نقاط تحت پوشش
در زمان منطقی قابل پاسخگویی نیست		۱	۱،۲،۳	۵	۱،۵،۶
		۶	۶	۷	۲،۳،۷،۱۱
		۱۱	۱۱	۸	۸،۹
		۱۲	۷،۱۲	۱۵	۱۵،۲۰
		۱۴	۸،۱۴	۱۶	۱۶،۲۱
		۲۱	۱۶،۱۷،۱۸،۲۱	۱۷	۱۷،۱۸
		۲۳	۲۲،۲۳	۲۳	۱۳،۲۲،۲۳

کرد که با توجه به توابع هدفی که برای تمرکز سرویس‌های گوناگون در یک نقطه طراحی شد، این سرویس‌ها مطابق پیش‌بینی در یک نقطه متمرکز شده‌اند و می‌توان گفت این هدف مدل به‌طور کامل برآورده شده است (جداول ۳ و ۶).

۵. نتیجه‌گیری

در این مطالعه یک مدل صف فازی بیشینه‌ی پوشش مکان‌یابی ـ تخصیص با در نظر گرفتن تراکم و چند نوع تقاضا در سیستم بررسی شد. مقالات گذشته این مدل را تنها در حالت وجود یک نوع تقاضا در سیستم بررسی کرده‌اند. از نوآوری‌های دیگر این تحقیق درنظرگرفتن تابع هدفی است که در جهت کاهش هزینه راه‌اندازی تسهیلات و صرفه‌جویی در زمان و هزینه مشتریان گام برمی‌دارد. این تابع در راستای تمرکز سرویس‌های مختلف در یک نقطه حرکت می‌کند. از آنجا که تابع هدف در نظر گرفته شده از جنس جمعیت است، از قابلیت جمع با توابع هدف پوشش برخوردار است. بنابراین تحلیلِ جواب‌های به دست آمده بسیار ساده‌تر و واقعی‌تر انجام می‌گیرد.

برای حل مدل طراحی‌شده در این مقاله از دو الگوریتم ژنتیک و ممتیک استفاده شد و سپس جواب‌های به دست آمده از این دو الگوریتم با جواب نرم‌افزار Lingo مقایسه شد. نتایج نشان‌دهنده‌ی کارایی مناسب این دو الگوریتم از لحاظ کیفیت جواب و زمان حل نسبت به نرم‌افزار Lingo است. همچنین از مقایسه الگوریتم‌های به‌کار رفته برای مدل پیشنهادی می‌توان نتیجه گرفت که الگوریتم ممتیک جواب‌های بهتری نسبت به ژنتیک می‌دهد اما زمان حل آن به‌دلیل وجود جست‌وجوی موضعی در جواب‌های هر نسل طولانی‌تر است.

به‌منظور تحقیقات آتی، به‌کارگیری دیگر الگوریتم‌های فراابتکاری و ترکیب آن‌ها برای دست‌یابی به جواب‌های بهتر و حل مسئله در زمان کوتاه‌تر پیشنهاد می‌شود.

پانوشت‌ها

1. fuzzy queuing maximal covering location allocation model (FQMCLAM)
2. Genetic algorithm
3. Memetic algorithm
4. location set covering problem
5. maximal covering location problem
6. maximal expected covering location problem
7. maximal availability location problem
8. queuing maximal availability location problem
9. queuing maximal covering location allocation problem
10. clustering search
11. column generation
12. covering graphs
13. relaxation
14. lagrangian relaxation
15. polynomial
16. crossover
17. mutation
18. offspring
19. local search
20. cromosomes
21. fittness
22. parents
23. Roulette wheel
23. Mutation Rate

منابع (References)

1. Berman, O. and Krass, D. "Facility location with stochastic demand and congestion, facility location: Theory and applications, drezner and hamacher", Chapter11, New York: Wiley, pp. 329-371 (2002).
2. Toregas, S.; Swain, T.; ReVelle, R. and Bergman, O. "The location of emergency service facilities", *Operations Research*, **19**, pp. 1363-1373 (1971).
3. Church, R. and ReVelle, C. "The maximal covering location problem", *Papers of the Regional Science Association,* **32**, pp. 101-118 (1974).
4. Larson, R.C. "A hypercube queuing model for facility location and redistricting in urban emergency services", *Computers and Operations Research,* **1**, pp. 67-95 (1974).
5. Larson, R.C. "Approximating the performance of urban emergency service systems", *Operations Research,* **1**, pp. 845-868 (1975).
6. Daskin, M.S. "A maximum expected covering location model: Formulation, properties and heuristic solution", *Transportation Science,* **28**(2), pp. 150-161 (1983).
7. Berman, O. and Larson, R.C. "Optimal 2-facility network districting in the presence of queuing", *Transportation Science,* **19**, pp. 261-277 (1985).
8. Berman, O. and Mandowsky, R.R. "Location-allocation on congested networks", *European Journal of Operational Research,* **26**, pp. 238-250 (1986).
9. Berman, O.; Larson, R.C. and Parkan, C. "The stochastic queue p-median problem", *Transportation Science,* **21**, pp. 207-216 (1987).
10. Drezner, Z. "Facility location: A survey of applications and methods", (1995). *Springer,* New York chapter 8,pp.152-176
11. Revelle, C. and Hogan, K. "The maximum reliability location problem and α- relidble p-center problem: Derivatives of the probabilistic location set covering problem", *Annals of Operations Research,* pp. 155-174 (1989).
12. Marianov, V. and Serra, D. "Maximal covering location-allocation for congested system", *Journal of Regional Science,* **38**(3), pp. 401-424 (1998).
13. Marianov, V. and Revelle, C. "The queuing maximal availability location problem: A model for the sitting of emergency vehicles", *European Journal of Operations Research,* **93**, pp. 110-120 (1996).
14. Shavandi, H. and Mahlooji, H. "A fuzzy queuing location model with a genetic algorithm for congested systems", *Applied Mathematics and Computation,* **181**, pp. 440-456 (2006).
15. Corrêa, F. "Hybrid heuristics for the probabilistic maximal covering location-allocation problem", *Operational Research,* **119**, pp. 325-332 (2007).
16. Silva, F. and Serra, D. "Locating emergency services with different priorities: The priority queuing covering location problem", *Journal of the Operational Research Society,* **148**, pp. 12-17 (2008).
17. Corrêa, F. "A decomposition approach for the probabilistic maximal covering location-allocation problem", *Computers and operations Reesarch,* **201**, pp. 136-148 (2009).
18. Kakhki, T. and Moghadas, M. "A semidefinite relaxation for the queueing covering location problem with an M/G/1 system", *Workshop on Mixed Integer Nonlinear programming Conference,* pp. 201-216 (2010).
19. Dubois, D. and Prade, H. "Fuzzy sets and systems: Theory and applications", New York: Wiley,chapter 6,pp.87-103 (1980).
20. Tsujimura, J.B.; Jo, Y.; Gen, M. and Yamazaki, G. "A delay model of queuing network system based on fuzzy sets theory", *Computers and Industrial Engineering,* **25**, pp. 143-146 (1993).
21. Kariv, O. and Hakimi, S.L. "An algorithmic approach to network location problems, Part 2: the p-medians", *SIAM Journal on Applied Mathematics,* **37**, pp. 539-560 (1979).
22. Hosage, C.M. and Goodchild, M.F. "Discrete space location-allocation solutions from genetic algorithm", *Annals of Operations Research,* **10**, pp. 635-46 (1986).
23. Dibble, C. and Densham, P.J. "Generating interesting alternatives in GIS and SDSS using genetic algorithm, GIS/LIS", *Operational Research Society Conference,* Canada, Montreal, pp. 25-36 (1994).
24. Moreno-Perez, J.A.; Moreno-Vega, J.M. and Mladenovic, N. "Tabu search and simulated annealing in p-median problem", *Operational Research Society Conference,* Canada, Montreal, pp. 107-123 (1994).
25. Kratica, J.; Tosic, D.; Filipovic, V. and Ljubic, I. "Solving the simple plant location problem by genetic algorithm", *Rairo Operation Research,* **35**, pp. 127-142 (200).
26. Bozkaya, B.; Zhang, J. and Erkut, E. "An efficient genetic algorithm for the p-median problem, in: Z. Drezner, H.W. Hamacher (Eds.), Facility Location: Applications and Theory", *Springer,* Heidelberg, pp. 179-205 (2002).

27. Moscato, P. and Norman, G. "A memetic approach for travelling salesman problem", *University of Edinburgh,* **13**, pp. 25-36 (1989).

28. Jaszkiewicz, T. "A comparative study of multiple-objective metaheuristics on the bi-objective set covering problem and the pareto memetic algorithm", *Springer,* (57),pp.201-215(2004).

29. Dias, M.; Captivo, R. and Clímaco, Y. "A memetic algorithm for multi-objective dynamic location problems", *Springer,*(62),pp.64-76 (2008).

30. Prins, S.; Lacomme, V. and Ramdane-Cherif, S. "Competitive memetic algorithms for arc routing problem", *Springer,*(57),pp.125-132 (2004).