

بهینه‌سازی متغیر پاسخ در مدل رگرسیون لجستیک ترتیبی با استفاده از الگوریتم‌های ابتکاری و فراابتکاری (مطالعه‌ی موردی: ارزیابی میزان رضایت‌مندی دانشجویان از کارایی خدمات سایت کامپیوتر)

مهدی بشیری* (دانشیار)

رضا کامران‌راد (دانشجوی کارشناسی ارشد)

حسین کریمی (دانشجوی کارشناسی ارشد)

دانشکده‌ی فنی و مهندسی، گروه مهندسی صنایع، دانشگاه شاهد

ارزیابی وضعیت کیفیت، به عنوان یکی از گام‌های اساسی بهبود کیفیت، غالباً با داده‌های طبقه‌بندی شده انجام می‌شود. در این مطالعه براساس مدل رگرسیون لجستیک ترتیبی به پیش‌بینی وضعیت کیفیت خدمات براساس مقادیر مختلف متغیرهای کنترل‌ی پرداخته می‌شود. پس از مدل‌سازی مسئله‌ی بهینه‌سازی سطح پاسخ برای داده‌های طبقه‌بندی شده، به عنوان یکی از نوآوری‌های این مطالعه، ابتدا روشی ابتکاری برای حل مدل ارائه می‌شود و سپس الگوریتم فراابتکاری براساس شبیه‌سازی تبرید برای بهبود عملکرد الگوریتم پیشنهاد شده است. در ادامه دو مثال عددی به همراه نتایج حاصله به بررسی عملکرد الگوریتم‌های پیشنهادی می‌پردازد. روش پیشنهادی در یک مثال واقعی نیز پیاده‌سازی شده که نتایج آن در انتها تحلیل شده است. نتایج بررسی‌ها نشان‌دهنده‌ی عملکرد بهتر الگوریتم فراابتکاری نسبت به الگوریتم ابتکاری پیشنهادی است.

واژگان کلیدی: بهینه‌سازی متغیر پاسخ، رگرسیون لجستیک ترتیبی، متغیر کنترلی، الگوریتم‌های ابتکاری و فراابتکاری.

bashiri@shahed.ac.ir
kamranrad@shahed.ac.ir
hkarimi@shahed.ac.ir

۱. مقدمه

فاصله‌ی^(۱) و همچنین داده‌های گسسته (اسمی و ترتیبی)^(۲) به کار برد.^[۲] یکی از انواع رگرسیون قابل استفاده برای تحلیل داده‌های گسسته (طبقه‌بندی‌شده) رگرسیون لجستیک ترتیبی^(۳) است. در ادامه توضیحات بیشتری درخصوص این شیوه ارائه خواهد شد.

یکی از اهداف «رگرسیون لجستیک ترتیبی» بهینه‌سازی متغیر پاسخ در مسائل مختلف است. بدین معنا که با تغییر وضعیت متغیرهای کنترلی، وضعیتی بهینه برای متغیر پاسخ حاصل می‌شود. هدف این پژوهش، بهینه‌سازی متغیر پاسخ در مدل رگرسیون لجستیک ترتیبی با استفاده از روش‌های ابتکاری و فراابتکاری است. بررسی این موضوع و تحلیل نتایج حاصل از آن پژوهشی جدید در ادبیات موضوعی رگرسیون لجستیک ترتیبی است. در این نوشتار ابتدا پیشینه‌ی این مطالعات صورت‌گرفته در این زمینه ارائه می‌شود و پس از بیان مفاهیم رگرسیون لجستیک، مدل‌های رگرسیون لجستیک ترتیبی ارائه شده است. سپس بهینه‌سازی مسئله که موضوع اصلی این تحقیق بوده و نحوه‌ی انجام این کار با استفاده از الگوریتم‌های ابتکاری و فراابتکاری

امروزه مدیران و صاحبان سرمایه به دنبال ابزارهایی هستند که آنان را در پیش‌بینی وضعیت آتی شرکت‌ها و سازمان‌های متبوع خود یاری کند. این پیش‌بینی‌ها، وضعیت آتی فروش محصولات، میزان رضایت‌مندی مشتریان از خدمات ارائه شده و... را شامل می‌شود. ابزارها و شیوه‌های مختلفی در این زمینه وجود دارد که یکی از آن‌ها شیوه‌ی رگرسیون است. «رگرسیون» یکی از روش‌های آماری بسیار کاربردی است که با در دست داشتن اطلاعات یک رویداد قادر به پیش‌بینی وضعیت‌های دیگری از آن رویداد است. بدین منظور با استفاده از فاکتورهای کنترلی موجود، وضعیت متغیر پاسخ تعیین می‌شود. رگرسیون لجستیک نیز همانند رگرسیون معمولی از یک متغیر پاسخ -- اما با توزیع احتمالی برنولی و با احتمال موفقیت π -- برخوردار است.^[۱] به‌طور کلی رگرسیون را می‌توان برای تحلیل داده‌های پیوسته (نسبی و

* نویسنده مسئول

تاریخ دریافت: ۱۳۸۹/۷/۱۰، اصلاحیه (۱/۱۰/۱۳۸۹)، پذیرش ۱۳۸۹/۱۰/۲۲

... که برای نخستین بار در این مطالعه صورت گرفته -- مورد بحث قرار خواهد گرفت. این الگوریتم‌ها توسط مثال‌های عددی مورد تحلیل قرار می‌گیرند و نیز برای نشان دادن کاربرد عملی این تحقیق، مطالعه‌ی کاربردی در زمینه‌ی این تحقیق انجام شده است. در پایان نتایج حاصل مقایسه شده و مورد بررسی قرار گرفته است.

۲. مروری بر مطالعات پیشین

رگرسیون لجستیک یکی از شیوه‌های آماری است که در مسائل بهداشتی و درمانی بسیار مورد استفاده قرار گرفته است. این شیوه نه تنها در زمینه‌ی پزشکی، بلکه در زمینه‌های دیگری همچون بازاریابی و فروش، صنعت و... کاربرد فراوانی دارد. در واقع این شیوه ابزاری است قدرت‌مند در دست مدیران برای نیل به اهدافشان که همانا ارائه‌ی محصولات و خدمات با کیفیت بالا و کسب سود بیشینه است. رگرسیون لجستیک تا اواسط دهه‌ی ۴۰ میلادی توسعه نیافته بود و تا دهه‌ی ۷۰ میلادی نیز کم‌تر مورد استفاده قرار می‌گرفت، اما هم‌اکنون کاربردهای فراوانی یافته است.^[۳] مطالعات اولیه در رابطه با این شیوه در راستای ارائه‌ی مدل‌ها و روابط آماری بوده، در حالی که مطالعات بعدی شامل به‌کارگیری و استفاده از روابط در مسائل ذکر شده است.

در سال ۱۹۶۷ محققین مدل لجیت تجمعی را پیشنهاد دادند^[۴] که بعدها (در سال ۱۹۸۰) توسعه یافت و به مدل نسبی احتمالات شهرت پیدا کرد.^[۵] در واقع مدل رقمی تجمعی معیار محاسبه‌ی احتمالات تجمعی در رگرسیون لجستیک بوده، اما به دنبال محاسبه‌ی احتمالات جزئی برای هر تیمار از متغیر پاسخ هستیم که این کار بعدها توسط محققین دیگری انجام شد. در سال ۱۹۸۰ یک مدل جایگزین برای مدل نسبی احتمالات ارائه شد که مدل «نسبت تجمعات» نام گرفت.^[۶] در سال ۱۹۸۴ برای بررسی تأثیر میزان دز چهار دارو بر سلامتی افراد از مدل رگرسیون لجستیک ترتیبی استفاده شد.^[۷] در سال ۱۹۹۰، مدل احتمالات جزئی نسبی برای رگرسیون لجستیک ترتیبی ارائه شد.^[۸] این مدل که به دو زیرمدل با محدودیت و بی‌محدودیت تقسیم می‌شود، توانست محاسبه‌ی مقادیر احتمال را ساده‌تر کند. در واقع مدل مورد استفاده در این تحقیق نیز مدل احتمالات جزئی نسبی (مدل پیترسون) است که در همین نوشتار به تبیین مدل و نحوه‌ی به‌کارگیری آن در بهینه‌سازی مسئله اشاره شده است.

چنان که اشاره شد یکی از کاربردهای رگرسیون لجستیک در امور بهداشت و درمان است؛ در این زمینه کارهای فراوانی انجام شده که برخی از آن‌ها عبارت است از: کاربرد رگرسیون لجستیک ترتیبی در پیش‌بینی تومور روده (در سال ۱۹۹۱).^[۹] برای انجام این کار، محققین با استفاده از ۴۶۱ بیمار اذعان داشتند که روش آن‌ها به درستی توانسته است تومور بیماران انتخابی را پیش‌بینی کند، اما آن‌ها دلیلی برای عمومیت این روش بیان نکردند. پس لزومی برای درست بودن این روش بر اساس متغیرهای کنترلی تعیین شده برای بیماران دیگر وجود ندارد. در سال ۱۹۹۹ از نسبت‌های ترتیبی برای ارزیابی شدت بیماری با مقیاس طبقه‌بندی شده -- از قبیل ضعیف، متوسط و شدید -- استفاده شد.^[۱۰] بدین منظور هریک از متغیرهای پاسخ نامبرده به ترتیب با اعداد ۱، ۲، ۳ نمایش داده شد. عدد ۳ بیان‌گر وضعیت بحرانی‌تر نسبت به عدد ۲ بوده و عدد ۲ نیز نشان‌دهنده‌ی حالت بحرانی‌تر از وضعیت ۱ است. با این تعاریف از مدل رگرسیون لجستیک ترتیبی برای محاسبه‌ی احتمال وقوع هریک از پاسخ‌ها -- که نشان‌دهنده‌ی وضعیت و نوع بیماری هستند -- استفاده شد. در سال ۲۰۰۹ نیز روش جدیدی با استفاده از مدل‌سازی آماری برای تعیین

ارتباط بین ارزیابی بلوغ و پارامتر زمان توسط رگرسیون لجستیک ترتیبی ارائه شد.^[۱۱] مقاله‌ی «مروری بر ادبیات کاربرد رگرسیون لجستیک ترتیبی در ارزیابی کیفیت زندگی بر سلامتی افراد» (۲۰۰۲)^[۱۲] از جمله منابعی است که برای مطالعه بیشتر در این زمینه پیشنهاد می‌شود. یکی دیگر از کاربردهای رگرسیون لجستیک در امور بازاریابی و فروش و صنعت است. در سال ۲۰۰۶ تجزیه و تحلیلی برای رضایت مشتریان توسط رگرسیون لجستیک باینری و اسمی و ترتیبی انجام داده‌اند. آن‌ها پس از به‌دست آوردن رابطه‌ی رگرسیون، توانستند عامل اثرگذار رضایت مشتری را بیابند.^[۱۳] در سال ۲۰۰۸ از رگرسیون لجستیک ترتیبی برای بررسی نقش احساسات مشتریان در طراحی محصول استفاده شد؛^[۱۴] بدین صورت که ابتدا نیازمندی‌های و احساسات مشتریان را در مورد محصولی خاص (مطالعه‌ی موردی: اتاق کامیون ولوو) بررسی شد و سپس این نظرات برای برقراری ارتباط منطقی بین طراحی محصول و نیازهای مشتریان به طراح منتقل شد. در سال ۲۰۰۸ محققین برای یافتن ارتباط شاخص‌های رضایت ملی و توسعه‌ی اقتصاد کلان، از رگرسیون لجستیک ترتیبی استفاده کردند.^[۱۵] آن‌ها از تابع رگرسیون لجستیک ترتیبی در مدل‌سازی برنامه‌ریزی آرمانی استفاده کرده‌اند.

در سال ۲۰۰۹ نقش رگرسیون لجستیک ترتیبی برای تعیین نوع طراحی بهینه‌ی وسایل آشپزخانه در مقابل تحلیل متقابل برای شیرآلات آشپزخانه مورد بررسی قرار گرفت.^[۱۶] در آن مطالعه در مورد شیرهای آشپزخانه با شکل‌های مختلف ابتدا از چند نفر خواسته شد تا بهترین شیر را به دلخواه انتخاب کنند. سپس توسط رگرسیون لجستیک ترتیبی شیری که بیشترین امتیاز را به‌دست آورد، انتخاب شد و بعد پارامترهای تشکیل‌دهنده‌ی شیر انتخابی مورد بررسی قرار گرفت؛ برای هرچه بهتر شدن طراحی محصول از تحلیل متقابل استفاده شد.^[۱۶] در سال ۲۰۱۰ نیز محققین برای بهینه‌سازی مقاومت کششی فیبرهای کربنی و هدایت الکتریکی آن از الگوریتم ژنتیک استفاده کردند. برای این کار، ابتدا تابع رگرسیون را به دست آوردند و سپس پارامترهای این تابع را برای شناسایی مقادیر بهینه‌ی پارامترها، توسط الگوریتم ژنتیک بهینه کردند.^[۱۷] در جدول ۱ پژوهش‌های انجام‌شده در زمینه‌ی رگرسیون لجستیک ترتیبی به‌اختصار ارائه شده است.

۳. مروری بر مفاهیم رگرسیون لجستیک

رگرسیون لجستیک یکی از انواع رگرسیون غیرخطی است که در پاسخ‌های طبقه‌بندی‌شده کاربرد دارد. منظور از پاسخ‌های طبقه‌بندی شده، آن است که دیگر متغیر پاسخ پیوسته نبوده و به صورت گسسته بیان می‌شود. به عبارت دیگر تعداد پاسخ‌ها در رگرسیون لجستیک یکی است، اما متغیر پاسخ دارای دو یا چند طبقه‌بندی است. تحلیل واریانس ابزار تجزیه و تحلیل متغیرهای پیوسته است؛ گفتنی است که می‌توان از تحلیل واریانس غیرپارامتریک^۴ برای تحلیل داده‌های طبقه‌بندی شده نیز استفاده کرد. شباهت این روش با شیوه‌ی رگرسیون لجستیک در بی‌نیازی از نرمال بودن جامعه‌ی آماری است. دلیل استفاده از مدل‌های رگرسیون لجستیک به جای تحلیل واریانس غیرپارامتریک آن است که در آزمون‌های ناپارامتری مانند آزمون علامت، برای تصمیم‌گیری به جای اعداد از علامت قراردادی استفاده می‌شود؛ مثلاً با قراردادن عدد ۱۰ به عنوان عدد مبنا و تخصیص علامت مثبت برای اعداد بزرگ‌تر از عدد مبنا و علامت منفی برای اعداد کوچک‌تر از عدد مبنا، تعداد علامت‌های مثبت و منفی ملاک تصمیم‌گیری قرار می‌گیرد. این کار میزان خطای آزمون را افزایش می‌دهد چرا که در این روش هم عدد ۲۰ و هم عدد ۱۰۰ علامت مثبت گرفته،

جدول ۱. بررسی مطالعات پیشین در زمینه‌ی رگرسیون لجستیک ترتیبی.

محققین	سال	مدل ارائه شده	کاربرد	بهینه‌سازی یا اصلاح محصول
والکر و همکاران [۴]	۱۹۶۷	مدل لجیت تجمعی	رگرسیون لجستیک	--
کولوا [۵]	۱۹۸۰	مدل نسبی احتمالات	--	--
فینبرگ [۶]	۱۹۸۰	مدل نسبت تجمعات	--	--
کاکس و همکاران [۷]	۱۹۸۴	--	بررسی تأثیر میزان دز چهار دارو بر سلامتی افراد با استفاده از مدل‌های رگرسیون لجستیک ترتیبی	--
پیترسون و همکاران [۸]	۱۹۹۰	مدل احتمالات جزئی نسبی	--	--
بریزر و همکاران [۹]	۱۹۹۱	--	پیش بینی بروز تومور روده با به‌کارگیری رگرسیون لجستیک	--
نپ [۱۰]	۱۹۹۹	--	استفاده از نسبت‌های ترتیبی برای ارزیابی شدت بیماری با مقیاس طبقه‌بندی شده	--
هوانگ و همکاران [۱۱]	۲۰۰۹	--	استفاده از مدل‌سازی آماری برای تعیین ارتباط بین ارزیابی باوع و پارامتر زمان توسط رگرسیون لجستیک ترتیبی	--
لال و همکاران [۱۲]	۲۰۰۲	--	مروری بر ادبیات کاربرد رگرسیون لجستیک ترتیبی در ارزیابی کیفیت زندگی بر سلامتی افراد	--
لوسونل و همکاران [۱۳]	۲۰۰۶	معرفی انواع مدل‌های رگرسیون لجستیک	به‌کارگیری شیوه‌های رگرسیون لجستیک در تعیین میزان رضایت‌مندی مشتریان	*
ژو و همکاران [۱۴]	۲۰۰۸	--	به‌کارگیری رگرسیون لجستیک ترتیبی برای بررسی نقش احساسات مشتریان بر طراحی محصول	*
گریگوردیس [۱۵]	۲۰۰۸	--	یافتن ارتباط بین شاخص‌های رضایت ملی و توسعه اقتصاد کلان با استفاده از رگرسیون لجستیک ترتیبی	--
ازگی اختر [۱۶]	۲۰۰۹	--	بررسی نقش رگرسیون لجستیک ترتیبی برای تعیین نوع بهینه محصول (شیرآلات آشپزخانه) در مقابل تحلیلی متقابل	*
یانگ و همکاران [۱۷]	۲۰۱۰	--	تعیین ارتباط بین مقاومت کششی فیبرهای کربنی با هدایت الکتریکی و بهینه‌سازی مقادیر پارامترها با استفاده از الگوریتم ژنتیک	*
پژوهش حاضر		مدل احتمالات جزئی نسبی	به‌کارگیری در سنجش میزان رضایت‌مندی دانشجویان از سایت رایانه دانشگاه	*

*: عدم بررسی روش بهینه‌سازی در مقاله

*: بررسی روش بهینه‌سازی در مقاله

اما دیگر اختلاف این اعداد با عدد مبنا در نظر گرفته نمی‌شود. این در حالی است که در شیوه‌ی رگرسیون لجستیک این خطا وجود ندارد و ملاک تصمیم‌گیری خود اعداد هستند. رگرسیون لجستیک به سه دسته‌ی کلی: لجستیک باینری^۵، لجستیک اسمی^۶ و لجستیک ترتیبی تقسیم می‌شود. در رگرسیون لجستیک باینری، پاسخ‌ها به صورت دوتایی گسسته بیان می‌شود (مثل کوتاه / بلند). در این نوع رگرسیون متغیر پاسخ به صورت صفر و ۱ تعریف می‌شود. به عبارت دیگر متغیر پاسخ به صورت توزیع

احتمالی با متغیر تصادفی برنولی فرض می‌شود که این موضوع در رابطه‌ی ۱ آمده است.

$$\begin{cases} y_i = 0, & P(y_i = 0) = 1 - \pi_i \\ y_i = 1, & P(y_i = 1) = \pi_i \end{cases} \quad (1)$$

اما اگر تعداد طبقه‌بندی متغیرهای پاسخ بیشتر از دوتا باشد، دیگر نمی‌توان از رگرسیون

حاصل برای هر یک از متغیرهای کنترلی هستند، تابع لجیت مطابق رابطه‌ی ۶ به دست می‌آید.

$$\text{Logit}(Y \leq i) = \frac{\Pi_i}{1 - \Pi_i} = \exp(Z) \quad (6)$$

اگر تعداد طبقه‌بندی‌های متغیر پاسخ k باشد، آنگاه $k - 1$ معادله وجود دارد که به همراه معادله‌ی $\sum_{i=1}^k P_i = 1$ معادله‌ی k مجهولی به وجود می‌آید. یعنی برای هر سطر از متغیر پاسخ باید معادلات احتمالی ۶ را نوشت. برای سطر k ام نمی‌توان معادله‌ی ۶ را نوشت. چنان‌که گفته شد، Π_k احتمالات تجمعی k سطر است و از طرفی داریم: $\sum_{i=1}^k P_i = 1$. در نتیجه مقدار مخرج کسر معادله‌ی ۶ صفر شده و مقدارش بی‌معناست. به همین دلیل معادله‌ی $\sum_{i=1}^k P_i = 1$ به $k - 1$ معادله اضافه می‌شود. یکی دیگر از روش‌های محاسبه‌ی P استفاده از معادله‌ی ۷ است.

$$P = \frac{e^Z}{1 + e^Z} \quad (7)$$

این روش، ساده‌ترین روش محاسبه‌ی مقادیر احتمالات فردی است که معمولاً برای محاسبات از آن استفاده می‌شود. در ادامه پس از آشنایی با مفاهیم و مدل‌های رگرسیون لجستیک ترتیبی، روش‌های بهینه‌سازی مسئله ارائه می‌شود.

۵. بهینه‌سازی رگرسیون لجستیک ترتیبی

هدف از این بخش بهینه‌سازی متغیر پاسخ در مدل رگرسیون لجستیک ترتیبی است. منظور از بهینه‌سازی متغیر پاسخ، به دست آوردن بیشترین احتمال برای وقوع بیماری با بالاترین رتبه‌ی تخصیصی است. برای داشتن جواب بهینه در این مدل، باید تمام داده‌های موجود را جمع‌آوری و تحلیل کرد. در صورتی که در دنیای واقعی نیل به این هدف، به‌علت نیاز به وقت و انرژی زیاد، مشکل است. پس براساس نمونه‌برداری از دنیای واقعی به تحلیل جامعه‌ی آماری می‌پردازند. در رگرسیون لجستیک ترتیبی هدف از بهینه‌سازی یافتن بهترین ترکیب از عوامل کنترلی است که دارای بیشترین مقدار احتمال در بهترین رتبه‌ی ممکن باشد. برای مثال وقتی که تعداد رتبه‌ها ۸ باشد و فرض شود که بیشترین عدد بهترین رتبه است، آنگاه عدد ۸ بهترین رتبه خواهد شد؛ مدل رگرسیون لجستیک ترتیبی نیز باید برای این عدد بهینه شود، یعنی دست یافتن به رتبه‌ی برتر. بررسی همه حالت‌های ممکن برای بهینه‌سازی امری زمان‌بر است، و به همین دلیل در دو زیربخش بعدی روش‌هایی برای کم‌کردن زمان حل با حفظ رسیدن به جوابی مناسب پیشنهاد شده است. در ادامه‌ی آن نیز نتایج به دست آمده توسط این دو الگوریتم با هم مقایسه شده‌اند.

۱.۵. الگوریتم پیشنهادی ابتکاری

روش اتخاذشده برای این منظور چنان است که ابتدا از هر متغیر کنترلی (x ها) به‌طور تصادفی یک مقدار را انتخاب می‌کنیم. با استفاده از این مقادیر یک جواب اولیه برای $Z = \alpha + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \dots + \beta_m x_m$ به دست می‌آید. قابل ذکر است که ذاتاً رابطه‌ی رگرسیون لجستیک غیرخطی است و نمی‌توان به‌جای استفاده از رگرسیون لجستیک از رابطه‌ی رگرسیون درجات بالاتر استفاده کرد، زیرا متغیرهای پاسخ دارای توزیع نرمال نیست (و جنس متغیرها نیز متفاوت است). همچنین می‌توان از رابطه‌ی غیرخطی (وجود ارتباط متقابل بین متغیرها) در سمت راست Z استفاده کرد، اما

لجستیک باینری بهره جست و باید از دو نوع دیگر رگرسیون لجستیک استفاده کرد. تفاوت حالت اسمی با ترتیبی آن است که در حالت اسمی جنس متغیرها به‌صورت اسم (مثل آبی / زرد / قرمز) بوده، در حالی که جنس متغیرها در رگرسیون ترتیبی به‌صورت رتبه‌ی (مثل ۱، ۲، ۳، ۴ یا خوب / متوسط / ضعیف) بیان می‌شود. حال باید به این سؤال پاسخ داد که دلایل استفاده از رگرسیون لجستیک به‌جای رگرسیون خطی در تجزیه و تحلیل متغیرهای طبقه‌بندی شده چیست؟ در پاسخ می‌توان به دو دلیل مهم اشاره کرد: نخست آن که شرط استفاده از رگرسیون خطی، نرمال بودن مقادیر متغیرهای باقی‌مانده ϵ است،^[۱۸] در حالی که این متغیرها در پاسخ‌های طبقه‌بندی شده لزوماً از توزیع نرمال پیروی نمی‌کنند. دلیل دوم ماهیت متغیرهاست؛ متغیرها چهار ماهیت نسبی، فاصله‌ی، اسمی و ترتیبی دارند و چون ماهیت متغیرهای طبقه‌بندی شده اسمی یا ترتیبی است باید از رگرسیون غیرخطی (لجستیک) برای تحلیل آن‌ها استفاده کرد. از آنجا که هدف این مقاله بهینه‌سازی رگرسیون لجستیک ترتیبی است، در ادامه به بررسی مدل‌های این نوع رگرسیون لجستیک پرداخته می‌شود.

۴. مدل رگرسیون لجستیک ترتیبی

در این بخش مدل رگرسیون لجستیک ترتیبی (بیان مدل پیترسون) معرفی می‌شود. چنان‌که پیش‌تر نیز بیان شد، رگرسیون لجستیک برای تحلیل متغیرهای پاسخ طبقه‌بندی شده به‌کار می‌رود. اگر i معرف تعداد طبقه‌بندی‌های متغیر پاسخ (در رگرسیون لجستیک ترتیبی برابر بیشترین رتبه‌ی تخصیصی به پاسخ)، Π معرف احتمالات تجمعی پاسخ‌ها، و p نشان‌گر احتمالات فردی وقوع هر دسته از متغیر پاسخ (احتمال وقوع رتبه‌ی تخصیصی به هر پاسخ) باشد، آنگاه احتمالات تجمعی وقوع متغیرهای پاسخ به‌صورت رابطه‌ی ۲ است.

$$\Pi(i) = \sum_j P(Y \leq i) = p_1 + p_2 + \dots + p_i \quad (2)$$

شاخص دیگر موجود در شیوه‌ی رگرسیون لجستیک ترتیبی «نسبت احتمالات»^۸ است. این نسبت مقدار احتمال تجمعی برای دسته‌ی i ام را به مجموع احتمالات دسته‌ی $i + 1$ تا k نشان می‌دهد. رابطه‌ی ۳ معرف نسبت احتمالات برای دسته‌ی i ام است.

$$\text{odds}(Y \leq i) = \frac{P(Y \leq i)}{1 - P(Y \leq i)} \quad i = 1, 2, \dots, k - 1 \quad (3)$$

به عبارت دیگر می‌توان رابطه‌ی نسبت احتمالات را چنین نیز نوشت:

$$\text{odds}(Y \leq i) = \frac{P(Y \leq i)}{P(Y > i)} \quad i = 1, 2, \dots, k - 1 \quad (4)$$

اما مدلی که می‌توان برای محاسبه‌ی مقادیر احتمالات در رگرسیون لجستیک ترتیبی به‌کار برد، تابع لگاریتم طبیعی است. این تابع به‌صورت لگاریتمی از نسبت احتمالات نشان داده می‌شود:

$$\text{Logit}(Y \leq i) = \ln\left(\frac{\Pi_i}{1 - \Pi_i}\right) = \ln\left(\frac{P(Y \leq i)}{1 - P(Y \leq i)}\right) \quad (5)$$

که در آن مقدار تابع لجیت تجمعی برابر است با:

$$Z = \alpha + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \dots + \beta_m x_m$$

را داشته باشد، در غیر این صورت دوباره از رتبه‌ی برتر یک رتبه کم کرده و این روند را تکرار می‌کنیم تا در رتبه‌ی خاص شرط داشتن مقدار بیشینه‌ی p احراز شود. x ها مقادیر بهینه‌ی متغیرهای کنترلی، و p مقدار بهینه برای سطر مورد نظر است (شکل ۱). یادآور می‌شود در الگوریتم بیان شده به‌طور فرضی، رتبه‌ی با عدد بزرگ‌تر برتر از رتبه‌ی با عدد کوچک‌تر است؛ مثلاً رتبه‌ی ۸ برتر از رتبه‌ی ۷ است.

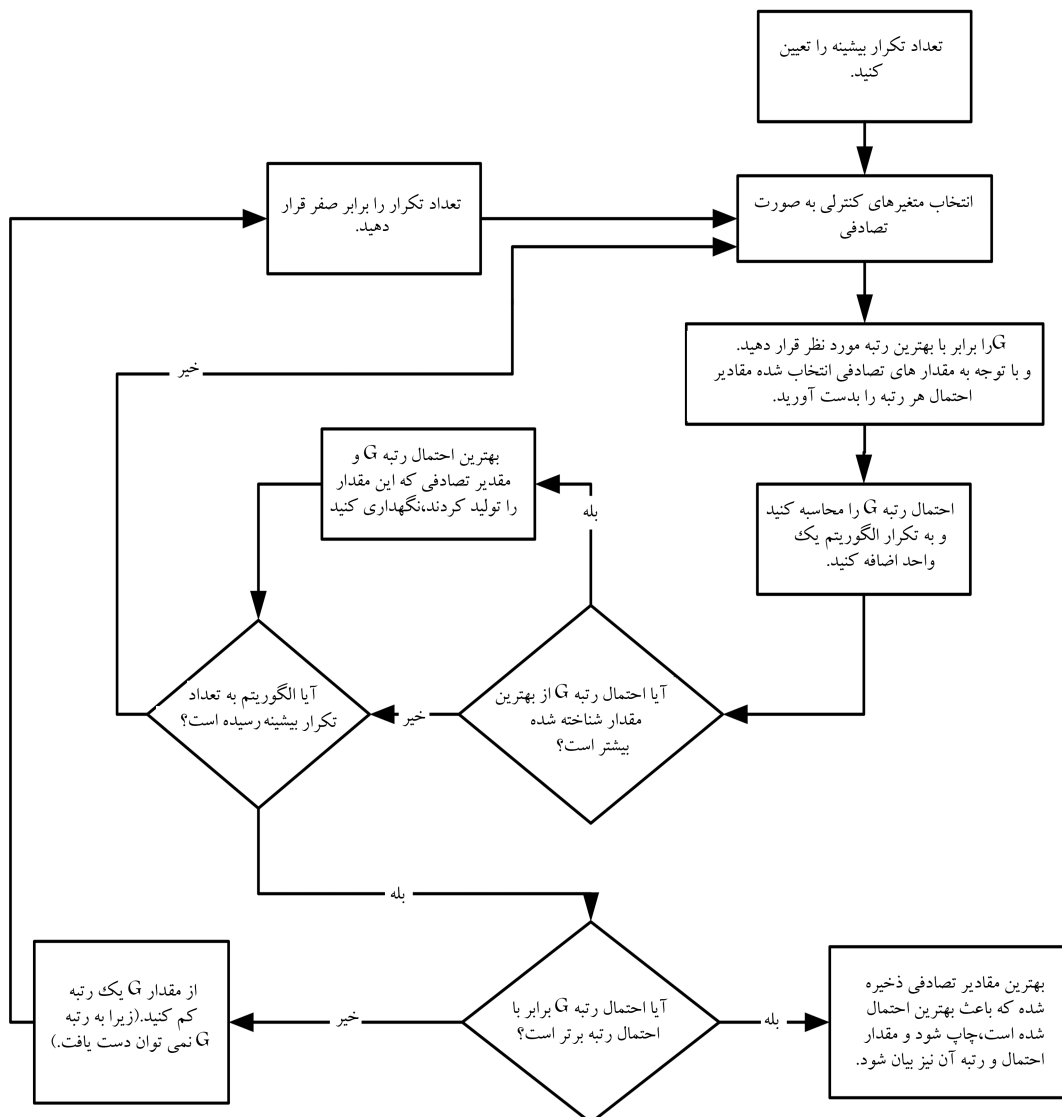
چون در این حالت تخمین ضرایب رگرسیونی^۹ بسیار دشوار است، از رابطه‌ی خطی برای تحلیل استفاده می‌شود. سپس با استفاده از هر جواب اولیه، p ها با استفاده از رابطه‌ی ۶ و رابطه‌ی ۸ با در نظر گرفتن $\sum_{i=1}^k P_i = 1$ به دست می‌آید.

$$\sum_{i=1}^n P_i = \frac{\exp(z)}{1 + \exp(z)} \quad n = 1, \dots, k - 1 \quad (۸)$$

با توجه به این مقادیر تصادفی تولید شده، p که بیان‌گر رتبه‌ی برتر است، با بیشترین احتمالی که در ابتدا مشخص شده (مثلاً صفر) مقایسه می‌شود؛ چنانچه از بیشترین احتمال بزرگ‌تر بود، مقدار احتمال و x را ثبت می‌کند و مجدداً به مرحله‌ی اول برمی‌گردد تا با استفاده از مقادیر جدید متغیرها، p های جدید تولید کند. این کار تا تعداد معینی تکرار می‌شود و پس از پایان تکرار، بهترین p و x به دست می‌آید. حال اگر این بهترین p برابر با مقدار بیشینه‌ی p ها بود، الگوریتم خاتمه می‌یابد و در غیر این صورت، از رتبه‌ی برتر یک رتبه کم کرده و دوباره الگوریتم با همان تعداد تکرار تعیین شده اجرا خواهد شد. تصمیم‌گیری الگوریتم با مقدار p این رتبه انجام می‌شود و پس از پایان تکرار باید شرط داشتن مقدار p بیشینه

۲.۵. الگوریتم پیشنهادی فراابتکاری

در قسمت قبل یک روش ابتکاری پیشنهاد شد که فرایند حل و بهینه‌سازی مسئله را به صورت تصادفی انجام می‌دهد. در واقع ضعف این روش، تصادفی بودن مقادیر و عدم پیروی از یک منطق کلان است. همین ضعف‌ها موجب عدم قطعیت در پاسخ و فاصله‌ی زیاد جواب با جواب دقیق است. برای رفع این مشکل از الگوریتم‌های فراابتکاری استفاده می‌شود، که معروف‌ترین آن‌ها روش شبیه‌سازی عملیات حرارتی است. شبیه‌سازی عملیات حرارتی یک روش جست‌وجوی محلی



شکل ۱. فلوچارت الگوریتم پیشنهادی ابتکاری.

است که برای بهینه‌سازی مسائل گسسته و پیوسته به‌کار می‌رود. این روش می‌تواند همانند دیگر روش‌های فراابتکاری از تله‌ی جواب محلی فرار کند. عملیات حرارتی عبارت است از افزایش دمای آهن تا دمای ذوب، و سپس کاهش تدریجی دما تا رسیدن آهن به خواص مورد نظر. پس از رسیدن به خواص مطلوب، یک‌بارۀ آهن را سرد می‌کنند تا مولکول‌ها در جای خود ثابت باقی بمانند. در شروع فرایند سردکردن تدریجی طبیعتاً مولکول‌ها با سرعت زیادی جابه‌جا می‌شوند و هرچه آهن سردتر شود سرعت مولکول‌ها و میزان جابه‌جایی آن‌ها کم‌تر می‌شود. در این الگوریتم فراابتکاری نیز ما در ابتدای کار (دمای زیاد) تغییرات را راحت‌تر می‌پذیریم و هرچه جلوتر می‌رویم احتمال پذیرش تغییرات کم‌تر و کم‌تر می‌شود. برخی از محققین شرط پذیرش رابطه‌ی ۹ را برای هر حرکت در فرایند سردشدن ارائه دادند.^[۱۹]

$$p = \exp\left(\frac{B-Z - Z}{T}\right) \quad (9)$$

در این رابطه Z و $B-Z$ مقادیر تابع هدف در هر تکرارند. T دمای الگوریتم در تکرار مورد نظر، و p شرط پذیرش برای حرکت در عملیات حرارتی است. الگوریتم پیشنهادی فراابتکاری از این رابطه بهره برده است. الگوریتم شبیه‌سازی تبرید در سال ۲۰۰۵ به‌منظور تخمین شبه پارامترهای رگرسیون خطی به‌کار گرفته شد و نتایج خوبی نیز ارائه داده است.^[۲۱،۲۰] الگوریتم پیشنهادی دارای پنج پارامتر است که براساس انجام آزمایش‌های عملی و عملکرد آن‌ها بر روی الگوریتم، مطابق آنچه در پیش‌کد آمده، تنظیم شده است. این پیش‌کد در ادامه آورده شده است.

۱.۲.۵. پیش‌کد الگوریتم پیشنهادی فراابتکاری

۱. تعداد رتبه‌ها را تعیین کنید و G بنامید. $B-G$ را برابر بیشترین رتبه‌ها قرار دهید. همچنین حد بالا و پایین عوامل کنترلی را تعیین کنید و این حدود را به ترتیب Up و Low بنامید و U را برابر تعداد عوامل کنترلی قرار دهید.

۲. مقادیری تصادفی بین حدود بالا و پایین هر عامل کنترلی ایجاد کنید و این مقادیر را $B-x$ بنامید.

۳. مدل رگرسیون لجستیک ترتیبی را با استفاده از روابط بیان شده حل کنید و مقدار احتمال $B-G$ را برابر $B-P$ قرار دهید، یعنی: $B-P = probability(B-G)$.

۴. مقدار D را برابر ۱ قرار دهید، D شمارنده‌ی پیشرفت الگوریتم است.

۵. T را برابر 10^2 به‌عنوان دمای ابتدای الگوریتم، T برابر 10^0 به‌عنوان دمای انجام الگوریتم، R را برابر 1995 به‌عنوان نرخ سردشدن قرار دهید. همچنین Max_nlimit و Max_nover را به ترتیب برابر 10 و 5 به‌عنوان بیشترین تکرار در حلقه‌ی داخلی قرار دهید. (پنج پارامتر الگوریتم در این قسمت تنظیم شده‌اند).

۶. $Nlimit$ و $Nover$ را به‌عنوان شمارنده برابر صفر قرار دهید.

۷. X را برابر مقادیر تصادفی بین حدود بالا و پایین برای هر عامل کنترلی قرار دهید.

۸. با توجه به این مقادیر، اگر $probability(B-G) \geq B-P$ بود آنگاه

$$B-P = probability(B-G) \quad \text{و} \quad Nlimit = Nlimit + 1$$

حالت اگر $Nover = Max_nover$ یا

$$Nlimit = Max_nlimit \quad \text{بود، آنگاه به گام } 10 \text{ بروید، و اگر}$$

$$probability(B-G) \leq B-P \quad \text{بود به گام } 9 \text{ بروید.}$$

۹. رابطه‌ی ۹ را حل کرده و جواب را برابر $P1$ بگذارید. و $P2$ را یک عدد تصادفی

بین 0 و 1 قرار دهید، حال اگر $P1 \geq P2$ باشد، آنگاه

$$Nlimit = Nlimit + 1, B-x = x, B-P = Probability(B-G)$$

و $Nover = Nover + 1$. حال اگر $Nover = Max_nover$ یا

$$Nlimit = Max_nlimit \quad \text{بود، آنگاه به گام } 10 \text{ بروید، در غیر این صورت}$$

به گام ۷ بروید. اگر $P1 \leq P2$ باشد، آنگاه 1 و $Nover = Nover + 1$ و اگر

$$Nover = Max_nover \quad \text{باشد، آنگاه به گام } 10 \text{ بروید، در غیر این صورت}$$

به گام ۷ بروید.

۱۰. اگر $T = R \times T$. اگر $T \leq T_0$ بود آنگاه به گام ۱۱ بروید، در غیر این صورت به

گام ۳ بروید.

۱۱. مقدار i را به‌عنوان شمارنده برابر ۱ قرار دهید.

۱۲. اگر $0.5 = (Up(i) - B-X(i)) / (Up(i) - Low(i))$ باشد، آنگاه

$$Up(i) = B-X(i) \quad \text{در غیر این صورت } Low(i) = B-X(i)$$

۱۳. اگر $i = U$ باشد آنگاه به گام ۱۴ بروید، و در غیر این صورت به

گام ۱۲ بروید.

۱۴. اگر $D = D + 1$. اگر $D = 2$ باشد آنگاه به گام ۱۵ بروید و در غیر این صورت

به گام ۵ بروید.

۱۵. اگر $probability(B-G)$ برابر با بیشترین مقدار احتمالات بود آنگاه به گام

۱۶ رفته، در غیر این صورت $B-G = B-G - 1$ و به گام ۲ بروید.

۱۶. $B-G$ ، $probability(B-G)$ و $B-x$ را به‌عنوان جواب نهایی چاپ کنید.

یادآور می‌شود برای تنظیم پارامترهای الگوریتم از طراحی آزمایش‌ها استفاده شده است. به این صورت که ابتدا دو سطح پیشنهادی برای هر یک از پارامترها انتخاب شده، سپس با استفاده از طرح آزمایشی $1/2$ عوامل کسری^۱ تعداد

۱۶ طرح آزمایشی برای این آزمایش به‌دست آمده است. با توجه به مقادیر پارامترهای این طرح، الگوریتم اجرا شده و طرحی که دارای مقدار تابع هدف

بهتری بود، به‌عنوان طرح برتر و پارامترهای تنظیم‌شده انتخاب شده است. در بخش بعدی با حل مثال‌های عددی به بررسی الگوریتم‌های پیشنهادی خواهیم

پرداخت.

۶. ارائه و حل مثال عددی

در بخش قبل در مورد دو روش حل، نحوه‌ی عملکرد و نقاط قوت و ضعف هر یک از آن‌ها به بحث پرداختیم. در این بخش دو مثال عددی بیان می‌شود که نخستین آن برای بررسی درستی الگوریتم‌های پیشنهادی ارائه شده و مثال دوم نیز به دنبال

مقایسه‌ی نتایج حاصل است. این مسائل شامل ۱۰ عامل کنترلی و متغیر پاسخی با ۱۶ طبقه (رتبه‌ی ۱ تا ۱۶) است. تمام فاکتورهای کنترلی دارای حد بالا و پایین بوده

و برخی از آن‌ها از جنس گسسته و برخی از جنس پیوسته‌اند. حدود و نوع عوامل کنترلی در جدول ۲ نشان داده شده است.

از طراحی آزمایش‌ها برای ایجاد این مسئله با ۱۶ تیمار استفاده شده است. بدین‌منظور از نرم‌افزار Minitab و طرح آزمایشی $1/2^6$ عوامل کسری (از طرح

عاملی 2^k-p) مورد استفاده قرار گرفته است. این طرح به‌منظور کاهش اثر عوامل اغتشاش صدمبار تکرار شده است. در جدول ۳ طراحی یادشده ثبت شده است.

جدول ۲. حدود متغیرهای کنترلی.

نام فاکتور	حد پایین	حد بالا	نوع فاکتور
A	۱۰۰	۱۰۰۰	گسسته
B	۱۰	۱۲	پیوسته
C	۰	۱	گسسته
D	-۱	۱	پیوسته
E	۲۰	۴۰	گسسته
F	۰	۱	پیوسته
G	۳۰	۴۰	گسسته
H	۰	۱	گسسته
I	۰	۱	پیوسته
J	۱۰	۱۵	گسسته

جدول ۳. تیمارهای طراحی شده.

تیمار	عوامل کنترلی									
	J	I	H	G	F	E	D	C	B	A
۱	۱۰	۱	۱	۴۰	۰	۲۰	-۱	۱	۱۲	۱۰۰
۲	۱۵	۱	۰	۳۰	۰	۲۰	-۱	۰	۱۰	۱۰۰
۳	۱۵	۱	۱	۳۰	۰	۴۰	۱	۱	۱۰	۱۰۰
۴	۱۵	۱	۱	۴۰	۱	۴۰	۱	۱	۱۲	۱۰۰۰
۵	۱۵	۰	۱	۴۰	۱	۲۰	۱	۰	۱۰	۱۰۰
۶	۱۵	۰	۰	۳۰	۰	۴۰	-۱	۱	۱۲	۱۰۰
۷	۱۰	۱	۱	۳۰	۱	۲۰	-۱	۱	۱۰	۱۰۰۰
۸	۱۰	۰	۱	۳۰	۱	۴۰	-۱	۰	۱۲	۱۰۰
۹	۱۰	۱	۰	۳۰	۱	۴۰	۱	۰	۱۰	۱۰۰۰
۱۰	۱۵	۱	۰	۴۰	۱	۲۰	-۱	۰	۱۲	۱۰۰۰
۱۱	۱۵	۰	۱	۳۰	۰	۲۰	۱	۰	۱۲	۱۰۰۰
۱۲	۱۰	۰	۱	۴۰	۰	۴۰	-۱	۰	۱۰	۱۰۰۰
۱۳	۱۰	۱	۰	۴۰	۰	۴۰	۱	۰	۱۲	۱۰۰
۱۴	۱۵	۰	۰	۴۰	۱	۴۰	-۱	۱	۱۰	۱۰۰
۱۵	۱۰	۰	۰	۳۰	۱	۲۰	۱	۱	۱۲	۱۰۰
۱۶	۱۰	۰	۰	۴۰	۰	۲۰	۱	۱	۱۰	۱۰۰۰

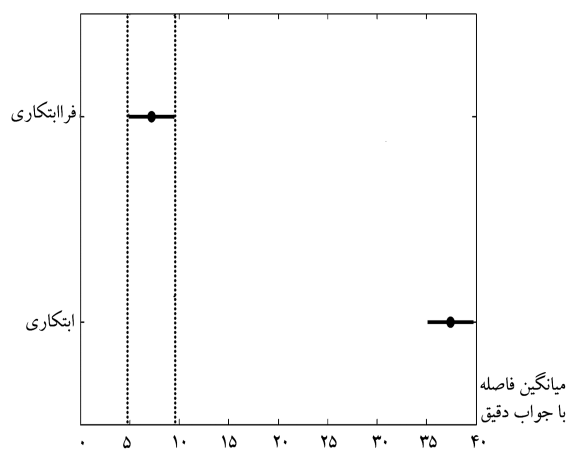
الگوریتم‌های ابتکاری و فراابتکاری برای مسئله ۱ توسط نرم افزار MATLAB/۸ در ۴GB آن RAM و ۲/۵۳GH آن CPU و ۴GB آن RAM بوده، پیاده‌سازی شده و نتایج آن در جدول ۴ آمده است. می‌دانیم که بهترین رتبه‌ی ممکن، طبقه‌ی ۱۶ با احتمال برابر ۰/۶۱۱۸ است. تیماری که دارای این طبقه است، پنجمین تیمار در جدول ۳ است. چنان که بیان شد مسائل این بخش مسائل فرضی است و جواب دقیق در مسئله نهاده شده، به‌گونه‌ی که در همه‌ی تکرارهای ایجاد مسئله، به تیمار پنجم عدد ۱۶ و به بقیه‌ی تیمارها به‌طور تصادفی عدد بین ۱ تا ۱۵ به‌صورت غیرتکراری داده شده است. این رویه به‌دلیل داشتن جوابی دقیق برای بررسی الگوریتم‌های پیشنهادی طراحی شده است.

چنان که در جدول ۴ نشان می‌دهد که میانگین فاصله جواب‌های الگوریتم‌های ابتکاری و فراابتکاری پیشنهاد شده به ترتیب برابر ۳۷/۴۰۸۷ و ۷/۲۲۴۵٪ است. این نتایج بیان‌گر این است که الگوریتم فراابتکاری جوابی بهتر از الگوریتم ابتکاری دارد. برای تحلیل بیشتر و مقایسه بهتر نتایج این جدول از آنالیز واریانس استفاده شده است. با توجه به آنالیز واریانس انجام شده توسط نرم‌افزار MATLAB/۸ اختلاف میانگین روش فراابتکاری و ابتکاری پیشنهادی برابر ۰/۱۸۲۷، و فاصله‌ی اطمینان ۰/۹۵ برای این اختلاف نیز برابر [۰/۲۱۲۹, ۰/۱۵۶۵] شده است. از آنجا که عدد صفر در این فاصله‌ی اطمینان قرار ندارد، میانگین‌های این دو روش با هم متفاوت‌اند. شکل ۲ بیان‌گر عملکرد بهتر روش فراابتکاری در بهینه‌سازی متغیر پاسخ رگرسیون لجستیک ترتیبی است.

در ادامه برای بررسی بیشتر الگوریتم فراابتکاری مسئله‌ی ۲ ایجاد شده، که برخلاف مسئله‌ی ۱ جواب دقیق آن نامشخص است. تعداد عوامل کنترلی و طبقه‌های مسئله‌ی ۲ همانند مسئله‌ی ۱ است. حدود بالا و پایین این مسئله شبیه مسئله ۱ است. مدل مسئله‌ی ۲ به‌طور کامل در ضمیمه‌ی ب آورده شده است. مسئله‌ی ۲ توسط الگوریتم فراابتکاری پیشنهادی به‌دلیل عملکرد بهتر نسبت به روش ابتکاری حل شده است (جدول ۵). پاسخ چهاردهمین اجرا از الگوریتم فراابتکاری در مقایسه با دیگر اجراها بهتر است (جدول ۵). با توجه به همگرایی برخی از مقادیر این اجرا، به نظر می‌رسد می‌توان به جواب بهتری نیز دست یافت (جدول ۶).

با توجه به مقادیر جدول ۶، پس از حل فراابتکاری مسئله‌ی ۲، مقادیر احتمالی جدول ۷ برای طبقه‌های ترتیبی مسئله به دست آمد.

در جدول ۷ احتمال وقوع هر یک از رتبه‌های تخصیصی به هر طبقه ارائه شده، و بیان می‌کند که رتبه‌ی ۱۶ برای پاسخ مسئله دارای بیشترین احتمال وقوع است.



شکل ۲. مقایسه‌ی دو روش پیشنهادی بر اساس فاصله اطمینان.

هر تیمار در جدول ۳ دارای یک پاسخ است که این پاسخ همان رتبه‌های رگرسیون لجستیک ترتیبی‌اند. پس در هر تکرار مقادیر پاسخ برای هر تیمار یکتاست. یعنی در یک تکرار دو تیمار نمی‌توانند دارای رتبه‌ی برابر باشند. ضرایب (β_i, α_j) و ثابت $(z = 1, 2, \dots, 15)$ با نرم‌افزار Minitab محاسبه شده است. مدل رگرسیون لجستیک ترتیبی برای مسئله‌ی اول در ضمیمه‌ی الف آمده است.

جدول ۴. نتایج حل مسئله ۱ توسط الگوریتم‌های پیشنهادی.

فاصله با جواب دقیق (%)	زمان حل (ثانیه)	مقدار احتمال	طبقه جواب	عوامل کنترلی											اجرا	
				J	I	H	G	F	E	D	C	B	A			
۳۱,۴۳	۱,۴۷۲۴	۰,۴۱۹۵	۱۶	۱۴	۰,۱۱۹۰	۱	۳۹	۰,۷۶۵۲	۲۰	۰,۵۶۰۲	۰	۱۰,۱۹۸۵	۱۱۰	۱		
۳۴,۹۱	۱,۴۶۲۷	۰,۳۹۸۲	۱۶	۱۵	۰,۰۱۲۷	۱	۴۰	۰,۸۱۴۶	۲۵	۰,۸۶۹۲	۰	۱۰,۷۰۹۹	۱۵۱	۲		
۳۸,۱۳	۱,۴۶۸۶	۰,۳۷۸۵	۱۶	۱۵	۰,۱۷۴۰	۱	۳۶	۰,۸۳۵۶	۲۲	۰,۸۸۵۲	۰	۱۰,۲۸۶۴	۲۷۳	۳		
۳۷,۰۲	۱,۴۶۰۹	۰,۳۸۵۳	۱۶	۱۵	۰,۲۱۱۹	۱	۳۲	۰,۹۵۶۳	۲۰	۰,۹۳۲۸	۰	۱۰,۵۰۴۳	۱۶۲	۴		
۵۵,۵۴	۱,۴۶۵۱	۰,۲۷۲۰	۱۶	۱۰	۰,۵۲۶۱	۱	۳۷	۰,۸۵۵۵	۲۰	۰,۶۸۹۳	۰	۱۰,۰۱۵۰	۳۶۵	۵		
۳۷,۷۵	۱,۴۵۱۳	۰,۳۸۰۸	۱۶	۱۳	۰,۳۵۱۹	۱	۳۳	۰,۹۰۸۴	۲۰	۰,۹۸۴۰	۰	۱۰,۱۱۰۷	۲۰۹	۶		
۳۴,۲۴	۱,۴۵۴۳	۰,۴۰۲۳	۱۶	۱۵	۰,۳۴۴۶	۱	۳۷	۰,۹۵۷۶	۲۰	۰,۹۱۴۰	۰	۱۰,۴۵۵۸	۲۴۷	۷		
۳۲,۷۴	۱,۴۵۴۵	۰,۴۱۱۵	۱۶	۱۴	۰,۵۲۵۳	۱	۳۶	۰,۹۷۶۵	۲۱	۰,۸۹۱۱	۰	۱۰,۰۲۹۳	۲۲۸	۸	روش ابتکاری	
۳۱,۸۲	۱,۴۵۶۷	۰,۴۱۷۱	۱۶	۱۵	۰,۳۳۶۴	۱	۳۸	۰,۸۹۷۱	۳۰	۰,۹۰۸۶	۰	۱۰,۱۲۶۵	۱۲۱	۹		
۳۶,۵۳	۱,۷۴۷۵	۰,۳۸۸۳	۱۶	۱۴	۰,۶۸۲۹	۱	۴۰	۰,۸۸۵۹	۲۸	۰,۹۴۶۷	۰	۱۰,۲۶۱۸	۱۰۸	۱۰		
۴۳,۲۰	۱,۴۶۱۷	۰,۳۴۷۵	۱۶	۱۵	۰,۳۲۹۴	۱	۳۶	۰,۹۸۵۹	۲۲	۰,۴۵۷۱	۰	۱۰,۳۹۴۶	۱۸۹	۱۱		
۳۹,۸۸	۱,۴۷۰۷	۰,۳۶۷۸	۱۶	۱۳	۰,۱۶۶۸	۱	۳۷	۰,۹۱۴۶	۲۵	۰,۵۲۹۷	۰	۱۰,۰۷۳۹	۱۶۱	۱۲		
۴۱,۱۴	۱,۴۶۰۷	۰,۳۶۰۱	۱۶	۱۲	۰,۶۴۹۱	۱	۳۴	۰,۹۴۵۸	۲۰	۰,۹۰۷۹	۰	۱۰,۰۰۳۲	۱۹۳	۱۳		
۳۸,۴۹	۱,۴۵۷۲	۰,۳۷۶۳	۱۶	۱۳	۰,۰۲۰۱	۱	۳۹	۰,۸۴۱۶	۲۸	۰,۹۷۷۹	۰	۱۰,۴۱۵۳	۱۹۸	۱۴		
۲۸,۳۱	۱,۴۷۲۲	۰,۴۳۸۶	۱۶	۱۵	۰,۱۱۶۸	۱	۴۰	۰,۸۲۵۶	۲۱	۰,۹۶۵۹	۰	۱۰,۶۰۲۹	۱۷۴	۱۵		
۳,۷۹۲	۱۲,۶۴۷۹	۰,۵۸۸۶	۱۶	۱۵	۰,۰۰۸۹	۱	۳۹	۰,۹۷۹	۲۰	۰,۹۸۲۵	۰	۱۰,۰۲۰۳	۱۰۳	۱		
۴,۸۵۴	۱۲,۶۱۸۷	۰,۵۸۲۱	۱۶	۱۵	۰,۰۱۸۲	۱	۳۹	۰,۹۸۴	۲۰	۰,۹۹۵۲	۰	۱۰,۰۱۹۶	۱۲۸	۲		
۲,۹۷۵	۱۲,۵۸۷۷	۰,۵۹۳۶	۱۶	۱۵	۰,۰۳۴۹	۱	۴۰	۰,۹۸	۲۰	۰,۹۸۸	۰	۱۰,۰۵۹۳	۱۰۱	۳		
۲,۷۹۵	۱۲,۷۰۶۲	۰,۵۹۴۷	۱۶	۱۵	۰,۰۱۶۳	۱	۴۰	۰,۹۸۰۵	۲۰	۰,۹۷۸۳	۰	۱۰,۰۰۰۴	۱۲۳	۴		
۱۲,۷۶۶	۱۲,۴۸۷۷	۰,۵۳۳۷	۱۶	۱۵	۰,۶۲۵	۱	۴۰	۰,۹۹۹۱	۲۰	۰,۹۹۴۸	۰	۱۰,۰۴۴۳	۱۰۵	۵		
۱۶,۸۳۵	۱۲,۵۸۰۶	۰,۵۰۸۸	۱۶	۱۵	۰,۰۴۳۵	۱	۳۳	۰,۹۹۰۴	۲۰	۰,۹۹۳۶	۰	۱۰,۰۲۴۵	۱۳۱	۶		
۱۵,۹۲	۱۲,۶۸۳۹	۰,۵۱۴۴	۱۶	۱۵	۰,۰۰۰۶	۱	۴۰	۰,۹۷۳۴	۲۰	۰,۹۸۳۳	۰	۱۰,۰۱۳۶	۱۰۱	۷		
۱,۹۴۵	۱۳,۷۱۰۹	۰,۵۹۹۹	۱۶	۱۵	۰,۰۳۸۲	۱	۴۰	۰,۹۹۳۷	۲۰	۰,۹۸۵۱	۰	۱۰,۰۰۸۴	۱۰۹	۸	روش فراابتکاری	
۳,۵۴۷	۱۲,۷۱۵۶	۰,۵۹۰۱	۱۶	۱۵	۰,۰۰۰۲	۱	۴۰	۰,۹۳۷	۲۱	۰,۹۹۷	۰	۱۰,۰۰۲۴	۱۰۰	۹		
۱۳,۶۴۸	۱۲,۶۹۴۱	۰,۵۲۸۳	۱۶	۱۱	۰,۰۰۳۲	۱	۴۰	۰,۹۹۲۴	۲۰	۰,۹۸۴۱	۰	۱۰,۰۵۵۶	۱۰۶	۱۰		
۱۵,۹۸۶	۱۴,۳۸۲۱	۰,۵۱۴	۱۶	۱۵	۰,۰۲۸۳	۱	۳۳	۰,۹۹۳۵	۲۰	۰,۹۸۲۵	۰	۱۰,۰۰۲۵	۱۲۷	۱۱		
۶,۵۰۵	۱۴,۲۰۵۷	۰,۵۷۲	۱۶	۱۵	۰,۰۵۹۷	۱	۴۰	۰,۹۶۹۹	۲۰	۰,۸۷۶	۰	۱۰,۰۱۹	۱۱۷	۱۲		
۲,۲۳۹	۱۲,۹۶۵۴	۰,۵۹۸۱	۱۶	۱۵	۰,۰۳۰۷	۱	۴۰	۰,۹۸۹۹	۲۰	۰,۹۸۳۷	۰	۱۰,۰۱۳۱	۱۱۲	۱۳		
۳,۲۰۴	۱۳,۰۹۶۸	۰,۵۹۲۲	۱۶	۱۵	۰,۰۶۱۳	۱	۴۰	۰,۹۸۹۷	۲۰	۰,۹۹۱۶	۰	۱۰,۰۱۷۵	۱۲۱	۱۴		
۱,۳۵۷	۱۲,۹۶۸۴	۰,۶۰۳۵	۱۶	۱۵	۰,۰۰۰۴	۱	۴۰	۰,۹۷۷۷	۲۰	۰,۹۹۵۵	۰	۱۰	۱۰۸	۱۵		

جدول ۵. نتایج حل مسئله ۲ با استفاده از روش فراابتکاری پیشنهادی.

اجرا	عوامل کنترلی											رتبه جواب	مقدار احتمال	زمان حل (ثانیه)
	J	I	H	G	F	E	D	C	B	A				
۱	۰٫۹۹۷	۱۰٫۰۰۰۸۶	۱	۰٫۹۷۳۱	۴۰	۰٫۲۲۴	۳۰	۰٫۹۹۳	۱۰	۰٫۲۱۹۲	۱۶	۱۵٫۴۶۷۳		
۲	۰٫۹۸۵	۱۰٫۰۰۵۲۲	۱	۰٫۹۹۸۲	۴۰	۰٫۰۰۹۷	۳۰	۰٫۹۹۵۲	۱	۰٫۲۰۷۲	۱۶	۱۵٫۰۲۳۸		
۳	۰٫۹۹۶	۱۰٫۰۰۰۱۹	۱	۰٫۹۹۸۱	۴۰	۰٫۰۰۱۵	۳۰	۰٫۹۹۷۷	۰	۰٫۲۲۱۴	۱۶	۱۵٫۵۲۹۱		
۴	۰٫۹۹۵	۱۰٫۱۳۵۸	۱	۰٫۴۰۴	۴۰	۰٫۲۱۱	۳۰	۰٫۹۹۵۸	۰	۰٫۱۹۶۲	۱۶	۱۵٫۷۷۸		
۵	۰٫۹۹۱	۱۰٫۰۰۴۷۳	۱	۰٫۸۹۸	۴۰	۰٫۱۵۲	۳۰	۰٫۹۹۰۷	۰	۰٫۲۱۷	۱۶	۱۶٫۲۸۲۱		
۶	۰٫۹۸۲	۱۰٫۰۰۲۱۸	۱	۰٫۹۲۲۴	۴۰	۰٫۰۰۵۳	۳۰	۰٫۹۸۹۱	۰	۰٫۲۱۷۹	۱۶	۱۶٫۰۵۲۸		
۷	۰٫۹۹۰	۱۰٫۰۰۲۷۳	۱	۰٫۹۴۶۱	۴۰	۰٫۰۰۰۹	۳۰	۰٫۹۹۶۴	۱	۰٫۲۰۷۳	۱۶	۱۵٫۸۰۴۲		
۸	۰٫۹۵۲	۱۰٫۰۰۷۲۵	۱	۰٫۹۴۹۷	۴۰	۰٫۰۲۵۴	۳۰	۰٫۹۹۸۹	۰	۰٫۲۱۵۵	۱۶	۱۶٫۵۰۲۷		
۹	۰٫۹۹۲	۱۰٫۰۲۱۲۴	۱	۰٫۹۸۳۴	۴۰	۰٫۰۰۲۳	۳۰	۰٫۹۸۷۳	۰	۰٫۲۱۷	۱۶	۱۷٫۸۹۲		
۱۰	۰٫۹۹۸	۱۰٫۰۰۲۸۲	۱	۰٫۹۸۲۸	۴۰	۰٫۰۲۵۷	۳۰	۰٫۹۴۷۱	۱	۰٫۲۰۴۳	۱۶	۱۵٫۶۰۲۲		
۱۱	۰٫۹۹۹	۱۰٫۰۰۲۲۶	۱	۰٫۹۶۰۲	۴۰	۰٫۰۱۸۱	۳۰	۰٫۹۸۷۲	۱	۰٫۲۰۶۶	۱۶	۱۷٫۳۷۹۵		
۱۲	۰٫۹۹۹	۱۰٫۰۰۳۵۶	۱	۰٫۹۷۸۴	۴۰	۰٫۰۱۱۸	۳۰	۰٫۹۷۷	۱	۰٫۲۰۶۶	۱۶	۱۵٫۰۳۷۳		
۱۳	۰٫۹۹۳	۱۰٫۰۰۹۲۴	۱	۰٫۹۹۴۸	۴۰	۰٫۰۲۱۹	۳۰	۰٫۹۹۹۷	۱	۰٫۲۱۸۶	۱۶	۱۵٫۵۴۹۴		
۱۴	۰٫۹۹۶	۱۰٫۰۰۰۲۷	۱	۰٫۹۸۶۲	۴۰	۰٫۰۱۲۸	۳۰	۰٫۹۹۷۷	۰	۰٫۲۲۰۴	۱۶	۱۵٫۳۲۸۴		
۱۵	۰٫۹۹۰	۱۰٫۰۱۱۷۹	۱	۰٫۹۹۲۳	۴۰	۰٫۰۳۲۵	۳۰	۰٫۹۹۹۸	۰	۰٫۲۱۷۳	۱۶	۱۶٫۸۸۷۲		

جدول ۶. مقادیر به دست آمده پس از همگرایی برای عوامل کنترلی مسئله ۲.

J	I	H	G	F	E	D	C	B	A
۱۰	۱	۰	۳۰	۰	۴۰	۱	۱	۱۰	۱۰۰۰

جدول ۷. مقادیر احتمالی رتبه‌ها.

شماره طبقه	مقدار احتمال	شماره طبقه	مقدار احتمال
۱	۰٫۰۱۲۱	۹	۰٫۰۴۰۶
۲	۰٫۰۱۴۱	۱۰	۰٫۰۴۹۰
۳	۰٫۰۱۶۴	۱۱	۰٫۰۵۹۷
۴	۰٫۰۱۹۱	۱۲	۰٫۰۷۴۴
۵	۰٫۰۲۱۹	۱۳	۰٫۰۹۴۳
۶	۰٫۰۲۵۲	۱۴	۰٫۱۲۳۶
۷	۰٫۰۲۹۱	۱۵	۰٫۱۶۴۴
۸	۰٫۰۳۴۰	۱۶	۰٫۲۲۱۹

انتخاب شده که در جدول ۸ حدود در نظر گرفته شده برای هر ویژگی ارائه شده است.

طراحی آزمایش این مسئله توسط نرم افزار ۱/۴ Minitab version ۸ با تیمار صورت گرفت. سپس این طرح آزمایشی در قالب پرسش نامه‌ی در اختیار دانشجویان قرار داده شد و از آن‌ها خواسته شده که به هر تیمار رتبه‌ی ۱ تا ۸ را تخصیص دهند (به تیماری با بهترین ویژگی رتبه‌ی ۸ و به تیماری با بدترین ویژگی رتبه‌ی ۱ تخصیص داده شود). پس از جمع‌آوری نظرات ۳۱ نفر از دانشجویان کارشناسی ارشد (تعداد تکرار آزمایش)، و با در نظر گرفتن محدودیت‌هایی از قبیل بودجه و... مشخص شد که احتمال وقوع رتبه‌ی ۸ برای متغیر پاسخ بسیار پایین بوده و نمی‌توان رتبه‌ی ۸ را رتبه‌ی برتر نامید. به همین منظور باید رتبه‌ی ۷ را رتبه‌ی برتر اعلام کرد. احتمال وقوع این رتبه در مسئله مورد نظر با توجه به محدودیت‌ها و توسط روش فراابتکاری شبیه‌سازی عملیات حرارتی محاسبه شده است. جدول ۹ سناریوهای مختلفی از مشخصات سایت کامپیوتر، رتبه‌ی برتر و احتمال وقوع آن رتبه برای هر تیمار، هزینه‌ی مورد نیاز با توجه به مشخصات و زمان حل را نشان می‌دهد که می‌توان با استفاده از این جدول گام مؤثری در بهبود رضایت‌مندی دانشجویان برداشت. هزینه‌های در نظر گرفته شده عبارت است از:

- هزینه‌ی هر کیلو بایت افزایش سرعت دانلود در سال: ۶،۰۰۰،۰۰۰ ریال
- هزینه‌ی خرید هر رایانه: ۸،۰۰۰،۰۰۰ ریال
- هزینه‌ی خرید هر چاپگر: ۲،۰۰۰،۰۰۰ ریال

هدف از بیان جدول ۹، بررسی احتمال وقوع رتبه‌ی برتر با در نظر گرفتن حالات مختلف هر یک از متغیرهای کنترلی و ارائه‌ی راهکاری برای بهبود عملکرد سایت به مسئولین است. به عبارت دیگر، اگر مسئولین بتوانند وضعیتی مشابه سناریوی ۱۵

۷. مطالعه‌ی کاربردی در زمینه‌ی بهینه‌سازی متغیر

پاسخ در مدل رگرسیون لجستیک ترتیبی

این مطالعه بر روی بهینه‌سازی رضایت‌مندی دانشجویان کارشناسی ارشد از عملکرد سایت کامپیوتر یک دانشگاه انجام شد. هدف از این کار، یافتن متغیرهای تأثیرگذار بر کارایی و عملکرد سایت و سپس بهبود این عوامل به منظور بهینه‌سازی پاسخ رضایت‌مندی دانشجویان -- است. تعداد ۶ متغیر کنترلی بر اساس نظر افراد خبره

جدول ۸. حدود در نظر گرفته شده برای هر متغیر کنترلی.

نحوه پاسخگویی	تعداد رایانه	سرعت دانلود (Kb/s)	تعداد چاپگر	تعداد مکان‌های نوت بوک	طبقه	مستولان سایت
حد بالا	۴۵	۱۰۰۰	۲	۱۰	دوم	مناسب
حد پایین	۱۲	۲۰۰	۱	۴	اول	نامناسب

جدول ۹. سناریوی مختلف مسئله و بهینه‌سازی آن‌ها.

جواب بهینه مسئله با روش OL-SA							ورودی مسئله			سناریو		
زمان حل (S)	هزینه وضعیت (ریال)	رتبه وضعیت	احتمال رتبه برتر	نحوه پاسخ‌گویی مستولان سایت	طبقه	تعداد مکان‌های نوت بوک	تعداد چاپگر	سرعت دانلود (Kb/s)	تعداد رایانه		بیشترین هزینه (ریال)	حداکثر تعداد مکان برای رایانه و نوت بوک
۱۲۲,۳۱۸۱۷۴	۴۴۹۶۰۰۰۰۰۰	۷	۰/۵۷۲۲	مناسب	دوم	۱۰	۲	۷۲۲	۲۰	۴۵۰۰۰۰۰۰۰۰	۳۰	۱
۱۵۷,۸۳۹۳۳۱	۴۴۹۸۰۰۰۰۰۰	۷	۰/۵۷۳۳	مناسب	دوم	۱۰	۲	۷۲۱	۲۱	۴۵۰۰۰۰۰۰۰۰	۳۵	۲
۱۲۶,۲۶۵۰۳۲	۴۴۶۰۰۰۰۰۰۰	۷	۰/۵۷۳۳	مناسب	دوم	۸	۲	۷۰۴	۲۹	۴۵۰۰۰۰۰۰۰۰	۴۰	۳
۱۲۷,۵۲۷۷۵۴	۴۹۷۲۰۰۰۰۰۰	۷	۰/۵۷۲۳	مناسب	دوم	۸	۲	۷۹۶	۲۴	۵۰۰۰۰۰۰۰۰۰	۳۰	۴
۱۶۵,۲۶۳۰۵۷	۴۹۷۲۰۰۰۰۰۰	۷	۰/۵۷۳۱	مناسب	دوم	۱۰	۲	۸۰۴	۱۸	۵۰۰۰۰۰۰۰۰۰	۳۵	۵
۱۲۷,۸۲۵۵۲۰	۴۹۵۸۰۰۰۰۰۰	۷	۰/۵۷۳۱	مناسب	دوم	۱۰	۲	۸۰۳	۱۷	۵۰۰۰۰۰۰۰۰۰	۴۰	۶
۱۳۳,۳۷۲۸۸۴	۵۴۷۴۰۰۰۰۰۰	۷	۰/۵۷۳۲	مناسب	دوم	۱۰	۲	۸۹۳	۱۴	۵۵۰۰۰۰۰۰۰۰	۳۰	۷
۱۶۶,۲۲۷۸۸۷	۵۴۸۶۰۰۰۰۰۰	۷	۰/۵۷۳۲	مناسب	دوم	۹	۲	۸۹۱	۱۷	۵۵۰۰۰۰۰۰۰۰	۳۵	۸
۶۵,۰۶۴۳۶۵۴	۵۴۸۸۰۰۰۰۰۰	۸	۰/۵۱۷۰	مناسب	دوم	۱۰	۲	۸۷۴	۳۰	۵۵۰۰۰۰۰۰۰۰	۴۰	۹
۱۳۷,۹۹۶۳۴۰	۵۶۷۲۰۰۰۰۰۰	۷	۰/۵۷۳۳	مناسب	دوم	۸	۲	۹۱۸	۲۰	۶۰۰۰۰۰۰۰۰۰	۳۰	۱۰
۸۴,۲۴۹۵۰۲	۶۰۰۰۰۰۰۰۰۰	۸	۰/۴۹۴۶	مناسب	دوم	۱۰	۲	۹۶۶	۲۵	۶۰۰۰۰۰۰۰۰۰	۳۵	۱۱
۶۶,۴۷۸۵۴۲	۵۹۹۸۰۰۰۰۰۰	۸	۰/۵۹۷۲	مناسب	دوم	۱۰	۲	۹۵۹	۳۰	۶۰۰۰۰۰۰۰۰۰	۴۰	۱۲
۱۲۲,۴۵۷۶۳۲	۶۱۲۲۰۰۰۰۰۰	۷	۰/۵۷۳۱	مناسب	دوم	۸	۲	۹۹۷	۱۷	۶۵۰۰۰۰۰۰۰۰	۳۰	۱۳
۴۴,۳۲۲۱۵۴	۶۲۴۴۰۰۰۰۰۰	۸	۰/۵۲۷۲	مناسب	دوم	۱۰	۲	۱۰۰۰	۲۵	۶۵۰۰۰۰۰۰۰۰	۳۵	۱۴
۳۲,۲۳۴۳۵۴	۶۲۴۴۰۰۰۰۰۰	۸	۰/۶۳۴۴	مناسب	دوم	۱۰	۲	۱۰۰۰	۳۰	۶۵۰۰۰۰۰۰۰۰	۴۰	۱۵

بهرتر و نزدیک به جواب دقیق را تولید می‌کند. اما نتایج حاصل از روش ابتکاری پیشنهادی از درجه اطمینان بالایی برخوردار نیست و بنا بر این می‌توان گفت در صورتی که اندازه‌ی مسئله بزرگ باشد و امکان استفاده از روش‌های دقیق برای حل و بهینه‌سازی وجود نداشته باشد (به دلیل صرف زمان بسیار زیاد)، می‌توان از روش‌های فراابتکاری برای رسیدن به جوابی نزدیک به جواب بهینه در کوتاه‌ترین زمان استفاده کرد.

برای تحقیقات آینده می‌توان از روش‌های فراابتکاری برای تخمین و بهبود ضرایب رگرسیونی که یکی دیگر از روش‌های بهینه‌سازی رگرسیون لجستیک ترتیبی است، استفاده کرد. روش ارائه شده در این مطالعه، تخمین و بهبود متغیرهای کنترلی به منظور بهینه‌کردن متغیر پاسخ با استفاده از روش فراابتکاری بوده است، در حالی که می‌توان با

در سایت مورد نظر ایجاد کنند، آنگاه تیمار با رتبه‌ی ۸ با احتمال ۶۳/۴۴ درصد اتفاق افتاده و رضایت‌مندی دانشجویان از کارایی عملکرد سایت کامپیوتر بالا خواهد رفت.

۸. نتیجه‌گیری

در این تحقیق بهینه‌سازی متغیر پاسخ با تعیین و بهبود مقادیر متغیرهای کنترلی با استفاده از مدل رگرسیون لجستیک ترتیبی انجام شده است. نتایج حاصل از دو روش نشان می‌دهد که روش فراابتکاری پیشنهادی به دلیل تبعیت از یک منطق کلان برای حرکت و یافتن برای ادامه‌ی مسیر و نزدیک شدن به نقطه‌ی بهینه، جواب‌های

مجموعه‌های ذی‌صلاح، نظیر نظام مهندسی، در تأیید طراحی ساختمان‌ها برای رتبه‌بندی وضعیت ساختمان‌ها در مقاومت در برابر زلزله مورد استفاده قرار گیرد. همچنین می‌توان به توسعه‌ی خدمات جدید در شرکت‌های بیمه و بانک‌ها با استفاده از شیوه‌ی رگرسیون لجستیک اشاره کرد.

تخمین و بهبود ضرایب رگرسیونی (ضرایب متغیرهای کنترلی) که اثر مستقیم بر مقدار پاسخ دارد نیز به بهینه‌سازی متغیر پاسخ پرداخت. این کار را می‌توان با روش‌های فرایبتکاری نیز انجام داد. یکی دیگر از کاربردهای این روش پیش‌بینی میزان مقاومت ساختمان‌های جدیدالاحداث در برابر زلزله است که در آن صورت می‌تواند توسط

پانوشته‌ها

1. ratio & interval
2. nominal & ordinal
3. ordinal logistic regression
4. non parametric ANOVA
5. Binary logistic regression
6. nominal logistic regression
7. residual
8. odds ratio
9. Regression coefficients
10. fractional factorial design

منابع (References)

1. Arthur, B. Yeh; Longcheen, H. and Yu-Mei Li, b. "Profile monitoring for a binary response", *IIE Transactions*, **41**, pp. 931-941 (2009).
2. Sharma, S., *Applied Multivariate Techniques*, University of South Calorina (1996).
3. Alan, A., *An Introduction to Categorical Data Analysis*, Department of Statistics University of Florida Gainesville, Florida, Second Edition (2007).
4. Walker, S.H. and Duncan, D.B. "Estimation of the probability of an event as a function of several independent variables", *Biometrika*, **54**, pp. 167-179 (1967).
5. Cullagh, M.C., *Regression Model for Ordinal Data (with Discussion)*, JR Statis Soc Series B (1980).
6. Feinberg, B. "Analysis of cross-classified data", Cambridge: MIT Press (1980).
7. Cox, C. and Chuang, C.A. "Comparison of Chi-square patitioning and two logit analysis of ordinal pain data from a pharmecutical study", *Statical Medicine*, **3**, pp. 273-285 (1984).
8. Peterson, B.L. and Harrell, F.E. "Partial proportional odds models for ordinal response variable", *Appl Stat*, **39**, pp. 205-217 (1990).
9. Brazier, S.R.; Pancotto, F.S.; Long, T.L. and Harrell, F.E. "Using ordinal logistic regression to estimate the likelihood of colorectal neoplasia", *Journal of Clinical Epidemiology*, **44**, pp. 1263-1270 (1991).
10. Knapp, T.R. "Focus on quantitative methods: The analysis of the data for two-way contingency tables", *Research in Nursing and Health*, **22**, pp. 263-268 (1999).
11. Huang, B.; Biro, F.M. and Dorn, L.D. "Determination of relative timing of pubertal maturation through ordinal logistic modeling: Evaluation of growth and timing parameters", *Journal of Adolescent Health*, **45**, pp. 383-388 (2009).
12. Lall, R.; Campbell, M.; Walters, S. and Morgan, K. "A review of ordinal regression models applied on health-related quality of life assesment", *Statical Methods Medical*, **11**, pp. 49-67 (2002).
13. Lawsonl, C. and Montgomery, D.C. "logistic regression analysis of costumer satisfaction data", *Quality and Reliability Engineering International*, **22**, pp. 971-984 (2006).
14. Zhou, F.; Wu, D.; Yang, X. and Jiao, J. "Ordinal logistic regression for affective product design", *Proceedings of the IEEE IEEM*, pp. 1986-1990 (2008).
15. Grigoroudis, E.; Nikolopoulou, G. and Zopounidis, C. "Customer satisfaction barometers and economic development: An explorative ordinal regression analysis", *Total Quality Management & Business Excellence*, **19**, pp. 441-460 (2008).
16. Ezgi Aktar, D.; Anagun, A.S. and Koksals, G. "Determination of optimal product styles by ordinal logistic regression versus conjoint analysis for kitchen faucets", *International Journal of Industrial Ergonomics*, **39**, pp. 866-875 (2009).
17. Yang, Z.; Gu, X.S. and Liang, X.Y. "Genetic algoiriyhm-least squares support integrated conductivity", *material and design*, **31**, pp. 1042-1049 (2010).
18. Montgomery, D.C., *Design and Analysis of Expriements*, John Wiley & Sons (2005).
19. Metropolis, N.; Rosenbluth, A.; Rosenbluth, M.; Teller, A. and Teller, M. "Equation of state calculations for fast computing machines", *Journal of Chemical*, **21**, pp. 1087-1092 (1953).
20. Zheng, G. and Zhang, P. "Meta-heuristic algorithms for parameter estimation of semi-parametric linear regression models", *Computational Statistics & Data Analysis*, **51**, pp. 801-808 (2006).
21. Kang, L.S.; Xie, Y. and You, S.Y. "Non-numerical parallel algorithm-simulated annealing algorithm", Science Press, Beijing (1998).

$$\sum_{i=1}^{12} P_i = \frac{\exp(-1,03471 - 0,000321x_1 + 0,0872346x_2 - 0,104833x_3 - 0,127935x_4 - 0,2690x_5 + 0,354796x_6 + 0,104833x_7 - 0,127935x_8 - 0,2690x_9 + 0,354796x_{10} + 0,702271x_{11} + 0,72433x_{12} - 0,33693x_{13} + 0,526159x_{14})}{1 + \exp(-1,03471 - 0,000321x_1 + 0,0872346x_2 - 0,104833x_3 - 0,127935x_4 - 0,2690x_5 + 0,354796x_6 + 0,104833x_7 - 0,127935x_8 - 0,2690x_9 + 0,354796x_{10} + 0,702271x_{11} + 0,72433x_{12} - 0,33693x_{13} + 0,526159x_{14})} \quad (14)$$

$$\sum_{i=1}^{12} P_i = \frac{\exp(-1,92096 - 0,000321x_1 + 0,0872346x_2 - 0,104833x_3 - 0,127935x_4 - 0,2690x_5 + 0,354796x_6 + 0,104833x_7 - 0,127935x_8 - 0,2690x_9 + 0,354796x_{10} + 0,702271x_{11} + 0,72433x_{12} - 0,33693x_{13} + 0,526159x_{14})}{1 + \exp(-1,92096 - 0,000321x_1 + 0,0872346x_2 - 0,104833x_3 - 0,127935x_4 - 0,2690x_5 + 0,354796x_6 + 0,104833x_7 - 0,127935x_8 - 0,2690x_9 + 0,354796x_{10} + 0,702271x_{11} + 0,72433x_{12} - 0,33693x_{13} + 0,526159x_{14})} \quad (12)$$

$$\sum_{i=1}^{10} P_i = \frac{\exp(-0,243055 - 0,000321x_1 + 0,0872346x_2 - 0,104833x_3 - 0,127935x_4 - 0,2690x_5 + 0,354796x_6 + 0,104833x_7 - 0,127935x_8 - 0,2690x_9 + 0,354796x_{10} + 0,702271x_{11} + 0,72433x_{12} - 0,33693x_{13} + 0,526159x_{14})}{1 + \exp(-0,243055 - 0,000321x_1 + 0,0872346x_2 - 0,104833x_3 - 0,127935x_4 - 0,2690x_5 + 0,354796x_6 + 0,104833x_7 - 0,127935x_8 - 0,2690x_9 + 0,354796x_{10} + 0,702271x_{11} + 0,72433x_{12} - 0,33693x_{13} + 0,526159x_{14})} \quad (15)$$

$$\sum_{i=1}^{12} P_i = \frac{\exp(-1,03471 - 0,000321x_1 + 0,0872346x_2 - 0,104833x_3 - 0,127935x_4 - 0,2690x_5 + 0,354796x_6 + 0,104833x_7 - 0,127935x_8 - 0,2690x_9 + 0,354796x_{10} + 0,702271x_{11} + 0,72433x_{12} - 0,33693x_{13} + 0,526159x_{14})}{1 + \exp(-1,03471 - 0,000321x_1 + 0,0872346x_2 - 0,104833x_3 - 0,127935x_4 - 0,2690x_5 + 0,354796x_6 + 0,104833x_7 - 0,127935x_8 - 0,2690x_9 + 0,354796x_{10} + 0,702271x_{11} + 0,72433x_{12} - 0,33693x_{13} + 0,526159x_{14})} \quad (13)$$

$$\sum_{i=1}^{16} P_i = 1 \quad (16)$$