مهندسی صنایع و مدیریت شریف
دوره‌ی ۱-۲۸، شماره‌ی ۲، ص. ۱۰۳-۱۱۱

Original Article

حل مسئله‌ی موازنه هزینه ـزمان و کیفیت پروژه با استفاده از برنامه‌ریزی تصادفی چندهدفه

اسماعیل مهدی‌زاده* **(استادیار)**
امید محسنیان (دانشجوی کارشناسی ارشد)
دانشکده‌ی مهندسی صنایع و مکانیک، دانشگاه آزاد اسلامی واحد قزوین

مسئله‌ی موازنه‌ی هزینه ـزمان در پروژه‌ها از مباحث مهمی است که مورد توجه محققین زیادی بوده است، اما تعداد اندکی از این تحقیقات محیط‌های تصادفی را مورد توجه قرار داده‌اند. از طرف دیگر، کیفیت پروژه نیز یکی از مواردی است که مدیران پروژه به آن علاقه‌مندند که در تحقیقات مورد توجه چندانی قرار نگرفته است. در این نوشتار مسئله‌ی موازنه‌ی هزینه ـزمان با در نظرگرفتن عامل کیفیت پروژه به‌عنوان یکی از ارکان پروژه با پارامتر تصادفی تأخیر در فعالیت‌های پروژه در هنگام فشرده‌سازی مورد بررسی واقع می‌شود. در این راستا ابتدا یک مدل تصادفی موازنه‌ی هزینه ـزمان و کیفیت پروژه توسعه داده می‌شود، آنگاه برای حل مدل از مفهوم برنامه‌ریزی سازشی مقیدشده‌ی تصادفی استفاده می‌شود و در نهایت برای تشریح مدل و حصول نتایج، کاربرد آن در یک پروژه‌ی واقعی در زمینه‌ی استقرار مخازن گاز مایع مورد بررسی قرار می‌گیرد. نتایج بیانگر کاربردی بودن مدل ما در مسائل واقعی‌اند.

واژگان کلیدی: زمان‌بندی پروژه، موازنه‌ی هزینه ـزمان و کیفیت، برنامه‌ریزی چندمنظوره‌ی فازی، برنامه‌ریزی سازشی مقیدشده‌ی تصادفی.

emehdi@qiau.ac.ir
o_mohsenian@qiau.ac.ir

۱. مقدمه

کوتاه‌سازی زمان پروژه‌ها مقوله‌ی جدیدی در مدیریت پروژه نبوده و می‌توان مطرح‌شدن این مسئله را هم‌زمان با مطرح‌شدن روش مسیر بحرانی[۱] وفن ارزیابی و بازنگری پروژه[۲] دانست. در رابطه با مسئله‌ی موازنه‌ی هزینه ـزمان[۳] در طی این سال‌ها نظرها و روش‌های نوینی ارائه شده است. در محاسبات زمان‌بندی پروژه، معمولاً زودترین زمان تکمیل آخرین فعالیت به‌عنوان تاریخ تحویل پروژه در نظرگرفته می‌شود. در حالت‌کلی می‌توان زمان تکمیل پروژه‌ها را از طریق بازنگری منطق شبکه یاکوتاه‌سازی فعالیت‌ها با صرف هزینه‌یی بیشترکاهش داد.[۱]

باید توجه داشت که کاهش مدت زمان انجام فعالیت‌ها می‌تواند درکیفیت آن‌ها، یعنی میزان نزدیکی اقلام قابل تحویل پروژه به سطح انتظارات کارفرما یا مشتری، تأثیرگذار باشد و از آن بکاهد. در بحث تعادل بین سه تابع هدف هزینه، زمان و کیفیت پروژه نسبت به انجام تحلیل حساسیت هزینه نسبت به تغییرات مدت‌زمانِ انجامِ فعالیت‌ها اقدام می‌شود که هدف آن به دست آوردن بهترین ترکیب کاهش زمانی فعالیت‌ها است به‌گونه‌یی که مجموع هزینه‌های پروژه کمینه وکیفیت کل پروژه بیشینه شود.

از طرفی، تردید و شک همواره با مسئله‌ی زمان‌بندی پروژه همراه بوده است. زیرا در بیشتر پروژه‌ها در زمان انجام فعالیت‌ها ابهام وجود دارد. نظریه‌ی احتمال ابتدا در سال ۱۹۶۰ در مسئله‌ی زمان‌بندی پروژه مطرح شد.[۲] سپس مطالعات دیگری در سال ۱۹۶۳ انجام گرفت.[۳] در ادامه محققین توزیع‌های احتمالی مختلفی را برای نمایشِ احتمالی بودن زمان انجام فعالیت‌ها در زمان‌بندی پروژه به کارگرفته‌اند.[۴و۵] با این که تمامی مطالعات مذکور درمورد زمان‌بندی پروژه با زمان انجام فعالیت‌های تصادفی بوده، مسائل حل‌شده بر بهینه‌سازی زمان تکمیل تحت محدودیت زمان و منابع متمرکز شده‌اند. در سال ۱۹۹۵ مقایسه‌یی برای برنامه‌ریزی تصادفی پروژه‌ها با هدف بیشینه‌کردن ارزش خالص فعلی[۴] انجام شد.[۶] در سال ۱۹۹۶ نیز در بحث پیرامون تأثیر فشرده‌سازی برکیفیت[۷] سه مدل برنامه‌ریزی خطی با سه تابع هدف ارائه شد، به‌طوری که هریک از سه مدل ارائه‌شده یکی از موارد زمان، هزینه، و کیفیت را بهینه می‌سازد. این امر از طریق تعیین حد مطلوبیت بر دو تابع هدف دیگر صورت می‌گیرد. این روش در سال ۱۹۹۹ توسط محققین دیگر در یک کارخانه‌ی سیمان‌سازی پیاده‌سازی و مورد بررسی واقع شد.[۸] در سال ۱۹۹۷ نیز یک ارزش انتظاری برای حل مسئله‌ی زمان‌بندی پروژه در نظرگرفته شد.[۹] پس از آن مسئله‌ی زمان‌بندی پروژه با در نظرگرفتن فعالیت‌های تصادفی وقفه‌دار نیز مورد بررسی قرار گرفت.[۱۰] و طی آن ترکیبی از چند الگوریتم متاهیورستیک برای حل مسئله به کارگرفته شد. در سال ۲۰۰۵، پژوهش‌گران مسئله‌ی زمان‌بندی پروژه را با مدت زمان انجام فعالیت تصادفی در نظرگرفتند با این تفاوت که تابع هدفِ مورد بررسی عبارت بود از «کمینه‌کردن مجموع هزینه‌های پروژه».[۱۱] در سال ۲۰۰۵ نیز مسئله‌ی زمان‌بندی پروژه چنان حل شد که در آن منابع و موجودی به‌صورت تصادفی فرض شده است.[۱۲] در مدل ارائه‌شده در سال ۲۰۰۶ فرایندی برای بررسی موازنه‌ی هزینه،

* نویسنده مسئول

تاریخ: دریافت ۱۳۸۹/۲/۴، اصلاحیه ۱۳۸۹/۶/۱، پذیرش ۱۳۸۹/۱۱/۲۷.

زمان و کیفیت در مدیریت پروژه (با فرض ناپیوسته‌بودن زمان و کیفیت و غیرنزولی بودن تابع از منبع تجدیدناپذیر) ارائه شده است.[۱۳] سه مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح به‌هم پیوسته بسط داده شده‌اند به‌گونه‌یی که هر مدل یکی از موارد مفروض را از طریق تعیین حد و مرز مطلوب بر دو تابع هدف دیگر بهینه می‌سازد. در سال ۲۰۰۷ نیز الگوریتم جدیدی برای مسئله‌ی زمان‌بندی پروژه با منابع محدود در حالت تصادفی و با استفاده از مفهوم زنجیره‌ی بحران ارائه شد.[۱۴] در سال ۲۰۰۹ زمان‌بندی پروژه با زمان انجام فعالیت‌ها به‌صورت تصادفی برای بیشینه‌کردن ارزش خالص فعلی حل شد.[۱۵] همچنین در سال ۲۰۰۸ مسئله‌ی زمان‌بندی و برنامه‌ریزی پروژه با محدودیت منابع انسانی مورد بررسی قرارگرفت.[۱۶] در مطالعه‌ی یادشده محدودیت اضافی هم برای منابع انسانی در نظرگرفتند به این صورت که منابع انسانی مهارت‌های مختلفی دارند و هرکدام را باید در جای تخصصی مربوط به خود مورد استفاده قرار داد.

مدل‌های مسائل TCTP و TCQTP، طبق اهداف بهینه‌سازیشان به چهار دسته تقسیم‌بندی شده‌اند (جدول ۱). با مروری بر ادبیات ارائه‌شده به نظر می‌رسد محققین اکثراً به دنبال بهینه‌سازی یک تابع هدف خاص‌اند. این در حالی است که در دنیای واقعی یک پروژه می‌تواند به‌طور همزمان چندین هدف داشته باشد.

جدول ۱. دسته‌بندی تحقیقات طبق اهداف مورد استفاده.

نوع توابع هدف	محقق	سال
کمینه کردن زمان پروژه یا بهبود استفاده از منابع	Loostma	۱۹۶۶
	Kotiah& Wallace	۱۹۷۳
	Elsa	۱۹۸۹
	Chan et al	۱۹۹۶
	Heganzy	۱۹۹۹
	Tung Yang	۲۰۰۵
	Rabbani	۲۰۰۷
	Drezet& Billaut	۲۰۰۸
کمینه کردن زمان و هزینه برای ساخت‌وسازهای تکراری	Elrayes and Moslehi	۲۰۰۱
	Hegazy and Ersahin	۲۰۰۱
	Hegazy and Wassef	۲۰۰۱
	Leu and Hawang	۲۰۰۱
کمینه کردن زمان و هزینه برای ساخت‌وسازهای غیرتکراری	Burns et al	۱۹۹۶
	Feng et al	۱۹۹۷
	Li and Love	۱۹۹۷
	Maxwell et al	۱۹۹۸
	Li et al	۱۹۹۹
	Feng et al	۲۰۰۰
	Zheng	۲۰۰۴
	Zheng et al	۲۰۰۵
	Hua Ke.& Baoding Liu	۲۰۰۵
کمینه کردن زمان و یا هزینه با بیشینه کردن کیفیت	Babu and Suresh	۱۹۹۶
	Khang and Myint	۱۹۹۹
	Elrayes and Kandil	۲۰۰۵
	Pollack-Johnson	۲۰۰۶
	Tareghian et al	۲۰۰۶
	Afshar et al	۲۰۰۷
	Eshtehardian et al	۲۰۰۸

در این تحقیق سعی بر آن است که مسئله‌ی زمان‌بندی پروژه در حالت تصادفی چندمنظوره مورد بررسی قرار گیرد. از سوی دیگر ممکن است برای هر فعالیت تأخیری پیش‌بینی‌نشده به‌وجود آید که در نحوه‌ی زمان‌بندی فعالیت‌های بعد از خود و در نهایت در کل پروژه تأثیرگذار باشد. با در نظر گرفتن این اصل ارزش تأخیرات زمان‌بندی و لزوم جبران یا اجتناب از آن‌ها اهمیت به‌سزایی پیدا می‌کند. اهمیت این مسئله زمانی دوچندان می‌شود که مدیران پروژه خواستار کوتاه‌سازی فعالیت‌ها با صرف هزینه‌ی اضافه‌تر نسبت به قبل باشند. لذا لازم و ضروری است که تأخیرات تصادفی هریک از فعالیت‌ها ــ که ممکن است پس از فشرده‌سازی اتفاق افتند ــ نیز در بحث زمان‌بندی پروژه و موازنه‌ی هزینه ـ زمان در نظرگرفته شود. اما از آنجا که مدت زمان این‌گونه تأخیرها مشخص نیستند بنابراین می‌توان آن‌ها را تصادفی در نظر گرفت. از این رو به‌کار گرفتن توابع هدف تصادفی در این‌گونه مسائل می‌تواند کمک شایانی به واقعی‌ترشدن نتایج کند که این مسئله را می‌توان از نوآوری‌های دیگر این تحقیق برشمرد.

۲. برنامه‌ریزی سازشی[۵]

برنامه‌ریزی سازشی ــ روشی که در سال ۱۹۷۴ مطرح شد ــ حالت خاصی از روش‌های ال‌پی‌متریک است.[۱۷] این روش از جمله روش‌هایی است که در دسته‌بندی «روش‌های بدون کسب اطلاعات از تصمیم‌گیرنده[۶]» قرار می‌گیرد. در این نوع دسته‌بندی فقط تحلیل‌گر فرایند بهینه‌سازی را اجرا می‌کند و تصمیم‌گیرنده هیچ نقشی در فرایند بهینه‌سازی نخواهد داشت. روش کلی این روش کمینه کردن فاصله‌ی بین سطوح در دسترس و نقاط ایده‌ال مسئله است. اگر سطوح در دسترس[۷] توسط $f_k(x)$ و مقادیر ایده‌ال تابع هدف kام نیز با f_k^* نمایش داده شوند و مسئله از نوع بیشینه‌سازی باشد، آنگاه می‌توان مقادیر $f_k^{\max}$ را از حل مدل زیر به دست آورد:

$$f_k^* = f_k^{\max} = \max f_k(x) \qquad \forall k = 1, 2, ..., K$$

$$Subject\,to:$$

$$x \in s \tag{1}$$

در نهایت مدل برنامه‌ریزی سازشی، درصورت وجود اوزان اهمیت اهداف (w_k)، چنین مدل‌سازی می‌شود:

$$\min\{\sum_{k=1}^{K} w_k(\delta_k^-)^p\}^{\frac{1}{p}} \qquad k = 1, 2, ..., K$$

$$Subject\,to:$$

$$f_k(x) + \delta_k^- = f_k^{\max} \qquad x \in S \qquad \delta_k^- \geq 0 \tag{2}$$

متغیر δ_k^-، متغیر انحرافی کمبود[۸] محدودیت مربوط به هدف kام است. به‌همین ترتیب اگر در مدل ۲ کمینه‌کردن اهداف مورد نظر باشد خواهیم داشت:

$$\min\{\sum_{k=1}^{K} w_k(\delta_k^+)^p\}^{\frac{1}{p}} \qquad k = 1, 2, ..., K$$

$$Subject\,to:$$

$$f_k(x) - \delta_k^+ = f_k^{\min} \qquad x \in S \qquad \delta_k^+ \geq 0 \tag{3}$$

متغیر δ_k^+، متغیر انحرافی مازاد[۹] محدودیت مربوط به هدف kام است. مدل CP براساس انتخاب جواب‌هایی که به نقاط ایده‌آل ($f_k^{\max}$ یا $f_k^{\min}$) نزدیک‌تر می‌باشند، مدل‌سازی می‌شود.

۳. برنامه‌ریزی تصادفی[۱۰]

در بسیاری از حالات تصمیم‌گیری در شرایط عدم قطعیت ضروری است. اصولاً مدل‌های تصادفی علاوه بر قابلیت ایستایی در برابر زیان‌های تصادفی، تصویر روشنی از تصمیم‌گیری آتی نشان خواهند داد. یکی از روش‌های حل مدل‌های تصادفی چندمنظوره روش برنامه‌ریزی مقیدشده‌ی تصادفی است.

۱.۳. برنامه‌ریزی مقید شده تصادفی[۱۱]

چارنز و کوپر در سال ۱۹۶۳ رویکرد برنامه‌ریزی مقیدشده‌ی تصادفی را معرفی کرده‌اند. مدل چندمنظوره‌ی خطی ۴ را با مد نظر قرار دادن بیشینه‌کردن همه‌ی اهداف در نظر بگیرید:

$$\max Z_k = \sum_{j=1}^{n} c_{kj} x_j \qquad k = 1, 2, ..., K$$

$$Subject\,to:$$

$$\sum_{j=1}^{n} a_{ij} x_j \leq b_i \qquad i = 1, 2, ..., m \tag{4}$$

در مسائل عملی ممکن است دست‌کم یکی از پارامترهای c_{kj} یا a_{ij} یا b_i به‌صورت قطعی تعریف نشوند (غیرقطعی در نظر گرفته شوند). در این صورت مدل به یک مسئله‌ی تصادفی تبدیل می‌شود. چارنز وکوپر[۳] برای جایگزینی محدودیت‌های مدل ۴ با تعدادی از محدودیت‌های تصادفی، مدل‌هایی را پیشنهاد کردند. به‌عنوان مثال، احتمال این که محدودیت iام برآورده شود عبارت خواهد بود از:

$$P(\sum_{j=1}^{n} \tilde{a}_{ij} x_j \leq \tilde{b}_i) \geq 1 - \alpha_i \qquad i = 1, 2, ..., m \tag{5}$$

به‌طوری که α_i بیشترین احتمال مجاز برای برآورده‌نشدن محدودیت iام است. مدل برنامه‌ریزی چندمنظوره را می‌توان به‌صورت مدل ۶ در نظر گرفت.

$$\max Z_k = \sum_{j=1}^{n} \tilde{c}_{kj} x_j \qquad k = 1, 2, ..., K$$

$$Subject\,to:$$

$$\sum_{j=1}^{n} \tilde{a}_{ij} x_j \leq \tilde{b}_i \qquad i = 1, 2, ..., m \qquad x \in S \tag{6}$$

مدل برنامه‌ریزی تصادفی چندمنظوره در رویکرد ۶، قابلیت تبدیل شدن به یک مدل برنامه‌ریزی قطعی را دارد:

$$\min f_k = E(\sum_{j=1}^{n} \tilde{c}_{kj} x_j) \qquad k = 1, 2, ..., K$$

$$Subject\,to:$$

$$P(\sum_{j=1}^{n} \tilde{a}_{ij} x_j \leq \tilde{b}_i) \geq 1 - \alpha_i \qquad i = 1, 2, ..., m \qquad x \in S \tag{7}$$

به‌طورکلی رویکرد برنامه‌ریزی مقیدشده‌ی تصادفی، رویکردی است که ارزش انتظار همه‌ی اهداف را با توجه به احتمال معینی از موجه‌بودن محدودیت‌های تصادفی $(1 - \alpha_i)$، بیشینه می‌کند.

۴. برنامه‌ریزی سازشی مقیدشده‌ی تصادفی

برای حل مسئله‌ی تصادفی چندمنظوره مدلی با عنوان برنامه‌ریزی سازشی مقیدشده‌ی تصادفی[۱۲] ــ که اساس آن ترکیبی از رویکرد CCP و مدل CP است[۱۸] ــ در سال ۲۰۰۷، با موضوع انتخاب سبد مالی[۱۳] ارائه شد. در آن مدل توابع هدف تصادفی و محدودیت‌های تصادفی به‌صورت زیر مدل‌سازی می‌شود.

۱.۴. محدودیت تصادفی

اگر $\tilde{a}_{ij}$ و $\tilde{b}_{ij}$ دو متغیر تصادفی نرمال باشند، آنگاه محدودیت تصادفی مرتبط با $\sum_{j=1}^{n} \tilde{a}_{ij} x_j$ خواهد بود:

$$P(\sum_{j=1}^{n} \tilde{a}_{ij} x_j \leq \tilde{b}_j) \geq 1 - \alpha_i \qquad i = 1, 2, ..., m \tag{8}$$

اگر $\tilde{l}_i(x) = \sum_{j=1}^{n} \tilde{a}_{ij} x_j - \tilde{b}_j$ باشد، فرض می‌شود a و b دارای توزیع نرمال و مستقل از هم هستند، بنابراین $\tilde{l}_i(x)$ نیز متغیری تصادفی با توزیع نرمال و میانگین $E(\tilde{l}_i(x))$ و واریانس $var(\tilde{l}_i(x))$ خواهد بود. بنابراین داریم:

$$P(\tilde{l}_i(x) \leq 0) \geq 1 - \alpha_i \qquad i = 1, 2, ..., m \tag{9}$$

و سپس داریم:

$$P\left(\frac{\tilde{l}_i(x) - E(\tilde{l}_i(x))}{\sqrt{var(\tilde{l}_i(x))}} \leq \frac{-E(\tilde{l}_i(x))}{\sqrt{var(\tilde{l}_i(x))}}\right) \geq 1 - \alpha \tag{10}$$

به‌طوری که $\varphi(z) = P(N(0, 1) \leq z)$ تابع توزیع تجمعی یک توزیع نرمال استاندارد است.

$$\frac{-E(\tilde{l}_i(x))}{\sqrt{var(\tilde{l}_i(x))}} \geq \varphi^{-1}(1 - \alpha_i) \qquad i = 1, 2, ..., m \tag{11}$$

$$E(\tilde{l}_i(x)) + \varphi^{-1}(1 - \alpha_i) * \sqrt{var(\tilde{l}_i(x))} \leq 0 \qquad i = 1, 2, ..., m$$

و در نهایت داریم:

$$E\left(\sum_{j=1}^{n} \tilde{a}_{ij} x_j - \tilde{b}_j\right) + \varphi^{-1}(1 - \alpha_i) * \sqrt{var\left(\sum_{j=1}^{n} \tilde{a}_{ij} x_j - \tilde{b}_j\right)} \leq 0 \qquad i = 1, 2, ..., m \tag{12}$$

۲.۴. توابع هدف تصادفی

فرض می‌شودکه ضرایب سود در توابع هدف $\tilde{c}_{kj}$ همگی متغیرهای تصادفی نرمال‌اند. اگر $\tilde{c}_{kj}$ بیشینه مقدار مشاهده شده برای تابع هدف k باشد، آنگاه خواهیم داشت:

$$c^*_{ij} = \max \tilde{c}_{kj} \qquad i = 1, 2, ..., m \;\; j = 1, 2, ..., n \tag{13}$$

f^*_k بهترین مقدار تابع هدف $\sum_{j=1}^{n} c^*_{ij} x_i$ با توجه به محدودیت‌های سیستم خواهد بود. به‌طوری‌که فرض می‌شود همگی k (به ازای $k = 1, 2, .., K$) تابع هدف، از

نوع بیشینه‌سازی است.

$$f_k^* = \max \sum_{j=1}^{n} c_{ij}^* x_i \qquad i = 1, 2, .., m$$
$$ST: \qquad x \in S \tag{14}$$

باتوجه به مدل ۱۵ می‌توان گفت:

$$\sum_{j=1}^{n} \tilde{c}_{ij} x_j \leq f_k^* \qquad i = 1, 2, ..., m \tag{15}$$

محدودیت سازشی تصادفی مرتبط با تابع هدف kام، در حالی $\sum_{k=1}^{K} \varepsilon_k$ را کمینه می‌کند که:

$$P(\sum_{j=1}^{n} \tilde{c}_{kj} x_j \geq f_k^* - \varepsilon_k) \geq 1 - \alpha_k \qquad i = 1, 2, ..., m \tag{16}$$

به‌طوری که α_k، حد آستانه‌ی تابع هدف kام است. مشابه روابط و معادله‌های محدودیت تصادفی، در نهایت برای توابع هدف تصادفی نیز معادله‌ی ۱۷ برقرار خواهد بود:

$$E(f_k^* - \sum_{j=1}^{n} \tilde{c}_{kj} x_j) + \varphi^{-1}(1 - \alpha_k) * \sqrt{var(f_k^* - \sum_{j=1}^{n} \tilde{c}_{kj} x_j)} - \varepsilon_k \leq 0 \qquad k = 1, 2, ..., K \tag{17}$$

ملاحظه می‌شود که در رابطه‌های ۱۲ و ۱۷ با استفاده از مفاهیم آماری امید ریاضی و واریانس و همچنین استفاده از توزیع نرمال استاندارد محدودیت تصادفی به یک محدودیت قطعی، و تابع هدف تصادفی به تابع هدف قطعی تبدیل شده است.

بنابراین طبق رابطه‌های ۱۲ و ۱۷ می‌توان مدل کلی روش CCCP هم‌ارز با معادله‌ی ۶ را چنین نمایش داد:

$$\min \sum_{k=1}^{K} w_k(\varepsilon_k + \delta_k^-) + \sum_{i=1}^{m} w_i(\delta_i^-)$$
$$Subject\, to:$$
$$E(f_k^* - \sum_{j=1}^{n} \tilde{c}_{kj} x_j) + \varphi^{-1}(1 - \alpha_k) * \sqrt{var(f_k^* - \sum_{j=1}^{n} \tilde{c}_{kj} x_j)}$$
$$-\varepsilon_k + \delta_k^- = 0$$
$$E(\sum_{j=1}^{n} \tilde{a}_{ij} x_j - \tilde{b}_j) + \varphi^{-1}(1 - \alpha_k) * \sqrt{var(\sum_{j=1}^{n} \tilde{a}_{ij} x_j - \tilde{b}_j)} +$$
$$\delta_i^- = 0 \qquad x \in S \qquad \varepsilon_k, \delta_k^-, \delta_i^- \geq 0 \qquad i = 1, 2, ..., m \tag{18}$$

۵. مدل پیشنهادی

برای مدل‌سازی مسئله‌ی مورد مطالعه ابتدا توابع هدف و سپس محدودیت‌های موجود مورد بررسی قرار می‌گیرند.

۱.۵. توابع هدف

با بررسی ادبیات مسئله‌ی TCTP مشاهده می‌شود که بیشتر توابع در نظر گرفته شده، زمان و هزینه است. این نوشتار به بررسی سه تابع هدف زمان، هزینه و کیفیت می‌پردازد. به‌کارگیری هم‌زمان چرخه‌ی هزینه، زمان و کیفیت پروژه موجب بهبود عملکرد اجرایی و بهینه‌سازی تصمیم‌گیری در انجام تعهدات خواهد شد. توابع هدف در نظر گرفته شده در این تحقیق عبارت‌اند از: زمان، هزینه و کیفیت که در ادامه به شرح آن‌ها می‌پردازیم.

۱.۱.۵. تابع هدف زمان

به جرأت می‌توان گفت که زمان در انجام هر کار و پروژه‌یی اساسی‌ترین و مهم‌ترین فاکتور است. همواره سعی بر آن است که مدت زمان پروژه به کم‌ترین مقدار خود برسد. از آنجا که در این تحقیق تأخیرات احتمالی توأم با فشرده‌سازی در نظر گرفته شده، مدت زمان انجام هر فعالیت به‌صورت تصادفی خواهد بود. می‌توان مدت زمان تکمیل پروژه را، با این فرض که فعالیت بدون وقفه انجام خواهد شد، چنین نشان داد:[11]

$$T(d, \tilde{l}) = \max\{T_{kn}(d, \tilde{l}) + (d_{kn} + \tilde{l}_{kn})\} \qquad (k, n) \in A \tag{19}$$

که در آن $T_{kn}(d, \tilde{l})$ نمایانگر زمان ختم پروژه، و مجموعه‌ی A نشانگر مجموعه‌ی همه‌ی فعالیت‌ها است. در نهایت تابع هدف ـزمان عبارت خواهد بود از:

$$\min T(d, \tilde{l}) \tag{20}$$

چون رابطه‌ی ۲۰ از نوع $\min(\max)$ است، بنابراین تابع هدف غیرخطی خواهد بود که برای تبدیل آن به یک تابع هدف خطی مطابق مدل ۲۱ عمل می‌شود:

$$\min \quad y$$
$$Subject\, to:$$
$$y \geq T_{zn}(d, \tilde{l}) + (d_{zn} + \tilde{l}_{zn}) \tag{21}$$

که در آن z تعداد محدودیت‌های احتمالی است که به محدودیت‌های مدل اضافه خواهد شد.

۲.۱.۵. تابع هدف هزینه

دومین هدف که بیشتر محققین آن را در نظر گرفته‌اند، تابع هدف هزینه پروژه است، با این تفاوت که محققین، تابع هزینه را به شکل‌های گوناگونی مورد بررسی قرار داده‌اند. یکی از نوع‌آوری‌های عمده در این تحقیق که در تحقیقات قبلی در نظر گرفته نشده، در نظر گرفتن مقدار تأخیر تصادفی است که ممکن است در فعالیت‌ها و پس از فشرده‌سازی آن‌ها اتفاق افتاده است. بنابراین تابع هدف هزینه را می‌توان به شکل زیر نمایش داد:

$$\min C_N + \sum_i \sum_j \alpha_{ij}(D_{ij}^N - (d_{ij} + \tilde{l}_{ij})) \tag{22}$$

که در آن α_{ij} ضریب هزینه‌ی فعالیت $i-j$ است که به‌صورت $\alpha_{ij} = \left| \frac{C_C - C_N}{D_{ij}^C - D_{ij}^N} \right|$ تعریف می‌شود. D_{ij}^N زمان نرمال فعالیت $i-j$، d_{ij} زمان عملی برای اجرای فعالیت $i-j$ ، $\tilde{l}_{ij}$ مقدار تأخیر تصادفی در نظر گرفته شده برای فعالیت $i-j$ و C_N جمع هزینه‌های مستقیم پروژه است در شرایطی که همه‌ی فعالیت‌ها در زمان معمولی خود اجرا شوند.

۳.۱.۵. تابع هدف کیفیت

از دیگر نوآوری‌های این تحقیق در نظر گرفتن «کیفیت انجام فعالیت‌های پروژه» به‌عنوان تابع هدف است. با توجه به اهمیت کیفیت و بالارفتن رقابت صنایع مختلف و ظهور قراردادهای نوین مهندسی پرداختن به مقوله‌ی کیفیت پروژه، از اهمیت برخوردار شده است. در این تحقیق فرض بر آن است که هم‌زمان با کاهش مدت زمان اجرای فعالیت‌ها از کیفیت آن‌ها نیز کاسته خواهد شد. بنابراین می‌توان تابع هدف کیفیت را بیشینه و به‌صورت زیر تعریف کرد:

$$\max \sum_i \sum_j q_{ij}(D_{ij}^N - (d_{ij} + \tilde{l}_{ij})) \qquad (23)$$

که در آن q_{ij} (ضریب میزان کیفیت) به‌صورت $q_{ij} = \left|\frac{Q_C - Q_N}{D_{ij}^C - D_{ij}^N}\right|$ تعریف می‌شود.[7] Q_N و Q_C به‌ترتیب میزان کیفیت انجام فعالیت در حالت نرمال (که ۱۰۰٪ در نظرگرفته می‌شود) و فشرده هستند. مابقی پارامترها، متغیرهای تصمیم و متغیر تصادفی نیز همانند قبل فرض می‌شوند.

۲.۵. محدودیت‌ها

محدودیت‌های مسئله همانند اکثر تحقیقات در نظرگرفته شده، با این تفاوت که در این تحقیق به‌صورت احتمالی در نظرگرفته خواهند شد. محدودیت‌های مورد نظر در مسئله عبارت خواهند بود از:

الف) روابط پیش‌نیازی انجام فعالیت‌های پروژه باید مورد توجه واقع شوند.

$$\tilde{x}_j - \tilde{x}_i \geq d_{ij} + \tilde{l}_{ij} \qquad (24)$$

ب) زمان عملی اجرای فعالیت‌ها به‌همراه تأخیر تصادفی در نظرگرفته شده ما بین زمان‌های معمولی و فشرده فعالیت $i - j$ بوده، یا با یکی از آن‌ها مساوی باشد.

$$D_{ij}^C \leq d_{ij} + \tilde{l}_{ij} \leq D_{ij}^N \qquad (25)$$

ج) تاریخ‌های وقوع رویدادهای شبکه نباید کوچک‌تر از صفر باشند.

$$\tilde{x}_i \geq 0 \qquad (26)$$

بنابراین با توجه به معادله‌های اخیر می‌توان مدل کلی مسئله‌ی موازنه‌ی هزینه، زمان و کیفیت این تحقیق را چنین در نظرگرفت:

$$\begin{aligned}
&\min \ y \\
&\min C_N + \sum_i \sum_j \alpha_{ij}(D_{ij}^N - (d_{ij} + \tilde{l}_{ij})) \\
&\max \sum_i \sum_j q_{ij}(D_{ij}^N - (d_{ij} + \tilde{l}_{ij})) \\
&Subject\,to: \\
&\tilde{x}_j - \tilde{x}_i \geq d_{ij} + \tilde{l}_{ij} \\
&D_{ij}^C \leq d_{ij} + \tilde{l}_{ij} \leq D_{ij}^N \\
&y \geq T_{zn}(d, \tilde{l}) + (d_{an} + \tilde{l}_{zn}) \\
&\tilde{l}_{ij}, \tilde{x}_i \geq 0 \quad i = 1, 2, ..., n
\end{aligned} \qquad (27)$$

مدل‌سازی نهایی برای حل مدل ۲۷ با استفاده از روش CCCP که مطابق با مدل ۱۹ است عبارت خواهد بود از:

$$\begin{aligned}
&\min \sum_{k=1}^{K} w_k(\varepsilon_k + \delta_k^-) + \sum_{i=1}^{m} w_i(\delta_i^-) + \sum_{z=1}^{Z} w_z(\delta_z^-) \\
&Subject\,to: \\
&y - \varepsilon_1 = f_1^* \\
&E(\sum_i \sum_j \alpha_{ij}(D_{ij}^N - (d_{ij} + \tilde{l}_{ij})) - f_2^*) + \varphi^{-1}(1 - \alpha_k) * \\
&\quad \sqrt{var\left(\sum_i \sum_j \alpha_{ij}(D_{ij}^N - (d_{ij} + \tilde{l}_{ij})) - f_2^*\right)} - \varepsilon_2 + \delta_2^- = 0 \\
&E(f_3^* - \sum_i \sum_j q_{ij}(D_{ij}^N - (d_{ij} + \tilde{l}_{ij}))) + \varphi^{-1}(1 - \alpha_k) * \\
&\quad \sqrt{f_3^* - var\left(\sum_i \sum_j q_{ij}(D_{ij}^N - (d_{ij} + \tilde{l}_{ij}))\right)} - \varepsilon_3 + \delta_3^- = 0 \\
&E((\tilde{x}_i - \tilde{x}_j) - (d_{ij} + \tilde{l}_{ij})) + \varphi^{-1}(1 - \alpha_k) * \\
&\quad \sqrt{var\left((\tilde{x}_i - \tilde{x}_j) - (d_{ij} + \tilde{l}_{ij})\right)} + \delta_4^- = 0 \\
&E((d_{ij} + \tilde{l}_{ij}) - (D_{ij}^N)) + \varphi^{-1}(1 - \alpha_k) * \\
&\quad \sqrt{var((d_{ij} + \tilde{l}_{ij}) - (D_{ij}^N))} + \delta_5^- = 0 \\
&E((D_{ij}^C) - (d_{ij} + \tilde{l}_{ij})) + \varphi^{-1}(\alpha_k) * \\
&\quad \sqrt{var((D_{ij}^C) - (d_{ij} + \tilde{l}_{ij}))} + \delta_6^- = 0 \\
&E(y - T_{zn}(d, \tilde{l}) + (d_{zn} + \tilde{l}_{zn}))) + \varphi^{-1}(\alpha_z) * \\
&\quad \sqrt{var(y - (T_{zn}(d, \tilde{l}) + (d_{zn} + \tilde{l}_{zn})))} + \delta_z^- = 0 \\
&z = 1, 2, ..., Z \\
&\varepsilon_k, \delta_k^- \geq 0 \\
&x_{ij}, \tilde{l}_{ij} \geq 0
\end{aligned} \qquad (28)$$

در مدل ۲۸ مشاهده می‌شود که مدل ۲۷ که یک مدل تصادفی چندمنظوره بوده، به یک مدل قطعی یک‌منظوره تبدیل شده است. در واقع رویکرد CCCP ابتدا توابع هدف تصادفی را به توابع هدف قطعی تبدیل کرده و سپس آن‌ها را به‌عنوان یک محدودیت در نظر می‌گیرد.

۶. مطالعه‌ی موردی

در این بخش مسئله‌ی احتمالی چندمنظوره برای موازنه‌ی زمان، هزینه و کیفیت در یک شرکت پیمانکاری استقرار مخازن گاز مایع براساس رویکرد CCCP که در بخش‌های پیشین تشریح شد به‌کارگرفته خواهد شد. انتقال گاز طبیعی به‌واسطه‌ی ماهیت گازی آن با دشواری مواجه است و حتی استفاده از ساده‌ترین روش انتقال یعنی خطوط لوله در فواصل طولانی با مشکلات زیادی مواجه می‌شود. با توجه به توانایی‌های موجود فنّاوری برای انتقال گاز به مناطق دوردست، روش ال.ان.جی یا گاز طبیعی مایع‌شده به‌عنوان یک روش اقتصادی، توانسته است دشواری حمل گاز را تا حد زیادی برطرف سازد.

این پروژه دارای ۱۹ فعالیت است که در جدول ۲ تشریح شده‌است. مقادیر پارامترهای مورد نیاز در مسئله‌ی احتمالی چندمنظوره نیز در جدول ۲ ارائه شده است.

با اجماع نظرات مدیران و کارشناسان پروژه، حدود آستانه درمورد مدل ۲۸ مطابق $\alpha = ۰٫۰۱$، $\alpha = ۰٫۰۲$، $\alpha = ۰٫۰۲۵$، $\alpha = ۰٫۰۵$ در نظر گرفته می‌شود. همچنین $w_k > ۰$ برای $(k = ۱,۲,۳)$ بوده و $\sum_{k=۱}^{۳} w_k = ۱$ است. از آنجا که در بازه $۰ < w_k < ۱$ (برای $k = ۱,۲,۳$)، بی‌نهایت مقدار را می‌توان به w_k اختصاص داد، لذا اجماع نظرات مدیران پروژه درمورد اوزان اهمیت هریک از

جدول ۲. مقادیر پارامترهای موجود در مسئله.

ردیف	فعالیت	زمان نرمال	زمان فشرده	هزینه نرمال (میلیون ریال)	هزینه فشرده (میلیون ریال)	میزان کیفیت نرمال (٪)	میزان کیفیت فشرده (٪)	ضریب هزینه	ضریب کیفیت
۱	دیوارچینی اطراف تاسیسات	۳۰	۱۵	۵۰۰	۶۰۰	۱۰۰	۹۰	۶٫۶۷	۰٫۰۰۰۰۴۴
۲	اجرای فونداسیون مخازن گاز	۳۰	۲۰	۱۵۰	۲۰۰	۱۰۰	۸۵	۵	۰٫۰۰۰۲۲۵
۳	ساخت اطاق پمپ آتش‌نشانی	۱۵	۱۰	۴۰۰	۵۰۰	۱۰۰	۸۰	۲۰	۰٫۰۰۱۶۰
۴	ساخت استخر	۳۰	۲۰	۱۰۰	۱۵۰	۱۰۰	۹۵	۵	۰٫۰۰۰۰۲۵
۵	استقرار مخزن روی فونداسیون	۲	۱	۱۰	۱۲	۱۰۰	۹۵	۲	۰٫۰۰۲۵۰
۶	ساخت ساپورت لوله گاز	۳	۲	۸	۱۰	۱۰۰	۹۰	۲	۰٫۰۱۰۰۰۰
۷	رنگ‌آمیزی مخزن	۱۰	۸	۴۰	۶۰	۱۰۰	۹۰	۱۰	۰٫۰۰۲۵۰
۸	اجرای لوله گاز و استقرار پمپ‌های گاز	۳۰	۲۰	۶۰	۶۵	۱۰۰	۹۵	۱٫۶۷	۰٫۰۰۰۲۷۸
۹	حفر کانال لوله گاز	۵	۳	۵۰	۷۰	۱۰۰	۹۰	۲	۰٫۰۰۰۱۰۰
۱۰	رنگ آمیزی لوله‌ها	۱۰	۸	۱۰۰	۱۲۰	۱۰۰	۸۵	۲	۰٫۰۰۰۲۲۵
۱۱	لوله کشی گاز	۳۰	۲۰	۳۰	۴۰	۱۰۰	۸۵	۳٫۳۳	۰٫۰۰۲۵۰
۱۲	حفر کانال لوله آتش‌نشانی	۱۰	۷	۸۰	۹۰	۱۰۰	۹۵	۱	۰٫۰۰۰۰۲۵
۱۳	اجرای لوله کشی آتش‌نشانی	۲۰	۱۰	۳۰	۳۲	۱۰۰	۸۵	۰٫۴۰	۰٫۰۰۰۹۰
۱۴	اجرای شلتر پمپ خانه	۹	۶	۳	۳٫۵۰	۱۰۰	۹۵	۰٫۵۰	۰٫۰۰۲۵۰
۱۵	نصب تجهیزات برقی	۱۰	۵	۲۰	۲۲	۱۰۰	۹۵	۱	۰٫۰۰۰۶۲۵
۱۶	اجرای چاه ارت	۳	۲	۸	۱۰	۱۰۰	۸۵	۱	۰٫۰۰۵۶۲۵
۱۷	نصب کپسول آتش‌نشانی	۲	۱	۵	۱۰	۱۰۰	۹۰	۵	۰٫۰۱۰۰۰
۱۸	نصب پمپ‌های آتش‌نشانی	۵	۴	۵	۶	۱۰۰	۹۵	۱	۰٫۰۰۲۵۰
۱۹	قرارداد خرید گاز	۲	۱	۰٫۵	۱	۱۰۰	۹۵	۰٫۵۰	۰٫۰۰۲۵۰

اهداف، مطابق بردارهای زیر است:

$$w = (۰/۴۷, ۰/۳۱, ۰/۲۲)$$
$$w = (۰/۳۱, ۰/۴۷, ۰/۲۲)$$
$$w = (۰/۲۲, ۰/۳۱, ۰/۴۷)$$

۱.۶. مقادیر تصادفی تأخیرات در نظر گرفته شده

از آنجا که به‌منظور برآورد مدت‌زمان یک فعالیت معمولاً به‌جای نمونه‌برداری آماری، از تقریب سه‌زمانه یا سه‌پارامتری بتا برای محاسبه‌ی میانگین و واریانس مربوط به هر فعالیت با پارامترهای

۱. زمان خوش‌بینانه (a)

۲. زمان محتمل (m)

۳. زمان بدبینانه (b)

استفاده می‌شود، میانگین و واریانس این توزیع به ترتیب از فرمول‌های زیر به دست می‌آید.

$$t_e = \frac{a + ۴m + b}{۶} \tag{۲۹}$$

$$V_{te} = \left(\frac{b - a}{۶}\right)^۲ \tag{۳۰}$$

لازم به ذکر است که در این تحقیق از سیستم تخمین سه‌زمانه در دامنه‌ی ۰٪ تا ۱۰۰٪ استفاده شده است. مقادیر در نظر گرفته شده برای تخمین‌ها در جدول۳ آورده شده‌اند.

مدل ۲۸ براساس هریک از بردارهای اوزان اهمیت و مقادیر مختلف α به‌طور جداگانه توسط نرم‌افزار Lingo نسخه‌ی ۸ و رایانه‌یی با مشخصات CPU۳۰۰۰ و RAM۱G بهینه‌سازی شده است. جدول ۴ ترکیب‌های مختلفی از موازنه‌ی هزینه، زمان و کیفیت تصادفی را به همراه مقادیر بهینه‌ی هریک از اهداف نمایش می‌دهد. برای تحلیل بهتر نتایج به دست آمده، مقادیر بهینه‌ی هریک از اهداف، براساس سناریوهای مختلف (تغییرات در بردار w و مقدار α) در جدول ۴ ارائه شده‌است. سطرهای جدول ۴ در هر پنل، بیانگر مقادیر بهینه‌ی متغیر تصمیم و مقادیر بهینه‌ی اهداف، و ستون‌ها نیز بیانگر بردارهای مختلف w هستند.

۲.۶. تحلیل نتایج

چنان که پیش‌تر اشاره شد برای تشریح مدل به‌کارگرفته شده از یک پروژه‌ی واقعی در زمینه‌ی استقرار مخازن گاز مایع استفاده شده است. این پروژه در حالت نرمال در ۱۸۳ روزکاری و با هزینه‌یی معادل ۱۶۰۰ میلیون ریال به اتمام خواهد رسید. نتایج به دست آمده از سناریوهای مختلف جدول ۴، نوعی تبادلات نزدیک میان اهداف را نشان می‌دهد.

آنچه که از جدول ۴ استنباط می‌شود این است که با افزایش مقدار α در هر ستون، مقدارتابع هدف f_1^* که همان تابع هدف زمان است، افزایش می‌یابد. بنابراین می‌توان گفت که تابع هدف روند بدترشدن را دنبال می‌کند. این روند بدترشدن مقادیر بهینه هدف، امری بدیهی و معقول به نظر می‌رسد. به دلیل آن که اجازه می‌دهد در شرایط عدم قطعیت، تصویر بهتر و ملموس‌تری از واقعیت موازنه‌ی هزینه ـزمان و

جدول ۳. مقادیر تخمین سه‌زمانه‌ی تأخیرات تصادفی.

فعالیت	a	m	b
$d_{۰,۱}$	۰	۳	۵
$d_{۱,۲}$	۰	۴	۶
$d_{۱,۳}$	۰	۳	۵
$d_{۱,۴}$	۰	۵	۷
$d_{۴,۵}$	۰	۱	۱
$d_{۵,۶}$	۰	۱	۱
$d_{۵,۷}$	۰	۲	۲
$d_{۷,۸}$	۰	۳	۶
$d_{۸,۹}$	۰	۲	۲
$d_{۸,۱۰}$	۰	۱	۲
$d_{۱۰,۱۱}$	۰	۴	۷
$d_{۱۱,۱۲}$	۰	۳	۶
$d_{۱۲,۱۳}$	۰	۳	۵
$d_{۱۳,۱۴}$	۰	۲	۴
$d_{۱۴,۱۵}$	۰	۲	۴
$d_{۱۴,۱۶}$	۰	۱	۱
$d_{۱۶,۱۷}$	۰	۱	۱
$d_{۱۶,۱۸}$	۰	۱	۱
$d_{۱۸,۱۹}$	۰	۱	۱

کیفیت را نمایش دهد. در مورد تابع هدف دوم نیز افزایش مقدار α منجر به کاهش مقدار تابع هدف f_2^* شده است. این امر نیز با واقعیت هم‌خوانی دارد. علت این پدیده آن است که با کوتاه‌سازی فعالیت‌ها مقدار هزینه‌ی مستقیم آن فعالیت افزایش پیدا خواهد کرد. در مورد تابع هدف سوم نیز می‌توان گفت که روندی منطقی دنبال می‌کند. به‌طوری که هرقدر مدت زمان تکمیل پروژه کاهش یابد کاهش کیفیت آن نیز انتظار می‌رود. نکته‌ی جالب توجه این که در حالت $\alpha = ۰/۰۰۱$ نتایج به دست آمده هیچ‌گونه حساسیتی نسبت به سناریوهای مختلف نشان نداده است. با توجه به نتایج به دست آمده از حل مدل، به نظر می‌رسد که میزان اعمال فشرده‌سازی روی فعالیت‌ها با افزایش عدم‌قطعیت محیط روندی تدریجاً کاهش می‌یابد، که ممکن است متأثر از در نظرگرفتن تأخیرات پس از فشرده‌سازی باشد. باید افزود که با توجه به مقادیر در نظرگرفته شده درمورد α، بدترین مقادیر به دست آمده درمورد اهداف تحت شرایطی روی می‌دهند که سخت‌گیرانه‌ترین سطح عدم‌قطعیت ($\alpha = ۰/۰۵$) اتفاق افتد. نتیجه‌ی مهم‌تر این که به نظر می‌رسد توابع هدفی که دارای متغیرهای تصادفی‌اند با افزایش سطح عدم اطمینان روند بدترشدن را طی خواهند کرد و نتایج به دست آمده نامطلوب‌تر خواهد شد.

جدول ۴. مقادیر بهینه‌ی احتمالی مدت‌زمان انجام فعالیت‌ها و مقادیر بهینه‌ی توابع هدف با توجه به سناریوهای مختلف.

	$\alpha = ۰٫۰۰۱$			$\alpha = ۰٫۰۱$			$\alpha = ۰٫۰۱۵$		
w	(۰٫۴۷،۰/۳۱،۰٫۲۲)	(۰٫۳۱،۰٫۴۷،۰٫۲۲)	(۰٫۲۲،۰٫۳۱،۰٫۴۷)	(۰٫۴۷،۰/۳۱،۰٫۲۲)	(۰٫۳۱،۰٫۴۷،۰٫۲۲)	(۰٫۲۲،۰٫۳۱،۰٫۴۷)	(۰٫۴۷،۰/۳۱،۰٫۲۲)	(۰٫۳۱،۰٫۴۷،۰٫۲۲)	(۰٫۲۲،۰٫۳۱،۰٫۴۷)
$d_{0,1}$	۱۵	۱۵	۱۵	۱۵	۱۷٫۴	۱۷٫۴۱	۱۷٫۴	۱۵	۱۵
$d_{1,2}$	۲۰	۲۰	۲۰	۲۰	۲۰٫۵۳	۲۰٫۶	۲۰٫۵۲	۲۰	۲۰
$d_{1,3}$	۱۵	۱۵	۱۵	۱۰	۱۰	۱۰	۱۰	۱۰	۱۰
$d_{1,4}$	۲۰	۲۰	۲۰	۲۰	۳۰	۳۰	۳۰	۲۰	۲۰
$d_{4,5}$	۱	۱	۱	۲	۲	۲	۲	۲	۲
$d_{5,6}$	۱	۱	۱	۲	۲	۲	۲	۲	۲
$d_{5,7}$	۸	۸	۸	۱۰	۱۰	۱۰	۱۰	۱۰	۱۰
$d_{7,8}$	۲۰	۲۰	۲۰	۲۰	۲۰	۲۰	۲۰	۲۳٫۹۲	۲۳٫۰۶
$d_{8,9}$	۳	۳	۳	۵	۵	۵	۵	۵	۵
$d_{8,10}$	۸	۸	۸	۱۰	۱۰	۱۰	۱۰	۱۰	۱۰
$d_{10,11}$	۲۰	۲۰	۲۰	۲۰	۲۰	۲۰	۲۰	۲۴٫۵۴	۲۱٫۵۶
$d_{11,12}$	۷	۷	۷	۷	۷	۷	۷	۱۰	۱۰
$d_{12,13}$	۱۰	۱۰	۱۰	۱۰	۱۱٫۲۴	۱۱٫۱۸	۱۱٫۲۵	۲۰	۲۰
$d_{13,14}$	۶	۶	۶	۹	۹	۹	۹	۹	۹
$d_{14,15}$	۵	۵	۵	۵	۵	۵	۵	۵	۵
$d_{14,16}$	۲	۲	۲	۳	۳	۳	۳	۳	۳
$d_{16,17}$	۱	۱	۱	۲	۲	۲	۲	۲	۲
$d_{16,18}$	۴	۴	۴	۴	۴	۴	۴	۵	۵
$d_{18,19}$	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱
f_1^*	۱۱۵	۱۱۵	۱۱۵	۱۲۳	۱۲۷٫۲۰	۱۲۷٫۲۰	۱۲۷٫۱۸	۱۴۵٫۴۶	۱۴۱٫۶۰
f_2^*	۱۹۰۳٫۰۵	۱۹۰۳٫۰۵	۱۹۰۳٫۰۵	۱۹۶۳٫۵۵	۱۸۹۴٫۴۰	۱۸۹۴	۱۸۹۴٫۴۴	۱۹۳۳٫۸۹	۱۹۴۵٫۲۵
f_3^*	٪۸۹٫۳۲	٪۸۹٫۳۲	٪۸۹٫۳۲	٪۹۲٫۳۲	٪۹۳٫۰۹	٪۹۳٫۰۹	٪۹۳٫۰۹	٪۹۴٫۰۷	٪۹۳٫۸۳

	$\alpha = ۰٫۰۰۲$			$\alpha = ۰٫۰۲۵$			$\alpha = ۰٫۰۵$		
w	(۰٫۴۷،۰/۳۱،۰٫۲۲)	(۰٫۳۱،۰٫۴۷،۰٫۲۲)	(۰٫۲۲،۰٫۳۱،۰٫۴۷)	(۰٫۴۷،۰/۳۱،۰٫۲۲)	(۰٫۳۱،۰٫۴۷،۰٫۲۲)	(۰٫۲۲،۰٫۳۱،۰٫۴۷)	(۰٫۴۷،۰/۳۱،۰٫۲۲)	(۰٫۳۱،۰٫۴۷،۰٫۲۲)	(۰٫۲۲،۰٫۳۱،۰٫۴۷)
$d_{0,1}$	۱۵	۱۸٫۳۹	۱۸٫۳۸	۱۵٫۸	۱۸٫۰۱	۱۷٫۸۲	۱۷٫۲۹	۲۰٫۶۶	۲۰٫۴۴
$d_{1,2}$	۲۰	۲۲٫۴۷	۲۲٫۴۷	۲۰	۲۳٫۱۱	۲۲٫۸۳	۲۰٫۷۹	۲۶٫۵۱	۲۶٫۱۷
$d_{1,3}$	۱۰	۱۰	۱۰	۱۰	۱۰	۱۰	۱۰	۱۰	۱۰
$d_{1,4}$	۲۴٫۶۷	۳۰	۳۰	۲۷٫۲۳	۲۶٫۶۲	۲۶٫۵۷	۲۹٫۸	۳۰	۳۰
$d_{4,5}$	۲	۲	۲	۲	۲	۲	۲	۲	۲
$d_{5,6}$	۲	۲	۲	۲	۲	۲	۲	۲	۲
$d_{5,7}$	۱۰	۱۰	۱۰	۱۰	۱۰	۱۰	۱۰	۱۰	۱۰
$d_{7,8}$	۲۰	۲۵٫۷۳	۲۵٫۷۳	۲۰	۳۰	۳۰	۲۰	۳۰	۳۰
$d_{8,9}$	۵	۵	۵	۵	۵	۵	۵	۵	۵
$d_{8,10}$	۱۰	۱۰	۱۰	۱۰	۱۰	۱۰	۱۰	۱۰	۱۰
$d_{10,11}$	۲۰	۲۰	۲۰	۲۰	۳۰	۳۰	۲۰	۳۰	۳۰
$d_{11,12}$	۷٫۳۲	۱۰	۱۰	۸٫۰۸	۱۰	۱۰	۸٫۸۴	۱۰	۱۰
$d_{12,13}$	۱۰٫۰۶	۲۰	۲۰	۱۶٫۶۲	۲۰	۲۰	۱۸٫۱۸	۲۰	۲۰
$d_{13,14}$	۹	۹	۹	۹	۹	۹	۹	۹	۹
$d_{14,15}$	۵	۵	۵	۵	۵	۵	۵	۵	۵
$d_{14,16}$	۳	۳	۳	۳	۳	۳	۳	۳	۳
$d_{16,17}$	۲	۲	۲	۲	۲	۲	۲	۲	۲
$d_{16,18}$	۴	۴	۴	۴	۵	۵	۴	۵	۵
$d_{18,19}$	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱
f_1^*	۱۲۸٫۴۰	۱۴۷٫۶۰	۱۴۷٫۶۰	۱۳۱٫۵۰	۱۶۳٫۱	۱۶۲٫۷	۱۳۶٫۱۲	۱۶۹٫۲	۱۶۸٫۶۰
f_2^*	۱۹۳۹٫۸۶	۱۸۶۲٫۰۲	۱۸۶۲٫۰۴	۱۹۱۸٫۳۴	۱۸۳۶٫۸۲	۱۸۳۹٫۷۴	۱۸۹۰٫۲۱	۱۷۸۵٫۲۵	۱۷۸۸٫۴۲
f_3^*	٪۹۲٫۶۰	٪۹۴٫۷۳	٪۹۴٫۷۳	٪۹۳٫۲۰	٪۹۵٫۸۳	٪۹۵٫۷۹	٪۹۳٫۶۶	٪۹۶٫۵۱	٪۹۶٫۴۶

۷. نتیجه‌گیری

مسئله TCTP یکی از مسائل مهم و در عین حال بسیار کاربردی در مبحث زمان‌بندی پروژه‌هاست. هدف اصلی موازنه‌ی هزینه ـزمان در یک پروژه، تحلیل حساسیت هزینه‌های پروژه، نسبت به تغییرات مدت زمان انجام فعالیت‌ها به‌منظور به دست آوردن بهترین ترکیب کاهش فعالیت‌هاست، به‌گونه‌یی که کل هزینه‌های پروژه کمینه شود. در این نوشتار مسئله‌ی موازنه‌ی هزینه ـزمان با در نظر گرفتن عامل کیفیت پروژه به‌عنوان یکی دیگر از توابع هدف با پارامتر تصادفی تأخیر در فعالیت‌های پروژه بررسی شد. برای حل مدل تصادفی چندمنظوره از روش برنامه‌ریزی سازشی مقیدشده‌ی تصادفی استفاده شد. نتایج حاصل از حل مدل نشان می‌دهد که عدم قطعیت محیط تأثیر نامطلوبی بر جواب‌های بهینه می‌گذارد، به‌طوری که تمامی اهداف روند بدترشدن را در پیش می‌گیرند. این روند بدتر شدن مقادیر بهینه‌ی هدف، امری بدیهی و معقول به نظر می‌رسد؛ چرا که اجازه می‌دهد تا در شرایط عدم قطعیت، تصویر بهتر و ملموس‌تری از واقعیت موازنه‌ی هزینه ـزمان و کیفیت را نمایش دهد. مسئله‌ی ارائه شده را می‌توان با فرض محدودیت منابع یا با اضافه کردن اهداف دیگر نظیر مقدار ارزش کسب‌شده‌ی پروژه، گسترش داد.

پانوشت‌ها

1. critical path method
2. project evaluation and review technique
3. time cost trade off problem
4. net peresent value (NPV)
5. compromise programming (CP)
6. no preference information
7. achievement levels
8. slack deviation variable
9. surplus deviation variable
10. stochastic programming (SP)
11. chance constrained programming (CCP)
12. chance constrained compromise programming (CCCP)
13. portfolio selection

منابع (References)

1. Demeulemeester, E.L.and Herroelen, W.S."Project scheduling:Aresearch handbook" Katholieke University Leuren (2002).
2. Freeman, R.J. "A generalized PERT", *Operations Research*, **8**(2), pp. 281 (1960).
3. Charnes, A. and Cooper, W. "Deterministic equivalents for optimizing and satisficing under chance constraints", *Operational Research*, **11**, pp. 18-39 (1963).
4. Loostma, F.A. "Network planning with stochastic activity durations, an evaluation of PERT", *Statistica Neerlandica*, **20**, pp. 43-69 (1966).
5. Kotiah, T.C.T. and Wallace, N.D. "Another look at the PERT assumptions", *Management Science,* **20**(1), pp. 44-49 (1973).
6. Kum Khiong, Y.; Lee Chaoo, T. and Chee Chuong, S. "A comarison of stochastic scheduling rules for maximizing project net present value", *European Journal of Operational Research*, **85**, pp.327-339 (1995).
7. Babu, A.J.G. and Suresh, N." Project management with time , cost and quality consideration", *European Journal of Operation Research*, **88**(2), pp. 320-327 (1996).
8. Khang, D.B. and Myint, Y.M. " Time cost and quality trade off in project management: A case study", *International Journal of Project Management*, **17**(4), pp. 249-256 (1999).
9. Golenko-Ginzburg, D. and Gonik, A. "Stochastic network project scheduling with non-consumable limited resources", *International Journal of Production Economics*, **48**(1) pp. 29-37 (1997).
10. Viacente, V.; Manuel, L.; Pilar, L.; Angeles, P. and Sacramento, Q. "Project scheduling problem with stochastic activity interruptions", This Research was Partially Supported by the Generalitat Valenciana Under Contract GV, 3310 (1995).
11. Hua, K. and Baoding, L. "Project scheduling problem with stochastic activity duration times", *Applied Mathematics and Computation*, **168**, pp. 342-353 (2005).
12. Tung Yang, I. and Chang, C.Y. "Stochastic resource-constrained scheduling for repetitive construction projects with uncertain supply of resources and funding", *International Journal of Project Management*, **23**, pp. 546-553 (2005).
13. Tareghian, H.R. and Taheri, S.H. "On the discrete time, cost and quality trade off problem", *Applied Mathematics and Computation*, **181**(2), pp. 1305-1312 (2006).
14. Rabbani, M.; Fatemi Ghomi, S.M.T.; Jolai, F. and Lahiji, N.S. "A new heuristic for resource-constrained project scheduling in stochastic networks using critical chain concept", *European Journal of Operational Research*, **176**, pp. 794-808 (2007).
15. Sobel, M.J.; Szmerekovsky, J.G. and Tilson, V. "Scheduling projects with stochastic activity duration to maximize expected net present value", *European Journal of Operational Research*, **198**, pp. 697-705 (2009).
16. Drezet, L.E. and Billaut, J.C. "A project scheduling problem with labour constraints and time-dependent activities requirements", *International Journal, Production Economics*, **112**, pp. 217-225 (2008).
17. Zeleny, M. "Compromise programming", In: Cochrane, JL. and Zeleny, M., (eds), Multiple Criteria Decision Making, University of South Carolina Press: Columbia, pp. 262-301 (1973).
18. Ben Abdelaziz, F.; Aouni, B. and El Fayedh, R. "Multi-objective stochastic programming for portfolio selection", *European Journal of Operational Research,* **177**, pp. 1811-1823 (2007).