

به کارگیری دو الگوریتم فراابتکاری برای حل مسئله‌ی پوشش مجموعه در حالت غیرقطعی بودن دسترس پذیری به وسایط نقلیه‌ی امدادی با رویکرد سیستم‌های صف زمان مبنا

رضا توکلی مقدم* (استاد)

نرگس نوروزی (دانشجوی دکتری)

دانشکده‌ی مهندسی صنایع، پردیس دانشکده‌های فنی، دانشگاه تهران

علیرضا سلامت بخش ورجوی (کارشناس ارشد)

دانشکده‌ی مهندسی صنایع، واحد تهران جنوب، دانشگاه آزاد اسلامی

مهندسی صنایع و مدیریت شریف
دوری ۱ - ۲۹، شماره ۱، ص. ۴۲-۳۳

زمان رسیدن وسایط نقلیه‌ی امدادی یکی از مهم‌ترین پارامترها در مسئله‌ی پوشش مجموعه^۱ در حوزه‌ی امدادسانی است. با توجه به مسائل دنیای واقعی، و از آنجا که هر نوع تسهیلی همیشه به‌طور قطعی در دسترس نیست، در این نوشتار ارائه‌ی روشی مناسب برای مکان‌یابی بهینه‌ی مراکز امدادی با توجه به قیود هزینه‌ها هدفگیری شده است. با استفاده از سیستم‌های صف ناپایدار^۲ و همچنین زمان مبنا^۳ بودن (متغیر بودن) نرخ‌های حوادث و امدادسانی، مسئله‌ی پوشش مجموعه بسط داده شده است. به‌منظور حل این مسئله در ابعاد بزرگ روش بهبودیافته‌ی بهینه‌سازی انبوه ذرات (IPSO)^۴ و الگوریتم شبیه‌سازی تبرید (SA)^۵ استفاده می‌شود. به‌منظور نشان‌دادن کارایی الگوریتم‌های پیشنهادی، تعدادی از مسائل در ابعاد کوچک توسط این الگوریتم‌ها حل و سپس نتایج مربوطه با نتایج حاصل از روش حل دقیق شاخه و کران مقایسه می‌شود.

واژگان کلیدی: مسئله‌ی پوشش مجموعه، وسایط نقلیه امدادی، سیستم‌های صف ناپایدار، الگوریتم بهینه‌سازی بهبود یافته‌ی انبوه ذرات، الگوریتم شبیه‌سازی تبرید.

۱. مقدمه

«مسئله‌ی پوشش مجموعه» برای اعزام وسایط امدادی در زودترین زمان ممکن، یکی از مهم‌ترین عوامل کاهش زمان سفر رسیدن وسایط نقلیه‌ی امدادی به محل حادثه است. در این مدل، مکان قرارگیری واحدهای امدادی به‌گونه‌ی است که هرکدام از این واحدها با توجه به ظرفیت‌شان، طوری مکان‌یابی می‌شوند که با کمینه‌کردن مجموع هزینه‌ی مکان‌یابی، زمان رسیدن به محل حادثه را به‌طور قابل توجهی بهبود بخشند.^[۱] مسئله‌ی پوشش مجموعه یک مسئله‌ی NP-Hard است^[۲] که کاربردهای فراوانی در حوزه‌ی لجستیک، حمل‌ونقل و استقرار وسایط امدادی دارد.

در بررسی‌های انجام‌شده درمورد مسائل مکان‌یابی، مدل‌های مکان‌یابی پیوسته، مکان‌یابی شبکه، مدل‌های برنامه‌ریزی عدد صحیح مختلط و کاربردهای آن‌ها ارائه شد.^[۳] سپس در ادامه، حل یک مسئله‌ی مکان‌یابی گسسته، هنگامی که تسهیلات

* نویسنده مسئول

تاریخ: دریافت ۲۲/۶/۱۳۸۹، اصلاحیه ۲۸/۸/۱۳۹۰، پذیرش ۱۱/۱۱/۱۳۹۰.

tavakoli@ut.ac.ir
narges.norouzi@ut.ac.ir
alirezasalamatbakhsh@gmail.com

مستعد شکست‌اند، ارائه شد.^[۴] در آن تحقیق مسئله‌ی مکان‌یابی در شرایط عدم اطمینان^۶ تعریف شده است. همچنین حل مسئله‌ی مکان‌یابی چندمنظوره براساس یک الگوریتم فراابتکاری و بر مبنای جست‌وجوی ممنوع توسعه یافت.^[۵] پس از آن محققین مدل جدیدی برای مسئله‌ی مکان‌یابی ضایعات خطرناک ارائه دادند.^[۶] هدف این مدل، کمینه‌کردن هزینه‌ی کل و ریسک حمل‌ونقل بود. با در نظر گرفتن مسئله‌ی طراحی مسیرهای حمل مواد خطرناک در یک منطقه‌ی پرجمعیت،^[۷] روش برنامه‌ریزی عدد صحیح با تابع کمینه‌کردن ریسک حمل و نقل ارائه شد. در ادامه، با استفاده از یک روش ابتکاری سازنده، جواب مسئله‌ی طراحی درخت (با اضافه‌کردن قسمت‌های جاده) توسعه داده شد. همچنین یک مدل مکان‌یابی پوشش احتمالی برای اقلام فاسدشدنی و فاسدنشدنی ارائه شد.^[۸] در این مسئله، تأثیر هزینه‌ی فاسدشدن کالاها در مسئله‌ی مکان‌یابی، مورد بررسی قرار گرفته است. محققین مسئله‌ی اصلی مکان‌یابی - مسیر یابی را به دو مسئله‌ی فرعی مکان‌یابی قرارگاه و مسیر یابی وسایط نقلیه‌ی چندقرارگاهی تجزیه کردند.^[۹] برای این کار، ابتدا مسئله‌ی مکان‌یابی قرارگاه با استفاده از رویکرد مسئله‌ی پوشش مجموعه احتمالی حل شد و سپس با توجه به

نتایج حاصله، مسئله‌ی مسیریابی وسایط نقلیه‌ی چندقرارگاهی با استفاده از روش شبیه‌سازی تبرید تلفیقی حل شد و نتایج محاسباتی با نرم‌افزار دقیق مقایسه شد. در رابطه با مکان‌یابی وسایط امدادی نیز یک مدل مکان‌یابی پوشش چند دوره‌ی، برای اعزام پویای آمبولانس‌ها ارائه شده است.^[۱۹] این مدل به منظور بهبود عملکرد سیستم خدمات پزشکی اضطراری، به‌ویژه برای پاسخ به تقاضا در زمان حوادث، طراحی شد. هدف این مدل تعیین کم‌ترین تعداد آمبولانس‌ها و مکان‌های بهینه‌ی آن‌ها برحسب واحد زمانی معین است.

ارائه‌ی روشی مناسب برای جایابی بهینه‌ی مراکز امدادی در حالت غیرقطعی بودن دسترس‌پذیری تسهیلات بر مبنای مشاهدات واقعی هدف اصلی نوشتار حاضر است. در مسائل پوشش مجموعه پس از تعیین نقاط تقاضا، نقاط کاندید برای پوشش مجموعه شناسایی می‌شود که با توجه به منابع مالی محدود مراکز امدادی، جانمایی پایگاه‌های امدادی باید با کم‌ترین هزینه انجام شود. براساس مشاهدات واقعی، هر تسهیل (پایگاه امدادی) به‌طور قطعی در دسترس نیست بلکه براساس احتمال P ، تسهیلات مورد نظر برای خدمت‌دهی آماده‌اند، زیرا تسهیلات در حال خدمت‌رسانی به سایر متقاضیان دیگر در دسترس نیستند. در واقع می‌توان چنین فرض کرد که نرخ وقوع حوادث برای اعزام وسایط امدادی و نرخ امدادسانی وسایط مربوطه، سیستم صفی را ایجاد می‌کند که در آن نرخ وقوع حوادث از توزیع پواسون با پارامتر λ ، و مدت زمان خدمت‌دهی وسایط امدادی از توزیع نمایی با پارامتر μ پیروی می‌کند. اما با توجه به شرایط واقعی، نرخ وقوع حوادث و همچنین نرخ امدادسانی وسایط امدادی در بازه‌های زمانی مختلف متفاوت است، در حالی که مدل‌های کلاسیک صف نرخ وقوع حوادث و نرخ خدمت‌دهی را ثابت در نظر می‌گیرند که با شرایط موجود در دنیای واقعی متفاوت است. به عبارت دیگر، در دنیای واقعی با سیستم‌های صف ناپایدار مواجه هستیم.

در این نوشتار با استفاده از سیستم‌های صف مبتنی بر زمان به منظور تخمین نرخ وقوع حوادث (تعداد درخواست برای امدادسانی به‌وسیله‌ی وسایط امدادی) و امدادسانی وابسته به زمان (زمان خدمت‌دهی به‌وسیله‌ی وسایط امدادی به حادثه‌دیدگان)، دست‌یابی به نتایج قطعی برای پارامترهای صف ممکن می‌شود. با محاسبه‌ی نرخ‌های متوسط از روی توابع زمان‌مینا و جای‌گذاری آن‌ها در روابط کلاسیک صف، مشکل روبرویی با سیستم‌های صف ناپایدار برطرف می‌شود که در این صورت می‌توان میزان در دسترس نبودن وسایط امدادی را محاسبه کرد. همچنین، حل مسئله‌ی پوشش مجموعه در حالت غیرقطعی بودن تسهیلات نیز در نظر گرفته شده است. به همین منظور، تعیین میزان احتمال در دسترس بودن وسایط امدادی به‌منظور امدادسانی به مشتریان از سیستم‌های صف بر مبنای تعداد درخواست برای امدادسانی و میزان زمان خدمت‌دهی وسایط امدادی به حادثه‌دیدگان غیرثابت و زمان مینا در نظر گرفته شده است. از میان مطالعات مروری انجام‌شده در این زمینه می‌توان به تحقیقات کلارک و فیلیپاک در رابطه با استخراج مدل‌های تحلیلی اشاره کرد.^[۱۲،۱۱] علاوه بر این، روش‌های عددی و تخمینی این سیستم را نیز توسعه دادند.^[۱۵-۱۳] همچنین در سیستم‌های صف مورد بررسی در مسائل پوشش مجموعه، نرخ وقوع حوادث و نرخ مدت زمان خدمت‌دهی توسط وسایط امدادی به حادثه‌دیدگان ثابت در نظر گرفته می‌شود، به عبارت دیگر، در مدل‌های کلاسیک صف یک سیستم صف زمانی قابل دسترس است که نرخ‌های ورود و خدمت‌دهی آن در هر توزیع آماری ثابت و بدون تغییر در نظر گرفته می‌شود و نسبت بهره‌وری سیستم همیشه کوچک‌تر از ۱ است، این در حالی است که در بسیاری از مسائل دنیای واقعی، نرخ وقوع حوادث و زمان خدمت‌دهی وسایط نقلیه به مشتریان متغیر است. به همین منظور و نیز برای نزدیک شدن به دنیای واقعی، باید

نرخ توزیع‌های احتمالی مربوط به زمان وقوع دو حادثه به‌صورت متوالی و فاصله‌ی میان خدمت‌دهی وسایط نقلیه‌ی امدادی به متقاضیان به‌صورت متغیر در طول زمان در نظر گرفته شود.^[۱۵]

چنان که بیان شد مسئله‌ی پوشش مجموعه از مسائل NP-Hard است. در همین راستا محققین یک الگوریتم ابتکاری و روش حدی برای مسئله‌ی مکان‌یابی - مسیریابی احتمالی ارائه دادند.^[۱۶] همچنین یک مدل بهینه‌سازی تلفیقی چندمنظوره برای مسئله‌ی مکان‌یابی - مسیریابی در مدیریت مراقبت پزشکی ارائه،^[۱۷] و از روش الگوریتم مورچگان، پارتو و نیز الگوریتم‌های ژنتیک چندمنظوره‌ی مختلف برای توسعه‌ی این مدل استفاده شد. در ادامه، مسئله براساس نرخ‌های زمان‌مینا تشریح، و مدل پیشنهادی ارائه خواهد شد. در ادامه، ابتدا در بخش ۲، نوع سیستم صف براساس نرخ‌های زمان‌مینا غیرثابت و احتمال در دسترس بودن امدادی تعیین می‌شود و سپس مسئله‌ی پوشش مجموعه در حالت غیرقطعی بودن دسترس‌پذیری تسهیلات بررسی می‌شود. سپس در بخش ۳ الگوریتم بهینه‌سازی انبوه ذرات بهبودیافته و الگوریتم شبیه‌سازی تبرید معرفی می‌شود، و در بخش ۴ نتایج محاسباتی حاصل از الگوریتم‌های فراابتکاری در ابعاد کوچک حل می‌شود و نتایج کسب‌شده با نتایج حاصل از روش حل دقیق شاخه و کران مقایسه می‌شود. به‌منظور بررسی کارایی مدل در ابعاد بزرگ، ۱۵ نمونه در ابعاد بزرگ ایجاد، و توسط الگوریتم‌های پیشنهادی حل خواهد شد و سپس با یکدیگر مقایسه می‌شوند. نهایتاً در بخش ۵، نتیجه‌گیری کلی ارائه می‌شود.

۲. تشریح مسئله

۲.۱. سیستم‌های صف نمایی ناپایدار زمان‌مینا

چنان که گفته شد، در سیستم‌های صف مورد بررسی در مسائل پوشش مجموعه، نرخ وقوع حادثه (تعداد درخواست برای امدادسانی به‌وسیله‌ی وسایط امدادی) و نرخ مدت زمان خدمت‌دهی (زمان خدمت‌دهی به‌وسیله‌ی وسایط امدادی به حادثه‌دیدگان) ثابت در نظر گرفته شده است. ولی در دنیای واقعی، به‌دلیل مسائل مختلف همانند ترافیک، شرایط جوی، زمان وقوع حادثه، نرخ وقوع حوادث، و شدت حادثه، مدت زمان امدادسانی در ساعات مختلف شبانه‌روز متغیر است. به همین دلیل این نوع مسائل تحت عنوان سیستم‌های صف زمان‌مینا طبقه‌بندی می‌شوند. در این سیستم‌ها نرخ وقوع حوادث و امدادسانی به ترتیب با $\lambda(t)$ و $\mu(t)$ نمایش داده می‌شود.^[۱۵]

در این نوشتار با توجه به دنیای واقعی، برای هر ایستگاه امدادی که برای پوشش منطقه‌ی خاص در نظر گرفته شده، فقط یک وسیله‌ی نقلیه‌ی امدادی منظور می‌شود. همچنین زمان امدادسانی -- به‌دلایلی از جمله ترافیک و شرایط جوی و شرایطی که پیش‌تر بیان شد -- متفاوت است. از سوی دیگر، با توجه به متفاوت بودن نرخ وقوع حوادث در زمان‌های مختلف در دنیای واقعی، تقاضا برای امدادسانی (نرخ ورود) نیز متفاوت در نظر گرفته شده است. بر همین اساس، با رویکرد مجدد به سیستم‌های صف نمایی از دیدگاه زمان‌مینا بودن نرخ‌های حادثه و خدمت‌دهی می‌توان گام دیگری برای افزایش انعطاف‌پذیری سیستم‌ها در برخورد با مسائل واقعی برداشت. این در حالی است که در روش‌های کلاسیک سیستم‌های صف، نرخ ورود و نرخ خدمت‌دهی ثابت در نظر گرفته می‌شود و حل این مشکل مقدور نیست. همچنین، فرض می‌شود که امدادسانی از یک حادثه به حادثه‌ی دیگر تا پایان امدادسانی قابل تغییر نیست و باید تا تمام شدن خدمت ارائه

$\bar{\lambda}$ و $\bar{\mu}$ به ترتیب نشانگر میانگین نرخ ورود و خدمت دهی هستند. همچنین A دامنه است و در بازه $[0, 1]$ تعریف می‌شود. چنان که گفته شد با تقسیم T به زیر بازه‌هایی که در هر یک از آنان رفتار سیستم ثابت است و با محاسبه $\bar{\lambda}$ و $\bar{\mu}$ برای هر ایستگاه کاندید که دارای یک وسیله امدادی است، یک سیستم صفی به صورت $M(t)/M(t)/1$ ایجاد می‌شود که در آن P_b احتمال مشغول بودن، با استفاده از رابطه‌ی ۶ به دست می‌آید.^[۱۹]

$$P_b = \frac{1}{T} \int_0^T \frac{\lambda(t)}{\mu(t)} dt = \frac{\bar{\lambda}}{\bar{\mu}} \quad (6)$$

در این صورت، P_{ij} میزان در دسترس بودن و غیر مشغول بودن وسیله امدادی تعریف می‌شود. به عبارت دیگر، P_{ij} احتمال این است که سیستم در بازه زمانی t به هیچ متقاضی خدمت ندهد که در رابطه‌ی ۷ نشان داده شده است.

$$P_{ij} = 1 - \left(\frac{1}{T} \int_0^T \frac{\lambda(t)}{\mu(t)} dt \right) = 1 - \frac{\bar{\lambda}}{\bar{\mu}} \quad (7)$$

پس از تعریف میزان در دسترس بودن وسایط نقلیه امدادی به‌ازای سیستم‌های صف ناپایدار، مسئله‌ی مکان‌یابی تسهیلات توسعه داده شده که براین اساس پارامترهای مدل در ادامه تعریف خواهد شد.

۲.۲. مدل ریاضی مسئله‌ی مکان‌یابی تسهیلات

پارامترهای به‌کار رفته در مدل در روابط ۸ الی ۲۱ به شرح ذیل بیان می‌شود. i شمارنده تعداد مشتریان، $n = 1, \dots, n$ ؛ j شمارنده تعداد تسهیلات، $m = 1, \dots, m$ ؛ c_j هزینه‌ی استقرار تسهیلات در محل j ؛ P_{ij} احتمال پوشش متقاضی i توسط تسهیل j ؛ q_{ij} احتمال عدم پوشش متقاضی i توسط تسهیل j ؛ a_{ij} ضریب پوشش متقاضی i توسط تسهیل j .

$$a_{ij} = \begin{cases} 1 & \text{اگر متقاضی } i, \text{ توسط تسهیل مستقر در محل } j \text{ پوشش داده شود} \\ 0 & \text{اگر متقاضی } i, \text{ توسط تسهیل مستقر در محل } j \text{ پوشش داده نشود} \end{cases}$$

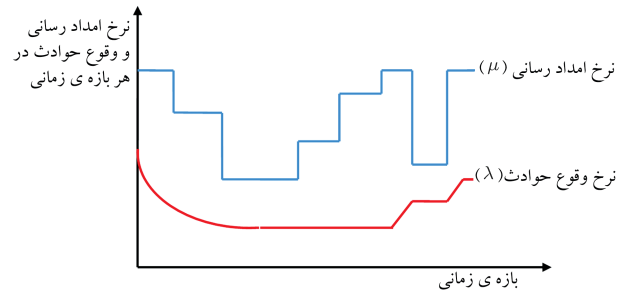
مدل ریاضی مسئله‌ی مکان‌یابی با استفاده از مسئله‌ی پوشش مجموعه (SCP)، به صورت رابطه‌ی ۸ فرموله‌بندی می‌شود:

$$P_1 : \text{Min} \sum_{j=1}^m c_j X_j \quad (8)$$

$$\text{s.t.} \quad \sum_{j=1}^m a_{ij} X_j \geq 1, \quad i = 1, \dots, n \quad (9)$$

$$X_j = (0, 1), \quad j = 1, \dots, m \quad (10)$$

تابع هدف در رابطه‌ی ۸، سعی در کمینه‌سازی هزینه‌ی استقرار جایگاه‌های امدادی دارد. در این پژوهش هزینه‌ی استقرار وسایط امدادی متفاوت فرض شده است. قید اول در رابطه‌ی ۹ تضمین می‌کند که هر متقاضی توسط دست‌کم یک تسهیل تحت پوشش قرار می‌گیرد. قید دوم در رابطه‌ی ۱۰ نشان می‌دهد که متغیرها از نوع صفر و ۱ هستند و به معنای تخصیص/عدم تخصیص تسهیل در محل j است. ضریب پوشش (a_{ij}) در مدل اولیه‌ی این مسئله نشان‌گر آن است که وسایط امدادی همیشه



شکل ۱. نرخ ورود و خدمت دهی وابسته به زمان.

شود. اگر تعداد بازه‌های زمانی در نظر گرفته شده در طول بازه برنامه‌ریزی $[0, T]$ معادل $M = (1, \dots, MS)$ فرض شود، آنگاه $\mu_1, \mu_2, \dots, \mu_{MS}$ مدت زمان خدمت دهی وسایط امدادی در هر یک از این بازه‌ها و همچنین $\lambda_1, \lambda_2, \dots, \lambda_{MS}$ به ترتیب نرخ حوادثی هستند که در یک منطقه‌ی خاص در بازه‌های زمانی مختلف اتفاق می‌افتد (شکل ۱). باید توجه داشت که تعداد این بازه‌ها و طول آن‌ها بر مبنای شرایط مختلف متفاوت است و بستگی به نوع مسیر و نرخ وقوع حوادث دارد. حال اگر t طول هر بازه زمانی باشد که توسط طراح سیستم در طول بازه برنامه‌ریزی $[0, T]$ تعریف می‌شود، میانگین نرخ ورود و خدمت دهی در هر بازه زمانی یکسان خواهد بود.

حال با این فرض که در هر ایستگاه امدادی فقط یک وسیله نقلیه موجود باشد، می‌توان آن را به صورت یک سیستم صف $M(t)/M(t)/1$ نشان داد. اگر نرخ ورود و خدمت دهی به صورت پیوسته فرض شود آنگاه می‌توان $\lambda(t)$ و $\mu(t)$ را به صورت تابع سری زمانی فوری در بازه $[-\pi, \pi]$ بر اساس رابطه‌ی ۱ تقریب زد.^[۱۸]

$$F(x) = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} (a_n \cos n\pi x + b_n \sin n\pi x) \quad (1)$$

با توجه به انجام برنامه‌ریزی در بازه $[0, T]$ ، با تغییر متغیر x روی بازه $[-\pi, \pi]$ به صورت رابطه‌ی ۲ داریم:

$$x = \frac{(2t - T)}{T} \quad (2)$$

که در آن T طول بازه زمان کل برنامه‌ریزی است و می‌تواند مثبتی بر نیاز روزانه، هفتگی، ماهیانه یا حتی سالیانه باشد. همچنین با توجه به تابع سری زمانی رابطه‌ی ۱، در حالت کلی برای تعیین نرخ وقوع حوادث و مدت زمان خدمت دهی در زمان t به صورت رابطه‌ی ۳ داریم:

$$\left. \begin{aligned} \lambda(t) \\ \mu(t) \end{aligned} \right\} = a_0 + \sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{a_n \cos n\pi(2t - T)/T}{(b_n \sin n\pi(2t - T)/T)} + \right) \quad (3)$$

که در آن $\lambda(t)$ و $\mu(t)$ به ترتیب نرخ وقوع حوادث و امداد رسانی در زمان t هستند. حال میانگین نرخ ورود و خدمت دهی در دوره‌ی برنامه‌ریزی $[0, T]$ با انتگرال‌گیری روی توابع $\lambda(t)$ و $\mu(t)$ به صورت رابطه‌ی ۴ و ۵ به دست می‌آیند.

$$\bar{\lambda} = \frac{1}{T} \int_0^T \lambda(t) dt \quad (4)$$

$$\bar{\mu} = \frac{1}{T} \int_0^T \mu(t) dt \quad (5)$$

۳. الگوریتم‌های فراابتکاری

در قسمت قبل، مدل مسئله‌ی مکان‌یابی تسهیلات ارائه شد. همچنین تشریح شد که مسئله‌ی مکان‌یابی تسهیلات جزء مسائل NP-Hard است و روش‌های حل دقیق قادر به حل این مسائل در ابعاد بزرگ و همچنین حل مسائل دنیای واقعی نیستند. به همین منظور، برای حل این مسئله کاربرد الگوریتم‌های فراابتکاری ضرورت می‌یابد که در این نوشتار از الگوریتم بهبودیافته‌ی بهینه‌سازی انبوه ذرات (IPSO) و شبیه‌سازی تبرید (SA) استفاده شده است. در ادامه ابتدا الگوریتم بهبودیافته‌ی بهینه‌سازی انبوه ذرات (IPSO) و سپس شیوه‌ی به‌کار گرفته شده برای شبیه‌سازی تبرید توضیح داده خواهد شد. پس از آن شیوه‌ی نمایش جواب‌ها برای این مسئله در IPSO و SA بیان می‌شود و در نهایت، روش‌های بهبود به کار رفته در الگوریتم پیشنهادی ارائه خواهد شد.

۱.۳. الگوریتم PSO برای مسئله‌ی پوشش مجموعه‌ها در حالت

غیرقطعی بودن^۷ دسترسی به تسهیلات

پیش‌تر بیان شد که در حل این مدل از الگوریتم بهبودیافته‌ی بهینه‌سازی انبوه ذرات (IPSO) استفاده شده است. الگوریتم IPSO همانند الگوریتم بهینه‌سازی انبوه ذرات (PSO) است با این تفاوت که در هر بار محاسبه‌ی مقدار تابع هدف از هر دو روش بهبود -- تعویض گره در تور داخلی و روش * ۲-opt که در ادامه تشریح خواهد شد -- استفاده می‌شود. با استفاده از این روش، زمان حل مسئله نسبت به زمان حل مسئله توسط PSO تا حدی افزایش می‌یابد، ولی جواب‌های ارائه شده توسط IPSO نسبت به جواب‌های ارائه شده توسط PSO به لحاظ کیفی به مراتب بهترند.

الگوریتم IPSO از قوانین حاکم بر حرکت گروه‌های پرندگان و ماهیان نشأت گرفته است. در این روش، هر ذره تلاش می‌کند فاصله‌ی خاصی نسبت به دیگر ذرات گروه ایجاد کرده و به مرور آن را بهبود بخشد. به این منظور، هر ذره دارای حافظه‌ی است که در آن سابقه‌ی حرکت‌های موفق و مؤثر گذشته‌ی خود را ذخیره کرده است، و از آن به منظور بهبود جواب‌های مسئله بهره می‌برد. اگر d بعد فضای جست‌وجو تعریف شود آنگاه هر ذره در الگوریتم بهبودیافته‌ی بهینه‌سازی انبوه ذرات از سه بردار d بعدی تشکیل می‌شود. برای ذره‌ی i همانند i ، این سه بردار عبارت‌اند از: x_i موقعیت فعلی ذره، V_i سرعت حرکت ذره و y_i بهترین موقعیتی است که ذره تاکنون تجربه کرده است. همچنین \hat{y}_i به عنوان بهترین مکان یافت شده توسط ذرات مجاور تعریف می‌شود. الگوریتم بهینه‌سازی ذرات انبوه چیزی فراتر از یک مجموعه ذرات است. هیچ‌کدام از ذرات به تنهایی قادر به حل هیچ مسئله‌ی نیستند و تنها هنگامی می‌توانند مسئله را حل کنند که با یکدیگر تعامل داشته باشند. در واقع در ادبیات موضوع الگوریتم بهینه‌سازی انبوه ذرات، $[20]$ فرایند حل مسئله به عنوان یک مفهوم اجتماعی در نظر گرفته می‌شود که در آن جواب بهینه از رفتار تک تک ذرات و تعامل میان آن‌ها به دست می‌آید. براین اساس اگر تابع هدف مسئله در IPSO را تابع f تعریف کنیم، مقادیر x_i, v_i, y_i و \hat{y}_i در هر مرحله براساس روابط ۲۲ تا ۲۴ تغییر می‌کند:

$$v_{i,j}(t+1) = \omega(t) * v_{i,j}(t) + r_{1,j}(t) * c_1 * (y_{i,j}(t) - x_{i,j}(t)) + r_{2,j}(t) * c_2 * (\hat{y}_j(t) - x_{i,j}(t)) \quad (22)$$

$$x_{i,j}(t+1) = x_{i,j}(t) + v_{i,j}(t) \quad (23)$$

در دسترس فرض شده‌اند، اما با غیرقطعی در نظر گرفتن دسترس پذیری تسهیلات، فرض اولیه را می‌توان براساس رابطه‌ی ۱۱ بسط داد:

$$p = 1 - \prod_{j=1}^m q_{ij} \quad (11)$$

(پوشش مشتری i توسط برخی تسهیلات در دسترس)

با قرار دادن رابطه‌ی ۱۱ در رابطه‌ی ۸، رابطه‌ی ۱۲ به دست می‌آید:

$$P_T : \text{Min} \sum_{j=1}^m c_j X_j \quad (12)$$

s.t.

$$1 - \prod_{j \in \theta(x)} q_{ij} \geq l_i, \quad i = 1, \dots, n \quad (13)$$

$$x_j = (0, 1), \quad j = 1, \dots, m \quad (14)$$

تابع هدف در رابطه‌ی ۱۲ سعی در کمینه‌سازی هزینه‌ی استقرار جایگاه‌های امدادی دارد. در رابطه‌ی ۱۳، l_i کمینه‌ی احتمال پوشش مشتری i توسط برخی تسهیلات در دسترس است و بیشینه‌ی آن معادل $1 - \prod q_{ij}$ است. برای اثربخش تر شدن حل رابطه‌ی ۱۲، قید اول را می‌توان به صورت رابطه‌ی ۱۵ نوشت:

$$1 - \prod_{j \in \theta(x)} q_{ij} = 1 - \prod_{j=1}^m (q_{ij}) X_j \geq l_i, \quad \forall R_i, \quad i = 1, \dots, n \quad (15)$$

بنابراین خواهیم داشت:

$$1 - \prod_{j=1}^m (q_{ij}) X_j \geq l \quad (16)$$

از طرفین ۱ کم می‌شود:

$$- \prod_{j=1}^m (q_{ij}) X_j \geq -(1 - l_i) \quad (17)$$

با به کارگیری تبدیل لگاریتمی، رابطه‌ی ۱۷ را می‌توان براساس رابطه‌ی ۱۸ نوشت:

$$- \sum_{j=1}^m (\log q_{ij}) X_j \geq -\log(1 - l_i) \quad (18)$$

حال اگر $W_i = -\log(1 - l_i)$ و $S_{ij} = -\log q_{ij}$ تعریف شود، آنگاه رابطه‌ی ۱۲ را می‌توان به صورت رابطه‌ی ۱۹ نشان داد:

$$P_T : \text{Min} \sum_{j=1}^m c_j X_j \quad (19)$$

s.t.

$$\sum_{j=1}^m S_{ij} X_j \geq W_i, \quad i = 1, \dots, n \quad (20)$$

$$X_j = (0, 1), \quad j = 1, \dots, m \quad (21)$$

رابطه‌ی ۱۹، به منظور کمینه‌کردن هزینه‌ی استقرار جایگاه‌های امدادی ارائه شده است. قید اول در رابطه‌ی ۲۰ نشان‌دهنده‌ی آن است که هر متقاضی با احتمال مشخصی توسط حداقل یک تسهیل پوشش داده می‌شود. قید دوم در این رابطه تعیین می‌کند که متغیرها از نوع صفر و ۱ هستند و به معنای تخصیص یا عدم تخصیص تسهیل در محل j است.

<p>راهنا f: تابع هزینه ω^*: بهترین پاسخ یافته شده ω': جواب پیشنهادی جدید ω: مقدار فعلی متغیر جستجو ΔE: تفاضل انرژی ω از ω' n: شماره‌ی مرحله‌ی الگوریتم T: دما</p>	<p>یک نقطه‌ی تصادفی از فضا انتخاب کن و در X قرار بده ω را در ω^* قرار بده n را برابر با صفر قرار بده تا هنگامی که شرایط خاتمه برآورده نشده اند یک همسایه از ω را انتخاب کن و در ω' قرار بده. $\Delta E = f(\omega') - f(\omega)$ اگر ΔE منفی یا صفر باشد ω را در ω' قرار بده اگر $f(\omega) < f(\omega')$ باشد، X را در ω^* قرار بده در غیر این صورت یک عدد تصادفی با توزیع یکنواخت در بازه $[0,1]$ ایجاد کن عدد تصادفی ایجاد شده را در T قرار بده اگر T کم تر از $e^{-\frac{\Delta E}{T}}$ باشد، ω را در ω' قرار بده پایان اگر یک واحد به n اضافه کن دمای جدید را محاسبه و در T قرار دهید. پایان حلقه‌ی تکرار (تا هنگامی که) X^* را به عنوان جواب برگردان</p>
--	---

شکل ۳. شبه کد الگوریتم شبیه‌سازی تبرید.

این الگوریتم که در حل بسیاری از مسائل با رویکرد تلفیقی کاربرد گسترده‌ی دارد و رهیافتی تکراری برای حل مسئله است، برگرفته از فرایند ذوب جامد به سمت حالتی با کمینه انرژی است. فرایند فعالیت این الگوریتم همانند شکل‌گیری کریستال‌های فلز گداخته در حین خنک‌شدن است. فرایند فیزیکی سرمایه‌ی که هدف از آن کاهش دمای ماده به پایین‌ترین سطح انرژی است «تعادل گرمایی» نامیده می‌شود. فرایند سرمایه‌ی با ماده‌ی در وضعیت گداخته آغاز می‌شود و سپس به تدریج دمای آن کاهش می‌یابد. در هر دما جسم مجاز به رسیدن تعادل گرمایی است. دما، به‌ویژه در مراحل اولیه، نباید خیلی سریع کاهش یابد؛ در غیراین صورت برخی کاستی‌ها در ماده پدیدار می‌شود و ماده به وضعیت انرژی کمینه نخواهد رسید. کاهش دما شبیه به کاهش مقدار تابع هدف (در مسائل کمینه‌سازی) است که توسط یک سری تغییرات بهبوددهنده انجام می‌گیرد. برای این که دما به‌آهستگی کاهش یابد، باید تغییرات غیر بهبود دهنده‌ی تابع هدف نیز با احتمال معینی انتخاب شود، به‌طوری که وقتی تابع هدف کاهش می‌یابد این احتمال نیز کاهش یابد. این امر موجب می‌شود که الگوریتم در دام بهینه‌های موضعی گرفتار نشود. [۲۵، ۲۴] شبه کد الگوریتم شبیه‌سازی تبرید برای حل مسئله‌ی پوشش مجموعه در حالت غیرقطعی بودن تسهیلات مطابق شکل ۳ است.

۳.۳. ایجاد جواب اولیه

پس از ارائه‌ی مدل پیشنهادی، به‌منظور حل آن توسط الگوریتم بهبود یافته‌ی شبیه‌سازی گروه ذرات و الگوریتم شبیه‌سازی تبرید پیشنهادی ابتدا باید جواب اولیه ایجاد شود. در نوشتار حاضر، برای ایجاد جواب‌های اولیه ابتدا کروموزومی به‌اندازه‌ی n (تعداد پایگاه کاندید امدادی) تعریف، و به‌منظور نشان دادن جواب اولیه از بردار صفر و ۱ استفاده شد.

n ذره در ابعاد فضای جواب مساله به صورت تصادفی ایجاد کنید.
 برای تمام ذرات همانند ذره‌ی ω_i ، موقعیت فعلی ذره، V_i سرعت حرکت ذره را به صورت تصادفی ایجاد کنید.
 تا زمانی که شرایط توقف الگوریتم به وجود نیامده باشد مراحل ذیل را انجام دهید:
 به ازای هر یک از ذرات $n, \dots, 1 = i$ مراحل زیر را انجام دهید:
 از روش تعویض گره در تور داخلی استفاده نمایید.
 از روش $opt^* - 2$ در تورها استفاده کنید.
 تابع برازش را محاسبه کنید.
 اگر که تابع برازش ذره‌ی ω_i بهتر از V_i بود آنگاه ذره‌ی ω_i را جایگزین V_i کنید و به مرحله عددی بروید. در غیر این صورت به مرحله‌ی بعد بروید.
 پایان حلقه (به ازای)
 بهترین ذره را از میان اعضای جمعیت فعلی که دارای بهترین تابع برازش می‌باشد را انتخاب کنید و آن را ω^* بنامید.
 به ازای هر یک از ذرات $n, \dots, 1 = i$ مراحل زیر را انجام دهید:
 سرعت هر ذره را براساس رابطه‌ی ۲۲ محاسبه کنید.
 موقعیت هر ذره را براساس رابطه‌ی ۲۳ به روز کنید.
 پایان حلقه (به ازای)
 پایان حلقه (تا زمانی که).

شکل ۲. شبه کد الگوریتم بهینه‌سازی گروه ذرات بهبود یافته.

$$y_i(t+1) = \begin{cases} y_i(t) & \text{if } f(x_i(t+1)) \geq f(y_i(t)) \\ x_i(t+1) & \text{if } f(x_i(t+1)) < f(y_i(t)) \end{cases} \quad (24)$$

در روابط یادشده ω ضریب اینرسی، $r_{1,j}$ و $r_{2,j}$ اعداد تصادفی یکنواخت در فاصله‌ی $(0,1)$ و c_1 و c_2 اعداد ثابت معروف به ضرایب شتاب‌دهنده‌اند و به ترتیب، پارامتر ادراکی و پارامتر اجتماعی نامیده می‌شوند. c_1 ضریب یادگیری مربوط به تجارب شخصی هر ذره و c_2 ضریب یادگیری برای کل جامعه است. همچنین r_2 و r_1 باعث ایجاد تنوع در جواب‌ها می‌شود و به این نحو جست‌وجوی کامل‌تری روی فضا انجام می‌گیرد. [۲۱، ۲۲] چنان که مشاهده شد، موقعیت و سرعت پرندگان در هر مؤلفه $(j = 1, 2, \dots, n)$ به صورت جداگانه به‌روزرسانی می‌شود. سیستم تشریح شده، تمایل به گسترش و دورشدن جواب‌ها از یکدیگر دارد. برای جلوگیری از این امر و پدیده‌ی همگرایی بیش از موعد، باید از افزایش بی‌اندازه‌ی سرعت جلوگیری کرد. روشی که غالباً استفاده می‌شود این است که در زمان به‌روزرسانی مقدار سرعت هر یک از پرندگان، باید بیشینه‌ی سرعت همانند (V_{max}) را برای هر یک از ذرات در نظر گرفت. به همین منظور هنگامی که اندازه‌ی سرعت ذرات به بیش از (V_{max}) تجاوز کند، از رابطه‌ی ۲۵ استفاده می‌شود.

$$\begin{aligned} \text{IF } vid > V_{max} \text{ then } vid &= V_{max} \\ \text{else IF } vid < -V_{max} \text{ then } vid &= -V_{max} \end{aligned} \quad (25)$$

شبه کد الگوریتم بهبود یافته‌ی شبیه‌سازی انبوه ذرات در شکل ۲ نشان داده شده است. [۲۳]

۲.۳ الگوریتم SA برای محاسبه‌ی پوشش مجموعه در حالت غیر قطعی بودن تسهیلات

در این بخش الگوریتم شبیه‌سازی تبرید (SA) برای حل مسئله‌ی پوشش مجموعه، در حالتی که تسهیلات با احتمال مشخصی در دسترس باشند، معرفی می‌شود. ایده‌ی

پایگاه کاندید ۱	پایگاه کاندید ۲	پایگاه کاندید ۳	پایگاه کاندید n
۱	۰	۱		۱

شکل ۴. نحوه‌ی ایجاد جواب اولیه در مدل پیشنهادی.

اگر پایگاه کاندید z به عنوان پایگاه امدادی انتخاب شود برابر ۱ قرار می‌گیرد، در غیر این صورت برابر صفر خواهد بود. چنان که در شکل ۴ مشاهده می‌شود پایگاه کاندید ۱ به عنوان پایگاه در نظر گرفته شده است در صورتی که در پایگاه کاندید ۲ به عنوان پایگاه در نظر گرفته نمی‌شود.

۴.۳. روش‌های بهبود

در این مرحله به منظور یافتن بهترین ترکیب برای پوشش مجموعه، به طوری که کم‌ترین هزینه ایجاد شود، از روش‌های بهبود همانند تعویض گره در تور داخلی و روش $2-opt^*$ در تورها استفاده شده است. روش‌های بهبود به کار رفته برای حل این مدل عبارت است از:

۱.۴.۳. تعویض گره در تور داخلی

از این روش جست‌وجوی محلی می‌توان در تورهای مسئله استفاده کرد. در این روش جست‌وجوی محلی، ابتدا به طور تصادفی پایگاهی از میان پایگاه‌های کاندید انتخاب می‌شود. سپس نزدیک‌ترین پایگاه کاندید انتخاب نشده ($j = 0$) به پایگاه در نظر گرفته شده انتخاب، و جای آن با پایگاه انتخاب شده تعویض می‌شود. اگر این تعویض هزینه را کاهش داد آن را انتخاب کنید در غیر این صورت پایگاه انتخاب شده‌ی دیگری را انتخاب کرده و سپس مسیر آن‌ها را با یکدیگر تعویض کنید. این کار را برای تمامی گره‌های موجود در تور باید انجام دهید و هر تعویضی که بیشترین کاهش در هزینه به همراه داشت انتخاب کنید.

۲.۴.۳. روش $2-opt^*$

در این روش ابتکاری ابتدا دو پایگاه که متقاضیان (گره‌ها) به آن‌ها تخصیص داده شده‌اند به طور تصادفی انتخاب می‌شوند. در اولین گام اجرایی این روش، ابتدا از میان متقاضیانی (گره‌هایی) که به پایگاه‌ها تخصیص داده شده‌اند، از هر پایگاه یک متقاضی (گره) را به طور تصادفی انتخاب می‌کنند به طوری که فاصله‌ی این دو متقاضی (گره) از یکدیگر از مقداری مشخص (ρ) کم‌تر باشد. دلیل استفاده از این مقدار جلوگیری از انتخاب متقاضیانی (گره‌هایی) با فاصله‌ی زیاد است که منجر به ایجاد جست‌وجوی نامناسب می‌شود. سپس تخصیص متقاضیان (گره‌ها) را به پایگاه‌شان به صورت دو به دو تعویض می‌کنند. هر تعویضی که بیشترین کاهش در هزینه به همراه داشته باشد انتخاب می‌شود.

۵.۳. تنظیم پارامترهای الگوریتم

معمولاً الگوریتم‌های فراابتکاری به تنظیم‌های اولیه‌ی پارامترهای موجود وابسته‌اند و تغییر در مقدار پارامترها تأثیر زیادی بر عملکردشان دارد. از جمله روش‌های توانمند آماری که برای تنظیم پارامترها مورد استفاده قرار می‌گیرد می‌توان به روش تاکوچی^[۲۶] اشاره کرد. در این روش فاکتورها به دو دسته فاکتورهای قابل کنترل و فاکتورهای تصادفی تقسیم می‌شوند. فاکتورهای تصادفی فاکتورهایی هستند که قابل کنترل نبوده و بر نتایج آزمایش تأثیرگذارند. با توجه به اجتناب‌ناپذیری پرهیز از

تأثیرات فاکتورهای تصادفی، در روش تاکوچی سعی می‌شود تأثیرگذاری این عوامل کمینه شود.

همچنین در این روش سعی می‌شود فاکتورهای قابل کنترل در سطوحی تعیین شوند که کارایی روش بیشینه، و پایداری روش نیز حفظ شود.^[۲۷] در روش تاکوچی به جای استفاده از مقادیر پاسخ از نسبتی به نام سیگنال به نویز S/N برای بررسی جواب استفاده می‌شود. در این نسبت S میزان مطلوبیت (مقادیر پاسخ) است و N مقدار عدم مطلوبیت است (انحراف استاندارد مقادیر پاسخ). با توجه توضیحات ارائه شده هدف آن است که تا حد ممکن مقدار این نسبت افزایش یابد.

در روش تاکوچی توابع هدف به سه دسته تقسیم می‌شوند. دسته‌ی اول بیشتر - بهتر نام دارد و در آن، مطلوبیت با افزایش تابع هدف حاصل می‌شود. دسته‌ی دوم کم‌تر - بهتر نام دارد و در آن کاهش تابع هدف مطلوبیت را افزایش می‌دهد. دسته‌ی سوم نیز نوسینال - بهتر نام دارد و در آن نزدیک شدن به مقداری خاص مطلوب است. با توجه به توابع هدف انتخابی فرمول محاسبه‌ی نسبت S/N متفاوت است. با توجه به هدف این پژوهش - کمینه کردن مقادیر تابع هدف - از رابطه‌ی ۲۶ برای محاسبه‌ی این نسبت استفاده شد:

$$-10 \log_{10}(response) \quad (26)$$

که در آن مقدار $response$ مقدار تابع هدف است. در بررسی‌های پژوهش حاضر چهار پارامتر در نظر گرفته شد و برای هر پارامتر نیز سه سطح تعریف شد. پارامتر اول تعداد ذرات (n_s) است که برای آن سه مقدار ۵۰، ۷۰ و ۱۰۰ در نظر گرفته شد. برای پارامتر W مقادیر ۰٫۵، ۰٫۷۲ و ۰٫۷۲ در نظر گرفته شده برای پارامترهای c_1 و c_2 به ترتیب عبارت‌اند از: ۱٫۸، ۱٫۴۹۶ و ۲٫۰۵. جدول ۱ نشان‌دهنده‌ی پارامترها و مقادیر آن‌ها است.

در ادامه به منظور تحلیل داده‌ها از نرم افزار مینی‌تب استفاده شد. با توجه به تعداد فاکتورهای انتخابی و سطوح انتخابی برای تحلیل، جدول استاندارد تعامدی ۱۹

جدول ۱. مقادیر و پارامترهای تابع هدف.

پارامتر	سطح	مقدار
n_s	۱	۵۰
	۲	۷۰
	۳	۱۰۰
W	۱	۰٫۱۵
	۲	۰٫۵۵
	۳	۰٫۷۲
c_1	۱	۱٫۴۹
	۲	۲٫۰۵
	۳	۱٫۸
c_2	۱	۱٫۴۹
	۲	۲٫۰۵
	۳	۱٫۸

جدول ۲. اطلاعات به دست آمده توسط تاگوچی.

شماره آزمایش	پارامترهای کنترل سطوح			
	W_1	W_2	Γ	W_{damp}
۱	۱	۱	۱	۱
۲	۲	۲	۲	۱
۳	۳	۳	۳	۱
۴	۲	۱	۱	۲
۵	۳	۲	۲	۲
۶	۱	۳	۳	۲
۷	۳	۳	۱	۳
۸	۱	۲	۲	۳
۹	۲	۳	۳	۱

مدل با شاخه و کران مقایسه خواهد شد. هدف از انجام آزمایش اول بررسی توانایی الگوریتم فراابتکاری پیشنهادی برای یافتن جواب‌های بهینه در مقایسه با حل مدل توسط روش‌های دقیق است. در نمونه دوم عملکرد الگوریتم فراابتکاری پیشنهادی در حل مسائل بزرگ و با ابعاد واقعی بررسی می‌شود. برای انجام این آزمایش‌ها از نرم‌افزار شاخه و کران و Matlab استفاده شده است. همچنین، اجرای برنامه‌ها توسط رایانه‌ی دوهسته‌ی با توانایی ۲/۵، Intel Dual Core و حافظه‌ی داخلی ۱ GB انجام شده است. پارامترهای الگوریتم IPSO استفاده شده در اجرای این مدل و نیز پارامترهای الگوریتم SA که برای حل مسائل نمونه در نظر گرفته شده، در بخش ۳.۵ تنظیم شدند.

چنان‌که بیان شد، هدف از اجرای الگوریتم پیشنهادی در مسائل با ابعاد کوچک بررسی توانایی مدل در یافتن جواب‌های بهینه است. به همین منظور، برای ایجاد مسائل کوچک از توزیع احتمال یکنواخت استفاده شده، به طوری که در آن پارامترهای a_j و b_j به صورت یکنواخت بین بازه $[0, 1]$ تعیین می‌شود. میزان l_i به صورت یکنواخت بین بازه $[0, 1]$ تعیین می‌شود.

۱.۴. بررسی الگوریتم‌های ارائه شده در مسائل نمونه‌ی کوچک

برای بررسی الگوریتم مورد نظر تعداد ده مسئله با ابعاد کوچک ایجاد شد که با استفاده از روش شاخه و کران به طور دقیق حل شد. سپس هریک از این مسائل یک بار با الگوریتم بهبودیافته‌ی بهینه‌سازی انبوه ذرات و سپس روش شبیه‌سازی تبرید حل شد که نتایج مقایسه‌ی جواب‌های حل شده توسط الگوریتم بهبود یافته بهینه‌سازی انبوه ذرات با روش شاخه و کران و الگوریتم شبیه‌سازی تبرید در جدول ۴ ارائه شده است. در این جدول، در ستون اول شماره‌ی مسئله، در ستون دوم تعداد تقاضاها (m)، و در ستون سوم تعداد پایگاه‌های کاندید (m) نشان داده شده است. ستون‌های چهارم تا ششم مربوط به حل مسئله با روش شاخه و کران و ستون‌های هفتم تا نهم مربوط به الگوریتم فراابتکاری بهینه‌سازی گروه ذرات است. ستون‌های دهم تا دوازدهم نیز مربوط به الگوریتم شبیه‌سازی تبرید است. به منظور بررسی کیفیت جواب‌های ارائه شده توسط الگوریتم‌های پیشنهادی از رابطه‌ی ۲۸ استفاده می‌شود.

$$\text{خطا} \% = \frac{\text{توسط شاخه و کران}}{\text{بهترین جواب به دست آمده}} \times 100 \quad (28)$$

میانگین جواب‌ها برای شاخه و کران، IPSO و SA به ترتیب برابر ۲۷۹/۳۶، ۲۸۰/۲۶ و ۲۸۰/۴۹ است و میانگین خطا برای IPSO و SA به ترتیب برابر ۰/۲۸ درصد و ۰/۳۶ درصد است. بنابراین، می‌توان نتیجه گرفت که جواب بهینه‌ی ارائه شده توسط الگوریتم توسعه داده شده‌ی بهینه‌سازی انبوه ذرات IPSO و شبیه‌سازی تبرید SA قادر به حل مسائل در ابعاد بالاست. همچنین، میانگین زمان برای روش‌های شاخه و کران، IPSO و SA به ترتیب برابر ۱۱۸۱/۱۰، ۴۰۸/۰ و ۲۴۱/۰ است. نمودار زمان حل توسط این روش‌ها برای هریک از نمونه‌ی مسائل کوچک در شکل ۵ نشان داده شده است.

۲.۴. بررسی الگوریتم‌های ارائه شده در مسائل نمونه‌ی بزرگ

به منظور بررسی قابلیت الگوریتم ارائه شده در ابعاد بزرگ ۱۵ نمونه مسئله ایجاد شد. در نمونه مسائل بزرگ، پارامترهای a_j و b_j به صورت یکنواخت بین بازه $[0, 1]$

ارائه شده توسط روش تاگوچی برای این مطالعه انتخاب شد. اطلاعات آزمایش‌های تاگوچی در جدول ۲ ارائه شده است. برای بررسی هریک از بردارهای تعاملی ارائه شده در جدول تاگوچی چهار مثال عددی از بین داده‌های نمونه به صورت تصادفی در نظر گرفته شد و هر مثال با توجه به مقادیر در نظر گرفته شده برای پارامترها در هر سطر از جدول تاگوچی سه بار حل شد. معیار پاسخ برای حل هریک از مسائل میزان خطا در نظر گرفته شد، و برای محاسبه‌ی خطا از رابطه‌ی ۲۷ استفاده شد. در این معادله RAE خطای مرتبط با الگوریتم است و Alg_{sol} مقدار تابع هدف به دست آمده از حل مسئله توسط الگوریتم مورد نظر است. همچنین $Best_{sol}$ بهترین جوابی است که برای مسئله‌ی مورد نظر وجود دارد.

$$RAE = \frac{Alg_{sol} - Best_{sol}}{Best_{sol}} \quad (27)$$

پس از حل هر مسئله در سه مرتبه مقدار نسبت S/N و میانگین نتایج مربوط به هر مثال محاسبه شد (جدول ۳).

با توجه به نتایج حاصل از روش تاگوچی در الگوریتم IPSO مقدار $m_s = 50$ ، ضریب اینرسی $w = 0.72$ ، $c_1 = 2.05$ و $c_2 = 2.05$ تنظیم شدند. برای تعیین پارامتر تعداد تکرار، ده مسئله‌ی نمونه در اندازه تکرارهای ۱۵۰، ۲۰۰ و ۳۰۰ حل شد. با توجه به این که بهبود مشخصی در اندازه تکرارهای ۱۵۰ و ۲۰۰ مشاهده نشد پارامتر تعداد تکرار در اندازه ۱۵۰ تنظیم شد. همچنین پارامترهای الگوریتم شبیه‌سازی تبرید به روشی مشابه چنین تنظیم شدند: تعداد انتقالات دما $= 500$ ، ضریب $\alpha = 0.92$ ، دمای اولیه $T_0 = 5000$ ، دمای نهایی $T_f = 3351$.

۴. نتایج محاسباتی

در این قسمت عملکرد الگوریتم پیشنهادی مورد بررسی قرار خواهد گرفت. به همین منظور، دو نمونه مسئله، یکی در ابعاد کوچک و دیگری در ابعاد بزرگ، طراحی شده است. در نمونه‌ی اول دسته‌ی از مسائل نمونه با ابعاد کوچک با به کارگیری الگوریتم فراابتکاری پیشنهادی حل شد و جواب‌های به دست آمده با جواب‌های حاصل از حل

جدول ۳. میانگین و S/N محاسبه شده برای هریک از مسائل نمونه.

شماره آزمایش	نمونه ۱		نمونه ۲		نمونه ۳		نمونه ۴	
	S/N	میانگین	S/N	میانگین	S/N	میانگین	S/N	میانگین
۱	۲۸,۰۱۷	۰,۰۳۶	۲۶,۴۵۴	۰,۰۳۴	۲۴,۰۶۱	۰,۰۵۷	۲۶,۱۳۱	۰,۰۳۹
۲	۳۳,۴۸۹	۰,۰۲۱	۲۵,۱۱۷	۰,۰۴۱	۲۶,۱۱۸	۰,۰۴۶	۲۵,۹۳۴	۰,۰۴۹
۳	۲۹,۴۴۰	۰,۰۲۷	۲۴,۶۴۲	۰,۰۵۱	۲۵,۴۷۰	۰,۰۵۳	۳۱,۰۷۱	۰,۰۲۷
۴	۲۵,۴۳۶	۰,۰۵۲	۲۵,۱۴۸	۰,۰۵۱	۲۱,۰۰۹	۰,۰۷۴	۲۱,۸۸۴	۰,۰۸۰
۵	۲۴,۰۳۸	۰,۰۶۱	۲۱,۴۸۱	۰,۰۷۹	۲۱,۶۶۲	۰,۰۷۵	۲۲,۷۹۳	۰,۰۷۲
۶	۲۳,۸۷۲	۰,۰۵۸	۲۲,۱۰۰	۰,۰۷۱	۲۲,۴۹۰	۰,۰۵۹	۲۲,۳۷۶	۰,۰۶۴
۷	۲۵,۹۵۱	۰,۰۴۶	۲۵,۱۹۲	۰,۰۴۲	۱۹,۷۵۲	۰,۰۹۳	۲۷,۰۴۳	۰,۰۴۴
۸	۲۵,۶۵۱	۰,۰۵۲	۲۱,۴۷۱	۰,۰۸۴	۲۳,۲۶۳	۰,۰۶۵	۲۳,۹۲۹	۰,۰۶۰
۹	۲۵,۹۴۰	۰,۰۴۰	۲۲,۸۷۷	۰,۰۶۹	۲۸,۲۱۳	۰,۰۳۵	۲۴,۱۲۵	۰,۰۶۱

جدول ۴. حل نمونه‌ی مسائل در ابعاد کوچک توسط الگوریتم حل دقیق شاخه و کران و الگوریتم‌های IPSO و SA.

مسائل نمونه	تعداد تفاضل	تعداد پایگاه کاندید	حل توسط شاخه و کران			حل توسط IPSO			حل توسط SA		
			بهترین جواب	زمان (ثانیه)	خطا (%)	بهترین جواب	زمان (ثانیه)	خطا (%)	بهترین جواب	زمان (ثانیه)	خطا (%)
۱	۲۰	۵	۲۱۰,۳۶	۱۰	۰,۰۰۰	۲۱۰,۳۶	۹	۰,۰۰۰	۲۱۰,۳۶	۷	۰,۰۰۰
۲	۲۰	۶	۲۱۴,۶۸	۲۵	۰,۰۰۰	۲۱۴,۶۸	۱۰	۰,۰۰۰	۲۱۴,۶۸	۷	۰,۰۰۰
۳	۲۵	۵	۲۳۱,۶۳	۸۹	۰,۰۰۰	۲۳۱,۶۳	۱۳	۰,۰۰۰	۲۳۱,۶۵	۹	۰,۰۰۱
۴	۲۵	۶	۲۳۹,۴۵	۱۹۶	۰,۰۰۰	۲۳۹,۴۵	۲۳	۰,۰۰۰	۲۴۰,۳۹	۱۱	۰,۰۳۹
۵	۳۰	۷	۲۸۲,۳۶	۳۶۸	۰,۰۰۰	۲۸۲,۸۹	۳۸	۰,۰۱۹	۲۸۲,۸۹	۱۸	۰,۰۲۶
۶	۳۰	۸	۲۹۵,۷۶	۷۰۲	۰,۰۰۰	۲۹۶,۵۸	۴۲	۰,۰۲۸	۲۹۷,۳۶	۲۶	۰,۰۵۴
۷	۳۵	۷	۳۰۶,۹۸	۸۹۵	۰,۰۰۰	۳۰۷,۸۹	۵۷	۰,۰۳۰	۳۰۸,۵۶	۳۲	۰,۰۵۱
۸	۳۵	۸	۳۱۸,۳۶	۱۳۶۷	۰,۰۰۰	۳۲۰,۲۵	۶۵	۰,۰۵۹	۳۲۱,۰۲	۳۷	۰,۰۸۴
۹	۴۰	۸	۳۴۱,۳۶	۳۸۹۲	۰,۰۰۰	۳۴۳,۶۷	۶۸	۰,۰۶۸	۳۴۳,۵۲	۴۲	۰,۰۶۳
۱۰	۴۰	۸	۳۵۲,۶۹	۴۲۶۷	۰,۰۰۰	۳۵۴,۶۶	۷۹	۰,۰۵۶	۳۵۴,۲۶	۵۲	۰,۰۴۵
میانگین			۲۷۹,۳۶	۱۱۸۱,۱۰	۰,۰۰۰	۲۸۰,۲۰	۴۰,۴۱	۰,۰۲۸	۲۸۰,۴۹	۲۴,۱۰	۰,۰۳۶

تعیین می‌شود. همچنین میزان l_i به صورت یکنواخت بین بازه $[1, 8]$ تعیین می‌شود. جدول ۵ نشان‌دهنده‌ی حل مسئله توسط IPSO و SA است. در این جدول ستون اول شماره‌ی مسئله، ستون‌های دوم و سوم به ترتیب نشان‌دهنده‌ی تعداد تقاضا و تعداد پایگاه کاندید، ستون‌های چهارم الی هفتم و نیز ستون‌های هشتم الی یازدهم به ترتیب نشان‌دهنده‌ی مقدار همیشه، زمان حل، خطای محاسباتی حل مسئله و تعداد پایگاه‌های منتخب است که توسط الگوریتم IPSO و SA حل شده است.

میانگین جواب‌ها برای IPSO و SA به ترتیب برابر $۸۲۸,۷۰$ و $۸۳۹,۴۵$ است. همچنین، میانگین خطا برای IPSO و SA به ترتیب برابر $۰,۰۷۴$ و $۱,۹۳$ است.



شکل ۵. زمان حل مسائل در ابعاد کوچک توسط الگوریتم حل دقیق شاخه و کران، الگوریتم IPSO و SA.

جدول ۵. حل نمونه‌ی مسائل در ابعاد بزرگ توسط الگوریتم IPSO و SA.

تعداد مسائل نمونه	تعداد تقاضا	تعداد پایگاه کاندید	حل توسط IPSO				حل توسط SA			
			بهترین جواب	زمان (ثانیه)	خطا (%)	تعداد پایگاه منتخب	بهترین جواب	زمان (ثانیه)	خطا (%)	تعداد پایگاه منتخب
نمونه ۱	۱۰۰	۲۰	۶۷۷,۲۳	۱۲۸	٪۰,۰۰	۹	۶۹۴,۳۶	۸۸	٪۲,۵۳	۹
نمونه ۲	۱۰۰	۲۵	۷۴۹,۳۶	۱۴۶	٪۱,۹۷	۱۰	۷۳۴,۸۹	۸۹	٪۰,۰۰	۱۰
نمونه ۳	۱۲۵	۳۰	۷۰۴,۳۶	۱۶۱	٪۰,۰۰	۱۰	۷۲۱,۳۷	۸۸	٪۲,۴۱	۱۰
نمونه ۴	۱۵۰	۲۵	۷۲۰,۵۸	۱۸۶	٪۲,۶۲	۱۳	۷۰۲,۲۱	۹۰	٪۰,۰۰	۱۲
نمونه ۵	۱۷۵	۳۰	۷۸۹,۳۶	۱۹۷	٪۲,۲۵	۱۳	۷۷۲,۰۲	۹۲	٪۰,۰۰	۱۳
نمونه ۶	۲۰۰	۳۵	۷۶۷,۳۷	۲۳۲	٪۰,۰۰	۱۶	۷۹۵,۰۸	۹۱	٪۳,۶۱	۱۶
نمونه ۷	۲۲۵	۳۰	۷۷۶,۳۶	۲۴۹	٪۰,۰۰	۱۸	۷۸۶,۶۸	۹۸	٪۱,۳۳	۱۸
نمونه ۸	۲۵۰	۳۵	۷۶۷,۶۳	۲۶۴	٪۰,۰۰	۱۴	۷۹۶,۸۳	۹۸	٪۳,۸۰	۱۶
نمونه ۹	۲۷۵	۴۰	۸۴۶,۳۵	۲۸۴	٪۰,۰۰	۱۷	۸۵۷,۳۷	۱۰۱	٪۱,۳۰	۱۷
نمونه ۱۰	۳۰۰	۳۵	۸۵۳,۳۶	۳۱۶	٪۴,۳۳	۱۹	۸۱۷,۹۲	۱۰۵	٪۰,۰۰	۱۹
نمونه ۱۱	۳۲۵	۴۰	۸۵۲,۷۸	۳۴۳	٪۰,۰۰	۲۰	۸۷۲,۵۷	۱۰۹	٪۲,۳۲	۲۱
نمونه ۱۲	۳۵۰	۴۵	۹۴۶,۶۵	۳۷۶	٪۰,۰۰	۲۴	۹۶۰,۶۹	۱۱۳	٪۱,۴۸	۲۴
نمونه ۱۳	۳۷۵	۴۰	۹۶۲,۳۵	۳۲۹	٪۰,۰۰	۲۳	۹۹۱,۰۲	۱۲۱	٪۳,۰۸	۲۴
نمونه ۱۴	۴۰۰	۴۵	۹۵۲,۲۰	۴۱۳	٪۰,۰۰	۲۶	۹۸۶,۶۷	۱۱۸	٪۳,۶۲	۲۷
نمونه ۱۵	۴۲۵	۵۰	۱۰۶۴,۶۳	۴۲۹	٪۰,۰۰	۲۴	۱۱۰۱,۱۲	۱۲۲	٪۳,۴۳	۲۵
میانگین			۸۲۸,۷۰	۲۷۰,۲۰	٪۰,۷۴	۱۷,۰۶	۸۳۹,۴۵	۱۰۱,۵۳	٪۱,۹۳	۱۷,۴

امدادی در زمان‌های مختلف مشخص شد. برای اثبات کارایی مدل ابتدا ده مسئله در ابعاد کوچک طراحی، و توسط روش الگوریتم‌های IPSO و SA حل شد. سپس نتایج حاصله با نتایج حاصل از الگوریتم دقیق شاخه و کران مقایسه شد. میانگین خطا برای IPSO و SA به ترتیب برابر ۰,۲۸ درصد و ۰,۳۶ درصد است که نشان‌دهنده‌ی کارایی بالای مدل در حل مسائل است. همچنین برای مسائل در ابعاد بزرگ ۱۵ مسئله طراحی، و سپس توسط الگوریتم IPSO و SA حل شدند. نتایج حاصله نشان می‌دهد که الگوریتم IPSO به دلیل استفاده از روش‌های بهبود، در مقایسه با الگوریتم SA، در حل مسائل در ابعاد بزرگ توانمندتر است ولی از نظر زمان حل مسئله، الگوریتم SA در مقایسه با الگوریتم IPSO توانایی بیشتری دارد. به عبارت دیگر، اگرچه الگوریتم IPSO در حل مسائل بزرگ به دلیل استفاده از عملگرهای بهبود جواب‌های بهتری پیدا می‌کند ولی به همین دلیل زمان حل مسئله را افزایش می‌دهد. برای نزدیک‌تر شدن به دنیای واقعی برای تحقیقات آینده، می‌توان نرخ ورود (تعداد درخواست برای امداد رسانی به وسیله‌ی وسایط امدادی) و نرخ خدمت‌دهی (تعداد درخواست برای امداد رسانی به وسیله‌ی وسایط امدادی) را به صورت پویا در نظر گرفت.

که می‌توان نتیجه گرفت جواب‌های به دست آمده توسط IPSO از جواب‌های SA بهتر است. علاوه بر این، میانگین تعداد پایگاه‌های منتخب در الگوریتم IPSO برابر ۱۷,۰۶ است، ولی میانگین تعداد پایگاه‌های منتخب در SA برابر ۱۷,۴ است که نشان‌دهنده‌ی توانایی بیشتر الگوریتم IPSO در کاهش تعداد پایگاه‌ها و کاهش هزینه‌ها نسبت به الگوریتم SA در مسائل بزرگ است. میانگین زمان حل در الگوریتم‌های IPSO و SA به ترتیب برابر ۲۷۰,۲۰ و ۱۰۱,۵۳ است که نشان‌دهنده‌ی برتری سرعت الگوریتم SA در حل مسائل با ابعاد بزرگ نسبت به الگوریتم IPSO است.

۵. نتیجه‌گیری

در نوشتار حاضر یک مدل مکان‌یابی و تعیین تعداد وسایط نقلیه امدادی (تسهیلات) با رویکرد به سیستم‌های صف ناپایدار، از دیدگاه زمان‌مبنا بودن نرخ‌های حوادث و امداد رسانی، برای برخورد با مسائل واقعی در جهت مسئله‌ی پوشش مجموعه توسعه داده شد. با استفاده از این سیستم میزان در دسترس بودن وسایط نقلیه

پانوشتها

1. set covering problem
2. non-stationary queuing systems
3. time-dependent
4. improved particle swarm optimization
5. simulated annealing
6. unreliable
7. uncertainty

منابع (References)

1. Rand, G.K. and Alsalloum, O., *A Goal-Programming Model Applied to EMS System at Riyadh City, Saudi Arabia*, Working Paper (2003).
2. Garey, M.R. and Johnson D.S., *Computers and Intractability - A Guide to the Theory of NP-Completeness*, Freeman, San Francisco (1979).
3. Klose, A. and Drexl, A. "Facility location models for distribution system design", *European Journal of Operational Research*, **162**, pp. 4-29 (2005).
4. Lee, S.D. and Chang, W.T. "On solving the discrete location problems when the facilities are prone to failure", *Applied Mathematical Modeling*, **31**, pp. 817-831 (2007).
5. Caballero, R.; Gonzalez, M.; Guerrero, F.M.; Molina, J. and Paralera, C. "Solving a multiobjective location routing problem with a metaheuristic based on tabu search, Application to a real case in Andalusia", *European Journal of Operational Research*, **177**, pp. 1751-1763 (2007).
6. Alumur, S. and Kara, B.Y. "A new model for the hazardous waste location-routing problem", *Computers & Operations Research*, **34**, pp. 1406-1423 (2007).
7. Erkut, E. and Alp, O. "Designing a road network for hazardous material shipment", *Computers & Operations Research*, **34**, pp. 1389-1405 (2007).
8. Hwang, H.S. "A stochastic set-covering location model for both ameliorating and deteriorating items", *Computers & Industrial Engineering*, **46**, pp. 313-319 (2004).
9. Hassan-Pour, H.A.; Mosadegh-Khah, M. and Tavakkoli-Moghaddam, R. "Solving a multi-objective multi-depot stochastic location-routing problem by a hybrid simulated annealing algorithm", *Proc. of Institute of Mechanical Engineering, Part B: J. of Engineering Manufacture*, **223**(B8), pp. 1045-1054 (2009).
10. Rajagopalan, H.K.; Saydam, C. and Xiao, J. "A multiperiod set-covering location model for dynamic redeployment of ambulances", *Computers & Operations Research*, **35**, pp. 814-826 (2008).
11. Clarke, A.B. "Awaiting line process of Markov type", *The Annals of Mathematical Statistics*, **27**(2), pp. 452-459 (1956).
12. Filipiak, J., *Modeling and Control of Dynamic Flows in Communication Networks*, Springer Verlag, Berlin (1988).
13. Green, L.V.; Kolesar, P.J. and Soares, J. "Improving the SIPP approach for staffing service systems that have cyclic demands", *Operations Research*, **49**(4), pp. 549-564 (2001).
14. Ingolfsson, A.; Akhmetshina, E.; Budge, S. and Li, Y. "A survey and experimental comparison of service-level-approximation methods for non-stationary $M(t)/M/s(t)$ queuing systems with exhaustive discipline", *INFORMS Journal on Computing*, **19**(2), pp. 201-214 (2007).
15. Stolletz, R. "Approximation of the non-stationary $M(t)/M(t)/c(t)$ -queue using stationary queuing models: The stationary backlog carryover approach", *European Journal of Operational Research*, **190**, pp. 478-493 (2008).
16. Albareda-Sambola, M.; Fernandez, E. and Laporte, G. "Heuristic and lower bound for a stochastic location-routing problem", *European Journal of Operational Research*, **179**(3), pp. 940-955 (2007).
17. Doerner, K.; Focke, A. and Gujahr, W.J. "Multi-criteria tour planning for mobile healthcare facilities in a developing country", *European Journal of Operational Research*, **179**, pp. 1078-1096 (2007).
18. Ellis, P.M. "A method for developing closed functional representations of service rates and arrival rates in the simulation of a non stationary queue", *Winter Simulation Conference IEEE*, pp.5-7 (1982).
19. Green, L. and Kolesar, P. "The pointwise stationary approximation for queues with nonstationary arrivals", *Management Science*, **37**, pp. 84-97 (1991).
20. Kennedy, J. and Eberhart, R.C. "Particle swarm optimization", *IEEE International Conference on Neural Networks*, Perth, Australia, pp. 1942-1948 (1995).
21. Shi, Y. and Eberhart, R.C. "A modified particle swarm optimizer", *IEEE International Conference on Evolutionary Computation*, Anchorage, Alaska, pp. 69-73 (1998).
22. Navalertporn, T. and Afzulpurkar, N.V. "Optimization of tile manufacturing process using particle swarm optimization", *Swarm and Evolutionary Computation*, **1**, pp. 97-109 (2011).
23. Deepa, S.N. and Sugumaran, G., *Model Order Formulation of a Multivariable Discrete System Using a Modified Particle Swarm Optimization Approach*, *Swarm and Evolutionary Computation*, Article in Press (2011).
24. Zhang, D.; Liu, Y.; M'Hallah, R. and Leung, S.C.H. "A simulated annealing with a new neighborhood structure based algorithm for high school timetabling problems", *European Journal of Operational Research*, **203**, pp. 550-558 (2010).
25. Tavakoli-Moghaddam, R.; Gazanfari, M.; Alinaghian, M.; Salamatbakhsh, A. and Norouzi, N. "A new mathematical model for a competitive vehicle routing problem with time windows solved by simulated annealing", *Journal of Manufacturing Systems*, **30**, pp. 83-92 (2011).
26. Taguchi, G., *Introduction to Quality Engineering*, White Plains, Asian Productivity Organization/UNIPUB (1986).
27. Phadke, M.S., *Quality Engineering Using Robust Design*, Englewood Cliffs, NJ: Prentice-Hall (1989).