مهندسی صنایع و مدیریت شریف
دوره‌ی ۱ - ۲۹، شماره‌ی ۱، ص. ۴۳-۵۲

Original Article

برنامه‌ریزی آرمانی فازی، رویکردی نوین در بسط عملکرد کیفیت

عادل آذر* (استاد)
مریم شریعتی‌راد (کارشناسی ارشد)
دانشکده‌ی مدیریت، دانشگاه تربیت مدرس

azara@modares.ac.ir
maryam_sh832003@yahoo.com

امروزه، رقابت جهانی به‌دلیل تغییرات سریع تکنولوژیکی و ازدیاد و تنوع محصولات افزایش سریعی پیدا کرده است. این امر باعث تأکید بر نقش بهبود مستمر عملکرد به‌عنوان یک نیاز رقابتی و راهبردی در بسیاری از سازمان‌ها در سراسر دنیا شده است. گسترش مشخصه کیفیت به‌عنوان ابزاری قدرت‌مند برای بهبود کیفیت و طراحی محصول و ایجاد یک سیستم کیفیت مشتری‌مدار محسوب می‌شود. در این پژوهش، یک چارچوب ترکیبی از گسترش مشخصه‌های کیفیت و برنامه‌ریزی آرمانی برای نشان دادن سطح برآورد هریک از نیازهای فنی محصول ارائه شده است. در این چارچوب برای به‌هنجارکردن خانه‌ی کیفیت از رابطه‌ی واسرمن استفاده شده است. با توجه به این که رویه ارائه‌شده، قادر به در نظر گرفتن ماهیت چندمنظوره‌ی مسئله است، اهدافی همچون افزایش سطح رضایت مشتری، کاهش هزینه و کاهش سختی کار لحاظ شده است. این چارچوب در نهایت در شرکت سیمان لارستان به کار گرفته شده است.

واژگان کلیدی: گسترش مشخصه‌های کیفیت، خانه‌ی کیفیت، اعداد فازی مثلثی، برنامه‌ریزی آرمانی.

مقدمه

اخیراً رقابت جهانی به‌عنوان یکی از بزرگ‌ترین توجهات شرکت‌های خدماتی و تولیدی جهان شناخته شده است. در همین راستا، شرکت‌ها در جست‌وجوی سطوح بالاتری از کیفیت برای محصولات و خدمات‌شان و نیز بهبود مستمر برای حفظ سرعت پیشرفت و تغییر در سراسر جهان هستند. گسترش مشخصه‌های کیفیت (QFD)[۱] یکی از شیوه‌هایی است که از همان ابتدا بر رضایت مشتری تأکید می‌کند و شرکت‌ها را برای حل مشکلات کیفیت توانمند می‌سازد.

شیوه QFD روشی سازمان‌یافته برای ترجمه‌ی صدای مشتری به محصول نهایی است که به‌منظور به دست آوردن رضایت مشتری در سطوح بالا کاربرد دارد. در این روش با نمونه‌گیری از تمایلات مشتری نسبت به محصول نهایی به‌منظور به دست آوردن رضایت مشتری و ترجیحات وی درباره‌ی یک محصول به‌کمک تحقیقات بازار یا مصاحبه، و سازمان‌دهی آن‌ها به‌عنوان مجموعه‌یی از خواسته‌های مشتری (CRs)[۲]، مدیریت نیازهای مشتری و گسترش محصولات اعمال می‌شود. به‌منظور بیشینه‌کردن رضایت مشتری گروهی از خواسته‌های طراحی و مهندسی[۳] (DRs) که بر CRs مؤثرند، شناسایی، آنالیز و بهبود داده می‌شوند. با تحلیل روابط بین CRs و DRs، و نیز روابط بین خود DRs ــ ضمن توجه به هزینه‌ها و محدودیت‌های فنی یا سختی کار ــ اعضای تیم QFD مسئول پاسخ‌گویی به تعیین سطوح اجرای DRs هستند.[۱] بنابراین مفهوم اساسی QFD عبارت است از: «ترجمه‌ی خواسته‌های مشتری یا صدای مشتری، به نیازهای فنی محصول یا مشخصه‌های مهندسی، و سپس مشخصه‌ی قطعات، طرح‌ریزی فرایند و طرح‌ریزی تولید به‌کمک ماتریسی به‌نام «خانه‌ی کیفیت[۴]».[۲]

خانه‌ی کیفیت مبتنی بر این باور است که طراحی محصولات باید به‌گونه‌یی باشد که تمایلات مشتریان را منعکس‌سازد. خانه‌ی کیفیت توسط یک تیم چندمنظوره ــ شامل بازاریاب، مهندسان طراحی، مهندسان ساخت و گروه‌هایی که کمپانی اجراکننده در نظر می‌گیرد ــ ایجاد می‌شود.[۳]

در منطق روش QFD، تصمیم‌گیرندگان از محیط نامطمئن اطلاعات نادقیقی به دست می‌آورند، زیرا خواسته‌های مشتری ذهنی و کیفی است. افزون بر این، داده‌های در دسترس برای طراحی محصول اغلب محدود، نادقیق یا مبهم‌اند؛ به‌خصوص زمانی که درباره‌ی تولید یک محصول جدید بحث می‌شود.[۱]

بنابراین، روابط بین CRs و DRs، و همچنین بین خود DRs نیز ذهنی و مبهم است و از این روابط غالباً به‌عنوان مقیاس‌های زبانی و متغیرهای قطعی استفاده می‌شود. به‌عنوان مثال شدت روابط با سیستم مقیاس ۱-۳-۹ یا ۱-۵-۹ بیان می‌شود. به‌گونه‌یی که واژه‌های ضعیف، متوسط و قوی بیان‌گر اعداد ۱، ۳، ۹ یا ۱، ۵، ۹ است. به‌منظور بهبود این روش‌ها محققین روش فازی را ارائه کردند.[۴]

در این نوشتار سعی بر آن است تا با واژه‌های زبانی خانه‌ی کیفیت تکمیل شود و چون این ارتباطات به‌صورت واژه‌های زبانی تعیین می‌شوند، بنابراین از اعداد فازی مثلثی به‌منظور کمّی‌سازی استفاده می‌شود. ارتباطات براساس مفاهیم «بدون

---

* نویسنده مسئول

تاریخ: دریافت ۱۳۸۹/۷/۱۰، اصلاحیه ۱۳۹۰/۵/۲۵، پذیرش ۱۳۹۰/۶/۵.

ارتباط»، «ارتباط ضعیف»، «ارتباط متوسط» و «ارتباط قوی» طبقه‌بندی می‌شوند. این عبارات کیفی به اعداد فازی مثلثی (۰،۰،۰)، (۰،۰٫۱،۰٫۲)، (۰٫۲،۰٫۳،۰٫۴) و (۰٫۸،۰٫۹،۱) ترجمه می‌شوند. عدد میانی هر پرانتز، امکان‌پذیرترین حالت و درجه‌ی عضویت مساوی با ۱ دارد. سپس به‌کمک برش α اعداد فازی با عدم قطعیت کم‌تر تعیین می‌شود. به‌منظور تعیین سطوح بهینه‌ی DRs، یک مدل برنامه‌ریزی فازی تحت محدودیت‌کم‌ترین سطح برآورد با اهداف کم‌ترین هزینه و سختی‌کار، و بیشترین رضایت مشتری ارائه، و در نهایت مثالی تشریحی برای روشن‌شدن این راهکار ارائه می‌شود.

برنامه‌ریزی آرمانی فازی

یکی از پرکاربردترین مدل‌های برنامه‌ریزی ریاضی برای تعیین الگوی بهینه، مدل برنامه‌ریزی خطی است. هدف برنامه‌ریزی خطی بیشینه‌سازی یا کمینه‌سازی تابع هدف با در نظر گرفتن تعدادی از محدودیت‌ها و متغیرهای تصمیم به‌طور هم‌زمان است. از آنجاکه برنامه‌ریزی خطی یک شیوه‌ی بهینه‌سازی تک‌منظوره است و طبیعت بسیاری از مسائل برنامه‌ریزی چندمنظوره است، در چنین وضعیتی روش‌های سنتی برنامه‌ریزی جواب‌گوی خواسته‌های تصمیم‌گیرندگان و سیاست‌گذاران نخواهد بود. با پیشرفت‌های علمی و تلاش‌های محققین در دهه‌های اخیر، روش نوینی در برنامه‌ریزی به وجود آمده که با به‌کارگیری آن‌ها در شرایط تضاد اهداف مورد نظر مدیران و محدود بودن منابع تولید، می‌توان بهترین جواب‌ها را برای دست‌یابی به هدف‌ها پیدا کرد. در این زمینه برنامه‌ریزی آرمانی یکی از ابزارهای برجسته برای تحلیل تصمیم‌های چندمنظوره در مدیریت است؛ از ویژگی‌های این ابزار دست‌یابی هم‌زمان آن به چندین هدف برمبنای اولویت‌بندی است. اما اصلی‌ترین ضعف برنامه‌ریزی آرمانی این است که همه‌ی پارامترهای مسئله باید به‌دقت در محیط تصمیم‌گیری تعیین شده باشند و تمامی اهداف و محدودیت‌ها باید به‌صورت قطعی باشند.[۵]

بسیاری از اطلاعاتی که از محیط دریافت می‌شود نوعی از بی‌دقتی را در خود دارد. در قالب برنامه‌ریزی فازی، پارامترهای مدل از قبیل ضرایب متغیرهای تصمیم، میزان آرمان، اولویت‌ها و اوزان را می‌توان غیردقیق دانست. آرمانی را که میزان آن غیردقیق بیان شده باشد یک «آرمان فازی» تلقی می‌شود.[۶]

در این نوشتار روش‌هایی بررسی می‌شود که در آن آرمان‌ها فازی است و توابع عضویت خطی و ضرایب به‌کار گرفته شده در توابع عضویت نیز فازی است. تصمیم‌گیری درمورد ارزش عددی هر هدف یا آرمان، برای تصمیم‌گیرندگان مشکل است. برای ایجاد سهولت، محققین در برنامه‌ریزی آرمانی فازی به‌کارگیری درجه‌ی عضویت را پیشنهاد می‌کنند.[۷] این روش و بعضی روش‌های مرتبط، از روش برنامه‌ریزی فازی معرفی‌شده توسط زیمرمن[۸] الهام می‌گیرند. روش‌های حل دیگری توسط دیگر محققین نیز ارائه شده است.[۹-۱۱] در ادامه، به تشریح روش زیمرمن، که در این پژوهش مورد استفاده قرار گرفته، می‌پردازیم.

روش زیمرمن

در این روش مدل آرمانی فازی چنین تعریف می‌شود:

$$find\ \ x$$

$$to\, satisfy\ \ f_i(x) \succeq b_i \qquad i = ۱, ۲, ..., m$$

$$\begin{aligned} & st: \\ & \quad GX \leq g \\ & \quad X \geq ۰ \end{aligned} \tag{۱}$$

که در آن $f_i(x)$ هدف فازی i، b_i میزان هدف i، $GX \leq g$ مجموعه محدودیت‌های سیستم، X و بردار n بعدی متغیرهای تصمیم است. تعریف تابع عضویت برای اهداف فازی $f_i(x) \preceq b_i$ عبارت است از:

$$\mu_i = \begin{cases} ۱ & if \quad f_i(x) \geq b_i \\ \frac{f_i(x)-l_i}{b_i-l_i} & if \quad l_i \leq f_i(x) \leq b_i \\ ۰ & if \quad f_i(x) \leq l_i \end{cases} \tag{۲}$$

که در آن l_i حد پایین تحمل برای هدف فازی $f_i(x)$، و $b_i - l_i$ بازه تحمل آن است. اگر هدف فازی به‌صورت $f_i(x) \succeq b_i$ باشد، آنگاه:

$$\mu_i = \begin{cases} ۱ & if \quad f_i(x) \leq b_i \\ \frac{u_i-f_i(x)}{u_i-b_i} & if \quad b_i \leq f_i(x) \leq u_i \\ ۰ & if \quad f_i(x) \geq u_i \end{cases} \tag{۳}$$

که در آن u_i حد بالای تحمل و $u_i - b_i$ بازه تحمل است.

برای یکنواکردن توابع عضویت، عملگر اشتراک (کمینه) استفاده شده است. بنابراین تابع هدف عبارت‌است از:

$$\max \ \ \min_i(\mu_i) \tag{۴}$$

اگر $\lambda = \min_i(\mu_i)$، آنگاه مدل قطعی عبارت خواهد بود از:

$$\begin{aligned} & \max \lambda \\ & st: \\ & \quad \lambda \leq (f_i(x) - l_i)/(b_i - l_i) \\ & \qquad GX \leq g \\ & \qquad X \geq ۰ \end{aligned} \tag{۵}$$

زیمرمن در همان نوشتار ادعا می‌کند که وقتی گزاره‌های فازی را با and ترکیب می‌کنیم نمی‌توان از عملگر کمینه استفاده کرد،[۸] و بنابراین عملگر ضرب را پیشنهاد می‌کند.

$$\begin{aligned} & \max \ \prod_h \frac{f_i(x) - l_i}{b_i - l_i} \\ & st: \\ & \quad GX \leq g \\ & \quad X \geq ۰ \end{aligned} \tag{۶}$$

تیواری این عملگر را به جمع تبدیل کرده و آن را چنین مطرح کرده است:[۱۱]

$$\max(\lambda) = \sum_i \mu_i$$

$$st:$$
$$\mu_i = \frac{f_i(x) - l_i}{b_i - l_i}$$
$$GX \leq g$$
$$X \geq 0 \qquad (۷)$$

طراحی QFD فازی

روابط میان الزامات و خواسته‌های مشتری (CRs) و مشخصات فنی و مهندسی (DRs) در شیوه‌ی گسترش مشخصه‌های کیفیت (QFD) به‌صورت ماتریسی به‌نام «خانه‌ی کیفیت» ارائه می‌شود. مطابق شکل ۱، این ماتریس دارای دو بعد خواسته‌های مشتری (CRs) و ویژگی‌های فنی و مهندسی (DRs) است. یک ماتریس مثلثی در بالای ویژگی‌های فنی و مهندسی (DRs)، براساس روابط میان آن‌ها قرار دارد. روابط میان CRs و DRs در قسمت میانی خانه‌ی کیفیت نمایش داده می‌شود.

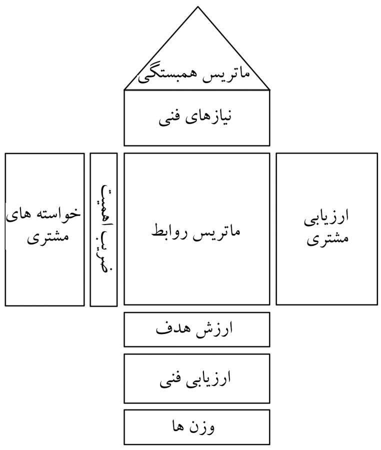
R_{ij} میزان ارتباط میان iامین CR و jامین DR است، و r_{jn} درجه‌ی وابستگی بین jامین DR را با سایر DRها مشخص می‌کند.[۱۲] به‌منظور تعیین ارتباط بین CRs و DRs، و نیز میان خود DRها، محققین رابطه‌ی نرمال ۸ را ارائه کرده‌اند:[۱۳]

$$R'_{ij} = \frac{\sum_{k=1}^{n} R_{ik} r_{kj}}{\sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{n} R_{ik} r_{kj}} \qquad (۸)$$

به‌طوری که R'_{ij} میزان ارتباط نرمال میان الزام مشتری i و ویژگی فنی و مهندسی j است؛ $i = 1, 2, ..., m$، $j = 1, 2, ..., n$، و $\sum_j R'_{ij} = 1$ برای هر i است. چنان‌که مشاهده می‌شود این روابط قطعی‌اند. برای منعکس کردن ارزش واقعی این روابط، فرمول فازی رابطه‌ی واسرمن مطابق رابطه‌ی ۹ ارائه شده است:[۱۴]

$$\tilde{\Re}'_{ij} = \frac{\sum_{i=1}^{n} \tilde{\Re}_{ik} \tilde{\gamma}_{kj}}{\sum_{j=1}^{n}\sum_{k=1}^{m} \tilde{\Re}_{ik} \tilde{\gamma}_{kj}} \qquad (۹)$$

به‌طوری که $\tilde{\Re}_{ij}, \tilde{\gamma}_{ij}$ متغیرهای غیرقطعی‌اند که به‌صورت واژه‌های زبانی یا اعداد فازی در $[0,1]$ بیان می‌شوند. یک مجموعه‌ی فازی را می‌توان به‌صورت برش α



شکل ۱. خانه‌ی کیفیت.

از مجموعه‌ی فازی $\tilde{\Re}'_{ij}$ در سطح α و $\alpha \in [0, 1]$، به‌صورت حدود بالا و پایین $\left[(R_{ij})^L_\alpha, (R_{ij})^U_\alpha\right]$ تعریف کرد:

$$(R_{ij})^L_\alpha = \inf_{x \in [0,1]} \{x | \mu_{\tilde{R}_{ij}}(x) \geq \alpha\},$$
$$(R_{ij})^U_\alpha = \mathbf{SUP}_{x \in [0,1]} \{x | \mu_{\tilde{R}_{ij}}(x) \geq \alpha\} \qquad (۱۰)$$

به‌طوری که $\mu_{\tilde{R}_{ij}}(x)$ درجه‌ی عضویت xهای متعلق به $\tilde{\Re}_{ij}$ است.

براساس برش‌های α، تابع عضویت روابط به‌هنجارشده‌ی فازی برای $\tilde{\Re}_{ij}, \tilde{\gamma}_{ij}$ به‌وسیله‌ی حدود بالا و پایین برای هریک از حدود α به دست می‌آید. بعدها محققین فرمول تعدیل‌یافته‌یی برای دقت بیشتر در روابط به‌هنجارشده‌ی فازی ارائه داده‌اند،[۱۴] که در آن حدود بالا و پایین تابع عضویت هریک از برش‌های α مطابق رابطه‌ی ۱۱ فرموله می‌شود:

$$m\left(R'_{ij}\right)^L_\alpha = \frac{\sum_{k=1}^{j} (\Re_{ik})^L_\alpha (\gamma_{kj})^L_\alpha}{\sum_{\substack{m=1 \\ m \neq j}}^{j} \sum_{k=1}^{j} (\Re_{ik})^U_\alpha (\gamma_{kj})^U_\alpha + \sum_{k=1}^{j} (\Re_{ik})^L_\alpha (\gamma_{kj})^L_\alpha}$$

$$m\left(R'_{ij}\right)^U_\alpha = \frac{\sum_{k=1}^{j} (\Re_{ik})^U_\alpha (\gamma_{kj})^U_\alpha}{\sum_{\substack{m=1 \\ m \neq j}}^{j} \sum_{k=1}^{j} (\Re_{ik})^L_\alpha (\gamma_{kj})^L_\alpha + \sum_{k=1}^{j} (\Re_{ik})^U_\alpha (\gamma_{kj})^U_\alpha} \qquad (۱۱)$$

یکی از نتایج حاصل از حدود بالا و پایین برش α، روابط به‌هنجار شده‌ی فازی، نرخ اهمیت فنی فازی $\tilde{w}_j$ برای jامین DR است که به فرم برش α دست می‌آید (رابطه‌ی ۱۲)، که در یافتن سطح اجرای بهینه‌ی هریک از DRs در فرایند QFD کاربرد دارد.[۴]

$$(\tilde{w}_j)_\alpha = \left[(\tilde{w}_j)^L_\alpha, (\tilde{w}_j)^U_\alpha\right]$$
$$= \left[\sum_{i=1}^{I} k_i . m(R'_{ij})^L_\alpha, \sum_{i=1}^{I} k_i . m(R'_{ij})^U_\alpha\right] \qquad (۱۲)$$

مدل ریاضی

علاوه بر رضایت مشتری که به‌صورت متعارف در QFD مورد تأکید قرار می‌گیرد، می‌توان هزینه و میزان سختی کار را مورد بررسی قرار داد. به‌منظور هم‌راستایی با طبیعت فازی در فاز طراحی باید هزینه و ضریب سختی کار را در قالب واژه‌های فازی بیان کرد. در این تحقیق، مدل برنامه‌ریزی آرمانی فازی در انتخاب ترکیبی از DRs، برای محاسبه‌ی بیشینه مجموع بیشینه درجه رضایت همه‌ی اهداف فرموله می‌شود. سه هدف «بیشینه رضایت مشتری»، «کمینه هزینه» و «کمینه سختی کار» مورد توجه قرار گرفته است. در این مدل $x_j,\ j = 1, 2, ..., J$ سطح اجرای نیازهای فنی است. اگر $x_j = 100\%$ یعنی اهداف تعیین‌شده برای jامین DRs به‌صورت کامل اجرا شده است. $\tilde{T}_j, \tilde{C}_j, \tilde{w}_j$ به‌ترتیب توصیفی از اجرای jامین DR بر روی رضایت مشتری، هزینه‌ی فازی مورد نیاز برای jامین DR و ضریب سختی کار فازی برای jامین DR است. همچنین شرکت‌ها تمایل دارند که سطح اجرای نیازهای طراحی‌شان بهتر از رقبا باشد. بنابراین سطح l_j را به‌عنوان مبنا قرار می‌دهند به‌گونه‌یی

که $l_j =< x_j$. سپس مدل به‌صورت رابطه‌ی ۱۳ فرموله می‌شود:

$$\max \sum_{j=1}^{n} \tilde{w}_j x_j \qquad \min \sum_{j=1}^{n} \tilde{c}_j x_j \qquad \min \sum_{j=1}^{n} \tilde{T}_j x_j$$
$$st:$$
$$x_j \geq l_j \qquad j = 1, 2, ..., n$$
$$0 \leq x_j, l_j \geq 1 \tag{۱۳}$$

تعیین سطح هدف رضایت، هزینه و سختی کار، بسیار دشوار است و نیز برخی از این اهداف با هم در تعارض‌اند. بدین منظور، ابتدا باید برای هر هدف حدودی مشخص شود. سپس مجموعه‌یی از جواب‌ها، برای به دست آوردن بیشینه درجه رضایت همه‌ی اهداف تعیین شود. $G_s^{\max}, G_s^{\min}$ حدود بالا و پایین سطح هدف رضایت مشتری در نظر گرفته می‌شود، با قراردادن x به‌عنوان بردار متغیرها، در صورتی که $G_S(x) \geq G_S^{\max}$ بیانگر «رضایت کامل»، و $G_S(x) \leq G_S^{\min}$ بیانگر «نارضایتی کامل» باشد. همچنین با در نظر گرفتن G_P برای هزینه و سختی کار در صورتی که $G_P(x) \leq G_P^{\min}$ یعنی رضایت کامل صورت گرفته است و اگر $G_P(x) \geq G_P^{\max}$ یعنی نارضایتی کامل ایجاد شده است. درجه رضایت را می‌توان چنین خطی کرد:[1]

$$\begin{cases} 0 & if \quad G_s(x) \leq G_s^{\min} \\ \frac{G_s(x) - G_s^{\min}}{G_s^{\max} - G_s^{\min}} & if \quad G_s^{\min} \leq G_s(x) \leq G_s^{max} \\ 1 & if \quad G_s^{\max} \leq G_s(x) \end{cases}$$
$$\begin{cases} 1 & if \quad G_p(x) \leq G_p^{\min} \\ \frac{G_p^{\max} - G_p(x)}{G_p^{\max} - G_p^{\min}} & if \quad G_p^{\min} \leq G_p(x) \leq G_p^{max} \\ 0 & if \quad G_p^{\max} \leq G_p(x) \end{cases} \tag{۱۴}$$

به‌منظور تعیین حدود بالا و پایین نیز چنین عمل می‌کنیم:

گام ۱. هریک از ضرایب فازی در سطح $\alpha = 0$ به‌عنوان حد بالای (یا پایین) هدف بیشینه (یا کمینه) مثل رضایت مشتری (هزینه) قرار داده می‌شود. بدین‌صورت بیشترین (یا کم‌ترین) ارزش قطعی هریک از ضرایب به دست می‌آید.

گام ۲. مسئله در سطح $\alpha = 0$ برای هریک از اهداف به‌صورت جداگانه با در نظر گرفتن محدودیت‌های سیستمی حل می‌شود. در این مرحله مجموعه جواب بهینه و ارزش هر هدف به دست می‌آید. بدین‌ترتیب حد بالای آرمان رضایت مشتری و حد پایین آرمان هزینه و سختی کار به دست می‌آید.

گام ۳. جواب‌های به دست آمده از هر هدف در دیگر اهداف قرار داده می‌شود. در این مرحله حد پایین (یا بالای) اهداف بیشینه (یا کمینه) با استفاده از کم‌ترین (یا بیشترین) ارزش هدف مشخص می‌شود. بنابراین حد پایین آرمان رضایت مشتری و حد بالای آرمان هزینه و سختی کار به دست می‌آید.

همچنین از نظر تیم طراحی افزایش رضایت مشتری و کاهش هزینه از اولویت بیشتری نسبت به سختی کار برخوردار است. بنابراین اولویت اول به افزایش رضایت مشتری و کاهش هزینه، و اولویت دوم به سختی کار اختصاص داده می‌شود. پس:

$$\mu_1(x) \geq \mu_3(x)$$
$$\mu_2(x) \geq \mu_3(x) \tag{۱۵}$$

براساس سه هدف فازی و اولویت‌های گفته‌شده، مدل چنین فرموله می‌شود:

$$\tilde{z} = \max \sum_{h=1}^{3} \tilde{\mu}_h(x)$$
$$st:$$
$$\tilde{\mu}_1(x) = \frac{\sum_{j=1}^{n} \tilde{w}_j x_j - G_1^{\min}}{G_1^{\max} - G_1^{\min}}$$
$$\tilde{\mu}_2(x) = \frac{G_2^{\max} - \sum_{j=1}^{n} \tilde{C}_j x_j}{G_2^{\max} - G_2^{\min}}$$
$$\tilde{\mu}_3(x) = \frac{G_3^{\max} - \sum_{j=1}^{n} \tilde{T}_j x_j}{G_3^{\max} - G_3^{\min}}$$
$$\tilde{\mu}_1(x) \succ \tilde{\mu}_3(x)$$
$$\tilde{\mu}_2(x) \succ \tilde{\mu}_3(x)$$
$$\tilde{\mu}_i(x) \leq 1$$
$$\tilde{\mu}_i(x) \geq 0, \quad i = 1, 2, 3$$
$$x_j \geq l_j, \quad j = 1, ..., n$$
$$0 \leq x_j, l_j \leq 1 \tag{۱۶}$$

علی‌رغم این‌که تابع عضویت به‌شیوه‌ی تیواری بیان شده، مشاهده می‌شود که همچنان در توابع عضویت از ضرایب هزینه، سختی کار و رضایت مشتری که به‌صورت فازی مطرح شده بود، استفاده شده است. بنابراین با این که مدل ایجادشده از حالت آرمانی خارج و به یک برنامه‌ریزی خطی تبدیل شده، باز هم یک مدل فازی است. پژوهش‌گران با شیوه‌یی نوین این مدل فازی را به مدل قطعی تبدیل کرده‌اند.[1] بنابراین در این پژوهش در دو مرحله ابتدا مدل آرمانی فازی به مدل خطی فازی، و سپس به دو مدل خطی قطعی تبدیل، و حل می‌شود.

از آنجا که ضرایب فرمول ۱۶ فازی‌اند، حل مسئله مشکل می‌شود. بنابراین برای حل مسئله باید آن را با به‌کارگیری برش α به‌صورت قطعی حل کرد. تعریف درجه‌ی عضویت تابع هدف عبارت است از:

$$\mu_{\tilde{z}}(z) = \underset{w,c,t}{supmin} \left\{ \mu_{\tilde{w}_j}(w_j), \mu_{\tilde{C}_j}(c_j), \mu_{\tilde{T}_j}(t_j), \forall j | z = \sum_{h=1}^{3} \mu_h(x) \right\} \tag{۱۷}$$

مشابه آنچه درباره‌ی معادله‌ی R_{ij} انجام شد، حدود بالا و پایین z تعیین می‌شود.

$$(z)_\alpha^l = \min z$$
$$st:$$
$$(w_j)_\alpha^l \leq w_j \leq (w_j)_\alpha^u, \ \forall j,$$
$$(C_j)_\alpha^l \leq c_j \leq (C_j)_\alpha^u, \ \forall j,$$
$$(T_j)_\alpha^l \leq t_j \leq (T_j)_\alpha^u, \ \forall j,$$
$$(z)_\alpha^u = \max z$$
$$st:$$
$$(w_j)_\alpha^l \leq w_j \leq (w_j)_\alpha^u, \quad \forall j,$$

$$
\begin{aligned}
&(C_j)^l_\alpha \leq c_j \leq (C_j)^u_\alpha, \quad \forall j,\\
&(T_j)^l_\alpha \leq t_j \leq (T_j)^u_\alpha, \quad \forall j,
\end{aligned} \tag{۱۸}
$$

فرم کلی معادله ۱۸ به معادله‌ی ۱۹ تبدیل می‌شود:

$$
\begin{aligned}
&(z)^l_\alpha = \min_{\substack{(w_j)^l_\alpha \leq w_j \leq (w_j)^u_\alpha,\ \forall j,\\ (C_j)^l_\alpha \leq c_j \leq (C_j)^u_\alpha,\ \forall j,\\ (T_j)^l_\alpha \leq t_j \leq (T_j)^u_\alpha,\ \forall j,}} \max \sum_{h=1}^{3} \mu_h(x)\\
&st:\\
&\quad \mu_1(x) = \frac{\sum_{j=1}^{n} w_j x_j - G_1^{\min}}{G_1^{\max} - G_1^{\min}}\\
&\quad \mu_2(x) = \frac{G_2^{\max} - \sum_{j=1}^{n} C_j x_j}{G_2^{\max} - G_2^{\min}}\\
&\quad \mu_3(x) = \frac{G_3^{\max} - \sum_{j=1}^{n} T_j x_j}{G_3^{\max} - G_3^{\min}}\\
&\quad \mu_1(x) \geq \mu_3(x)\\
&\quad \mu_2(x) \geq \mu_3(x)\\
&\quad \mu_i(x) \leq 1\\
&\quad \mu_i(x) \geq 0, \qquad i = 1, 2, 3\\
&\quad x_j \geq l_j, \qquad j = 1, ..., n\\
&\quad 0 \leq x_j, l_j \leq 1
\end{aligned} \tag{۱۹}
$$

کمینه‌ی z زمانی رخ می‌دهد که ضرایب نرخ‌های اهمیت در حد پایین خود باشند. بنابراین باید w را در حد پایین خود و T و C را در حد بالای خود تعریف کرد تا درجه عضویت توابع درکم‌ترین حد خود باشد:

$$
\begin{aligned}
&(z)^l_\alpha = \max \sum_{h=1}^{3} \mu_h(x)\\
&st:\\
&\quad \mu_1(x) = \frac{\sum_{j=1}^{n} (w_j)^l_\alpha x_j - G_1^{\min}}{G_1^{\max} - G_1^{\min}}\\
&\quad \mu_2(x) = \frac{G_2^{\max} - \sum_{j=1}^{n} (C_j)^u_\alpha x_j}{G_2^{\max} - G_2^{\min}}\\
&\quad \mu_3(x) = \frac{G_3^{\max} - \sum_{j=1}^{n} (T_j)^u_\alpha x_j}{G_3^{\max} - G_3^{\min}}\\
&\quad \mu_1(x) \geq \mu_3(x)\\
&\quad \mu_2(x) \geq \mu_3(x)\\
&\quad \mu_i(x) \leq 1\\
&\quad \mu_i(x) \geq 0, \qquad i = 1, 2, 3\\
&\quad x_j \geq l_j, \qquad j = 1, ..., n\\
&\quad 0 \leq x_j, l_j \leq 1
\end{aligned} \tag{۲۰}
$$

$$
\begin{aligned}
&(z)^l_\alpha = \max_{\substack{(w_j)^l_\alpha \leq w_j \leq (w_j)^u_\alpha,\ \forall j,\\ (C_j)^l_\alpha \leq c_j \leq (C_j)^u_\alpha,\ \forall j,\\ (T_j)^l_\alpha \leq t_j \leq (T_j)^u_\alpha,\ \forall j,}} \max \sum_{h=1}^{3} \mu_h(x)\\
&st:\\
&\quad \mu_1(x) = \frac{\sum_{j=1}^{n} w_j x_j - G_1^{\min}}{G_1^{\max} - G_1^{\min}}\\
&\quad \mu_2(x) = \frac{G_2^{\max} - \sum_{j=1}^{n} C_j x_j}{G_2^{\max} - G_2^{\min}}\\
&\quad \mu_3(x) = \frac{G_3^{\max} - \sum_{j=1}^{n} T_j x_j}{G_3^{\max} - G_3^{\min}}\\
&\quad \mu_1(x) \geq \mu_3(x)\\
&\quad \mu_2(x) \geq \mu_3(x)\\
&\quad \mu_i(x) \leq 1\\
&\quad \mu_i(x) \geq 0, \qquad i = 1, 2, 3\\
&\quad x_j \geq l_j, \qquad j = 1, ..., n\\
&\quad 0 \leq x_j, l_j \leq 1
\end{aligned} \tag{۲۱}
$$

بیشینه‌ی z زمانی رخ می‌دهد که ضرایب نرخ‌های اهمیت در حد بالای خود باشند. بنابراین باید w را در حد بالا و T و C را در حد پایین خود تعریف کرد، تا درجه عضویت توابع در بیشترین حد خود باشد:

$$
\begin{aligned}
&(z)^u_\alpha = \max \sum_{h=1}^{3} \mu_h(x)\\
&st:\\
&\quad \mu_1(x) = \frac{\sum_{j=1}^{n} (w_j)^u_\alpha x_j - G_1^{\min}}{G_1^{\max} - G_1^{\min}}\\
&\quad \mu_2(x) = \frac{G_2^{\max} - \sum_{j=1}^{n} (C_j)^l_\alpha x_j}{G_2^{\max} - G_2^{\min}}\\
&\quad \mu_3(x) = \frac{G_3^{\max} - \sum_{j=1}^{n} (T_j)^l_\alpha x_j}{G_3^{\max} - G_3^{\min}}\\
&\quad \mu_1(x) \geq \mu_3(x)\\
&\quad \mu_2(x) \geq \mu_3(x)\\
&\quad \mu_i(x) \leq 1\\
&\quad \mu_i(x) \geq 0, \qquad i = 1, 2, 3\\
&\quad x_j \geq l_j, \qquad j = 1, ..., n\\
&\quad 0 \leq x_j, l_j \leq 1
\end{aligned}
$$

مطالعه‌ی موردی

در این بخش مدل ارائه شده با پیاده‌سازی در شرکت سیمان لارستان تشریح می‌شود. چنان که پیش‌تر عنوان شد، فرایند برنامه‌ریزی محصول با استفاده از QFD، با شناسایی خواسته‌های مشتری، پس از آن نیازهای فنی متقابل آن‌ها شروع می‌شود. در جداول ۱ و ۲ مشخصات CRs و DRs داده شده است. بنابراین می‌توان خانه‌ی کیفیت شرکت سیمان را به صورت شکل ۲ ترسیم کرد.

با در نظر گرفتن روابط کیفی نشان داده شده در خانه‌ی کیفیت، روابط فازی نرمال $\tilde{R}'_{ij}$ به‌کمک معادلات ریاضی گفته‌شده محاسبه می‌شود. برای به دست آوردن $\tilde{R}'_{ij}$ حدود پایین و بالای برش‌های α برای $\tilde{R}'_{ik}$ و $\tilde{\gamma}'_{kj}$ براساس توابع عضویت آن‌ها تعیین شود. تابع عضویت یک عدد فازی مثلثی به‌سهولت از طریق خطی‌سازی توابع به دست می‌آید. مثلاً اگر $\tilde{R}'_{ij}$ به‌صورت قوی ارزیابی شود تابع عضویت عدد فازی $S = (0.8, 0.9, 1)$ را می‌توان چنین بیان کرد:

$$\mu_s(R_{ij}) = \begin{cases} \frac{(R_{ij} - 0.8)}{(0.9 - 0.8)} & 0.8 \leq R_{ij} \leq 0.9 \\ \frac{(1.0 - R_{ij})}{(1.0 - 0.9)} & 0.9 \leq R_{ij} \leq 1.0 \end{cases} \tag{22}$$

برش‌های α از تابع عضویت متناسب عبارت خواهد بود از:

$$\left[(R_{ij})^l_\alpha, (R_{ij})^u_\alpha\right] = [0.8 + 0.1\alpha, 1 - 0.1\alpha] \tag{23}$$

واگر $\tilde{R}'_{ij}$ به‌صورت متوسط ارزیابی شود،تابع عضویت عدد فازی $S = (0.2, 0.3, 0.4)$ را می‌توان چنین بیان کرد:

$$\mu_s(R_{ij}) = \begin{cases} \frac{(R_{ij} - 0.2)}{(0.3 - 0.2)} & 0.2 \leq R_{ij} \leq 0.3 \\ \frac{(0.4 - R_{ij})}{(0.4 - 0.3)} & 0.3 \leq R_{ij} \leq 0.4 \end{cases} \tag{24}$$

برش‌های α از تابع عضویت متناسب به‌صورت زیر خواهد بود:

$$\left[(R_{ij})^l_\alpha, (R_{ij})^u_\alpha\right] = [0.2 + 0.1\alpha, 0.4 - 0.1\alpha] \tag{25}$$

واگر $\tilde{R}_{ij}$ به‌صورت ضعیف ارزیابی شود تابع عضویت عدد فازی $S = (0, 0.1, 0.2)$ را می‌تواند چنین بیان کرد:

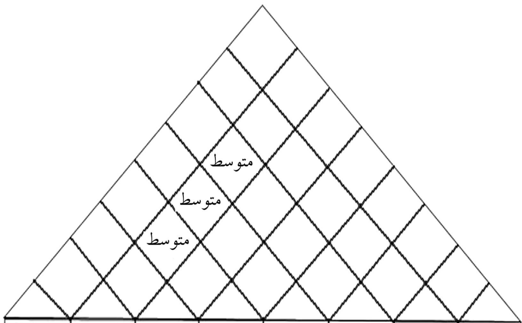
$$\mu_s(R_{ij}) = \begin{cases} \frac{(R_{ij} - 0.0)}{(0.1 - 0.0)} & 0.0 \leq R_{ij} \leq 0.1 \\ \frac{(0.2 - R_{ij})}{(0.2 - 0.1)} & 0.1 \leq R_{ij \leq 0.2} \end{cases} \tag{26}$$

جدول ۱. خواسته‌های مشتری.

گیرش سیمان	مقاومت سیمان	سلامت سیمان
CR_2	CR_3	CR_4

جدول ۲. نیازهای فنی و مهندسی.

$C3A$	DR_6	درصد شارژ	DR_1
درصد منیزیم	DR_7	آهن	DR_2
آهک آزاد	DR_8	درصد گچ	DR_3
سرعت سرد شدن	DR_9	فاز آلیت	DR_4
		فاز بلیت	DR_5



	درصد شارژ	درصد گچ	فاز الیت	فاز بلیت	C۳A	درصد منیزیوم	آهک آزاد	سرعت سرد شدن
گیرش		قوی			قوی			قوی
مقاومت	قوی	متوسط	قوی	قوی		متوسط	متوسط	قوی
سلامت	متوسط	متوسط				قوی	قوی	متوسط
هزینه	ضعیف	ضعیف	قوی	قوی	قوی	قوی	ضعیف	متوسط
سختی کار	ضعیف	ضعیف	قوی	قوی	قوی	ضعیف	قوی	متوسط
Li	...	...	۰/۸	۰/۵۶	۰/۳۳	۰/۱	۰/۵	...

شکل ۲. خانه‌ی کیفیت شرکت سیمان.

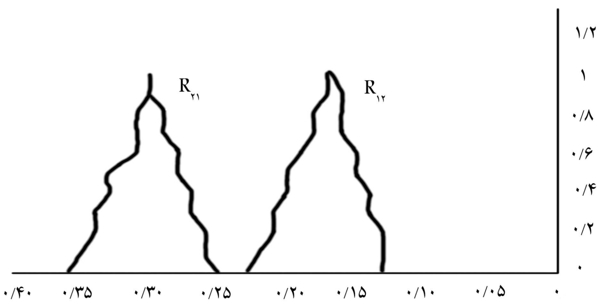
نتایج حاصل از رابطه ۲۶ برای R_{12} و R_{21} در نمودار ۱ نشان داده شده است. برش‌های α از تابع عضویت متناسب عبارت خواهد بود از:

$$\left[(R_{ij})^l_\alpha, (R_{ij})^u_\alpha\right] = [0.0 + 0.1\alpha, 0.2 - 0.1\alpha] \tag{27}$$

بنابراین می‌توان خانه‌ی کیفیت را برحسب برش‌های α تعریف کرد. برای نمونه روابط به‌هنجار شده برای $\alpha = 0.5$ در بدنه خانه‌ی کیفیت نشان داده می‌شود (جدول ۳).

با توجه به آنچه در فرمول ۵ گفته شد وزن DR_1 و DR_5 و DR_7 مطابق نمودار ۲ به دست می‌آید.

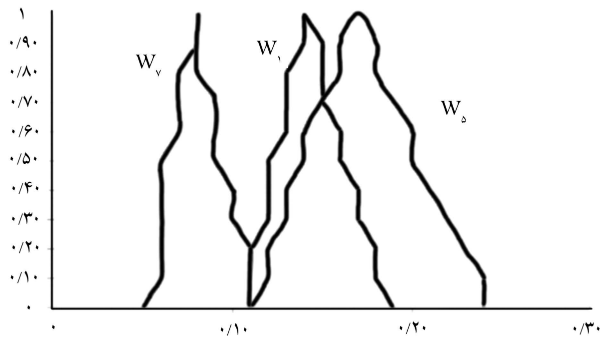
بنابراین با توجه به مدل گفته شده می‌توان مدل ریاضی کارخانه‌ی سیمان را



نمودار ۱. تشریح دو تابع $\tilde{\mathfrak{R}}_{21}, \tilde{\mathfrak{R}}_{12}$.

جدول ۳. روابط به‌هنجار شده برای $\alpha = 0.5$.

۰/۰۰	۰/۲۸	۰/۰۰	۰/۰۰	۰/۲۸	۰/۰۰	۰/۰۷	۰/۲۸
۰/۰۰	۰/۳۳	۰/۰۰	۰/۰۰	۰/۳۳	۰/۰۰	۰/۱۲	۰/۳۳
۰/۱۵	۰/۰۴	۰/۱۶	۰/۱۶	۰/۰۱	۰/۰۴	۰/۱۲	۰/۱۵
۰/۲۰	۰/۰۷	۰/۲۲	۰/۲۲	۰/۰۳	۰/۰۷	۰/۲۰	۰/۲۰
۰/۶	۰/۰۶	۰/۶	۰/۶	۰/۰۶	۰/۲۲	۰/۲۲	۰/۰۶
۰/۱۱	۰/۱۱	۰/۱۱	۰/۱۱	۰/۱۱	۰/۳۰	۰/۳۰	۰/۱۱



نمودار ۲. تشریح وزن نیازهای فنی.

چنین نشان داد:

$$\max \sum_j (w_j)^u_{\alpha=0} x_j = 0.23x_1 + 0.16x_2 + 0.23x_3 + 0.18x_4 + 0.14x_5 + 0.06x_6 + 0.3x_7 + 0.12x_8$$

$$\min \sum_j (C_j)^l_{\alpha=0} = 0.8x_3 + 0.8x_4 + 0.8x_5 + 0.8x_6 + 0.2x_8$$

$$\min \sum_j (T_j)^l_{\alpha=0} = 0.8x_3 + 0.8x_4 + 0.8x_5 + 0.8x_7 + 0.2x_8$$

$st:$

$$x_3 \geq 0.8$$
$$x_5 \geq 0.33$$
$$x_6 \geq 0.4$$
$$x_7 \geq 0.5$$
$$x_i \leq 1 \qquad i = 1, \dots, 8 \tag{28}$$

مشاهده می‌شود که حدود هریک از سه هدف رضایت، هزینه و سختی کار به‌ترتیب (۱٫۴۲, ۰٫۲۴۷۴)، (۱٫۶۷۲,۵)، (۱٫۷۵۲,۵) است. با معین‌شدن حدود بالا و پایین هر هدف، مدل اصلی با توجه به روابط ۱۲ و ۱۴ عبارت خواهد بود از:

$$(z)^l_\alpha = \max \sum_{h=1}^{3} \mu_h(x)$$

$st:$

$$\mu_1(x) = \frac{\sum_{j=1}^{n} (w_j)^l_\alpha x_j - 0.2474}{1.42 - 0.2474}$$

$$\mu_2(x) = \frac{5 - \sum_{j=1}^{n} (C_j)^u_\alpha x_j}{5 - 1.672}$$

$$\mu_3(x) = \frac{5 - \sum_{j=1}^{n} (T_j)^u_\alpha x_j}{5 - 1.752}$$

$$\mu_1(x) \geq \mu_3(x)$$
$$\mu_2(x) \geq \mu_3(x)$$
$$\mu_i(x) \leq 1$$
$$\mu_i(x) \geq 0, \qquad i = 1, 2, 3$$
$$x_j \geq l_j, \qquad j = 1, \dots, n$$
$$x_j, l_j \leq 1$$
$$x_j, l_j \geq 0 \tag{29}$$

$$(z)^u_\alpha = \max \sum_{h=1}^{3} \mu_h(x)$$

$st:$

$$\mu_1(x) = \frac{\sum_{j=1}^{n} (w_j)^u_\alpha x_j - 0.2474}{1.42 - 0.2474}$$

$$\mu_2(x) = \frac{5 - \sum_{j=1}^{n} (C_j)^l_\alpha x_j}{5 - 1.672}$$

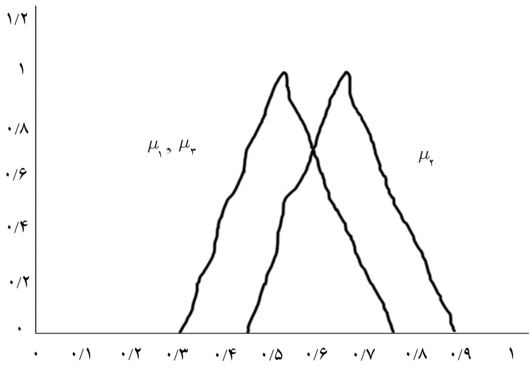
$$\mu_3(x) = \frac{5 - \sum_{j=1}^{n} (T_j)^l_\alpha x_j}{5 - 1.752}$$

$$\mu_1(x) \geq \mu_3(x)$$
$$\mu_2(x) \geq \mu_3(x)$$
$$\mu_i(x) \leq 1$$
$$\mu_i(x) \geq 0, \qquad i = 1, 2, 3$$
$$x_j \geq l_j, \qquad j = 1, \dots, n$$
$$x_j, l_j \leq 1$$
$$x_j, l_j \geq 0 \tag{30}$$

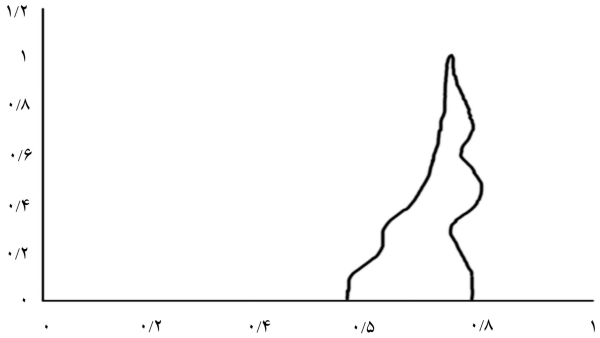
با بهره‌گیری از نرم‌افزار قدرت‌مند Win QSB مدل را حل می‌کنیم. با حل ۲۱ مدل برنامه‌ریزی خطی با استفاده از یازده برش α، یعنی $0, 0.1, \dots, 1$ می‌توان سطح برآورد هر هدف ــ یعنی درجه‌ی عضویت آن‌ها (μ_i) و مجموع‌شان (Z^i_α, Z^u_α)، و سطح اجرای DRs (x_i) ــ را به دست آورد. در جدول ۴ گستره‌یی از نتایج حل مدل، برای هر هدف فازی و سطوح اجرای x_5 در یازده سطح مختلف نشان داده شده

جدول ۴. نتایج فازی حل مدل.

α	X_5		μ_1, μ_3		μ_2	
	L	U	L	U	L	U
۰٫۰	۰٫۵۷	c	۰٫۳۰	۰٫۷۵	۰٫۴۴	۰٫۸۸
۰٫۱	۰٫۵۶	۰٫۷۶	۰٫۳۳	۰٫۷۳	۰٫۴۶	۰٫۸۶
۰٫۲	۰٫۶۱	۰٫۷۸	۰٫۳۴	۰٫۷۰	۰٫۴۸	۰٫۸۳
۰٫۳	۰٫۶۲	۰٫۷۴	۰٫۳۷	۰٫۶۷	۰٫۵۰	۰٫۸۱
۰٫۴	۰٫۶۷	۰٫۷۹	۰٫۳۸	۰٫۶۵	۰٫۵۱	۰٫۷۸
۰٫۵	۰٫۷۰	۰٫۸۲	۰٫۴۰	۰٫۶۲	۰٫۵۲	۰٫۷۵
۰٫۶	۰٫۷۱	۰٫۷۶	۰٫۴۳	۰٫۶۰	۰٫۵۶	۰٫۷۳
۰٫۷	۰٫۷۲	۰٫۷۸	۰٫۴۴	۰٫۵۸	۰٫۵۸	۰٫۷۱
۰٫۸	۰٫۷۳	۰٫۷۷	۰٫۴۷	۰٫۵۶	۰٫۶۰	۰٫۶۹
۰٫۹	۰٫۷۳	۰٫۷۵	۰٫۴۹	۰٫۵۳	۰٫۶۲	۰٫۶۶
۱٫۰	۰٫۷۴	۰٫۷۴	۰٫۵۲	۰٫۵۲	۰٫۶۵	۰٫۶۵



نمودار ۳. تابع عضویت هر هدف.



نمودار ۴. تابع عضویت نیاز فنی X_5.

است. براین اساس، نمودار ۳ تابع عضویت هر هدف را نشان می‌دهد. همان‌طور که مشاهده می‌شود، G_1 و G_2 از اهمیت یکسانی برخوردارند ولی درجه‌ی عضویت G_2 از G_1 و G_3 بزرگ‌تر است، به‌گونه‌یی که حدود G_2 بین (۰٫۷۱,۰٫۵۸) و حدود G_1 و G_3 (۰٫۸۵,۰٫۴۴) است. پس معلوم می‌شود که کسب هدف هزینه، آسان‌تر از کسب هدف سطح رضایت مشتری است.

با حل مدل معلوم شد که همه‌ی x_iها به‌جز x_5 قطعی‌اند و مقدار آن‌ها به‌ترتیب از x_1 تا x_8 عبارت است از ۱۰۰٪، ۱۰۰٪، ۸۰٪، ۵۶٪، ۴۰٪، ۱۰۰٪ و ۱۰۰٪. چنان‌که پیش‌تر گفته شد متغیر تصمیم $x_i = 100$ به‌مفهوم اجرای کامل آن نیاز فنی تا رسیدن به بهترین سطح کیفیت به‌منظور رسیدن به مجموع اهداف مورد نظر است. مقدار X_5 چنان که گفته شد فازی است که در نمودار ۴ قابل مشاهده است.

نتیجه‌گیری

یکی از اهداف اصلی این تحقیق ارائه‌ی یک مدل ریاضی با استفاده از QFD است. در راستای پاسخ‌گویی به این سؤال یک مدل آرمانی برای برنامه‌ریزی محصول ارائه شد. با توجه به این که برنامه‌ریزی آرمانی یکی از مهم‌ترین مدل‌های برنامه‌ریزی چندمنظوره است، و این پژوهش خروجی‌های خانه‌ی کیفیت را ــ شامل سه هدف افزایش رضایت مشتری، کاهش هزینه و سختی کار ــ مدل می‌کند، بهترین مدل ریاضیِ قابل استفاده برای این منظور، مدل برنامه‌ریزی آرمانی است. ضمناً داده‌های خانه‌ی کیفیت همه به‌صورت واژه‌های زبانی و فازی‌اند. $\tilde{T}_j, \tilde{C}_j, \tilde{w}_j$ به‌ترتیب توصیفی از اجرای jامین DRs بر روی رضایت مشتری، هزینه‌ی فازی مورد نیاز برای jامین DRs و ضریب سختی کار فازی برای j امین DRs است که هر سه در نوشتن تابع هدف مدل آرمانی کاربرد دارد. زیرا تابع هدف از مجموع حاصل‌ضرب هر X_j (سطح اجرای نیازهای فنی) در همین ضرایب ایجاد می‌شود. بنابراین مدل ارائه‌شده یک مدل آرمانی فازی است.

محدودیت سیستمی حاکم بر این مدل کم‌ترین سطح اجرای نیازهای طراحی (l_j) است به‌گونه‌یی که $x_j >= l_j$. با توجه به این که شرکت‌ها تمایل دارند سطح اجرای نیازهای طراحی‌شان بهتر از رقبا باشد، این حداقل با توجه به سطح اجرای نیاز رقبا ایجاد می‌شود.

از نظر تیم طراحی افزایش رضایت مشتری و کاهش هزینه از اولویت بیشتری برخوردار است، تا سختی کار. بنابراین علاوه بر محدودیت‌های سیستمی گفته‌شده پس از بیان درجه‌ی عضویت، دو محدودیت جدید به محدودیت‌های سیستمی اضافه می‌شود:

$$\mu_1(x) \geq \mu_3(x) \qquad \mu_2(x) \geq \mu_3(x) \tag{۳۱}$$

برای حل این مدل ابتدا حدود بالا و پایین برای هر هدف، که همان مقادیر آرمان‌هاست، مشخص می‌شود و سپس برای هر هدف فازی یک تابع عضویت نوشته می‌شود. مدل آرمانی فازی به یک مدل خطی فازی با تابع هدف بیشترین مجموع درجه عضویت‌ها تغییر یافته است. اما از آنجا که تابع عضویت دارای ضرایب فازی است مدل همچنان یک مدل خطی فازی است.

به‌منظور حل مدل خطی فازی آن را با شیوه‌ی توضیح‌داده شده در مقاله، به دو مدل خطی قطعی تبدیل و حل می‌کنیم. در نهایت خروجی مدل سطح برآورد هر یک از نیازهای فنی است.

در آمیختن منطق فازی با مدل آرمانی نیز به‌نوبه‌ی خود نکته‌ی جدیدی است که در این تحقیق به آن توجه شد. استفاده از منطق فازی در کاهش ابهام موجود در واژه‌های زبانیِ به کار گرفته شده برای انجام مقایسات مورد نیاز در خانه‌ی کیفیت، نقش به‌سزایی ایفا کرده است. استفاده از آن در این تحقیق دو مطلوبیت اساسی ایجاد کرده است:

۱. چون قضاوت‌های انسانی ماهیتی فازی دارند استفاده از اعداد فازی ــ نسبت به اعداد قطعی ــ ارجحیت بیشتری دارد.

۲. به‌کارگیری اعداد فازی به تیم QFD این امکان را داده که در پیاده‌سازی مدل خود از آزادی عمل بیشتری برخوردار بوده و انعطاف‌پذیری بیشتری داشته باشند.

استفاده از منطق فازی در این مدل باعث شده سطح برآورد برخی از DRs به‌صورت فازی تعریف شود. برای مثال سطح برآورد x_5 به‌صورت فازی در دامنه‌ی (۰٫۸۲,۰٫۶۲) قرارگرفته است. بنابراین سطح اجرای این نیاز فنی هرگز کم‌تر از ۶۲٪ یا بیشتر از ۸۲٪ نیست. به‌منظور ارائه‌ی مقدار عددی برای این نیاز فنی، تیم QFD می‌تواند با در نظرگرفتن یکی از برش‌های α، سطح برآورد این نیاز را بیان کند.

راه حل دیگر آن است که طراحان و کارشناسان تیم QFD با استفاده از داده‌های بیشتر و برش‌های بیشتری از سطح α، سطح اجرای فازی را به یک عدد قطعی در بازه (۰,۱) دی‌فازی کنند. واضح است که استفاده از αهای بیشتر دامنه‌ی دقیق‌تری از سطح برآورد هر نیاز را نشان می‌دهد.

از میان روش‌های مختلف ارائه‌شده برای دی‌فازی کردن در این زمینه، روش میانگین هندسی از ارجحیت بیشتری برخوردار است. در این روش برای دی‌فازی

کردن عدد فازی $\tilde{x}_i$ از رابطه‌ی ۳۲ استفاده می‌شود:[۱]

$$\hat{x}_i = \frac{\sum_{k=1}^{m} \mu_{\tilde{x}_i}(x_k^{(i)}) x_k^i}{\sum_{k=1}^{m} \mu_{\tilde{x}_i}(x_k^i)} \quad (۳۲)$$

$\tilde{x}_i$ مجموعه اعداد فازی و $\mu_{\tilde{x}_i}(x_k^{(i)})$ درجه‌ی عضویت هر عنصر از مجموعه‌ی اعداد فازی است که در اینجا سطوح اجرایی برای αهای مختلف است. پس براساس یازده برش α عدد قطعی $\tilde{x}_5$ برابر با ۰٫۷۴ است.

چنان که دیده شد مدل ریاضی ارائه‌شده برای بسط عملکرد کیفیت، با توجه به محدودیت‌ها و اهداف موجود در یک مدل برنامه‌ریزی آرمانی با سه هدف، پنج محدودیت و هشت متغیر تصمیم است. همچنین اهداف مورد نظر شامل افزایش سطح رضایت مشتری، کاهش هزینه و کاهش سختی کار است. محدودیت‌های این مسئله ناشی از کم‌ترین سطح برآورد هر نیاز فنی است که با تجزیه و تحلیل رقبا، و با نظر کارشناسان شرکت به دست می‌آید. از آنجا که سه نیاز فنی میزان درصد گچ، سرعت سردشدن و ترکیب درصد شارژ آسیاب برای شرکت محدودیت چندانی از نظر هزینه و سختی کار ایجاد نمی‌کند، و نیز در عرصه‌ی رقابت برآورده‌کردن هر سطح از آن آسان است، سطح برآورد کمینه‌یی از طرف کارشناسان بیان نشد.

با تغییرات انجام‌شده بر روی مدل به‌منظور ساده‌سازی حل آن، محدودیت‌های دیگری به آن اضافه شد. این محدودیت‌ها مشتمل است بر سه محدودیت ناشی از حدود بالا و پایین برای هر هدف، و دو محدودیت دیگر که نشان‌دهنده‌ی بزرگ‌تر بودن درجه‌ی عضویت هدف کاهش هزینه و افزایش سطح رضایت مشتری نسبت به کاهش سختی کار است، و سه محدودیت که به‌منظور تعیین درجه عضویت اهداف در بازه صفر و ۱ است.

مدل اولیه شامل هشت متغیر تصمیم است که هریک نشان‌دهنده‌ی سطح برآورد هر نیاز فنی است. اما در نهایت با تغییراتی که بر روی مدل ایجاد می‌شود به یک مدل برنامه‌ریزی خطی ساده با یازده متغیر تصمیم ــ شامل هشت متغیر سطح برآورد نیاز فنی و سه متغیر درجه عضویت هر یک از اهداف ــ تبدیل می‌شود. در خاتمه، مدل نهایی به‌کمک نرم‌افزار Win QSB قابل حل است. در صورتی که این مدل به‌صورت قطعی در نظر گرفته می‌شد مشخص‌کردن میزان سختی کار و حتی هزینه‌ی دقیق بسیار مشکل بود. از طرفی پرکردن خانه‌ی کیفیت با اعداد قطعی برای این مدل معنادار نبود. بنابراین حل مدل قطعی معنایی ندارد و باید به‌صورت فازی مورد توجه قرار بگیرد.

با حل مدل ارائه‌شده مشخص می‌شود که سطح برآورد نیاز فنی، درصد شارژ آسیاب، میزان گچ اضافه‌شده به کلینکر، میزان آهک آزاد و سرعت سردشدن باید ۱۰۰٪ باشد، یعنی باید تمام تلاش را برای اجرای کامل آن DRs تا رسیدن به سطح کیفیت مطلوب انجام داد. در مقابل سطح برآورد فاز آلیت، فاز بلیت و C۳A به‌ترتیب ۸۰٪، ۵۶٪ و ۴۰٪ است. این اعداد نشان‌گر آن است که برای برآورده‌کردن مجموعه‌ی اهداف شرکت ــ شامل افزایش سطح رضایت مشتری، کاهش هزینه و کاهش سختی کار ــ توجه به فاز آلیت نسبت به فاز بلیت و C۳A از اهمیت بیشتری برخوردار است. دلیل به دست آمدن درصد پایین برای سطح برآورد فاز بلیت و C۳A را می‌توان به بالابودن هزینه و سختی کار نسبت داد. سطح برآورد درصد منیزیم به‌صورت فازی در دامنه‌ی (۰٫۶۲،۰٫۸۲) قرار گرفت که با دی‌فازی کردن آن می‌توان سطح برآورد را ۰٫۷۴ در نظر گرفت.

چشم‌انداز تحقیقات آینده

همواره در پس اجرای هر تحقیق علمی نکات مبهم و سرنخ‌هایی وجود دارد که می‌تواند زمینه‌ساز تحقیقات آینده باشد. این تحقیق نیز از این موضوع مستثنی نبوده و موارد زیر را به‌عنوان پیشنهادات پژوهشی در آینده ارائه می‌دهد.

۱. در این تحقیق چنان که دیده شد به‌منظور کاهش ابهام موجود در داده‌های زبانی از منطق فازی در شکل خطی سازی به‌کمک برش α استفاده شد. حال پیشنهاد این است که در تحقیقات آینده با استفاده از روش‌های مختلف فازی و مقایسه نتایج نهایی حاصل از روش‌های گوناگون مناسب‌ترین مدل فازی برای کاهش ابهام ذاتی موجود ارائه شود.

۲. در این تحقیق با خطی‌سازی مدل آرمانی و بیشینه‌کردن درجه عضویت هر آرمان به حل مدل پرداخته شد. در صورتی که در تحقیقات آینده می‌توان به تعیین حدود بالا و پایین هر هدف پرداخت و در نهایت با روش حداقل انحرافات آن را حل کرد و به مقایسه پاسخ از هر دو روش پرداخت.

۳. همان‌طور که دیده شد در این مدل برای نرمال‌سازی روابط CRs وDRs از رابطه‌ی واسرمن استفاده شد. در صورت وجود روش‌های دیگر می‌توان آن‌ها را امتحان، و جواب نهایی را با هم مقایسه کرد.

پانوشت‌ها

1. quality function deployment
2. customer requirements
3. design requirements
4. house of quality

منابع (References)

1. Chen, L.H. and Weng, M.H. "An evaluation approach to engineering design in QFD processes using fuzzy goal programming modeles", *European J. of Operation Research*, **172**, pp. 230-248 (2006).

2. Lee, Y.C., Sheu, L.C. and Tsou, Y.G. "Quality function deployment implementation based on fuzzy kano model: An application in PLM system", *Computer and Industrial Een.*, **55**, pp. 48-61 (2008).

3. Chen, L.H. and Ko, W.C. "A fuzzy nonlinear model for quality function deployment considering kano's concept", *Mathematical and Computer Modeling*, **48**, pp. 581-536 (2007).

4. Chen, L.H. and Ko, W.C. "Fuzzy linear programming models for new product design using QFD with FMEA", *Application Mathemathical Modeling*, **33**, pp. 633-647 (2008).

5. Kohansal, M. and Mohamadian, F. "Application of goal programming in determination of optimal pattern of

corps cultivation", 6th conference of Agricultural Economy (In Persain)(2007).

6. Meomariani, A., "Fuzzy goal programming Methods", Management Knowledge, **12**(46), pp.23-34 (In Persain) (1999).

7. Narasimhan, R. "Goal programming in a fuzzy environment", *Decision Sciences,* **11**, pp. 325-336 (1980).

8. Zimeerman, H.L. "Fuzzy programming and lineer programming with several objective function", *Fuzzy Set and System,* **1**, pp. 45-55 (1991).

9. Hannan, R. "On fuzzy goal programming", *Decision Sciences,* **12**, pp. 522-531 (1981).

10. Yang, J.P., Ignizio, H. and Kim, J. "Fuzzy programming with no linear membership function: Picewise linear programming approximation", *Fuzzy Set and System,* **11**, pp 39-53 (1991).

11. Tiwari, R.N., Dharmar, S. and Roa, J.R. "Priority structure in fuzzy goal programming", *Fuzzy Set and System,* **19**, pp. 251-259 (1996).

12. Khalilzadeh, M. and Malayeri, A., "A fuzzy linear programming for application in QFD", 4th Industrial Engineering International Conference, Tarbiat Modares university (In Persain) (2000).

13. Wasserman, G.S. "How to prioritize design requerment during the QFD planning prosses", *IIE Transaction,* **25**, pp. 59-65 (1993).

14. Chen, L.H. and Weng, M.C. "A fuzzy model for expoiling quality function deployment", *Mathematical and Computer Modeling,* **38**, pp. 559-570 (2003).