

استفاده از الگوریتم ژنتیک و تحلیل پوششی داده‌ها برای انتخاب کاراوترین چیدمان مبتنی بر ساختار نواری منعطف

مصطفی عابدزاده* (استادیار)

مصطفی هزبانی (دانشجوی کارشناسی ارشد)

دانشکده هندسی صنایع، دانشگاه خواجه نصیرالدین طوسی

«چیدمان تسهیلات» مسئله‌یی است که به تعیین موقعیت دپارتمان‌ها در کف کارخانه می‌پردازد. رایج‌ترین هدف در این مسئله کمینه‌سازی هزینه‌های حمل و نقل مواد است. بیشتر محققین به چندمنظوره بودن ماهیت مسائل چیدمان اذعان دارند و بنا براین، در تعیین مکان مناسب تسهیلات در نظر گرفتن اهداف مختلف ضرورت می‌یابد. از این رو در این نوشتار با در نظر گرفتن اهداف مختلف و به کارگیری یک رویکرد چندمرحله‌یی – شامل الگوریتم ژنتیک، الگوریتم 2-opt و شیوه‌ی تحلیل پوششی داده‌ها – یک چیدمان کارا برای مسئله‌ی چیدمان مبتنی بر ساختار نواری منعطف تعیین می‌شود. در این نوع چیدمان، دپارتمان‌ها به صورت پیوسته به نوارهای موازی با عرض‌های مختلف اختصاص می‌یابند. رویکرد پیشنهادی برای چندین مسئله‌ی موجود در ادبیات موضوع آزمایش شده است. نتایج به دست آمده نشان‌گر مؤثر بودن رویکرد پیشنهادی است.

abedzadeh@kntu.ac.ir
mostafamazinani@sina.kntu.ac.ir

واژگان کلیدی: مسئله‌ی چیدمان تسهیلات، ساختار نواری منعطف، الگوریتم ژنتیک، تحلیل پوششی داده‌ها، الگوریتم 2-opt.

۱. مقدمه

و باسته به تعداد دپارتمان‌هایی است که در آن نوار قرار می‌گیرند؛ عرض هر نوار از تقسیم مجموع مساحت دپارتمان‌های اختصاص یافته به آن نوار بر طرف کوچک طرح استقرار حاصل می‌شود. همچنین تعداد نوارها و تعداد دپارتمان‌هایی که در هر نوار قرار می‌گیرند قابل تغییرند (منعطف‌اند). در شکل ۱ نمونه‌یی از چیدمان مبتنی بر ساختار نواری منعطف نشان داده شده است.

FBS پیکربندی چیدمان ممکن را محدود می‌کند اما از ویژگی‌های مطلوبی نظری سادگی مسائل گستته و تا حدی بهینگی مسائل پیوسته برخوردار است. از آنجا که مسئله‌ی چیدمان تسهیلات از نوع NP-hard است^[۱] به منظور حل چنین مسائلی در یک مدت زمان معقول و با کیفیت خوب، انتخاب یک الگوریتم فراابتکاری قدرتمند ضروری است. امروزه از الگوریتم ژنتیک (GA)^[۲] بدليل قابلیت آن در جست‌وجوی موازی، در فضاهای پیچیده و برای جلوگیری از رسیدن به جواب بهینه‌ی محلی در بسیاری از زمینه‌ها استفاده می‌شود. در این نوشتار از الگوریتم ژنتیک برای حل مسئله‌ی چیدمان تسهیلات با ساختار نواری منعطف استفاده می‌شود.

در نهایت با توجه به چندمنظوره بودن مسائل چیدمان، بدیهی است که در نظر گرفتن معیارهای مختلف هنگام تعیین چیدمان مناسب منجر به بهبود عملکرد تسهیلات خواهد شد. بدین منظور در این نوشتار پس از تولید یک چیدمان کم‌هزینه (چیدمان اولیه) توسط الگوریتم ژنتیک، از آن به عنوان چیدمان پایه برای الگوریتم

یکی از مسائل مهم در مهندسی صنایع، پیدا کردن موقعیت دپارتمان‌ها در کف کارخانه در قالب مسئله‌ی چیدمان تسهیلات (FLP)^[۳] است. محققین مسئله‌ی چیدمان را یک مسئله‌ی بهینه‌سازی می‌دانند که تلاش می‌کند با در نظر گرفتن سیستم حمل و نقل مواد و عاملات مختلف بین تسهیلات، چیدمان‌هایی کارا ایجاد کند.^[۴]

از آنجا که یکی از عوامل مؤثر در عملکرد سیستم محل قرارگیری تسهیلات آن سیستم است، تحقیقات زیادی در ارتباط با این مسئله و تحت شرایط مختلف صورت گرفته است. از جمله شرایط قابل بررسی «نوع نمایش فضای مسئله» است. مرور تحقیقات انجام شده حاکی از آن است که بیشتر تحقیقات انجام شده از یک چیدمان گستته با هدف کمینه‌سازی هزینه استفاده می‌کند. این در حالی است که محققین مدل‌های پیوسته را مناسب‌تر می‌دانند^[۵] زیرا مدل‌های گستته برای تعیین محل دقیق تسهیلات کاربردی ندارند و در مسائلی که دپارتمان‌ها دارای مساحت نابرابرند کارآمد نیستند.

بدین منظور در این نوعی چیدمان پیوسته به نام ساختار نواری منعطف (FBS)^[۶] استفاده شده است. در چیدمان مبتنی بر ساختار نواری منعطف (FBS)، طرح استقرار به نوارهای عمودی یا افقی تقسیم می‌شود که عرض هر نوار منعطف،

* نویسنده مسئول
تاریخ: دریافت ۱۵ آگوست ۱۳۸۹، اصلاحیه ۴، ۱۳۹۰، پذیرش ۲۸ سپتامبر ۱۳۹۰.

	۳	۱۲		۴
۱۱	۹	۶	۷	۸
	۱۰			
	۵	۱		۲

شکل ۱. نمونه‌یی از چیدمان مبتنی بر ساختار نواری منعطف با نوارهای عمودی.

محققین با در نظر گرفتن چندین معیار، مسئله‌ی چیدمان مبتنی بر FBS را در حالت چندمنظوره بررسی کردند^[۱۰] و با استفاده از الگوریتم ژنتیک و روش الکترو^۸ در نظر گرفتن معیارهای هزینه‌ی حمل و نقل مواد، میزان مجاورت درخواستی، میزان فاصله‌ی درخواستی و نسبت شکل، مسئله را حل کردند. آن‌ها با استفاده از تابع هدف نسبت شکل، محدودیت‌های نسبت شکل را حذف کردند. این امر همواره سبب تولید چیدمان‌های ممکن در مراحل مختلف الگوریتم ژنتیک — بدون نیاز به راهکاری خاص در برخورد با محدودیت نسبت شکل — می‌شد. در سال ۲۰۰۷ نیز کلتورل-کوناک و همکارانش FBS را برای مسئله‌ی چیدمان مجدد تسهیلات (FRLP)^۹ در نظر گرفتند و آن را با استفاده از الگوریتم جستجوی ممنوع حل کردند.^[۱۱] دیگر محققین نیز با در نظر گرفتن فرضیاتی از قبیل فضای راهرو و نقاط ورودی و خروجی برای مسئله‌ی چیدمان مبتنی بر FBS، از الگوریتم ژنتیک برای حل آن استفاده کردند.^[۱۲]

در سال ۲۰۱۰ وانگ و کارودین^[۱۳] و کلتورل-کوناک و همکارانش^[۱۴] از الگوریتم کلونی مورچگان برای حل مسئله‌ی چیدمان مبتنی بر FBS استفاده کردند. آن‌ها با استفاده از دپارتمان‌های مجازی فضای خالی را نیز برای این مسئله در نظر گرفتند.

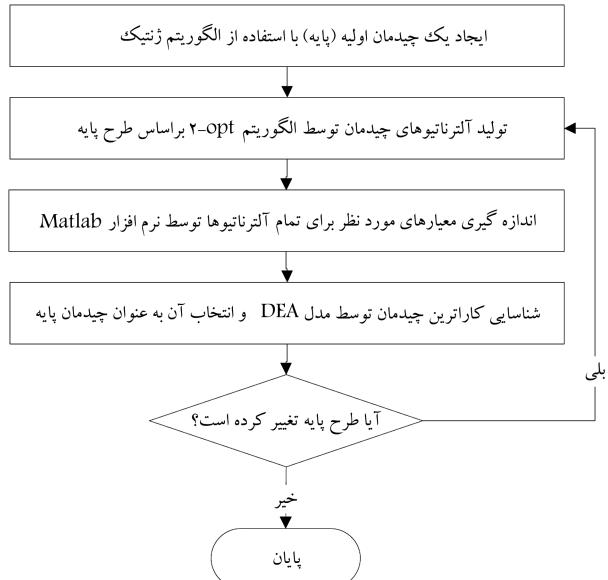
برخی از محققین معتقدند که اهمیت ارزیابی یک طرح چیدمان کمتر از اهمیت تولید آن نیست، و چون رویه‌ی ارزیابی طراحی چیدمان کارا نیازمند در نظر گرفتن معیارهای کمی و کیفی است از روش‌های تصمیم‌گیری مبتنی بر تحلیل پوششی داده‌ها برای ارزیابی طرح ارائه شده بهره می‌گیرند. تحلیل پوششی داده‌ها، روشی مبتنی بر برنامه‌ریزی ریاضی است که توانایی اندازه‌گیری کارایی نسبی واحدایی با چندین ورودی و چندین خروجی مشابه را دارد. این شیوه‌در ابتدا به منظور اندازه‌گیری کارایی معرفی شد، اما پس از مدتی مورد توجه متخصصین حوزه‌ی تصمیم‌گیری قرار گرفت و به عنوان یکی از شیوه‌های تصمیم‌گیری چندمعیاره پذیرفته شد. به این ترتیب که گزینه‌های مورد ارزیابی به عنوان یک واحد تصمیم‌گیری (DMU)^{۱۰} فرض شد و با در نظر گرفتن معیارهای منفی به عنوان «ورودی»، و معیارهای مثبت به عنوان «خروجی» واحدهای تصمیم‌گیری، مدل‌های تحلیل پوششی داده‌ها (DEA) در این رابطه حل می‌شود. عدد کارایی به دست آمده از مدل‌های تحلیل پوششی داده‌ها (DEA) برای رتبه‌بندی گزینه‌ها به کار می‌رود.^[۱۵]

در سال ۲۰۰۳ محققین با خاطرنشان کردن این نکته که مسائل جانمایی جزو مسائل چندمنظوره‌اند، از DEA و فرایند تحلیل سلسله‌مراتبی (AHP)^{۱۱} برای حل این گونه مسائل استفاده کردند.^[۱۶] در روش پیشنهادی آن‌ها ابتدا به کمک برنامه‌ی رایانه‌ی اسپرال تعدادی چیدمان مناسب به عنوان آلت‌راتای طراحی می‌شد. سپس با استفاده از فرایند تحلیل سلسله‌مراتبی (AHP) معیارهای کیفی سنجیده می‌شد و در نهایت، با توجه به اطلاعات خروجی از AHP و اطلاعات کمی اولیه، و نیز با استفاده از شیوه‌ی تحلیل پوششی داده‌ها کارآمدترین آلت‌راتای تعیین می‌شد. این محققین «هزینه» را اصلی‌ترین عامل ورودی در نظر گرفتند و با این استدلال که تغییر هزینه در مرحله‌ی طراحی ناچیز است، مسئله‌ی خود را به یک مسئله‌ی DEA با ورودی ثابت تبدیل کردند و برای حل آن از مدل DEA فاقد ورودی^[۱۷] بهره جستند. به این ترتیب با داشتن مقادیر خروجی، از DEA برای رتبه‌بندی و انتخاب نهایی بهترین طرح استفاده کردند. شایان ذکر است که روش پیشنهادی این محققین^[۱۸] به گزارش نگارنده‌گان این نوشتار اولین کاربرد DEA در حوزه‌ی طراحی چیدمان است. ارتی و همکارانش^[۱۹] این روش را با کمی تغییر برای ارائه‌ی چیدمانی کارا و استوار در شرایط پویا به کار برده‌اند. آنان فرض ثابت بودن ورودی‌ها را حذف کرده و معیارهایی که تمایل به کاهش آن‌ها وجود دارد را به عنوان ورودی در نظر گرفته‌اند. ارتی و

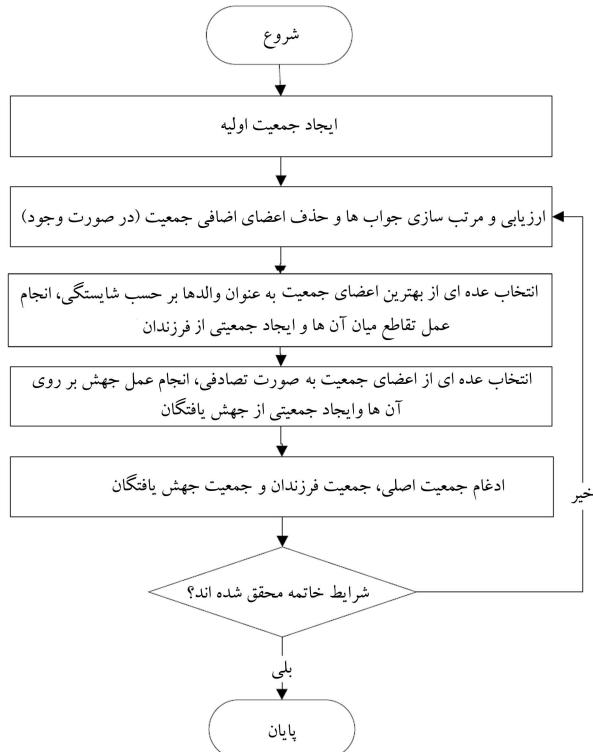
بهینه‌سازی جفتی (2-opt) استفاده می‌شود. سپس برای هریک از چیدمان‌های ایجادشده توسط الگوریتم 2-opt، چهار معیار هزینه‌ی حمل و نقل مواد، مجاورت درخواستی، فاصله‌ی درخواستی و نسبت شکل محسابه می‌شود؛ کاربرن این این معیارها با استفاده از تحلیل پوششی داده‌ها (DEA)^{۱۰} انتخاب می‌شود. تحلیل پوششی داده‌ها یکی از شیوه‌های تصمیم‌گیری چند معیاره (MCDM)^{۱۵} است که در سال‌های اخیر کاربرد آن در مسائل چیدمان اهمیت خاصی یافته است. با توجه به تحقیقات اندکی صورت گرفته در این زمینه و نیز وجود محدودیت‌ها و شرایط خاص مشاهده شده در تحقیقات موجود، در این نوشتار با استفاده از مدل‌های جدید تحلیل پوششی داده‌ها به توسعه و کاربرد بیشتر این شیوه در مسائل چیدمان تسهیلات خواهیم پرداخت.

۲. مرور ادبیات موضوع

در ادبیات موضوع چیدمان، برخی از محققین از یک رویکرد جالب تحت عنوان «ساختار نواری منعطف» برای ارائه‌ی طرح چیدمان استفاده کردند. این رویکرد که حالت محدودشده‌ی از مسائل چیدمان پیوسته است، برای اولین بار در سال ۱۹۹۱ ارائه شد.^[۲۰] پس از مطرح شدن این ایده، تیت و اسمیت^[۲۱] از الگوریتم ژنتیک، برای حل مسئله‌ی چیدمان تسهیلات مبتنی بر ساختار نواری منعطف استفاده کردند. آن‌ها جواب‌های مسئله را با دو کروموزم نمایش دادند. کروموزم اول نشان‌گر جایگشت دپارتمان‌ها بود که ترتیب فراگرفتن دپارتمان‌ها را در نوار نمایش می‌داد و کروموزم دوم شامل اطلاعاتی درباره‌ی تعداد نوارها و نقاط شکست بود. در سال ۲۰۰۱، محققین با در نظر گرفتن نقاط ورودی و خروجی برای دپارتمان‌ها، از الگوریتم ژنتیک برای حل آن استفاده کردند.^[۲۲] کلتورل-کوناک برای حل مسئله‌ی چیدمان مبتنی بر ساختار نواری منعطف از الگوریتم جستجوی ممنوع استفاده کردند.^[۲۳] اینی و همکارانش نیز از الگوریتم ژنتیک برای مسئله‌ی چیدمان با ساختار نواری منعطف وقتی که تقاضای تولید متغیر است بهره برند.^[۲۴] آنان برای این منظور از اعداد فازی برای محاسبه‌ی جریان مواد استفاده کردند. کوناک و همکارانش یک برنامه‌ریزی خطی مختلط عدد صحیح (MILP)^{۲۵} برای مسئله‌ی مبتنی بر ساختار نواری منعطف ارائه دادند.^[۲۶] این کار اولین رویکرد دقیق برای یافتن راه حل بهینه‌ی FBS است. آن‌ها با استفاده از محدودیت‌هایی مدل‌شان را استحکام بخشیدند و توانستند مسئله‌ی تا ۱۴ دپارتمان را به صورت دقیق حل کنند. این محدودیت‌ها شامل حذف جواب متقاضی و افزایش حد پایین مسئله و حذف جواب‌های تبیگن^{۲۷} است. در سال ۲۰۰۶ پژوهش‌گران مسئله‌ی چیدمان تسهیلات را تحت شرایط عدم قطعیت هزینه‌ی حمل و نقل مواد در یک مقیاس پیوسته با استفاده از امید ریاضی و انحراف استاندارد مربوط به پیش‌بینی تولید در نظر گرفتند و برای حل آن از یک الگوریتم ژنتیک با رمزگان مبتنی بر پایه‌ی اعداد تصادفی استفاده کردند.^[۲۸]



شکل ۲. مراحل رویکرد پیشنهادی.



شکل ۳. فلوچارت الگوریتم ژنتیک.

جدید با استفاده از سه عمل اصلی انتخاب، تقاطع و جهش انجام می‌شود. جمعیت جدید نیز با توجه به شرط خاتمه مورد ارزیابی مجدد قرار می‌گیرد. اگر شرط خاتمه محقق نشود، این عملیات دوباره تکرار می‌شود تا نسل بهینه‌تر دیگری به وجود آید. هرچند ممکن است هیچ‌یک از این راه حل‌ها جواب بهینه نباشند، بعضی از آن‌ها در مقایسه با دیگر راه حل‌ها به جواب بهینه نزدیک‌ترند. در شکل ۳ فلوچارت مراحل الگوریتم ژنتیک نشان داده شده است.

با استفاده از الگوریتم ژنتیک ارائه شده، تعداد بهینه‌ی نواحی، تعداد دپارتمان‌هایی

همکارانش اندازه‌ی معیارهای کیفی را از روش فرایند تحلیل سلسه‌ی مراتبی و با استفاده از نرم افزار Export choice به دست آوردند. همچنین برای تولید آلترا ناتیو های مورد نیاز از یک ابزار رایانه‌ی طراحی چیدمان به نام ویزفکتوری^{۱۲} استفاده کردند. پس از تولید گزینه‌های مناسب که تحت سناریوهای مختلف تقاضا خوب عمل می‌کنند، از مدل مینیماکس^{۱۳} تحلیل پوششی داده‌ها برای انتخاب بهترین چیدمان استفاده می‌شود. همچنین امین و طلوع^[۱۴] با استفاده از داده‌های ارتقی و همکارانش،^[۱۵] نیز با معرفی یک مدل برنامه‌ریزی خطی مختلط عدد صحیح (MILP) که قادر به شناسایی کارترین واحد تصمیم‌گیری (DMU) بود، کارترین چیدمان را شناسایی کردند.

با توجه به تحقیقات اندک صورت گرفته در زمینه‌ی چیدمان چندمنظوره، و نیز وجود محدودیت‌ها و شرایط خاصی که در تحقیقات موجود مشاهده شده، این نوشتار می‌کوشد با استفاده از یک مدل جدید ۲-opt و الگوریتم ژنتیک مسئله‌ی DEA در مسائل جانمایی را هدف گرفته است. استفاده از شیوه‌ی تحلیل پوششی داده‌ها مرا بای متعددی دارد، به طوری که می‌توان اهداف را بدون نزدیکی فرم طبیعی خودشان به کار برد. همچنین اهداف نیاز به وزن دهنی ندارند (وزن دهنی اهداف توسط خود مدل صورت می‌گیرد).

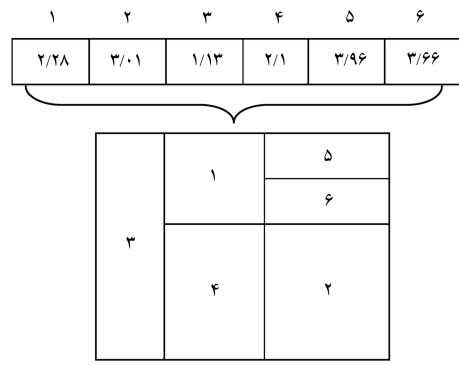
در این نوشتار ابتدا به منظور ایجاد یک چیدمان اولیه کم‌هزینه‌ی مبتنی بر ساختار نواری منعطف، از الگوریتم ژنتیک استفاده شده است. الگوریتم ژنتیک پیشنهادی، از نظر رمزگان جواب اولیه، تابع جریمه و عملگرهای جهش و تقاطع با الگوریتم‌های ژنتیک مطرح شده در ادبیات موضوع متفاوت است. سپس با ارائه مدل مختلط عدد صحیح و تحلیل پوششی داده‌ها و ترکیب این مدل با الگوریتم ۲-opt، کارترین چیدمان به دست می‌آید.

۳. رویکرد پیشنهادی

با توجه به این که مهم‌ترین هدف در مسائل چیدمان کمینه‌سازی هزینه‌ی حمل و نقل مواد است، ابتدا یک الگوریتم ژنتیک برای حل مسئله‌ی چیدمان تسهیلات^{۱۵} که فقط معیار هزینه را در نظر می‌گیرد — ارائه می‌شود. این چیدمان به عنوان چیدمان پایه‌ی الگوریتم ۲-opt قرار گرفته است. سپس در یک فرایند تکرار پذیر، با تولید آلترا ناتیو های مختلف چیدمان توسط الگوریتم ۲-opt، و انتخاب کارترین آن‌ها با استفاده از رویکرد تحلیل پوششی داده‌ها، هم‌زمان چندین هدف مدنظر قرار می‌گیرد. شکل ۲ مراحل رویکرد پیشنهادی را نشان می‌دهد.

۱.۳. الگوریتم ژنتیک پیشنهادی

الگوریتم ژنتیک، نوع خاصی از الگوریتم‌های تکاملی است که بر پایه‌ی سازوکارهای تکامل و طبیعت زن‌ها استوار است. ایده‌ی اصلی الگوریتم ژنتیک توسط هالند^{۱۶} مطرح شد.^[۱۷] الگوریتم‌های ژنتیک با جمعیتی موسوم به کروموزوم — که همان جواب‌های کدگذاری شده‌ی مسئله‌اند — کار می‌کنند. هر کروموزوم از واحدهای پایه‌ی بنام زن ساخته می‌شود. تابع برازش تعیین‌کننده‌ی میران موقعیت کروموزوم هاست. جمعیت اولیه معمولاً به صورت تصادفی ایجاد می‌شود و پس از آن الگوریتم ژنتیک وارد حلقه‌ی می‌شود که در آن به ایجاد نسل‌های متوالی از جواب‌ها می‌پردازد، به این امید که جمعیت‌های جدید بهتر از جمعیت‌های قدیم باشند، زیرا روش‌های مورد استفاده برای انتخاب جمعیت‌های جدید، با توجه به مناسب بودن آن‌ها اعمال شده‌اند. پس بهترین‌ها شناسی بیشتری برای تولید مثل خواهند داشت. ایجاد نسل



شکل ۴. نمونه‌ی از کروموزوم مسئله و چیدمان مربوط به آن.

شده باشد در این صورت $\alpha_i^{\max} = a_i \times (l_i^{\min})^{-\gamma}$ با استفاده از رابطه‌ی محاسبه می‌شود.
الگوریتم زنگین ارائه شده، با در نظر گرفتن جریمه برای جواب‌های نشدنی، از انتخاب آن‌ها جلوگیری می‌کند.تابع جریمه عبارت است از:

$$p_s = \left(Cost_{feas}^{\min} - Cost_{all}^{\min} \right) \times \left(\sqrt{n_s \left(1 + \sum_{i=1}^N \max\{0, \alpha_i - \alpha_i^{\max}\} \right)} \right)^k \quad (2)$$

که در آن $Cost_{feas}^{\min}$ کمترین هزینه‌ی حمل و نقل مواد مربوط به جواب‌های شدنی و $Cost_{all}^{\min}$ کمترین هزینه‌ی حمل و نقل مواد مربوط به جواب‌های شدنی یا نشدنی است که در طی جستجو تاکنون به دست آمده‌اند. همچنین k پارامتر شدت و تعداد دپارتمان‌های ناقص محدودیت شکل است. در بیشتر تحقیقات انجام شده یا از n_s یا از $\sum_{i=1}^N \max\{0, \alpha_i, \alpha_i^{\max}\}$ به عنوان ضریب تابع جریمه استفاده شده است. در این نوشتار از میانگین هندسی آن‌ها به عنوان ضریب تابع جریمه استفاده شده است. این کار سبب تمايز بیشتر حالات مختلف چیدمان‌های نشدنی می‌شود. تابع هزینه با در نظر گرفتن جریمه برای چیدمان‌های نشدنی عبارت است از:

$$Cost_s^p = Cost_s + \left(Cost_{feas}^{\min} - Cost_{all}^{\min} \right) \times \left(\sqrt{n_s \left(1 + \sum_{i=1}^N \max\{0, \alpha_i - \alpha_i^{\max}\} \right)} \right)^k \quad (3)$$

۳.۱.۳ روش انتخاب

در این الگوریتم از روش «چرخه‌ی رولت» برای انتخاب استفاده شده است. بدین صورت که احتمال انتخاب «کروموزوم با برازنگی بالاتر» بیشتر است. احتمال انتخاب متناظر با هر کروموزوم، براساس برازنگی آن کروموزوم از طریق رابطه‌ی ۴ محاسبه می‌شود:

$$p_s = \frac{e^{-\beta \frac{Cost_s^p}{Cost_{\max}^p}}}{\sum_{i=1}^n e^{-\beta \frac{Cost_i^p}{Cost_{\max}^p}}} \quad (4)$$

که در آن $Cost_s^p$ هزینه‌ی کروموزوم i و $Cost_{\max}^p$ بیشترین هزینه‌ی به دست آمده است. β نیز پارامتر شدت است و طوری تنظیم می‌شود که نیمی از کروموزوم‌ها درصد احتمال انتخاب را داشته باشند.

۴.۱.۳ عملگر تقاطع

عملگر تقاطع استفاده شده در این تحقیق تقاطع یکنواخت پیوسته است. در تقاطع یکنواخت پیوسته ابتدا دو کروموزوم انتخاب می‌شود. سپس یک کروموزوم تصادفی با توزیع یکنواخت بین صفر و ۱، هم‌طول با کروموزوم‌های موجود، تولید می‌شود. در نهایت با استفاده از روابط ۵ و ۶ فرزندان ایجاد می‌شوند:

$$y_{1i} = \lambda_i x_{1i} + (1 - \lambda_i) x_{2i} \quad \forall i = 1, 2, \dots, N \quad (5)$$

$$y_{2i} = \lambda_i x_{2i} + (1 - \lambda_i) x_{1i} \quad \forall i = 1, 2, \dots, N \quad (6)$$

که در آن x_{1i} و x_{2i} ها به ترتیب زن‌های والدین اول و دوم، و y_{1i} و y_{2i} ها به ترتیب زن‌های فرزندان اول و دوم هستند. همچنین λ زن کروموزوم تصادفی است. نحوه‌ی انجام عملیات تقاطع در شکل ۵ نشان داده شده است.

که در هر نوار قرار می‌گیرد، و نیز ترتیب قرارگیری دپارتمان‌ها در هر نوار به منظور کمینه‌کردن هزینه به دست می‌آید. در ادامه مراحل الگوریتم زنگین پیشنهادی تشریح می‌شود.

۱.۱.۳ کدگذاری

اولين گام در بهکارگيری و پياده‌سازی الگوریتم زنگین، نمايش جواب‌های مسئله به صورت يك کروموزوم است. در رمزگان استفاده شده در اين تحقیق هر کروموزوم از N زن تشکيل شده که هر زن عددی تصادفی بين ۱ و $B+1$ است. قسمت صحیح این عدد معرف شماره نوار و قسمت اعشاری آن نمایانگر اولویت قرارگیری دپارتمان در نوار است (اعداد کوچک‌تر از اولویت بالاتری برخوردارند). شکل ۴ طرحی را نشان می‌دهد که در آن ۶ دپارتمان در ۳ نوار جانمایی شده‌اند.

به عنوان مثال در طرح فوق زن مرتب با دپارتمان ششم (ششمین زن کروموزوم جواب) دارای مقدار ۳,۶۶ است. یعنی این دپارتمان در نوار سوم قرار می‌گیرد و چون در مقایسه با سایر دپارتمان‌های این نوار (دپارتمان ۲ با مقدار ۳/۰۱ و دپارتمان ۵ با مقدار ۳,۹۶) دارای رتبه‌ی دوم است، در طرح چیدمان دپارتمان‌ها در نوار سوم، اولویت دوم را به خود اختصاص داده است.

۲.۱.۳ تابع شایستگی

ارزیابی جواب‌ها بر مبنای هزینه‌ی حمل و نقل مواد صورت می‌گیرد. بنابراین هزینه‌ی کمتر معرف شایستگی بهتر خواهد بود. هزینه‌ی حمل و نقل مواد از طریق رابطه‌ی ۱ حساب می‌شود:

$$Cost_s = \sum_{i=1}^N \sum_{j \neq i}^N C_{ij} F_{ij} d_{ij} \quad (1)$$

که در آن N تعداد دپارتمان‌ها، F_{ij} جریان مواد بین دپارتمان‌های i و j است. همچنین C_{ij} هزینه‌ی حمل هر واحد مواد در هر واحد فاصله بین دپارتمان‌های i و j ، و d_{ij} فاصله‌ی مستطیلی بین مرکز دپارتمان‌های i و j است. باید توجه داشت که در هنگام تولید جواب‌ها، ممکن است برخی جواب‌ها دارای دپارتمان‌هایی با شکل‌های غیرعملي (نشدنی) باشند -- یعنی دپارتمان‌ها یا خيلي پهن و یا خيلي باریک باشند. در مسائل با ساختار نواری منطبق به منظور جلوگیری از تولید چنین جواب‌هایی از معیار «بیشینه نسبت طول به عرض» (α_i^{\max}) استفاده می‌شود. اگر α_i^{\max} نسبت طول به عرض به دست آمده‌ی دپارتمان i از یک جواب (چیدمان) باشد، این جواب شدنی است اگر و فقط اگر $\alpha_i^{\max} \leq \alpha_i$ به ازای هر دپارتمان i باشد. اگر در داده‌های مسئله به جای α_i^{\max} ، اطلاعات کمینه طول کناری مجاز (l_i^{\min}) داده

الف) میزان مجاورت درخواستی

در کارخانجات تولیدی ممکن است دو دپارتمان دارای اپراتور یا دستگاه مشترک باشند؛ بنابراین بهتر است این دپارتمان‌ها مجاور هم باشند. نزدیکی نشان‌گر میزان ضرورت استقرار این دپارتمان‌ها در مجاورت یکدیگر است. اندازه‌ی این معیار با توجه به نزدیکی و طول مرز مشترک محاسبه می‌شود:

$$\sum_{i=1}^N \sum_{j \neq i}^N D_{ij} co_{ij} = \text{میزان مجاورت درخواستی} \quad (8)$$

D_{ij} نشان‌دهنده‌ی نزدیکی دپارتمان‌های i و j است و co_{ij} نیز طول مرز مشترک بین دو دپارتمان را نشان می‌دهد.

ب) میزان فاصله‌ی درخواستی

گاهی به دلایلی مثل سروصدای لرزش، لازم است بعضی دپارتمان‌ها از یکدیگر فاصله‌ی مشخصی داشته باشند:

$$\sum_{i=1}^N \sum_{j \neq i}^N E_{ij} d'_{ij} = \text{میزان فاصله‌ی درخواستی} \quad (9)$$

E_{ij} بیان‌گر نزدیکی درخواستی بین دو دپارتمان i و j است و d'_{ij} یک واحد مسافت، و نیز d'_{ij} فاصله‌ی اقلیدسی بین مرکز دپارتمان‌های i و j است.

ج) نسبت شکل

در رویکردهای موجود برای حل مسئله‌ی طراحی چیدمان برای هر دپارتمان، مساحت مورد نیاز به عنوان «وروودی» مسئله‌ی در نظر گرفته می‌شود و از فاکتور بیشترین نسبت شکل (نسبت طول به عرض) استفاده می‌شود. این فاکتور در بیشتر مسائل در قالب محدودیت بیان می‌شود. در شرایط واقعی با توجه به نوع کار و تجهیزات، برای هر دپارتمان یک شکل بهینه وجود دارد. معیار نسبت شکل، از اختلاف نسبت شکل به دست آمده (α) با مقدار نسبت شکل ایده‌آل (α^*) حاصل می‌شود.

$$\sum_{i=1}^N |\alpha_i - \alpha_i^*| = \text{نسبت شکل} \quad (10)$$

چنان‌که اشاره شد مهم‌ترین هدف در مسائل چیدمان تسهیلات، کمینه‌کردن هزینه‌ی حمل و نقل مواد است. در این مقاله نیز به این هدف ارتش بیشتری داده شده است. بدین‌منظور چیدمان به دست آمده از الگوریتم زنتیک، که چیدمانی کم‌هزینه است، به عنوان چیدمان پایه‌ی الگوریتم 2-opt قرار گرفته و آلترا ناتیوهای مختلف چیدمان ایجاد می‌شود. برای هر چیدمان کاندید چهار معیار شامل هزینه‌ی حمل و نقل مواد، میزان مجاورت درخواستی، میزان فاصله‌ی درخواستی و نسبت شکل محاسبه می‌شود. سپس با استفاده از شیوه‌ی تحلیل پوششی داده‌ها کارترین چیدمان کاندید انتخاب می‌شود. بعد از شناسایی کارترین چیدمان از میان چیدمان‌های کاندید مجدد آن را به عنوان چیدمان پایه‌ی الگوریتم 2-opt در نظر گرفته و این روند تکرار می‌شود. چنانچه در دو مرحله‌ی متوالی چیدمان کارا تغییر نکند، الگوریتم خاتمه می‌یابد. یادآور می‌شود که در هر مرحله تعداد N چیدمان کاندید تولید می‌شود.

نکته‌ی دیگری که باید به آن اشاره شود این است که در شیوه‌ی تحلیل پوششی داده‌ها، معیارهایی که زیاد بودن شان مناسب و کم بودن شان نامناسب است (شامل معیارهای میزان مجاورت درخواستی و میزان فاصله‌ی درخواستی) به عنوان «خروجی»، و معیارهایی که کم بودن شان مطلوب است (شامل معیارهای هزینه‌ی حمل و نقل مواد و نسبت شکل) به عنوان «وروودی» تحلیل پوششی داده‌ها در نظر گرفته

	۱	۲	۳	۴	۵	۶	۷	۸
والد ۱	۳/۳۸	۱/۷۸	۳/۷۲	۱/۷	۲/۶۷	۲/۴۹	۲/۶	۱/۷۸
والد ۲	۲/۷۸	۳/۴۲	۳/۹۳	۲/۲۳	۳/۲۵	۱/۵۵	۳/۲۳	۱/۶۱
کروموزوم تصادفی	۰/۳۶	۰/۵۵	۰/۷۴	۰/۰۳	۰/۱۱	۰/۲۷	۰/۱۱	۰/۲۶
فرزنده ۱	۲/۹۹	۲/۵۱	۲/۷۷	۲/۲۱	۳/۱۸	۱/۸	۳/۱۶	۱/۶۵
فرزنده ۲	۳/۱۶	۲/۶۸	۳/۸۷	۱/۷	۲/۷۳	۲/۲۳	۲/۶۶	۱/۷۳

شکل ۵. نمایش چگونگی انجام عملیات تقاطع.

۱.۳. عملگر جهش

در این مقاله از سه عملگر جهش مختلف استفاده شده است:

۱. یک ژن به طور تصادفی انتخاب می‌شود و سپس با یک عدد تصادفی بین ۱ و $B + 1$ که براساس رابطه y تولید می‌شود، جایگزین می‌شود.

$$x'_i = \begin{cases} x_i + ((B+1) - x_i) \tanh(kz) & \tanh(kz) \geq 0 \\ x_i + (x_i - 1) \tanh(kz) & \tanh(kz) < 0 \end{cases} \quad (7)$$

x مقدار ژن تصادفی انتخاب شده، x' مقدار جایگزین شده، z یک عدد تصادفی نرمال استاندارد و k ضریب آن است. استفاده از روش فوق سبب می‌شود جهش‌ها در همسایگی ژن قبلی و با احتمال بیشتری صورت گیرد و از تغییرات خیلی زیاد جلوگیری شود.

۲. سه ژن به طور تصادفی انتخاب می‌شود و سپس از بین جایه‌جایی‌های دوتایی و سه‌تایی این ژن‌ها، جایه‌جایی که منجر به کمترین هزینه می‌شود، صورت می‌پذیرد.

۳. با استفاده از الگوریتم 2-opt تمام جایه‌جایی‌های دوتایی ژن‌های یک کروموزوم انجام می‌شود، و از بین آن‌ها جایه‌جایی که منجر به کمترین هزینه می‌شود انتخاب خواهد شد.

۱.۴. انتخاب نسل جدید

در این نوشتار جمعیت قبلي، جمعیت فرزندان و جمعیت جهش‌یافتنگان بر حسب شایستگی مرتب می‌شود و به تعداد کروموزوم‌های نسل اولیه، بهترین‌ها به ترتیب برای نسل جدید انتخاب می‌شوند.

۱.۵. شرط توقف

در این نوشتار شرط توقف، تولید بدون بهبود تعداد مشخصی جواب با بهترین برازش جمعیت در نظر گرفته شده است.

۲.۳. ایجاد آلترا ناتیوهای چیدمان و ارزیابی کارایی چیدمان‌های کاندید بیشتر تحقیقات انجام‌گرفته در زمینه‌ی چیدمان تسهیلات بر کمینه‌کردن هزینه‌ی حمل و نقل مواد تمرکز داشته‌اند بدون آن که دیگر اهداف را نیز مد نظر قرار دهند، حال آن که مسائل مربوط به چیدمان تسهیلات ماهیت چندمنظوره دارند و باید عامل‌های دیگری به جز هزینه برای ارزیابی طرح‌های چیدمان مدد نظر قرار گیرد. محققین با بررسی مقالات چندمنظوره به این نتیجه رسیدند که نبود چارچوبی کلی و مناسب برای ارزیابی چیدمان‌های مختلف باعث شده که پژوهش‌گران با توجه به نظرات شخصی خود به ارزیابی طرح‌های چیدمان پردازند.^[۱۰] از این‌رو آن‌ها سه معیار کمی مناسب -- علاوه بر هزینه‌ی حمل و نقل مواد -- برای ارزیابی مسائل چیدمان پیشنهاد دادند. در این نوشتار از معیارهای مشابه استفاده شده که عبارت‌اند از:

$$\sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m w_i x_{ij} \leq 0 \quad j = 1, \dots, n \quad (14)$$

$$w_i - \varepsilon \geq 0 \quad i = 1, \dots, m \quad (15)$$

$$u_r - \varepsilon \geq 0 \quad r = 1, \dots, s \quad (16)$$

در مدل مرحله‌ای اول، n تعداد DMU‌ها، m تعداد ورودی‌ها، و s تعداد خروجی‌هاست. همچنین x_{ij} نشان‌گر i امین ورودی واحد زام، y_{rj} نشان‌گر r امین خروجی واحد زام، w_i وزن تخصیص داده شده به ورودی i ام، و u_r وزن تخصیص داده شده به خروجی r ام است. پس از محاسبه‌ی مقدار ε^* از مدل مرحله‌ای اول، این مقدار در مدل مرحله‌ای دوم جایگذاری شده و با حل مدل مرحله‌ای دوم که در ادامه آمده، کارترین DMU شناسایی می‌شود.

مدل مرحله‌ای دوم برای شناسایی کارترین DMU.

$$\min Z = M \quad (17)$$

Subject to :

$$M - d_j \geq 0 \quad j = 1, \dots, n \quad (18)$$

$$\sum_{i=1}^m w_i x_{ij} \leq 1 \quad j = 1, \dots, n \quad (19)$$

$$\sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m w_i x_{ij} + d_j = 0 \quad j = 1, \dots, n \quad (20)$$

$$\sum_{j=1}^n \theta_j = n - 1 \quad (21)$$

$$\theta_j - d_j \beta_j = 0 \quad j = 1, \dots, n \quad (22)$$

$$w_i \geq \varepsilon^* \quad i = 1, \dots, m \quad (23)$$

$$u_r \geq \varepsilon^* \quad r = 1, \dots, s \quad (24)$$

$$d_j \geq 0, \theta_j \in \{0, 1\} \quad j = 1, \dots, n \quad (25)$$

در مدل مرحله‌ای دوم، M بیشترین میزان عدم کارایی و d_j میزان عدم کارایی زمین واحد تصمیم‌گیری (DMU) است. اما عاملی که باعث غیرخطی شدن مدل امین می‌شود، محدودیت $= d_j \beta_j - \theta_j$ است. با توجه به این که $1 \geq \theta_j \geq \beta_j$ ، می‌توان با تقسیم طرفین معادله بر β_j به محدودیت زیر رسید.

$$\frac{\theta_j}{\beta_j} - d_j = 0 \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (26)$$

حال با تغییر متغیر $\frac{1}{\beta_j} = \gamma_j$ محدودیت زیر حاصل می‌شود:

$$\theta_j \gamma_j - d_j = 0 \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (27)$$

همچنین داریم:

$$\beta_j \geq 1 \Rightarrow 0 < \frac{1}{\beta_j} \leq 1 \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (28)$$

بنابراین می‌توان از محدودیت ۲۷ به جای محدودیت ۲۱ استفاده کرد. همچنان مدل غیرخطی است، اما محدودیت $= d_j \gamma_j - \theta_j$ را می‌توان به فرم خطی تبدیل کرد. چنانچه در محدودیتی دو متغیر در هم ضرب شده باشند (xy) به طوری که یکی از آنها (x) متغیری مقید (\geq) و دیگری (y) متغیر بازیز باشد، می‌توان آن محدودیت را مطابق روش زیر خطی کرد:

$$x' \leq My \quad (29)$$

$$x' \leq x + M(1 - y) \quad (30)$$

$$x' \geq x - M(1 - y) \quad (31)$$

$$x, x' \geq 0, y = \{0, 1\} \quad (32)$$

می‌شوند. بنابراین دو ورودی و دو خروجی داریم. اما با توجه به این که در این تحقیق سعی شده به معیار هزینه وزن بیشتری داده شود، معیار نسبت شکل به یک خروجی تبدیل می‌شود. از این رو برای معیار نسبت شکل از رابطه‌ی ۱۱ استفاده می‌شود:

$$(11) \quad \text{نسبت شکل} = \sum_{i=1}^N \frac{1}{|\alpha_i - \alpha_i^*|}$$

۳. مدل تحلیل پوششی داده‌ها برای محاسبه‌ی کارترین چیدمان

نکته‌ی قابل توجه در بسیاری از مدل‌های تحلیل پوششی داده‌ها این است که باید برای با تعداد گزینه‌های مورد ارزیابی یک مدل برنامه‌ریزی خطی حل شود. سپس مقدار تابع هدف حاصل از مدل‌های حل شده (کارایی)، معیار رتبه‌بندی گزینه‌ها خواهد بود. بنابراین در صورت وجود n گزینه، پیدا کردن بهترین گزینه (رتبه‌ی اول) نیز مستلزم حل n مدل برنامه‌ریزی خطی خواهد بود. همچنین در مدل‌های کلاسیک تحلیل پوششی داده‌ها، ممکن است تعداد زیادی DMU کار شوند. با توجه به رویکرد چند مرحله‌ای الگوریتم پیشنهادی باید یک چیدمان بهترین گزینه (رتبه‌ی اول) برای مرحله‌ی بعد انتخاب شود. بنابراین انتخاب کارترین چیدمان از بین چیدمان‌های به‌ظره‌ر کارا از اهمیت بالایی برخوردار است.

اخيراً مدل‌های جدید تحلیل پوششی داده‌ها مطرح شده‌اند که توانایی شناسایی کارترین واحد را دارد. از جمله‌ی این مدل‌ها، می‌توان به مدل مینیماکس ارتی و همکاران^[۱۸] اشاره کرد. این مدل با استفاده از روش سعی و خط کارترین DMU را شناسایی می‌کند که این خود نقطه‌ی ضعف این مدل به حساب می‌آید. برای رفع این مشکل امین و طلوع^[۱۹] براساس مدل مینیماکس پیشنهادی ارتی و همکارانش،^[۲۰] مدل DEA دو مرحله‌ای ارائه داده‌اند که به‌کمک آن می‌توان با حل یک مدل برنامه‌ریزی خطی و یک مدل برنامه‌ریزی خطی مختلط عدد صحیح، بهترین گزینه (کارترین DMU) را تعیین کرد. عملکرد این مدل چنان بود که از میان n گزینه، گزینه‌ی به عنوان کارترین (برترین) انتخاب می‌شد. ضعف این مدل این بود که همواره ناکارایی یک DMU مقدار صفر و بقیه DMU‌ها مقدار ۱ بود. یعنی بین DMU‌های ناکارایی به‌ترتیب صورت نمی‌گرفت. امین^[۲۱] در سال ۲۰۰۹ با تغییرات اندکی در مدل مرحله‌ی دوم توانست این ضعف را برطرف کند و رویکرد پیشنهادی را بهبود بخشد. اما این امر سبب غیرخطی شدن مدل مرحله‌ای دوم شد. در این مقاله با برطرف کردن این ضعف، مدل غیرخطی مرحله‌ای دوم به یک مدل برنامه‌ریزی خطی مختلط عدد صحیح تبدیل شده و از آن برای شناسایی کارترین چیدمان در مراحل رویکرد پیشنهادی استفاده شده است. خطی کردن مدل امین سبب می‌شود که نرم‌افزارهایی که قادر به حل مدل‌های غیرخطی نیستند بتوانند این مدل را حل کنند، زمان حل نیز به میزان قابل توجهی کاهش باید. در ادامه به مدل دو مرحله‌ای امین، ایتا^{*} که پیشنهاده مدل مرحله‌ای دوم پرداخته‌ایم. در مدل دو مرحله‌ای امین، ایتا^{*} که ذکر است که استفاده از ε^* را کوک^[۱۵] و همکاران^[۲۲] به منظور تمايز بهترها پیشنهاد کرد. مدل مرحله‌ای اول، تعیین بافتی مدل کوک و همکاران است که در ادامه آمده است.

مدل مرحله‌ای اول برای شناسایی ε^* .

$$(12) \quad \max \varepsilon^* = \varepsilon$$

Subject to :

$$(13) \quad \sum_{i=1}^m w_i x_{ij} \leq 1 \quad j = 1, \dots, n$$

جدول ۱. مسائل نمونه‌یی.

مرجع داده‌ها	محدودیت شکل	ابعاد طرح استقرار	تعداد دپارتمان‌ها	مسائله
[۲۳]	$l^{\min} = 5$	51×25	۱۰	VC ۱۰
[۲۳]	$l^{\min} = 5$	51×25	۱۰	VC ۱۰ Rs
[۲۴]	$\alpha^{\max} = 5$	51×25	۱۰	VC ۱۰ Ra
[۲۵]	$l^{\min} = 1$	10×6	۱۲	BA ۱۲
[۲۵]	$l^{\min} = 1$	9×7	۱۴	BA ۱۴
[۲۶]	$\alpha^{\max} = 4$	4×3	۱۲	NUG ۱۲
[۲۶]	$\alpha^{\max} = 4$	3×5	۱۵	NUG ۱۵
[۲۷]	متغیر	30×20	۲۰	AB ۲۰

ویندوز ۷ حل شده‌اند. در این مثال‌ها عملکرد الگوریتم ژنتیک پیشنهادی نسبت به رویکردهای دیگر نظریر الگوریتم ژنتیک تیت و اسمیت،^[۴] مدل ترکیبی فازی و ژنتیک اینا و همکاران،^[۷] رویکرد MILP کوناک و همکاران^[۸] و الگوریتم‌های کلونی مورچگان وانگ و کمارودین،^[۱۳] و کلتولر کوناک و همکارانش^[۲۴] مقایسه شده است. بهمنظور همسانسازی با این مقالات تنها نوارهای عمودی به کار برده می‌شود.

مسئله‌ی AB ۲۰ که توسط آرمورو بوفا^[۲۷] ارائه شد، هنوز به عنوان یک مسئله‌ی چیدمان نسبتاً بزرگ که نمی‌تواند در مدت زمان منطقی به صورت بهینه حل شود، در نظر گرفته می‌شود. تیت و اسمیت،^[۴] AB ۲۰ را بر مبنای ساختار نواری منعطف و بیشینه نسبت طول به عرض‌های مختلف بین ۱۰۰۰۰ تا ۱۷۰۶۷۷^[۱۰] بررسی کردند. بعداً اینا و همکاران^[۷] مسائل مشابهی را با استفاده از مدل ترکیبی فازی و ژنتیک حل کردند و برخی از نتایج به دست آمده از الگوریتم ژنتیک تیت و اسمیت را بهبود بخشدیدند. در سال ۲۰۱۰ وانگ و کمارودین^[۱۳] و کلتولر کوناک و همکاران^[۲۴] با استفاده از الگوریتم کلونی مورچگان تایپ تحقیقات قبلی را بیشتر بهبود دادند. به دلیل آن که رویکردهای گذشته مبتتنی بر FBS است، داده‌های این مسائل می‌توانند مقایسه‌ی خوبی را برای ارزیابی الگوریتم ژنتیک پیشنهادی با نسبت‌های طول به عرض مختلف ارائه دهد. در جدول ۲ نتایج به دست آمده توسط الگوریتم ژنتیک پیشنهادی در پنج بار اجرای آن ارائه شده است. بهترین جواب به دست آمده بهخوبی جواب‌های حاصل از تحقیقات قبلی است. در جدول ۲ بهترین جواب هر مسئله در کل تحقیقات انجام شده به صورت پرنگ نشان داده شده است. واضح است که الگوریتم ژنتیک پیشنهادی بسیار موقیت‌آمیز بوده و در مقایسه با رویکردهای گذشته در ۱۱ حالت از ۱۲ حالت نسبت طول به عرض عملکرد بهتری داشته است. این ۱۱ جواب جدید، بهترین جواب‌های شناخته شده برای مسئله‌ی AB ۲۰ با بیشینه نسبت طول به عرض‌های مختلف را ارائه می‌دهد.

در جدول ۳ جزئیات بهترین جواب‌های به دست آمده توسط الگوریتم ژنتیک پیشنهادی برای مسئله‌ی AB ۲۰ ارائه شده است. در این جدول جواب‌های الگوریتم ژنتیک پیشنهادی کدگذاری شده‌اند. نوارها با نماد (۰) از یکدیگر جدا شده‌اند و ترتیب دپارتمان‌ها درون هر نوار از پایین به بالا است. باید به این نکته توجه داشت که مقادیر بیشینه نسبت طول به عرض ۱۰۰۰۰، ۵۰ و ۲۵ غیرعادی است و برای مسئله‌ی چیدمان زیادند. به هر حال این‌گونه مسائل برای اثبات این که الگوریتم ژنتیک قادر به جست‌وجوی چیدمان‌های بسیار متنوعی است، اهمیت دارد. برای مثال برای $a^{\max} = 10000$ بهترین جواب شامل یک نوار است. در

که در آن M عددی بزرگ است. بنابراین متغیر x' را می‌توان با حاصل ضرب متغیرهای x و y جایگزین کرد. از محدودیت‌های فوق نتیجه می‌شود که چنانچه متغیر y مقدار صفر به خود بگیرد متغیر x' صفر می‌شود و چنانچه متغیر y مقدار ۱ بگیرد، متغیر x' مقداری برابر متغیر x اختیار می‌کند. در مدل مسئله با توجه به این که متغیر z نمی‌تواند مقداری بیشتر از ۱ اختیار کند، مقدار M برابر ۱ فرض شده است. محدودیت‌های فوق را برای مسئله می‌توان چنین بیان کرد:

$$\gamma'_j - d_j = 0 \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (32)$$

$$\gamma'_j \leq \theta_j \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (34)$$

$$\gamma'_j \leq \gamma_j + (1 - \theta_j) \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (35)$$

$$\gamma'_j \geq \gamma_j - (1 - \theta_j) \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (36)$$

$$\gamma'_j \geq 0, l \leq \gamma_j \leq 1 \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (37)$$

گفتنی است در رابطه‌ی ۳۷، l مقدار مشیت بسیار کوچکی است. بنابراین مدل مسئله را می‌توان در حالت برنامه‌ریزی خطی مختلط عدد صحیح بازنوسی کرد: مدل MILP پیشنهادی برای شناسایی کارترین DMU.

$$\min Z = M \quad (38)$$

Subject to :

$$M - d_j \geq 0 \quad j = 1, \dots, n \quad (39)$$

$$\sum_{i=1}^m w_i x_{ij} \leq 1 \quad j = 1, \dots, n \quad (40)$$

$$\sum_{r=1}^s u_r y_{rj} - \sum_{i=1}^m w_i x_{ij} + d_j = 0 \quad j = 1, \dots, n \quad (41)$$

$$\sum_{j=1}^n \theta_j = n - 1 \quad (42)$$

$$\gamma'_j - d_j = 0 \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (43)$$

$$\gamma'_j \leq \theta_j \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (44)$$

$$\gamma'_j \leq \gamma_j + (1 - \theta_j) \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (45)$$

$$\gamma'_j \geq \gamma_j - (1 - \theta_j) \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (46)$$

$$w_i \geq \varepsilon^* \quad i = 1, \dots, m \quad (47)$$

$$u_r \geq \varepsilon^* \quad r = 1, \dots, s \quad (48)$$

$$d_j, \gamma'_j \geq 0, l < \gamma_j \leq 1, \theta \in \{0, 1\} \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (49)$$

۴. مثال‌های عددی و مقایسه‌ی نتایج

در این بخش با حل چندین مثال، کارایی رویکرد پیشنهادی بررسی می‌شود. توجه به این که مسئله‌ی «چیدمان تسهیلات با ساختار نواری منعطف» قبلاً توضیح محققین دیگری مورد بررسی قرار گرفته، از داده‌ها و مثال‌های معروف در ادبیات موضوع بهمنظور ارزیابی الگوریتم پیشنهادی استفاده شده، و نتایج حاصل از رویکرد پیشنهادی با نتایج حاصل از تحقیقات قبلی مقایسه شده است. مسائل نمونه‌یی مورد استفاده در این نوشтар و خلاصه ویژگی‌های آن‌ها — نظری اندازه، محدودیت شکل، و مرجع داده‌های اولیه — در جدول ۱ نشان داده شده است. همچنین الگوریتم ژنتیک پیشنهادی والگوریتم ۲-opt برای محاسبه‌ی الترانیوهای چیدمان در نرم‌افزار MATLAB ۲۰۰۹^{۲۳/۳} برگرفته شده است. تمامی مسائل نمونه‌یی در رابطه‌یی با پردازنده‌ی دو هسته‌ی ۲/۲ گیگاهرتز و حافظه‌ی اصلی ۴ گیگابایت در سیستم عامل

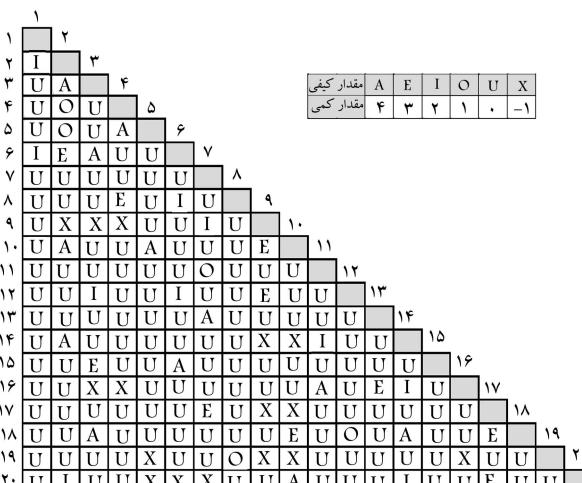
جدول ۲. مقایسه‌ی مسئله‌ی AB²⁰.

زمان	درصد حل (%)	تعداد تکرار	میانگین GA	بهترین جواب	کامارودین پیشنهادی	وانگ و پیشنهادی	کلتور-کوناک	کوناک و کوناک	انیا و همکاران	تیت و اسمیت	α^{\max}
(ثانیه)	(%)	بهبود جواب	GA	جواب	[۱۳]	[۱۴]	[۸]	[۷]	[۶]		
۳۱۳	۳,۰۹	۵	۱۵۸۷,۹۱	۱۵۸۷,۹۱	-	۱۶۳۸,۵	-	۱۶۳۸,۵	۱۶۳۸,۵	۱۰۰۰	
۳۲۹	۱۱,۹۹	۵	۲۳۸۱,۸۶	۲۳۸۱,۸۶	-	۲۷۰۶,۵	-	۳۰۰۹,۵	۳۰۰۹,۵	۵۰	
۳۳۶	۳,۸۲	۵	۲۳۹۱,۹۵	۲۳۹۱,۹۵	-	۳۵۲۶,۵	-	۳۵۳۵,۱	۳۵۳۵,۱	۲۵	
۳۳۴	۱,۸۴	۵	۴۰۴۳,۹۱	۴۰۴۳,۹۱	-	۴۱۱۹,۸	-	۴۱۴۰,۵	۴۲۹۶,۱	۱۵	
۳۷۲	۱,۷۱	۴	۴۳۹۶,۲۳	۴۳۹۶,۷۴	-	۴۴۴۰,۷	-	۴۴۴۰,۷	۴۶۳۳,۳	۱۰	
۳۵۶	۱,۵۸	۲	۴۸۲۹,۵۲	۴۷۱۷,۵۳	-	۴۷۹۳,۵	-	۴۷۹۳,۵	۵۲۵۵	۷	
۳۸۳	۲,۱۵	۴	۵۱۹۲,۱۳	۵۱۸۳,۵۲	-	۵۲۹۷,۶	-	۵۳۹۷,۶	۵۵۲۴,۷	۵	
۳۷۴	۳,۳۱	۳	۵۲۰۶,۷۱	۵۱۸۳,۵۲	-	۵۳۶۰,۸	-	۵۳۷۰,۹	۵۷۴۳,۱	۴	
۳۹۲	۴,۰۲	۳	۵۳۸۶,۰۸	۵۳۶۹,۳	-	۵۵۹۴,۳	-	۵۵۹۴,۳	۵۸۳۲,۶	۳	
۴۱۳	۲,۸۷	۲	۵۷۲۲,۹۲	۵۶۷۷,۸۳	-	۵۸۴۵,۳	-	۶۰۲۳,۲	۶۱۷۱,۱	۲	
۴۱۷	۰	۲	۵۷۴۲,۳۷	۵۶۷۷,۸۳	۵۶۷۷,۸۳	۵۸۴۵,۳	۶۸۹۰,۸۲	۶۴۵۳,۱	۷۲۰۵,۴	۱,۷۵	
۴۵۲	۲,۸۷	۱	۵۸۶۳,۴۶	۵۶۷۷,۸۳	-	۵۸۴۵,۳	-	۶۰۲۹,۳	۶۶۶۲,۹	۱,۷۰۶۶۷	

احتمال جهش = ۲، احتمال تقاطع = ۰، جمعیت اولیه = ۷۰، شرط خاتمه = ۱۰۰۰

جواب FBS برای هر مسئله به صورت پرزنگ نشان داده است. جدول ۵، نحوه نمایش چیدمان حاصل از بهترین جواب‌های به دست آمده را نشان می‌دهد. به منظور محاسبه‌ی کاراترین چیدمان برای یک مثال عددی، از مسئله‌ی AB²⁰ با بیشینه نسبت طول به عرض ۲ استفاده می‌شود. برای انجام این کار، نیاز به اطلاعاتی برای نزدیکی و نسبت شکل ایده‌آل است. بدین‌منظور ماتریس نزدیکی به عنوان به صورت تصادفی تولید می‌شود. همچنین عدد طلایی ($\phi = 1,618$) به عنوان مقدار ایده‌آل نسبت طول به عرض برای همه دپارتمان‌ها در نظر گرفته شده است. شکل ۶، نمودار رابطه فعالیت‌های تصادفی تولیدشده برای مسئله‌ی AB²⁰ را نشان می‌دهد.

با انجام تعویض‌های دوتایی توسط الگوریتم 2-opt روی چیدمان اولیه به دست



شکل ۶. ماتریس نزدیکی و جدول میزان ارزش روابط کیفی.

جدول ۳. جواب مسئله‌ی AB²⁰.

بهترین جواب به دست آمده از الگوریتم زنتیک پیشنهادی	α^{\max}
۱۰,۱۸,۵,۲۰,۸,۷,۶,۲,۴,۱۹,۳,۱۰,۱۴,۹,۱۵,۱۲,۱۷,۱۳,۱۶,۱۱	۱۰۰۰
۱۱,۱۶,۱۳,۱۷,۱۲,۱۵,۹,۱۴,۱۰,۱۰,۳,۱۹,۴,۲,۶,۷,۸,۲۰,۵,۱۸,۱	۵۰
۱۱,۱۱,۱۶,۱۷,۱۲,۱۳,۱۵,۱۰,۱۴,۳,۱۹,۴,۲,۵,۹,۸,۷,۶,۲۰,۱۸	۲۵
۱۱,۱۶,۱۷,۱۲,۱۵,۲۰,۸,۷,۲,۴,۱۹,۹,۱۰,۱۴,۳,۱۳,۵,۶,۱۱۸	۱۵
۱۱,۱۶,۱۷,۱۲,۱۵,۱۳,۱۰,۹,۱۰,۳,۱,۵,۲۰,۸,۷,۲,۴,۶,۱۸	۱۰
۱۱,۱۶,۱۷,۱۲,۱۵,۱۴,۱۰,۹,۳,۱,۵,۱۹,۲۰,۸,۷,۶,۲,۴,۱۸	۷
۱۱,۱۶,۱۷,۱۲,۱۴,۱۰,۹,۱۲,۳,۱۹,۲۰,۸,۷,۲,۴,۶,۱۸,۲۰	۴-۵
۱۱,۱۶,۱۵,۱۳,۱۷,۱۲,۱۰,۹,۱۲,۳,۱۹,۵,۱,۲,۴,۷,۸,۶,۱۸,۲۰	۳
۱۶,۱۷,۱۱,۱۵,۱۲,۱۳,۱۴,۹,۱۰,۱,۳,۱۹,۵,۸,۷,۲,۴,۲۰,۶,۱۸	۱,۷۰۶۶۷-
	۱,۷۵-۲

حالی که برای $\alpha^{\max} = ۵۰$ بهترین جواب شامل ۲۰ نوار است. نتایج حل مسئله‌ی AB²⁰ نشان می‌دهد که الگوریتم زنتیک پیشنهادی، به طور مؤثّری قادر به جستجوی جواب‌ها با ساختارهای بسیار مختلفی بوده و توانایی پیدا کردن جواب‌های شدنی با بیشینه نسبت طول به عرض پایین و به کوچکی ۱,۷۰۶۶۷ را دارد.

در جدول ۴ نتایج حاصل از الگوریتم زنتیک پیشنهادی برای مسائل دیگری که قبلاً در مقالات FBS مورد استفاده قرار گرفته‌اند ارائه شده است. بیشتر این مسائل توسط مدل MILP کوناک و همکاران^[۸] به صورت دقیق حل شده‌اند و جواب بهینه‌ی آن‌ها موجود است. نتایج حاصل از جدول ۴ نشان می‌دهد که الگوریتم زنتیک پیشنهادی می‌تواند جواب‌های بهینه‌ی FBS را پیدا کند. در جدول ۴ بهترین

جدول ۴. مسائل نمونه‌یی دیگر.

مسئله	کوناک و همکاران	کلتورل-کوناک و کوناک	وانگ و کامارودین	بهترین جواب GA	تعداد تکرار GA	درصد بهبود (%)	زمان حل (ثانیه)	میانگین GA	بهترین جواب	بهترین جواب	بهبود (%)	زمان
VC ۱۰	-	۲۰۳۲۰,۵۲	-	۲۰۳۲۰,۵۲	۲۰۳۲۰,۵۲	۰	۸۷	۲۰۳۲۰,۵۲	۵	۲۰۳۲۰,۵۲	۰	۸۷
VC ۱۰ Rs	۲۲۸۹۹,۶۵	۲۲۸۹۹,۶۵	۲۲۸۹۹,۶۵	۲۲۸۹۹,۶۵	۲۲۸۹۹,۶۵	۰	۸۳	۲۲۸۹۹,۶۵	۵	۲۲۸۹۹,۶۵	۰	۸۳
VC ۱۰ Ra	۲۱۴۶۳,۰۷	۲۱۴۶۳,۰۷	۲۱۴۶۳,۰۷	۲۱۴۶۳,۰۷	۲۱۴۶۳,۰۷	۰	۹۴	۲۱۴۶۳,۰۷	۵	۲۱۴۶۳,۰۷	۰	۹۴
BA ۱۲	۸۸۰ ۱,۳۳	۸۸۰ ۱,۳۳	۸۸۰ ۱,۳۳	۸۷۸۶	۸۷۸۶	۰	۲۱۸	۸۸۹۲,۵۲	۳	۸۸۹۲,۵۲	۰	۲۱۸
BA ۱۴	۵۰۰ ۴,۵۵	۵۰۰ ۴,۵۵	۵۰۰ ۴,۵۵	۵۰۰ ۴,۵۵	۵۰۰ ۴,۵۵	۰	۲۵۴	۵۰۳۷,۴۷	۴	۵۰۳۷,۴۷	۰	۲۵۴
Nug ۱۲	۲۶۵,۵	۲۶۵,۵	۲۶۵,۵	۲۶۲,۰۰۳	۲۶۲,۰۰۳	۰	۱۰۷	۲۶۲,۰۰۳	۵	۲۶۲,۰۰۳	۰	۱۰۷
Nug ۱۵	۵۲۶,۷۵	۵۲۶,۷۵	۵۲۶,۷۵	۵۲۴,۷۵	۵۲۴,۷۵	۰	۱۳۹	۵۲۴,۷۵	۵	۵۲۴,۷۵	۰	۱۳۹

احتمال جهش = ۲٪، احتمال تقاطع = ۸٪، جمعیت اولیه = ۳۰، شرط خاتمه = ۵۰۰.

جدول ۷. کم هزینه‌ترین و کاراترین جواب.

جدول ۵. بهترین جواب‌های مسائل.

بهترین جواب به دست آمده از الگوریتم پیشنهادی
چیدمان پایه (اولیه) ۱۰,۹,۱۴,۱۳ ۱۲,۱۵,۱۱ ۱۷,۱۶ ۴,۲,۷,۸,۵ ۱۹,۳,۱ ۱۲,۱۵,۱۱ ۱۸,۶,۲۰
چیدمان کارا (نهایی) ۱۰,۹,۱۴,۱۳ ۱۲,۱۱,۱۱ ۱۷,۱۶ ۴,۲,۷,۸,۵ ۱۹,۳,۱۵ ۱۰,۹,۱۴,۱۳ ۱۸,۶,۲۰

۷ چگونگی نمایش جواب اولیه و نهایی (کارا) نشان داده شده است. چنان که مشاهده می‌شود، الگوریتم تکرار پذیر ۲-opt پس از یک مرحله تکرار با جابه‌جایی دبارمان‌های ۱ و ۱۵ به چیدمان کارایی رسیده که دیگر نمی‌توان آن را بهبود داد.

مسئله	بهترین جواب به دست آمده از الگوریتم پیشنهادی
VC ۱۰	۱۲,۶ ۹ ۱۰,۷ ۸,۴ ۵,۳
VC ۱۰ Rs	۳,۵ ۹,۱۰,۸ ۲,۴ ۶,۷ ۱
VC ۱۰ Ra	۳,۵,۸,۱۰ ۹,۴,۷ ۲,۶ ۱
BA ۱۲	۴ ۱۰,۵,۹ ۱۱,۸,۱۲ ۳,۲,۱ ۶,۷
BA ۱۴	۷,۸,۱۴ ۴ ۲ ۹,۶,۱۲,۱۳ ۳ ۱ ۱۱,۵,۱۰
Nug ۱۲	۳,۲,۱۰,۶,۱,۵ ۱۲,۹,۱۱,۷,۸,۴
Nug ۱۵	۱,۴,۳,۲,۱۴,۱۳,۷,۸,۹,۱۱ ۱۰,۱۵,۶,۵,۱۲

جدول ۶. مقدار معیارها برای طرح چیدمان.

جهاب کم هزینه‌یی تولیدشده توسط الگوریتم زنتیک	نسبت درخواستی و نقل مواد	مجاوزت فاصله شکل	هزینه‌یی حمل و نقل مواد
کاراترین چیدمان به دست آمده از الگوریتم ۲-opt و DEA	۴,۵۳	۷۴,۲۴	۱۹۶,۴۵
کاراترین چیدمان به دست آمده از الگوریتم ۲-opt و DEA	۶,۲۲	۹۶,۰۸	۷۱۲,۶۱

۵. نتیجه‌گیری

با توجه به این نکته که تصمیم‌گیری درمورد مسائل جانمایی از نوع تصمیمات راهبردی محسوب می‌شود، لذا بررسی مسائل چیدمانی که چندین معیار را هم‌زمان در نظر بگیرید ضروری به نظر می‌رسد. با توجه به این که مهم‌ترین معیار در مسائل چیدمان «هزینه‌یی حمل و نقل مواد» است، منطقی است که این معیار مورد توجه بیشتری قرار گیرد. بنابراین انتخاب چیدمان اولیه‌ی مبتنی بر معیار هزینه‌یی می‌تواند منجر به جواب‌های بهتری شود. بدین‌منظور یک الگوریتم زنتیک برای به دست آوردن چیدمان اولیه پیشنهاد شده است. الگوریتم زنتیک پیشنهادی می‌تواند جواب‌های مسائل نمونه‌یی را به خوبی الگوریتم‌های قبلی به دست آورد و حتی در برخی موارد آن‌ها را بهبود دهد. همچنین با خطی‌کردن مدل تحلیل پوششی داده‌ها که قادر به شناسایی کاراترین DMU است، کاراترین چیدمان که علاوه بر «هزینه» معیارهای دیگری را نیز مد نظر قرار می‌دهد، تعیین می‌شود.

به عنوان تحقیقات آتی پیشنهاد می‌شود که برای حل مسئله از الگوریتم‌های فرآبتكاری که تحلیل پوششی داده‌ها را در فاز انتخاب و تابع برآش به کار می‌برند، استفاده شود. بررسی این مسائل در حالت چندمنظوره با استفاده از الگوریتم‌های فرآبتكاری چندمنظوره نظیر MOPSO و NSGA-II.NRGA از دیگر تحقیقات آتی است.

آمده از الگوریتم زنتیک، تعداد ۱۹۰ آلتراپا چیدمان به دست می‌آید. سپس چهار معیار ذکر شده برای تمامی آلتراپاها محاسبه، و در نهایت داده‌های به دست آمده وارد مدل دومرحله‌یی پیشنهادی می‌شود. با اجرای مدل مرحله‌ی اول مقدار اپسیلون به دست می‌آید و سپس این مقدار در مدل مرحله‌ی دوم و کاراترین تعویض شناسایی می‌شود. در جدول ۶ مقدار هریک از معیارهای جواب ابتدایی و کارا را نهاده شده است. اطلاعات این جدول بیان‌گر آن است که در چیدمان کارا معیارهای میزان مجاوزت درخواستی و میزان فاصله‌ی درخواستی بهبود چشم‌گیری داشته‌اند. البته افزایش این معیارها سبب صرف مقدار بیشتری هزینه شده است. در جدول

پانوشت‌ها

1. facility layout problem
2. flexible bay structure
3. genetic algorithm
4. data envelopment analysis
5. multiple criteria decision making
6. mixed integer linear programming
7. degenerate solution
8. ELECTRE
9. facility relayout problem
10. decision making unit
11. analytic hierarchy process
12. Viz Factory
13. Minimax
14. Holland
15. Cook

منابع (References)

1. Shayan, E. and Chittilappilly, A. "Genetic algorithm for facilities layout problems based on slicing tree structure", *Int. J. of Production Research*, **42**(19), pp. 4055-4067 (2004).
2. Drira, A., Pierreval, H. and Hajri-Gabouj, S. "Facility layout problems: A survey", *Annual Reviews in Control*, **31**, pp. 255-267 (2007).
3. Tong, X. "SECOT: A sequential construction technique for facility design", Thesis (PhD), University of Pittsburgh (1991).
4. Tate, D.M. and Smith, A.E. "Unequal-area facility layout by genetic search," *IIE Transactions*, **27**(2), pp. 465-472 (1995).
5. Arapoglu, R.A., Norman, B.A. and Smith, A.E. "Locating input and output points in facilities design: A comparison of constructive, evolutionary, and exact methods", *IEEE Transactions on Evolutionary Computation*, **5**(2), pp. 192-203 (2001).
6. Kulturel-Konak, S., Norman, B.A., Coit, D.W. and Smith, A.E. "Exploiting tabu search memory in constrained problems", *INFORMS J. on Computing*, **16**(2), pp. 241-254 (2004).
7. Enea, M., Galante, G. and Panascia, E. "The facility layout problem approached using a fuzzy model and a genetic search", *J. of Int. Manufacturing*, **16**(2), pp. 303-316 (2005).
8. Konak, A., Kulturel-Konak, S., Norman, B.A. and Smith, A.E. "A new mixed integer programming formulation for facility layout design using flexible bays", *Operations Research Letters*, **34**, pp. 660-672 (2006).
9. Norman, B.A. and Smith, A.E. "A continuous approach to considering uncertainty in facility design", *Computers & Operations Research*, **33**, pp. 1760-1775 (2006).
10. Aiello, G., Enea, M. and Galante, G. "A multi-objective approach to facility layout problem by genetic search algorithm and Electre method", *Robotics and Computer-Integrated Manufacturing*, **22**, pp. 447-455 (2006).
11. Kulturel-Konak, S., Smith, A.E. and Norman, B.A. "Bi-objective facility expansion and relayout considering monuments", *IIE Transactions*, **39**(2), pp. 747-761 (2007).
12. Alagoz, O., Norman, B.A. and Smith, A.E. "Determining aisle structures for facility designs", *IIE Transactions*, **40**(2), pp. 1019-1031 (2008).
13. Komarudin, W.K.Y. "Solving facility layout problems using flexible bay structure representation and Ant System algorithm", *Expert Systems with Applications*, **37**, pp. 5523-5527 (2010).
14. Kulturel-Konak, S. and Konak, A. "Unequal area flexible bay facility layout using ant colony optimization", *Int. J. of Production Research*, **49**(7), pp. 1877-1902 (2011).
15. Sarkis, J. "A comparative analysis of DEA as a discrete alternative multiple criteria decision tool", *European J. of Operational Research*, **123**, pp. 543-557 (2000).
16. Yang, T. and Kuo, C.A. "A hierarchical AHP/DEA methodology for the facilities layout design problem", *European J. of Operational Research*, **147**, pp. 128-136 (2003).
17. Lovell, C.A.K. and Pastor, J.T. "Radial DEA models without inputs or without outputs", *European J. of Operational Research*, **118** pp. 46-51 (1999).
18. Ertay, T., Ruan, D. and Tuzkaya, U.R. "Integrating data envelopment analysis and analytic hierarchy for the facility layout design in manufacturing systems", *Information Sciences*, **176** pp. 237-262 (2006).
19. Amin, G.R. and Toloo, M. "Finding the most efficient DMUs in DEA: An improved integrated model", *Computers Industrial Eng.* **52** pp. 71-77 (2007).
20. Holland, J., *Adaptation in Natural and Artificial Systems*, The University of Michigan Press, Ann Arbor (1975).
21. Amin, G.R. "Comments on finding the most efficient DMUs in DEA: An improved integrated model", *Computers & Industrial Eng.* **56** pp. 1701-1702 (2009).
22. Cook, W.D., Kress, M. and Seiford, L.M. "Data envelopment analysis in the presence of both quantitative and qualitative factors", *J. of Operational Research Society*, **47**, pp. 945-953 (1996).
23. VanCamp, D.J., Carter, M.W. and Vanelli, A. "A non-linear optimization approach for solving facility layout problems", *European J. of Operational Research*, **57**(2), pp. 174-189 (1992).
24. Gau, K.Y. and Meller, R.D. "An iterative facility layout algorithm", *Int. J. of Production Research*, **37**(2), pp. 3739-3758 (1999).
25. Bazaraa, M.S. "Computerized layout design: A branch and bound approach", *AIEE Transactions*, **7**(2), pp. 549-560 (1975).
26. Nugent, C.E., Vollman, T.E. and Ruml, J. "An experimental comparison of techniques for the assignment of facilities to locations", *Operations Research*, **16**(2), pp. 150-173 (1968).
27. Armour, G.C and Buffa, E.S. "A heuristic algorithm and simulation approach to relative allocation of facilities", *Management Science*, **9**, pp. 294-309 (1963).