

تعیین تعداد ماشین و حجم بافرها در خطوط تولید نامطمئن به منظور بهینه‌سازی نرخ تولید

مقصود امیری (دانشیار)

دانشکده‌ی مدیریت و حسابداری، دانشگاه علامه طباطبائی

علی محتشمی* (استادیار)

گروه مدیریت صنعتی، دانشگاه آزاد اسلامی واحد قزوین

مهندسی صنایع و مدیریت شریف (زمستان ۱۳۹۲)
دوری ۱ - ۲۹، شماره ۲، ص. ۱۰۵-۱۱۵

در این نوشتار به منظور افزایش نرخ تولید در خطوط تولید نامطمئن (امکان خرابی ماشین‌آلات وجود دارد)، مدل‌سازی مسئله‌ی تعیین تعداد ماشین‌ها و بافرهای بین ماشین‌ها بررسی، و یک متدولوژی برای حل مسئله ارائه می‌شود. هدف از این مطالعه بهینه‌سازی نرخ تولید با کم‌ترین هزینه‌ی افزایش ماشین‌آلات و کم‌ترین مقدار بافرهای میان ایستگاه‌هاست. متدولوژی پیشنهادی این مطالعه برخلاف تحقیقات پیشین با رویکردی واقع‌بینانه‌تر به خطوط تولید، فرض می‌کند که زمان پردازش ماشین‌آلات، نرخ خرابی و تعمیر ماشین‌آلات به صورت زمان‌های تصادفی بوده و می‌توانند از هر تابع توزیعی تبعیت کنند. به منظور بهینه‌سازی (نزدیک بهینه) تعداد ماشین‌آلات و بافرها از تکنیک‌های شبیه‌سازی، طراحی آزمایش‌ها، متدولوژی سطح پاسخ، الگوریتم ژنتیک و جست‌وجوی خطی بهره می‌برد.

واژگان کلیدی: خطوط تولید سری-موازی، بافر، شبکه‌های صف، الگوریتم ژنتیک، شبیه‌سازی، طراحی آزمایش‌ها، متدولوژی سطح پاسخ، جست‌وجوی خطی.

mg_amiri@ie.sharif.edu
mohtashami07@gmail.com

۱. مقدمه

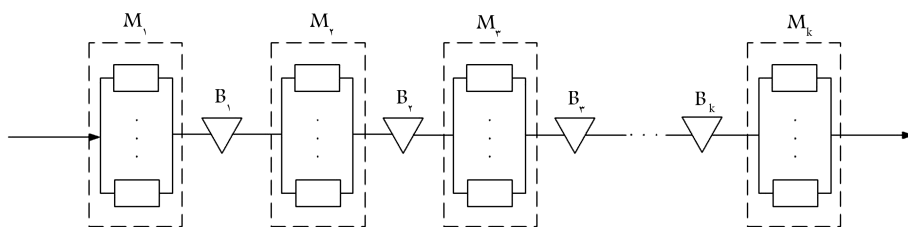
سیستم‌های تولیدی معمولاً از ماشین‌ها یا ایستگاه‌های کاری تشکیل شده‌اند به گونه‌ی که هدف سازمان -- تولید محصولی خاص -- را فراهم کنند. این ماشین‌ها یا ایستگاه‌ها توسط موجودی‌های بافر از یکدیگر جدا می‌شوند.^[۱] این نحوه‌ی قرارگیری و توالی در ادبیات موضوع را خط تولید، خط انتقال یا خط جریان می‌نامند؛ در این نوشتار از واژه‌ی خط تولید استفاده می‌شود. طراحی خط تولید مناسبی که بتواند نرخ تولید و قابلیت اطمینان سیستم را بالا برد از اهمیت ویژه‌ی برخوردار است. در دنیای واقعی عوامل مختلفی بر نرخ تولید خط تولید تأثیر می‌گذارند که از میان آن‌ها می‌توان به تعداد ماشین‌آلات، زمان‌های پردازش، ضرایب تغییرات، نرخ خرابی‌ها، نرخ تعمیرها و موجودی‌های بافر اشاره کرد. یکی از راهکارها به منظور دست‌یابی به نرخ تولید بالاتر یا قابلیت اطمینان بیشتر استفاده از ماشین‌های موازی در ایستگاه‌های کاری است.^[۲] تأثیر بافرها به وضوح در مواردی چون اختلاف زمان‌های عملیاتی ایستگاه‌ها، عدم تولید در زمان‌های آماده‌سازی و بارگذاری، عدم تولید در زمان‌های خرابی ماشین‌آلات و قالب‌ها، عدم تولید در فعالیت‌های نگهداری و تعمیرات و غیره قابل مشاهده است. در این مقاله ضمن بررسی طراحی بهینه (نزدیک به بهینه) خطوط تولید سری-موازی که از ماشین‌های مختلف (ایستگاه‌های مختلف) و بافرهای میان آن‌ها تشکیل می‌شود، میزان بهینه (نزدیک به بهینه) ماشین‌های موازی در هر ایستگاه و ظرفیت بافرهای میان ایستگاه‌ها تعیین می‌شود. رویکرد طراحی بهینه در این مطالعه،

بیشینه‌سازی نرخ تولید با کم‌ترین هزینه‌ی خرید ماشین‌آلات جدید و کم‌ترین میزان موجودی‌های بافر با توجه به محدودیت‌های سیستم است. تاکنون در این زمینه محققینی فعالیت داشته‌اند که در ادامه برخی از آن‌ها ذکر می‌شود. در سال ۲۰۰۹ الگوریتمی برای طراحی بافر به منظور بهینه‌سازی سود در خطوط تولیدی ارائه شد. در مدل یادشده یک فرض اساسی ساده‌کننده در نظر گرفته شد و آن ثابت، قطعی و مساوی در نظر گرفتن زمان‌های خدمت‌دهی بود. علاوه بر این با لحاظ خرابی ماشین‌ها، پارامترهای خرابی و تعمیر ماشین را ثابت فرض کردند. گفتنی است تغییرات نرخ خروجی خط مبتنی بر حجم بافرها به وسیله‌ی روش تجزیه انجام شد.^[۳] پس از آن، در مطالعه‌ی دیگری، یک خط تولید دوایستگاه‌ها با یک بافر بررسی و تحلیل شد و طی آن هر ایستگاه شامل چندین ماشین موازی نامطمئن منظور شد. در آن مطالعه یک فرض اساسی برای تجزیه و تحلیل چنین خط تولیدی در نظر گرفته شد، به این صورت که تابع توزیع زمان‌های خدمت‌دهی، زمان‌های خرابی و زمان‌های تعمیر را نمایی فرض کرده و سیستم مذکور را توسط مفاهیم زنجیره مارکوف مورد ارزیابی قرار دادند. در واقع با استفاده از یک الگوریتم بازگشتی که مولد ماتریس گذار برای هر مقدار ظرفیت بافر است، به تمام معادلات حالت گذار ممکن دست یافتند و به حل آن پرداختند. آن‌ها عنوان کردند که در صورت حل معادلات حالت گذار، معیارهای عملکرد مدل را می‌توان به راحتی ارزیابی کرد.^[۴]

بتینی و همکارانش عنوان کردند که جریان مواد در طول یک خط تولید ممکن است توسط خرابی ماشین‌ها یا زمان‌های متفاوت خدمت‌دهی دچار اختلال شود که این امر می‌تواند منجر به کاهش بهره‌وری و افزایش عدم دسترس‌پذیری کل کارخانه

* نویسنده مسئول

تاریخ دریافت: ۱۳۹۰/۳/۲۲، اصلاحیه ۱۳۹۰/۱۲/۹، پذیرش ۱۳۹۰/۱۱/۲۹.



شکل ۱. یک خط تولید K ایستگاهی سری-موازی با ۱-K بافر.

بسیاری از تحقیقات پیشین تنها بر روی تعیین میزان بافرها تمرکز کردند، اما دامنه مطالعه‌ی حاضر علاوه بر بافرهای میان ایستگاه‌ها، تعداد ماشین‌ها موازی در هر ایستگاه را نیز شامل می‌شود. در شکل ۱ یک خط تولید K ایستگاهی سری-موازی با ۱-K بافر نشان داده شده است. در این خط تولید M_i ها نشان‌دهنده‌ی ایستگاه‌های کاری و B_i ها نشان‌دهنده‌ی بافرهای بین ایستگاه‌ها هستند. متدولوژی پیشنهادی در این مطالعه قابلیت بررسی سیستم‌هایی که در آن‌ها ماشین‌ها یا قالب‌ها ممکن است خراب شده و از کار بیفتند را در نظر گرفته و همچنین تعمیر مجدد آن‌ها و بازگشت آن‌ها به سیستم را نیز در نظر می‌گیرد -- برخلاف برخی تحقیقات پیشین که یا خرابی‌ها را در نظر نگرفته و یا در صورت خرابی ماشین، فرض تعمیرپذیری آن‌ها را نادیده می‌گیرند. همچنین متدولوژی پیشنهادی در این مطالعه قابلیت بررسی سیستم‌هایی که در آن‌ها مدت زمان پردازش ماشین‌آلات، نرخ خرابی و تعمیر ماشین‌آلات غیر قطعی بوده و ممکن است از هر تابع توزیعی (نرمال، گاما، ویبول و...) پیروی کنند را نیز دارد -- برخلاف برخی مطالعات پیشین که یا موارد ذکر شده را ثابت و قطعی در نظر گرفته، یا صرفاً تابع توزیع نمایی را در نظر گرفته‌اند.

در نوشتار حاضر، ابتدا فرضیات اساسی مطرح و سپس متدولوژی پیشنهادی ارائه می‌شود. سپس به منظور بررسی کارکرد متدولوژی پیشنهادی یک مثال عددی مطرح و نهایتاً نتیجه‌گیری ارائه می‌شود.

۲. مفروضات اساسی

- سیستم به صورت یک شبکه‌ی صف در نظر گرفته می‌شود؛
- سیستم شامل k ایستگاه M_i ($i = 1, \dots, k$) و $k-1$ بافر B_i ($i = 1, \dots, k-1$) جداکننده ایستگاه‌هاست؛
- در هر ایستگاه h ماشین موازی به صورت فعال یا آماده به کار N_j ($j = 1, \dots, h$) می‌تواند وجود داشته باشد که تمامی ماشین‌های یک ایستگاه عملیات مشخصی را به صورت موازی روی قطعه انجام می‌دهند؛
- ورود به سیستم می‌تواند از نقاط مختلفی صورت گیرد و مدت زمان بین ورودها می‌تواند از توابع توزیع عمومی (نرمال، گاما، ویبول و غیره) تبعیت کند؛
- مدت زمان پردازش قطعات می‌تواند از توابع توزیع عمومی پیروی کند؛
- ماشین‌ها ممکن است خراب شوند و زمان بین خرابی ماشین‌ها می‌تواند از توابع توزیع عمومی پیروی کند؛
- ماشین‌های خراب شده را می‌توان تعمیر کرد و مجدداً به سیستم بازگرداند. مدت زمان تعمیر ماشین‌آلات ممکن است از توابع توزیع عمومی تبعیت کند؛
- در هر ایستگاه می‌توان ماشین‌هایی با توان‌های متفاوت قرار داد؛

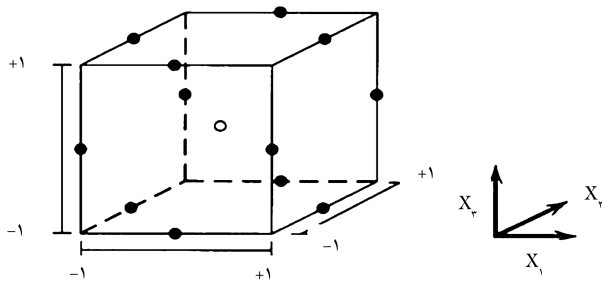
شود. آن‌ها اذعان داشتند که بافرهای میان ایستگاه‌ها در خطوط تولید می‌تواند منجر به افزایش قابلیت اطمینان کل سیستم شود و سازمان را از تحمیل هزینه‌های سنگین ناشی از خرید تجهیزات بزرگ و گران‌قیمت مصون نگاه دارد. این محققین در پژوهش خود به ارائه‌ی روشی مبتنی بر شبیه‌سازی و همچنین یک ماتریس جدید آزمایشی به عنوان ابزاری برای تعیین حجم بهینه‌ی بافرها پرداختند.^[۶]

ناهاس و همکارانش یک رویکرد جست‌وجوی موضعی برای حل مسئله‌ی تخصیص بافر در خطوط تولید نامطمئن ارائه دادند. رویکرد پیشنهادی آنان، بیشینه‌کردن میانگین نرخ تولید خط تولید را هدف گرفته بود، و از تخمین تحلیلی تجزیه به‌منظور تخمین زدن نرخ تولید خط تولید بهره می‌برد. آن‌ها در روش پیشنهادی‌شان یک تابع توزیع نمایی برای مدت زمان بین ورود قطعات، مدت زمان‌های خدمت‌دهی، مدت زمان بین خرابی ماشین‌ها و مدت زمان تعمیر ماشین‌آلات در نظر گرفتند و به منظور جست‌وجوی نسبی نیز از روش سقف کوچک شده استفاده کردند.^[۷]

هن و پارک با استفاده از بست سری تیاور و روش تابع تولید احتمال، روشی تخمینی برای تحلیل نرخ تولید خطوط تولید در حالت پایدار پیشنهاد کردند. همچنین آن‌ها یک روش تحلیلی برای تخصیص بهینه‌ی بافرها برای دست‌یابی به نرخ تولید مطلوب پیشنهاد کردند.^[۸] گرشوین و اسکورا از روش گرادبان برای حل مسئله تخصیص بافرها استفاده کردند. آن‌ها از این طریق سعی کردند تا سود را بیشینه‌کنند.^[۹] اسپینلیس و پادوپولوس روشی مبتنی بر شبیه‌سازی تیرید برای حل مسئله تخصیص بافرها در خطوط تولید با ماشین‌های قابل اعتماد ارائه کردند. هدف آن‌ها در این تحقیق بیشینه‌کردن متوسط خروجی خط بود. این روش به‌طور مشهود خرابی ماشین‌آلات را مد نظر نگرفته بود.^[۹]

مانیتز به مطالعه‌ی فرایند تولید در خطوط مونتاژ چندمرحله‌ی پرداخت. او در مطالعه‌ی خود با استفاده از تحلیل سیستم‌های صف، بافرها را متاهی و زمان‌های خدمت‌دهی را توابع توزیع عمومی در نظر گرفت. همچنین به منظور ارزیابی عملکرد خط تولید از رویکرد تجزیه بهره برد. او سیستم را دو ایستگاهی فرض کرد و از مدل صف $G/G/1/N$ استفاده کرد.^[۱۰] هوانگ و همکارانش به ارائه یک متدولوژی برای تخصیص بافرها در سیستم تولیدی پرداختند. آن‌ها در متدولوژی خود از برنامه‌ریزی پویا برای ارزیابی عملکرد سیستم استفاده کردند.^[۱۱] ابدوالکادر به تخمین و بهبود ظرفیت خطوط تولید پرداخت. او از یک مدل برنامه‌ریزی خطی به منظور بهبود رفتار سیستم استفاده کرد و با در نظر گرفتن ماشین‌آلات در مدل خود، توابع توزیع را در مدل به صورت نمایی مد نظر قرار داد.^[۱۲]

چن و اسکین عنوان کردند که در مدل‌های خطوط تولید سنتی، فعالیت‌ها به ایستگاه‌های منحصر به فرد تخصیص داده می‌شوند. آن‌ها در مدل خود کارگران چندمهارته را در نظر گرفتند در حالی که برخی فعالیت‌ها ممکن است در دو ایستگاه مجاور یا نزدیک به هم انجام شود. آن‌ها هدف خود را بیشینه‌سازی خروجی خط در مقابل سطح پایین کار در پردازش قرار دادند.^[۱۳] همچنین ورگارا و کیم روشی ابتکاری برای قرارگیری بافرها در خطوط تولید سری ارائه کردند.^[۱۴]



شکل ۲. طرح باکس - بنکن سه عاملی.

می‌آیند و قابل چرخش یا تقریباً قابل چرخش اند. طرح‌های متنج از باکس - بنکن از منظر تعداد موارد مورد آزمایش اغلب بسیار کارا هستند. در شکل ۲ یک طرح باکس - بنکن سه عاملی مشاهده می‌شود.

در بسیاری از مسائل، یک چندجمله‌یی با درجه پایین در برخی از مناطق متغیرهای مستقل به کار گرفته می‌شود. اگر پاسخ به خوبی توسط تابع خطی متغیرهای مستقل مدل شود، تابع تخمین‌زننده یک تابع درجه ۱ خواهد بود:

$$y = \beta_0 + \beta_1 x_1 + \beta_2 x_2 + \dots + \beta_n x_n + e \quad (1)$$

اما اگر در مدل انحنا وجود داشته باشد، یک چندجمله‌یی درجه بالاتر مانند درجه ۲ باید استفاده شود:

$$y = \beta_0 + \sum_{i=1}^n \beta_i x_i + \sum_{i=1}^n \beta_{ii} x_i^2 + \sum_{i < j} \beta_{ij} x_i x_j + e \quad (2)$$

روایی متامدل‌ها براساس هدف مدل تعیین می‌شود.^{[۳۷]۱۶} در این مطالعه، روایی متامدل توسط شاخص‌های برازش متامدل سنجیده می‌شود. شاخص عدم برازش مدل برای بررسی کفایت مدل در برازش داده‌هاست. همچنین بررسی توزیع باقی‌مانده‌ها منجر به تعیین روایی برخی از فرضیات مدل می‌شود.^[۳۸]

۳.۳. مدل‌سازی مسئله

در مطالعه‌ی حاضر برای یافتن تعداد بهینه (نزدیک به بهینه) ماشین‌آلات موازی در هر ایستگاه و ظرفیت بافرهای میان ماشین‌آلات (یا ایستگاه‌ها) تلاش شده است. در گام قبل متدولوژی پیشنهادی، رویه یا متامدلی از نوع توابع چندجمله‌یی بر تعداد ماشین‌آلات و بافرهای میان ایستگاه‌ها (به‌عنوان متغیرهای مستقل) و نرخ تولید خط (به‌عنوان متغیر وابسته) برازش می‌شود که به‌عنوان تخمین‌زننده‌ی برای نرخ تولید در سطوح مختلف عوامل مستقل عمل می‌کند. بنابراین اولین هدف مدل این مسئله بیشینه‌سازی نرخ تولید است که می‌توان آن را به‌صورت رابطه‌ی ۳ نشان داد:

$$\text{Maximize } Z_1 = f(x_{ij}, y_i) \quad i = 1, 2, \dots, k; \quad j = 1, 2, \dots, n \quad (3)$$

رابطه‌ی ۳ خروجی گام ۳.۲ است و ممکن است بسته به روایی متامدل‌ها یک چندجمله‌یی درجه اول (خطی) یا درجه دوم (غیر خطی) باشد. x_{ij} (متغیر تصمیم) نشان‌دهنده‌ی تعداد ماشین نوع j ام است که باید در زیرسیستم j ام وجود داشته باشد. y_i (متغیر تصمیم) نشان‌دهنده‌ی میزان بافر ایستگاه j ام است. $f(x_{ij}, y_i)$ نرخ تولید خط را بسته به مقادیر مختلف تعداد ماشین‌ها و بافرها تخمین می‌زند. فرم ریاضی این تابع هدف به‌صورت رابطه‌ی ۱ یا ۲ خواهد بود.

۹. ماشین M_i وقتی B_{i-1} خالی است از کار می‌آید، چرا که هیچ ورودی برای پردازش ندارد؛

۱۰. وقتی B_i پر است و ماشین M_{i+1} تحت تعمیر یا بلوکه است، ماشین M_i بلوکه می‌شود.

۳. متدولوژی پیشنهادی

۳.۱. شبیه‌سازی

گام اول متدولوژی پیشنهادی، شبیه‌سازی شبکه‌ی صف خط تولید است. در این مطالعه برای در نظرگیری واقع‌گرایانه‌تر پویایی سیستم از شبیه‌سازی رایانه‌ی استفاده می‌شود. شبیه‌سازی گسسته‌ی پیشامد روشی بسیار کارا برای بررسی عملکرد بسیاری از سیستم‌هاست، به شرط این که داده‌های ورودی از صحت قابل قبولی برخوردار باشند.^[۱۵] شبیه‌سازی رایانه‌ی بررسی سیستم‌های پیچیده (با در نظرگیری هر تابع توزیع آماری و روابط پیچیده میان ایستگاه‌ها) را با دقت و صحت بالایی ممکن می‌سازد. با توجه به در نظرگیری توابع توزیع عمومی (نرمال، ویبول، گاما و...) زمان‌های خدمت‌دهی، خرابی و تعمیر ماشین‌آلات، استفاده از شبیه‌سازی برای بررسی و ارزیابی نرخ تولید در اثر تغییرات بافرها و تعداد ماشین‌آلات مناسب به نظر می‌رسد.

۳.۲. ساخت متامدل سطح پاسخ

مدل شبیه‌سازی نمایانگر یک سیستم واقعی است، در حالی که واژه متامدل در اینجا اشاره به تخمین ریاضی یک مدل شبیه‌سازی دارد.^{[۱۷]۱۶} متامدل‌ها به‌منظور فهم بهتر ماهیت رابطه بین متغیرهای ورودی و متغیرهای خروجی سیستم مورد مطالعه توسعه یافته‌اند.^[۱۸] تعداد زیادی از توابع ریاضی برای گسترش متامدل‌ها توسعه یافته‌اند^[۱۹] اما متامدل‌هایی که بیشتر در مطالعات شبیه‌سازی مورد استفاده قرار گرفته‌اند، مدل‌های رگرسیون چندجمله‌یی بوده‌اند.^{[۲۰-۲۳]۱۷} در این مطالعه با توجه به تعداد زیاد عوامل (متغیرهای قابل کنترل شامل ظرفیت بافرها و تعداد ماشین‌های موازی در هر ایستگاه که باید تعیین شوند) ابتدا با استفاده از طرح‌های عاملی کسری، اثر هر یک از عوامل (تعداد ماشین‌های موازی در ایستگاه j ام و ظرفیت بافر ایستگاه j ام) روی متغیر پاسخ (نرخ تولید) بررسی، و عواملی که به‌لحاظ آماری معنادار نیستند حذف می‌شوند. سپس با استفاده از طرح‌های متدولوژی سطح پاسخ، متامدل سطح پاسخی که پیش‌بینی‌کننده‌ی نرخ تولید در اثر تغییرات بافرها و ماشین‌آلات است براساس مدل شبیه‌سازی گسسته‌ی پیشامد خط تولید ساخته می‌شود. متدولوژی سطح پاسخ مجموعه‌ی روش‌های ریاضی و آماری است که برای مدل‌سازی و تحلیل مسائلی که در آن یک متغیر پاسخ متأثر از چندین متغیر است و هدف بهینه‌سازی پاسخ است به کار می‌رود.^[۲۶] در این روش متغیرها «عامل» نام دارند و مقادیر مختلفی را که برای مطالعه‌ی عوامل در نظر گرفته می‌شوند «سطوح» می‌نامند.^{[۲۸]۲۷} محققین زیادی در مورد فلسفه‌ی استفاده از متدولوژی سطح پاسخ بحث کرده‌اند.^[۲۹-۳۵] متدولوژی سطح پاسخ، استفاده از چندین روش آماری شامل طراحی آزمایش و رگرسیون خطی به‌منظور کشف روابط بین متغیرها و پاسخ، و نیز تخمین سطوح عاملی که منجر به بهینه‌شدن متوسط پاسخ سیستم می‌شود را در بر می‌گیرد. در این مطالعه متغیر پاسخ، نرخ تولید (میزان تولید در یک بازه زمانی مشخص) و عوامل، ماشین‌ها و بافرهای میان ایستگاه‌ها هستند. باکس و بنکن برای برازش سطوح پاسخ طرح‌هایی سه‌سطحی، معروف به طرح‌های باکس - بنکن، ارائه کرده‌اند.^[۳۶] این طرح‌ها از ترکیب طرح‌های 2^n با طرح‌های بلوکی ناکامل به وجود

اگرچه افزایش ماشین آلات منجر به افزایش نرخ تولید می‌شود، این امر هزینه‌ی خرید ماشین آلات جدید را به سازمان تحمیل می‌کند که باید کمینه شود. بنابراین تابع هدف دوم می‌تواند کمینه‌سازی هزینه‌ی سرمایه‌گذاری برای خرید ماشین‌آلات جدید باشد:

$$\min \text{imize } Z_2 = \sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n c_{ij}(x_{ij} - l_{ij}) \quad (4)$$

رابطه‌ی ۴ هزینه‌ی کل خرید ماشین‌آلات جدید را کمینه می‌کند. در این رابطه c_{ij} نشان‌دهنده‌ی هزینه‌ی خرید واحد ماشین نوع j و افزودن آن به زیرسیستم i است. l_{ij} نشان‌دهنده‌ی حد پایین ماشین نوع j است که باید در زیرسیستم i وجود داشته باشد؛ به عبارت دیگر l_{ij} نشان‌دهنده‌ی میزان فعلی ماشین نوع j در زیرسیستم i است.

هرچه مقدار میزان بافرهای میان ایستگاه‌ها بیشتر باشد می‌توان انتظار نرخ تولیدی بالاتر داشت، اگرچه به قیمت افزایش هزینه‌ی نگه‌داری موجودی‌های در گردش. بنابراین هدف سوم کمینه‌کردن میزان موجودی‌های در گردش است:

$$\min \text{imize } Z_3 = \sum_{i=1}^{k-1} y_i \quad (5)$$

رابطه‌ی ۵ که از نوع کمینه‌سازی است، مجموع موجودی‌های بافر در تمام خط تولید را کمینه می‌کند. چرا که مقادیر بالاتر بافرها به دلیل افزایش هزینه‌های خط تولید نامطلوب است. محدودیت حد بالا برای حجم ماشین‌های اضافه شده به خط تولید را می‌توان به صورت رابطه‌ی ۶ مطرح کرد:

$$\sum_{i=1}^m \sum_{j=1}^n v_{ij} x_{ij} \leq v \quad (6)$$

که در آن v_{ij} نشان‌دهنده‌ی حجم ماشین نوع j در زیرسیستم i ، v نشان‌دهنده‌ی حد بالای در نظر گرفته شده برای حجم است.

x_{ij} محدود به دو حد بالا و پایین u_{ij} و l_{ij} است و می‌توان آنها را به صورت رابطه‌ی ۷ در نظر گرفت. یادآور می‌شود حد پایین x_{ij} برابر تعداد ماشین فعلی نوع j موجود در ایستگاه i است و حد بالای آن نشان‌دهنده‌ی بیشینه ماشین‌های است که در ایستگاه می‌توان اضافه کرد.

$$l_{ij} \leq x_{ij} \leq u_{ij} \quad (7)$$

x_{ij} و y_i را که متغیرهای تصمیم مسئله‌اند می‌توان صفر یا مثبت در نظر گرفت، ولی باید عدد صحیح باشند:

$$x_{ij}, y_i \geq 0 \\ x_{ij}, y_i : \text{Integer} \quad (8)$$

۴.۳. روش پیشنهادی ترکیبی حل مدل

گام ۱ تا ۳ متدولوژی پیشنهادی به مدل‌سازی مسئله به صورت یک مدل چندهدفه می‌پردازد؛ این مدل به منظور دست‌یابی به مقادیر تصمیم باید با یک رویکرد چندهدفه حل شود. یکی از رویکردهای قدرتمند برای حل مسائل چندهدفه که سطوح مختلفی از ترجیحات تصمیم‌گیرندگان بر اهداف مختلف را در نظر می‌گیرد، روش LP-Metric است (رابطه‌ی ۹): [۴۰، ۳۹]

$$\text{Min} = \left[\sum_{j=1}^n w_j^p \left| \frac{f_j^* - f_j}{f_j^* - f_j^-} \right|^p \right]^{\frac{1}{p}} \quad (9)$$

W_j نشان‌دهنده‌ی وزن و اهمیت هدف j ام (در نظر تصمیم‌گیرندگان)، f_j^* نشان‌دهنده‌ی مقدار بهینه (ایده‌آل) هدف j ، f_j^- نشان‌دهنده‌ی مقدار مخالف بهینه (مخالف ایده‌آل) هدف j است. رابطه‌ی ۹ اهداف مدل را ترکیب کرده و کمینه‌ی تابع ترکیب شده را در منطقه‌ی موجه مدل اصلی پیدا می‌کند.

تابع هدف LP-Metric برای $P > 1$ به صورت غیر خطی است؛ همچنین تابع هدف اول مدل اصلی (رابطه‌ی ۳) نیز ممکن است غیرخطی باشد. بنابراین متدولوژی پیشنهادی این مطالعه برای حل مدل غیرخطی این مسئله برای این که مسئله در جواب‌های موضعی گرفتار نشود و به جواب بهینه (یا نزدیک بهینه) دست یابد از الگوریتم فراابتکاری ژنتیک استفاده می‌کند. الگوریتم ژنتیک الگوریتم قدرتمندی است که قابلیت حل طیف وسیعی از مسائل را دارد. الگوریتم ژنتیک یک روش جست‌وجوی تصادفی است که با رویکرد سیر تکاملی کار می‌کند. [۴۱] ثابت شده که الگوریتم ژنتیک قابل استفاده برای انواع مسائل بهینه‌سازی است. [۴۲] این الگوریتم با جمعیتی از جواب‌های شدنی شروع به کار می‌کند که این جواب‌ها در طول نسل‌های بعدی تکامل می‌یابند. هر جواب به عنوان مجموعه‌ی از (کروموزوم) رشته‌های صفر و یک، یا رشته‌های حقیقی کدگذاری می‌شود. هر رشته نشان‌دهنده‌ی یک متغیر در جواب است. تکامل در الگوریتم ژنتیک توسط برخی عملگرها مانند تولید مجدد، تقاطع و جهش اتفاق می‌افتد. حیات بهترین جواب‌ها توسط تخصیص یک تابع برازش است که در مسائل غیرمقید این تابع معمولاً تابع هدف اصلی مسئله تعریف شده و در مسائل مقید ترکیبی از تابع هدف و یک تابع جریمه تعریف می‌شود. [۴۳، ۴۴] مجموعه جواب‌ها (جمعیت) به‌ارزی تکرارها (نسل‌ها) ثابت است. در هر تکرار جفت‌های مختلف به صورت تصادفی انتخاب شده و برای رسیدن به یک جواب جدید ترکیب می‌شوند (عملگر تقاطع). یک تغییر تصادفی در تولید فرزندان به صورت اختیاری نیز به کار گرفته می‌شود (عملگر جهش). جواب‌های جدید ایجاد شده براساس تابع برازش ارزیابی می‌شوند و بهترین‌ها به نسل بعدی می‌روند. این روند تا جایی پیش می‌رود که شرایط توقف ارضا شود. [۴۲] تنظیم پارامترهای الگوریتم ژنتیک بیشتر براساس مشاهدات تجربی با در نظرگیری تغییرات مسئله است. [۴۵] پارامترهای الگوریتم ژنتیک که در این مطالعه استفاده شده، منطبق با مطالعات محققینی پیشین [۴۶-۵۰] است. پارامترهای الگوریتم ژنتیک مورد استفاده در این مطالعه در جدول ۱ قابل مشاهده است. الگوریتم ژنتیک اغلب در جست‌وجوی کلی عملکرد خوبی دارد اما در همگرایی به یک نقطه‌ی بهینه موضع نسبتاً کندی دارد و عملکردش خیلی خوبی نیست. [۵۱] از طرف دیگر، روش‌های بهبوددهنده‌ی موضعی، مانند روش‌های مبتنی بر گرادین (مانند جست‌وجوی خطی)، می‌توانند به نقطه‌ی بهینه‌ی موضعی در منطقه‌ی کوچکی از فضای جست‌وجو دست یابند، اما نوعاً در جست‌وجوی کلی ضعیف‌اند. بنابراین راهکارهای مختلفی برای بهبود عملکرد الگوریتم ژنتیک ارائه شده است. [۵۱، ۴۶] این راهکارها معمولاً شامل به‌کارگیری یک جستار همسایگی به‌عنوان بهبوددهنده‌ی الگوریتم ژنتیک در چرخه ترکیب مجدد و انتخاب است. الگوریتم ژنتیک ارائه شده عموماً چنین است:

گام ۱. مقداردهی اولیه: ایجاد جمعیت ابتدایی کروموزوم‌ها. با در نظرگیری هر کروموزوم به‌عنوان یک جواب، در این مسئله یک کروموزوم را می‌توان یک جواب

جدول ۱. پارامترهای الگوریتم ژنتیک.

جهش	تقاطع	تابع انتخاب	نرخ جهش	نرخ تقاطع	اندازه جمعیت
یکنواخت	یکنواخت دو نقطه‌یی	رقابت	۰/۰۱	۰/۹	۱۰۰

گام ۵. تکرار: تکرار گام‌های ۲ تا ۵، تا رسیدن به شرایط توقف.

۴. مثال عددی

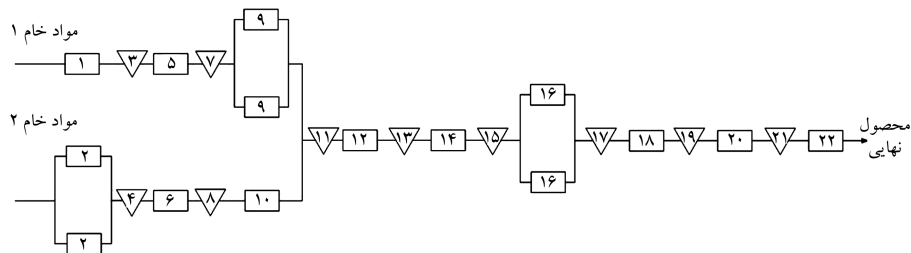
در شکل ۳ یک خط تولید با ۱۲ ایستگاه و ۱۰ بافر نشان داده شده است. در این شکل مستطیل‌ها نشان‌دهنده ماشین‌آلات در هر ایستگاه و مثلث‌ها نشان‌دهنده بافرها هستند. چنان‌که مشاهده می‌شود در برخی ایستگاه‌ها تنها یک ماشین و در برخی ایستگاه‌ها بیش از یک ماشین وجود دارد. در ایستگاه‌های دارای بیش از یک ماشین، ماشین‌ها به صورت موازی بوده و وظایف یکسانی را انجام می‌دهند. در این خط تولید مواد خام ۱ به ایستگاه ۱ وارد می‌شود، از ایستگاه‌های ۵ و ۹ عبور می‌کند و منجر به تولید قطعه‌ی A می‌شود. همچنین مواد خام ۲ به ایستگاه ۲ وارد شده، از ایستگاه‌های ۶ و ۱۰ عبور می‌کند و منجر به تولید قطعه‌ی B می‌شود. در ایستگاه ۱۲ قطعات A و B مونتاژ می‌شود، در ایستگاه‌های ۱۴، ۱۶، ۱۸، ۲۰ و ۲۲ عملیات تکمیلی صورت می‌گیرد، و در نهایت محصول نهایی از ایستگاه ۲۲ خارج می‌شود. در جدول ۲ مقادیر زمان‌های پردازش، زمان‌های بین‌خرابی و زمان‌های تعمیر هر ایستگاه ارائه شده است. در جدول ۳ نیز حد پایین و بالای ماشین‌ها با در نظر گرفتن ملاحظات فضا برای تخصیص ماشین‌ها در هر ایستگاه، حد پایین و بالای بافرها و همچنین هزینه‌ی خرید واحد ماشین در هر ایستگاه ارائه شده است. هدف تعیین بهینه‌ی تعداد ماشین‌آلات در هر ایستگاه و همچنین تعیین ظرفیت بهینه‌ی بافرهای بین ایستگاه‌ها است به نحوی که با کم‌ترین هزینه‌ی خرید ماشین‌آلات جدید

مسئله‌ی که نشان‌دهنده ترکیبی از بافرها و ماشین‌هاست در نظر گرفت. ژن‌های این کروموزوم هر یک نشان‌دهنده مقادیر بافر ایستگاه i ام یا تعداد ماشین‌های موازی ایستگاه i ام به شمار می‌رود. برای مثال اگر یک خط سری -موازی با ۴ ایستگاه و ۳ بافر مبتنی بر ساختار شکل ۱ را در نظر بگیریم، کروموزومی با ۷ ژن در نظر گرفته می‌شود که ژن اول نشان‌دهنده تعداد ماشین‌های موازی در ایستگاه اول، ژن دوم نشان‌دهنده ظرفیت بافر جلوی ایستگاه اول، ژن سوم نشان‌دهنده تعداد ماشین‌های موازی ایستگاه دوم، ژن چهارم نشان‌دهنده ظرفیت بافر جلوی ایستگاه دوم، ... و نهایتاً ژن هفتم نشان‌دهنده تعداد ماشین‌های موازی ایستگاه چهارم است.

گام ۲. ترکیب مجدد: ترکیب مجدد جواب‌ها در جمعیت فعلی با استفاده از عملگرهای ژنتیک (تقاطع و جهش) برای ساخت کروموزوم‌های جدید صورت می‌گیرد. لازم به توضیح است که عملگر تقاطع به صورت دوقطه‌یی با احتمال مبتنی بر تابع توزیع یکنواخت، و اپراتور جهش به صورت جهش هر ژن بین حد پایین و بالای ژن، با احتمال مبتنی بر تابع توزیع یکنواخت در نظر گرفته شده است.

گام ۳. بهبود: استفاده از روش بهبوددهنده‌ی موضعی (جست‌وجوی خطی) به منظور جایگزینی هر فرزند با کروموزوم بهبود داده شده توسط جست‌وجوی خطی و قراردادن فرزند بهبود داده شده در جمعیت.

گام ۴. انتخاب: انتخاب بهترین کروموزوم جمعیت و معرفی آن کروموزوم به‌عنوان بهترین کروموزوم تکرار.



شکل ۳. یک خط تولید با ۱۵ ماشین و ۱۰ بافر.

جدول ۲. توابع توزیع مدت زمان‌های پردازش ماشین‌آلات، زمان‌های بین‌خرابی ماشین‌آلات، زمان‌های تعمیر ماشین‌آلات.

ایستگاه	مدت زمان پردازش	مدت زمان بین‌خرابی ماشین	مدت زمان تعمیر
۱	گاما (۲۱, ۹, ۳)	(۱۹۵۰۰, ۷۵, ۱۵) ویبول	گاما (۱۲۰۰, ۳۰۰, ۷۵)
۲	ویبول (۲۷, ۹, ۵)	(۱۴۰۰۰, ۲۳۰, ۱۴) ویبول	گاما (۱۳۰۰, ۲۶۰, ۷۳)
۵	ویبول (۳۷, ۹, ۲)	گاما (۱۶۰۰۰, ۲۴۰, ۲۵)	گاما (۵۰۰, ۲۴۰, ۶۰)
۶	ویبول (۳۴, ۸, ۱۱)	ویبول (۱۸۴۵۰, ۲۶۰, ۴۵)	نمایی (۳۱۰۰)
۹	گاما (۳۲, ۱۴, ۶)	ویبول (۱۵۳۰۰, ۴۰۰, ۱۵)	گاما (۶۳۰, ۲۸۰, ۵۰)
۱۰	ویبول (۵۰, ۱۷, ۱۱)	گاما (۱۲۳۰۰, ۲۰۰, ۷۵)	گاما (۷۴۰, ۲۰۰, ۳۵)
۱۲	نمایی (۴۵)	ویبول (۱۳۵۰۰, ۱۵۰, ۷۰)	ویبول (۲۰۰۰, ۲۴۰, ۲۷)
۱۴	ویبول (۵۰, ۱۸, ۳)	ویبول (۱۲۵۰۰, ۴۰۰, ۱۵۰)	نمایی (۱۵۰۰)
۱۶	نمایی (۲۶۰)	ویبول (۱۴۰۰۰, ۲۵۰, ۷۵)	گاما (۱۶۰۰, ۳۵۰, ۵۰)
۱۸	ویبول (۴۸, ۱۵, ۱۰)	ویبول (۱۰۳۰۰, ۱۰۰, ۷۵)	گاما (۱۸۵۰, ۳۴۰, ۳۶)
۲۰	نمایی (۲۸)	گاما (۱۳۴۰۰, ۳۶۹, ۱۲۰)	گاما (۱۷۰۰, ۲۵۷, ۷۰)
۲۲	گاما (۶۳, ۲۲, ۸)	ویبول (۱۵۵۰۰, ۳۵۰, ۴۰)	گاما (۱۲۰۰, ۲۴۷, ۴۰)

جدول ۳. حد پایین و بالای ماشین‌ها در هر ایستگاه، حد پایین و بالای بافرها، هزینه‌ی خرید واحد ماشین.

ایستگاه/بافر	حد پایین	حد بالا	هزینه خرید واحد
۱	۱	۵	۷۰۰۰۰
۲	۲	۶	۵۸۰۰۰
۳	۰	۴۰۰	—
۴	۰	۵۵۰	—
۵	۱	۳	۴۱۰۰۰
۶	۱	۵	۲۶۰۰۰
۷	۰	۶۰۰	—
۸	۰	۳۵۰	—
۹	۲	۶	۳۳۰۰۰
۱۰	۱	۳	۱۸۰۰۰
۱۱	۰	۷۰۰	—
۱۲	۱	۷	۲۶۰۰۰
۱۳	۰	۵۸۰	—
۱۴	۱	۵	۴۳۰۰۰
۱۵	۰	۴۳۰	—
۱۶	۲	۶	۲۱۰۰۰
۱۷	۰	۶۸۰	—
۱۸	۱	۵	۵۵۰۰۰
۱۹	۰	۵۳۰	—
۲۰	۱	۵	۱۷۰۰۰
۲۱	۰	۴۵۰	—
۲۲	۱	۷	۳۶۰۰۰

حد پایین واقعی عامل نام است. همچنین CV نشان‌دهنده‌ی مقدار گذشته و X_i نشان‌دهنده‌ی مقدار گذشته‌ی عامل نام است. [۲۶]

اجرای طرح باکس -بنکن یک بلوکه به صورت کامل برای ۲۲ عامل (ماشین‌های ایستگاه‌ها و بافرها) نیازمند ۹۳۶ آزمایش است که به لحاظ زمانی مقرون به صرفه نیست. بنابراین در مرحله‌ی اول یک طرح عاملی کسری ۲۶ مورد اجرا قرار گرفت تا عوامل مهم‌تر که به لحاظ آماری معنادار هستند مشخص شوند. پس از طراحی آزمایش‌ها، هریک از آزمایش‌ها در مدل شبیه‌سازی شده برای ۱,۰۰۰,۰۰۰ واحد زمانی اجرا، و نرخ خروجی خط ثبت شد. برای مثال آزمایش ۱۰ (-۱, -۱) که اگر مقادیر متغیرهای X_1 تا X_{22} را به ترتیب برابر با ۲, ۱, ۰, ۴, ۰, ۵, ۱, ۰, ۶, ۰, ۳, ۲, ۰, ۱, ۷, ۰, ۵, ۰, ۱, ۶, ۸, ۰, ۶, ۰, ۵, ۰, ۱, ۴, ۵, ۰ قرار دهیم، خروجی خط در ۱,۰۰۰,۰۰۰ واحد زمانی ۱۳۵ واحد خواهد بود. این در حالی است که خروجی خط به ازای مقادیر X_1 تا X_{22} فعلی (۱, ۰, ۲, ۱, ۰, ۱, ۰, ۱, ۰, ۱, ۰, ۱, ۰, ۱, ۰, ۱, ۰, ۱, ۰, ۱, ۰, ۱, ۰) واحد در ۱,۰۰۰,۰۰۰ واحد زمانی است. لازم به توضیح است که تمامی آزمایش‌ها برای ۱,۰۰۰,۰۰۰ واحد زمانی انجام شده، و کل زمان شبیه‌سازی طرح‌ها توسط سیستمی با مشخصات سی‌پی‌یو ۲ گیگاهرتز و رم ۱,۹۹، حدود ۸۴ دقیقه تعیین شد. در جدول ۴ تحلیل واریانس مدل رگرسیون خطی ارائه شده و جدول ۵ نتایج تحلیل طراحی عاملی را نشان می‌دهد.

چنان‌که مشاهده می‌شود P-value کل مدل کوچک‌تر از ۰/۰۱ است. این امر نشان می‌دهد که مدل رگرسیون در سطح اطمینان ۹۹ درصد معنی‌دار است. اما شاخص مربع R مقدار ۰/۵۶۷۶۲۶۴۷۳ را نشان می‌دهد؛ این عدد نشان می‌دهد که حدود ۵۶ درصد از تغییرات متغیر پاسخ ناشی از عوامل است. با توجه به پایین بودن عدد مربع R انجام تحلیل سطح پاسخ برای دست‌یابی به چندجمله‌یی درجه بالاتر امری مهم به نظر می‌رسد. در جدول ۵ ضرایب معادله‌ی رگرسیون به همراه آماره‌ی t و P-value عوامل در مدل طراحی عاملی ارائه شده است. مقدار P-value متغیرهایی که پررنگ شده‌اند کوچک‌تر از ۰/۰۵ است، بنابراین این متغیرها در سطح اطمینان ۹۵ درصد به لحاظ آماری معنی دارند. مقادیر P-value مابقی متغیرها (متغیرهای غیر پررنگ) بزرگ‌تر از ۰/۰۵ بوده و به لحاظ آماری در سطح ۹۵ درصد معنی‌دار نیستند. بنابراین برای دست‌یابی به یک چندجمله‌یی درجه بالاتر می‌توان آن‌ها را از مدل حذف کرد و تحلیل سطح پاسخ را انجام داد.

با حذف عواملی که به لحاظ آماری معنی‌دار نیستند و تأثیر ناچیزی بر روی نرخ تولید می‌گذارند، ۱۰ عامل $X_2, X_3, X_4, X_5, X_6, X_7, X_8, X_9, X_{10}, X_{11}, X_{12}, X_{13}, X_{14}, X_{15}, X_{16}, X_{17}, X_{18}, X_{19}, X_{20}, X_{21}, X_{22}$ و X_{22} ماشین و بقیه بافرند. طراحی آزمایش سطح پاسخ باکس -بنکن یک بلوکه برای این ۱۰ متغیر توسط نرم‌افزار Minitab انجام شده است. طرح باکس -بنکن یک بلوکه برای ۱۰ متغیر نیاز به انجام ۱۷۰ آزمایش دارد. هریک از آزمایش‌ها در مدل شبیه‌سازی شده برای ۱,۰۰۰,۰۰۰ واحد زمانی اجرا شده و نرخ خروجی ثبت شد. برای مثال آزمایش ۴ (-۱, ۰, ۰, ۰, ۱, -۱, ۰, ۰, ۰, ۱, ۰, ۰, ۰, ۰, ۱, ۰, ۰, ۰, ۰, ۱, ۰, ۰, ۰) نشان می‌دهد که

و کم‌ترین موجودی‌های بافر، بیشترین خروجی خط (نرخ تولید) حاصل شود. طبق گام اول متدولوژی پیشنهادی، شبکه‌ی صف این خط تولید بر مبنای داده‌های جدول ۲ در نرم‌افزار MATLAB شبیه‌سازی شده و تمامی توابع توزیع زمان‌های پردازش، زمان‌های بین خرابی و زمان‌های تعمیر ماشین‌آلات مطابق با این جدول در مدل شبیه‌سازی شده اعمال شده است. برای ایجاد متامدل سطح پاسخ برای نرخ تولید، طرح باکس -بنکن با یک بلوک انتخاب شده است، چرا که این طرح قابلیت در نظرگیری تعاملات متغیرها و نیز مربعات متغیرها را دارد و به لحاظ تعداد آزمایش‌های مورد نیاز از کارایی بالایی برخوردار است. طرح باکس -بنکن یک بلوکه، حد پایین، وسط و بالای هر عامل را با ۱، ۰ و -۱ به ترتیب کدگذاری می‌کند. این مقادیر گذشته را می‌توان برای هر متغیر توسط مقادیر واقعی حدود بالا و پایین همان متغیر و با استفاده از رابطه‌ی ۱۰ به مقادیر غیر گذشته تبدیل کرد.

$$CV = \frac{x_i - \frac{ul_i + ll_i}{2}}{\frac{ul_i - ll_i}{2}} \quad (10)$$

در رابطه‌ی ۱۰، Ul_i نشان‌دهنده‌ی حد بالای واقعی عامل نام، ll_i نشان‌دهنده‌ی

جدول ۴. تحلیل واریانس طراحی عاملی.

منبع	درجه آزادی	مجموع توان‌های دوم	متوسط مربع‌ها	F-value	P-value	مربع R
رگرسیون	۲۲	۶۶۲۹۷۱۶۲	۳۰۱۳۵۰۷	۴,۷۵۹۴۲	۸,۳۸ E-۰۶	۰/۵۶۷۵
باقی‌مانده	۴۱	۲۵۹۵۹۱۱۷	۶۳۳۱۶۶			
کل	۶۳	۹۲۲۵۶۹۷۹	۱۴۶۴۳۹۶			

جدول ۵. نتایج تحلیل طراحی عاملی.

متغیر	ضریب	t-value	P-value
عدد ثابت	-۴۰۸۳/۱۸	-۶/۰۶۵۵۵	۳/۴۹E-۰۷
X _۱	۶۲/۹۹۲۱۹	۱/۲۶۶۶۲۴	۰/۲۱۲۴۳۸
X _۲	-۷/۳۳۵۹۴	-۰/۱۴۷۵۱	۰/۸۸۳۴۵۴
X _۳	۱/۴۳۴۲۹۷	۲/۸۸۴۰۳۲	۰/۰۰۶۲۲۹
X _۴	۰/۷۶۰۶۲۵	۲/۱۰۲۹۷۶	۰/۰۴۱۶۴۹
X _۵	۳۸/۱۴۰۶۲	۰/۳۸۳۴۵۹	۰/۷۰۳۳۶۱
X _۶	۱۲/۹۹۲۱۹	۰/۲۶۱۲۴۲	۰/۷۹۵۲۱۴
X _۷	۱/۳۵۳۸۰۲	۴/۰۸۳۲۶۵	۰/۰۰۰۲۰۱
X _۸	۰/۹۹۳۸۳۹	۱/۷۴۸۵۷۹	۰/۰۸۷۸۴۸
X _۹	۶۸/۳۵۱۵۶	۱/۳۷۴۳۸۹	۰/۱۷۶۷۸۷
X _{۱۰}	۱۳۸/۸۵۹۴	۱/۳۹۶۰۶۷	۰/۱۷۰۲۰۸
X _{۱۱}	۰/۵۵۶۹۲	۱/۹۵۹۷۰۹	۰/۰۵۶۸۵۲
X _{۱۲}	۸۴/۵۴۶۸۸	۲/۵۵۰۰۵۷	۰/۰۱۴۶۰۴
X _{۱۳}	۰/۷۴۱۹۷۲	۲/۱۶۳۲۹۹	۰/۰۳۶۴
X _{۱۴}	۹۵/۵۷۰۳۱	۱/۹۲۱۶۹۳	۰/۰۶۱۶۱۴
X _{۱۵}	۱/۱۱۰۹۷۴	۲/۴۰۱۴۴۹	۰/۰۲۰۹۴۸
X _{۱۶}	۷۸/۱۹۵۳۱	۱/۵۷۲۳۲۳	۰/۱۲۳۵۶۲
X _{۱۷}	۰/۹۰۵۱۰۱	۳/۰۹۳۹۰۶	۰/۰۰۳۳۵۵
X _{۱۸}	۱۱۱/۶۳۲۸	۲/۲۴۴۶۷۲	۰/۰۳۰۲۴۸
X _{۱۹}	۰/۵۹۱۰۹۷	۱/۵۷۴۸۳۷	۰/۱۲۲۹۸
X _{۲۰}	۶۵/۷۴۲۱۹	۱/۳۲۱۹۲	۰/۱۹۳۵۲۳
X _{۲۱}	۱/۳۷۷۰۱۴	۳/۱۱۴۹۵۶	۰/۰۰۳۳۵۲
X _{۲۲}	۱۱۰/۲۶۵۶	۳/۳۲۵۷۷۲	۰/۰۰۱۸۶۷

متوسط مربعات تطبیق داده شده‌ی عدم برازش بر متوسط مربعات تطبیق داده شده‌ی خطای خالص به دست می‌آید که مقدار آن بی‌نهایت است. این امر نشان‌دهنده‌ی معنی‌دار نبودن شاخص عدم برازش است و بنابراین، آزمون عدم برازش مدل رد می‌شود. شکل ۴ به بررسی نرمال بودن باقی‌مانده‌های مدل رگرسیون می‌پردازد. این شکل داده‌های مشاهده شده را با داده‌های مورد انتظار برای نرمال بودن مقایسه می‌کند. چنان که مشاهده می‌شود نقاط تقریباً به صورت یک خط متمرکز شده‌اند که نشان‌دهنده‌ی تطابق داده‌های مشاهده شده و داده‌های مورد انتظار است. از طرف دیگر آماره‌ی آزمون کولموگروف-اسمیرنوف انجام شده بر روی باقی‌مانده‌ها برابر ۰/۰۳۲ و مقدار P-value چنان که در شکل نیز مشاهده می‌شود بیش از ۰/۱۵۰ است. بنابراین با توجه به این که مقدار P-value بیش از ۰/۰۵ است، فرض صفر مبنی بر نرمال بودن باقی‌مانده‌ها تأیید می‌شود. با در نظرگیری ضرایب متغیرهای به دست آمده از تحلیل سطح پاسخ، تابع برآوردکننده‌ی نرخ تولید تقریبی که باید بیشینه شود را می‌توان به صورت رابطه‌ی ۱۱ در نظر گرفت:

$$\begin{aligned}
 Z_1 = & -1167/7292 + 1/3024 * x_3 + 1/0603 * x_4 \\
 & + 2/4864 * x_7 + 41/0052 * x_{12} + 1/7831 * x_{13} \\
 & + 2/5446 * x_{15} + 0/9668 * x_{17} + 1999/2005 * x_{18} \\
 & - 2/8122 * x_{21} + 140/5156 * x_{22} - 0/0019 * x_4^2 \\
 & - 0/0033 * x_4^2 - 0/0044 * x_7^2 - 8/1285 * x_{12}^2 \\
 & - 0/0013 * x_{13}^2 - 0/0024 * x_{15}^2 - 0/0019 * x_{17}^2 \\
 & - 29/1484 * x_{18}^2 - 0/0046 * x_{21}^2 - 23/066 * x_{22}^2 \\
 & - 0/0017 * x_{22} * x_7 + 0/0054 * x_{22} * x_{12} + 0/0014 * x_{22} * x_{18} \\
 & + 0/0001 * x_3 * x_{21} * 0/0005 * x_3 * x_{22} \\
 & + 0/0009 * x_4 * x_7 + 0/0085 * x_4 * x_{12} \\
 & + 0/0002 * x_4 * x_{15} + 0/0012 * x_4 * x_{17} \\
 & + 0/0122 * x_4 * x_{18} + 0/0017 * x_4 * x_{21} \\
 & + 0/1272 * x_4 * x_{22} + 0/0091 * x_7 * x_{12} \\
 & + 0/0001 * x_7 * x_{13} + 0/0014 * x_7 * x_{17} \\
 & + 0/0014 * x_7 * x_{17} + 0/0136 * x_7 * x_{18} \\
 & + 0/0018 * x_7 * x_{21} + 0/1199 * x_7 * x_{22} \\
 & - 0/0072 * x_{12} * x_{13} + 0/0047 * x_{12} * x_{15} \\
 & + 0/0515 * x_{12} * x_{17} + 0/0463 * x_{12} * x_{21} \\
 & + 3/4653 * x_{12} * x_{22} - 0/0039 * x_{13} * x_{15} \\
 & + 0/0001 * x_{13} * x_{17} + 0/0001 * x_{13} * x_{21} \\
 & + 0/0162 * x_{13} * x_{22} - 0/0003 * x_{15} * x_{17} \\
 & + 0/0002 * x_{15} * x_{22} - 0/0302 * x_{17} * x_{18} \\
 & - 0/0005 * x_{17} * x_{21} + 0/0737 * x_{17} * x_{22} \\
 & - 0/1442 * x_{18} * x_{21} + 5/9792 * x_{18} * x_{22} \\
 & - 0/1369 * x_{21} * x_{22}
 \end{aligned} \quad (11)$$

تابع هزینه‌ی کل خرید ماشین‌آلات جدید را که باید کمینه شود، می‌توان با در نظرگیری

اگر ظرفیت بافر ۳، ۴، ۷ و به ترتیب ۲۰۰، ۵۵۰، ۳۰۰، تعداد ماشین‌های ایستگاه ۱۲، ۴، ظرفیت بافرهای ۱۳، ۱۵ و ۱۷ به ترتیب ۲۹۰، ۴۳۰ و ۰، تعداد ماشین ایستگاه ۱۸، ۳، ظرفیت بافر ۲۱، ۲۲۵ و تعداد ماشین ایستگاه ۲۲، ۱ باشد، نرخ تولید خط در ۱،۰۰۰،۰۰۰ واحد زمانی ۱۱۲ واحد خواهد بود. لازم به توضیح است که تمامی آزمایش‌ها برای ۱،۰۰۰،۰۰۰ واحد زمانی انجام شده و کل زمان شبیه‌سازی طرح‌ها توسط سیستمی با مشخصات سی‌پی‌یو ۲ گیگاهرتز و رم ۱/۹۹ حدود ۲۳ دقیقه تعیین شد.

با در نظر گرفتن طرح باکس-بنکن به صورت کامل می‌توان بهترین سطح برازش شده روی داده‌های فوق را به دست آورد. اعتبار مدل برازش شده را می‌توان توسط شاخص‌هایی چون عدم برازش، تحلیل واریانس و آزمون نرمال بودن باقی‌مانده‌های رگرسیون سنجید. این شاخص‌ها با در نظرگیری طرح باکس-بنکن برای مدل‌های مختلف (خطی، خطی + مربعات، خطی + تعاملها و درجه دوم کامل) ارزیابی شده و بهترین مدل، مدل درجه دوم کامل شناسایی شد. نتایج حاصل از برازش مدل درجه دوم با استفاده از نرم‌افزار Minitab در جدول ۶ و شکل ۴ ارائه شده است. جدول ۶ نتایج تحلیل واریانس را برای پاسخ نشان می‌دهد. چنان که مشاهده می‌شود، مقدار P-value کل مدل رگرسیون درجه دوم ۰/۰۰۰ است که نشان‌دهنده‌ی معنی‌دار بودن آماری مدل رگرسیون است. مقدار مربع R محاسبه شده نشان می‌دهد که حدود ۸۷ درصد تغییرات متغیر پاسخ ناشی از عوامل است. مقدار شاخص عدم برازش (که به معنی عدم برازش مدل است) با علامت ستاره نشان داده شده است چرا که مقدار آماری F برای شاخص عدم برازش از حاصل تقسیم

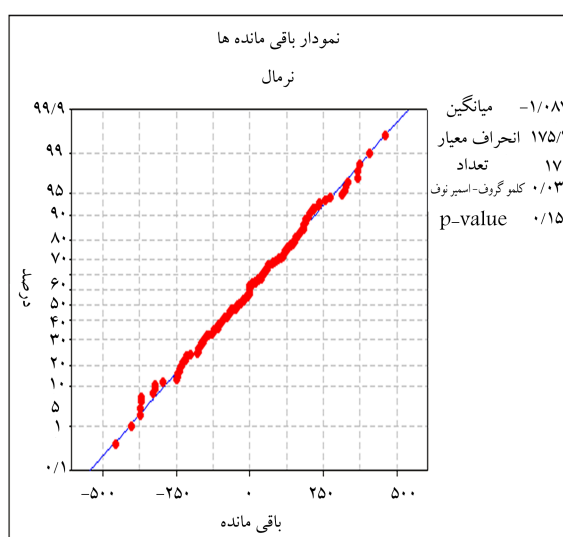
جدول ۶. نتایج تحلیل واریانس پاسخ.

منبع	درجه آزادی	مجموع مربعات	متوسط مربعات	تطبيق داده شده	F	P	R مربع (%)
رگرسیون	۶۵	۳۵۴۷۱۶۵۱	۳۵۴۷۱۶۵۱	۵۴۵۷۱۸	۱۰/۹۳	۰/۰۰۰	۸۷/۲۳
خطی	۱۰	۲۱۶۴۲۴۴۴	۱۷۳۸۶۹۰	۱۷۳۸۶۹	۳/۴۸	۰/۰۰۱	
مربع	۱۰	۹۹۳۶۰۷۰	۹۹۳۶۰۷۰	۹۹۳۶۰۷	۱۹/۹۱	۰/۰۰۰	
تعامل	۴۵	۳۸۹۳۱۳۷	۳۸۹۳۱۳۷	۸۶۵۱۴	۱/۷۳	۰/۰۱۱	
خطای باقی مانده	۱۰۴	۵۱۹۱۱۷۱	۵۱۹۱۱۷۱	۴۹۹۱۵			
عدم برازش	۹۵	۵۱۹۱۱۷۱	۵۱۹۱۱۷۱	۵۴۶۴۴	*	*	
خطای خالص	۹	۰	۰	۰			
کل	۱۶۹	۴۰۶۶۲۸۲۲					

یادآور می‌شود که رابطه‌ی ۱۱ (بیشینه‌سازی نرخ خروجی خط) با ضرب یک منفی در طرفین آن به صورت کمینه در نظر گرفته شده است (رابطه ۱۴). مقدار بهینه (ایده‌آل) و ضد بهینه (ضد ایده‌آل) رابطه‌ی ۱۱ با در نظرگیری حد بالا و پایین برای تمام متغیرها به ترتیب به دست آمده است. مقدار بهینه‌ی (ایده‌آل) رابطه‌ی ۱۲ با در نظرگیری حد پایین متغیرها و مقدار ضد بهینه‌ی (ضد ایده‌آل) رابطه‌ی ۱۲ با در نظرگیری حد بالای متغیرها به دست آمده است. مقدار بهینه‌ی رابطه‌ی ۱۳ با در نظرگیری حد پایین متغیرها و مقدار ضد بهینه‌ی رابطه‌ی ۱۳ با در نظرگیری حد بالای متغیرها به دست آمده است. حدود بالا و پایین متغیرها با در نظرگیری رابطه‌ی ۷ و جدول ۳ عبارت است از:

$$\begin{aligned}
 &x_2 \geq 0; x_3 \leq 400; x_4 \geq 0; x_4 \leq 550; x_7 \geq 0; x_7 \leq 600; \\
 &x_{12} \geq 1; x_{12} \leq 7; x_{13} \geq 0; x_{13} \leq 580; x_{15} \geq 0; x_{15} \leq 430; \\
 &x_{17} \geq 0; x_{17} \leq 680; x_{18} \geq 1; x_{18} \leq 50; x_{21} \geq 0; x_{21} \leq 450; \\
 &x_{22} \geq 1; x_{22} \leq 7
 \end{aligned}$$

با در نظرگیری رابطه‌ی ۱۴ به عنوان تابع هدف و محدودیت‌های مدل، مسئله با استفاده از الگوریتم ژنتیک (و تنظیم پارامترها مطابق جدول ۱) که در نرم‌افزار MATLAB کدنویسی شده، حل شده است. نتایج حل مسئله برای اوزان مختلف سه تابع هدف با در نظرگیری $p=1$ و $p=2$ در جدول ۷ قابل مشاهده است. در این جدول هر ستون نشان‌دهنده‌ی یک جواب برای مسئله است و تصمیم‌گیرنده می‌تواند یکی از این جواب‌ها را به عنوان حل مسئله انتخاب و اجرا کند. برای مثال اگر اوزان ترجیحی تصمیم‌گیرنده برای اهداف نرخ خروجی، هزینه‌ی کل و حجم کل بافرها به ترتیب 0.7 ، 0.24 و 0.06 باشد، باید ظرفیت بافر ۳، ۴ و ۷ را به ترتیب ۸۲، ۵۵، ۵۸۵، تعداد ماشین ایستگاه ۱۲ را ۴، ظرفیت بافر ۱۳، ۱۵ و ۱۷ را به ترتیب ۵۸، ۵۹، ۶۸، تعداد ماشین ایستگاه ۱۸ را ۱، ظرفیت بافر ۲۱ را ۴۱۴ و تعداد ماشین ایستگاه ۲۲ را ۵ قرار داد. در این صورت نرخ تولید تقریبی ۲۵۲۲، هزینه‌ی کل اضافه‌کردن ماشین‌ها ۲۲۲۰۰۰ (در ایستگاه ۱۲ باید ۳ ماشین اضافه شود، در ایستگاه ۱۸ هیچ ماشینی نباید اضافه شود، و در ایستگاه ۲۲ باید ۴ ماشین اضافه شود) و ظرفیت کل بافرها ۲۹۵ خواهد بود.



شکل ۴. آزمون نرمال بودن باقی مانده‌ها.

رابطه‌ی ۴ و جدول ۳ چنین در نظر گرفت:

$$z_2 = 26000 * (x_{12} - 1) + 55000 * (x_{18} - 1) + 36000 * (x_{22} - 1) \quad (12)$$

تابع میزان کل بافرها را که باید کمینه شود نیز با در نظرگیری رابطه‌ی ۵ می‌توان چنین در نظر گرفت:

$$z_3 = x_2 + x_4 + x_7 + x_{12} + x_{15} + x_{17} + x_{21} \quad (13)$$

تابع هدف ترکیبی سه هدف اصلی یعنی خروجی خط، هزینه‌ی ماشین‌آلات و حجم کل بافرها با استفاده از رابطه‌ی ۹ LP-Metric، عبارت است از:

$$\min = \left[w_1^p \left| \frac{-2828 - (-(11 \text{ معادله‌ی } 11))}{-2665} \right|^p + w_2^p \left| \frac{-(\text{معادله‌ی } 12)}{-592000} \right|^p + w_3^p \left| \frac{-(\text{معادله‌ی } 13)}{-2690} \right|^p \right]^{\frac{1}{p}} \quad (14)$$

جدول ۷. حل مسئله برای اوزان مختلف توابع هدف.

	P=۲					P=۱					
	جواب ۱۰	جواب ۹	جواب ۸	جواب ۷	جواب ۶	جواب ۵	جواب ۴	جواب ۳	جواب ۲	جواب ۱	
	۰٫۱	۰٫۳	۰٫۵	۰٫۷	۰٫۹	۰٫۱	۰٫۳	۰٫۵	۰٫۷	۰٫۹	W۱
	۰٫۷۲	۰٫۵۶	۰٫۴	۰٫۲۴	۰٫۰۸	۰٫۷۲	۰٫۵۶	۰٫۴	۰٫۲۴	۰٫۰۸	W۲
	۰٫۱۸	۰٫۱۴	۰٫۱	۰٫۰۶	۰٫۰۲	۰٫۱۸	۰٫۱۴	۰٫۱	۰٫۰۶	۰٫۰۲	W۳
	۰	۷۶	۸۱	۸۸	۹۷	۰	۷۰	۹۸	۸۲	۹۸	X۳
	۹۷	۳۶۸	۴۸۹	۵۵۰	۵۵۰	۰	۳۲۸	۴۲۱	۵۵۰	۵۵۰	X۴
	۲۱۸	۴۲۴	۵۳۰	۵۸۳	۶۰۰	۹۰	۳۹۳	۴۶۲	۵۸۵	۶۰۰	X۷
	۱	۱	۱	۳	۶	۱	۱	۱	۴	۷	X۱۲
	۰	۱۶۲	۵۸۰	۵۸۰	۵۸۰	۰	۱۲۴	۱۴۶	۵۸۰	۵۸۰	X۱۳
	۲۸۰	۳۰۵	۴۷	۴۸	۷۰	۹۰	۳۲۶	۳۶۰	۵۹	۶۴	X۱۵
	۲۴	۳۹۵	۵۹۶	۶۸۰	۶۸۰	۰	۳۳۷	۴۶۱	۶۸۰	۶۸۰	X۱۷
	۱	۱	۱	۱	۲	۱	۱	۱	۱	۳	X۱۸
	۲۰۷	۳۵۴	۳۹۸	۴۱۸	۴۰۴	۸۲	۳۵۱	۳۹۹	۴۱۴	۳۸۸	X۱۲
	۱	۲	۳	۵	۶	۱	۱	۱	۵	۷	X۲۲
	۶۳۹	۱۷۲۳	۲۰۶۸	۲۴۶۱	۲۷۴۰	۲۳۳	۱۵۰۴	۱۶۳۱	۲۵۲۲	۲۸۱۵	تابع هدف نرخ تولید
	۰	۳۶۰۰۰	۷۲۰۰۰	۱۹۶۰۰۰	۳۶۵۰۰۰	۰	۰	۰	۲۲۲۰۰۰	۴۸۲۰۰۰	تابع هدف هزینه کل
	۸۲۶	۲۰۸۴	۲۷۲۱	۲۹۴۷	۲۹۸۱	۲۶۲	۱۹۲۹	۲۳۴۷	۲۹۵۰	۲۹۶۰	تابع هدف حجم کل بافرها

نظر گرفته شده و با توجه به احتمال پیچیدگی خط تولید و نیز با در نظرگیری توابع توزیع عمومی، از تکنیک شبیه‌سازی بهره می‌برد. به منظور تعیین تعداد ماشین‌آلات و ظرفیت بافرها در ایستگاه‌های مختلف، در دو مرحله از طراحی آزمایش‌های کسری و متدولوژی سطح پاسخ استفاده کرده و بهترین تابع تقریبی پیش‌بینی‌کننده نرخ خروجی را برآورد می‌کند. این متدولوژی پس از مدل‌سازی ریاضی چندهدفه‌ی مسئله، با استفاده از الگوریتم ژنتیک و جست‌وجوی خطی و با بهره‌گیری از روش LP-Metric در اوزان مختلف توابع هدف جواب‌های مطلوب را ارائه می‌کند.

۵. نتیجه‌گیری

در این نوشتار یک متدولوژی برای تعیین تعداد بهینه (با نزدیک به بهینه) ماشین‌آلات و ظرفیت بافرها در ایستگاه‌های مختلف ارائه شد. متدولوژی پیشنهادی این مقاله با رویکردی واقع‌بینانه به خطوط تولید، برای خطوطی که در آن‌ها مدت زمان‌های پردازش، زمان بین از کارافتادگی ماشین و مدت زمان تعمیر ماشین متغیر تصادفی بوده و از توابع توزیع عمومی (مانند گاما، نرمال، ویبول و...) پیروی می‌کنند، قابل استفاده است. در متدولوژی پیشنهادی خط تولید به صورت یک شبکه‌ی صف در

منابع (References)

- Dallery, Y. and Greshwin, S.B. "Manufacturing flow line systems: A review of models and analytical results: Queuing systems theory and applications", *Special Issue on Queuing Models of Manufacturing Systems*, **12**(1-2), pp. 3-94 (1992).
- Greshwin, S.B. and Schor, J.E. "Efficient algorithms for buffer space allocation", *Operations Research*, **93**(3), pp. 117-144 (2000).
- Burman, M.H. "New results in flow line analysis", Thesis (PhD), MIT, Cambridge (1995).
- Shi, C. and Gershwin, S. "An efficient buffer design algorithm for production line profit maximization", *International Journal of Production Economics*, **122**(2), pp. 725-740 (2009).
- Alexandros, D. and Chrissoleon, P. "Exact analysis of a two-workstation one-buffer flow line with parallel unreliable machines", *European Journal of Operational Research*, **197**(2), pp. 572-580 (2009).
- Battini, D., Persona, A. and Regattieri, A. "Buffer size design linked to reliability performance: A simulative study", *Computers and Industrial Engineering*, **56**(3), pp. 1633-1641 (2009).
- Nahas, N., Ait-Kadi, D. and Nourelfath, M. "A new approach for buffer allocation in unreliable production lines", *International journal of Production Economics*, **103**(20), pp. 873-881 (2006).
- Han, M. and Park, D. "Optimal buffer allocation of serial production lines with quality inspection machines", *Computers and Industrial Engineering*, **42**(2), pp. 75-89 (2002).

9. Spinellis, D. and Papadopoulos, C. "A simulated annealing approach for buffer allocation in reliable production lines", *Annals of Operations Research*, **93**(2), pp. 373-84 (2000).
10. Manitz M. "Queuing model based analysis of assembly lines with finite buffers and general services times", *Computers and Operations Research*, **35**(8), pp. 2520-2536 (2008).
11. Huang, M., Chang, P. and Chou, Y. "Buffer allocation in flow – shop – type production system with general arrival and service patterns", *Computers and Operations Research*, **29**(2), pp. 103-121 (2002).
12. Abdul-Kader, W. "Capacity improvement of an unreliable production line – an analytical approach", *Computers and Operations Research*, **33**(3), pp. 1695-1712 (2006).
13. Chen, J. and Askin, R. "Throughput maximization in serial production lines with worksharing", *International Journal of Production Economics*, **99**(2), pp. 88-101 (2006).
14. Vergara, H. and Kim, D. "A new method for the placement of buffers in serial production lines", *International Journal of Production Research*, **47**(16), pp. 4437-4456 (2009).
15. Lavoie, P., Kenne, J. and Gharbi, A. "Optimization of production control policies in failure-prone homogeneous transfer lines", *IEEE Transactions*, **41**, pp. 209-222 (2009).
16. Kleijnen, J.P.C. and Sargent, R.G. "A methodology for fitting and validating metamodels in simulation", *European Journal of Operational Research*, **120**, pp. 14-29 (2000).
17. Kleijnen, J.P.C. "Statistical tools for simulation practitioners", *Marcel Dekker, Inc.*, New York (1987).
18. Noguera, J. and Watson, E. "Response surface analysis of a multi-product batch processing facility using a simulation metamodel", *International Journal of Production Economics*, **102**, pp. 333-343 (2006).
19. Barton, R.R. "Metamodels for simulation input-output relations", In: Swain, J.J., Goldsman, D., Crain, R.C., Wilson, J.R. (Eds.), *Proceedings of the 1992 Winter Simulation Conference*, pp. 289-299 (1992).
20. Durieux, S. and Pierreval, H. "Regression metamodeling for the design of automated manufacturing system composed of parallel machines sharing a material handling resource", *International Journal of Production Economics*, **89**, pp. 1-10 (2003).
21. Dengiz, B. and Akbay, K.S. "Computer simulation of a PCB production line: Metamodeling approach", *International Journal of Production Economics*, **63**, pp. 195-205 (2000).
22. Madu, C.N. and Kuei, C.H. "Regression metamodeling in computer simulation-The state of the art", *Simulation Practice and Theory*, **2**, pp. 27-41 (1994).
23. Safizadeh, M.H. "Optimization in simulation: Current issues and the future outlook", *Naval Research Logistics*, **37**, pp. 807-825 (1990).
24. Kleijnen, J.P.C. "Regression analysis for simulation practitioners", *Journal of Operational Research Society*, **32**, pp. 35-43 (1981).
25. Kleijnen, J.P.C. "Regression metamodels for generalizing simulation results", *IEEE, SMC-9 2*, pp. 93-96 (1979).
26. Montgomery, D., *Design and Analysis of Experiments*, Wiley, New York (2001).
27. Barros, N., Scarminio, I. and Bruns, R. "Como fazer experimentos: Pesquisa e desenvolvimento na ciência e naind'ustria. Editora da Unicamp", *Campinas*, **20**, pp. 83-184 (2001).
28. Box, G., Hunter, W. and Hunter, J., *Statistic for Experimenters- An Introduction to Design Data Aanalysis and Model Building*, Wiley, New York (1978).
29. Myers, R.H. and Montgomery, D.C., *Response Surface Methodology: Process and Product Optimization Using Designed Experiment*, Second ed, Wiley, New York (2000).
30. Yang, T. and Tseng, L. "Solving a multi-objective simulation model using a hybrid response surface method and a lexicographical goal programming approach-a case study on integrated circuit ink-marking machines", *European Journal of Operational Research*, **53**, pp. 211-221 (2002).
31. Box, G.E.P. and Liu, P.Y.T. "Statistics as a catalyst to learning by scientific method part I—an example", *Journal of Quality Technology*, **31**(1), pp. 1-15 (1999).
32. Del Castillo, E., Fan, S.K. and Semple, J. "Optimization of dual response systems: A comprehensive procedure for degenerate and nondegenerate problems", *European Journal of Operational Research*, **112**(1), pp. 174-186 (1999).
33. Hood, S.J. and Welch, P.D. "Response surface methodology and its application in simulation". In: Evans, G.W., Mollaghasemi, M., Russell, E.C., Biles, W.E. (Eds.), *Proceedings of the 1993 Winter Simulation Conference*, pp. 115-122 (1993).
34. Mead, R. and Pike, D.J. "A review of response surface methodology from a biometric viewpoint", *Biometrics*, **31**, pp. 803-851 (1975).
35. Myers, R.H., Khuri, A.I. and Carter, W.H. "Response surface methodology: 1966-1988", *Technometrics*, **31**(2), pp. 137-157 (1989).
36. Box, G.E.P. and Behnken, D.W. "Some new three level designs for the study of quantitative variables", *Technometrics*, **2**, pp. 455-476 (1960).
37. Kleijnen, J.P.C. "Verification and validation of simulation models", *European Journal of Operational Research*, **82**, pp. 145-162 (1995).
38. Panis, R.P., Myers, R.H. and Houck, E.C. "Combining regression diagnostics with simulation metamodels", *European Journal of Operational Research*, **73**, pp. 85-94 (1994).
39. Yu, P. "A class of solutions for group decision problems", *Management Science*, **19**(8), pp. 936-946 (1973).
40. Zeleny, M., *Multiple Criteria Decision Making*, McGraw-Hill, New York (1982).

41. Holland, J., *Adaptation in Natural and Artificial Systems*, The University of Michigan Press, Michigan (1975).
42. Fuhner, T. and Jung, T. "Use of genetic algorithms for the development and optimization of crystal growth processes", *Journal of Crystal Growth*, **266**(1-3), pp. 229-238 (2004).
43. Deb, K. "Genetic algorithm in search and optimization: The technique and applications", *In Proceeding of the International Workshop on Soft Computing and Intelligent Systems*, Machine Intelligence Unit, pp. 58-87 (1998).
44. Deb, K. "An introduction to genetic algorithms", *In Sadhana-Academy Proceedings in Engineering Sciences*, **24** Part 4-5, pp. 293-315 (1999).
45. Elegbede, C. and Adjallah, K. "Availability allocation to repairable systems with genetic algorithms: A multi-objective formulation", *Reliability Engineering and System Safety*, **82**(3), pp. 319-330 (2003).
46. Gen, M. and Cheng, R. "Optimal design of system reliability using interval programming and genetic algorithms", *Computers and Industrial Engineering*, **31**(1-2), pp. 237-240 (1996).
47. Kumar, R., Izui, K., Yoshimura, M. and Nishiwaki, Sh. "Multi-objective hierarchical genetic algorithms for multilevel redundancy allocation optimization", *Reliability Engineering and System Safety*, **94**, pp. 891-904 (2009).
48. Gupta, R.K., Bhunia, A.K. and Roy, D. "A GA based penalty function technique for solving constrained redundancy allocation problem of series system with interval valued reliability of components", *Journal of Computational and Applied Mathematics*, **232**, pp. 275-284 (2009).
49. Yang, J., Hwang, M., Sung, T. and Jin, Y. "Application of genetic algorithm for reliability allocation in nuclear power plants", *Reliability Engineering and System Safety*, **65**(3), pp. 229-238 (2000).
50. Yokota, T., Gen, M. and Li, Y. "Genetic algorithm for non-linear mixed integer programming problems and its applications", *Computers and Industrial Engineering*, **30**(4), pp. 905-917 (1996).
51. Wang, H.F. and Wu, K.Y. "Hybrid genetic algorithm for optimization problems with permutation property", *Computers and Operations Research*, **31**(14), pp. 2453-2471 (2004).

DETERMINING THE NUMBER OF MACHINES AND BUFFER CAPACITY IN FAILURE-PRONE PRODUCTION LINES TO OPTIMIZE PRODUCTION RATE

M. Amiri

mg_amiri@ie.sharif.edu

Dept. of Industrial Management
University of Allameh Tabataba'i

A. Mohtashami (corresponding author)

mohtashami07@gmail.com

Dept. of Industrial Management
Qazvin branch, Islamic Azad University

Sharif Industrial Engineering and Management Journal
Volume 29, Issue 2, Page 105-115, Original Article

© Sharif University of Technology

- Received 12 June 2011; received in revised form 28 February 2012; accepted 17 April 2012.

Abstract

A production line consists of machines connected in series and separated by buffer capacity. Each part is required to be processed on each machine during a time called the service or process time. Material flow may be disrupted by machine failure or by differences between the service times of the stations. The inclusion of buffers increases the average production rate of the line by limiting the propagation of distributions, but at an additional cost of capital investment, floor space of the line and inventory. On the other hand, the inclusion of parallel machines in a station increases its reliability and results in higher production rate. Determining buffer size and number of parallel machines in a station is a challenging problem. This paper formulates the problem of determining the optimal (or near optimal) number of machines and buffer capacities in failure-prone production and assembly lines to optimize production rate. This paper also provides a methodology to solve this problem. The objective is to maximize production rate with minimum machine purchase cost and minimum total buffer size (A multi-objective formulation). The majority of solution methods assume that the process times, time between failures and repair times, are deterministic or exponentially distributed. This paper relaxes these restrictions by proposing a simulation based methodology that can consider general distribution functions for all parameters of production lines. Considering the large number of factors in such problems (machines and buffers of each

station), we first use a two level fractional factorial design to determine the more significant factors, and second, use a response surface design to build a response surface metamodel as a production rate estimator, based on different configurations of buffer capacity and number of machines. We use the Lp-metric method as one of the powerful methods for multi-objective problem solving that generates different solutions based on objective weights. Finally, we use a genetic algorithm combined with the lines search method to solve the multi objective model and to determine the optimal (or near optimal) number of machines and buffer capacities in each station.

Key Words: Series-parallel production line, buffer, queuing networks, genetic algorithm, simulation, design of experiments, response surface methodology, line search.