

ارائه‌ی شاخص نوین «نسبت سیگنال به اغتشاش» چندمتغیره برای پاسخ‌های وابسته به هم

مهدی بشیری* (دانشیار)

امیرحسین امیری (استادیار)

مجید جلیلی (کارشناس ارشد)

گروه مهندسی صنایع، دانشگاه شاهد

مهندسی صنایع و مدیریت شریف، تابستان ۱۳۹۳
دوری ۱-۳۰، شماره ۱/۱، ص. ۱۲-۳

روش تاگوچی، روشی مؤثر و کارا در افزایش کیفیت محصول یا فرایند است. هدف این روش کاهش میزان تأثیر عوامل اغتشاش بر مقدار متغیر پاسخ است به گونه‌یی که متغیر پاسخ نسبت به تغییرات عوامل اغتشاش مقاوم شود. تاگوچی به منظور بررسی و تجزیه و تحلیل متغیر پاسخ، نسبت سیگنال به اغتشاش را معرفی کرد. در این مطالعه یک شاخص نوین سیگنال به اغتشاش، براساس فاصله‌ی اقلیدسی^۱ و مساحت ناحیه‌ی فرایند برای متغیرهای پاسخ وابسته به هم ارائه می‌شود. معیار ارائه شده چنان است که هم معیاری است برای اندازه‌گیری فاصله تا هدف، و هم معیاری است برای اندازه‌گیری میزان تغییرات مشاهدات (مشمتمل بر تغییرات ناشی از هر متغیر و ناشی از کواریانس بین متغیرها). روش پیشنهادی در سه مثال مورد بررسی قرار گرفته، و کارایی روش پیشنهادی نشان داده شده است.

واژگان کلیدی: نسبت سیگنال به اغتشاش، فاصله‌ی اقلیدسی، ناحیه‌ی فرایند، روش تاگوچی، پاسخ‌های وابسته به هم.

۱. مقدمه

که منجر به دست‌یابی به یک سیستم پایدارتر می‌شود، بنابراین مقدار بیشتر برای SNR مطلوب است.

در حالتی که متغیر پاسخ از نوع اسمی بهینه باشد این نسبت را می‌توان به صورت رابطه‌ی ۲ نمایش داد. در این رابطه، y_i مقدار پاسخ i ام برای هر تیمار و t مقدار هدف در نظر گرفته شده برای متغیر پاسخ است. S ، میزان انحراف معیار مشاهدات است و n تعداد کل مشاهدات را نشان می‌دهد.

$$\text{SNR} = -10 \log(\text{MSD}) = -10 \log \left(\frac{1}{n} \sum_i (y_i - t)^2 \right) = -10 \log \left(S^2 + (\bar{y} - t)^2 \right) \quad (2)$$

با توجه به رابطه‌ی ۲، نسبت SNR دو عامل «میزان تغییرات» و «نزدیکی به هدف» را به منظور بررسی کارایی فرایند مورد توجه قرار می‌دهد. توجه داشته باشید که اگر مقدار $\bar{y} = t$ در نظر گرفته شود، آنگاه رابطه‌ی ۲ فقط واریانس مشاهدات را در نظر می‌گیرد.^۱ بنابراین نسخه جدیدی از نسبت SNR به صورت رابطه‌ی ۳ ارائه می‌شود. در این رابطه مقدار صفر به عنوان مقدار هدف در نظر گرفته شده است.

$$\text{SNR} = -10 \log(\text{MSD}) = 10 \log \left(\frac{\bar{y}^2}{S^2} \right) \quad (3)$$

طراحی پایدار^۲ که نخستین بار در سال ۱۹۸۰ توسط تاگوچی^۱ معرفی شد تاکنون روی بسیاری از مسائل و محصولات صنعتی به طور موفقیت‌آمیز اجرا شده است. تاگوچی مسئله‌ی طراحی پایدار پارامتر^۳ را در دو نوع سیستم مورد بررسی قرار داد، سیستم‌های ایستا (تک پاسخ) و سیستم‌های پویا (سیگنال - پاسخ). در سیستم ایستا متغیر پاسخ یک مقدار کمی است در حالی که در سیستم پویا بین متغیر پاسخ و عامل سیگنال یک رابطه برقرار است (شکل ۱).

در طراحی پایدار پارامتر سعی بر آن است تا سطوح عوامل کنترل به نحوی تعیین شود که محصول نسبت به عوامل غیرقابل کنترل (عوامل اغتشاش) کم‌ترین تأثیرپذیری را داشته باشد. بدین منظور تاگوچی نسبت سیگنال به اغتشاش را برگرفته از مفهوم تابع زیان (رابطه‌ی ۱) معرفی کرد. این نسبت با بررسی تیمارهای موجود در جداول طراحی آزمایش، میزان کارایی آن‌ها را بر پایه‌ی میزان نزدیکی به مقدار هدف و داشتن کم‌ترین مقدار تغییرات اندازه‌گیری می‌کند.

$$\text{SNR} = -10 \log(\text{MSD}) \quad (1)$$

در رابطه‌ی ۱، SNR نسبت سیگنال به اغتشاش، و MSD میانگین مربع انحرافات است. بیشینه کردن این نسبت به معنی کمینه کردن میزان تغییرات درون سیستم است

* نویسنده مسئول

تاریخ: دریافت ۱۳۹۰/۷/۲۶، اصلاحیه ۱۳۹۰/۱۰/۲۵، پذیرش ۱۳۹۰/۱۱/۱۸.

bashiri@shahed.ac.ir
amiri@shahed.ac.ir
mjali@shahed.ac.ir

آزمایش‌ها می‌شود.^[۵] آنان نشان دادند که روش تاگوچی زمانی که متغیر پاسخ دارای رابطه‌ی غیرخطی با عوامل کنترل باشد اغلب منجر به پاسخ نادرست می‌شود.^[۶]

رویکرد طراحی پایدار برای مسئله‌ی تاگوچی در حالت غیرخطی با استفاده از تابع زیان ارائه شد.^[۷] بدین منظور، تابع هدف با استفاده از سری تیلور حول متغیرهای مسئله بسط داده شد. همچنین مسئله‌ی تاگوچی و طراحی پایدار در مسائلی با متغیرهای گسسته بررسی شد.^[۹]

پژوهش‌گران دو روش نموداری برای تحلیل داده‌های حاصل از مطالعات RPD در سیستم‌های سیگنال - پاسخ ارائه کردند^[۱۰] و سپس با دو مثال، که یکی فرضی و دیگری واقعی است، صحت روش‌های ارائه شده و برتری آن بر روش SNR پویای تاگوچی را نشان دادند.

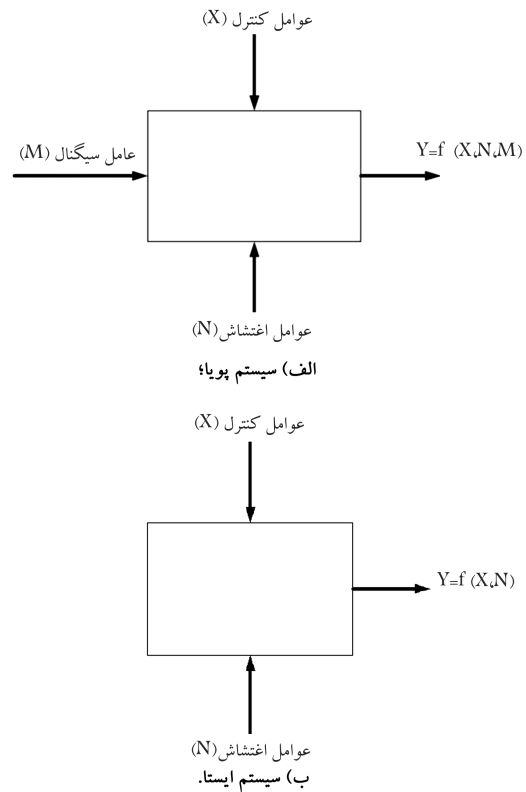
دیگر محققین یک مدل خطی مبتنی بر رگرسیون برای بررسی مسئله‌ی تاگوچی در حالت پویا ارائه کردند،^[۱۱] استفاده از نسبت SNR در سیستم‌های چندهدفه از مسائل پویا را مورد بررسی قرار دادند،^[۱۲] با استفاده از تابع زیان رویکردی جدید برای بررسی مسئله‌ی تاگوچی در حالت چندپاسخه ارائه کردند،^[۱۳] و نیز یک تابع مطلوبیت جدید برای مسئله‌ی تاگوچی ارائه کردند که نسبت به روش‌های قدیمی نتایج بهتری در برداشت.^[۱۴]

با بررسی کاهش تغییرات در سیستم‌های اندازه‌گیری از روش تاگوچی، یک روش طراحی پایدار برای این منظور ارائه شد.^[۱۵] همچنین با استفاده از روش تاپسیس^۴ - از تکنیک‌های تصمیم‌گیری - مسئله‌ی تاگوچی مورد بررسی قرار گرفت.^[۱۶] نتایج حاصله نشان‌گر کارایی روش پیشنهادی در مقایسه با استفاده از SNR است.^[۱۶] همچنین با استفاده از مفهوم تابع مطلوبیت و روش شبیه‌سازی تیرید، یک روش بهینه‌سازی برای مسئله‌ی تاگوچی در حالت چندپاسخه ارائه شد.^[۱۷] مزیت روش مذکور برخورداری از قابلیت جست‌وجوی فواصل پیوسته میان سطوح عوامل کنترل است.

محققین یک سیستم سیگنال - پاسخ را مورد بررسی قرار دادند^[۱۸] که در آن زمان نقش عامل سیگنال را به عهده داشت. ویژگی مهم سیستم تحت بررسی آن است که سطوح عامل سیگنال مستقل از هم نیستند. همچنین رویکردی مبتنی بر الگوریتم ژنتیک و روش CAE^۵ به منظور بررسی یک سیستم سیگنال - پاسخ ارائه شد^[۱۹] که ویژگی آن توانایی در نظر گرفتن عوامل کنترل با سطوح پیوسته است. در مطالعات بعدی نیز، بر پایه‌ی تابع مطلوبیت نمایی روشی برای بررسی مسئله - زمانی که رابطه‌ی میان عامل سیگنال و متغیر پاسخ غیر خطی باشد - ارائه شد.^[۲۰]

تانگ و همکاران نیز رویه‌ی خود را با استفاده از روش تحلیل پوششی داده‌ها^۶ ارائه کردند^[۲۱] که قابلیت تحلیل مسائل چندپاسخه را دارد. همچنین رویکرد پیشنهادی توسط آن‌ها نیازی به فرض خطی بودن رابطه‌ی میان عامل سیگنال و متغیر پاسخ ندارد.

یکی از محدودیت‌های شاخص «نسبت سیگنال به اغتشاش» تاگوچی، زمانی بروز می‌کند که با یک مسئله‌ی چندپاسخه مواجه می‌شویم. در این حالت سؤال اساسی چگونگی تجمیع نسبت‌های سیگنال به اغتشاش متغیرهای پاسخ است. علاوه بر مشکل تجمیع نسبت‌های سیگنال به اغتشاش، با مشکل عدم در نظر گرفتن کواریانس میان متغیرهای پاسخ نیز روبه‌رو هستیم. برای مثال، گوری و چاکرابورتی^[۲۲] از تجزیه و تحلیل مؤلفه‌های اصلی^۷ برای ساختن یک پاسخ جدید استفاده کردند. آنان با معرفی شاخص اجرایی چندپاسخه (MRPI)^۸ که مؤلفه‌ی اصلی ناشی از متغیرهای اصلی (نسبت‌های سیگنال به اغتشاش استاندارد شده) است، اقدام به



شکل ۱. سیستم‌های ایستا و پویا

همچنین در حالتی که پاسخ از نوع کمینه - بهینه و بیشینه - بهینه باشد، نسبت سیگنال به اغتشاش به ترتیب به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$SNR = -10 \log \left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n y_i^2 \right] \quad (4)$$

$$SNR = -10 \log \left[\frac{1}{n} \sum_{i=1}^n \frac{1}{y_i} \right] \quad (5)$$

در نهایت، تاگوچی رویکردی دومرحله‌یی برای بهینه‌سازی مسئله در حالت ایستا ارائه کرد. این روش شامل دوگام اساسی است که درگام اول سعی می‌شود سطوحی از عوامل کنترل انتخاب شود که موجب به دست آمدن بیشترین مقدار SNR شود. سپس درگام دوم سعی می‌شود مقدار متغیر پاسخ تا حد ممکن به مقدار هدف نزدیک شود.

به منظور تجزیه و تحلیل فرایند، تاگوچی آرایه‌های عمود بر هم^[۲] را معرفی کرد. آرایه‌ی عمود برهم شامل آرایه‌ی درونی (دربرگیرنده‌ی عوامل کنترل) و آرایه‌ی بیرونی (دربرگیرنده‌ی عوامل اغتشاش) است به طوری که در تمام سطوح حاصل از تقاطع این آرایه‌ها، آزمایش‌ها تکرار می‌شوند.

محققین با انتقاد از نام‌گذاری تاگوچی، سیستم‌های ایستا را سیستم‌های تک‌پاسخ و سیستم‌های پویا را سیستم‌های سیگنال - پاسخ نامیدند.^[۲] مبنای انتقاد آنان این است که عناوین ایستا و پویا عموماً برای سیستم‌های مرتبط با زمان به کار می‌روند در حالی که هیچ‌یک از سیستم‌های ایستا و پویا لزوماً ارتباطی با زمان ندارند.

به باور محققین، استفاده از آرایه‌ی درونی برای عوامل کنترل و آرایه‌ی بیرونی برای عوامل اغتشاش اغلب غیرضروری است و موجب افزایش تعداد و هزینه‌ی

می‌شود. اگر قصد اندازه‌گیری دو نقطه با مشخصات $A = (x_A, y_A)$ و $B = (x_B, y_B)$ را داشته باشیم، رابطه‌ی ۶ فاصله‌ی اقلیدسی میان این دو نقطه را بیان می‌کند.

$$ud = \sqrt{(x_A - x_B)^2 + (y_A - y_B)^2} \quad (6)$$

این رابطه میزان فاصله بین میانگین مشاهدات را از مقدار هدف T اندازه می‌گیرد.

۲.۲. ناحیه‌ی فرایند

برای محاسبه‌ی کارایی فرایند^{۱۳}، در حالتی که مشاهدات از توزیع چندمتغیره پیروی کنند، از «ناحیه‌ی فرایند» استفاده می‌شود. فرض کنید که x_1, x_2, \dots, x_n برداری از مشاهدات با اندازه‌ی n است که از یک توزیع نرمال v متغیره پیروی می‌کنند. میانگین این داده‌ها را با \bar{x} که برداری با اندازه‌ی $1 \times v$ است و میانگین n مشاهده v مشخصه‌ی کیفی را در بر می‌گیرد، نشان می‌دهیم. ماتریس واریانس - کواریانس این مشاهدات که ماتریسی با اندازه $v \times v$ است و در برگیرنده‌ی مقادیر واریانس و کواریانس v مشخصه‌ی کیفی است با S نشان داده شده است.

اگر $v = 2$ باشد در این صورت ناحیه‌ی فرایند برای این مشاهدات به صورت یک بیضی است که از رابطه‌ی ۷ به دست می‌آید.^[۲۳] (معادله‌ی نهایی بیضی در رابطه‌ی (الف) ۲) در پیوست (الف) آورده شده است.)

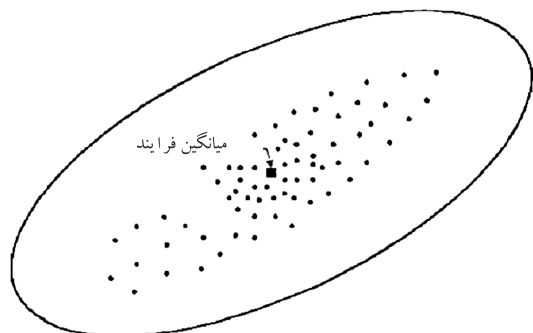
$$(x - \mu)' S^{-1} (x - \mu) \leq \chi^2_{(v, \alpha)} \quad (7)$$

در رابطه‌ی ۷، $\chi^2_{(v, \alpha)}$ برابر است با $1 - \alpha \times 100$ درصد از توزیع مجذورکا با v درجه آزادی. اگر فرض کنیم که دسته‌ی از مشاهدات از توزیع نرمال دومتغیره پیروی می‌کنند، ناحیه‌ی فرایند برای این دسته از مشاهدات مطابق شکل ۲ خواهد بود. در پیوست (الف) رویه محاسبه مساحت ناحیه فرایند شرح داده شده است.

هرچه میزان واریانس بین مشاهدات بیشتر شود مساحت ناحیه‌ی فرایند نیز بزرگ‌تر می‌شود. بنابراین ناحیه‌ی فرایند می‌تواند معیاری مناسب برای بررسی میزان تغییرات مشاهدات حول میانگین باشد. کواریانس میان مشاهدات نیز بر جهت بیضی شکل ۲ تأثیر می‌گذارد.

۳.۲. رویکرد پیشنهادی

هدف از رویکرد تاگوچی کاهش هرچه بیشتر تغییرات مشخصه‌های کیفی و همچنین نزدیکی هرچه بیشتر آن‌ها به مقدار هدف است. برای این منظور، در این مطالعه از



شکل ۲. ناحیه‌ی فرایند برای برداری از مشاهدات از یک توزیع نرمال دومتغیره.

تجمع نسبت‌های سیگنال به اغتشاش اولیه کردند. ایراد روش فوق آن است که با به کار بستن تکنیک تجزیه و تحلیل مؤلفه‌های اصلی، بخشی از اطلاعات مسئله از بین می‌رود. به‌طور کلی رویکردهای به کار رفته در مسائل بهینه‌سازی چندگانه را می‌توان در چهار دسته تقسیم‌بندی کرد. دسته‌ی اول روش‌های مبتنی بر تابع مطلوبیت^۹ است. ایراد اصلی وارده بر این دسته روش‌ها، استفاده نکردن از واریانس و کواریانس میان داده‌هاست. دسته‌ی دوم شامل روش‌های مبتنی بر تابع زیان^{۱۰} است. در این روش‌ها یک تابع زیان مناسب برای مسئله تعریف می‌شود. مزیت این دسته از روش‌ها استفاده‌ی توأم از واریانس و کواریانس میان داده‌هاست. دسته‌ی سوم شامل روش‌های مبتنی بر اولویت^{۱۱} است. این روش‌ها در قالب روش‌های تصمیم‌گیری با معیارهای چندگانه^{۱۲} قرار می‌گیرند. اگرچه در این دسته از روش‌ها واریانس میان مشاهدات در نظر گرفته می‌شود، همچنان عدم در نظر گرفتن کواریانس میان داده‌ها به‌عنوان یک ایراد اساسی مطرح است. دسته‌ی چهارم در برگیرنده‌ی روش‌های مبتنی بر روش تاگوچی است. مهم‌ترین ایراد وارده بر این روش‌ها نیز، چنان که ذکر شد، عدم استفاده از کواریانس میان داده‌هاست.

در این نوشتار شاخصی نوین برای مسائل چندپاسخه معرفی می‌شود. این شاخص هم‌زمان با در نظر گرفتن کواریانس میان داده‌ها قادر به جمع و ارائه‌ی شاخصی واحد به‌منظور ارزیابی پاسخ‌هاست. بنابراین کار تجزیه و تحلیل مسائل چندپاسخه را ساده‌تر می‌کند بدون آن که اطلاعات مسئله در قالب کواریانس بین متغیرهای پاسخ از بین برود. در نهایت می‌توان گفت که شاخص پیشنهادی با در نظر گرفتن فاصله از مقدار هدف، پراکندگی (واریانس) و کواریانس میان داده‌ها، روشی کارا برای مسائل چندپاسخه است. عدم نیاز به سایر روش‌های یکتاسازی مانند تجزیه و تحلیل مؤلفه‌های اصلی (که سبب از دست رفتن بخشی از اطلاعات اولیه‌ی مسئله می‌شود) یا میانگین هندسی از مزیت‌های روش پیشنهادی است. توجه داشته باشید که استفاده از میانگین هندسی سبب می‌شود که شاخص جمع‌شده (مقدار میانگین هندسی) نسبت به اندازه‌ی حتی یک متغیر پاسخ نامناسب بسیار حساس شود (مقدار بسیار کمی به خود بگیرد). این در حالی است که ممکن است سایر متغیرهای پاسخ مقادیر بسیار مناسبی داشته باشند.

ساختار این نوشتار چنان است که در بخش ۲ روش پیشنهادی توضیح داده می‌شود. سپس در بخش ۳ کارایی روش پیشنهادی روی سه مثال شبیه‌سازی شده و برگرفته از ادبیات موضوع مورد بررسی قرار می‌گیرد. در نهایت نتیجه‌گیری و پیشنهادهای آتی در بخش ۴ ارائه شده است.

۲. روش پیشنهادی

به‌منظور بررسی مسئله‌ی تاگوچی لازم است دو عامل «نزدیکی به مقدار هدف» و «میزان تغییرات مشاهدات» مد نظر قرار گیرد. تاگوچی این دو عامل را با معرفی نسبت SNR و رویکرد دومرحله‌ی خود مورد توجه قرار داد. در روش پیشنهادی این نوشتار از دو شاخص فاصله‌ی اقلیدسی و ناحیه‌ی فرایند برای در نظر گرفتن این دو عامل استفاده می‌شود.

۱.۲. فاصله‌ی اقلیدسی

«فاصله‌ی اقلیدسی» معیاری است برای سنجش فاصله که در بسیاری از روش‌های ریاضی کاربرد دارد. در این روش فاصله‌ی میان دو نقطه‌ی مشخص اندازه‌گیری

فاصله‌ی اقلیدسی برای اندازه‌گیری مقدار فاصله‌ی میانگین از هدف و از ناحیه‌ی فرایند برای اندازه‌گیری مقدار تغییرات متغیرهای پاسخ استفاده می‌شود. مزیت روش پیشنهادی در آن است که با توجه به روابط تشریح شده برای فاصله‌ی اقلیدسی و ناحیه‌ی فرایند، علاوه بر وارپانس، کواریانس پاسخ‌ها را نیز در بر می‌گیرد. گام‌های رویکرد پیشنهادی عبارت‌اند از:

گام ۱. فاصله‌ی اقلیدسی میانگین مشاهدات از مقدار هدف در هر تیمار را با استفاده از رابطه‌ی ۶ اندازه‌گیری کنید. سپس این فاصله را با استفاده از رابطه‌ی ۸ استاندارد کنید.

$$ud' = \frac{ud - ud_{\min}}{ud_{\max} - ud_{\min}} \quad (8)$$

در رابطه‌ی ۸، ud_{\max} و ud_{\min} به ترتیب کم‌ترین و بیشترین فاصله‌ی اقلیدسی محاسبه‌شده در میان تیمارهاست؛ ud' نیز مقدار استاندارد شده فاصله‌ی ud است.

گام ۲. مساحت ناحیه‌ی فرایند حاصل از مشاهدات در هر تیمار را با استفاده از رابطه‌ی ۹ به دست آورید (در پوست (الف) روش محاسبه‌ی قطر بزرگ و قطر کوچک ناحیه‌ی فرایند با استفاده از ماتریس وارپانس - کواریانس شرح داده شده است).

$$S = \frac{(\text{قطر بزرگ} \times \text{قطر کوچک} \times \pi)}{4} = \text{مساحت ناحیه‌ی فرایند} \quad (9)$$

مقادیر به دست آمده برای مساحت ناحیه‌ی فرایند را با استفاده از رابطه‌ی ۱۰ استاندارد کنید:

$$v' = \frac{v - v_{\min}}{v_{\max} - v_{\min}} \quad (10)$$

که در آن v_{\max} و v_{\min} به ترتیب کم‌ترین و بیشترین مقدار مساحت ناحیه‌ی فرایند محاسبه‌شده در میان تیمارهاست و v' مقدار استاندارد شده‌ی v است.

گام ۳. در این گام شاخص جدید را براساس مقدار فاصله‌ی اقلیدسی و مساحت ناحیه‌ی فرایند استاندارد شده محاسبه می‌کنیم و آن را «نسبت سیگنال به اغتشاش چندمتغیره (MSN)^{۱۴}» می‌نامیم. با توجه به این که مقادیر استاندارد شده‌ی ud' و

v' بدون واحد و بین مقادیر ۰ تا ۱ مقیاس‌بندی شده‌اند، مشکلی برای جمع کردن آن‌ها به وجود نمی‌آید. رابطه‌ی ۱۱ معرف شاخص پیشنهادی است:

$$MSN = -10 \log(ud' + v') \quad (11)$$

این رابطه شبیه رابطه‌ی ۲ است که به‌عنوان جایگزینی برای این رابطه -- هنگامی که با یک مسئله‌ی چندپاسخه روبه‌رو باشیم -- پیشنهاد می‌شود. چنان که پیش‌تر نیز عنوان شد، رابطه‌ی ۱۱ توانایی جمع متغیرهای پاسخ را (با در نظر گرفتن کواریانس بین آن‌ها) بدون از دست دادن اطلاعات مسئله دارد.

توجه داشته باشید که رابطه‌ی ۱۱ تنها برای متغیرهای پاسخ از نوع اسمی - بهینه قابل استفاده است. برای متغیرهای از نوع کمینه - بهینه و بیشینه - بهینه محاسبه‌ی فاصله‌ی اقلیدسی با استفاده از رابطه‌ی ۶ ممکن نیست زیرا مقدار هدف (T) در رابطه‌ی ۶ بی‌نهایت است. در این هنگام استفاده از یک نقطه‌ی مرجع در سمت دیگر هدف و تعریف فاصله به‌عنوان یک عامل مثبت در افزایش کیفیت پیشنهاد می‌شود. برای مثال اگر مسئله از نوع بیشینه - بهینه است، می‌توان صفر را به‌عنوان مقدار هدف در نظر گرفت. در این صورت با فاصله گرفتن از مقدار هدف، متغیر پاسخ به سمت $+\infty$ حرکت می‌کند. در نتیجه فاصله در این حالت یک عامل مثبت است و می‌توان عکس آن را وارد رابطه‌ی ۱۱ کرد.

گام ۴. اثرات میانگین عوامل کنترل را با توجه به مقادیر MSN به دست می‌آوریم. برای هر عامل کنترلی سطحی که مقدار MSN را بیشینه کند به‌عنوان مقدار سطح بهینه برای عامل کنترلی انتخاب می‌شود. توجه داشته باشید که بیشینه کردن مقدار MSN معادل با کمینه کردن مقادیر عوامل نامطلوب ud' و v' است.

۳. مثال عددی

به‌منظور نشان دادن کارایی روش ذکر شده، سه مثال مورد بررسی قرار گرفته است. مثال اول شبیه‌سازی شده و مثال دوم و سوم برگرفته از ادبیات موضوع است.

مثال ۱. فرض کنید که فرایندی تحت تأثیر سه عامل کنترلی a ، b و c قرار دارد. برای این فرایند دو متغیر پاسخ Y_1 و Y_2 با مقادیر هدف به ترتیب ۲ و ۳ در نظر گرفته شده که از توزیع نرمال دومتغیره پیروی می‌کنند. در جدول ۱ مقادیر متغیرهای پاسخ در

جدول ۱. طرح آزمایش و مقادیر متغیرهای پاسخ برای مثال ۱.

شماره آزمایش	عوامل کنترل			متغیرهای پاسخ					
	a	b	c	Y_1	Y_2	Y_1	Y_2	Y_1	Y_2
۱	۱	۱	۱	۳٫۲	۳٫۷	۳٫۳	۳٫۵	۳٫۶	۰٫۱
۲	-۱	۱	-۱	-۰٫۴	-۰٫۴	-۰٫۸	-۰٫۹	-۰٫۵	-۱٫۲
۳	-۱	-۱	۱	-۰٫۴	-۰٫۷	-۰٫۹	-۰٫۳	-۰٫۵	-۱٫۲
۴	-۱	-۱	-۱	-۲٫۹	-۲٫۸	-۲٫۱	-۳٫۰	-۲٫۹	۰٫۲
۵	-۱	۱	۱	۲٫۰	۱٫۵	۱٫۷	۱٫۷	۱٫۷	۲٫۶
۶	۱	۱	-۱	۱٫۱	۱٫۰	۱٫۷	۱٫۴	۱٫۳	-۳٫۸
۷	-۱	-۱	۱	-۰٫۷	-۰٫۹	-۰٫۴	-۰٫۶	-۰٫۸	۴٫۲
۸	۱	-۱	۱	۱٫۳	۱٫۶	۱٫۸	۱٫۷	۱٫۱	۲٫۴

جدول ۲. نتایج حاصل از روش پیشنهادی و روش SNR تاگوچی برای مثال ۱.

شماره آزمایش	عوامل کنترل			روش پیشنهادی			روش SNR تاگوچی	
	a	b	c	ud'	v'	MSN	SNR (Y ₁)	SNR (Y ₂)
۱	۱	۱	۱	۰٫۴۱	۰٫۸۹	۰٫۲۵۰	-۳٫۴	-۸٫۳
۲	-۱	۱	-۱	۰٫۷۳	۰٫۱۷۸	-۱٫۱۶۵	-۸٫۳	-۱۲٫۶
۳	-۱	-۱	۱	۰٫۷۶	۰٫۴۴۰	-۰٫۸۵۰	-۸٫۲	-۱۳٫۱
۴	-۱	-۱	-۱	۰٫۷۸	۱٫۰۰۰	-۰٫۸۹	-۱۳٫۵	-۷٫۸
۵	۱	۱	-۱	۰٫۰۰	۰٫۳۵۳	۱۷٫۵۶۰	۶٫۴	۱۰٫۰
۶	۱	۱	-۱	۱٫۰۰	۰٫۷۵۴	-۱٫۵۵۳	۲٫۵	-۱۶٫۵
۷	-۱	-۱	۱	۰٫۴۲	۰٫۰۰۰	-۱٫۵۱۱	-۸٫۶	-۳٫۴
۸	۱	-۱	۱	۰٫۰۵	۰٫۹۲۳	۱۲٫۶۲۵	۴٫۷	۲٫۷

متغیر پاسخ است. این مشکل زمانی رخ می‌دهد که برای هر متغیر پاسخ یک تیمار به‌عنوان تیمار برتر انتخاب شود. این در حالی است که روش پیشنهادی فاقد معایب ذکر شده است.

مثال ۲. این مسئله برگرفته از مقاله‌ی تانگ و سو^[۱۶] است که در آن مؤلفین با استفاده از روش تاپسیس اقدام به انتخاب سطوح بهینه برای یک مسئله با دو متغیر پاسخ نرمال به‌نام‌های شاخص انکساری (RI)^{۱۶} و ضخامت ورقه (DT)^{۱۷} کردند. مقادیر هدف برای این متغیرهای پاسخ به‌ترتیب برابر با ۲ و ۱۰۰۰ است. آن‌ها با مقایسه‌ی نتایج حاصل از روش پیشنهادی خود و شاخص «نسبت سیگنال به اغتشاش»، کارایی روش خود را نسبت به این روش نشان دادند. در جدول ۳ عوامل کنترل و سطوح آن‌ها، و در جدول ۴ مقادیر مشاهدات اولیه ناشی از آزمایش‌ها ارائه شده است. در جدول ۵ نیز مقادیر استاندارد شده‌ی فاصله‌ی اقلیدسی و ناحیه‌ی فرایند به‌همراه MSN محاسبه شده برای مثال دوم ذکر شده است. در نهایت نمودار اثرات میانگین ناشی از عوامل کنترل رسم می‌شود (شکل ۴).

با توجه به این که مقدار بیشتر MSN برای هر عامل کنترلی مطلوب است، برای هر عامل کنترلی سطحی که بیشترین مقدار میانگین را داشته باشد به‌عنوان سطح بهینه انتخاب می‌شود. با توجه به شکل ۴، سطوح بهینه برای عوامل کنترل مثال ۲ به‌صورت $A_1 B_1 C_7 D_7 E_7 F_7 G_7 H_7$ به دست می‌آید. جواب بهینه تانگ و سو برای عوامل کنترل^[۱۶] برابر است با:

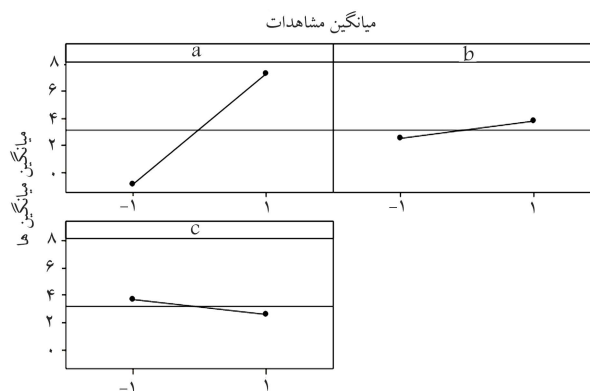
$$A_1 B_1 C_7 D_7 E_7 F_7 G_7 H_7$$

در جدول ۶ مقادیر اثرات میانگین ناشی از روش پیشنهادی تانگ و سو ارائه شده است. توجه داشته باشید که تفاوت بین جواب روش پیشنهادی در این مقاله و جواب ارائه شده توسط تانگ و سو، در عامل کنترلی B (در سطوح ۱ و ۲) است. از طرف دیگر تفاوت اثرات میانگین به دست آمده در روش تانگ و سو در سطوح مورد اختلاف عامل کنترلی B ناچیز است. تفاوت اثرات میانگین در سطوح مورد اختلاف در عامل B در جدول ۷ ارائه شده است. در این جدول اختلاف در سطوح ۱ و ۲ عامل B از جدول ۶ نشان داده شده است. با استفاده از رابطه‌ی زیر درصد خطا، برای انتخاب نادرست سطح B، محاسبه شده است (۰٫۸۴۴۲) مقدار اثر اصلی عامل B در سطح دوم و (۰٫۷۲۸۶) مقدار اثر اصلی عامل B در سطح اول است.

یک طرح آزمایش ۲^۳ با ۵ تکرار ارائه شده است. با حل مسئله‌ی شبیه‌سازی شده، نتایج حاصل از روش پیشنهادی شامل مقادیر ud' ، v' و MSN در جدول ۲ آمده است.

شکل ۳ نمودار اثرات میانگین^{۱۵} را برای طرح آزمایش مثال ۱ نشان می‌دهد. چنان که مشاهده می‌شود سطح ۱ برای عامل کنترلی a، سطح ۱ برای عامل کنترلی b و سطح -۱ برای عامل کنترلی c انتخاب می‌شود. همچنین مقادیر به دست آمده برای پاسخ‌های Y_1 و Y_2 (جدول ۱) نشان می‌دهد که بهترین تیمار برای رسیدن به مقادیر هدف برای مثال شبیه‌سازی شده، تیمار ۵ است. این تیمار در برگزیده‌ی همان سطوحی است که روش پیشنهادی برای متغیرهای کنترلی ارائه داده است. همچنین جدول ۲ در برگزیده‌ی نتایج حاصل از اعمال روش تاگوچی روی مسئله‌ی تحت بررسی است. با توجه به مقادیر SNR به دست آمده برای متغیرهای پاسخ Y_1 و Y_2 که به‌ترتیب برابر با ۴، ۶ و ۱۰ است، تیمار ۵ به‌عنوان تیمار برتر انتخاب می‌شود. بنابراین روش پیشنهادی همان نتایج روش تاگوچی است که نشان‌گر عملکرد مناسب روش پیشنهادی است.

توجه داشته باشید که استفاده از نسبت سیگنال به اغتشاش تاگوچی در این مسئله باعث نادیده گرفته شدن کواربانس بین متغیرهای پاسخ می‌شود. همچنین مشکل دیگر روش تجمع نسبت‌های سیگنال به اغتشاش به دست آمده برای هر



شکل ۳. نمودار اثرات میانگین برای مثال ۱.

جدول ۳. عوامل کنترل و سطوح آنها برای مثال ۲.

عوامل کنترل	سطح ۱	سطح ۲	سطح ۳
A. Cleaning method	No	Yes	—
B. The chamber temperature	۱۰۰° C	۲۰۰° C	۳۰۰° C
C. Number of runs after the chamber has been cleaned	۱st	۲nd	۳rd
D. The flow rate of SiH _۴	٪۶	٪۷	٪۸
E. The flow rate of N _۲	٪۳۰	٪۳۵	٪۴۰
F. The chamber pressure	۱۶° mtorr	۱۹° mtorr	۲۲° mtorr
G. R. F. power	۳۰ watt	۳۵ watt	۴۰ watt
H. Deposition time	۱۱٫۵ min	۱۲٫۵ min	۱۳٫۵ min

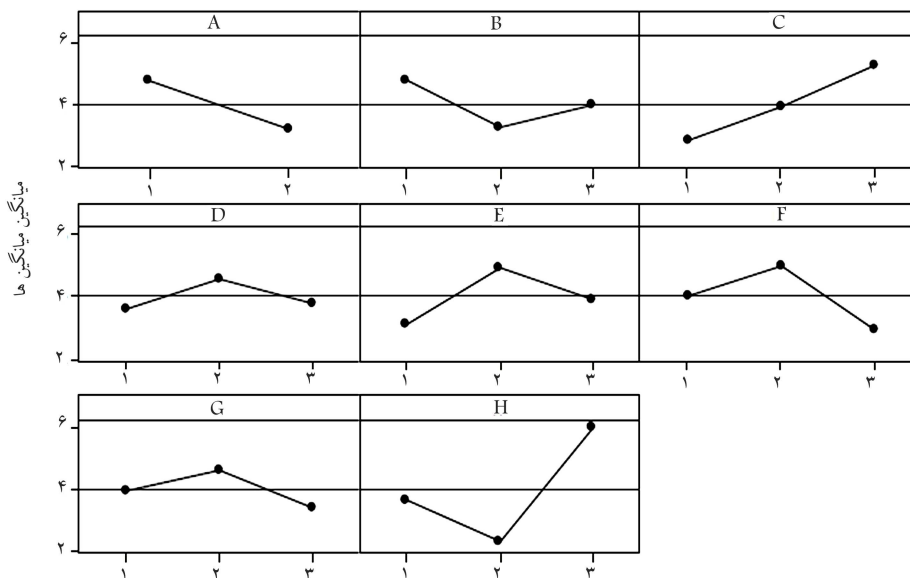
جدول ۴. مقادیر مشاهدات اولیه مثال ۲.

شماره آزمایش	عوامل کنترل								ضخامت ورقه (DT)					شاخص انکساری (RI)				
	H	G	F	E	D	C	B	A	۱	۲	۳	۴	۵	۱	۲	۳	۴	۵
۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۶۹۴	۸۳۹	۷۲۸	۶۸۸	۷۰۴	۲٫۱۱۸	۱٫۹۱۹	۱٫۹۸۵	۲٫۰۸۵	۲٫۰۵۶
۲	۱	۱	۲	۲	۲	۲	۱	۱	۹۱۸	۸۶۷	۸۶۱	۸۷۴	۸۵۱	۲٫۲۰۵	۲٫۲۴۰	۲٫۲۳۴	۲٫۱۶۵	۲٫۲۷۵
۳	۱	۱	۳	۳	۳	۳	۱	۱	۹۳۶	۹۵۴	۹۳۰	۱۰۵۸	۹۵۸	۲٫۶۷۷	۲٫۶۴۳	۲٫۷۱۴	۲٫۴۵۶	۲٫۵۶۵
۴	۱	۲	۲	۲	۱	۱	۲	۱	۷۶۵	۸۲۸	۸۴۲	۷۶۸	۸۰۱	۲٫۰۹۶	۱٫۹۹۷	۱٫۹۴۹	۲٫۰۴۶	۲٫۰۰۰
۵	۱	۲	۳	۳	۲	۲	۲	۱	۷۰۹	۷۴۳	۷۵۳	۷۵۲	۹۸۹	۲٫۰۳۲	۲٫۰۰۷	۱٫۹۴۳	۲٫۰۰۳	۱٫۸۴۵
۶	۱	۲	۱	۱	۳	۳	۲	۱	۷۹۵	۷۸۵	۸۴۶	۷۲۲	۸۳۳	۱٫۸۶	۱٫۸۳۸	۱٫۸۴۲	۱٫۹۹۹	۱٫۸۵۸
۷	۱	۳	۱	۱	۲	۱	۳	۱	۷۱۱	۸۱۶	۱۰۸۵	۷۸۷	۱۱۵۰	۲٫۰۱۲	۱٫۹۰۹	۱٫۷۹۷	۱٫۹۳۰	۱٫۸۱۹
۸	۱	۳	۲	۳	۳	۲	۳	۱	۵۸۰	۶۴۴	۶۰۲	۶۰۷	۸۱۱	۱٫۸۳۴	۱٫۷۶۰	۱٫۷۶۰	۱٫۷۸۲	۱٫۷۴۴
۹	۱	۳	۲	۳	۱	۳	۳	۱	۵۹۰	۸۱۲	۶۲۷	۵۹۵	۶۰۹	۱٫۷۱۹	۱٫۷۰۷	۱٫۶۷۶	۱٫۷۰۴	۱٫۶۷۵
۱۰	۲	۱	۳	۳	۳	۱	۱	۲	۹۱۷	۱۱۴۲	۱۱۲۶	۹۱۶	۹۶۶	۲٫۰۹۷	۱٫۹۱۱	۱٫۸۸۹	۲٫۰۱۴	۱٫۹۶۰
۱۱	۲	۱	۱	۱	۲	۱	۲	۱	۱۳۸۹	۱۴۰۵	۱۲۱۹	۲۰۶۳	۱۳۹۲	۱٫۹۲۷	۱٫۸۶۰	۱٫۹۴۵	۱٫۵۳۹	۱٫۸۶۷
۱۲	۲	۱	۲	۲	۲	۳	۱	۲	۸۶۵	۹۱۴	۹۹۳	۸۳۸	۸۹۳	۱٫۹۶۳	۱٫۸۸۱	۱٫۸۱۲	۱٫۹۲۳	۱٫۸۹۹
۱۳	۲	۲	۱	۳	۲	۱	۲	۲	۸۲۷	۸۸۴	۸۸۴	۸۵۱	۱۰۶۶	۱٫۹۰۳	۱٫۸۲۹	۱٫۷۸۸	۱٫۸۶۳	۱٫۷۶۷
۱۴	۲	۲	۱	۳	۲	۲	۲	۲	۷۸۷	۸۰۵	۷۸۰	۷۷۶	۹۷۶	۲٫۱۰۳	۲٫۰۲۰	۲٫۰۱۱	۲٫۱۰۷	۱٫۹۶۸
۱۵	۲	۲	۱	۳	۲	۳	۲	۱	۷۳۹	۷۷۹	۷۴۵	۷۲۴	۹۷۶	۲٫۱۸۲	۲٫۰۸۰	۲٫۰۷۱	۲٫۱۷۹	۱٫۹۶۸
۱۶	۲	۲	۳	۳	۱	۳	۲	۲	۷۲۴	۷۲۱	۶۹۰	۱۰۲۳	۹۱۵	۲٫۲۷۴	۲٫۱۶۶	۲٫۲۱۵	۲٫۱۰۳	۲٫۲۰۳
۱۷	۲	۳	۱	۳	۱	۲	۳	۲	۷۷۱	۸۰۶	۷۸۵	۸۶۹	۸۵۹	۱٫۹۴۲	۱٫۹۰۵	۱٫۹۰۹	۱٫۹۱۶	۱٫۹۰۰
۱۸	۲	۳	۲	۱	۲	۳	۳	۲	۷۱۲	۷۸۱	۷۴۹	۶۹۲	۷۶۰	۲٫۰۷۷	۱٫۹۶۱	۱٫۹۸۵	۲٫۱۰۱	۱٫۹۸۰

جدول ۵. مقادیر ν' ، ud' و MSN محاسبه شده برای مثال ۲.

شماره آزمایش	ud'	ν'	MSN	شماره آزمایش	ud'	ν'	MSN
۱	۰٫۲۶۰	۰٫۱۴۲	۳٫۹۵۵	۱۰	۰٫۰۰۰	۰٫۵۲۲	۲٫۸۲۶
۲	۰٫۱۱۴	۰٫۰۴۵	۷٫۹۸۶	۱۱	۰٫۴۸۸	۱٫۰۰۰	-۱٫۷۲۵
۳	۰٫۰۲۰	۰٫۱۴۰	۷٫۹۸۰	۱۲	۰٫۰۸۷	۰٫۰۸۱	۷٫۷۲۹
۴	۰٫۱۸۹	۰٫۰۳۲	۶٫۵۶۵	۱۳	۱٫۰۰۰	۰٫۲۷۰	-۱٫۰۳۸
۵	۰٫۲۰۰	۰٫۲۲۷	۳٫۶۹۳	۱۴	۰٫۱۶۴	۰٫۲۷۲	۳٫۶۰۲
۶	۰٫۱۹۳	۰٫۲۱۹	۳٫۸۴۹	۱۵	۰٫۱۹۷	۰٫۳۲۵	۲٫۸۲۰
۷	۰٫۰۷۸	۰٫۴۰۸	۳٫۱۳۲	۱۶	۰٫۱۷۵	۰٫۵۰۶	۱٫۶۷۰
۸	۰٫۳۴۳	۰٫۱۸۷	۲٫۷۵۴	۱۷	۰٫۱۷۱	۰٫۰۲۳	۷٫۱۲۲
۹	۰٫۳۴۵	۰٫۱۴۵	۳٫۰۹۴	۱۸	۰٫۲۵۲	۰٫۰۰۰	۵٫۹۹۲

میانگین مشاهدات



شکل ۴. نمودار اثرات میانگین ناشی از عوامل کنترلی برای مثال ۲.

جدول ۷. تفاوت اثرات میانگین حاصل از روش تانگ و سو. [۱]

عوامل	تفاوت اثرات میانگین	درصد خطا
B	۰٫۱۱۵۶	۰٫۱۵۹

جدول ۶. مقادیر اثرات اصلی برای مثال ۲ حاصل از روش تانگ و سو. [۱]

عوامل	سطح ۱	سطح ۲	سطح ۳
A	۰٫۸۲۶۹	۰٫۷۶۰۳	—
B	۰٫۷۲۸۶	۰٫۸۴۴۲	۰٫۸۰۷۹
C	۰٫۷۸۶۹	۰٫۷۴۲۳	۰٫۸۵۱۶
D	۰٫۷۲۶۷	۰٫۸۳۳۹	۰٫۸۲۰۲
E	۰٫۶۸۱۳	۰٫۸۵۳۳	۰٫۸۴۶۱
F	۰٫۸۸۰۰	۰٫۸۸۱۴	۰٫۶۱۹۴
G	۰٫۸۲۳۰	۰٫۸۲۴۳	۰٫۷۳۳۵
H	۰٫۸۱۱۶	۰٫۷۱۷۲	۰٫۸۵۲۱

لذا می‌توان نتیجه گرفت که عملکرد روش پیشنهادی در این مقاله بسیار نزدیک به روش ارائه شده توسط تانگ و سو است. با توجه به این که آنان شاخص خود را با نسبت سیگنال به اغتشاش ناگوچی مقایسه کرده و نشان دادند که شاخص پیشنهادی‌شان منجر به نتایج بهتری نسبت به SNR می‌شود، می‌توان نتیجه گرفت که شاخص پیشنهادی در این مقاله (MSN) نیز نسبت به SNR نتایج بهتری در بردارد. علاوه بر آن کواریانس بین متغیرهای پاسخ نیز در شاخص MSN مد نظر قرار گرفته است.

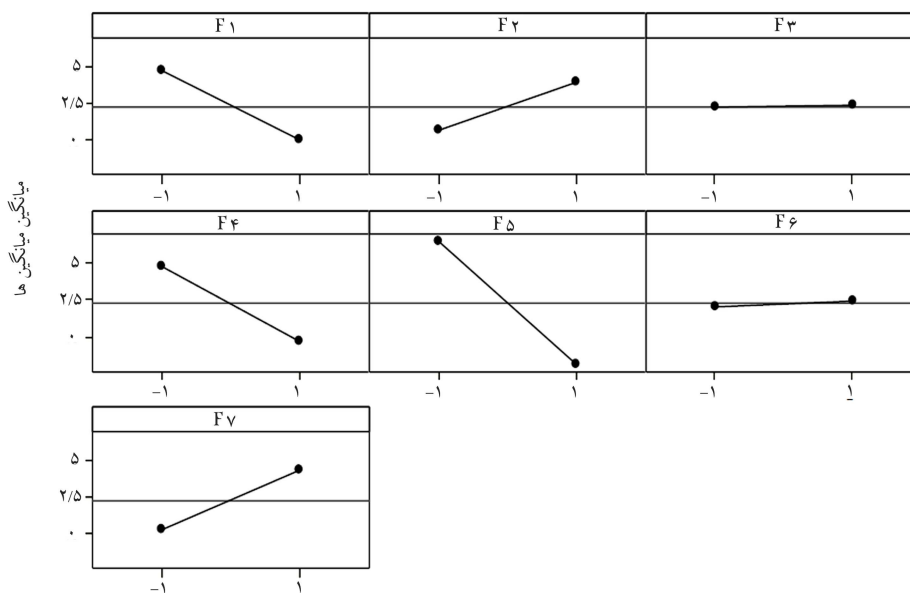
مثال ۳. این مثال برگرفته از مقاله‌ی چیائو و هامادا [۲۴] است. در این مثال، مسئله‌ی

$$\frac{(0,8442 - 0,7286)}{0,7286} = \frac{0,1156}{0,7286} = 0,159 \quad (12)$$

جدول ۸. طرح آزمایش و مقادیر متغیرهای پاسخ برای مثال ۳.

شماره آزمایش	عوامل کنترل							Y ₁					Y ₂				
	F ₁	F ₂	F ₃	F ₄	F ₅	F ₆	F ₇	۱	۲	۳	۴	۵	۱	۲	۳	۴	۵
۱	-۱	-۱	-۱	-۱	-۱	-۱	-۱	۷۱۱٫۹	۷۱۳٫۴	۷۱۲٫۳	۷۱۲٫۴	۷۱۱٫۹	۰٫۵۹	۰٫۵۹	۰٫۴۷	۰٫۷۱	۰٫۶۳
۲	-۱	-۱	-۱	-۱	-۱	-۱	-۱	۷۲۵٫۰	۷۲۰٫۱	۷۱۱٫۸	۷۲۳٫۹	۷۲۰٫۹	۰٫۷۰	۰٫۹۱	۱٫۱۳	۰٫۷۸	۰٫۷۸
۳	-۱	-۱	-۱	-۱	-۱	-۱	-۱	۷۱۱٫۶	۷۱۱٫۷	۷۱۱٫۳	۷۱۲٫۱	۷۱۱٫۷	۰٫۵۶	۰٫۴۴	۰٫۴۶	۰٫۴۶	۰٫۴۶
۴	-۱	-۱	-۱	-۱	-۱	-۱	-۱	۷۳۳٫۷	۷۲۴٫۱	۷۳۲٫۰	۷۳۲٫۷	۷۳۳٫۳	۱٫۵۰	۱٫۵۵	۱٫۳۸	۱٫۴۵	۱٫۴۵
۵	-۱	-۱	-۱	-۱	-۱	-۱	-۱	۷۲۵٫۴	۷۲۱٫۶	۷۲۲٫۶	۷۲۳٫۱	۷۲۱٫۱	۱٫۲۵	۱٫۳۶	۱٫۵۱	۱٫۲۲	۱٫۲۵
۶	-۱	-۱	-۱	-۱	-۱	-۱	-۱	۷۲۸٫۷	۷۲۱٫۱	۷۲۲٫۹	۷۲۳	۷۱۹٫۷	۱٫۱۷	۰٫۹۷	۰٫۹۸	۰٫۹۷	۰٫۷۳
۷	-۱	-۱	-۱	-۱	-۱	-۱	-۱	۷۲۶٫۶	۷۳۱٫۴	۷۳۱٫۴	۷۳۱٫۳	۷۳۱٫۳	۱٫۵۲	۱٫۵۸	۱٫۶۱	۱٫۴۰	۱٫۵۷
۸	-۱	-۱	-۱	-۱	-۱	-۱	-۱	۷۱۴٫۳	۷۱۴٫۴	۷۱۳٫۶	۷۱۶٫۳	۷۱۴٫۶	۰٫۵۷	۰٫۵۱	۰٫۴۴	۰٫۴۴	۰٫۵۶

میانگین مشاهدات



شکل ۵. نمودار اثرات میانگین ناشی از عوامل کنترلی برای مثال ۳.

متغیرهای پاسخ در جدول ۸ نشان داده شده است. در جدول ۹ مقادیر ν' و ud' و MSN محاسبه شده برای مثال ۳ ارائه شده است. نمودار اثرات میانگین برای ۷ عامل کنترلی مثال ۳ در شکل ۵ رسم شده است.

با توجه به این که مقادیر بیشینه MSN مطلوب است، روش پیشنهادی سطح بهینه برای ۷ عامل کنترلی را به صورت $[-1, +1, +1, -1, -1, +1, +1]$ نتیجه می‌دهد. جواب بهینه حاصل از روش چپ‌و و هامادا به صورت $[-1, +1, -1, -1, -1, -1, +1]$ است. اختلاف جواب حاصل از روش پیشنهادی و روش چپ‌و و هامادا در عوامل F_6 و F_7 است. همان‌طور که جدول ۱۰ نشان می‌دهد، مقادیر اثرات اصلی برای این دو عامل در سطوح ۱ و ۲ اختلاف ناچیزی دارند که نشان می‌دهد روش پیشنهادی جوابی بسیار نزدیک به جواب چپ‌و و هامادا^[۲۴] ارائه کرده است.

۴. نتیجه‌گیری

در این نوشتار یک نسبت سیگنال به اغتشاش برای مسائل چندپاسخ ارائه شده است. در روش پیشنهادی فاصله‌ی اقلیدسی به‌عنوان شاخص محاسبه‌ی فاصله‌ی میانگین از هدف و ناحیه‌ی فرایند به‌عنوان شاخص‌های محاسبه‌ی میزان پراکندگی مشاهدات به کار رفته است. این امر سبب شده یک مسئله‌ی چندپاسخ به‌سادگی با یک شاخص مورد بررسی قرار گیرد و دیگر نیازی به سایر روش‌های تجمعی مانند تجزیه و تحلیل مؤلفه‌های اصلی یا میانگین هندسی نباشد. همچنین مقادیر کواریانس بین متغیرهای پاسخ در نتیجه‌گیری مد نظر قرار بگیرد.

نتایج حاصل از اجرای روش پیشنهادی روی سه مثال شبیه‌سازی شده و برگرفته از ادبیات موضوع مبین کارایی روش ذکر شده است. به‌عنوان پیشنهاد آتی بررسی روش پیشنهادی روی یک مسئله‌ی پویای تاگوچی (سیستم سیگنال - پاسخ) پیشنهاد می‌شود. همچنین بررسی روش پیشنهادی برای متغیرهای پاسخ غیر نرمال می‌تواند به‌عنوان موضوع دیگری برای تحقیقات آتی مد نظر قرار گیرد.

جدول ۹. مقادیر ν' و ud' و MSN محاسبه شده برای مثال ۳.

شماره آزمایش	ν'	ud'	MSN
۱	۰/۱۸۲۳	۰/۰۰۰۰	۷/۳۹۲
۲	۰/۹۸۵۸	۰/۴۱۲	-۱/۴۵۳
۳	۰/۰۰۰۰	۰/۰۳۰	۱۵/۱۹۹
۴	۰/۸۵۱۶	۱/۰۰۰	-۲/۶۷۶
۵	۰/۸۴۲۹	۰/۵۴۵	-۱/۴۲۲
۶	۱/۰۰۰۰	۰/۵۶۰	-۱/۹۳۳
۷	۰/۶۴۲۵	۰/۹۴۱	-۱/۹۹۵
۸	۰/۲۱۶۵	۰/۱۰۲	۴/۹۷۵

جدول ۱۰. مقادیر اثرات اصلی حاصل از روش پیشنهادی برای مثال ۳.

عوامل	سطح ۱	سطح ۲
F_1	۴/۶۲	-۰/۹۴
F_2	۰/۶۵	۳/۸۸
F_3	۲/۲۳	۲/۲۹
F_4	۴/۷۹	-۰/۲۷
F_5	۶/۴۱	-۱/۸۹
F_6	۲/۰۷	۲/۴۵
F_7	۰/۲۰	۴/۳۳

با دو متغیر پاسخ نرمال Y_1 و Y_2 و به‌ترتیب با مقادیر هدف ۷۱۲/۵ و ۰/۳۵ مورد بررسی قرار گرفته است. تعداد عوامل کنترل ۷ عدد است که به‌ترتیب از F_1 تا F_7 نام‌گذاری شده‌اند. طرح آزمایش (یک طرح 2^{7-4} در قالب یک جدول L_8) و مقادیر

پانوشتها

1. Euclidean distance
2. robust design
3. robust parameter design (RPD)
4. Topsis
5. computer-aided engineering
6. data envelopment analysis
7. principal component analysis
8. multi response performance index (MRPI)
9. desirability function
10. loss function
11. priority
12. multi criteria decision making
13. process capability
14. multivariate signal to noise ratio
15. main effect
16. refractive index (RI)
17. deposition thickness (DT)

منابع (References)

1. Taguchi, G., *System of Experimental Design*, Unipub/Kraus Int, White Plains, NY (1987).
2. Zang, C., Friswell, M.I. and Mottershead, J.E. "A review of robust optimal design and its application in dynamics", *Computers and Structures*, **83**(4-5), pp. 315-326 (2005).
3. Wu, C.F.J. and Hamada, M., *Experiments: Planning, Analysis, and Parameter Design Optimization*, New York, John Wiley & Sons Inc (2000).
4. Miller, A. and Wu, C.F.J. "Parameter design for signal-response systems: A different look at Taguchi's dynamic parameter design", *Statistical Science*, **11**(2), pp. 122-136 (1996).
5. Montgomery, D.C., *Design and Analysis of Experiments*, 3rd edition. New York, John Wiley & Sons Inc (1991).
6. Tsui, K.L. "An overview of taguchi method and newly developed statistical methods for robust design", *IIE Transactions*, **24**(5), pp. 44-57 (1992).
7. Ramakrishnan, B. and Rao, S.S. "A robust optimization approach using Taguchi's loss function for solving nonlinear optimization problems", *ASME Adv Des Autom*, **32**(1), pp. 241-248 (1991).
8. Ramakrishnan, B. and Rao, S.S. "Efficient strategies for the robust optimization of large-scale nonlinear design problems", *ASME Adv Des Autom*, **69**(2), pp. 25-35 (1994).
9. Lee, K.H., Eom, I.S., Park, G.J. and Lee, W.I. "Robust design for unconstrained optimization problems using the Taguchi method", *AIAA Journal*, **34**(5), pp. 1059-1063 (1996).
10. Lunani, M., Nair, V.N. and Wasserman, G.S. "Graphical methods for robust design with dynamic characteristics", *Journal of Quality Technology*, **29**(3), pp. 327-338 (1997).
11. Lesperance, M.L. and Park, S.M. "GLMs for the analysis of robust design with dynamic characteristics", *Journal of Quality Technology*, **35**(3), pp. 253-263 (2003).
12. Roshan, J. and Wu, C.F.J. "Performance measures in dynamic parameter design", *Journal of Japanese Quality Engineering Society*, **10**, pp. 82-86 (2002).
13. Wu, F.C. and Yeh, C.H. "Robust design of multiple dynamic quality characteristics", *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, **25**(6), pp. 579-588 (2005).
14. Zhiyu, Z., Zhen, H. and Xiangfen, K. "New desirability function method for multi-response robust parameter design", International Technology and Innovation Conference (2006).
15. Dasgupta, T., Miller, A. and Wu, C.F.J. "Robust design of measurement systems", *Technometrics*, **52**(1), pp. 80-93 (2010).
16. Tong, L.I., Su, C.T. and Wang, C.H. "The optimization of multiresponse problems in the Taguchi method by fuzzy multiple attribute decision making", *Quality and Reliability Engineering International*, **13**(1), pp. 25-34 (1997).
17. Chang, H.H. "A data mining approach to dynamic multiple responses in Taguchi experimental design", *Expert Systems with Applications*, **35**(3), pp. 1095-1103 (2008).
18. Goethals, P. and Cho, B.R. "The development of a robust design methodology for time-oriented dynamic quality characteristics with a target profile", *Quality and Reliability Engineering International*, **27**(4), pp. 403-414 (2011).
19. Pisvimol, C. "Application of genetic algorithm and Taguchi method in dynamic robust parameter design for unknown problems", *International Journal Advanced Manufacturing Technology*, **47**(9-12), pp. 993-1002 (2010).
20. Wu, F.C. "Robust design of nonlinear multiple dynamic quality characteristics", *Computers & Industrial Engineering*, **56**(4), pp. 1328-1332 (2009).
21. Tong, L.I., Wang, C.H. and Tsai, C.W. "Robust design for multiple dynamic quality characteristics using data envelopment analysis", *Quality and Reliability Engineering International*, **24**(5), pp. 557-571 (2008).

22. Gauri, S.K. and Chakraborty, S. "Multi-response optimisation of WEDM process using principal component analysis", *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, **41**(7-8), pp. 741-748 (2009).
23. Johnson, R.A. and Wichern, D.N., *Applied Multivariate*

Statistical Analysis, Englewood Cliffs, NJ, Prentice Hall (1992).

24. Chiao, C.H. and Hamada, M. "Analyzing experiments with correlated multiple responses", *Journal of Quality Technology*, **33**(4), pp. 451-465 (2001).

اندازه‌ی قطر بزرگ و کوچک بیضی ناحیه‌ی فرایند به ترتیب از طریق روابط (الف ۴) و (الف ۵) قابل محاسبه است:

$$\gamma \times \max \left\{ \frac{1}{\sqrt{a'^2 A + a' b' B + C b'^2}}, \frac{1}{\sqrt{b'^2 A - a' b' B + a'^2 C}} \right\} \quad (\text{الف } 4)$$

$$\gamma \times \min \left\{ \frac{1}{\sqrt{a'^2 A + a' b' B + C b'^2}}, \frac{1}{\sqrt{b'^2 A - a' b' B + a'^2 C}} \right\} \quad (\text{الف } 5)$$

که در آن مقادیر a' و b' چنین محاسبه می‌شود:

$$a' = \cos(\theta) \quad (\text{الف } 6)$$

$$b' = \sin(\theta) \quad (\text{الف } 7)$$

و در نهایت مساحت ناحیه‌ی فرایند با استفاده از رابطه‌ی (الف ۸) محاسبه می‌شود.

$$\text{مساحت ناحیه‌ی فرایند} = (\text{قطر بزرگ} \times \text{قطر کوچک} \times \pi) / 4 \quad (\text{الف } 8)$$

البته لازم به ذکر است که مساحت ناحیه‌ی فرایند را به طور مستقیم می‌توان با استفاده از رابطه‌ی (الف ۹) نیز به دست آورد:

$$\text{مساحت ناحیه‌ی فرایند} = \pi \times (|S|)^{1/2} \times \chi_{\alpha, \nu}^2 \quad (\text{الف } 9)$$

که در آن $|S|$ دترمینان ماتریس واریانس - کواریانس مشاهدات است.

پیوست الف

به منظور به دست آوردن مساحت ناحیه‌ی فرایند لازم است ابتدا اندازه‌ی قطر بزرگ و کوچک ناحیه‌ی فرایند را به دست آوریم. همان‌طور که گفته شد شکل ناحیه‌ی فرایند از طریق رابطه‌ی ۷ رسم می‌شود. معادله‌ی بیضی 99.73% درصدی دربرگیرنده‌ی ناحیه‌ی فرایند برای مسئله‌ی با دو مشخصه‌ی کیفی که از توزیع نرمال پیروی می‌کنند از رابطه‌ی (الف ۱) به دست می‌آید.

$$(\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu})' \mathbf{S}^{-1} (\mathbf{x} - \boldsymbol{\mu}) = \chi_{(2, \gamma, \sigma_0^2 \gamma)}^2 \quad (\text{الف } 1)$$

اگر داشته باشیم $\mathbf{S}^{-1} = \begin{bmatrix} a & b \\ c & d \end{bmatrix}$ و $X = [x_1 \ x_2]$ در این صورت معادله بیضی در برگیرنده ناحیه‌ی فرایند چنین بازنویسی می‌شود:

$$A(x_1 - \bar{x}_1)^2 + B(x_1 - \bar{x}_1)(x_2 - \bar{x}_2) + C(x_2 - \bar{x}_2)^2 = 1 \quad (\text{الف } 2)$$

که در آن با در نظر گرفتن $\chi_{(2, \gamma, \sigma_0^2 \gamma)}^2 = 11.82901$ داریم:

$$A = \frac{a}{11.82901}, \quad B = \frac{b+c}{11.82901}, \quad C = \frac{d}{11.82901}$$

در این صورت θ به عنوان زاویه‌ی بین قطر بزرگ و کوچک بیضی ناحیه‌ی فرایند از طریق رابطه‌ی (الف ۳) قابل محاسبه است.

$$\theta = \frac{1}{2} \tan^{-1} \frac{B}{A-C} \quad (\text{الف } 3)$$