مهندسی صنایع و مدیریت شریف (تابستان ۱۳۹۳)
دوره‌ی ۱-۳۰، شماره‌ی ۱/۱، ص. ۳۵-۴۵

Original Article

بهینه‌سازی حد کنترل در نگه‌داری و تعمیر مبتنی بر شرایط با فرض ثابت نبودن هزینه‌ی تعویض به‌دلیل خرابی

حمیدرضا گل‌مکانی * (دانشیار)
مرتضی پوراسماعیلی (دانشجوی کارشناسی ارشد)
دانشکده‌ی مهندسی صنایع، دانشگاه تفرش

golmakni@mie.utoronto.ca
pouresmaeeli@tafreshu.ac.ir

در نگه‌داری و تعمیر مبتنی بر شرایط دستگاه (CBM)[1]، هدف این است که با انجام بازرسی و کنترل شرایط، دستگاه به عمر واقعی تعویض نزدیک شد. در روش حد کنترل، تابع توأم نرخ مخاطره[2] دستگاه و تأثیر متغیرهای کنترل شرایط[3]، با استفاده از مدل تلفیقی نرخ مخاطره (PHM)[4]، و با توجه به سوابق اطلاعاتی دستگاه تخمین زده می‌شود. سپس، بهترین حد کنترل به‌گونه‌یی تعیین می‌شود که متوسط هزینه‌های تعویض به‌دلیل خرابی و تعویض پیشگیرانه در یک دوره‌ی طولانی کمینه شود. در مدل ارائه‌شده در این نوشتار، فرض ثابت بودن هزینه‌ی تعویض به‌دلیل خرابی حذف و هزینه‌ی این نوع خرابی، تابعی صعودی از عمر دستگاه و مقادیر متغیرهای تشخیص خرابی در نظر گرفته شده است. سپس مدلی برای تعیین بهترین حد کنترل ارائه شده است، به‌گونه‌یی که متوسط هزینه‌های تعویض کمینه شود. یک مثال عددی نیز به‌منظور تشریح بهتر مدل، ارائه شده است.

واژگان کلیدی: نگه‌داری و تعمیرات براساس شرایط، مدل تلفیقی نرخ مخاطره، سیاست تعویض، برنامه‌ریزی پویا، هزینه‌ی تعویض متغیر.

۱. مقدمه

CBM برنامه‌یی است برای نگه‌داری و تعمیرات، که تصمیم‌گیری در آن براساس اطلاعات حاصل از سنجش وضعیت دستگاه صورت می‌گیرد. هدف CBM جلوگیری از فعالیت‌های نگه‌داری و تعمیرات غیرضروری است. در این استراتژی، تنها در صورت وجود شواهدی در اطلاعات سنجش وضعیت که نشان از رفتار غیرعادی دستگاه داشته باشد، اجرای فعالیت‌های نگه‌داری و تعمیرات پیشنهاد می‌شود. بنابراین اگر برنامه‌ی CBM به‌صورت مناسب طراحی و اجرا شود، هزینه‌های نگه‌داری و تعمیرات کاهش چشمگیری خواهد داشت.[۱] قابلیت اطمینان سیستم نیز، با اجرای CBM در مقایسه با اجرای سایر روش‌های نگه‌داری و تعمیرات پیشگیرانه، بیشتر خواهد بود.[۲و۳]

بازرسی و سنجش وضعیت، برحسبِ نوع و عملکرد دستگاه، می‌تواند پیوسته یا دوره‌یی باشد. در «سنجش وضعیت پیوسته»، دستگاه معمولاً توسط حس‌گرهای نصب شده روی آن تحت نظارت پیوسته قرار دارد. در «سنجش وضعیت دوره‌یی» دستگاه در فواصل زمانی خاصی بازرسی، و متغیرهای تشخیص خرابی اندازه‌گیری می‌شود. واضح است که سنجش وضعیت دوره‌یی، ریسک از دست دادن علائم و هشدارهای مربوط به خرابی‌هایی را که در فواصل بین بازرسی‌های متوالی ممکن است رخ دهد، نیز به همراه خواهد داشت.[۴]

چالش اساسی در CBM با نظارت دوره‌یی، تعیین حد کنترل بهینه برای تعویض پیشگیرانه است. برای بهینه‌سازی حد کنترل دیدگاه‌های مختلفی مطرح شده است.[۵-۸] در این تحقیقات، فرض شده است که دستگاه، بعد از طی تعداد متناهی مرحله (وضعیت)، دچار خرابی می‌شود و حد کنترل برای تعویض پیشگیرانه، مشاهده‌ی نزدیک‌ترین وضعیت به وضعیت خرابی است. همچنین با این فرض که حد کنترل برای تعویض پیشگیرانه یکی از وضعیت‌های دستگاه است، مدل‌هایی به‌منظور بهینه‌سازی حد کنترل ارائه شده است.[۹-۱۳] معذلک هدفِ اغلب این مدل‌ها، افزایش قابلیت اطمینان دستگاه بوده و کم‌تر تبعات اقتصادی در تصمیم‌گیری‌های مربوط به تعویض یا تعمیر دستگاه مد نظر قرار گرفته است.

محققین با لحاظ هزینه‌های تعویض پیشگیرانه و هزینه‌های تعویضِ ناشی از وقوع خرابی، مدلی ارائه داده‌اند که طی آن، حد کنترل برای تعویض پیشگیرانه علاوه بر وضعیت دستگاه، به هزینه‌های مذکور نیز وابسته است.[۱۴-۱۹] استراتژی تعویض به‌گونه‌یی است که بازرسی‌ها در فواصل زمانی ثابت صورت می‌گیرد. در هر بازرسی ابتدا مقادیر متغیرهای تشخیص خرابی اندازه‌گیری و مقدار ریسک خرابی محاسبه می‌شود. در صورتی که این مقدار از حد کنترلی که قبلاً تعیین شده بیشتر باشد، تعویض پیشگیرانه دستگاه انجام می‌شود و در غیر این صورت، دستگاه تا بازرسی بعدی به کار خود ادامه می‌دهد. در تعیین حد کنترل بهینه در این مدل، ابتدا با استفاده از سوابق اطلاعاتی از بازرسی‌ها و همچنین وقوع خرابی‌ها (جمع‌آوری شده

---

* *نویسنده مسئول*

تاریخ: دریافت ۱۳۹۰/۹/۲۶، اصلاحیه ۱۳۹۰/۱۲/۲۰، پذیرش ۱۳۹۱/۱/۲۹.

از دستگاه‌های مشابه)، پارامترهای تابع توأم نرخ مخاطره و مقادیر متغیرهای تشخیص خرابی تخمین زده می‌شود و سپس، با هدف کمینه‌سازی متوسط مجموعِ هزینه‌های تعویضِ پیشگیرانه و هزینه‌های تعویض به‌دلیل وقوع خرابی در بلندمدت، حد کنترل بهینه برای دستگاه محاسبه می‌شود. واضح است که، اگر حد کنترل حدی پایین‌تر از حد کنترل بهینه انتخاب شود، اگرچه احتمال وقوع خرابی و متعاقباً هزینه‌ی تعویض به‌دلیل وقوع خرابی‌ها در یک افق زمانی بلند مدت کاهش می‌یابد، تعداد تعویض پیشگیرانه و به‌دنبال آن، هزینه‌ی تعویضِ پیشگیرانه افزایشِ چشمگیری خواهد داشت. به‌طور مشابه، با انتخاب حد کنترل بالا، اگرچه تعداد تعویضِ پیشگیرانه کاهش می‌یابد، به‌همان نسبت احتمال وقوع خرابی دستگاه و متعاقباً هزینه‌ی تعویض به‌دلیل خرابی نیز افزایش می‌یابد. از این رو در مدل مذکور حد کنترل بهینه به‌گونه‌یی تعیین می‌شود که توازن لازم بین هزینه‌های ناشی از تعویضِ پیشگیرانه و تعویضِ ناشی از خرابی برقرار شود. یادآور می‌شود که یکی از مفروضات این مدل ثابت بودنِ هزینه‌ی تعویضِ ناشی از خرابی است. به‌عبارت دیگر هر زمان که در دستگاه خرابی واقع شود، هزینه‌ی متحمل شده ثابت است. واضح است که این فرض تا حدی دور از واقعیت به‌نظر می‌رسد، چرا که اغلب با گذشت زمان و فرسوده شدن دستگاه، وقوع خرابی به‌دلیل آسیب بیشتری که به دیگر اجزاء می‌رساند، هزینه‌های مضاعفی را نیز تحمیل می‌کند.

در این نوشتار، با این فرض که هزینه‌ی تعویضِ ناشی از وقوعِ خرابی تابعی صعودی از عمر دستگاه و مقادیر متغیرهای تشخیص خرابی است، مدل مطرح شده‌ی پیشین[۱۴-۱۹] گسترش داده شده و حد کنترل بهینه با لحاظ فرض مذکور به دست آمده است.

در ادامه و در بخش ۲، مروری بر مبانی مدل‌سازی و روش حل مدل CBM پیشین[۱۴-۱۹] خواهیم داشت. سپس در بخش ۳، مدل پیشنهادی به تفصیل ارائه می‌شود و در بخش ۴، برای تشریح بیشتر، یک مثال عددی مطرح شده است. در بخش ۵ نیز نتیجه‌گیری و موضوعات تحقیقات آتی در این زمینه بیان شده‌است.

۲. تعیین حد کنترل بهینه در CBM

مدل CBM بر این باور استوار است که اغلب ماشین‌آلات و تجهیزات صنعتی، پس از رسیدن به یک مرحله‌ی مشخص، نشانه‌هایی برای پیش‌بینی وقوع خرابی از خود بروز می‌دهند. این نشانه‌ها را می‌توان از طریق متغیرهای تشخیص خرابی ــ مانند میزان ارتعاشات، صدا، ذرات فرسایشی، دما و امثال آن ــ تشخیص داد، وقوع خرابی را پیش‌بینی کرد و قبل از رسیدن به مراحل بحرانی، فعالیت پیشگیرانه (تعمیر یا تعویض) را برنامه‌ریزی و اجرا کرد تا از وقوع خرابی جلوگیری شود.

در مدل پیشین، که به‌منظور استفاده از اطلاعات سنجش وضعیت در تصمیم‌گیری برای زمان تعویض پیشگیرانه‌ی دستگاه ارائه شده، براساس سابقه‌ی اطلاعاتی موجود از دستگاه، حد کنترل برای تعویض پیشگیرانه با هدفِ کمینه‌سازی متوسط مجموع هزینه‌های تعویض پیشگیرانه و تعویضِ ناشی از خرابی در بلندمدت به دست آمده است. در مدل یادشده فرض بر آن است که وضعیت دستگاه مورد بحث دارای رفتار مارکوفی است و در طول بهره‌برداری می‌تواند دچار خرابی نرم ناشی از افزایش عمر و کارکرد، یا خرابی سخت ناشی از شوک‌های مقطعی شود. همچنین در طول بهره‌برداری، هیچ فعالیت تعمیراتی در راستای بهبود وضعیت آن صورت نمی‌گیرد و در صورت وقوع خرابی، با یک دستگاه نو تعویض می‌شود.

به‌منظور تشریح جزئیات استراتژی حد کنترل، زمان خرابی دستگاه را با T و مقدار متغیر تشخیص خرابی اندازه‌گیری شده در زمان t را با Z_t نمایش می‌دهیم. بدون کاستن از کلیت مسئله، فرض می‌شود که مجموعه مقادیر ممکن برای متغیر تشخیص خرابی، شمارا و متناهی باشد. بازرسی‌ها در فواصل زمانی Δ انجام می‌شود تا مقادیر متغیر تشخیص خرابی اندازه‌گیری شود. بنابراین برای زمان‌های $t = k\Delta$ که در آن $k = ۰, ۱, ۲, \dots$، مقادیر $Z_t = i_k$ مشخص است. فرض کنید $i_k \in \theta = \{۰, ۱, ۲, \dots, m\}$ مجموعه مقادیر ممکن برای متغیر تشخیص خرابی در هر بازرسی باشد. مقدار متغیر تشخیص خرابی برای $k\Delta \leq t < (k+۱)\Delta$ به‌وسیله‌ی مقدار متغیر تشخیص خرابی در ابتدای بازه یعنی Z_k تخمین زده می‌شود.

تابع توأم نرخ مخاطره دستگاه و مقادیر متغیرهای تشخیص خرابی (یا اختصاراً، تابع توأم نرخ مخاطره) را با $h(t, Z_t)$ نشان داده و خواهیم داشت:

$$h(t, Z_t) = \lim_{\delta t \to ۰} \frac{P(t \leq T < t + \delta t | T > t, Z_s, ۰ \leq s < t)}{\delta t} \qquad (۱)$$

تخمین تابع توأم نرخ مخاطره، با استفاده از سوابق اطلاعاتی و مدل تلفیقی نرخ مخاطره (PHM)، صورت می‌گیرد.[۱۵] در PHM، تابع توأم نرخ مخاطره به‌صورت $h(t, Z_t) = h_۰(t)\psi(Z_t)$ در نظر گرفته می‌شود و در آن تابع $h_۰(t)$ تابع نرخ مخاطره پایه وابسته به عمر دستگاه، و $\psi(Z_t)$ تابع مثبتی است که وابسته به مقادیر متغیرهای تشخیص است. با فرض این که $h_۰(t)$ معرف تابع مخاطره پایه وایبل باشد، طبق تعریف تابع نرخ مخاطره وایبل داریم:

$$h_۰(t) = \begin{cases} \frac{\beta}{\eta}\left(\frac{t-\lambda}{\eta}\right)^{\beta-۱} & t > \lambda \\ ۰ & \text{سایر مقادیر} \end{cases} \qquad (۲)$$

با توجه به این که اغلب در مسائل تعویض، پارامتر مکان (λ) معادل صفر است و نیز با فرض $\psi(Z_t) = \exp\{\gamma Z_t\}$، تابع توأم نرخ مخاطره به‌صورت رابطه‌ی ۳ خواهد بود:

$$h(t, Z_t) = \frac{\beta}{\eta}\left(\frac{t}{\eta}\right)^{\beta-۱} exp\{\gamma Z_t\}, \qquad t = ۰,\ \Delta,\ ۲\Delta,\ \dots,\ k\Delta \qquad (۳)$$

با در نظرگرفتن سوابق اطلاعاتی جمع‌آوری‌شده از دستگاه، پارامترهای β (پارامتر شکل)، η (پارامتر مقیاس) و γ (پارامتر تأثیرِ متغیر تشخیص خرابی) با استفاده از روش بیشینه راستنمایی تخمین زده می‌شود.[۱۵،۱۴ و ۲۰]

در مدل مذکور، فرض بر این است که بازرسی‌ها با فواصل ثابت از یکدیگر اجرا می‌شوند. پس از هر بازرسی و تعیین مقادیر متغیرهای تشخیص خرابی، درخصوص تعویض یا ادامه‌ی بهره‌برداری از دستگاه تصمیم‌گیری می‌شود. اگر با توجه به وضعیت دستگاه، ریسک خرابی به حد کنترل بهینه یا بیشتر از آن برسد تعویض پیشگیرانه انجام می‌شود و در غیر این صورت، تا زمان بازرسی بعدی بهره‌برداری از آن ادامه می‌یابد. بنابراین با توجه به ساختار تابع توأم نرخ مخاطره، مبنای تصمیم‌گیری در این استراتژی «عمر دستگاه» و مقادیر متغیرهای تشخیص خرابی به دست آمده از بازرسی‌هاست. در صورتی که دستگاه براساس شوک‌های مقطعی دچار خرابی سخت شود نیز بلافاصله تعویض می‌شود.[۱۵-۱۹] فرض بر این

است که بعد از هر تعویض، اعم از پیشگیرانه یا ناشی از خرابی، دستگاه به حالت نو بازمی‌گردد.

فرض کنید k شماره‌ی بازرسی و $t \in [0, \Delta)$ باشد. تابع قابلیت اطمینان شرطی تا زمان $k\Delta + t$ با $R(k, Z_k, t)$ نشان داده می‌شود و معادل احتمال سالم بودن دستگاه تا زمان $k\Delta + t$ است، به شرط آن که دستگاه تا زمان بازرسی kاُم سالم بوده و در آن بازرسی در وضعیت Z_k قرار داشته باشد. محققین نشان داده‌اند[۱۹] که این مقدار از رابطه‌ی ۴ محاسبه می‌شود:

$$\begin{aligned} R\left(k, Z_k, t\right) &= exp\left\{ -\int_{k\Delta}^{k\Delta+t} h_0\left(s\right) exp\left\{\gamma Z_s\right\} ds \right\}, \\ h_0\left(s\right) &= \frac{\beta}{\eta}\left(\frac{s}{\eta}\right)^{\beta-1}. \end{aligned} \tag{4}$$

متوسط هزینه‌های تعویض (اعم از تعویض پیشگیرانه یا تعویض ناشی از وقوع خرابی) در واحد زمان و با در نظر گرفتن استراتژی حد کنترل g را با $\phi(g)$ نشان داده، مقدار آن را از رابطه‌ی ۵ محاسبه می‌کنند:

$$\begin{aligned} \phi(g) &= \frac{(C+K)P(T \le T_g) + C\left(1 - P(T \le T_g)\right)}{E_{\min}(T, T_g)} \\ &= \frac{(C+K)\,Q\left(g\right) + C\left(1 - Q\left(g\right)\right)}{W\left(g\right)} = \frac{C + KQ\left(g\right)}{W\left(g\right)} \end{aligned} \tag{5}$$

که در آن، g حد کنترل برای اجرای تعویض پیشگیرانه در شرایطی است که فاصله‌ی بین بازرسی‌های متوالی برابر با Δ است. T_g زمان اجرای تعویض پیشگیرانه با توجه به استراتژی حد کنترل g، C هزینه‌ی تعویض پیشگیرانه و $C + K$ برابر با هزینه‌ی تعویض ناشی از وقوع خرابی است.[۱۵-۱۹] همچنین $Q(g)$ برابر با احتمال تعویض دستگاه به‌علت خرابی و $W(g)$ معادل متوسط زمان بین دو تعویض (اعم از تعویض پیشگیرانه یا ناشی از خرابی) با فرض اجرای استراتژی حد کنترل g تعریف می‌شود.

بهترین حد کنترل، حدی است که طی آن $\phi(g)$ کم‌ترین مقدار را داشته باشد. در مطالعات انجام شده نشان داده شده[۱۹و۲۱] که اگر تابع توأم نرخ مخاطره نسبت به زمان صعودی باشد، به‌ازای حد کنترل بهینه رابطه‌ی ۶ برقرار است:

$$\phi\left(g^*\right) = g^* \tag{6}$$

لذا g^*، یعنی حد کنترل بهینه، را می‌توان با استفاده از روش تکرار نقطه ثابت به دست آورد.[۱۹] در هر تکرار، با توجه به رابطه‌ی ۵ ابتدا باید زمان متوسط بین دو تعویض متوالی و احتمال تعویض ناشی از خرابی تخمین زده شود. بدین‌منظور، به‌ازای هریک از عناصر مجموعه‌ی θ، مقدار $t_g(i)$ چنین تعریف می‌شود:

$$t_g\left(i\right) = inf\left\{t \ge 0 \,|\, Kh\left(t, i\right) \ge g\right\}, \quad g > 0, \quad i \in \theta \tag{7}$$

در رابطه‌ی ۷، K هزینه‌ی اضافی است که از مقایسه‌ی هزینه‌ی تعویض به‌دلیل وقوع خرابی با هزینه‌ی تعویض پیشگیرانه به دست می‌آید. نماد inf معرف کوچک‌ترین زمانی است که شرط مذکور برای آن صادق است. g حد کنترل و $h(t, i)$ مقدار تابع توأم نرخ مخاطره در زمان t با این فرض است که مقدار متغیر اندازه‌گیری شده در آخرین بازرسی، معادل i باشد. به‌عبارت دیگر، $t_g(i)$ معرف نخستین زمانی است که در آن زمان، در حالی که وضعیت دستگاه i است، مقدار $Kh(t, i)$ به حد کنترل g می‌رسد. زمان‌های بازرسی قبل و بعدِ هر $t_g(i)$ را به ترتیب با $(k_i - 1)\Delta$ و $k_i\Delta$ نشان داده، داریم:

$$\left(k_i - 1\right)\Delta \le t_g\left(i\right) < k_i\Delta \tag{8}$$

فرض کنید عمر دستگاه از $j\Delta$ بیشتر است و در بازرسی jاُم در وضعیت i قرار دارد. متوسط زمان باقی مانده تا تعویض بعدی، $W(j, i)$ و احتمال تعویض دستگاه به‌علت خرابی، $Q(j, i)$، با فرض این که دستگاه در بازرسی شماره‌ی صفر در زمان صفر سالم باشد، با استفاده از روابط زیر به دست خواهد آمد.[۹]

$$\begin{aligned} &E\left(\min\left\{T, T_g\right\}\right) = W\left(0, 0\right) \\ &P\left(T \le T_g\right) = Q\left(0, 0\right) \end{aligned} \tag{9}$$

برای تخمین مقادیر $W(0, 0)$ و $Q(0, 0)$ نیز از روابط بازگشتی ۱۰ الی ۱۱ استفاده می‌شود.[۱۹]

$$\begin{cases} W\left(j, i\right) = 0 & j > k_i - 1 \\ W\left(k_i - 1, i\right) = \int_0^{t_g(i) - (k_i - 1)\Delta} R\left(k_i - 1, i, s\right) ds & j = k_i - 1 \\ W(j, i) = \int_0^{\Delta} R(j, i, s) ds + R(j, i, \Delta) \sum_{r=i}^{m} W(j+1, r) p_{ir}(j) & j < k_i - 1 \end{cases} \tag{10}$$

$$\begin{cases} Q\left(j, i\right) = 0 & j > k_i - 1 \\ Q(k_i - 1, i) = 1 - R(k_i - 1, i, t_g(i) - (k_i - 1)\Delta) & j = k_i - 1 \\ Q(j, i) = 1 - R(j, i, \Delta) + R(j, i, \Delta) \sum_{r=i}^{m} Q(j+1, r) p_{ir}(j) & j < k_i - 1 \end{cases} \tag{11}$$

باید توجه داشت که حد کنترل حاصل از روش تکرار نقطه ثابت، صرفاً در حالتی که تابع توأم نرخ مخاطره غیرنزولی باشد، بهینه است.[۱۹] در غیر این صورت، یعنی چنانچه تابع توأم نرخ مخاطره غیر همگن و نزولی ـ صعودی باشد، به دست آوردن استراتژی بهینه‌ی تعویض با پیچیدگی‌های بسیار مواجه است.[۱۵] تا آنجا که نگارندگان مطلع‌اند، تاکنون محققین روشی برای تعیین حد کنترل بهینه در حالت مذکور ارائه نکرده‌اند. شاید یکی از دلایل، علاوه بر پیچیدگی‌های موجود، این باشد که اصولاً نرخ مخاطره تجهیزات با گذشت زمان اغلب صعودی است مگر آن که در بازرسی‌ها، با انجام تمهیداتی همچون تعمیر جزئی، بتوان این نرخ را کاهش داد. اما فرض نوشتار حاضر، عدم انجام تعمیرات جزئی در حین بازرسی‌ها و درنتیجه غیر نزولی بودن تابع توأم نرخ مخاطره است.

در بخش بعد، مدل پیشنهادی به‌عنوان نسخه‌ی تکامل‌یافته‌ی مدل فوق ارائه خواهد شد. در مدل پیشنهادی، هزینه‌ی تعویض ناشی از خرابی «متغیر» در نظر گرفته شده است. به‌عبارت دیگر با افزایش عمر دستگاه و تنزل وضعیت دستگاه

(افزایش مقدار متغیر تشخیص خرابی) توأماً، هزینه‌ی تعویض ناشی خرابی افزایش می‌یابد.

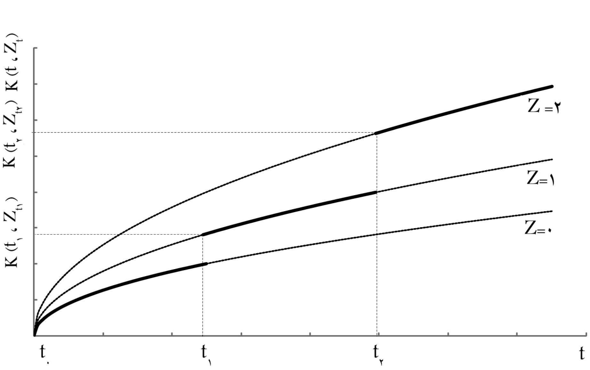
۳. بهینه‌سازی حد کنترل با فرض متغیر بودن هزینه‌ی خرابی

۱.۳. هزینه‌ی خرابی متغیر

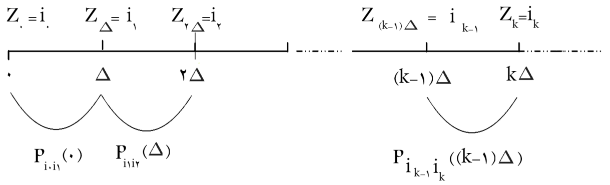
دستگاهی را با رفتار مارکوفی در نظر بگیرید که در طول بهره‌برداری ممکن است دچار خرابی نرم ناشی از افزایش عمر و کارکرد، یا خرابی سخت ناشی از شوک‌های مقطعی شود. همچنین فرض کنید در این مدت، هیچ فعالیت تعمیراتی در راستای بهبود وضعیت دستگاه مذکور صورت نگیرد. این دستگاه به‌صورت پیشگیرانه یا با مشاهده‌ی خرابی، با یک دستگاه نو تعویض می‌شود. اگر تعویض دستگاه پیشگیرانه باشد، هزینه‌ی آن به‌اندازه‌ی C خواهد بود؛ و چنانچه تعویض ناشی از خرابی باشد متحمل هزینه‌یی به‌اندازه $K(t,Z_t)+C$ می‌شویم. به‌عبارت دیگر، $K(t,Z_t)$ تابعی است که معرف هزینه‌ی مازاد ناشی از وقوع خرابی، در مقایسه با هزینه‌ی تعویض پیشگیرانه است. فرض بر این است که این هزینه‌ی مازاد، تابعی صعودی از زمان وقوع خرابی (t) است و مقدار متغیر تشخیص خرابی در این زمان Z_i است.

برای مثال ژنراتوری را در نظر بگیرید که در هر بازرسی میزان ارتعاشاتِ محور اصلی آن اندازه‌گیری می‌شود. در هر بازرسی با توجه به میزان ارتعاشات، سه وضعیت $\{0,1,2\}$ برای آن قابلِ مشاهده است، وضعیت صفر بهترین وضعیت و وضعیت ۲ بدترین وضعیت است. در شکل ۱ هزینه‌ی تعویض به‌دلیل وقوع خرابی در مقایسه با عمر و وضعیت دستگاه به‌هنگام وقوع خرابی، به‌صورت سه منحنی متناسب با وضعیت‌های مختلف دستگاه نشان داده شده است. همچنان که دیده می‌شود از یک سو افزایش عمر دستگاه موجب افزایش این هزینه‌خواهد بود و از سوی دیگر درصورت تغییر وضعیت دستگاه نیز منحنی این هزینه به منحنی با هزینه‌ی بالاتر تغییر می‌کند. بنابراین تنزل وضعیت ژنراتور (افزایش مقدار متغیر تشخیص خرابی) و افزایش عمر آن، توأماً موجب افزایش هزینه‌ی تعویض به‌دلیل خرابی می‌شود.

با این فرض که تعویض در هر دو حالت پیشگیرانه و تعویض ناشی از وقوع خرابی به‌صورت لحظه‌یی است و زمانی برای تعویض دستگاه صرف نمی‌شود، هدف تعیین حد کنترل بهینه است، به‌نحوی که هزینه‌ی تعویض در واحد زمان کمینه شود.



شکل ۱. منحنی‌های هزینه‌ی تعویض ناشی از وقوع خرابی در مقایسه با عمر و وضعیت دستگاه.



شکل ۲. احتمال انتقال شرطی در فرایند مارکوفی غیر همگن در بازرسی‌های متوالی.

۲.۳. بیان ریاضی فرایند تصمیم‌گیری مارکوفی

فضای وضعیت. با توجه به انجام بازرسی‌ها و تصمیمات در زمان‌های $k\Delta$، $k=0,1,2,\ldots$، و این که مقدار متغیر تشخیص در این زمان‌ها (z) برابر با یک مقدار صحیحِ غیرمنفی از مجموعه‌ی متناهی و شمارای $\theta=\{0,1,\ldots,m\}$ است، وضعیت دستگاه در هر بازرسی را می‌توان به‌صورت زوج (k,z) نمایش داد. به بیان دیگر، زوج (k,z) نشان می‌دهد که دستگاه تا بازرسی kاُم ــ یعنی تا زمانِ $k\Delta$ ــ سالم بوده و مقدار متغیر تشخیص در این زمان برابر با z است به‌طوری که $z\in\theta=\{0,1,\ldots,m\}$. بنابراین فضای وضعیت را می‌توان به‌صورت رابطه‌ی ۱۲ نشان داد.[19]

$$S=N\times\theta,\theta=\{0,1,\ldots,m\},\qquad N=\{0,1,2,\ldots\}\quad(12)$$

فضای تصمیم. پس از هر بازرسی، فضای تصمیم شامل سه نوع تصمیم است: ۱. تعویض پیشگیرانه بعد ازگذشت a واحد زمانی به‌طوری که $(0<a<\Delta)$؛ ۲. تصمیم به عدم تعویض یا $(a=+\infty)$؛ ۳. یک تعویض پیشگیرانه‌ی فوری که این تصمیم را به‌صورت $<0,a>$ نمایش می‌دهند. بنابراین فضای تصمیم به‌صورت رابطه‌ی ۱۳ خواهد بود.

$$A=B\cup\{\langle 0,a\rangle,a\in B\},\qquad B=(0,\Delta)\cup\{+\infty\}\quad(13)$$

مطالعات انجام شده نشان داده است که مسئله‌ی تعویض با فضای تصمیم A، معادل با حل یک رابطه‌ی بهینگی با فضای تصمیم $A'=[0,\Delta)\cup\{+\infty\}$ است.[1,19]

انتقال وضعیت. تغییر وضعیت دستگاه در بازرسی‌ها با استفاده از ماتریس احتمال انتقال شرطی[5] $(\mathbf{P}(k))$، قابل تبیین است. در این ماتریس احتمال انتقال شرطی از وضعیت $i\in\theta$ در زمان دلخواه $k\Delta$ به $j\in\theta$ در زمان $(k+1)\Delta$ به‌وسیله‌ی عنصر سطر iاُم و ستون jاُم ماتریس $\mathbf{P}(k)=[p_{ij}(k)]$ نشان داده می‌شود:

$$p_{ij}(k)=P\left(Z_{(k+1)\Delta}=j|T>(k+1)\Delta,Z_{k\Delta}=i\right)\quad(14)$$

برای پیش‌بینی رفتار متغیرهای تشخیص خرابی و تخمین ماتریس احتمالات انتقال، از روش بیشینه راست‌نمایی[6] و با توجه به سوابق اطلاعاتی دستگاه استفاده می‌شود.[15] فرض بر این است که وضعیت دستگاه در فاصله‌ی زمانی بین دو بازرسی متوالی و دلخواه kاُم و $k+1$اُم توسط وضعیت آن در زمان بازرسی kاُم تخمین زده می‌شود. چنان که در شکل ۲ نشان داده شده، بازرسی‌ها در فواصل زمانی Δ انجام می‌شود و $p_{ij}(k)$ معرف درایه‌ی سطر iاُم و ستون jاُم ماتریس احتمال انتقال وضعیت $(\mathbf{P}(k))$، در فاصله‌ی بازرسی kاُم تا بازرسی $k+1$اُم است.

۳.۳. برنامه‌ریزی پویا

در این قسمت با در نظرگرفتن فرضیاتی،[19] کم‌ترین هزینه‌ی یک سیکل تعویض را در قالب یک رابطه‌ی بازگشتی ارائه خواهیم کرد. فرضیات مذکور عبارت‌اند از:

۱. مدت زمان بین دو تغییر وضعیت مقداری بزرگ‌تر از صفر است، به‌عبارت دیگر تغییر وضعیت بلافاصله اتفاق نمی‌افتد. به‌همین منظور فرض می‌کنیم دو مقدار $\sigma > 0$, $\delta > 0$ وجود دارند به‌طوری که برای هر $(k, Z_k) \in S$ داریم:

$$R(k, z, \sigma) \geq \delta$$

۲. برای هر $(k, Z_k) \in S$ داریم $R(k, z, \Delta) \leq \alpha < 1$؛ و این بدان معناست که در هر وضعیت احتمال خرابی بزرگ‌تر از صفر است.

۳. فرایند تصادفی $Z = \{Z_t; t \geq 0\}$ و $t = k\Delta$ به‌طوری‌که، $k = 0, 1, 2, \ldots$، فرایندی غیرنزولی برحسب وضعیت‌کنونی دستگاه (k, Z_k) است. به‌عبارت دیگر تابع توزیع $G(j|(k, Z_k)) = P(Z_{k+1} \leq j | T > (k+1)\Delta, Z_k = z)$، تابعی نزولی برحسب (k, Z_k) است، به‌طوری که $(k, Z_k) \in S$.

۴. تابع $h_0(t)$ تابعی غیر نزولی برحسب t است. به‌عبارت دیگر دستگاه با افزایش عمر فرسوده می‌شود.

۵. تابع غیر منفی $\psi(Z_t)$ که در آن $t = k\Delta$ و $k = 0, 1, 2, \ldots$، تابعی غیرنزولی برحسب مقدار متغیر تشخیص خرابی $(Z_t = z)$ است و $\psi(0) = 1$. به‌عبارت دیگر نرخ مخاطره دستگاه تابعی غیرنزولی از $Z_t = z$ است.

در صورت برقراری فرضیات ۱ الی ۵، کم‌ترین هزینه در یک سیکل تعویض (زمانی که وضعیت کنونی دستگاه به‌صورت (k, Z_k) است)، مطابق معادله‌ی بازگشتی ۱۵ محاسبه می‌شود.

$$v(k, Z_k) = \min \left\{ \underset{a \in [0, \Delta)}{inf} \{V(k, Z_k, a, g, v)\}, W(k, Z_k, +\infty, g, v) \right\} \qquad (15)$$

که در آن $V(k, Z_k, a, g, v)$ معرف متوسط هزینه‌ی تعویض است به‌طوری که تصمیم $a \in [0, \Delta)$ در وضعیت $(k, Z_k) \in S$ گرفته شده باشد؛ همچنین در حالتی که به دستگاه اجازه دهیم تا بازرسی بعدی به کار خود ادامه دهد، $W(k, Z_k, +\infty, g, v)$ معرف متوسط هزینه‌ی تعویض است. این دو تابع به ترتیب از روابط ۱۶ و ۱۷ محاسبه می‌شود.

$$\begin{aligned}
&V(k, Z_k, a, g, v) \\
&= \int_0^a [K(k\Delta + t, Z_k) + C + v(0, 0)]\, dF(t|k, Z_k) \\
&+ [C + v(0, 0)]\, R(k, Z_k, a) - g\tau(k, Z_k, a); (k, Z_k) \in S \\
&= \int_0^a K(k\Delta + t, Z_k)\, dF(t|k, Z_k) + [C + v(0, 0)] \\
&[1 - R(k, Z_k, a)] + [C + v(0, 0)]\, R(k, Z_k, a) \\
&- g\tau(k, Z_k, a); (k, Z_k) \in S \\
&= \Phi(k, Z_k, a) + C + v(0, 0) - g\tau(k, Z_k, a); (k, Z_k) \in S
\end{aligned} \qquad (16)$$

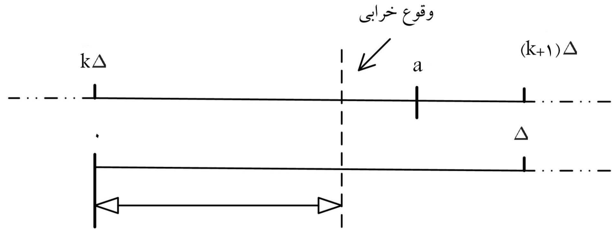
$$\begin{aligned}
&W(k, Z_k, +\infty, g, v) \\
&= \int_0^\Delta [K(k\Delta + t, Z_k) + C + v(0, 0)]\, dF(t|k, Z_k) \\
&+ \left[\sum_{j=Z_k}^{m} v(k+1, j)\, p_{Z_k j}(k)\right] R(k, Z_k, \Delta) \\
&- g\tau(k, Z_k, +\infty) = \int_0^\Delta K(k\Delta + t, Z_k)\, dF(t|k, Z_k) \\
&+ [C + v(0, 0)]\, [1 - R(k, Z_k, \Delta)] \\
&+ \left[\sum_{j=Z_k}^{m} v(k+1, j)\, p_{Z_k j}(k)\right] R(k, Z_k, \Delta) \\
&- g\tau(k, Z_k, +\infty) = \Phi(k, Z_k, \Delta) + [C + v(0, 0)] \\
&[1 - R(k, Z_k, \Delta)] + \left[\sum_{j=Z_k}^{m} v(k+1, j)\, p_{Z_k j}(k)\right] \\
&R(k, Z_k, \Delta) - g\tau(k, Z_k, +\infty)
\end{aligned} \qquad (17)$$

در روابط فوق، $[K(k\Delta + t, Z_k) + C + v(0, 0)]$ بیانگر هزینه‌ی تعویض به‌دلیل خرابی در زمان $k\Delta + t$ است، در حالی که مقدار متغیر تشخیص در بازرسی kاُم برابر با Z_k باشد. توجه داریم که وضعیت دستگاه در فاصله‌ی زمانی بین دو بازرسی متوالی و دلخواه kاُم و $k+1$اُم توسط وضعیت آن در زمان بازرسی kاُم تخمین زده می‌شود. با توجه به این که $t \in [0, \Delta)$، وضعیت دستگاه در لحظه‌ی $k\Delta + t$ برابر با وضعیت دستگاه در لحظه‌ی $k\Delta$ یعنی Z_k است. $dF(t|k, Z_k)$ نشان‌دهنده‌ی تابع چگالی احتمال شرطی در لحظه‌ی $k\Delta + t$ است، به‌شرطی که دستگاه تا زمان $k\Delta$ سالم و مقدار متغیر تشخیص در این زمان Z_k باشد. g نشان‌دهنده‌ی متوسط هزینه‌ی تعویض در واحد زمان در یک افق تصمیم‌گیری طولانی است. $R(k, Z_k, a)$ و $\tau(k, Z_k, a)$ به‌ترتیب بیانگر احتمال سلامت دستگاه بعد از زمان $k\Delta + a$ و متوسط مدت زمانی است که دستگاه در وضعیت (k, Z_k) باقی می‌ماند، به‌شرطی که مقدار متغیر تشخیص در بازرسی kاُم برابر با Z_k باشد و در این بازرسی، پس از گذشت a واحد زمان تصمیم به تعویض دستگاه گرفته شده باشد. با توجه به تعریف قابلیت اطمینان در رابطه‌ی ۴، $R(k, Z_k, a)$ از رابطه‌ی ۱۸ قابل محاسبه خواهد بود:

$$\begin{aligned}
R(k, Z_k, a) &= P(T > k\Delta + a | T > k\Delta, Z_k) \\
&= \exp\left\{ - \int_{k\Delta}^{k\Delta + a} \frac{\beta}{\eta} \left(\frac{s}{\eta}\right)^{\beta - 1} \exp\{\gamma Z_k\} ds \right\}; a \in [0, \Delta)
\end{aligned} \qquad (18)$$

درخصوص $\tau(k, Z_k, a)$، همان‌طور که در شکل ۳ نشان داده شده است، اگر تصمیم $a \in B$ گرفته شود، متوسط زمانی که دستگاه در وضعیت (k, Z_k) باقی می‌ماند، یعنی $\tau(k, Z_k, a)$ برابر است با:

$$\tau(k, Z_k, a) = \int_0^a t\, dF(t|k, Z_k) + aR(k, Z_k, a)$$



شکل ۳. متوسط زمان سالم بودن دستگاه، زمانی که تصمیم $k\Delta + a$ گرفته‌شده باشد.

$$= \int_{\circ}^{a} R\left(k, Z_k, t\right) dt \tag{۱۹}$$

در رابطه‌ی ۱۶، $\Phi(k, Z_k, a)$ متوسط هزینه‌ی مازادی است که به‌دلیل خرابی متحمل می‌شویم. با توجه به روش‌های آنالیز خرابی،[۲۲] تابع تجمعی شرطی خرابی تا زمان $k\Delta + t$ به شرطی که مقدار متغیر تشخیص در بازرسی kاُم برابر با Z_k باشد، از رابطه‌ی ۲۰ محاسبه می‌شود:

$$F\left(t|k, Z_k\right) = ۱ - R\left(k, Z_k, t\right);\; t \geq \circ \tag{۲۰}$$

بنابراین متوسط هزینه‌ی تعویض مازاد به‌دلیل خرابی را، با توجه به این که بعد از گذشت a واحد زمانی تصمیم به تعویض دستگاه گرفته شده و وضعیت کنونیِ دستگاه (k, Z_k) است، می‌توان طبق رابطه‌ی ۲۱ محاسبه کرد:

$$\Phi\left(k, Z_k, a\right) = \int_{\circ}^{a} K\left(k\Delta + t, Z_k\right) dF\left(t|k, Z_k\right) \tag{۲۱}$$

همچنین، با توجه به این که g به‌عنوان متوسط هزینه‌ی تعویض در یک افق طولانی تعریف شد، $g\tau(k, Z_k, a)$ متوسط هزینه‌ی خرابی در طول زمان $\tau(k, Z_k, a)$ است. به‌علاوه در رابطه‌ی ۱۷، مقدار $\left[\sum_{j=Z_k}^{m} v(k+۱, j) p_{Z_k j}(k)\right]$ برابر با کم‌ترین هزینه در یک سیکل تعویض خواهد بود، به‌شرط آن که دستگاه تا بازرسی $k+۱$اُم خراب نشده و وضعیت آن در این زمان با احتمال $p_{Z_k j}(k)$ برابر با j باشد.

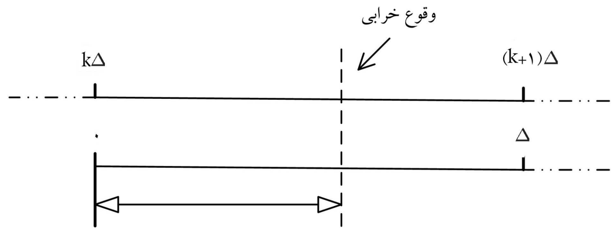
همچنین، با توجه به رابطه‌ی ۱۸، $R(k, Z_k, \Delta)$ برابر است با احتمال سالم ماندن دستگاه تا بازرسی $k+۱$اُم به‌شرط آن که دستگاه تا زمان $k\Delta$ سالم بوده و مقدار متغیر تشخیص در این زمان برابر با Z_k باشد. $\tau(k, Z_k, +\infty)$ متوسط زمان باقی ماندن دستگاه در وضعیت (k, Z_k) است در حالتی که به دستگاه اجازه داده شود تا بازرسی بعدی به کار ادامه دهد و تعویض نشود (شکل ۴).

$$\tau\left(k, Z_k, +\infty\right) = \int_{\circ}^{\Delta} R\left(k, Z_k, t\right) dt \tag{۲۲}$$

۴.۳. تعیین استراتژی بهینه

در این بخش یک معیار تصمیم‌گیری برحسب g (هزینه‌ی تعویض در واحد زمان در یک افق بلندمدت) بیان می‌شود. سپس در بخش بعدی روشی بازگشتی به‌منظور محاسبه‌ی کم‌ترین هزینه‌ی تعویض در واحد زمان ارائه خواهد شد.

در تعیین معیار تصمیم‌گیری، توجه به این مطلب ضروری است که اگر فرضیات ۱ الی ۵ مطرح شده در بخش پیشین برقرار باشد، تابع $v(k, Z_k)$ که در رابطه‌ی



شکل ۴. متوسط زمان سالم بودن دستگاه زمانی که تصمیم به عدم تعویض دستگاه گرفته‌شده است.

۱۵ تعریف شد، تابعی صعودی و کراندار برحسب (k, Z_k) است.[۱۹،۲۳و۲۴] لذا ابتدا نشان می‌دهیم اگر نامعادله‌ی $h_\circ(k\Delta + a)\psi(Z_k) < g/K(k\Delta + a, Z_k)$ برای $\circ \leq a < \Delta$ برقرار باشد، تصمیم بهینه در وضعیت (k, Z_k)، تعویض نکردن است. برای این‌منظور، با گرفتن مشتق از $V(k, Z_k, a, g, v)$ نسبت به a (رابطه‌ی ۱۶) داریم:

$$\frac{dV\left(k, Z_k, a, g, v\right)}{da} = \frac{d\Phi\left(k, Z_k, a\right)}{da} - g\frac{d\tau\left(k, Z_k, a\right)}{da}$$
$$= \frac{d\left(\int_{\circ}^{a} K\left(k\Delta + t, Z_k\right) dF\left(t|k, Z_k\right)\right)}{da}$$
$$-g\frac{d\left(\int_{\circ}^{a} R\left(k, Z_k, t\right) dt\right)}{da} \tag{۲۳}$$

از سوی دیگر با مشتق‌گیری از دو طرف معادله‌ی ۲۰ نسبت به t داریم:

$$\frac{dF\left(t|k, Z_k\right)}{dt} = h_\circ\left(k\Delta + t\right)\psi\left(Z_k\right) R\left(k, Z_k, t\right) \tag{۲۴}$$

در نهایت با جایگذاری $dF(t|k, Z_k)$ در رابطه‌ی ۲۳ خواهیم داشت:

$$\frac{dV\left(k, Z_k, a, g, v\right)}{da} =$$
$$\left[h_\circ\left(k\Delta + a\right)\psi\left(Z_k\right) K\left(k\Delta + a, Z_k\right) - g\right] R\left(k, Z_k, a\right). \tag{۲۵}$$

با توجه به معادله‌ی ۲۵، و فرضیات ۴ و ۵ مطرح شده در بخش پیشین، تابع $V(k, Z_k, a, g, v)$ برای $a < a^*(k, Z_k)$ تابعی نزولی و برای $a \geq a^*(k, Z_k)$ تابعی صعودی است، به‌طوری که:

$$a^*\left(k, Z_k\right) = \inf\{a \geq \circ;$$
$$h_\circ\left(k\Delta + a\right)\psi\left(Z_k\right) \geq g/K\left(k\Delta + a, Z_k\right)\} \tag{۲۶}$$

اگر $a^*(k, Z_k) \geq \Delta$:

$$V\left(k, Z_k, \Delta, g, v\right) = \underset{a\in[\circ,\Delta)}{inf}\ \{V\left(k, Z_k, a, g, v\right)\}]$$

و لذا از روابط ۱۶ و ۱۷ خواهیم داشت:

$$W\left(k, Z_k, +\infty, g, v\right) - V\left(k, Z_k, \Delta, g, v\right)$$
$$= \left[\sum_{j=Z_k}^{m}\left[v\left(k+۱, j\right) - C - v\left(\circ, \circ\right)\right] p_{Z_k j}\left(k\right)\right] R\left(k, Z_k, \Delta\right) \tag{۲۷}$$

و از آنجا که $v(k+1,j)$ کم‌ترین هزینه در دوره $k+1$ است، داریم:

$$\begin{aligned}
&v(k+1,j) < C+v(0,0)\\
&v(k+1,j)\,p_{Z_kj}(k) \le [C+v(0,0)]\,p_{Z_kj}(k)\\
&\sum_{j=Z_k}^{m} v(k+1,j)\,p_{Z_kj}(k) \le \sum_{j=Z_k}^{m} [C+v(0,0)]\,p_{Z_kj}(k)\\
&\qquad = C+v(0,0)
\end{aligned}$$

بنابراین:

$$\left[\sum_{j=Z_k}^{m} [v(k+1,j)-C-v(0,0)]p_{Z_kj}(k)\right] R(k,Z_k,\Delta) \le 0 \tag{۲۸}$$

بدین‌ترتیب، از آنجا که $W(k,Z_k,+\infty,g,v)-V(k,Z_k,\Delta,g,v) \le 0$، تصمیم بهینه «تعویض نکردن دستگاه» خواهد بود.

اکنون حالتی را بررسی می‌کنیم که در آن $0 \le a^*(k,Z_k) < \Delta$. ابتدا نشان می‌دهیم اگر $a^*=0$ آنگاه تصمیم بهینه تعویض فوری است. فرض کنید چنین تصمیمی نادرست باشد، یعنی اگر $a^*=0$ و:

$$\begin{aligned}
v(k,Z_k) &= W(k,Z_k,+\infty,g,v) < C+v(0,0)\\
&= \underset{a\in[0,\Delta)}{inf}\ \{V(k,Z_k,a,g,v)\}.
\end{aligned} \tag{۲۹}$$

در این حال، از رابطه‌ی ۱۷ داریم:

$$\begin{aligned}
&v(k+1,Z_k)-v(k,Z_k) = v(k+1,Z_k)\,R(k,Z_k,\Delta)\\
&\quad + v(k+1,Z_k)\,[1-R(k,Z_k,\Delta)] - v(k,Z_k)\\
&\quad = -\Phi(k,Z_k,\Delta) + [v(k+1,Z_k)-C-v(0,0)]\\
&\quad [1-R(k,Z_k,\Delta)] + g\tau(k,Z_k,+\infty)\\
&\quad + \left[v(k+1,Z_k) - \sum_{j=Z_k}^{m} v(k+1,j)\,p_{Z_kj}(k)\right] R(k,Z_k,\Delta)\\
&\quad = -\Phi(k,Z_k,\Delta) + g\tau(k,Z_k,+\infty)\\
&\quad + \underbrace{[v(k+1,Z_k)-C-v(0,0)]}_{1}\underbrace{[1-R(k,Z_k,\Delta)]}_{2}\\
&\quad + \underbrace{\left[\sum_{j=Z_k}^{m} [v(k+1,Z_k)-v(k+1,j)]\,p_{Z_kj}(k)\right]}_{3}\underbrace{R(k,Z_k,\Delta)}_{4}
\end{aligned}$$

با توجه به این که $v(k+1,Z_k)$ تابعی صعودی برحسب (k,Z_k) است، عبارات ۱ و ۳ کوچک‌تر یا مساوی صفر هستند. عبارات ۲ و ۴ نیز با توجه به تعریف آنها نامنفی‌اند. بنابراین با توجه به رابطه‌ی ۲۶ خواهیم داشت:

$$v(k+1,Z_k)-v(k,Z_k) < g\tau(k,Z_k,+\infty) - \Phi(k,Z_k,\Delta) \le 0 \tag{۳۰}$$

و نتیجه خواهیم گرفت که $0 \le v(k+1,Z_k)-v(k,Z_k)$. اما از آنجاکه $v(k,Z_k)$ تابعی صعودی برحسب (k,Z_k) است، باید $v(k+1,Z_k)-v(k,Z_k)=0$.

از سوی دیگر چون فرض کردیم $v(k,Z_k) < C+v(0,0)$، پس در نامعادله‌ی ۳۰ باید نامساوی اکید برقرار شود؛ به عبارت دیگر باید $v(k+1,Z_k) < v(k,Z_k)$ که تناقض است. بنابراین اگر $h_0(k\Delta)\psi(Z_k) \ge g/K(k\Delta,Z_k)$ آنگاه $v(k,Z_k)=C+v(0,0)$ و تصمیم بهینه تعویض فوری است.

در حالت دوم:

اگر $0 < a^*(k,Z_k) < \Delta$ آنگاه $h_0((k+1)\Delta)\psi(Z_k) \ge g/K((k+1)\Delta,Z_k)$.

اما چون فرایند $\{Z_n\}$ یک فرایند صعودی برحسب (k,Z_k) است، تابع $\psi(0)$ تابعی صعودی است و داریم:

$$\begin{aligned}
&W(k,Z_k,+\infty,g,v) - V(k,Z_k,a^*,g,v)\\
&\quad = \int_{a^*(k,Z_k)}^{\Delta} [h_0(k\Delta+t)\,\psi(Z_k)\,K(k\Delta+t,Z_k)-g]\\
&\qquad R(k,Z_k,t)\,dt \ge 0
\end{aligned}$$

بنابراین $v(k,Z_k)=V(k,Z_k,a^*,g,v)$ و تصمیم بهینه عبارت است از تعویض پس از گذشت زمان $a^*(k,Z_k)$؛ و بدین‌ترتیب اثبات کامل می‌شود.

بنابراین اگر فرضیات ۱ الی ۵ بیان شده در بخش پیشین برقرار باشد، استراتژی بهینه‌ی تعویض، $a^*(k,Z_k)$ تابعی نزولی از (k,Z_k) است و چنین تعریف می‌شود:[۱۹]

$$\begin{aligned}
a^*(k,Z_k) = inf\{&0 \le a < \Delta;\\
&h_0(k\Delta+a)\,\psi(Z_k) \ge g/K(k\Delta+a,Z_k)\}
\end{aligned} \tag{۳۱}$$

معادله‌ی فوق تابعی از پارامتر g (متوسط هزینه‌ی تعویض در واحد زمان در بلندمدت) است. در بخش بعد به دنبال کم‌ترین مقدار g خواهیم بود.

۵.۳. محاسبه‌ی هزینه‌ی بهینه

اگر C^{T_g} متوسط هزینه‌ی تعویض و P^{T_g} متوسط طول سیکل تعویض باشد، هنگامی که دستگاه در زمان T_g تعویض شود، متوسط هزینه‌ی تعویض در بلندمدت در واحد زمان چنین محاسبه می‌شود:[۲۵،۲۶]

$$\begin{aligned}
\phi^{T_g} = \frac{C^{T_g}}{P^{T_g}} &= \frac{C(1-P(T<T_g))+(C+K(T,Z_T))P(T<T_g)}{E_{\min}(T,T_g)}\\
&= \frac{C(1-Q(g))+(C+K(T,Z_T))Q(g)}{W(g)} = \frac{C+\phi(g)}{W(g)}
\end{aligned} \tag{۳۲}$$

در رابطه‌ی فوق $P(T<T_g)$ احتمال تعویض دستگاه به‌دلیل خرابی، $K(T,Z_T)$ تابع صعودی هزینه‌ی مازاد تعویض به‌دلیل خرابی برحسب (T,Z_T) و $E_{\min}(T,T_g)$ متوسط طول سیکل تعویض است. T_g نیز چنین محاسبه می‌شود:

$$T_g = inf\{t \ge 0;\, K(t,Z_t)\,h_0(t)\,\psi(Z_t) \ge g\}. \tag{۳۳}$$

به‌منظور به دست آوردن g^*، به جای کمینه کردن رابطه‌ی ۳۲، رابطه‌ی ۳۴ را کمینه می‌کنیم:[۲۰]

$$C^{T_g} - gP^{T_g} = [C+K(T,Z_T)\,P(T<T_g)] - gE_{\min}(T,T_g) \tag{۳۴}$$

مطالعات نشان داده که زمان تعویض T_g، به‌طوری که $g^* = \min \phi^{T_g}$، تابع ϕ^{T_g} را کمینه می‌کند و مقدار g^* جوابی یکتا برای معادله‌ی $g = \phi(g)$ است،[۲۱,۲۷] به‌طوری که $\phi^{T_g} \equiv \phi(g)$. به‌منظور محاسبه‌ی g^* و متعاقباً T_{g^*}، با استفاده از روش تکرار نقطه ثابت، حد کنترل بهینه برای تعویض را، با در نظرگرفتن فاصله‌ی Δ بین بازرسی‌ها به دست می‌آوریم (یعنی یافتن عدد حقیقی مثبتی مانند g^* که در رابطه‌ی $g^* = \phi(g^*)$ صدق کند). حد کنترل به دست‌آمده تا این مرحله، متوسط هزینه‌های تعویض در بلندمدت را کمینه می‌کند. بدین‌منظور باید دو مقدار $K(T, Z_T)P(T < T_g)$ و $E_{\min}(T, T_g)$ را محاسبه کنیم.[۱۹]

$W(j,i) = E\{\min(T, T_g) - j\Delta | (j,i)\}$ را به‌عنوان مدت زمان باقی مانده تا تعویض بعدی، در صورتی که تا زمان $j\Delta$ دستگاه سالم باشد و وضعیت دستگاه در این زمان i باشد، تعریف می‌کنیم. همچنین، برای هر عنصر $i \in \theta$ مقدار $t_g(i)$ عبارت خواهد بود از:[۲۲]

$$t_g\left(i\right) = inf\left\{t \geq 0 ; K\left(t,i\right) h_0\left(t\right) \psi\left(i\right) \geq g\right\}.$$

به‌عبارت دیگر، $t_g(i)$ معرف نخستین زمانی است که در آن، در حالی که وضعیت دستگاه i است، مقدار $K(t,i)h_0(t)\psi(i)$ به حد کنترل g می‌رسد. زمان‌های بازرسی قبل و بعدِ هر $t_g(i)$ را به‌ترتیب با $(k_i - 1)\Delta$ و $k_i\Delta$ نشان می‌دهیم (شکل ۵):

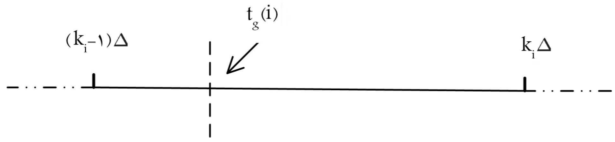
$$\left(k_i - 1\right)\Delta \leq t_g\left(i\right) < k_i\Delta$$

زمان بین بازرسی $k_i - 1$ و بازرسی k_i را «دوره‌ی خطر» می‌نامیم. اگر $j \geq k_i$ باشد (شکل ۶)، طبق معیار تعویضِ بیان شده در رابطه‌ی ۳۲، دستگاه قبلاً تعویض پیشگیرانه شده است:

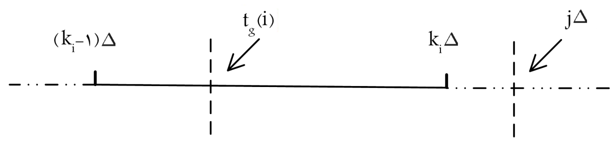
$$W\left(j,i\right) = 0 \tag{۳۵}$$

اگر $j = k_i - 1$ (شکل ۷) آنگاه $W(j,i)$ چنین محاسبه می‌شود:

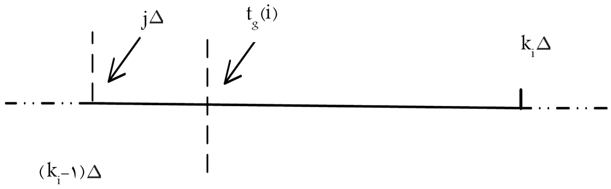
$$\begin{aligned} W(k_i - 1, i) &= \int_0^{t_g(i)-(k_i-1)\Delta} s dF(s|k_i - 1, i) + (t_g(i) \\ &\quad - (k_i - 1)\Delta) R(k_i - 1, i, t_g(i) - (k_i - 1)\Delta) \\ W(k_i - 1, i) &= \int_0^{t_g(i)-(k_i-1)\Delta} R(k_i - 1, i, s) ds \end{aligned} \tag{۳۶}$$



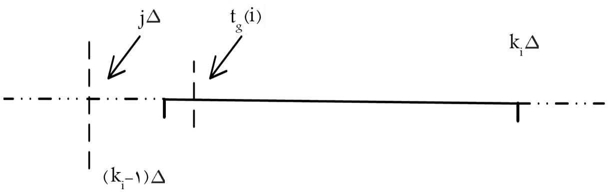
شکل ۵. زمانی که ریسک خرابی به حد کنترل می‌رسد.



شکل ۶. زمان کنونی دستگاه از دوره‌ی خطر گذشته است.



شکل ۷. زمان کنونی دستگاه یک دوره عقب‌تر از دوره‌ی خطر است.



شکل ۸. زمان کنونی دستگاه بیش از یک دوره عقب‌تر از دوره‌ی خطر است.

و بالاخره، اگر $j < k_i - 1$ (شکل ۸)، با مشروط کردن طول سیکل بر زمان خرابی خواهیم داشت:

$$\begin{aligned} &W\left(j,i\right) = \\ &\underbrace{\int_{j\Delta}^{(j+1)\Delta} E\left(\min\left(T,T_g\right) | \left(j,i\right), T = s\right) dF\left(s - j\Delta | \left(j,i\right)\right)}_{1} \\ &\underbrace{+ \sum_{r=i}^{m} \left\{ \begin{array}{l} E(\min(T,T_g)|(j,i), T > (j+1)\Delta, Z_{j+1} = r) \\ \times P(T > (j+1), Z_{j+1} = r | (j,i)) \end{array} \right\}}_{2} \\ &-j\Delta \end{aligned} \tag{۳۷}$$

در رابطه‌ی ۳۷، $F(t|k, Z_k) = 1 - R(k, Z_k, t)$. همچنین عبارت شماره‌ی ۱، متوسط طول سیکل را در حالتی نشان می‌دهد که خرابی در زمانی بین بازرسی j و $j+1$ اتفاق افتد. عبارت شماره‌ی ۲ نیز، متوسط طول سیکل را در حالتی نشان می‌دهد که خرابی قبل از بازرسی $j+1$ اتفاق نیافتد. از آنجایی که $E(\min(T,T_g)|(j,i), T = s) = s$، داریم:

$$\begin{aligned} W(j,i) = &\int_{j\Delta}^{(j+1)\Delta} s dF(s - j\Delta | (j,i)) \\ &+ \sum_{r=i}^{m} \left\{ \begin{array}{l} E(\min(T,T_g)|(j,i), T > (j+1)\Delta, Z_{j+1} = r) \\ \times P(T > (j+1)\Delta | (j,i)) \\ P(Z_{j+1} = r | T > (j+1)\Delta, Z_j = i) \end{array} \right\} \\ &-j\Delta \\ W(j,i) = &\int_{j\Delta}^{(j+1)\Delta} (s - j\Delta) dF(s - j\Delta | (j,i)) + j\Delta(1 - R(j,i,\Delta)) \end{aligned}$$

$$
+\sum_{r=i}^{m}\left\{\begin{array}{l} E(\min(T,T_g)-(j+1)\Delta|(j,i),T>(j+1)\Delta,\\ Z_{j+1}=r)\times \underbrace{P(T>(j+1)\Delta|(j,i))}_{R(j,i,\Delta)}\\ P(Z_{j+1}=r|T>(j+1)\Delta,Z_j=i)\end{array}\right\}
$$

$$
+(j+1)\,\Delta R\,(j,i,\Delta)-j\Delta
$$

$$
W\,(j,i)=\int_{0}^{\Delta} sdF\,(s|\,(j,i))+\Delta R\,(j,i,\Delta)+R\,(j,i,\Delta)
$$

$$
\sum_{r=i}^{m} W\,(j+1,r)\,\underbrace{P\,(Z_{j+1}=r|T>(j+1)\,\Delta,Z_j=i)}_{p_{ir}(j)}
$$

$$
W\,(j,i)=\int_{0}^{\Delta} R\,(j,i,s)\,ds+R\,(j,i,\Delta)\sum_{r=i}^{m} W\,(j+1,r)p_{ir}\,(j)
$$

(۳۸)

بدین‌ترتیب، متوسط طول سیکل چنین محاسبه خواهد شد:

$$
E_{\min}\,(T,T_g)=E\,(\min\,(T,T_g)\,|\,(0,0))=W\,(0,0) \tag{۳۹}
$$

به منظور محاسبه‌ی $K(T,T_g)P(T\leq T_g)$، ابتدا

$$
\varphi(j,i)=(K(T,T_g)P(T\leq T_g)|(j,i))
$$

را به‌عنوان متوسط هزینه‌ی تعویض مازادی تعریف می‌کنیم که به‌دلیل خرابی باید متحمل شویم (در حالتی که دستگاه تا زمان $j\Delta$ خراب نشده و مقدار متغیر تشخیص در این زمان برابر با i بوده است). به‌طور مشابه، با محاسبه‌ی مدت زمان طول سیکل، اگر $j\geq k_i$، طبق معیار تعویض بیان شده در رابطه‌ی ۳۲، دستگاه قبلاً تعویض پیشگیرانه شده و لذا:

$$
\varphi\,(j,i)=0 \tag{۴۰}
$$

اگر $j=k_i-1$، با توجه به این که $k_i\Delta < t_g(i) \leq \Delta(k_i-1)$، تعویض پیشگیرانه بین $\Delta(k_i-1)$ و $t_g(i)$ انجام می‌شود. با توجه به این که مقدار متغیر تشخیص در بازرسی k_i-1 معادل i است ($Z_{k_i-1}=i$)، مقدار $\varphi(k_i-1,i)$ برابر است با متوسط هزینه‌ی تعویض ناشی از خرابی در بازه زمانی $\Delta(k_i-1)$ و $t_g(i)$؛ به‌عبارت دیگر:

$$
\varphi\,(k_i-1,i)=\int_{0}^{t_g(i)-(k_i-1)\Delta} K\,((k_i-1)\,\Delta+s,i)dF\,(s|k_i-1,i)
$$

(۴۱)

و در شرایطی که $j<k_i-1$ باشد، بازرسی j قبل از بازرسی k_i-1 انجام شده است و در آن بازرسی وضعیت دستگاه i بوده است. در این حال، تعویض بعدی (بعد از زمان $j\Delta$) می‌تواند به‌دلیل وقوع خرابی در فاصله‌ی زمانی بین $j\Delta$ تا $t_g(i)$ باشد و یا این که تعویض به‌دلیل خرابی در این فاصله واقع نشود و سپس در زمان $t_g(i)$ تعویض پیشگیرانه صورت گیرد. از آنجا که صرفاً تعویض بعدی مد نظر است، وقوع خرابی تا فاصله‌ی زمانی $t_g(i)$ را در نظر می‌گیریم و آن را به دو فاصله‌ی زمانی تقسیم می‌کنیم: وقوع خرابی در فاصله‌ی زمانی $j\Delta$ تا $\Delta(j+1)$، و وقوع خرابی بعد از بازرسی $j+1$اُم تا زمان $t_g(i)$. همانند محاسبه‌ی $W(j,i)$ با مشروط‌کردن هزینه‌ی خرابی بر زمان خرابی داریم:

$$
\varphi\,(j,i)=
$$

$$
\underbrace{\int_{j\Delta}^{(j+1)\Delta}(K\,(T,Z_T)\,P\,(T\leq T_g)\,|\,(j,i)\,,T=s)\,dF\,(s-j\Delta|\,(j,i))}_{1}
$$

$$
\underbrace{+\sum_{r=i}^{m}\left\{\begin{array}{l}(K(T,Z_T)P(T\leq T_g)|(j,i),T>(j+1)\Delta,\\ Z_{j+1}=r)\times P\,(T>(j+1)\,\Delta,Z_{j+1}=r|\,(j,i))\end{array}\right\}}_{2}
$$

(۴۲)

عبارت شماره ۱، متوسط هزینه‌ی تعویض به‌دلیل خرابی را در حالتی نشان می‌دهد که خرابی در زمانی بین بازرسی j و $j+1$ اتفاق بیفتد. عبارت شماره ۲، متوسط هزینه‌ی تعویض به‌دلیل خرابی را در حالتی نشان می‌دهد که خرابی قبل از بازرسی $j+1$ اتفاق نیفتد. از آنجا که $(K(T,Z_T)P(T\leq T_g)|(j,i),T=s)=K\,(s,Z_s)$، داریم:

$$
\varphi\,(j,i)=\int_{j\Delta}^{(j+1)\Delta} K\,(s,Z_s)dF\,(s-j\Delta|\,(j,i))
$$

$$
+\sum_{r=i}^{m}\left\{\begin{array}{l}(K\,(T,Z_T)\,P\,(T\leq T_g)\,|\,(j,i)\,,T>(j+1)\,\Delta,\\ Z_{j+1}=r)\times P\,(T>(j+1)\,\Delta,Z_{j+1}=r|\,(j,i))\end{array}\right\}
$$

$$
\varphi\,(j,i)=\int_{0}^{\Delta} K\,(j\Delta+s,i)\,dF\,(s|\,(j,i))
$$

$$
+\sum_{r=i}^{m}\left\{\begin{array}{l}(K(T,Z_T)P(T\leq T_g)|(j,i),T>(j+1)\Delta,\\ Z_{j+1}=r)\times \underbrace{P(T>(j+1)|(j,i))}_{R(j,i,\Delta)}\\ \underbrace{P(Z_{j+1}=r|T>(j+1)\Delta,Z_j=i)}_{p_{ir}(j)}\end{array}\right\}
$$

$$
\varphi(j,i)=\int_{0}^{\Delta} K(j\Delta+s,i)dF(s|(j,i))+R(j,i,\Delta)
$$

$$
\sum_{r=i}^{m}\varphi(j+1,r)p_{ir}(j) \tag{۴۳}
$$

بنابراین متوسط هزینه‌ی مازاد تعویض به‌دلیل خرابی عبارت خواهد بود از:

$$
K\,(T,Z_T)\,P\,(T\leq T_g)=(K\,(T,Z_T)\,P\,(T\leq T_g)\,|\,(0,0))=\phi\,(0,0) \tag{۴۴}
$$

به منظور محاسبه‌ی احتمال خرابی در سیکل $P(T\leq T_g)$، محاسباتی شبیه به محاسبه‌ی متوسط طول سیکل و متوسط هزینه‌ی مازاد ناشی از خرابی به کار می‌رود و احتمال خرابی در طول یک سیکل تعویض، با تعریف

جدول ۱. محاسبه‌ی حد کنترل بهینه.

تکرار	$\phi(g)$	$W(0,0)$	$\varphi(0,0)$	k_2	k_1	k_0	$t_g(2)$	$t_g(1)$	$t_g(0)$	g
۱	۳٫۱۵۰۴۳	۶٫۲۴۹۴۹	۹٫۶۸۸۶۵	۴	۷	۱۳	۳٫۷۱۲۱۴	۶٫۹۳۵۶۲	۱۲٫۹۵۸۶۱	۵
۲	۲٫۹۶۴۱۶	۵٫۱۵۱۵۴	۵٫۲۷۰۰۳	۳	۵	۱۰	۲٫۶۱۹۳۲	۴٫۸۹۲۳۵	۹٫۱۳۵۲۴	۳٫۱۴۹۷۸
۳	۲٫۹۶۱۶۸	۵٫۰۱۴۵۲	۴٫۸۵۱۴۲	۳	۵	۹	۲٫۵۰۱۴۵	۴٫۶۷۱۲۴	۸٫۷۳۲۳۵	۲٫۹۶۲۵۷
۴	۲٫۹۶۱۶۷	۵٫۰۱۲۵۵	۴٫۸۴۵۵۷	۳	۵	۹	۲٫۵۰۰۳۴	۴٫۶۶۸۳۴	۸٫۷۱۳۲۵	۲٫۹۶۱۶۷

$Q(j,i) = (P(T \leq T_g)|(j,i))$، چنین محاسبه می‌شود:

$$Q(j,i) = \begin{cases} 0 & j \geq k_i \\ 1 - R(k_i - 1, i, t_g(i) - j\Delta) & j = k_i - 1 \\ 1 - R(j,i,\Delta) + \sum\limits_{r=i}^{m} Q(j+1,i) & \\ \quad R(j,i,\Delta) p_{ir}(j) & j < k_i - 1 \end{cases}$$

بنابراین احتمال خرابی در سیکل مطابق رابطه‌ی ۴۵ محاسبه می‌شود:

$$P(T \leq T_g) = (P(T \leq T_g) \,|\, (0,0)) = Q(0,0) \qquad (45)$$

بدین‌ترتیب تمامی عوامل موجود در رابطه‌ی ۳۲ قابل محاسبه‌اند و براساس آن مقدار g^* تعیین خواهد شد. برای روشن‌تر شدن مدل و روش پیشنهادی، در بخش بعد، یک مثال عددی آورده شده است.

۴. مثال عددی

تابع توأم نرخ مخاطره یک دستگاه گیربکس مربوط به ماشین‌های سنگین انتقال مواد در معادن،[14] به‌صورت $h(t,Z(t)) = \left(\beta/\eta(t/\eta)^{\beta-1}\right)\exp\{\gamma Z(t)\}$ تخمین زده شده است. در هر بازرسی، میزان ذرات فلز در روغن از طریق آنالیز روغن اندازه‌گیری می‌شود. فرض کنید با توجه به میزان ذرات فلز اندازه‌گیری شده در هر بازرسی، سه وضعیت قابل مشاهده است: $\theta = \{0,1,2\}$ (وضعیت صفر بهترین و وضعیت ۲ بدترین). همچنین فرض کنید برای تعدادی از این نوع گیربکس در یک دوره زمانی خاص، بازرسی‌ها در فواصل زمانی Δ انجام، نتایج ثبت و سپس با استفاده از این اطلاعات، مقادیر β، η و γ مربوط به تابع مذکور معادل $\beta = 2{,}323$، $\eta = 21{,}457$ و $\gamma = 0{,}827$ باشد و ماتریس انتقال وضعیت نیز چنین برآورد شده است:

$$P(j) = \begin{pmatrix} 0/749 & 0/251 & 0 \\ 0 & 0/811 & 0/189 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad , j = 1,2,3,\ldots$$

فرض کنید هزینه‌ی تعویض پیشگیرانه $C = 10$ و هزینه‌ی مازاد به‌دلیل خرابی تابعی وابسته به عمر و وضعیت دستگاه بوده و چنین تخمین زده شده باشد:

$$K(t, Z_t) = 90 - 80 \exp\{-t(Z_t + 1)\}$$

هدف تعیین حد کنترل بهینه برای این نوع گیربکس است. با استفاده از روش تکرار نقطه ثابت و روابط ۳۵ الی ۳۸ و ۴۰ الی ۴۳ حد کنترل بهینه محاسبه شده است (جدول ۱). چنان‌که مشاهده می‌شود، در جدول ۱ حد کنترل و هزینه‌ی متناظر با آن در تکرارهای مختلف آورده شده است. بنابراین استراتژی بهینه‌ی تعویض بدین‌گونه است که در هر بازرسی با توجه به زمان انجام بازرسی و مقادیر متغیر تشخیص خرابی اندازه‌گیری شده در بازرسی، نامعادله‌ی زیر بررسی می‌شود:

$$T^* = \min\{T, inf\{K(t,i)\,h(t,i) \geq g\}\}$$

$$T^* = \min\left\{T, inf\left\{\begin{array}{l} t \geq 0 : (90 - 80\exp\{-t(i+1)\}) \\ \times\left(\left(\frac{2{,}323}{21{,}457^{2{,}323}}\right)t^{1{,}323}\right. \\ \left.\exp\{0{,}827i\}\right) \geq 2{,}96167 \end{array}\right\}\right\}$$

چنانچه نامعادله‌ی فوق برقرار شده باشد، تعویض پیشگیرانه صورت می‌گیرد و اگر این نامعادله برقرار نشود دستگاه به کار خود ادامه داده مجدداً در بازرسی بعدی و براساس نتایجِ اندازه‌گیریِ وضعیتِ دستگاه در آن بازرسی تصمیم لازم اتخاذ خواهد شد.

۵. نتیجه‌گیری

در این مقاله، یک مدل CBM به‌منظور بهینه‌سازی تصمیمات نگه‌داری و تعمیرات پیشگیرانه با لحاظ هزینه‌های خرابی متغیر و با معیار کمینه‌سازی متوسط مجموع هزینه‌ها در واحد زمان در بلندمدت ارائه شد. این مدل‌سازی برای دستگاهی با رفتار مارکوفی صورت گرفته که در طول بهره‌برداری، هیچ فعالیت تعمیراتی در راستای بهبود وضعیت آن صورت نمی‌گیرد و می‌تواند دچار خرابی‌های نرم یا سخت شود. بعد از هر خرابی یا به‌هنگام انجام تعویض پیشگیرانه، دستگاه با یک دستگاه نو تعویض می‌شود.

مدل پیشنهادی در این نوشتار، بسط و تکمیل مدلی است که طی آن، حد کنترل برای تعویض پیشگیرانه علاوه بر وضعیت دستگاه، به هزینه‌های مذکور نیز وابسته است.[14-19] در مدل مذکور هزینه‌ی تعویض ناشی از خرابی دستگاه مقداری ثابت فرض می‌شود، اما موارد متعددی وجود دارد که هزینه‌ی تعویض ناشی از خرابی دستگاه، متناسب با عمر سپری شده تا وقوع خرابی و وضعیت مشاهده شده در بازرسی‌های قبلی، متغیر است. به‌عبارت دیگر اغلب با گذشت زمان و تنزل وضعیت دستگاه، وقوع خرابی به دلیل آسیب بیشتر به اجزا دیگر، هزینه‌های مضاعفی را نیز تحمیل می‌کند.

در این نوشتار چگونگی استخراج روابط و معادلات مورد نیاز برای محاسبه‌ی حد کنترل بهینه، با فرض متغیر بودن هزینه‌های خرابی، به‌تفصیل ارائه شده است. به‌عنوان زمینه‌های تحقیقاتی دیگر در این رابطه، می‌توان به اضافه‌کردن هزینه‌های بازرسی به مدل، اضافه‌کردن فرض انجام بازرسی‌ها در فواصل زمانی غیریکسان، و همچنین تعیین برنامه‌ی زمانی بهینه برای انجام بازرسی‌ها اشاره کرد.

پانوشت‌ها

1. condition-based maintenance (CBM)
2. hazard rate
3. covariates
4. proportional hazards model (PHM)
5. transition probability matrix
6. maximum likelihood method

منابع (References)

1. Golmakani, H.R., *Maintenance Management: Modeling and Optimization*, Amirkabir University, Tafresh Branch Press (2009) In Farsi.
2. Jardine, A.K.S., Lin, D. and Banjevic, D. "A review on machinery diagnostics and prognostics implementing condition-based maintenance", *Mechanical Systems and Signal Processing*, **20**, pp. 1483-1510 (2006).
3. Mobley, R.K., *An Introduction to Predictive Maintenance*, New York, Butterworth- Heinemann (1989).
4. Goldman, S., *Vibration Spectrum Analysis: A Practical Approach*, New York, Industrial Press, p. 131 (1999).
5. Christer, A.H. and Wang, W. "A simple condition monitoring model for a direct monitoring process", *European Journal of Operational Research*, **82**, pp. 258-269 (1995).
6. Okumura, S. "An inspection policy for deteriorating processes using delay-time concept", *International Transactions in Operational Research*, **4**, pp. 365-375 (1997).
7. Wang, W. "Modeling condition monitoring intervals: A hybrid of simulation and analytical approaches", *Journal of the Operational Research Society*, **54**, pp. 273-282 (2003).
8. Chen, D.Y. and Trivedi, K.S. "Closed-form analytical results for condition-based maintenance", *Reliability Engineering and System Safety*, **76**(1), pp. 43-51 (2002).
9. Grall, A., Berenguer, C. and Dieulle, L. "A condition-based maintenance policy for stochastically deteriorating systems", *Reliability Engineering and System Safety*, **76**, pp. 167-180 (2002).
10. Hosseini, M.M., Kerr, R.M. and Randall, R.B. "An inspection model with minimal and major maintenance for a system with deterioration and poisson failures", *IEEE Transactions on Reliability*, **49**, pp. 88-98 (2000).
11. Kumar, D. and Westberg, U. "Maintenance scheduling under age replacement policy using proportional hazards model and TTT plotting", *European Journal of Operational Research*, **99**, pp. 507-515 (1997).
12. Chen, D.Y. and Trivedi, K.S. "Optimization for condition-based maintenance with semi-markov decision process", *Reliability Engineering and System Safety*, **90**, pp. 25-29 (2005).
13. Amari, S.V. and McLaughlin, L. "Optimal design of a condition-based maintenance model", in: *Proceedings of the Annual Reliability and Maintainability Symposium (RAMS), IEEE,* Los Angeles, CA, USA, pp. 528-533 (2004).
14. Banjevic, D. and Jardine, A.K.S. "Calculation of reliability and remaining useful life for a Markov failure time process", *IMA Journal of Management Mathematics*, **17**, pp. 115-130 (2006).
15. Banjevic, D., Jardine, A.K.S., Makis, V. and Ennis, M. "A control-limit policy and software for condition-based maintenance optimization", *INFOR*, **39**, pp. 32-49 (2001).
16. Jardine, A.K.S., Joseph, T. and Banjevic, D. "Optimizing condition-based maintenance decision for equipment subject to vibration monitoring", *Journal of Quality in Maintenance Engineering*, **5**(3), pp. 192-202 (1999).
17. Jardine, A.K.S., Makis, V., Banjevic, D. and Ennis, M. "A decision optimization model for condition-based maintenance", *Journal of Quality in Maintenance Engineering*, **4**(2), pp. 115-121 (1998).
18. Jardine, A.K.S., Banjevic, D. and Makis, V. "Optimal replacement policy and the structure of software for condition-based maintenance", *Journal of Quality in Maintenance Engineering*, **3**, pp. 109-119 (1997).
19. Makis, V. and Jardine, A.K.S. "Optimal replacement in the proportional hazards model", *INFOR*, **30**, pp. 172-183 (1992).
20. Cox, D.R. and Oakes, D., *Analysis of Survival Data*, London, Chapman and Hall (1984).
21. Aven, T. and Bergman, B. "Optimal replacement times - a general set-up", *J. Appl. Prob.*, **23**, pp. 432-442 (1986).
22. Kalbfleisch, J.D. and Prentice, R.L., *The Statistical Analysis of Failure Time Data*, New York, Wiley (1980).
23. Ghasemi, A., Yacout, S. and Ouali, M.S. "Optimal condition based maintenance with imperfect information and the proportional hazard model", *International Journal of Production Research*, **45**(4), pp. 989-1012 (2007).
24. Kurano, M. "Semi-Markov decision processes and their application in replacement models", *J. Op. Res. Soc. Japan,* **28**(1), pp. 18-29 (1985).
25. Ross, S.M., *Applied Probability Models with Optimization Applications*, Holden-Day, San Francisco, USA (1970).
26. Ross, S.M., *Introduction to Stochastic Dynamic Programming*, Academic Press, San Diego, USA (1983).
27. Weiss, H.J. and Pliska, S.R. "Optimal policies for batch service queuing systems", *Opsearch,* **19**(1), pp. 12-22 (1982).