

# بهینه‌سازی چندهدفه‌ی مسئله‌ی مرکز تماس چندگانه با استفاده از متدولوژی سطح پاسخ

رضا بوادران کاظم‌زاده\* (دانشیار)

علی سلماسنیا (دانشجوی دکتری)

هادی دارابی (دانشجوی کارشناسی ارشد)

دانشکده‌ی فنی و مهندسی، دانشگاه تربیت مدرس

مهندسی صنایع و مدیریت شریف، تابستان ۱۳۹۳  
دوره‌ی ۱، شماره‌ی ۱/۱، ص. ۴۷-۵۷

سیستم‌های مرکز تماس یکی از پرکاربردترین سیستم‌های مورد استفاده در مراکز و سازمان‌ها برای پاسخ‌گویی به سؤالات مشتریان است. طراحی و پیکربندی بهینه‌ی سیستم یکی از مسائل و حوزه‌های اصلی به‌خصوص برای مراکز تماس چندگانه است. در این ارتباط، افزایش کارایی امکانات سیستم، به‌ویژه نیروی انسانی از یک سو و افزایش رضایت مشتریان از سوی دیگر، مهم‌ترین اهداف سیستم‌های مرکز تماس است. طی سال‌های اخیر رویکردهای متنوعی برای حل این مسئله ارائه شده، اما بیشتر این رویکردها تنها به تحلیل عملکرد مرکز می‌پردازند. رویکردهای بهینه‌سازی ارائه شده نیز صرفاً از دیدگاه مشتری یا کارفرما طراحی شده‌اند. در این مطالعه یک رویکرد بهینه‌سازی براساس متدولوژی سطح پاسخ و طراحی آزمایشات پیشنهاد شده، که نه تنها به‌طور همزمان رضایت مشتریان و بهره‌وری امکانات مرکز تماس را پیشینه می‌کند، بلکه همبستگی بالقوه بین اهداف را نیز ضمن تلاش برای کمینه‌سازی اثر متغیرهای غیر قابل کنترل (عوامل اختلال) روی اهداف لحاظ می‌کند.

rkazem@modares.ac.ir  
ali.salmasnia.85@gmail.com  
h.darabi.m@gmail.com

واژگان کلیدی: مرکز تماس چندگانه، طراحی آزمایشات، متدولوژی سطح پاسخ.

## ۱. مقدمه

پیشرفت‌های اخیر در حوزه‌ی علم و تکنولوژی، منجر به بهبود چشمگیر در حوزه‌ی سیستم‌های خدماتی شده است، به طوری که از یک سو رضایت مشتری را جلب کرده و از سوی دیگر هزینه‌ها را تا حد امکان کاهش داده است. سیستم مرکز تماس یکی از سرویس‌های خدماتی است که در سازمان‌هایی چون مراکز اورژانس، مراکز اطلاعاتی، مراکز بازاریابی، مراکز صنعتی و... کاربرد گسترده دارد. از این سیستم برای دسترسی آسان مشتریان به خدمات مختلف یک سازمان بهره می‌گیرند. بدین منظور ارتباطات ورودی سیستم مرکز تماس از طریق یک درگاه ورودی بین اپراتورهای مختلف توزیع می‌شود. به عنوان مثال چنانچه مشتری با سیستم ارتباط برقرار کند، تماس وی برای پاسخ‌گویی از طریق درگاه ورودی به اپراتورهای مرکز مربوطه منتقل می‌شود.

با توجه به رشد چشمگیر و افزایش پیچیدگی سرویس‌های خدماتی مرکز تماس، این موضوع طی سال‌های اخیر به‌طور گسترده‌ی مورد توجه قرار گرفته است. در این راستا تحقیقات بسیاری در جهت شناسایی عوامل مؤثر - نظیر تعداد نیروی انسانی و سطح مهارت آن‌ها برای خدمت‌رسانی و پاسخ‌گویی به تماس مشتریان - و بررسی میزان اثرگذاری هر یک از آن‌ها بر عملکرد سیستم انجام شده است. عوامل مذکور برحسب تنوع مهارت اپراتورها به دو گروه «مدل‌های چندمهارتی<sup>۱</sup>» و «مدل‌های کاملاً

معطف<sup>۲</sup>» تقسیم می‌شوند.<sup>[۱]</sup> در مدل‌های چندمهارتی، انواع مختلفی از تماس‌ها مدیریت شده و اپراتورها مهارت‌های متفاوتی دارند.<sup>[۲]</sup> در مدل‌های کاملاً معطف، مهارت تمامی اپراتورها یکسان است و قابلیت پاسخ‌گویی به تمامی تماس مشتریان را دارند.<sup>[۳]</sup>

«میانگین زمان انتظار مشتری» عامل دیگری است که طی سال‌های اخیر به‌منظور تعیین سطح عملکرد سیستم مورد توجه قرار گرفته است. در ادبیات برای ارزیابی این معیار، معمولاً یک زمان انتظار قابل قبول (AWT)<sup>۳</sup> در نظر گرفته می‌شود. درصد تماس‌هایی که در زمانی کم‌تر از AWT پاسخ داده می‌شوند، اصطلاحاً به عنوان عامل سرویس‌دهی مرکز (TSF)<sup>۴</sup> مشخص می‌شوند.<sup>[۴]</sup>

به‌منظور بهینه‌سازی عملکرد سیستم، بسیاری از روش‌های موجود در ادبیات، مدل‌های مختلف صف را ارائه کرده‌اند. بررسی فرایند تولد - مرگ<sup>۵</sup> در مدل‌های صف مرکز تماس و ارزیابی پارامترهای این مدل از نخستین کارهای انجام شده در این حوزه است.<sup>[۵]</sup> در بسیاری از مقالات نیز با مقایسه‌ی معیارهای عملکرد مدل‌های مختلف صف، کاراترین مدل برای سیستم ارائه شده است.<sup>[۶]</sup> مدل صف M/M/N یکی از ساده‌ترین مدل‌ها برای سیستم مرکز تماس است که در ادبیات با عنوان سیستم Erlang-C نیز شناخته می‌شود. در این مدل زمان بین ورود تماس مشتریان و زمان سرویس‌دهی از توزیع نمایی پیروی می‌کند که قفل شدن سیستم و ترک مشتری در آن در نظر گرفته نشده است.<sup>[۷]</sup> در برخی از مطالعات نرخ ورود

\* نویسنده مسئول

تاریخ: دریافت ۲۸/۹/۱۳۹۰، اصلاحیه ۱۰/۳/۱۳۹۱، پذیرش ۲۰/۳/۱۳۹۱.

تماس‌ها متغیر و احتمالی در نظر گرفته شده است.<sup>[۸]</sup> به منظور رفع محدودیت‌های سیستم Erlang-C گونه‌های دیگری از این نوع مدل‌ها ارائه شده‌است. در سیستم Erlang-B قفل شدن سیستم مراکز تماس نیز در نظر گرفته شده است. در این نوع سیستم تعداد خطوط ارتباطی برابر با تعداد اپراتورهاست و مدل تبدیل به مدل صف M/M/N/N می‌شود.<sup>[۹]</sup> از آنجا که ترک سیستم توسط مشتری اثر به‌سزایی بر عملکرد سیستم دارد، محققین سیستم‌های Erlang-A را برای مدل‌های مرکز تماس ارائه کرده‌اند<sup>[۱۰]</sup> که در آن علاوه بر در نظر گرفتن قفل شدن سیستم، یک توزیع نمایی برای میزان صبر مشتریان (زمان انتظار تا ترک سیستم) در نظر گرفته شده است. در این حالت هدف سیستم، کاهش تعداد تماس‌های برگشتی از سیستم است که در بسیاری از تحقیقات به این موضوع پرداخته شده است.<sup>[۱۱]</sup> علاوه بر این، مدل‌های صف دیگری نیز مورد بررسی قرار گرفته که می‌توان به مدل صف مارکوف اصلاح شده برای سیستم مرکز تماس با مشتریان کم حوصله<sup>[۱۲]</sup> اشاره کرد.<sup>[۱۲]</sup>

از دیگر تحقیقات انجام شده در این زمینه می‌توان به بررسی رابطه‌ی میان زمان انتظار در سیستم و احتمال ترک سیستم اشاره کرد.<sup>[۱۳]</sup> احتمال آزمایش مجدد مشتری برای برقراری ارتباط با سیستم نیز در پژوهش‌های دیگری مد نظر قرار گرفته است.<sup>[۱۴]</sup> به منظور بهبود تخصیص اپراتورها به تماس‌های مشتریان در سیستم مرکز تماس، با احتمال ترک سیستم، از مدل صف مارکوفی استفاده شده است.<sup>[۱۵]</sup> در برخی تحقیقات اخیر، مدل‌های چندمرحله‌یی مرکز تماس مورد بررسی قرار گرفته است، بدین معنی که برخی از تماس‌های ورودی باید در چندین مرحله پاسخ داده شوند.<sup>[۱۶]</sup> چنان که ملاحظه می‌شود، بیشتر تحقیقات انجام شده در راستای تحلیل مدل‌های مرکز تماس بوده و در حوزه‌ی بهینه‌سازی، عمدتاً افزایش رضایت مشتری مورد توجه قرار گرفته و خلأ قابل توجهی در حوزه‌ی بهینه‌سازی توأم توابع هدف، به‌ویژه افزایش بهره‌وری نیروی انسانی مدل‌های مرکز تماس، مشاهده می‌شود. در روش‌های موجود به واریانس توابع هدف در فرایند بهینه‌سازی عملکرد سیستم توجهی نشده است، این در حالی است که اگر اختلاف معناداری بین سطوح واریانس اهداف در ناحیه‌ی شدنی وجود داشته باشد، دست‌یابی به نتایج غیرمعمول محتمل خواهد بود.

در این تحقیق یک رویکرد بهینه‌سازی چندهدفه برای بهبود عملکرد مرکز تماس چندگانه ارائه شده است. رویکرد پیشنهادی ضمن بهینه‌سازی رضایت مشتری و بهره‌وری امکانات سیستم، کمیته‌سازی حساسیت سیستم نسبت به عوامل غیرقابل کنترل و اعمال همبستگی میان اهداف در فرایند بهینه‌سازی را دنبال می‌کند. در ادامه‌ی این تحقیق، ابتدا در بخش ۲ ساختار مدل مرکز تماس چندگانه به همراه مدل ریاضی مسئله تشریح می‌شود. سپس رویکرد پیشنهادی برای بهینه‌سازی مدل مرکز تماس چندگانه در بخش ۳ ارائه می‌شود و در بخش ۴، رویکرد پیشنهادی در مورد یک مدل مرکز تماس سه‌گانه پیاده‌سازی و نتایج حاصل با دو رویکرد متداول دیگر مورد مقایسه قرار گرفته است. نهایتاً در بخش ۵ نتیجه‌گیری حاصل از تحقیق ارائه شده است.

## ۲. تشریح مدل

در این بخش مدل عمومی مرکز تماس چندگانه مورد بررسی قرار گرفته و عوامل اثر بخش بر بهینه‌سازی سیستم و مدل ریاضی مسئله تشریح شده است. سیستم مرکز چندگانه عبارت است از سیستم تماس عمومی سازمانی که از  $n$  مرکز مختلف تشکیل شده و هر یک از این مراکز،  $c_i$  ( $i = 1, 2, \dots, n$ )، برای پاسخ‌گویی به نوع مشخصی از تماس‌ها (مانند مرکز پشتیبانی، مرکز رزرو بلیط و...) در نظر گرفته شده‌اند که تعداد  $x_i$  اپراتور به فعالیت مشغول‌اند.

در این سیستم فرض می‌شود نرخ ورود تماس‌ها از توزیع نمایی با پارامتر  $\lambda$  پیروی می‌کند. مشتری پس از برقراری تماس با سازمان، یکی از مراکز تماس  $n$  گانه را برحسب نوع درخواست انتخاب می‌کند. چنانچه اپراتور بیکاری در مرکز مربوطه باشد تماس مشتری پاسخ داده خواهد شد و در غیر این حالت، در صورت تکمیل نبودن ظرفیت صف انتظار تا زمان بیکار شدن یکی از اپراتورها، مشتری در صف انتظار قرار خواهد گرفت. با توجه به این که یکی از اهداف سازمان، پاسخ‌گویی سریع به مشتری و کاهش درصد تماس‌های برگشتی<sup>۸</sup> است، لذا به اپراتورهای هر یک از مراکز علاوه بر مهارت تخصصی، آموزش‌های عمومی داده می‌شود تا در صورت نیاز امکان پاسخ‌گویی سایر مراکز را نیز بر عهده گیرند. بنابراین بین مراکز تماس، خطوط ارتباطی برقرار شده تا در مواقع ضروری از اپراتورهای سایر مراکز برای پاسخ‌گویی به تماس مشتریان استفاده شود. چنانچه ظرفیت خالی در صف انتظار برای مشتری تماس گیرنده وجود نداشته باشد، تماس مشتری به یکی از خطوط ارتباطی غیراشغال منتقل می‌شود تا توسط یکی از اپراتورهای بیکار در سایر مراکز پاسخ داده شود. چنانچه تمامی خطوط ارتباطی با سایر مراکز اشغال باشد، تماس مشتری قطع شده و بدون پاسخ‌گویی از سیستم خارج خواهد شد. در شکل ۱ فلوچارت مدل مرکز تماس  $n$  گانه نمایش داده شده است.

در این تحقیق قصد داریم رویکردی برای بهینه‌سازی چندهدفه ارائه دهیم که در آن با انتخاب بهینه‌ی عوامل قابل کنترل -- از جمله تعداد اپراتورها، تعداد خطوط ارتباطی و... -- به حالتی از سیستم دست پیدا کنیم که از یک سمت رضایت مشتری افزایش یابد (نگاه از سمت مشتری) و از سوی دیگر میزان استفاده از امکانات سیستم بیشینه (نگاه از سمت کارفرما) شود. در مدل فوق چهار نوع تابع هدف وجود دارد:

- بیشینه‌سازی درصد به‌کارگیری اپراتورها (معادل کمیته‌سازی درصد بیکاری اپراتورها)؛
- بیشینه‌سازی درصد استفاده از خطوط ارتباطی (معادل کمیته‌سازی درصد بیکاری خطوط ارتباطی)؛
- کمیته‌سازی درصد تماس‌های برگشتی (معادل بیشینه‌سازی رضایت مشتری)؛
- کمیته‌سازی میانگین زمان انتظار مشتری در سیستم (معادل بیشینه‌سازی رضایت مشتری).

از سوی دیگر متغیرهای قابل کنترل سیستم عبارت‌اند از:

- تعداد اپراتورهای موجود در هر یک از مراکز تماس؛
- تعداد خطوط ارتباطی میان مراکز تماس؛
- ظرفیت صف انتظار.

در نهایت، هدف سیستم یافتن پیکربندی بهینه‌ی سیستم با توجه به چهار نوع تابع هدف است. بنابراین مدل ریاضی مسئله‌ی مرکز تماس  $n$  گانه چنین خواهد بود:

$$\text{Max } y_1, y_2$$

$$\text{Min } y_3, y_4$$

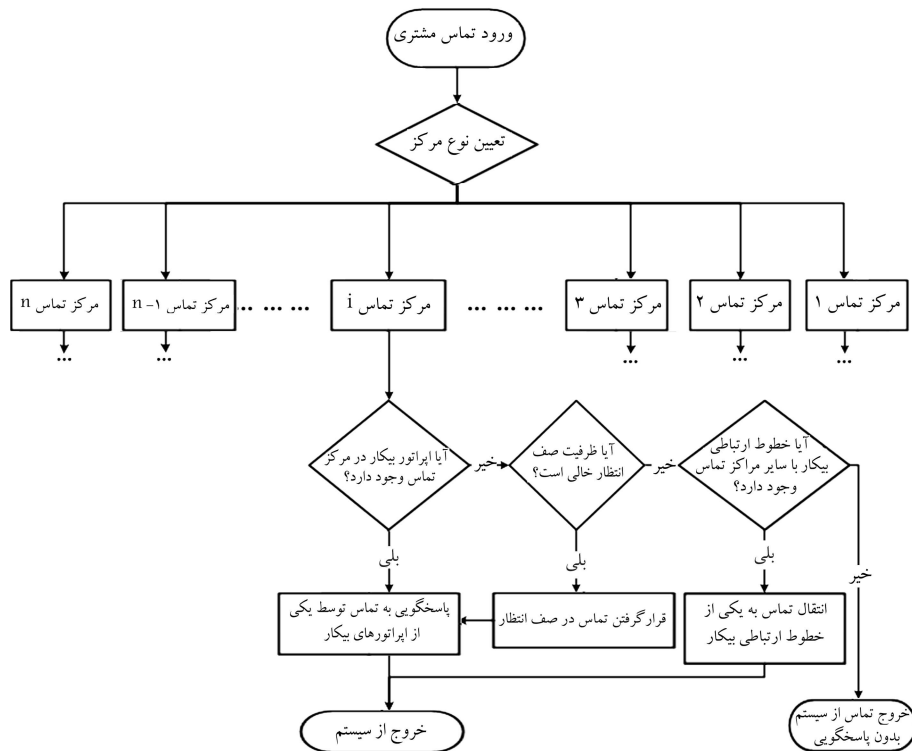
s.t :

$$L_{ip} \leq x_{ip} \leq U_{ip} \quad i = 1, 2, \dots, n$$

$$L_{iq} \leq x_{iq} \leq U_{iq} \quad i = 1, 2, \dots, n$$

$$L_{ij} \leq x_{ij} \leq U_{ij} \quad i = 1, 2, \dots, n \quad j = 1, 2, \dots, n \quad j > i$$

$$x_{ip}, x_{iq}, x_{ij} \in \text{int}$$



شکل ۱. فلوچارت مدل مرکز تماس n گانه.

فوق به دست می‌آید. نهایتاً با بیشینه‌سازی سطح پاسخ به دست آمده، مقادیر بهینه‌ی عوامل کنترلی یافت می‌شوند. در ادامه فازهای رویکرد پیشنهادی با جزئیات بیشتر توضیح داده می‌شوند.

### ۱.۳. فاز ۱. طراحی آزمایشات

هدف از پیاده‌سازی طراحی آزمایشات به دست آوردن بیشترین اطلاعات ممکن با کم‌ترین تعداد آزمایشات است. یک آزمایش مجموعه‌ی تلاش‌های برنامه‌ریزی شده است که در آن به منظور شناسایی دلایل تغییرات در مقادیر هدف، تغییرات هدف‌مند در عوامل کنترلی فرایند ایجاد می‌شود. [۱۷] با انجام آزمایش می‌توان اطلاعاتی ارزشمند در مورد دلایل تغییرات مشاهده شده در عملکرد سیستم مرکز تماس فراهم کرد. به علاوه با استفاده از آن می‌توان رابطه‌ی بین متغیرهای کنترلی با اهداف سیستم را که در بسیاری از موارد دشوار و غیرعملی به نظر می‌رسد، به راحتی کشف کرد و زمینه‌ی لازم برای بررسی عملکرد سیستم مرکز تماس را فراهم کرد. به طور کلی دو طرح از معروفترین طرح‌های آزمایش عبارت‌اند از:

۱. طرح‌های فاکتوری کامل<sup>۱۰</sup>؛
۲. طرح‌های فاکتوری کسری<sup>۱۱</sup>.

برتری عمده‌ی طرح‌های فاکتوری کامل، به دست آوردن اطلاعات کامل‌تر نسبت به طرح‌های فاکتوری کسری در ارتباط با میزان اثرگذاری هر یک از عوامل کنترلی بر روی اهداف است. اگرچه، با افزایش تعداد عوامل، تعداد آزمایشات به صورت نمایی افزایش می‌یابد.

به همین منظور برای مدل مرکز تماس، بسته به تعداد عوامل، یک طرح آزمایش کامل یا کسری تهیه می‌شود. در همین راستا بهتر است تمامی متغیرها به واحدهای

به طوری که  $y_1$  نشان‌گر درصد به‌کارگیری اپراتورها،  $y_2$  درصد به‌کارگیری خطوط ارتباطی،  $y_3$  درصد تماس‌های برگشتی و  $y_4$  میانگین زمان انتظار مشتری در سیستم است.  $x_{ip}$  متغیر بیان‌گر تعداد اپراتورها و  $x_{iq}$  متغیر بیان‌گر ظرفیت صف انتظار مشتریان در مرکز  $i$  است؛  $x_{ij}$  نیز نشان‌گر تعداد خطوط ارتباطی مابین مراکز  $i$  و  $j$  است.  $U_{ip}$  و  $L_{ip}$  کران بالا و پایین اپراتورهای مرکز  $i$  است.  $U_{iq}$  کمینه و  $L_{iq}$  بیشینه ظرفیت صف انتظار مرکز  $i$  است، و کران بالا و پایین تعداد خطوط ارتباطی بین مرکز  $i$  و  $j$  نیز  $L_{ij}$  و  $U_{ij}$  نمایش داده شده است. از آنجا که تمامی عوامل تعیین‌شده متغیرهای صحیح‌اند، در مدل ریاضی فوق محدودیت  $x_{ip}, x_{iq}, x_{ij} \in \text{int}$  نشان‌گر صحیح بودن متغیرهاست.

در ادامه روش حل پیشنهادی برای دست‌یابی به مقادیر بهینه‌ی عوامل قابل کنترل ارائه خواهد شد.

### ۳ روش حل مسئله

در این بخش یک رویکرد بهینه‌سازی برای یافتن وضعیت بهینه مدل مرکز تماس چندگانه که در بخش ۲ تشریح شد، ارائه شده است. این رویکرد از سه فاز: ۱. طراحی آزمایشات؛ ۲. معرفی شاخص عملکرد و شبیه‌سازی؛ ۳. بهینه‌سازی تشکیل شده است. در فاز اول براساس اهداف و عوامل کنترلی تأثیرگذار بر آن‌ها، یک طرح آزمایش مناسب برای جمع‌آوری داده‌های مورد نیاز به کار گرفته می‌شود. در فاز دوم به منظور ارزیابی معیارهای عملکرد در هر آزمایش، از فرایند شبیه‌سازی استفاده می‌شود و پس از اعتباربخشی مدل حاصل از فرایند شبیه‌سازی، احتمال قرارگرفتن همزمان تمامی توابع هدف در ناحیه‌ی مطلوب مورد محاسبه قرار می‌گیرد. در فاز سوم با استفاده از متدولوژی سطح پاسخ<sup>۹</sup> رابطه‌ی میان عوامل کنترلی و تابع احتمال

جدول ۱. نمونه‌یی از طرح آزمایش کامل مدل مرکز تماس چندگانه.

آزمایش	$x_{1p}$	$x_{2p}$	$\dots$	$x_{1q}$	$x_{2q}$	$\dots$	$x_{1r}$	$x_{2r}$	$\dots$	$Y_1$	$Y_2$	$Y_3$	$Y_4$
۱	-۱	-۱	$\dots$	-۱	-۱	$\dots$	-۱	-۱	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$
۲	۱	-۱	$\dots$	-۱	-۱	$\dots$	۱	۱	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$
۳	-۱	۱	$\dots$	-۱	-۱	$\dots$	۱	-۱	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$
$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$	$\vdots$
$2^k$	-۱	-۱	$\dots$	-۱	-۱	$\dots$	۱	۱	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$	$\dots$

یکسان تبدیل شوند، لذا برای هر یک از متغیرها کران بالا و کران پایین را تعیین، و به مقادیر گذشته بین ۱ و -۱ تبدیل می‌کنیم.

اکنون با توجه به تعداد کل متغیرهای مدل ( $k$ ) یک طرح آزمایش کامل  $2^k$  یا طرح کسری  $2^{k-p}$  تهیه می‌شود. جدول ۱ نمونه‌یی از طرح آزمایش کامل را برای مدل مرکز تماس چندگانه نمایش می‌دهد که در آن هر یک از عوامل دو سطح پایین (-۱) و بالا (۱) دارند.

### ۲.۳. فاز ۲. معرفی شاخص عملکرد و شبیه‌سازی

تاکنون رویکردهای متنوعی برای بهینه‌سازی مسائل چندهدفه ارائه شده، که می‌توان آنها را در سه گروه دسته‌بندی کرد. گروه اول رویکردهایی را شامل می‌شود که با ترسیم خطوط کانور هر یک از توابع هدف، ناحیه‌یی از فضای شدنی را پیدا می‌کنند که تمام اهداف به کمینه‌یی از سطح مطلوبیت می‌رسند. این رویکردها زمانی کاربرد دارند که مسئله شامل تعداد محدودی متغیرهای تصمیم باشد. در دسته‌ی دوم مهم‌ترین هدف از نظر تصمیم‌گیرنده به‌عنوان تابع هدف انتخاب می‌شود و سایر اهداف به‌عنوان محدودیت در مدل وارد می‌شوند. اما در بسیاری از فرایندها انتخاب مهم‌ترین هدف به‌سهولت انجام نمی‌شود. دسته‌ی سوم رویکردهایی را شامل می‌شود که با تعریف یک رویکرد تجمیع، مسئله‌ی چندهدفه را به مسئله‌ی تک‌هدفه تبدیل می‌کنند. از معروف‌ترین رویکردهای این دسته می‌توان به روش تابع مطلوبیت<sup>[۱۲]</sup>،<sup>[۱۸]</sup> تابع زیان<sup>[۱۳]</sup>،<sup>[۱۹]</sup> تصمیم‌گیری چندمعیاره<sup>[۱۴]</sup>،<sup>[۲۰]</sup> اشاره کرد. تفکر اصلی رویکردهای تجمیع مبتنی بر تابع مطلوبیت روی بهینه‌سازی میانگین اهداف است، حال آن که به ساختار واریانس - کوواریانس اهداف توجهی ندارند. از طرف دیگر رویکردهای مبتنی بر تابع زیان اگرچه در فرایند بهینه‌سازی ساختار واریانس - کوواریانس اهداف را در نظر می‌گیرند، اما هیچ تضمینی برای فرارگرفتن تمام اهداف در ناحیه‌ی مطلوب متناظرشان ارائه نمی‌کنند.

در این تحقیق با معرفی بهینه‌سازی احتمال استقرار توابع هدف در ناحیه‌ی مطلوب به‌عنوان یک شاخص تجمیع، نه تنها ساختار واریانس - کوواریانس اهداف در نظر گرفته می‌شود، بلکه استقرار تمام اهداف در ناحیه‌ی مطلوب را نیز تضمین می‌کند. در ادامه نحوه‌ی محاسبه‌ی این شاخص تشریح شده است.

#### الف) تعیین ناحیه‌ی مطلوب

گام اول برای محاسبه‌ی احتمال استقرار توابع هدف در ناحیه‌ی مطلوب  $P(Y \in S)$  تعیین ناحیه‌ی مطلوب برای هر یک از توابع  $y_1, y_2, y_3, y_4$  است تا در نهایت از اشتراک ناحیه‌ی مطلوب اهداف، ناحیه‌ی مطلوب  $S$  حاصل شود. به همین منظور برای هر یک از توابع  $y_1, y_2, y_3, y_4$  ناحیه‌های مطلوب  $S_1, S_2, S_3, S_4$  را تعیین

$$S_1 = \{x | L_{y_1} \leq y_1 \leq U_{y_1}\}$$

$$S_2 = \{x | L_{y_2} \leq y_2 \leq U_{y_2}\}$$

$$S_3 = \{x | L_{y_3} \leq y_3 \leq U_{y_3}\}$$

$$S_4 = \{x | L_{y_4} \leq y_4 \leq U_{y_4}\}$$

به‌طوری که  $L_{y_i}$  و  $U_{y_i}$  به ترتیب کران پایین و کران بالای مطلوب  $y_i$  را نمایش می‌دهند. بنابراین ناحیه‌ی مطلوب  $S$  برابر با اشتراک چهار ناحیه‌ی مطلوب فوق خواهد بود.

$$S = S_1 \cap S_2 \cap S_3 \cap S_4$$

در نهایت تابع هدف مطلوب، بهینه‌سازی تابع  $Y$  در منطقه‌ی اشتراک چهار ناحیه (ناحیه‌ی  $S$ ) خواهد بود.

#### ب) تشریح رفتار شاخص $P(Y \in S)$

همان‌طور که پیشتر گفته شد، علت استفاده از تابع  $P(Y \in S)$  برای تجمیع اهداف این است که علاوه بر میانگین توابع هدف، ساختار واریانس - کوواریانس اهداف را در نظر گرفته و فرارگیری توابع اهداف در ناحیه‌ی مطلوب را تضمین می‌کند (شکل‌های ۲ تا ۴). در این شکل‌ها سه وضعیت متفاوت توابع  $Y$  در ناحیه‌ی مطلوب (نواحی مکعب‌شکل) ارائه شده است.

در شکل ۲ دو جواب  $a_1$  و  $a_2$  ارائه شده که از ساختار واریانس - کوواریانس ثابتی برخوردار است و تفاوت آنها صرفاً در اختلاف میانگین توابع  $Y_1, Y_2$  و  $Y_3$  با یکدیگر است. چنان که مشاهده می‌شود، جواب  $a_1$  تطابق بیشتری با ناحیه‌ی مطلوب دارد و لذا این جواب عملکرد بهتر سیستم مرکز تماس را نسبت به جواب  $a_2$  نشان می‌دهد. در شکل ۳ تنها تفاوت میان جواب‌ها، کم‌تر بودن واریانس  $Y_3$  در جواب  $b_1$  نسبت به جواب  $b_2$  بوده و همین موضوع موجب شده تا جواب  $b_1$  تطابق بیشتری با ناحیه‌ی مطلوب داشته باشد. در شکل ۴ میزان همبستگی میان توابع متفاوت است. در جواب  $c_1$  همبستگی میان توابع صفر بوده اما در جواب  $c_2$  همبستگی منفی وجود دارد. در این شکل جواب  $c_1$ ، به علت میزان تطابق بیشتر با ناحیه‌ی مطلوب، به جواب  $c_2$  ترجیح داده می‌شود.

همان‌طور که در شکل‌های ۲ تا ۴ مشاهده شد، اختلاف واریانس و همبستگی میان توابع می‌تواند اثر قابل توجهی بر میزان تطابق  $Y$  در ناحیه مطلوب داشته باشد.

#### ج) شبیه‌سازی

اکنون لازم است در هر یک از آزمایشات مقدار  $P(Y \in S|x)$  را به ازای مقادیر  $x$  محاسبه کنیم. با توجه به این که پارامترهای احتمالی (مانند نرخ ورود مشتریان و مدت زمان پاسخ‌گویی) در مدل مرکز تماس نقش به‌سزایی دارند و تحلیل معیارهای عملکردی با وجود پارامترهای احتمالی از طریق روش‌های ریاضی مشکل و تاحدودی پیچیده

به طوری که:

$$\varphi_i(Y) = \begin{cases} 1 & \text{if } Y \in S \\ 0 & \text{if } Y \notin S \end{cases}$$

### ۳.۳. فاز ۳. بهینه‌سازی

پس از آن که با استفاده از شبیه‌سازی داده‌های مورد نیاز طرح آزمایش به دست آمد، برقراری ارتباط مناسب بین متغیرهای کنترلی و  $P(Y \in S)$  ضرورت می‌یابد. برای این امر تکنیک سطح پاسخ (RSM) به‌علت سادگی طی سال‌های اخیر مورد توجه قرار گرفته است. این تکنیک در سال ۱۹۵۱ برای دست یافتن به ترکیبی از عوامل ورودی، به‌گونه‌ای که خروجی یک سیستم واقعی بهینه شود، مورد استفاده قرار گرفت. در این تحقیق به منظور کشف رابطه میان  $P(Y \in S)$  و متغیرهای تحت کنترل از RSM استفاده می‌شود. این گام از آن جهت حائز اهمیت است که در اغلب موارد ارتباط میان هدف مورد نظر و عوامل کنترلی قابل تشخیص نیست. از این رو به‌طور معمول ابتدا یک چندجمله‌یی با درجه‌ی کم در نظر گرفته می‌شود؛ اگر هدف مورد نظر توسط تابع خطی از عوامل کنترلی مدل شده باشد در این صورت تابع تقریبی عبارت خواهد بود از:

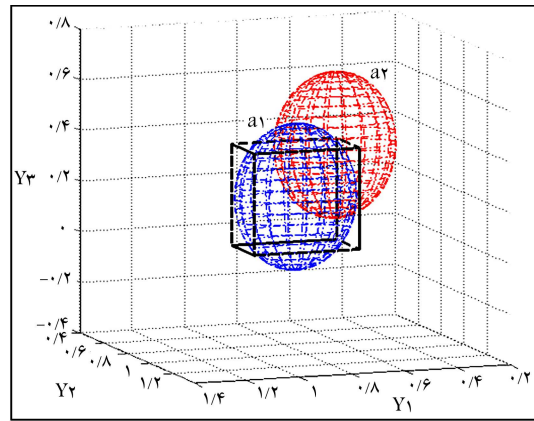
$$Y = \beta_0 + \beta_1 x_{1p} + \beta_2 x_{2p} + \dots + \beta_n x_{np} + \beta_0 + \beta_1 x_{1q} + \beta_2 x_{2q} + \dots + \beta_n x_{nq} + \varepsilon$$

و اگر رابطه میان  $P(Y \in S)$  و عوامل کنترلی به صورت غیرخطی باشد، در این صورت باید از چندجمله‌یی با درجه‌ی بالاتر استفاده کرد:

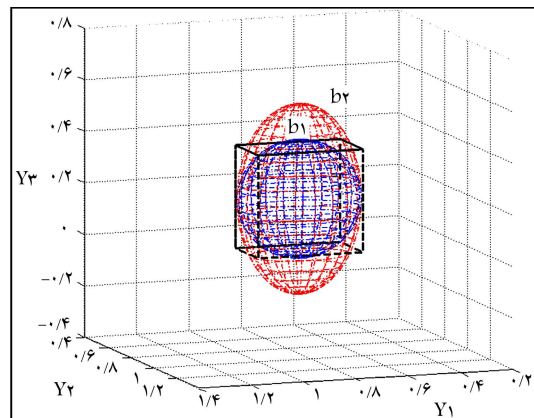
$$Y = \beta_0 + \sum_{i=1}^n \beta_i x_{ip} + \sum_{i=1}^n \beta_{ii} x_{ip}^2 + \sum_{i < j} \beta_{ij} x_{ip} x_{jp} + \beta_0 + \sum_{i=1}^n \beta_i x_{iq} + \sum_{i=1}^n \beta_{ii} x_{iq}^2 + \sum_{i < j} \beta_{ij} x_{iq} x_{jq} + \varepsilon$$

به طوری که،  $x_{ip}$  و  $x_{iq}$  بیانگر مقادیر کد شده عوامل کنترلی و  $\beta_i$  و  $\beta_{ii}$ ها نیز بیانگر ضرایب نامشخص است و مقادیر آنها با استفاده از روش حداقل مربعات محاسبه می‌شود و  $\varepsilon$  نیز بیانگر مقادیر تصادفی است که توسط مدل قابل بیان نیست.

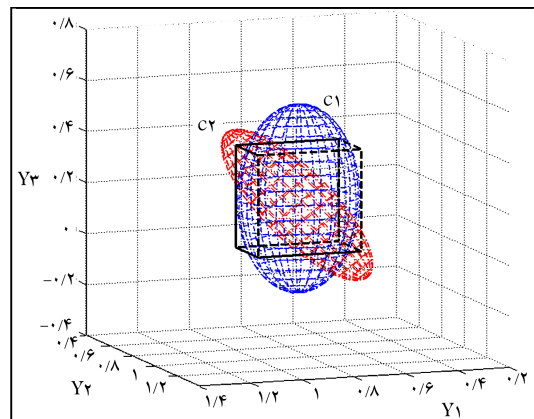
در نهایت پس از دست‌یابی به معادله‌ی تابع  $P(Y \in S)$ ، مقادیر بهینه‌ی عوامل تأثیرگذار از طریق بیشینه‌سازی سطح پاسخ به دست آمده برای  $P(Y \in S)$  محاسبه می‌شوند. پس از محاسبه‌ی مقدار  $x$  بهینه، لازم است تا مقادیر گذشته، به مقادیر واقعی متغیرها تبدیل شوند. با توجه به صحیح بودن عوامل و از آنجا که امکان وجود جواب پیوسته در مقادیر  $x$  بهینه هست، لذا باید از طریق «روش انشعاب و تحدید»<sup>۱۵</sup> مقادیر بهینه صحیح یافت شوند. این روش الگوریتمی است برای یافتن جواب بهینه در مسائل مختلف، به‌ویژه مسائل بهینه‌سازی ترکیبی گسسته، که در آن تمامی فضاهای ممکن برای یافتن بهترین جواب جست‌وجو می‌شود. اما از آنجا که شمارش کامل تمامی جواب‌های فضای شدنی معمولاً غیرممکن است، لذا بهترین جواب فعلی به‌عنوان کران محدودکننده‌ی تابع هدف تعیین می‌شود. به طوری که بهترین جواب در هر مرحله در حافظه‌ی الگوریتم ذخیره می‌شود. این امر الگوریتم را قادر می‌سازد تا با جست‌وجوی بخشی از فضای شدنی، به دنبال جواب بهینه باشد.<sup>[۲۳]</sup> مجموعه گام‌های رویکرد پیشنهادی در شکل ۵ نمایش داده شده است.



شکل ۲. قرارگرفتن تابع  $Y$  در ناحیه‌ی مطلوب (نابرابری میانگین‌ها).



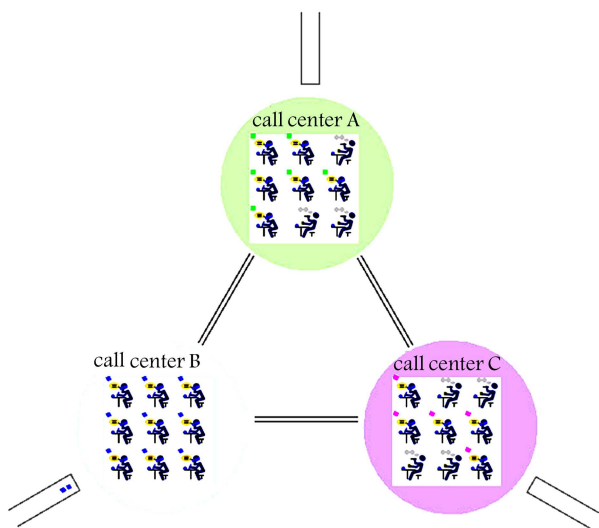
شکل ۳. قرارگرفتن تابع  $Y$  در ناحیه مطلوب (نابرابری واریانس‌ها).



شکل ۴. قرارگرفتن تابع  $Y$  در ناحیه مطلوب (نابرابری همبستگی‌ها).

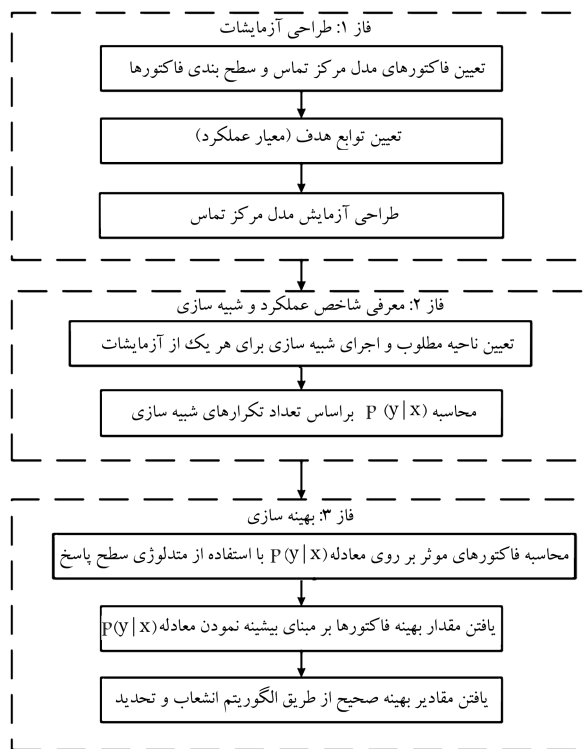
است، برای ارزیابی مدل در هر آزمایش از شبیه‌سازی سیستم استفاده می‌شود. بدین منظور در هر آزمایش، مدل به تعداد  $m$  تکرار شبیه‌سازی می‌شود و در هر تکرار مقادیر توابع  $y_1, y_2, y_3$  و  $y_4$  محاسبه می‌شوند. در نهایت برای محاسبه‌ی  $P(Y \in S|x)$  از فرمول ۱ استفاده می‌شود:<sup>[۲۳]</sup>

$$P(Y \in S|x) = \frac{\sum_{i=1}^m \varphi_i(Y)}{m} \quad (۱)$$



شکل ۶. نمونه مدل مرکز تماس سه‌گانه.

سیستم دست پیدا کنیم که از یک سو رضایت مشتری افزایش یابد (نگاه از سمت مشتری) و از سوی دیگر میزان استفاده از امکانات سیستم بیشینه شود (نگاه از سمت کارفرما). در ادامه کلیه مراحل رویکرد پیشنهادی که در بخش ۳ تشریح شد، مطابق با گام‌های شکل ۵ برای مدل فوق پیاده‌سازی می‌شود.



شکل ۵. فلوجارت رویکرد پیشنهادی حل مدل مرکز تماس.

#### ۱.۴. فاز ۱. طراحی آزمایشات

##### ۱.۱.۴. تعیین عوامل و توابع هدف

ابتدا کلیه عوامل قابل کنترل مدل نمونه را تعیین می‌کنیم. همان‌طور که در بخش ۲ نیز تشریح شد، سه نوع عامل قابل کنترل برای مدل در اختیار داریم که عبارت‌اند از: تعداد اپراتورهای موجود در هر یک از مراکز سه‌گانه، تعداد خطوط ارتباطی میان مراکز و ظرفیت صف انتظار مشتریان.

با توجه به این که مدل نمونه دارای سه مرکز تماس است، لذا مجموعاً ۹ عامل خواهیم داشت که ۳ عامل مربوط به تعداد اپراتورها، ۳ عامل برای تعداد خطوط ارتباطی و ۳ عامل نیز مرتبط با ظرفیت صف انتظار مشتریان است. با توجه به محدودیت سیستم و هزینه‌های آن، بیشترین تعداد نیروی انسانی مشغول به کار در هر یک از مراکز تماس ۹ نفر است. از طرفی حضور دست کم تعداد ۳ اپراتور برای پاسخ‌گویی در مراکز ضروری است. بین هر دو مرکز نیز امکان برقراری ۱ الی ۵ خط ارتباطی وجود دارد. کم‌ترین ظرفیت صف انتظار مشتریان نیز ۱ و بیشترین آن ۵ مشتری در نظر گرفته شده است.

در جدول‌های ۲ تا ۴ سطوح بالا و پایین عوامل ۹ گانه‌ی مدل مرکز تماس، به همراه مقادیر کد شده ارائه شده است، به طوری که متغیرهای کنترلی  $x_{AC}$ ،  $x_{AB}$  و  $x_{BC}$  تعداد خطوط ارتباطی میان دو مرکز تماس هستند و متغیرهای  $x_{Ap}$ ،  $x_{Bp}$  و  $x_{Cp}$  نیز نشان‌گر تعداد اپراتورهای مراکز سه‌گانه‌اند. متغیرهای  $x_{Aq}$ ،  $x_{Bq}$  و  $x_{Cq}$  نیز عبارت‌اند از ظرفیت صف انتظار مشتریان هر یک از مراکز تماس.

برای این مدل سه‌گانه نیز همان‌طور که در بخش ۲ تشریح شد چهار نوع تابع هدف  $y_1$ ،  $y_2$ ،  $y_3$  و  $y_4$  خواهیم داشت که به ترتیب درصد به‌کارگیری اپراتورها، درصد به‌کارگیری خطوط ارتباطی، درصد تماس‌های برگشتی و میانگین زمان انتظار مشتری در سیستم را نشان می‌دهند. در نهایت هدف سیستم، پیدا کردن پیکربندی بهینه‌ی سیستم با توجه به اهداف مذکور است. بنابراین مدل ریاضی این مسئله با توجه به

#### ۴. مثال عددی

در این بخش رویکرد پیشنهادی حل مدل‌های مرکز تماس چندگانه را که در بخش ۳ تشریح شد، برای یک نمونه مدل با سه مرکز ( $n = 3$ ) پیاده‌سازی می‌کنیم. این مثال یک مرکز تماس برای پاسخ‌گویی به اطلاعات فروش (مرکز A) و دو مرکز دیگر مربوط به پشتیبانی فنی (مرکز B) و وضعیت سفارش مشتریان (مرکز C) را شامل می‌شود. نرخ ورود تماس مشتریان به هر یک از مراکز A، B و C به ترتیب طبق توزیع نمایی با میانگین ۴۵، ۷۰ و ۹۰ ثانیه فرض می‌شود. مشتری پس از برقراری تماس با سازمان یکی از مراکز سه‌گانه را برحسب نوع درخواست انتخاب می‌کند. چنانچه در مرکز مربوطه اپراتوری بیکار باشد، تماس مشتری توسط او پاسخ داده می‌شود؛ در غیر این صورت مشتری تا زمان بیکار شدن یکی از اپراتورها منتظر می‌ماند. در هر یک از مراکز ظرفیت محدودی برای انتظار مشتریان در نظر گرفته شده و چنانچه ظرفیت خالی برای تماس مشتری وجود نداشته باشد، تماس مشتری توسط خطوط ارتباطی به یکی از دو مرکز دیگر منتقل می‌شود. چنانچه تمامی خطوط ارتباطی نیز مشغول باشند، آنگاه تماس مشتری (بدون عملیات پاسخ‌گویی) قطع خواهد شد.

در شکل ۶ نمونه‌ی از مدل فوق ارائه شده است. چنان که در این شکل مشاهده می‌شود، در هر یک از مراکز تماس تعداد ۹ اپراتور موجود است؛ بین مراکز تماس نیز دو خط ارتباطی<sup>۱۶</sup> وجود دارد که در صورت عدم وجود اپراتور بیکار در یک مرکز و تکمیل ظرفیت صف انتظار مشتریان، تماس مشتری با استفاده از این خطوط ارتباطی برای پاسخ‌گویی به سایر مراکز منتقل می‌شود. این شکل، لحظه‌ی از سیستم را نمایش می‌دهد که دو تماس ورودی در صف انتظار از مرکز تماس B قرار دارد. مشاهده می‌شود که در هر یک از مراکز پاسخ‌گویی A، B و C به ترتیب تعداد ۶، ۹ و ۵ اپراتور در حال پاسخ‌گویی به تماس مشتریان هستند. در این مدل قصد داریم تا با تغییر عوامل قابل کنترل سیستم، به حالتی از

جدول ۵. طرح آزمایش کسری مدل مرکز تماس سه گانه.

آزمایش	A	B	C	D	E	F	G	H	J
۱	-۱	-۱	-۱	-۱	-۱	-۱	-۱	-۱	۱
۲	۱	-۱	-۱	-۱	۱	-۱	۱	۱	-۱
۳	-۱	۱	-۱	-۱	۱	۱	-۱	۱	-۱
۴	۱	۱	-۱	-۱	-۱	۱	۱	-۱	۱
۵	-۱	-۱	۱	۱	۱	-۱	۱	-۱	-۱
۶	۱	۱	-۱	-۱	-۱	۱	-۱	۱	۱
۷	-۱	۱	۱	-۱	-۱	-۱	۱	۱	-۱
۸	۱	۱	۱	۱	۱	-۱	-۱	-۱	-۱
۹	-۱	-۱	-۱	-۱	-۱	۱	۱	۱	-۱
۱۰	۱	-۱	-۱	۱	۱	۱	-۱	-۱	۱
۱۱	-۱	۱	۱	-۱	۱	-۱	۱	-۱	-۱
۱۲	۱	۱	-۱	-۱	-۱	۱	-۱	۱	-۱
۱۳	-۱	-۱	۱	۱	۱	-۱	۱	-۱	۱
۱۴	۱	-۱	-۱	-۱	-۱	-۱	۱	۱	-۱
۱۵	-۱	-۱	-۱	۱	-۱	۱	۱	۱	-۱
۱۶	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱

جدول ۲. سطوح متغیرهای  $x_{AB}$ ،  $x_{AC}$  و  $x_{BC}$ .

سطح	خطوط ارتباطی	کد سطح
سطح پایین	۱ خط ارتباطی	-۱
سطح بالا	۵ خط ارتباطی	۱

جدول ۳. سطوح متغیرهای  $x_{Ap}$ ،  $x_{Bp}$  و  $x_{Cp}$ .

سطح	تعداد اپراتور	کد سطح
سطح پایین	۳ اپراتور	-۱
سطح بالا	۹ اپراتور	۱

جدول ۴. سطوح متغیرهای  $x_{Aq}$ ،  $x_{Bq}$  و  $x_{Cq}$ .

سطح	ظرفیت صف	کد سطح
سطح پایین	۱ مشتری	-۱
سطح بالا	۵ مشتری	۱

توابع هدف و عوامل تعیین شده عبارت خواهد بود از:

#### ۲.۲.۴. فاز ۲. شبیه‌سازی و محاسبه‌ی $P(Y \in S)$

##### ۱.۲.۴. تعیین ناحیه‌ی مطلوب و اجرای شبیه‌سازی

به منظور بهینه‌سازی مدل مرکز تماس از تابع  $P(Y \in S)$  استفاده می‌شود که میزان استقرار تابع  $Y$  در ناحیه‌ی مطلوب  $S$  را نمایش می‌دهد. از این رو برای مدل فعلی ابتدا باید دامنه‌ی مطلوب هر یک از توابع هدف تعیین شود (جدول ۶). در نهایت ناحیه‌ی مطلوب  $S$  از اشتراک دامنه‌ی مطلوب توابع هدف به دست می‌آید. پس از تعیین ناحیه‌ی مطلوب  $S$ ، مدل مرکز سه‌گانه را در مورد هر یک از آزمایشات جدول ۵ برای  $30^\circ$  تکرار  $30^\circ$  ساعته شبیه‌سازی می‌کنیم. در این تحقیق برای شبیه‌سازی مدل مرکز تماس، از نرم‌افزار شبیه‌سازی Enterprise Dynamics ۸٫۲ استفاده شده است.

##### ۲.۲.۴. محاسبه‌ی $P(Y \in S|x)$

همان‌طور که در بخش ۳ نیز اشاره شد، برای تخمین  $P(Y \in S)$  در هر آزمایش از شبیه‌سازی استفاده می‌شود. در این راستا، اگر در تکرار  $n$ ام فرایند شبیه‌سازی، تمام اهداف توأمأ در ناحیه‌ی مطلوب  $S$  قرار گیرند، مقدار  $\varphi_i(Yt)$  برابر ۱ خواهد بود و چنانچه حتی یکی از اهداف در خارج از ناحیه‌ی مطلوب متناظر قرار گیرد مقدار  $\varphi_i(Yt)$  برابر صفر خواهد بود. با توجه به این که تعداد  $30^\circ$  تکرار برای شبیه‌سازی استفاده شده است، لذا برای محاسبه‌ی  $P(Y \in S|x)$  در هر آزمایش چنین عمل

جدول ۶. ناحیه‌ی مطلوب توابع هدف.

ناحیه مطلوب	تابع هدف
(۱۰،۸)	درصد به‌کارگیری اپراتورها $y_1$
(۱۰،۸)	درصد به‌کارگیری خطوط ارتباطی $y_2$
(۵،۳۰)	درصد تماس‌های برگشتی $y_3$
(۴۵،۵۰)	متوسط زمان انتظار مشتری در سیستم $y_4$

$$\text{Max } y_1$$

$$\text{Max } y_2$$

$$\text{Min } y_3$$

$$\text{Min } y_4$$

s.t :

$$1 \leq x_{AB} \leq 5$$

$$1 \leq x_{AC} \leq 5$$

$$1 \leq x_{BC} \leq 5$$

$$3 \leq x_{Ap} \leq 9$$

$$3 \leq x_{Bp} \leq 9$$

$$3 \leq x_{Cp} \leq 9$$

$$1 \leq x_{Aq} \leq 5$$

$$1 \leq x_{Bq} \leq 5$$

$$1 \leq x_{Cq} \leq 5$$

$$x_{AB}, x_{AC}, x_{BC}, x_{Ap}, x_{Bp}, x_{Cp}, x_{Aq}, x_{Bq}, x_{Cq} \in \text{int}$$

#### ۲.۱.۴. طراحی آزمایش

در این بخش برای جمع‌آوری داده‌های لازم به منظور تخمین سطح پاسخ مناسب برای  $P(Y \in S)$  برحسب عوامل نیروی انسانی، خطوط ارتباطی و ظرفیت صف انتظار باید یک طرح آزمایش مناسب تهیه کنیم. با توجه به این که طرح آزمایش کامل  $2^9$  تعداد آزمایشات بسیار زیادی دارد و اجرای این آزمایشات بسیار زمان‌بر و پرهزینه است، از طرح آزمایش کسری  $2^9 - 5 = 2^4 = 16$  استفاده می‌کنیم. در جدول ۵ طرح آزمایش کسری مدل مرکز تماس سه‌گانه ارائه شده است.

جدول ۷. نتایج طرح آزمایش برای تابع قابلیت اطمینان.

آزمایش	A	B	C	D	E	F	G	H	J	$P(Y \in S x)$
۱	-۱	-۱	-۱	-۱	-۱	-۱	-۱	-۱	۱	۰,۴۸
۲	۱	-۱	-۱	-۱	۱	-۱	۱	۱	-۱	۰,۵۶
۳	-۱	۱	-۱	-۱	۱	۱	-۱	۱	-۱	۰,۸۳
۴	۱	۱	-۱	-۱	-۱	-۱	۱	-۱	۱	۰,۶۷
۵	-۱	-۱	۱	-۱	۱	-۱	۱	-۱	-۱	۰,۷۹
۶	۱	-۱	۱	-۱	-۱	-۱	۱	۱	۱	۰,۷۱
۷	-۱	۱	۱	-۱	-۱	-۱	۱	۱	۱	۰,۶۷
۸	۱	۱	۱	-۱	۱	-۱	-۱	-۱	-۱	۰,۸۶
۹	-۱	-۱	-۱	۱	-۱	۱	۱	۱	-۱	۰,۱۸
۱۰	۱	-۱	-۱	۱	۱	۱	-۱	-۱	۱	۰
۱۱	-۱	۱	-۱	۱	۱	-۱	۱	-۱	۱	۰
۱۲	۱	۱	-۱	-۱	-۱	-۱	-۱	۱	-۱	۰
۱۳	-۱	-۱	۱	-۱	۱	۱	-۱	-۱	۱	۰
۱۴	۱	۱	۱	-۱	-۱	-۱	-۱	-۱	-۱	۰
۱۵	-۱	-۱	-۱	۱	-۱	۱	۱	۱	-۱	۰,۶۷
۱۶	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۰

می‌کنیم:

$$P(Y \in S|x) = \frac{\sum_{i=1}^{r_0} \varphi_i(Y)}{r_0}$$

نتایج حاصل برای  $P(Y \in S)$  مطابق جدول ۷ به دست آمده است.

### ۳.۴. فاز ۳. بهینه‌سازی

#### ۱.۳.۴. محاسبه‌ی عوامل مؤثر بر $P(Y \in S)$

اکنون به کمک روش سطح پاسخ، می‌توان تابع تخمین  $P(Y \in S)$  را برحسب عوامل نیروی انسانی، خطوط ارتباطی و ظرفیت صف انتظار مشتریان به دست آورد. سطح پاسخ حاصل با استفاده از نرم‌افزار آماری Minitab ۱۵ عبارت است از:

$$\begin{aligned} \hat{P}(Y \in S) = & 0,44 - 0,09x_{AB} + 0,22x_{BC} - 0,256x_{Ap} \\ & - 0,06x_{Bp} + 0,118x_{Cp} - 0,123x_{Cq} \\ & - 0,093x_{AB} \cdot x_{Ap} \end{aligned}$$

#### ۲.۳.۴. یافتن مقادیر بهینه عوامل

پس از به دست آوردن سطح پاسخ قابلیت اطمینان، در راستای بیشینه‌سازی  $P(Y \in S)$  مقادیر بهینه‌ی عوامل تأثیرگذار با استفاده از نرم‌افزار Lingo ۱۱ به دست آمده است:

$$\begin{aligned} x_{AB} = 0, \quad x_{BC} = 1, \quad x_{Ap} = 0 \\ x_{Bp} = 0, \quad x_{Cp} = 0, \quad x_{Cq} = 0 \end{aligned}$$

که مقدار تابع قابلیت اطمینان به‌ازای مقادیر بهینه‌ی عوامل، برابر با ۰,۹۴ می‌شود. اکنون می‌توان مقادیر  $x$  بهینه‌ی گذشته را به مقادیر واقعی تبدیل کرد (جدول ۸).

جدول ۸. نتیجه‌ی نهایی رویکرد پیشنهادی برای مدل مرکز تماس سه‌گانه.

مقدار واقعی $x$	مقدار گذشته $x$	$P(Y \in S x)$
$x_{AB} = 3, \quad x_{BC} = 5$	$x_{AB} = 0, \quad x_{BC} = 1$	۰,۹۴
$x_{Ap} = 6, \quad x_{Bp} = 6$	$x_{Ap} = 0, \quad x_{Bp} = 0$	
$x_{Cp} = 6, \quad x_{Cq} = 3$	$x_{Cp} = 0, \quad x_{Cq} = 0$	

#### ۴.۴. مقایسه با سایر روش‌های بهینه‌سازی چندهدفه

اکنون به منظور ارزیابی پاسخ به دست آمده، نتایج حاصل از آن را با روش تابع مطلوبیت Derringer-Suich و تابع زبان درجه دوم Vining که به‌طور متداول در ادبیات مورد استفاده قرار گرفته‌اند، مقایسه خواهیم کرد. برای محاسبه‌ی جواب بهینه از طریق روش‌های تابع مطلوبیت و تابع زبان درجه ۲ لازم است مقادیر میانگین تابع هدف در هر یک از آزمایشات جدول ۵ محاسبه شود که از طریق فرایند شبیه‌سازی نتایج مطابق جدول ۹ است.

در این قسمت لازم است تا با استفاده از روش سطح پاسخ، معادلات رگرسیونی برای هر یک از توابع هدف برآورد، و عوامل اثرگذار برای هر یک از توابع مشخص شود. در پایان، معادلات زیر برای توابع هدف حاصل شده است:

$$\begin{aligned} \hat{y}_1 = & 0,825 - 0,046x_{Ap} - 0,056x_{Bp} - 0,062x_{Cp} \\ \hat{y}_2 = & 0,54 - 0,092x_{AB} - 0,361x_{Ap} - 0,133x_{Bp} \\ & + 0,092x_{Cp} - 0,0925x_{AB} \cdot x_{Ap} \\ \hat{y}_3 = & 0,195 - 0,146x_{Ap} - 0,095x_{Bp} + 0,046x_{Cq} \\ \hat{y}_4 = & 273,46 - 20,35x_{BC} - 24,005x_{Ap} - 20,311x_{Bp} \end{aligned}$$

رویکرد تابع مطلوبیت: در روش تابع مطلوبیت، هدف بیشینه‌سازی تابع  $D(y)$



جدول ۹. مقادیر توابع هدف برای طرح آزمایش کسری مدل مرکز تماس سه‌گانه.

آزمایش	A	B	C	D	E	F	G	H	J	Y <sub>1</sub>	Y <sub>2</sub>	Y <sub>3</sub>	Y <sub>4</sub>
۱	-۱	-۱	-۱	-۱	-۱	-۱	-۱	-۱	۱	۰٫۹۹	۰٫۹۹	۰٫۹۹	۴۸۰٫۳
۲	۱	-۱	-۱	-۱	۱	-۱	۱	۱	-۱	۰٫۹۹	۰٫۹۹	۰٫۹۹	۵۲۷
۳	-۱	۱	-۱	-۱	۱	۱	-۱	۱	-۱	۰٫۸	۰٫۹۹	۰٫۹۹	۴۲۱٫۸
۴	۱	۱	-۱	-۱	-۱	۱	۱	-۱	۱	۰٫۸۸	۰٫۹۹	۰٫۹۹	۴۷۶٫۵
۵	-۱	-۱	۱	۱	-۱	۱	۱	-۱	-۱	۰٫۶۱	۰٫۶۶	۰٫۱	۲۴۰٫۹
۶	۱	-۱	۱	-۱	-۱	۱	-۱	۱	۱	۰٫۷۶	۰٫۹۹	۰٫۹۹	۳۱۶٫۵
۷	-۱	۱	۱	-۱	-۱	-۱	۱	۱	۱	۰٫۹۹	۰٫۹۹	۰٫۵	۴۱۶٫۴
۸	۱	۱	۱	-۱	۱	-۱	-۱	-۱	-۱	۰٫۹۵	۰٫۶۶	۰٫۱۱	۳۰۰٫۴
۹	-۱	-۱	-۱	۱	-۱	۱	۱	۱	-۱	۰٫۸	۰٫۵۵	۰٫۲۳	۳۵۱٫۶
۱۰	۱	-۱	-۱	۱	۱	۱	-۱	-۱	۱	۰٫۶۸	۰	۰	۳۹۳
۱۱	-۱	۱	-۱	۱	۱	-۱	۱	-۱	۱	۰٫۶	۰	۰	۲۱۸٫۷
۱۲	۱	۱	-۱	۱	-۱	-۱	-۱	۱	-۱	۰٫۹	۰	۰	۲۸۱٫۶
۱۳	-۱	-۱	۱	۱	۱	-۱	-۱	۱	۱	۰٫۸۳	۰	۰	۳۵۷٫۵
۱۴	۱	-۱	۱	۱	-۱	-۱	۱	-۱	-۱	۰٫۸۵	۰	۰	۲۹۰٫۵
۱۵	-۱	۱	۱	۱	-۱	۱	-۱	-۱	-۱	۰٫۸۸	۰٫۹۳	۰٫۱۶	۵۳۶٫۹
۱۶	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۱	۰٫۶۹	۰	۰	۳۶۵٫۸

مطابق رابطه‌ی زیر است: [۱۴]

حال مقدار تابع قابلیت اطمینان  $P(Y \in S|x)$  را برای مقادیر عوامل فوق که از روش تابع مطلوبیت به دست آمده، محاسبه می‌کنیم که با استفاده از فرایند شبیه‌سازی مقدار  $۰٫۷۶$  به دست می‌آید.

$$D(y) = \left[ \prod_{i=1}^r d_i(y_i) \right]^{1/r}$$

رویکرد تابع زیان درجه ۲. در این مرحله با استفاده از روش زیان درجه ۲، مقادیر بهینه عوامل محاسبه می‌شود. در این روش هدف کمیته‌سازی تابع زیر است: [۱۵]

برای توابع هدف با هدف بیشینه‌سازی داریم:

$$Q(y) = (y - T)' \hat{\Sigma} (\hat{y}(x))^{-1} (y - T)$$

$$d_i(y_i) = \frac{y_i - L_i}{U_i - L_i}$$

که در آن  $T$  بردار مقادیر هدف تابع  $Y$  است و  $\hat{\Sigma}(\hat{y}(x))$  برآورد ماتریس واریانس - کوواریانس توابع هدف است. در اینجا بردار  $T$  برابر است با:

و برای توابع هدف با هدف کمیته‌سازی داریم:

$$T = \begin{bmatrix} 1 \\ 1 \\ 0 \\ 50 \end{bmatrix}$$

$$d_i(y_i) = \frac{U_i - y_i}{U_i - L_i}$$

$U_i$  و  $L_i$  به ترتیب کران بالا و پایین تابع هدف است. کران بالا و پایین متغیرهای  $y_1, y_2, y_3$  و  $y_4$  مطابق جدول ۶ است. لذا تابع  $D(y)$  در این مدل چنین به دست می‌آید:

پس از حل معادله‌ی کمیته‌سازی تابع  $Q(y)$ ، مقدار بهینه‌ی عوامل کنترلی چنین به دست می‌آید:

$$D(y) = \left[ \left( \frac{y_1 - 0.8}{0.2} \right) \cdot \left( \frac{y_2 - 0.8}{0.2} \right) \cdot \left( \frac{0.3 - y_3}{0.3} \right) \cdot \left( \frac{450 - y_4}{400} \right) \right]^{1/4}$$

که با هدف بیشینه‌سازی معادله‌ی  $D(y)$ ، مقادیر بهینه‌ی عوامل برابر است با:

$$x_{AB} = 0, \quad x_{BC} = 0.41, \quad x_{Ap} = -0.26$$

$$x_{AB} = 1, \quad x_{BC} = 0.46, \quad x_{Ap} = 0.58$$

$$x_{Bp} = -0.38, \quad x_{Cp} = 0.54, \quad x_{Cq} = 0$$

$$x_{Bp} = 1, \quad x_{Cp} = 1, \quad x_{Cq} = 0$$

که با استفاده از روش انشعاب و تحدید، مقادیر صحیح عوامل برای روش تابع زیان درجه دوم برابر خواهد بود با:

با توجه به این که عوامل تعیین شده متغیرهای صحیح‌اند، لذا با استفاده از روش انشعاب و تحدید مقدار بهینه‌ی صحیح متغیرهای فوق به دست خواهد آمد. در نهایت مقدار بهینه در رویکرد تابع مطلوبیت برابر است با:

$$x_{AB} = 0, \quad x_{BC} = 1, \quad x_{Ap} = -1$$

$$x_{AB} = 1, \quad x_{BC} = 0, \quad x_{Ap} = 1$$

$$x_{Bp} = 0, \quad x_{Cp} = 0, \quad x_{Cq} = 0$$

$$x_{Bp} = 1, \quad x_{Cp} = 1, \quad x_{Cq} = 0$$

مقدار تابع  $P(Y \in S|x)$  برای مقادیر حاصل از روش تابع زیان درجه دوم نیز با استفاده از فرایند شبیه‌سازی محاسبه و در نهایت مقدار  $۰٫۸۶$  به دست می‌آید.

جدول ۱۰. مقایسه‌ی جواب‌های سه رویکرد بهینه‌سازی.

روش بهینه‌سازی	مقدار بهینه $x$	$E(Y)$	$Var(Y)$	$P(Y \in S x)$
رویکرد پیشنهادی	$x_{AB} = 0, x_{BC} = 1, x_{Ap} = 0$	$Y_1 = 0,788$	$var(Y_1) = 0,009$	0,94
	$x_{Bp} = 0, x_{Cp} = 0, x_{Cq} = 0$	$Y_2 = 0,784$	$var(Y_2) = 0,03$	
		$Y_3 = 0,717$	$var(Y_3) = 0,01$	
تابع مطلوبیت	$x_{AB} = 1, x_{BC} = 0, x_{Ap} = 1$	$Y_1 = 0,78$	$var(Y_1) = 0,08$	0,76
	$x_{Bp} = 1, x_{Cp} = 1, x_{Cq} = 0$	$Y_2 = 0,787$	$var(Y_2) = 0,08$	
		$Y_3 = 0,712$	$var(Y_3) = 0,04$	
تابع زیان درجه دوم	$x_{AB} = 0, x_{BC} = 1, x_{Ap} = -1$	$Y_1 = 0,785$	$var(Y_1) = 0,02$	0,86
	$x_{Bp} = 0, x_{Cp} = 0, x_{Cq} = 0$	$Y_2 = 0,786$	$var(Y_2) = 0,03$	
		$Y_3 = 0,718$	$var(Y_3) = 0,02$	
		$Y_4 = 359$	$var(Y_4) = 16,51$	
		$Y_5 = 325$	$var(Y_5) = 19,54$	
		$Y_6 = 376$	$var(Y_6) = 17,02$	

موجود، همبستگی میان توابع هدف و واریانس آنها را در فرایند بهینه‌سازی دخیل نمی‌کنند.

به‌منظور رفع مشکلات مذکور، یک رویکرد جدید بهینه‌سازی بر مبنای متدولوژی سطح پاسخ و طراحی آزمایشات ارائه شد که ویژگی‌های آن عبارت است از:

۱. به‌طور همزمان رضایت مشتری و بهره‌وری امکانات را پیشینه می‌کند.
۲. به‌منظور کاهش اثر عوامل اختلال در فرایند، کمیته‌سازی واریانس اهداف را دنبال می‌کند.
۳. همبستگی میان اهداف را در فرایند بهینه‌سازی در نظر می‌گیرد.
۴. استقرار کلیه توابع هدف در ناحیه‌ی مطلوب را تضمین می‌کند.

به‌عنوان تحقیقات آتی، بسط مدل ارائه شده در دو جهت مناسب به نظر می‌رسد:

۱. از آنجا که عموماً اپراتورهای مراکز دارای سطح مهارت یکسانی نیستند، لذا در نظر گرفتن سطوح کیفیت خدمت‌دهی اپراتورها برای مدل مرکز تماس ضروری به نظر می‌رسد.
۲. به‌علت آن که هر یک از مشتریان دارای سطوح صبر متفاوتی هستند، لذا در صورت افزایش زمان انتظار امکان ترک سیستم توسط مشتری وجود دارد. به‌همین دلیل دخیل کردن پدیده ترک سیستم در مدل، می‌تواند اعتبار مدل را تا حدود زیادی ارتقا بخشد.

در جدول ۱۰ نتایج مربوط به رویکرد بهینه‌سازی پیشنهادی و دو رویکرد تابع مطلوبیت و تابع زیان ارائه شده است. چنان که مشاهده می‌شود، رویکرد تابع مطلوبیت واریانس اهداف تمرکز می‌کند و این رویکرد عملکرد ضعیفی در کاهش واریانس اهداف از خود نشان می‌دهد. از طرف دیگر، رویکرد تابع زیان مطابق انتظار عملکرد بهتری نسبت به رویکرد تابع مطلوبیت در کاهش اثر متغیرهای غیر قابل کنترل روی فرایند داشته است. اما نتایج به دست آمده برتری رویکرد پیشنهادی را در تمام شاخص‌ها، به‌استثنا میانگین درصد به‌کارگیری خطوط ارتباطی نسبت به این رویکرد نشان می‌دهند. در نهایت مقایسه‌ی  $P(Y \in S|x)$  سه رویکرد مورد بررسی به‌عنوان شاخص تجمیع اهداف نشان می‌دهد که احتمال استقرار توابع هدف در ناحیه‌ی مطلوب در روش پیشنهادی، بیشتر از دو روش دیگر است و لذا جواب بهینه‌ی رویکرد پیشنهادی از اعتبار بیشتری برخوردار است.

## ۵. نتیجه‌گیری

در این تحقیق رویکردی برای بهبود عملکرد سیستم مرکز تماس چندگانه ارائه شد. در این راستا رویکردهای بهینه‌سازی مختلفی در ادبیات وجود دارد که صرفاً از نقطه نظر مشتری یا مرکز تماس به مسئله نگاه می‌کنند. همچنین هیچ‌یک از روش‌های

### پانوشته‌ها

1. multi-skill
2. full-flexible
3. acceptable waiting time

4. telephone service factor
5. birth-death
6. block
7. impatient customers
8. balking call
9. response surface methodology

10. full factorial design
11. fractional factorial design
12. desirability function
13. loss function
14. multi criteria decision making
15. branch & bound
16. link

## منابع (References)

1. Jouini, O., Dallery, Y. and Aksin, Z. "Queueing models for full-flexible multi-class call centers with real-time anticipated delays", *International Journal of Production Economics*, **120**(2), pp. 389-399 (2009).
2. Jouini, O., Pot, A., Koole, G. and Dallery, Y. "Online scheduling policies for multiclass call centers with impatient customers", *European Journal of Operational Research*, **207**(1), pp. 258-268 (2010).
3. Gans, N., Koole, G. and Mandelbaum, A. "Telephone call centers: Tutorial, review, and research prospects", *Manufacturing & Service Operations Management*, **5**, pp. 73-141 (2003).
4. Koole, G. "Call center mathematics: A scientific method for understanding and improving contact centers", Technical Report (2005).
5. Whitt, W. "Predicting queueing delays", *Management Science*, **45**, pp. 870-888 (1999).
6. Jouini, O. and Dallery, Y. "Moments of first passage times in general birth-death processes", *Mathematical Methods of Operations Research*, **68**, pp. 49-76 (2007).
7. Brown, L., Gans, N., Mandelbaum, A., Sakov, A., Shen, H. and Zeltyn, S. "Statistical analysis of a telephone call center: A queueing-science perspective", *Journal of the American Statistical Association*, **100**, pp. 36-50 (2005).
8. Robbins, T. and Harrison, T.P. "A stochastic programming model for scheduling call centers with global service level agreements", *European Journal of Operational Research*, **207**(3), pp. 1608-1619 (2010).
9. Gans, N., Koole, G. and Mandelbaum, A. "Telephone call centers: A tutorial and literature review", *Manufacturing and Service Operations Management*, **5** pp. 79-141 (2002).
10. Garnett, O. Mandelbaum, A. and Reiman, M. "Designing a call center with impatient customers", *Manufacturing and Service Operations Management*, **4**(3), pp. 208-27 (2002).
11. Mandelbaum, A. and Zeltyn, S. "Staffing many-server queues with impatient customers: constraint satisfaction in call centers", Working Paper, Technion, Haifa, Israel (2008).
12. Kim, C., Dudin, S. and et al. "Queueing system with impatient heterogeneous customers as a model of call center", *Applied Mathematical Modelling* (2012).
13. Zohar, E., Mandelbaum, A. and Shimkin, N. "Adaptive behavior of impatient customers in tele-queues: Theory and empirical support", *Management Science*, **48**, pp. 566-583 (2002).
14. Aguir, M.S., Aksin, O.Z., Karaesmen, F. and Dallery, Y. "On the interaction between retrials and sizing of call centers", *European Journal of Operational Research*, **191**(2), pp. 398-408 (2008).
15. Dietz, D.C. "Practical scheduling for call center operations", *Omega*, **39**(5), pp. 550-557 (2011).
16. Kim, J.W. and Park, S.C. "Outsourcing strategy in two-stage call centers", *Computers & Operations Research*, **37**(4), pp. 790-805 (2010).
17. Montgomery, D.C., *Design and Analysis of Experiments (Sixth Edition)*, John Wiley & Sons, Inc. ISBN 0-471-48735-X (2005).
18. Derringer, G. and Suich, R. "Simultaneous optimization of several response variables", *Journal of Quality Technology*, **12**, pp. 214-219 (1980).
19. Vining, G. "A compromise approach to multiresponse optimization", *Journal of Quality Technology*, **30**, pp. 309-313 (1998).
20. Opricovic, S. and Tzeng, G.H. "Extended VIKOR method in comparison with outranking methods", *European Journal of Operational Research*, **178**, pp. 514-529 (2007).
21. Tzeng, G.H., Lin, C.W. and Opricovic, S. "Multi-criteria analysis of alternative fuel buses for public transportation", *Energy Policy*, **33**, pp. 1373-1383 (2005).
22. Peterson, J. "A posterior predictive approach to multiple response surface optimization", *Journal of Quality Technology*, (2004).
23. Land, H. and Doig, A.G. "An automatic method of solving discrete programming problems", *Econometrica*, **28**(3), pp. 497-520 (1960).