

# ارائه و حل یک مدل چند هدفه‌ی فازی کامل برای مسئله‌ی انتخاب تأمین‌کننده

مقدمه امیری (دانشیار)

دانشکده‌ی مدیریت و حسابداری، دانشگاه علامه طباطبائی

امیرعلی‌می\* (دانشجوی دکتری)

دانشکده علوم اداری و اقتصاد دانشگاه فردوسی مشهد

مهمنگی  
صانع و مدیرین  
دوری ۱۰۰ شماره ۱ / ۱۰۵  
سال ۱۳۹۳، (آستانه ۱۱۱)

مسئله‌ی انتخاب تأمین‌کننده یکی از مراحل مهم مدیریت زنجیره‌ی تأمین است و به دلیل برخورداری از ماهیت چند شاخصه بودن، ذهن دانشمندان زیادی را به خود مشغول کرده است. آنچه که در دنیای واقعی متغیرها غالباً غیر قطعی اند این پژوهش با استفاده از نظریه‌ی فازی در مسئله‌ی انتخاب تأمین‌کننده می‌پردازد. بدین منظور مدلی با سه هدف کیمیکردن هزینه، بیشینه‌کردن کیفیت و بیشینه‌کردن تحويل به موقع با پارامترهای فازی مثلثی پیشنهاد شده است. به دلیل وجود محدودیت تأمین تقاضای فازی، متغیرهای اندازه‌ی سفارش نیز به صورت فازی تعریف شده‌اند که درنتیجه مسئله حالت فازی کامل پیدا کرده است. برای حل این مسئله‌ی چند هدفه‌ی فازی کامل از روش برنامه‌ریزی فازی استفاده شده است. با حل این مدل در یک مثال عددی، الگوریتم حل مسئله به خوبی تبیین شده است.

amiri@atu.ac.ir  
amir.alimiaghdaei@stu-um.ac.ir

**واژگان کلیدی:** مسئله‌ی انتخاب تأمین‌کننده، عدد فازی مثلثی، مدل فازی کامل و روش برنامه‌ریزی فازی.

## ۱. مقدمه

و سطح عملکرد پژوهش خود را به انجام رساندند. محققی دیگر نیز با استفاده از روش TOPSIS فازی یک مدل برنامه‌ریزی تصادفی پیشنهاد کرد.<sup>[۱]</sup> در همین زمینه، نتایج حاصل از به کارگیری روش ANP فازی مورد تحلیل حساسیت قرار گرفت.<sup>[۲]</sup>

پژوهش‌گران از روش AHP فازی و شاخص‌های متعدد برای انتخاب تأمین‌کننده‌گان بهره برده‌اند.<sup>[۳]</sup> ایرادی که به اغلب مطالعات مذکوروارد است بسندۀ کردن انجام دهنده‌گان آن‌ها به رتبه‌بندی تأمین‌کننده‌گان است. با انجام رتبه‌بندی مشخص نمی‌شود که یک تولیدکننده نیاز خود را باید از کدام‌یک از تأمین‌کننده‌گان و از هریک به چه میزان تأمین کند. به عبارت دیگر با انجام رتبه‌بندی تعداد زیادی تأمین‌کننده مشخص نمی‌شود که آیا باید فقط با بهترین آن‌ها کار کرد یا باید به دیگر تأمین‌کننده‌گان نیز توجه کرد. بنابراین دسته‌ی دیگری از دانشمندان از مدل‌های برنامه‌ریزی ریاضی استفاده کرده‌اند تا میزان دقیق اندازه‌ی سفارش به هر تأمین‌کننده را مشخص کنند.

در همین راستا، محققین ابتدا با استفاده از روش‌های چند شاخصه معیارهای خود را ارزیابی،<sup>[۴]</sup> و سپس مدلی تک هدفه طراحی کردند. در مدل آن‌ها معیارهای چون بودجه و کیفیت در محدودیت‌ها قرار گرفته و تابع هدف «بیشینه‌سازی ارزش کلی خرید» بود. آنان مدلی با سه تابع هدف کمینه‌سازی پیشنهاد کردند<sup>[۵]</sup> و با قراردادن مواردی چون هزینه، اقلام تأخیری و برگشتی در توابع هدف، مدل خود را به روش min-max حل کردند. در پژوهشی دیگری یک مدل چند هدفه با متغیرهای قطعی طراحی<sup>[۶]</sup> و به روش برنامه‌ریزی فازی حل شد.<sup>[۷]</sup> عده‌ی دیگر نیز در

«زنگیره‌ی تأمین» شبکه‌یی است متشکل از تأمین‌کننده‌گان، تولیدکننده‌گان، انبارها و کanal‌های توزیع که وظیفه‌ی آن تهییه مواد اولیه، تبدیل آن به محصولات نهایی، و توزیع این محصولات بین مشتریان است.<sup>[۸]</sup> بخش مهمی از این زنجیره به تهییه مواد اولیه از تأمین‌کننده‌گان اختصاص دارد. به دلیل رقابتی بودن بازارهای تجاری امروز انتخاب تأمین‌کننده مناسب برای تولیدکننده از اهمیت به سزاوی برخوردار است. به همین دلیل مسئله‌ی انتخاب تأمین‌کننده‌گان در سال‌های اخیر ذهن دانشمندان زیادی را به خود جلب کرده است.

دسته‌یی از دانشمندان به استخراج شاخص‌های یک تأمین‌کننده‌ی خوب و رتبه‌بندی تأمین‌کننده‌گان با استفاده از روش‌های چندمعیاره پرداخته‌اند. برخی با تعریف پنج شاخص کیفیت، تحويل به موقع، قیمت، سطح تکنولوژی و اعطا‌ف پذیری، اعداد فازی ذوزنقه‌یی رازمتغیرهای بینانی استخراج کردند. برخی دیگر مدلی مرکب از روش‌های در حالت فازی برای رتبه‌بندی استفاده کردند. برخی دیگر مدلی از روش‌های VIKOR و DEMATEL را با بهره‌گیری از اعداد فازی مثلثی پیشنهاد،<sup>[۹]</sup> و از ۱۷ شاخص مختلف استفاده کردند. عده‌ی دیگر نیز از روش DEMATEL در محیط فازی برای رتبه‌بندی تأمین‌کننده‌گان بهره جستند.<sup>[۱۰]</sup>

در مطالعه‌یی دیگر،<sup>[۱۱]</sup> پژوهش‌گران با استفاده از روش TOPSIS فازی، نظریه‌ی دمپستر - شیفر، شاخص‌های تحويل دیره‌نگام، هزینه، عامل ریسک،

\* نویسنده مسئول  
تاریخ دریافت ۱۱/۱/۱۳۹۰، اصلاحیه ۲۳/۸/۱۳۹۱، پذیرش ۱۰/۱/۱۳۹۱.

داشته باشد به طوری که  $1 = \mu_{\tilde{A}}$ .

**تعریف ۵:** یک عدد فازی یک مجموعه‌ی فازی است که پیوسته، محدب و نرمال باشد.<sup>[۱۶]</sup>

**تعریف ۶:** یک عدد فازی مانند  $(f, g, h) = \tilde{A}$  را یک عدد فازی مثلثی می‌نامیم اگر تابع عضویت آن چنین تعریف شده باشد:

$$\mu_{\tilde{A}}(x) = \begin{cases} \frac{x-f}{g-f}, & f \leq x \leq g \\ \frac{x-h}{g-h}, & g \leq x \leq h \\ 0, & \text{Otherwise.} \end{cases}$$

**تعریف ۷:** دو عدد فازی مثلثی  $\tilde{A} = (f, g, h)$  و  $\tilde{B} = (p, q, r)$  مساوی‌اند اگر و فقط اگر  $f = p$  و  $g = q$  و  $h = r$ .

**تعریف ۸:** یک عدد فازی مانند  $L$  را مثبت گوییم اگر به‌مازای هر  $x > 0$  تابع عضویت آن مساوی با صفر باشد یعنی:  $\mu_L(x) = 0$ .

**تعریف ۹:** یک تابع مانند  $R \rightarrow \mathfrak{R}$ :  $F(R)$  یک تابع رتبه‌بندی است که شامل یک مجموعه از اعداد فازی است که روی مجموعه‌ی اعداد حقیقی تعریف شده‌اند. این تابع رتبه‌بندی یک عدد فازی را به یک عدد حقیقی تبدیل می‌کند. برای مثال اگر  $\tilde{A} = (f, g, h)$  یک عدد فازی مثلثی باشد آن‌گاه تابع رتبه‌بندی عبارت است از:  $R(\tilde{A}) = \frac{f+g+h}{3}$ .

**تعریف ۱۰:** مابین اعداد فازی عملیات‌های ریاضی نیز تعریف می‌شوند. اگر  $\tilde{A} = (f, g, h)$  و  $\tilde{B} = (p, q, r)$  دو عدد فازی مثلثی باشند، آن‌گاه این عملیات عبارت‌اند از:

(الف) عملیات جمع:

$$\tilde{A} \oplus \tilde{B} = (f, g, h) \oplus (p, q, r) = (f + p, g + q, h + r)$$

ب) قرینه:

$$-\tilde{B} = -(p, q, r) = (-r, -q, -p)$$

ج) عملیات تفرقی:

$$\tilde{A} - \tilde{B} = (f, g, h) - (p, q, r) = (f - r, g - q, h - p)$$

د) عملیات ضرب: اگر  $\tilde{A} = (f, g, h)$  یک عدد فازی مثلثی  $(z)$  باشد آن‌گاه داریم.<sup>[۱۷]</sup>

$$\tilde{A} \otimes \tilde{B} \cong \begin{cases} (fx, gy, hz), & f \geq 0 \\ (fz, gy, hz), & f < 0, h \geq 0 \\ (fz, gy, hx), & h < 0. \end{cases}$$

### ۳. مسئله‌ی انتخاب تأمین‌کننده

#### ۱.۳. مدل پایه

مطالعات درخصوص «مدیریت زنجیره‌ی تأمین» از دهه‌ی ۱۹۹۰ آغاز شد. بخش مهمی از این مطالعات مربوط به تعاملات تأمین‌کننده و تولیدکننده است. مسئله‌ی

چند پژوهش به این موضوع پرداختند.<sup>[۱۸-۲۰]</sup> آن‌ها ابتدا در سال ۲۰۰۶ مدلی با سه هدف کمیته‌سازی هزینه، بیشینه‌سازی کیفیت و بیشینه‌سازی سطح خدمت و محدودیت تقاضا و ظرفیت پیشنهاد کردند و آن را به روش برنامه‌ریزی فازی حل کردند. در سال ۲۰۰۹ عمید و همکارانش باز هم مدلی سه‌هدفه پیشنهاد کردند و آن را به روش پژوهش گذشته‌شان حل کردند؛ با این تفاوت که توابع هدف دوم و سوم را کمیته‌سازی اقلام برگشتی و تأخیری در نظر گرفته و محدودیت‌هایی نیز اضافه کردند. آن‌ها در پژوهش دیگری در سال ۲۰۱۱ مدل پژوهش سال ۲۰۰۶ را مجدداً در نظر گرفته و آن را به روش max-min وزنی حل کردند. در تمامی پژوهش‌های مذکور، پارامترها و متغیرها در شرایط قطعی تعریف شدند<sup>[۱۹-۲۰]</sup> و فقط یک پارامتر (تقاضا) به صورت فازی تعریف شد. اما سؤالی که وجود دارد این است که چگونه

با متغیر اندامی سفارش قطعی به تقاضای فازی جواب دهیم؟

در این پژوهش برآینم تا مدلی پیشنهاد دهیم که تمامی پارامترها و متغیرهای آن به صورت فازی تعریف می‌شوند. این نوع مدل‌ها در نظریه‌ی فازی «مدل فازی کامل» نام دارند. در مدل پیشنهادی که یک مدل چنددهدفه‌ی فازی کامل است متغیر اندازه‌ی سفارش نیز به صورت یک عدد فازی مثلثی تعریف می‌شود که می‌توانیم با به دست آوردن آن یک تقاضای فازی را برآورده کنیم. این مدل با استفاده از روش برنامه‌ریزی فازی حل خواهد شد. کلیه‌ی مراحل کار مدل‌سازی و حل مدل در یک مثال عددی نشان داده خواهد شد.

## ۲. نظریه‌ی فازی

در سال ۱۹۶۵ پروفسور زاده برای اولین بار نظریه‌ی مجموعه‌های فازی را مطرح کرد.<sup>[۱۵]</sup> این نظریه که در مقابل نظریه‌ی مسائل قطعی مطرح شده است در سیاری از زمینه‌های جای خود را باز کرده است. در این بخش چند تعریف اولیه از این نظریه‌ارائه می‌شود:

**تعریف ۱:** اگر مجموعه‌ی  $X$  را مجموعه‌ی جهانی تعریف کیم مجموعه‌ی فازی  $\tilde{A}$  از  $X$  را می‌توان با تابع عضویت خود تعریف کرد:

$$\mu_{\tilde{A}} : X \rightarrow [0, 1]$$

که در آن به‌مازای هر  $x \in X$  تابع عضویت مجموعه‌ی فازی، یعنی  $\mu_{\tilde{A}}$ ، یک عدد حقیقی در بازه‌ی  $[0, 1]$  است. تابع عضویت نشان‌دهنده‌ی درجه‌ی عضویت  $x$  در  $\tilde{A}$  است. یک مجموعه‌ی فازی مانند  $\tilde{A}$  را می‌توان در قالب یک زوج مرتب مشتمل از  $x$  و  $\mu_{\tilde{A}}(x)$  نمایش داد:

$$\tilde{A} = \{(x, \mu_{\tilde{A}}(x)) \mid x \in X\}$$

**تعریف ۲:** مجموعه‌ی برش  $\alpha$  از یک مجموعه‌ی فازی مانند  $\tilde{A}$  با نمادی مانند  $[\tilde{A}]_\alpha$  نمایش داده می‌شود و شامل کلیه‌ی عناصر  $\tilde{A}$  است که درجه‌ی عضویت آن‌ها بزرگ‌تر یا مساوی  $\alpha$  است:

$$[\tilde{A}]_\alpha = \{x \mid \mu_{\tilde{A}}(x) \geq \alpha, \alpha \in [0, 1]\}$$

**تعریف ۳:** یک مجموعه‌ی فازی مانند  $\tilde{A}$  در  $R^n$  محدب است اگر و فقط اگر تمامی مجموعه‌های برش  $\alpha$  آن محدب باشند.

**تعریف ۴:** یک مجموعه‌ی فازی مانند  $\tilde{A}$  را نرمال می‌نامیم اگر یک  $x \in X$  وجود

که در برخی از پژوهش‌ها به صورت فازی تعریف شده است متغیر تقاضا ( $D$ ) است که بدلیل تعریف اندازه‌ی سفارش به صورت قطعی مشخص نشده است که به چه صورت تقاضای فازی با اندازه‌ی سفارش قطعی پاسخ داده می‌شود. با فازی در نظر گرفتن تمامی متغیرها و پارامترها در مدل پایه‌ی انتخاب تأمین‌کننده به مدلی مانند مدل ۲ می‌رسیم:

$$\begin{aligned} Min \quad & \tilde{z}_1 = \sum_{i=1}^n \tilde{x}_i \otimes \tilde{p}_i \\ Max \quad & \tilde{z}_1 = \sum_{i=1}^n \tilde{x}_i \otimes \tilde{q}_i \\ Max \quad & \tilde{z}_2 = \sum_{i=1}^n \tilde{x}_i \otimes \tilde{d}_i \\ Subject To : \quad & \sum_{i=1}^n \tilde{x}_i = \tilde{D} \\ \tilde{x}_i \leq \tilde{c}_i \quad & i = 1, 2, \dots, n \end{aligned} \quad (2)$$

تفاوت مدل ۲ با مدل ۱ فازی شدن تمامی متغیرها و پارامترهای مدل است. چنین مدلی را «مدل فازی کامل» می‌نامند. در یک مدل فازی کامل تمامی اجزا فازی‌اند و بالطبع تابع تایگ مسئله نیز فازی خواهد بود. مدل ۲ یک مدل چندهدفه‌ی فازی کامل است و حل آن به سادگی صورت نمی‌پذیرد.

همیشگی یک تولیدکننده این است که نیازش به مواد اولیه‌ی مناسب را از کدام یک از تأمین‌کنندگان تأمین کنند. برای پاسخ به این سؤال دانشمندان زیادی دست به کار شده‌اند و مطالعات متعددی را صورت داده‌اند. نکته‌ی مهم موجود در این زمینه، تک‌شاخصه نبودن مسئله‌ی انتخاب تأمین‌کننده است. در مورد شاخص‌هایی که برای این مسئله باید منظور شود اتفاق نظری وجود ندارد و در پژوهش‌های مختلف معیارهای متعددی مورد بررسی قرار گرفته است. معیارهای هزینه، کیفیت و تحويل به موقع معیارهایی هستند که در پژوهش اغلب دانشمندان موردنظر قرار گرفته‌اند.<sup>[۲۰-۱۸]</sup>

مسئله‌ی تصمیم‌گیری چندمعیاره (MCDM)<sup>[۲]</sup> به دو دسته‌ی تصمیم‌گیری چندشاخصه (MADM)<sup>[۳]</sup> و تصمیم‌گیری چندهدفه (MODM)<sup>[۴]</sup> تقسیم می‌شوند. در این پژوهش برای به دست آوردن میزان دقیق اندازه‌ی سفارش از رویکردی چندهدفه بهره برده‌ایم. با در نظر گرفتن معیارهای هزینه، کیفیت و تحويل به موقع می‌توانیم مدلی پایه‌ی نظری مدل ۱ داشته باشیم.<sup>[۱۹]</sup>

$$\begin{aligned} Min \quad & z_1 = \sum_{i=1}^n x_i p_i \\ Max \quad & z_1 = \sum_{i=1}^n x_i p_i \\ Max \quad & z_2 = \sum_{i=1}^n x_i d_i \\ Subject To : \quad & \sum_{i=1}^n x_i = D \\ x_i \leq c_i \quad & i = 1, 2, \dots, n \\ x_i \geq 0 \quad & i = 1, 2, \dots, n \end{aligned} \quad (1)$$

در مدل ۱،  $x_i$  متغیر تصمیم مسئله است و تعریف آن عبارت است از تعداد واحدهای محصول که از تأمین تأمین‌کننده خریداری می‌شود:  $p_i$  هزینه‌ی خرید هر واحد محصول از تأمین‌کننده‌ی  $i$  است و تابع هدف اول به دنبال کمینه‌سازی مجموع هزینه‌ی خرید است. در این مدل  $q_i$  درصد سطح کیفیت تأمین‌کننده‌ی  $i$  است و دومین تابع هدف به دنبال بیشینه‌سازی کل کیفیت اقلام خریداری شده است.  $d_i$  درصد اقلامی است که توسط تأمین تأمین‌کننده به موقع تحويل می‌شوند و سومین تابع هدف به دنبال بیشینه‌سازی مجموع درصد اقلامی است که به موقع تحويل می‌شوند.  $D$  مجموع تقاضای موجود برای تولیدکننده است و مسئله باید به دنبال برآورده کردن آن باشد.  $c_i$  ظرفیت تأمین تأمین تأمین‌کننده و  $n$  تعداد تأمین‌کنندگان است. پیش‌فرض این مدل آن است که مجموع ظرفیت تأمین‌کنندگان از تقاضای محصول بیشتر است، مدل تحت این فرض دارای جواب است.

## ۴. روش حل مسائل فازی کامل

**۱.۴. روش حل مسائل فازی کامل**

مطالعات انجام شده<sup>[۲۱]</sup> نشان داده است که حل یک مسئله با ضرایب فاصله‌ی NP-hard است. در نتیجه به سادگی می‌توان فهمید که حل یک مسئله‌ی فازی کامل به دلیل داشتن ابعاد بیشتر بسیار پیچیده خواهد بود. برای حل مسائل فازی کامل دانشمندان از روش‌های ابتکاری خود بهره گرفته‌اند.<sup>[۲۲، ۲۱، ۱۵]</sup> برای حل مدل ۲ در این پژوهش از روش پیشنهادی کومار و همکاران<sup>[۲۳، ۱۷]</sup> استفاده شده است. این دانشمندان در پژوهش سال ۲۰۱۰ خود روشی برای حل مسائل دارای محدودیت‌های ناساوا و در پژوهش سال ۲۰۱۱ خود همین روش را برای حل مسائل فازی کامل دارای محدودیت تساوی به کار گرفته‌اند. برای حل یک مدل فازی کامل مانند مدل ۲ ابتدا تمامی متغیرهای مسئله را به صورت اعداد فازی مثالی تعریف می‌کنیم:

$$\left\{ \begin{array}{l} \tilde{x}_i = (x_i, y_i, z_i) \\ \tilde{p}_i = (p_i, r_i, s_i) \\ \tilde{q}_i = (q_i, k_i, h_i) \\ \tilde{d}_i = (d_i, e_i, f_i) \\ D = (D, G, J) \\ \tilde{c}_i = (c_i, b_i, a_i) \end{array} \right.$$

با جایگذاری هر یک از اعداد فازی مثالی در مدل ۲ به مدلی مانند مدل ۳ می‌رسیم.

$$\begin{aligned} Min \quad & \tilde{z}_1 = \sum_{i=1}^n (x_i, y_i, z_i) \otimes (p_i, r_i, s_i) \\ Max \quad & \tilde{z}_1 = \sum_{i=1}^n (x_i, y_i, z_i) \otimes (q_i, k_i, h_i) \end{aligned}$$

## ۲.۳. مدل فازی کامل

از آنجاکه در دنیای واقعی اغلب مسائل به صورت غیرقطعی بیان می‌شوند تصمیم‌گیری در شرایط غیرقطعی جایگاه ویژه‌ی در علوم امروز دارد. نظریه‌ی فازی یکی از راههایی است که می‌توان به کمک آن مسائل را در حالت غیرقطعی مطرح کرد. در مسئله‌ی انتخاب تأمین‌کننده نیز استفاده از نظریه‌ی فازی جایگاه ویژه‌ی دارد و بسیاری از پژوهش‌ها با بهره‌گیری از این مفهوم به انجام رسیده‌اند. در مورد متغیرهای مدل ۱ در پژوهش عمید و همکاران<sup>[۲۴]</sup> متغیر تقاضا و در پژوهش ویند<sup>[۱۶]</sup> متغیر ظرفیت در پژوهش فازی تعریف شده‌اند. اما فازی کردن متغیرها اغلب در مطالعاتی کاربرد دارد که از روش چندشاخصه استفاده کرده‌اند؛ و در مطالعاتی که مدل برنامه‌ریزی ریاضی پیشنهاد داده‌اند اغلب متغیرها به صورت قطعی تعریف شده‌اند. تنها متغیری

برای حل مسئله‌ی چندهدفه‌ی مدل ۵ از روش‌های مختلفی می‌توان استفاده کرد که در این پژوهش از روش برنامه‌ریزی فازی استفاده شده است.

### ۲.۴. روش برنامه‌ریزی فازی

برای حل مسائل چندهدفه روش‌های متعددی وجود دارد که یکی از کامل‌ترین این روش‌ها روش برنامه‌ریزی فازی است. این روش که توسط زیمرمن [۲۵] پیشنهاد شده، کارایی خود را در حل مسائل مختلف چندهدفه نشان داده است. در مسئله‌ی انتخاب تأمین‌کننده نیز از این روش در پژوهش‌های متعددی استفاده شده است. [۱۳, ۱۲, ۱۱]

اولین گام برای حل یک مسئله به روش برنامه‌ریزی فازی به دست آوردن حدود توابع هدف است. برای این کار می‌توان هریک از توابع هدف را به طور جداگانه و در یک مسئله‌ی تک هدفه یک بار کمینه و یک بار بیشینه کرد. برای مسئله‌ی پیشنهادی در مدل ۵ که دارای ۳ تابع هدف است باید ۶ مدل مجزا حل کرد. یکی از این مدل‌ها در مدل ۶ ارائه شده است:

$$\begin{aligned} \text{Min} \quad & \tilde{z}_1 = \Re\left(\sum_{i=1}^n (x_i d_i, y_i e_i, z_i f_i)\right) \\ \text{S.T.:} \quad & \sum_{i=1}^n x_i = D, \quad \sum_{i=1}^n y_i = G, \quad \sum_{i=1}^n z_i = J \\ & x_i + t_i = c_i, \quad y_i + v_i = b_i, \quad z_i + m_i = a_i, \quad i = 1, 2, \dots, n \\ & x_i \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, n \\ & y_i - x_i \geq 0, \quad z_i - y_i \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, n \\ & v_i - t_i \geq 0, \quad m_i - v_i \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, n \end{aligned} \quad (6)$$

مسائل کمینه‌سازی حدود پایین توابع هدف را به ما می‌دهند که آن‌ها را برای توابع هدف اول تا سوم  $l_1, l_2, l_3$  می‌نامیم. مسائل بیشینه‌سازی حدود بالای توابع هدف را به ما می‌دهند که آن‌ها را برای توابع هدف اول تا سوم  $u_1, u_2, u_3$  می‌نامیم. بعد از دست‌یابی به حدود توابع هدف، دو مین گام تعریف تابع عضویت آن‌هاست. تابع عضویت توابع هدف به صورت رابطه‌های زیر تعریف شده‌اند:

$$\mu(\tilde{z}_1) = \begin{cases} 0, & \tilde{z}_1 \geq u_1 \\ \frac{u_1 - \tilde{z}_1}{u_1 - l_1}, & l_1 < \tilde{z}_1 < u_1 \\ 1, & \tilde{z}_1 \leq l_1. \end{cases}$$

$$\mu(\tilde{z}_2) = \begin{cases} 0, & \tilde{z}_2 \leq l_2 \\ \frac{\tilde{z}_2 - l_2}{u_2 - l_2}, & l_2 < \tilde{z}_2 < u_2 \\ 1, & \tilde{z}_2 \geq u_2. \end{cases}$$

$$\mu(\tilde{z}_3) = \begin{cases} 0, & \tilde{z}_3 \leq l_3 \\ \frac{\tilde{z}_3 - l_3}{u_3 - l_3}, & l_3 < \tilde{z}_3 < u_3 \\ 1, & \tilde{z}_3 \geq u_3. \end{cases}$$

سومین گام مربوط به تعریف متغیر  $\alpha_i$  است. این متغیر به عنوان درصد دست‌یابی تابع هدف  $i$  ام به مقدار بهینه‌اش تعریف می‌شود. برای تابع هدف مسئله‌ی مدل ۵ متغیرهای  $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$  تعریف می‌شوند. رابطه‌ی این متغیرها با هر تابع هدف چنین بیان شده است:

$$\begin{aligned} \text{Max} \quad & \tilde{z}_1 = \sum_{i=1}^n (x_i, y_i, z_i) \otimes (d_i, e_i, f_i) \\ \text{Subject To:} \quad & \sum_{i=1}^n (x_i, y_i, z_i) = (D, G, J) \\ & (x_i, y_i, z_i) \leq (c_i, b_i, a_i) \quad i = 1, 2, \dots, n \\ & x_i \geq 0 \quad i = 1, 2, \dots, n \\ & y_i - x_i \geq 0, \quad z_i - y_i \geq 0 \quad i = 1, 2, \dots, n \end{aligned} \quad (3)$$

مدل ۲ و مدل ۳ تفاوتی با یکدیگر ندارند و در مدل ۳ بسط مثالی هریک از پارامترها و متغیرها نوشته شده است. در نظر گرفتن  $0 \leq y_i - x_i \leq z_i - y_i \leq 0$  و  $x_i \geq 0$  ملاحظه می‌شود محدودیت دوم مسئله به صورت ناساواه است. چنان‌که در مدل ۳ بازیگرینی تابع عضویت مانند  $\tilde{s}_i$  را به سمت چپ آن اضافه و تعریف می‌کنیم:

$$\tilde{s}_i = (t_i, v_i, m_i)$$

هنگامی‌که در یکی از محدودیت‌ها این عبارت را داشته باشیم:  $(x_i, y_i, z_i) = (c_i, b_i, a_i)$  می‌توانیم به جای آن، سه محدودیت مجرای زیر را بنویسیم:

$$x_i = c_i, \quad y_i = b_i, \quad z_i = a_i.$$

با در نظر گرفتن تابع رتبه‌بندی (که در تعریف ۹ در بخش قبل به آن اشاره شد) برای توابع هدف، نوشتن محدودیت اول به صورتی که در رابطه‌ی فوق به آن اشاره شد و جایگزینی شکل مثالی متغیر کمبوید، مدل ۳ بازنویسی شده و مدل ۴ به دست می‌آید:

$$\begin{aligned} \text{Min} \quad & \tilde{z}_1 = \Re\left(\sum_{i=1}^n (x_i, y_i, z_i) \times (p_i, r_i, s_i)\right) \\ \text{Max} \quad & \tilde{z}_2 = \Re\left(\sum_{i=1}^n (x_i, y_i, z_i) \times (q_i, k_i, h_i)\right) \\ \text{Max} \quad & \tilde{z}_3 = \Re\left(\sum_{i=1}^n (x_i, y_i, z_i) \times (d_i, e_i, f_i)\right) \\ \text{S.T.:} \quad & \sum_{i=1}^n x_i = D, \quad \sum_{i=1}^n y_i = G, \quad \sum_{i=1}^n z_i = J \\ & (x_i, y_i, z_i) + (t_i, v_i, m_i) = (c_i, b_i, a_i) \quad i = 1, 2, \dots, n \\ & x_i \geq 0 \quad i = 1, 2, \dots, n \\ & y_i - x_i \geq 0, \quad z_i - y_i \geq 0 \quad i = 1, 2, \dots, n \\ & v_i - t_i \geq 0, \quad m_i - v_i \geq 0 \quad i = 1, 2, \dots, n \end{aligned} \quad (4)$$

با استفاده از عملیات ضرب در اعداد فازی مثالی (که در تعریف ۱۰ بخش قبل به آن اشاره شد) برای توابع هدف و جایگزینی محدودیت دوم با محدودیت‌های معادل، مدل مسئله به صورت مدل ۵ بازنویسی می‌شود:

$$\begin{aligned} \text{Min} \quad & \tilde{z}_1 = \Re\left(\sum_{i=1}^n (x_i p_i, y_i r_i, z_i s_i)\right) \\ \text{Max} \quad & \tilde{z}_2 = \Re\left(\sum_{i=1}^n (x_i q_i, y_i k_i, z_i h_i)\right) \\ \text{Max} \quad & \tilde{z}_3 = \Re\left(\sum_{i=1}^n (x_i d_i, y_i e_i, z_i f_i)\right) \\ \text{S.T.:} \quad & \sum_{i=1}^n x_i = D, \quad \sum_{i=1}^n y_i = G, \quad \sum_{i=1}^n z_i = J \\ & x_i + t_i = c_i, \quad y_i + v_i = b_i, \quad z_i + m_i = a_i, \quad i = 1, 2, \dots, n \\ & x_i \geq 0 \quad i = 1, 2, \dots, n \\ & y_i - x_i \geq 0, \quad z_i - y_i \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, n \\ & v_i - t_i \geq 0, \quad m_i - v_i \geq 0, \quad i = 1, 2, \dots, n \end{aligned} \quad (5)$$

$$\begin{aligned} z_1 + z_2 + z_3 &= 900 \\ (x_1, y_1, z_1) + (t_1, v_1, m_1) &= (300, 350, 400) \\ (x_2, y_2, z_2) + (t_2, v_2, m_2) &= (500, 525, 550) \\ (x_3, y_3, z_3) + (t_3, v_3, m_3) &= (600, 630, 650) \end{aligned}$$

$$x_i \geq 0, \quad i = 1, 2, 3$$

$$y_i - x_i \geq 0, \quad z_i - y_i \geq 0 \quad i = 1, 2, 3$$

$$v_i - t_i \geq 0, \quad m_i - v_i \geq 0, \quad i = 1, 2, 3 \quad (9)$$

## ۵. مثال عددی

شرکتی قصد دارد سه تأمین‌کننده‌ی موجود را ارزیابی کرده و اندازه‌ی سفارش از هر کدام از آن‌ها را تعیین کند. برای این کار سه شاخص هزینه، کیفیت و تحول به موقع در نظر گرفته شده است. اطلاعات مندرج در جدول ۱ بیان‌گران‌آن‌ها فازی هریک از پارامترهای مدل است که می‌توان آن‌ها را از متغیرهای بیانی که تصمیم‌گیرنده‌ها منظور می‌کنند به دست آورد.

برای حل مدل چندهدفه‌ی ۹ به روش برنامه‌ریزی فازی حدود تابع هدف باید محاسبه شود که برای این کار هر تابع هدف باید به طور جداگانه یکبار کمینه و یکبار بیشینه شود. حدود تابع هدف اول عبارت اند از:  $[13839, 12670]$ . حدود تابع هدف دوم عبارت اند از:  $[40/75, 70/4]$ . حدود تابع هدف سوم نیز عبارت اند از:  $[689, 655/6]$ . با جایگذاری حدود در مدل ۷ واستفاده از مدل ۹، مدل ۱۰ به دست خواهد آمد.

$$Max \quad P = w_1\alpha_1 + w_2\alpha_2 + w_3\alpha_3$$

S.T :

$$1/4(14/5x_1 + 15/1x_2 + 13/2x_3 + ...) \leq 13839 - 1169\alpha_1$$

$$1/4(0/62x_1 + 0/72x_2 + 0/68x_3 + ...) \geq 640, 75 + 64\alpha_2$$

$$1/4(0/79x_1 + 0/7x_2 + 0/68x_3 + ...) \geq 655, 6 + 33, 4\alpha_3$$

$$x_1 + x_2 + x_3 = 850$$

$$y_1 + y_2 + y_3 = 875$$

$$z_1 + z_2 + z_3 = 900$$

$$x_1 + t_1 = 300, \quad y_1 + v_1 = 350, \quad z_1 + m_1 = 400$$

$$x_2 + t_2 = 500, \quad y_2 + v_2 = 525, \quad z_2 + m_2 = 550$$

$$x_3 + t_3 = 600, \quad y_3 + v_3 = 630, \quad z_3 + m_3 = 650$$

$$x_i \geq 0, \quad i = 1, 2, 3$$

$$y_i - x_i \geq 0, \quad z_i - y_i \geq 0, \quad i = 1, 2, 3$$

$$v_i - t_i \geq 0, \quad m_i - v_i \geq 0 \quad i = 1, 2, 3$$

$$0 \leq \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3 \leq 1 \quad (10)$$

وزن تابع هدف را می‌توان متفاوت منظور کرد که این امر بستگی به نظر تصمیم‌گیرنده دارد. در این مسئله وزن‌های  $(0, 46, 0, 35, 0, 19)$  برای تابع هدف هزینه، کیفیت

$$\begin{aligned} \alpha_1 = \min(\mu(z_1)) \rightarrow \alpha_1 \leq \mu(z_1) \rightarrow \alpha_1 &\leq \frac{u_1 - z_1}{u_1 - l_1} \\ \alpha_2 = \min(\mu(z_2)) \rightarrow \alpha_2 \leq \mu(z_2) \rightarrow \alpha_2 &\leq \frac{z_2 - l_2}{u_2 - l_2} \\ \alpha_3 = \min(\mu(z_3)) \rightarrow \alpha_3 \leq \mu(z_3) \rightarrow \alpha_3 &\leq \frac{z_3 - l_3}{u_3 - l_3} \end{aligned}$$

با قرار دادن نامساوی‌های مذکور در محدودیت‌ها و بیشینه ساختن مجموع وزنی متغیرهای  $\alpha_i$  به مدلی مانند مدل ۷ می‌رسیم:

$$\begin{aligned} Max \quad P &= w_1\alpha_1 + w_2\alpha_2 + w_3\alpha_3 \\ S.T : \quad \Re(\sum_{i=1}^n (x_i p_i, y_i r_i, z_i s_i)) &\leq u_1 - \alpha_1(u_1 - l_1) \\ \Re(\sum_{i=1}^n (x_i q_i, y_i k_i, z_i h_i)) &\geq l_1 + \alpha_1(u_1 - l_1) \\ \Re(\sum_{i=1}^n (x_i d_i, y_i e_i, z_i f_i)) &\geq l_2 + \alpha_2(u_2 - l_2) \\ \sum_{i=1}^n x_i &= D, \quad \sum_{i=1}^n y_i = G, \quad \sum_{i=1}^n z_i = J \\ x_i + t_i &= c_i, \quad y_i + v_i = b_i, \quad z_i + m_i = a_i, \quad i = 1, 2, \dots, n \\ x_i \geq 0 & \quad i = 1, 2, \dots, n \\ y_i - x_i \geq 0, \quad z_i - y_i \geq 0 & \quad i = 1, 2, \dots, n \\ v_i - t_i \geq 0, \quad m_i - v_i \geq 0 & \quad i = 1, 2, \dots, n \\ 0 \leq \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3 \leq 1 & \end{aligned} \quad (7)$$

در مدل ۷ متغیر  $w_i$  وزن تابع هدف  $i$  است و  $P$  درصدی است که توابع هدف مجموعاً به مقدار بیشینه‌ی خود رسیده‌اند. این مدل توسط نرم‌افزارهای پژوهش عملیاتی از جمله Lingo قابل حل است. برای این مسئله مقدار تقاضای فازی  $(875, 900)$  و  $(850)$  منظور شده است. با وارد کردن پارامترها در مدل ۳ مدلی مانند مدل ۸ به وجود خواهد آمد:

$$\begin{aligned} Min \quad \tilde{z}_1 &= (14/5x_1 + 15/1x_2 + 13/2x_3, \dots, \dots) \\ Max \quad \tilde{z}_2 &= (0/62x_1 + 0/72x_2 + 0/68x_3, \dots, \dots) \\ Max \quad \tilde{z}_3 &= (0/79x_1 + 0/7x_2 + 0/68x_3, \dots, \dots) \\ S.T : \quad (x_1, y_1, z_1) \oplus \dots \oplus \dots &= (850, 875, 900) \\ (x_1, y_1, z_1) &\leq (300, 350, 400) \\ (x_2, y_2, z_2) &\leq (500, 525, 550) \\ (x_3, y_3, z_3) &\leq (600, 630, 650) \quad x_i \geq 0 \quad i = 1, 2, 3 \end{aligned}$$

$$y_i - x_i \geq 0, \quad z_i - y_i \geq 0 \quad i = 1, 2, 3 \quad (8)$$

با لحاظ کردن تابع رتبه‌بندی برای تابع هدف و روش ابتکاری شرح داده شده، مدل ۹ به دست خواهد آمد:

$$\begin{aligned} Min \quad \tilde{z}_1 &= 1/4(14/5x_1 + 15/1x_2 + 13/2x_3, \dots, \dots) \\ Max \quad \tilde{z}_2 &= 1/4(0/62x_1 + 0/72x_2 + 0/68x_3, \dots, \dots) \\ Max \quad \tilde{z}_3 &= 1/4(0/79x_1 + 0/7x_2 + 0/68x_3, \dots, \dots) \\ S.T : \quad x_1 + x_2 + x_3 &= 850 \\ y_1 + y_2 + y_3 &= 875 \end{aligned}$$

جدول ۱. پارامترهای فازی مدل.

هزینه	کیفیت	تحویل به موقع	ظرفیت
تأمین کننده ۱	(۰, ۶۲, ۰, ۷, ۰, ۷۵)	(۰, ۷۹, ۰, ۸۳, ۰, ۹۱)	(۳۰, ۳۵, ۰, ۴۰)
تأمین کننده ۲	(۰, ۷۲, ۰, ۸۶, ۰, ۹)	(۰, ۷, ۰, ۷۹, ۰, ۸۵)	(۵۰, ۵۲, ۵, ۵۵)
تأمین کننده ۳	(۰, ۶۹, ۰, ۷۵, ۰, ۸)	(۰, ۶۸, ۰, ۷۶, ۰, ۷۷)	(۶۰, ۶۳, ۰, ۶۵)

## ۶. نتیجه‌گیری

در دنیا امروز هر چه رقابت برای یک سازمان بیشتر باشد اهمیت فرایند خرید بیشتر می‌شود. انتخاب تأمین کننده یکی از مهم‌ترین مسائل فرایند خرید است و این پژوهش درصد بررسی این مسئله بوده است. مسئله انتخاب تأمین کننده به‌دلیل تعیین مقادار خرید از هریک از تأمین کنندگان موجود یا به عبارتی تعیین اندازه‌ی سفارش است.

مدل پیشنهادی این پژوهش یک مدل چنددهدفه است که سه هدف کمینه‌سازی مجموع هزینه خرید، بیشینه‌سازی کل کیفیت اقلام خریداری شده و بیشینه‌سازی مجموع درصد اقلامی که به موقع تحویل می‌شوند را دنبال می‌کند. در دنیا واقعی اغلب پارامترها ماهیت غیرقطعی دارند. یکی از راه‌های مواجهه با عدم قطعیت استفاده از نظریه‌ی فازی است. در این پژوهش با استفاده از این نظریه تسامی متغیرها و پارامترهای مدل به صورت اعداد فازی مثلثی تعریف شده‌اند و یک مدل فازی کامل شکل گرفته است. در نظر گرفتن تمامی اجزای مدل به صورت فازی نتایج مسئله را نیز به صورت فازی درمی‌آورد. به دست آوردن متغیر اندازه‌ی سفارش به صورت فازی حوزه‌ی تصمیم‌گیری وسیع‌تری را پیش روی سازمان قرار می‌دهد و نیز می‌تواند پاسخ‌گویی متغیر تقاضایی باشد که ماهیت آن فازی است. مهم‌ترین مزیت مدل پیشنهادی واقعی ترکدن مدل‌های موجود و تسهیل در امر تصمیم‌گیری است. مطالعات اینده به تکمیل مدل پیشنهادی، استفاده از الگوریتم‌های حل دیگر برای آن و مقایسه‌ی نتایج خواهند پرداخت.

و تحویل به موقع در نظر گرفته شده است. با حل مدل ۱۰ در نرم افزار Lingo جواب‌های مسئله عبارت خواهد بود از:

$$\begin{cases} \tilde{x}_1 = (0, 0, 25) \\ \tilde{x}_2 = (250, 275, 275) \\ \tilde{x}_3 = 50 \\ \tilde{z}_1 = (11695, 13035, 14295) \\ \tilde{z}_2 = (594, 686, 5, 746, 25) \\ \tilde{z}_3 = (583, 673, 25, 718, 5) \\ P = 7.6 \end{cases}$$

چنان‌که ملاحظه می‌شود نتایج به صورت فازی هستند. برای به دست آوردن مقادیر توابع هدف می‌توانیم اندازه‌ی سفارش را در روابط توابع هدف مدل جایگزین کنیم. یکی از مزایای استفاده از نظریه‌ی فازی این است که با تعریف متغیرها به صورت فازی، مسئله به طور قطعی نیز حل شده است. برای پی بردن به این مزیت می‌توان فقط نقاط مرکزی هر عدد فازی مثلثی را منظور کرد. عدد  $P$  نشان می‌دهد که در مجموع اهداف مسئله ۶۰ درصد به مقدار بهینه‌ی خود نزدیک شده‌اند. مشخص کردن این درصد از مزایای روش برنامه‌ریزی فازی است.

## پانوشت‌ها

1. Dempster-Shafe
2. multi criteria decision making
3. multi attribute decision making
4. multi objective decision making

## منابع (References)

1. Kara, S.S. "Supplier selection with an integrated methodology in unknown environment", *Expert Systems With Applications*, **38**, pp. 2133-2139 (2011).
2. Sanaye, A., Farid-Mousavi, S. and Yazdankhah, A. "Group decision making process for supplier selection with VIKOR under fuzzy environment", *Expert Systems With Applications*, **37**, pp. 24-30 (2010).
3. Dalalah, D., Hayajneh, M. and Batieha, F. "A fuzzy multi-criteria decision making model for supplier selection", *Expert Systems With Applications*, **38**, pp. 8384-8391 (2011).
4. Chang, B., Chang, C.W. and Wu, C.H. "Fuzzy DEMATEL method for developing supplier selection criteria", *Expert Systems With Applications*, **38**, pp. 1850-1858 (2011).
5. Deng, Y. and Chan, F.T.S. "A new fuzzy dempster MCDM method and its application in supplier selection", *Expert Systems With Applications*, **38**, pp. 9854-9861 (2011).
6. Vinodh, S., Ramiya, R.A. and Gautham, S.G. "Application of fuzzy analytic network process for supplier selection in a manufacturing organization", *Expert Systems With Applications*, **38**, pp. 272-280 (2011).

7. Chen, Y.H. and Chao, R.J. "Supplier selection using consistent fuzzy preference relations", *Expert Systems With Applications*, **39**, pp. 3233-3240 (2012).
8. Guneri, A.F., Yucel, A. and Ayyildiz, G. "An integrated fuzzy-lp approach for a supplier selection problem in supply chain management", *Expert Systems with Applications*, **36**(5), pp. 9223-9228 (2009).
9. Wu, D.D., Zhang, Y., Wu, D. and Olson, D.L. "Fuzzy multi-objective programming for supplier selection and risk modeling: A possibility approach", *European Journal of Operational Research*, **200**(3), pp. 774-787 (2010).
10. Ozkok, B.A. and Tiryaki, F. "A compensatory fuzzy approach to multi-objective linear supplier selection problem with multiple item", *Expert Systems With Applications*, **38**, pp. 11363-11368 (2011).
11. Amid, A., Ghodssy Pour, S.H. and O'Brien, C. "A fuzzy multiobjective linear model for supplier selection in a supply chain", *International Journal of Production Economics*, (104), pp. 394-407 (2006).
12. Amid, A., Ghodssy Pour, S.H. and O'Brien, C. "A weighted additive fuzzy multiobjective model for supplier selection in a supply chain under price breaks", *International Journal of Production Economics*, **121**, pp. 323-332 (2009).
13. Amid, A., Ghodssy Pour, S.H. and O'Brien, C. "A weighted max-min model for multi-objective supplier selection in a supply chain", *International Journal of Production Economics*, **131**, pp. 139-145 (2011).
14. Yucel, A. and Guneri, A.F. "A weighted additive fuzzy programming approach for multi-criteria supplier selection", *Expert Systems With Applications*, **38**, pp. 6281-6286 (2011).
15. Zadeh, L. A. "Fuzzy sets", *Information and Control*, **8**, pp. 338-353 (1965).
16. Dehghan, M., Hashemi, B. and Ghatee, M. "Computational methods for solving fully fuzzy linear systems", *Applied Mathematics and Computations*, **179**, pp. 328-343 (2006).
17. Kumar, A., Kaur, J. and Singh, P. "A new method for solving fully fuzzy linear programming problems", *Applied Mathematical Modelling*, **35**, pp. 817-823 (2011).
18. Liao, C.N. and Kao, H.P. "An integrated fuzzy TOPSIS and MCGP approach to supplier selection in supply chain management", *Expert Systems With Applications*, **38**, pp. 10803-10811 (2011).
19. Chen, Y.J. "Structured methodology for supplier selection and evaluation in a supply chain", *Information Sciences*, **181**, pp. 1651-1670 (2011).
20. Mafakheri, F., Breton, M. and Ghoniem, M. "Supplier selection-order allocation: A two-stage multiple criteria dynamic programming approach", *International Journal of Production Economics*, **132**, pp. 52-57 (2011).
21. Kreinovich, V., Lakeyev, A.V., Rohn, J. and Kahl, P.T. "Computational complexity and feasibility of data processing and interval computations", Kluwer, Dordrecht (1998).
22. Dehghan, M. and Hashemi, B. "Solution of the fully fuzzy linear systems using the decomposition procedures", *Applied Mathematics and Computation*, **182**, pp. 1568-1580 (2006).
23. Dehghan, M., Hashemi, B. and Ghatee, M. "Solution of the fully fuzzy linear systems using iterative techniques", *Chaos, Solitons and Fractals*, **34**, pp. 316-336 (2007).
24. Kumar, A., Kaur, J. and Singh, P. "Fuzzy optimal solution of fully fuzzy linear programming problems with inequality constraints", *International Journal of Mathematical and Computer Sciences*, **6**, pp. 37-41 (2010).
25. Zimmermann, H.J. "Fuzzy programming and linear programming with several Objective Functions", *Fuzzy Sets and Systems*, **1**, pp. 45-55 (1978).