Original Article

مهندسی صنایع و مدیریت شریف (تابستان ۱۳۹۳)
دوره‌ی ۱-۳۰، شماره‌ی ۱/۱، ص. ۱۰۵-۱۱۱

ارائه و حل یک مدل چندهدفه‌ی فازی کامل برای مسئله‌ی انتخاب تأمین‌کننده

مقصود امیری (دانشیار)
دانشکده‌ی مدیریت و حسابداری، دانشگاه علامه طباطبایی

امیر علیمی* (دانشجوی دکتری)
دانشکده علوم اداری و اقتصاد، دانشگاه فردوسی مشهد

amiri@atu.ac.ir
amir.alimiaghdaei@stu-um.ac.ir

مسئله‌ی انتخاب تأمین‌کننده یکی از مراحل مهم مدیریت زنجیره‌ی تأمین است و به‌دلیل برخورداری از ماهیت چندشاخصه بودن، ذهن دانشمندان زیادی را به خود مشغول کرده است. از آنجا که در دنیای واقعی متغیرها غالباً غیرقطعی‌اند این پژوهش به استفاده از نظریه‌ی فازی در مسئله‌ی انتخاب تأمین‌کننده می‌پردازد. بدین‌منظور مدلی با سه هدف کمینه‌کردن هزینه، بیشینه‌کردن کیفیت و بیشینه‌کردن تحویلِ به‌موقع با پارامترهای فازی مثلثی پیشنهاد شده است. به‌دلیل وجود محدودیت تأمین تقاضای فازی، متغیرهای اندازه‌ی سفارش نیز به‌صورت فازی تعریف شده‌اند که درنتیجه مسئله حالت فازی کامل پیدا کرده است. برای حل این مسئله‌ی چندهدفه‌ی فازی کامل از روش برنامه‌ریزی فازی استفاده شده است. با حل این مدل در یک مثال عددی، الگوریتم حل مسئله به خوبی تبیین شده است.

واژگان کلیدی: مسئله‌ی انتخاب تأمین‌کننده، عدد فازی مثلثی، مدل فازی کامل و روش برنامه‌ریزی فازی.

۱. مقدمه

«زنجیره‌ی تأمین» شبکه‌یی است متشکل از تأمین‌کنندگان، تولیدکنندگان، انبارها و کانال‌های توزیع که وظیفه‌ی آن تهیه‌ی مواد اولیه، تبدیل آن به محصولات نهایی، و توزیع این محصولات بین مشتریان است.[۱] بخش مهمی از این زنجیره به تهیه‌ی مواد اولیه از تأمین‌کنندگان اختصاص دارد. به‌دلیل رقابتی بودن بازارهای تجاری امروز انتخاب تأمین‌کننده‌ی مناسب برای تولیدکننده از اهمیت به سزایی برخوردار است. به‌همین دلیل مسئله‌ی انتخاب تأمین‌کنندگان در سال‌های اخیر ذهن دانشمندان زیادی را به خود جلب کرده است.

دسته‌یی از دانشمندان به استخراج شاخص‌های یک تأمین‌کننده‌ی خوب و رتبه‌بندی تأمین‌کنندگان با استفاده از روش‌های چندمعیاره پرداخته‌اند. برخی با تعریف پنج شاخص کیفیت، تحویل به موقع، قیمت، سطح تکنولوژی و انعطاف‌پذیری، اعداد فازی ذوزنقه‌یی را از متغیرهای بیانی استخراج کردند؛[۲] آن‌ها از روش VIKOR در حالت فازی برای رتبه‌بندی استفاده کردند. برخی دیگر مدلی مرکب از روش‌های DEMATEL و TOPSIS را با بهره‌گیری از اعداد فازی مثلثی پیشنهاد،[۳] و از ۱۷ شاخص مختلف استفاده کردند. عده‌یی دیگر نیز از روش DEMATEL در محیط فازی برای رتبه‌بندی تأمین‌کنندگان بهره جستند.[۴]

در مطالعه‌یی دیگر،[۵] پژوهش‌گران با استفاده از روش TOPSIS فازی، نظریه‌ی دمپستر ـ شیفر[۱]، شاخص‌های تحویل دیرهنگام، هزینه، عامل ریسک، و سطح عملکرد پژوهش خود را به انجام رساندند. محققی دیگر نیز با استفاده از روش TOPSIS فازی یک مدل برنامه‌ریزی تصادفی پیشنهاد کرد.[۱] در همین زمینه، نتایج حاصل از به‌کارگیری روش ANP فازی مورد تحلیل حساسیت قرار گرفت.[۶]

پژوهش‌گران از روش AHP فازی و شاخص‌های متعدد برای انتخاب تأمین‌کنندگان بهره برده‌اند.[۷] ایرادی که به اغلب مطالعات مذکور وارد است بسنده‌کردن انجام‌دهندگان آن‌ها به رتبه‌بندی تأمین‌کنندگان است. با انجام رتبه‌بندی مشخص نمی‌شود که یک تولیدکننده نیاز خود را باید از کدام‌یک از تأمین‌کنندگان و از هریک به چه میزان تأمین کند. به‌عبارت دیگر با انجامِ رتبه‌بندیِ تعداد زیادی تأمین‌کننده مشخص نمی‌شود که آیا باید فقط با بهترین آن‌ها کارکرد یا باید به دیگر تأمین‌کنندگان نیز توجه کرد. بنابراین دسته‌ی دیگری از دانشمندان از مدل‌های برنامه‌ریزی ریاضی استفاده کرده‌اند تا میزان دقیق اندازه‌ی سفارش به هر تأمین‌کننده را مشخص کنند.

در همین راستا، محققین ابتدا با استفاده از روش‌های چندشاخصه معیارهای خود را ارزیابی،[۸] و سپس مدلی تک‌هدفه طراحی کردند. در مدل آن‌ها معیارهایی چون بودجه و کیفیت در محدودیت‌ها قرار گرفته و تابع هدف «بیشینه‌سازی ارزش کلی خرید» بود. آنان مدلی با سه تابع هدف کمینه‌سازی پیشنهاد کردند[۹] و با قراردادن مواردی چون هزینه، اقلام تأخیری و برگشتی در توابع هدف، مدل خود را به روش min-max حل کردند. در پژوهشی دیگری یک مدل چندهدفه با متغیرهای قطعی طراحی[۱۰] و به روش برنامه‌ریزی فازی حل شد.[۱۰] عده‌یی دیگر نیز در

* نویسنده مسئول

تاریخ: دریافت ۱۳۹۰/۱۱/۱، اصلاحیه ۱۳۹۱/۸/۲۳، پذیرش ۱۳۹۱/۱۰/۱۸.

چند پژوهش به این موضوع پرداختند.[۱۱-۱۳] آن‌ها ابتدا در سال ۲۰۰۶ مدلی با سه هدف کمینه‌سازی هزینه، بیشینه‌سازی کیفیت و بیشینه‌سازی سطح خدمت و محدودیت تقاضا و ظرفیت پیشنهاد کردند و آن را به روش برنامه‌ریزی فازی حل کردند. در سال ۲۰۰۹ عمید و همکارانش باز هم مدلی سه‌هدفه پیشنهاد کردند و آن را به روش پژوهش گذشته‌شان حل کردند؛ با این تفاوت که توابع هدف دوم و سوم را کمینه‌سازی اقلام برگشتی و تأخیری در نظر گرفته و محدودیت‌هایی نیز اضافه کردند. آن‌ها در پژوهش دیگری در سال ۲۰۱۱ مدل پژوهش سال ۲۰۰۶ را مجدداً در نظر گرفته و آن را به روش max-min وزنی حل کردند. در تمامی پژوهش‌های مذکور، پارامترها و متغیرها در شرایط قطعی تعریف شد[۱۱،۱۲و۱۴] و فقط یک پارامتر (تقاضا) به‌صورت فازی تعریف شد. اما سؤالی که وجود دارد این است که چگونه با متغیر اندازه‌ی سفارش قطعی به تقاضای فازی جواب دهیم؟

در این پژوهش برآنیم تا مدلی پیشنهاد دهیم که تمامی پارامترها و متغیرهای آن به‌صورت فازی تعریف می‌شوند. این نوع مدل‌ها در نظریه‌ی فازی «مدل فازی کامل» نام دارند. در مدل پیشنهادی که یک مدل چندهدفه‌ی فازی کامل است متغیر اندازه‌ی سفارش نیز به‌صورت یک عدد فازی مثلثی تعریف می‌شود که می‌توانیم با به دست آوردن آن یک تقاضای فازی را برآورده کنیم. این مدل با استفاده از روش برنامه‌ریزی فازی حل خواهد شد. کلیه‌ی مراحل کارِ مدل‌سازی و حل مدل در یک مثال عددی نشان داده خواهد شد.

۲. نظریه‌ی فازی

در سال ۱۹۶۵ پروفسور زاده برای اولین بار نظریه‌ی مجموعه‌های فازی را مطرح کرد.[۱۵] این نظریه که در مقابل نظریه‌ی مسائل قطعی مطرح شده است در بسیاری از زمینه‌ها جای خود را بازکرده است. در این بخش چند تعریف اولیه از این نظریه‌ارائه می‌شود:

تعریف ۱: اگر مجموعه‌ی X را مجموعه‌ی جهانی تعریف کنیم مجموعه‌ی فازی $\tilde{A}$ از X را می‌توان با تابع عضویت خود تعریف کرد:

$$\mu_{\tilde{A}} : X \to [۰, ۱]$$

که در آن به‌ازای هر $x \in X$ تابع عضویت مجموعه‌ی فازی، یعنی $\mu_{\tilde{A}}$، یک عدد حقیقی در بازه‌ی $[۰, ۱]$ است. تابع عضویت نشان‌دهنده‌ی درجه‌ی عضویت x در $\tilde{A}$ است. یک مجموعه‌ی فازی مانند $\tilde{A}$ را می‌توان در قالب یک زوج مرتب متشکل از x و $\mu_{\tilde{A}}(x)$ نمایش داد:

$$\tilde{A} = \{(x, \mu_{\tilde{A}}(x)) \mid \ x \in X\}$$

تعریف ۲: مجموعه‌ی برش α از یک مجموعه‌ی فازی مانند $\tilde{A}$ با نمادی مانند $[\tilde{A}]_\alpha$ نمایش داده می‌شود و شامل کلیه‌ی عناصر $\tilde{A}$ است که درجه‌ی عضویت آن‌ها بزرگ‌تر یا مساوی α است:

$$\left[\tilde{A}\right]_\alpha = \{x \,|\mu_{\tilde{A}}(x) \geq \alpha \ , \alpha \in [۰, ۱]\}$$

تعریف ۳: یک مجموعه‌ی فازی مانند $\tilde{A}$ در $X = R^n$ محدب است اگر و فقط اگر تمامی مجموعه‌های برش α آن محدب باشند.

تعریف ۴: یک مجموعه‌ی فازی مانند $\tilde{A}$ را نرمال می‌نامیم اگر یک $x \in X$ وجود داشته باشد به‌طوری که $\mu_{\tilde{A}} = ۱$.

تعریف ۵: یک عدد فازی یک مجموعه‌ی فازی است که پیوسته، محدب و نرمال باشد.[۱۶]

تعریف ۶: یک عدد فازی مانند $\tilde{A} = (f, g, h)$ را یک عدد فازی مثلثی می‌نامیم اگر تابع عضویت آن چنین تعریف شده باشد:

$$\mu_{\tilde{A}}(x) = \begin{cases} \frac{x-f}{g-f}, & f \leq x \leq g \\ \frac{x-h}{g-h}, & g \leq x \leq h \\ ۰, & Otherwise. \end{cases}$$

تعریف ۷: دو عدد فازی مثلثی $\tilde{A} = (f, g, h)$ و $\tilde{B} = (p, q, r)$ مساوی‌اند اگر و فقط اگر $f = p$، $g = q$ و $r = h$.

تعریف ۸: یک عدد فازی مانند L را مثبت گوییم اگر به‌ازای هر $x < ۰$ تابع عضویت آن مساوی با صفر باشد یعنی: $\mu_L(x) = ۰$.

تعریف ۹: یک تابع مانند $\Re : F(R) \to R$ یک تابع رتبه‌بندی است که $F(R)$ شامل یک مجموعه از اعداد فازی است که روی مجموعه‌ی اعداد حقیقی تعریف شده‌اند. این تابع رتبه‌بندی یک عدد فازی را به یک عدد حقیقی تبدیل می‌کند. برای مثال اگر $\tilde{A} = (f, g, h)$ یک عدد فازی مثلثی باشد آنگاه تابع رتبه‌بندی عبارت است از: $R(\tilde{A}) = \frac{f+۲g+h}{۴}$.

تعریف ۱۰: مابین اعداد فازی عملیات‌های ریاضی نیز تعریف می‌شوند. اگر $\tilde{A} = (f, g, h)$ و $\tilde{B} = (p, q, r)$ دو عدد فازی مثلثی باشند، آنگاه این عملیات عبارت‌اند از:

الف) عملیات جمع:

$$\tilde{A} \oplus \tilde{B} = (f, g, h) \oplus (p, q, r) = (f + p, g + q, h + r)$$

ب) قرینه:

$$-\tilde{B} = -(p, q, r) = (-r, -q, -p)$$

ج) عملیات تفریق:

$$\tilde{A} - \tilde{B} = (f, g, h) - (p, q, r) = (f - r, g - q, h - p)$$

د) عملیات ضرب: اگر $\tilde{A} = (f, g, h)$ یک عدد فازی مثلثی $\tilde{B} = (x, y, z)$ یک عدد فازی مثلثی غیرمنفی باشند، آنگاه داریم.[۱۷]

$$\tilde{A} \otimes \tilde{B} \cong \begin{cases} (fx, gy, hz), & f \geq ۰ \\ (fz, gy, hz), & f < ۰, h \geq ۰ \\ (fz, gy, hx), & h < ۰. \end{cases}$$

۳. مسئله‌ی انتخاب تأمین‌کننده

۱.۳. مدل پایه

مطالعات درخصوص «مدیریت زنجیره‌ی تأمین» از دهه‌ی ۱۹۹۰ آغاز شد. بخش مهمی از این مطالعات مربوط به تعاملات تأمین‌کننده و تولیدکننده است. مسئله‌ی

همیشگی یک تولیدکننده این است که نیازش به مواد اولیه‌ی مناسب را از کدام یک از تأمین‌کنندگان تأمین کند؟ برای پاسخ به این سؤال دانشمندان زیادی دست به کار شده‌اند و مطالعات متعددی راصورت داده‌اند. نکته‌ی مهم موجود در این زمینه، تک‌شاخصه نبودن مسئله‌ی انتخاب تأمین‌کننده است. در مورد شاخص‌هایی که برای این مسئله باید منظور شود اتفاق نظری وجود ندارد و در پژوهش‌های مختلف معیارهای متعددی مورد بررسی قرارگرفته است. معیارهای هزینه، کیفیت و تحویل به موقع معیارهایی هستند که در پژوهش اغلب دانشمندان موردنظر قرارگرفته‌اند.[۱۸-۲۰] مسائل تصمیم‌گیری چندمعیاره (MCDM)[۲] به دو دسته‌ی تصمیم‌گیری چندشاخصه (MADM)[۳] و تصمیم‌گیری چندهدفه (MODM)[۴] تقسیم می‌شوند. در این پژوهش برای به دست آوردن میزان دقیق اندازه‌ی سفارش از رویکردی چندهدفه بهره برده‌ایم. با در نظر گرفتن معیارهای هزینه، کیفیت و تحویل به‌موقع می‌توانیم مدلی پایه نظیر مدل ۱ داشته باشیم.[۱۴]

$$\begin{aligned}
&Min && z_1 = \sum_{i=1}^{n} x_i p_i \\
&Max && z_1 = \sum_{i=1}^{n} x_i p_i \\
&Max && z_3 = \sum_{i=1}^{n} x_i d_i \\
&Subject\ To: && \sum_{i=1}^{n} x_i = D \\
&x_i \leq c_i && i = 1, 2, ..., n \\
&x_i \geq 0 && i = 1, 2, ..., n
\end{aligned} \qquad (1)$$

در مدل ۱، x_i متغیر تصمیم مسئله است و تعریف آن عبارت است از: تعداد واحدهای محصول که از iامین تأمین‌کننده خریداری می‌شود؛ p_i هزینه‌ی خرید هر واحد محصول از تأمین‌کننده‌ی iام است و تابع هدف اول به دنبال کمینه‌سازی مجموع هزینه‌ی خرید است. در این مدل q_i درصد سطح کیفیت تأمین‌کننده‌ی iام است و دومین تابع هدف به‌دنبال بیشینه‌سازی کل کیفیت اقلام خریداری شده است. d_i درصد اقلامی است که توسط iامین تأمین‌کننده به‌موقع تحویل می‌شوند و سومین تابع هدف به دنبال بیشینه‌سازی مجموع درصد اقلامی است که به موقع تحویل می‌شوند. D مجموع تقاضای موجود برای تولیدکننده است و مسئله باید به دنبال برآورده کردن آن باشد. c_i ظرفیت تأمین iامین تأمین‌کننده، و n تعداد تأمین‌کنندگان است. پیش‌فرض این مدل آن است که مجموع ظرفیت تأمین‌کنندگان از تقاضای محصول بیشتر است، مدل تحت این فرض دارای جواب است.

۲.۳. مدل فازی کامل

از آنجاکه در دنیای واقعی اغلب مسائل به‌صورت غیرقطعی بیان می‌شوند تصمیم‌گیری در شرایط غیرقطعی جایگاه ویژه‌یی در علوم امروز دارد. نظریه‌ی فازی یکی از راه‌هایی است که می‌توان به کمک آن مسائل را در حالت غیرقطعی مطرح کرد. در مسئله‌ی انتخاب تأمین‌کننده نیز استفاده از نظریه‌ی فازی جایگاه ویژه‌یی دارد و بسیاری از پژوهش‌ها با بهره‌گیری از این مفهوم به انجام رسیده‌اند. درمورد متغیرهای مدل ۱ در پژوهش صنایعی و همکاران[۲] متغیرهای هزینه، کیفیت و تحویل به موقع، در پژوهش عمید و همکاران[۱۲] متغیر تقاضا و در پژوهش وینود[۶] متغیر ظرفیت به‌صورت فازی تعریف شده‌اند. اما فازی کردن متغیرها اغلب در مطالعاتی کاربرد دارد که از روش چندشاخصه استفاده کرده‌اند؛ و در مطالعاتی که مدل برنامه‌ریزی ریاضی پیشنهاد داده‌اند اغلب متغیرها به‌صورت قطعی تعریف شده‌اند. تنها متغیری که در برخی از پژوهش‌ها به‌صورت فازی تعریف شده است متغیر تقاضا (D) است که به‌دلیل تعریف اندازه‌ی سفارش به‌صورت قطعی مشخص نشده است که به چه صورت تقاضای فازی با اندازه‌ی سفارش قطعی پاسخ داده می‌شود. با فازی در نظر گرفتن تمامی متغیرها و پارامترها در مدل پایه‌ی انتخاب تأمین‌کننده به مدلی مانند مدل ۲ می‌رسیم:

$$\begin{aligned}
&Min && \tilde{z}_1 = \sum_{i=1}^{n} \tilde{x}_i \otimes \tilde{p}_i \\
&Max && \tilde{z}_2 = \sum_{i=1}^{n} \tilde{x}_i \otimes \tilde{q}_i \\
&Max && \tilde{z}_3 = \sum_{i=1}^{n} \tilde{x}_i \otimes \tilde{d}_i \\
&Subject\ To: && \sum_{i=1}^{n} \tilde{x}_i = \tilde{D} \\
&\tilde{x}_i \leq \tilde{c}_i && i = 1, 2, ..., n \\
&\tilde{x}_i \geq 0 && i = 1, 2, ..., n
\end{aligned} \qquad (2)$$

تفاوت مدل ۲ با مدل ۱ فازی شدن تمامی متغیرها و پارامترهای مدل است. چنین مدلی را «مدل فازی کامل» می‌نامند. در یک مدل فازی کامل تمامی اجزا فازی‌اند و بالطبع نتایج مسئله نیز فازی خواهد بود. مدل ۲ یک مدل چندهدفه‌ی فازی کامل است و حل آن به‌سادگی صورت نمی‌پذیرد.

۴. روش حل

۱.۴. روش حل مسائل فازی کامل

مطالعات انجام شده[۲۱] نشان داده است که حل یک مسئله با ضرایب فاصله‌یی NP-hard است. در نتیجه به‌سادگی می‌توان فهمید که حل یک مسئله‌ی فازی کامل به‌دلیل داشتن ابعاد بیشتر بسیار پیچیده خواهد بود. برای حل مسائل فازی کامل دانشمندان از روش‌های ابتکاری خود بهره گرفته‌اند.[۲۲،۱۶،۲۳] برای حل مدل ۲ در این پژوهش از روش پیشنهادی کومار و همکاران[۱۷،۲۴] استفاده شده است. این دانشمندان در پژوهش سال ۲۰۱۰ خود روشی برای حل مسائل دارای محدودیت‌های نامساوی و در پژوهش سال ۲۰۱۱ خود همین روش را برای حل مسائل فازی کامل دارای محدودیت تساوی به کار گرفته‌اند. برای حل یک مدل فازی کامل مانند مدل ۲ ابتدا تمامی متغیرهای مسئله را به‌صورت اعداد فازی مثلثی تعریف می‌کنیم:

$$\begin{cases}
\tilde{x}_i = (x_i, y_i, z_i) \\
\tilde{p}_i = (p_i, r_i, s_i) \\
\tilde{q}_i = (q_i, k_i, h_i) \\
\tilde{d}_i = (d_i, e_i, f_i) \\
D = (D, G, J) \\
\tilde{c}_i = (c_i, b_i, a_i)
\end{cases}$$

با جای‌گذاری هر یک از اعداد فازی مثلثی در مدل ۲ به مدلی مانند مدل ۳ می‌رسیم.

$$\begin{aligned}
&Min && \tilde{z}_1 = \sum_{i=1}^{n} (x_i, y_i, z_i) \otimes (p_i, r_i, s_i) \\
&Max && \tilde{z}_2 = \sum_{i=1}^{n} (x_i, y_i, z_i) \otimes (q_i, k_i, h_i)
\end{aligned}$$

$$\begin{array}{ll} Max & \tilde{z}_3 = \sum_{i=1}^{n} (x_i, y_i, z_i) \otimes (d_i, e_i, f_i) \\ Subject\ To: & \sum_{i=1}^{n} (x_i, y_i, z_i) = (D, G, J) \\ (x_i, y_i, z_i) \leq (c_i, b_i, a_i) & i = 1, 2, ..., n \\ x_i \geq 0 & i = 1, 2, ..., n \\ y_i - x_i \geq 0, \quad z_i - y_i \geq 0 & i = 1, 2, ..., n \end{array} \qquad (۳)$$

مدل ۲ و مدل ۳ تفاوتی با یکدیگر ندارند و در مدل ۳ بسط مثلثی هریک از پارامترها و متغیرها نوشته شده است. در نظرگرفتن $y_i - x_i \geq 0$ و $z_i - y_i \geq 0$ به‌دلیل حفظ تابع عضویت مثلثی در نتایج مسئله است. چنان که در مدل ۳ ملاحظه می‌شود محدودیت دوم مسئله به‌صورت نامساوی است. برای تبدیل این محدودیت به تساوی متغیر کمبودی مانند $\tilde{s}_i$ را به سمت چپ آن اضافه و تعریف می‌کنیم:

$$\tilde{s}_i = (t_i, v_i, m_i)$$

هنگامی‌که در یکی از محدودیت‌ها این عبارت را داشته باشیم: $(x_i, y_i, z_i) = (c_i, b_i, a_i)$ می‌توانیم به جای آن، سه محدودیت مجزای زیر را بنویسیم:[۱۷و۲۴]

$$x_i = c_i, \quad y_i = b_i, \quad z_i = a_i.$$

با در نظرگرفتن تابع رتبه‌بندی (که در تعریف ۹ در بخش قبل به آن اشاره شد) برای توابع هدف، نوشتن محدودیت اول به‌صورتی که در رابطه‌ی فوق به آن اشاره شد و جایگزینی شکل مثلثی متغیرکمبود، مدل ۳ بازنویسی شده و مدل ۴ به دست می‌آید:

$$\begin{array}{ll} Min & \tilde{z}_1 = \Re(\sum_{i=1}^{n} (x_i, y_i, z_i) \times (p_i, r_i, s_i)) \\ Max & \tilde{z}_2 = \Re(\sum_{i=1}^{n} (x_i, y_i, z_i) \times (q_i, k_i, h_i)) \\ Max & \tilde{z}_3 = \Re(\sum_{i=1}^{n} (x_i, y_i, z_i) \times (d_i, e_i, f_i)) \\ S.T: & \sum_{i=1}^{n} x_i = D, \quad \sum_{i=1}^{n} y_i = G, \quad \sum_{i=1}^{n} z_i = J \\ \multicolumn{2}{l}{(x_i, y_i, z_i) + (t_i, v_i, m_i) = (c_i, b_i, a_i) \quad i = 1, 2, ..., n} \\ x_i \geq 0 & i = 1, 2, ..., n \\ y_i - x_i \geq 0, & z_i - y_i \geq 0 \quad i = 1, 2, ..., n \\ v_i - t_i \geq 0, & m_i - v_i \geq 0 \quad i = 1, 2, ..., n \end{array} \qquad (۴)$$

با استفاده از عملیات ضرب در اعداد فازی مثلثی (که در تعریف ۱۰ بخش قبل به آن اشاره شد) برای توابع هدف و جایگزینی محدودیت دوم با محدودیت‌های معادل، مدل مسئله به‌صورت مدل ۵ بازنویسی می‌شود:

$$\begin{array}{ll} Min & \tilde{z}_1 = \Re(\sum_{i=1}^{n} (x_i p_i, y_i r_i, z_i s_i)) \\ Max & \tilde{z}_2 = \Re(\sum_{i=1}^{n} (x_i q_i, y_i k_i, z_i h_i)) \\ Max & \tilde{z}_3 = \Re(\sum_{i=1}^{n} (x_i d_i, y_i e_i, z_i f_i)) \\ S.T: & \sum_{i=1}^{n} x_i = D, \quad \sum_{i=1}^{n} y_i = G, \quad \sum_{i=1}^{n} z_i = J \\ x_i + t_i = c_i, & y_i + v_i = b_i, \ z_i + m_i = a_i, \ i = 1, 2, ..., n \\ x_i \geq 0 & i = 1, 2, ..., n \\ y_i - x_i \geq 0, & z_i - y_i \geq 0, \ i = 1, 2, ..., n \\ v_i - t_i \geq 0, & m_i - v_i \geq 0, \ i = 1, 2, ..., n \end{array} \qquad (۵)$$

برای حل مسئله‌ی چندهدفه‌ی مدل ۵ از روش‌های مختلفی می‌توان استفاده کرد که در این پژوهش از روش برنامه‌ریزی فازی استفاده شده است.

۲.۴. روش برنامه‌ریزی فازی

برای حل مسائل چندهدفه روش‌های متعددی وجود دارد که یکی از کامل‌ترین این روش‌ها روش برنامه‌ریزی فازی است. این روش که توسط زیمرمن[۲۵] پیشنهاد شده، کارایی خود را در حل مسائل مختلف چندهدفه نشان داده است. در مسئله‌ی انتخاب تأمین‌کننده نیز از این روش در پژوهش‌های متعددی استفاده شده است.[۱۱،۱۲و۱۴] اولین گام برای حل یک مسئله به روش برنامه‌ریزی فازی به دست آوردن حدود توابع هدف است. برای این کار می‌توان هریک از توابع هدف را به‌طور جداگانه و در یک مسئله‌ی تک‌هدفه یک بار کمینه و یک‌بار بیشینه کرد. برای مسئله‌ی پیشنهادی در مدل ۵ که دارای ۳ تابع هدف است باید ۶ مدل مجزا حل کرد. یکی از این مدل‌ها در مدل ۶ ارائه شده است:

$$\begin{array}{ll} Min & \tilde{z}_3 = \Re(\sum_{i=1}^{n} (x_i d_i, y_i e_i, z_i f_i)) \\ S.T: & \sum_{i=1}^{n} x_i = D, \quad \sum_{i=1}^{n} y_i = G, \quad \sum_{i=1}^{n} z_i = J \\ x_i + t_i = c_i, & y_i + v_i = b_i, \ z_i + m_i = a_i, \ i = 1, 2, ..., n \\ x_i \geq 0 & i = 1, 2, ..., n \\ y_i - x_i \geq 0, & z_i - y_i \geq 0 \ \ i = 1, 2, ..., n \\ v_i - t_i \geq 0, & m_i - v_i \geq 0, \ i = 1, 2, ..., n \end{array} \qquad (۶)$$

مسائل کمینه‌سازی حدود پایین توابع هدف را به ما می‌دهند که آن‌ها را برای توابع هدف اول تا سوم l_1, l_2, l_3 می‌نامیم. مسائل بیشینه‌سازی حدود بالای توابع هدف را به ما می‌دهند که آن‌ها را برای توابع هدف اول تا سوم u_1, u_2, u_3 می‌نامیم. بعد از دست‌یابی به حدود توابع هدف، دومین گام تعریف تابع عضویت آن‌هاست. توابع عضویت توابع هدف به‌صورت رابطه‌های زیر تعریف شده‌اند:

$$\mu(\tilde{z}_1) = \begin{cases} 0, & \tilde{z}_1 \geq u_1 \\ \frac{u_1 - \tilde{z}_1}{u_1 - l_1} & l_1 < \tilde{z}_1 < u_1 \\ 1, & \tilde{z}_1 \leq l_1. \end{cases}$$

$$\mu(\tilde{z}_2) = \begin{cases} 0, & \tilde{z}_2 \leq l_2 \\ \frac{\tilde{z}_2 - l_2}{u_2 - l_2}, & l_2 < \tilde{z}_2 < u_2 \\ 1, & \tilde{z}_2 \geq u_2. \end{cases}$$

$$\mu(\tilde{z}_3) = \begin{cases} 0, & \tilde{z}_3 \leq l_3 \\ \frac{\tilde{z}_3 - l_3}{u_3 - l_3}, & l_3 < \tilde{z}_3 < u_3 \\ 1, & \tilde{z}_3 \geq u_3. \end{cases}$$

سومین گام مربوط به تعریف متغیر α_i است. این متغیر به‌عنوان درصد دست‌یابی تابع هدف iام به مقدار بهینه‌اش تعریف می‌شود. برای توابع هدف مسئله‌ی مدل ۵ متغیرهای $\alpha_1, \alpha_2, \alpha_3$ تعریف می‌شوند. رابطه‌ی این متغیرها با هر تابع هدف چنین بیان‌شده است:

$$\alpha_1 = \min\left(\mu(\tilde{z}_1)\right) \rightarrow \alpha_1 \leq \mu(\tilde{z}_1) \rightarrow \alpha_1 \leq \frac{u_1 - \tilde{z}_1}{u_1 - l_1}$$
$$\alpha_2 = \min\left(\mu(\tilde{z}_2)\right) \rightarrow \alpha_2 \leq \mu(\tilde{z}_2) \rightarrow \alpha_2 \leq \frac{\tilde{z}_2 - l_2}{u_2 - l_2}$$
$$\alpha_3 = \min\left(\mu(\tilde{z}_3)\right) \rightarrow \alpha_3 \leq \mu(\tilde{z}_3) \rightarrow \alpha_3 \leq \frac{\tilde{z}_3 - l_3}{u_3 - l_3}$$

با قرار دادن نامساوی‌های مذکور در محدودیت‌ها و بیشینه ساختن مجموع وزنی متغیرهای α_i به مدلی مانند مدل ۷ می‌رسیم:

$$\begin{array}{ll}
Max & P = w_1\alpha_1 + w_2\alpha_2 + w_3\alpha_3 \\
S.T: & \Re\left(\sum_{i=1}^{n} (x_i p_i, y_i r_i, z_i s_i)\right) \leq u_1 - \alpha_1(u_1 - l_1) \\
 & \Re\left(\sum_{i=1}^{n} (x_i q_i, y_i k_i, z_i h_i)\right) \geq l_2 + \alpha_2(u_2 - l_2) \\
 & \Re\left(\sum_{i=1}^{n} (x_i d_i, y_i e_i, z_i f_i)\right) \geq l_3 + \alpha_3(u_3 - l_3) \\
\sum_{i=1}^{n} x_i = D, & \sum_{i=1}^{n} y_i = G, \quad \sum_{i=1}^{n} z_i = J \\
x_i + t_i = c_i, & y_i + v_i = b_i, \quad z_i + m_i = a_i, \quad i = 1, 2, \ldots, n \\
x_i \geq 0 & i = 1, 2, \ldots, n \\
y_i - x_i \geq 0, & z_i - y_i \geq 0 \quad i = 1, 2, \ldots, n \\
v_i - t_i \geq 0, & m_i - v_i \geq 0 \quad i = 1, 2, \ldots, n \\
0 \leq \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3 \leq 1 &
\end{array} \tag{7}$$

در مدل ۷ متغیر w_i وزن تابع هدف iام است و P درصدی است که توابع هدف مجموعاً به مقدار بهینه‌ی خود رسیده‌اند. این مدل توسط نرم‌افزارهای پژوهش عملیاتی از جمله Lingo قابل حل است. برای این مسئله مقدار تقاضای فازی (۹۰۰، ۸۷۵، ۸۵۰) منظور شده است. با وارد کردن پارامترها در مدل ۳ مدلی مانند مدل ۸ به وجود خواهد آمد:

$$\begin{array}{ll}
Min & \tilde{z}_1 = (14/5x_1 + 15/1x_2 + 13/2x_3, \ldots, \ldots) \\
Max & \tilde{z}_2 = (0/62x_1 + 0/72x_2 + 0/68x_3, \ldots, \ldots) \\
Max & \tilde{z}_3 = (0/79x_1 + 0/7x_2 + 0/68x_3, \ldots, \ldots) \\
S.T: & (x_1, y_1, z_1 \oplus \ldots \oplus \ldots = (850, 875, 900) \\
 & (x_1, y_1, z_1) \leq (300, 350, 400) \\
 & (x_2, y_2, z_2) \leq (500, 525, 550) \\
 & (x_3, y_3, z_3) \leq (600, 630, 650) \quad x_i \geq 0 \quad i = 1, 2, 3 \\
\multicolumn{2}{l}{y_i - x_i \geq 0, \quad z_i - y_i \geq 0 \quad i = 1, 2, 3}
\end{array} \tag{8}$$

با لحاظ کردن تابع رتبه‌بندی برای توابع هدف و روش ابتکاری شرح داده شده، مدل ۹ به دست خواهد آمد:

$$\begin{array}{ll}
Min & \tilde{z}_1 = 1/4(14/5x_1 + 15/1x_2 + 13/2x_3 + \ldots) \\
Max & \tilde{z}_2 = 1/4(0/62x_1 + 0/72x_2 + 0/68x_3 + \ldots) \\
Max & \tilde{z}_3 = 1/4(0/79x_1 + 0/7x_2 + 0/68x_3 + \ldots) \\
S.T: & x_1 + x_2 + x_3 = 850 \\
 & y_1 + y_2 + y_3 = 875 \\
 & z_1 + z_2 + z_3 = 900 \\
 & (x_1, y_1, z_1) + (t_1, v_1, m_1) = (300, 350, 400) \\
 & (x_2, y_2, z_2) + (t_2, v_2, m_2) = (500, 525, 550) \\
 & (x_3, y_3, z_3) + (t_3, v_3, m_3) = (600, 630, 650) \\
 & x_i \geq 0, \quad i = 1, 2, 3 \\
 & y_i - x_i \geq 0, \quad z_i - y_i \geq 0 \quad i = 1, 2, 3 \\
 & v_i - t_i \geq 0, \quad m_i - v_i \geq 0, \quad i = 1, 2, 3
\end{array} \tag{9}$$

۵. مثال عددی

شرکتی قصد دارد سه تأمین‌کننده‌ی موجود را ارزیابی کرده و اندازه‌ی سفارش از هر کدام از آن‌ها را تعیین کند. برای این کار سه شاخص هزینه، کیفیت و تحویل به‌موقع در نظر گرفته شده است. اطلاعات مندرج در جدول ۱ بیانگر اندازه‌ی فازی هریک از پارامترهای مدل است که می‌توان آن‌ها را از متغیرهای بیانی که تصمیم‌گیرنده‌ها منظور می‌کنند به دست آورد.

برای حل مدل چندهدفه‌ی ۹ به روش برنامه‌ریزی فازی حدود توابع هدف باید محاسبه شود که برای این کار هر تابع هدف باید به‌طور جداگانه یک‌بار کمینه و یک‌بار بیشینه شود. حدود تابع هدف اول عبارت‌اند از: [۱۳۸۳۹, ۱۲۶۷۰]. حدود تابع هدف دوم عبارت‌اند از: [۷۰۴/۷۵, ۶۴۰/۷۵]. حدود تابع هدف سوم نیز عبارت‌اند از: [۶۸۹, ۶۵۵/۶]. با جای‌گذاری حدود در مدل ۷ و استفاده از مدل ۹، مدل ۱۰ به دست خواهد آمد.

$$\begin{array}{l}
Max \;\; P = w_1\alpha_1 + w_2\alpha_2 + w_3\alpha_3 \\
S.T: \\
\quad 1/4(14{,}5x_1 + 15{,}1x_2 + 13{,}2x_3 + \ldots) \leq 13839 - 1169\alpha_1 \\
\quad 1/4(0{,}62x_1 + 0{,}72x_2 + 0{,}68x_3 + \ldots) \geq 640{,}75 + 64\alpha_2 \\
\quad 1/4(0{,}79x_1 + 0{,}7x_2 + 0{,}68x_3 + \ldots) \geq 655{,}6 + 33{,}4\alpha_3 \\
x_1 + x_2 + x_3 = 850 \\
y_1 + y_2 + y_3 = 875 \\
z_1 + z_2 + z_3 = 900 \\
\\
x_1 + t_1 = 300, y_1 + v_1 = 350, z_1 + m_1 = 400 \\
x_2 + t_2 = 500, y_2 + v_2 = 525, z_2 + m_2 = 550 \\
x_3 + t_3 = 600, y_3 + v_3 = 630, z_3 + m_3 = 650 \\
x_i \geq 0, \quad i = 1, 2, 3 \\
y_i - x_i \geq 0, \quad z_i - y_i \geq 0, \quad i = 1, 2, 3 \\
v_i - t_i \geq 0, \quad m_i - v_i \geq 0 \quad i = 1, 2, 3 \\
0 \leq \alpha_1, \alpha_2, \alpha_3 \leq 1
\end{array} \tag{10}$$

وزن‌توابع هدف را می‌توان متفاوت منظور کرد که این امر بستگی به نظر تصمیم‌گیرنده دارد. در این مسئله وزن‌های (۰٫۱۹، ۰٫۳۵، ۰٫۴۶) برای توابع هدف هزینه، کیفیت

جدول ۱. پارامترهای فازی مدل.

	هزینه	کیفیت	تحویل به موقع	ظرفیت
تأمین‌کننده ۱	(۱۴/۵،۱۵،۱۶)	(۰/۶۲،۰/۷،۰/۷۵)	(۰/۷۹،۰/۸۳،۰/۹۱)	(۳۰۰،۳۵۰،۴۰۰)
تأمین‌کننده ۲	(۱۵/۱،۱۶/۲،۱۷/۸)	(۰/۷۲،۰/۸۶،۰/۹)	(۰/۷،۰/۷۹،۰/۸۵)	(۵۰۰،۵۲۵،۵۵۰)
تأمین‌کننده ۳	(۱۳/۲،۱۴/۳،۱۵)	(۰/۶۹،۰/۷۵،۰/۸)	(۰/۶۸،۰/۷۶،۰/۷۷)	(۶۰۰،۶۳۰،۶۵۰)

و تحویل به موقع در نظر گرفته شده است. با حل مدل ۱۰ در نرم افزار Lingo ۱۱/۰ جواب‌های مسئله عبارت خواهد بود از:

$$\begin{cases} \tilde{x}_1 = (0, 0, 25) \\ \tilde{x}_2 = (250, 275, 275) \\ \tilde{x}_3 = \tilde{600} \\ \tilde{z}_1 = (11695, 13035, 14295) \\ \tilde{z}_2 = (594, 686/5, 746/25) \\ \tilde{z}_3 = (583, 673/25, 718/5) \\ P = \%60 \end{cases}$$

چنان‌که ملاحظه می‌شود نتایج به‌صورت فازی هستند. برای به دست آوردن مقادیر توابع هدف می‌توانیم اندازه‌ی سفارش را در روابط توابع هدف مدل جایگزین کنیم. یکی از مزایای استفاده از نظریه‌ی فازی این است که با تعریف متغیرها به‌صورت فازی، مسئله به‌طور قطعی نیز حل شده است. برای پی بردن به این مزیت می‌توان فقط نقاط مرکزی هر عدد فازی مثلثی را منظور کرد. عدد P نشان می‌دهد که در مجموع اهداف مسئله ۶۰ درصد به مقدار بهینه‌ی خود نزدیک شده‌اند. مشخص‌کردن این درصد از مزایای روش برنامه‌ریزی فازی است.

۶. نتیجه‌گیری

در دنیای امروز هر چه رقابت برای یک سازمان بیشتر باشد اهمیت فرایند خرید بیشتر می‌شود. انتخاب تأمین‌کننده یکی از مهم‌ترین مسائل فرایند خرید است و این پژوهش درصدد بررسی این مسئله بوده است. مسئله انتخاب تأمین‌کننده به‌دنبال تعیین مقدار خرید از هریک از تأمین‌کنندگان موجود یا به عبارتی تعیین اندازه‌ی سفارش است.

مدل پیشنهادی این پژوهش یک مدل چندهدفه است که سه هدف کمینه‌سازی مجموع هزینه‌ی خرید، بیشینه‌سازی کل کیفیت اقلام خریداری‌شده و بیشینه‌سازی مجموع درصد اقلامی که به موقع تحویل می‌شوند را دنبال می‌کند. در دنیای واقعی اغلب پارامترها ماهیت غیرقطعی دارند. یکی از راه‌های مواجهه با عدم قطعیت استفاده از نظریه‌ی فازی است. در این پژوهش با استفاده از این نظریه تمامی متغیرها و پارامترهای مدل به‌صورت اعداد فازی مثلثی تعریف شده‌اند و یک مدل فازی کامل شکل گرفته است. در نظر گرفتن تمامی اجزای مدل به‌صورت فازی نتایج مسئله را نیز به‌صورت فازی درمی‌آورد. به دست آوردن متغیر اندازه‌ی سفارش به‌صورت فازی حوزه‌ی تصمیم‌گیری وسیع‌تری را پیش روی سازمان قرار می‌دهد و نیز می‌تواند پاسخ‌گوی متغیر تقاضایی باشد که ماهیت آن فازی است. مهم‌ترین مزیت مدلِ پیشنهادی واقعی‌ترکردن مدل‌های موجود و تسهیل در امر تصمیم‌گیری است. مطالعات آینده به تکمیل مدل پیشنهادی، استفاده از الگوریتم‌های حل دیگر برای آن و مقایسه‌ی نتایج خواهند پرداخت.

پانوشت‌ها

1. Dempster-Shafe
2. multi criteria decision making
3. multi attribute decision making
4. multi objective decision making

منابع (References)

1. Kara, S.S. "Supplier selection with an integrated methodology in unknown environment", *Expert Systems With Applications*, **38**, pp. 2133-2139 (2011).

2. Sanayei, A., Farid-Mousavi, S. and Yazdankhah, A. "Group decision making process for supplier selection with VIKOR under fuzzy environment", *Expert Systems With Applications*, **37**, pp. 24-30 (2010).

3. Dalalah, D., Hayajneh, M. and Batieha, F. "A fuzzy multi-criteria decision making model for supplier selection", *Expert Systems With Applications*, **38**, pp. 8384-8391 (2011).

4. Chang, B., Chang, C.W. and Wu, C.H. "Fuzzy DEMATEL method for developing supplier selection criteria", *Expert Systems With Applications*, **38**, pp. 1850-1858 (2011).

5. Deng, Y. and Chan, F.T.S. "A new fuzzy dempster MCDM method and its application in supplier selection", *Expert Systems With Applications,* **38**, pp. 9854-9861 (2011).

6. Vinodh, S., Ramiya, R.A. and Gautham, S.G. "Application of fuzzy analytic network process for supplier selection in a manufacturing organization", *Expert Systems With Applications*, **38**, pp. 272-280 (2011).

7. Chen, Y.H. and Chao, R.J. "Supplier selection using consistent fuzzy preference relations", *Expert Systems With Applications*, **39**, pp. 3233-3240 (2012).
8. Guneri, A.F., Yucel, A. and Ayyildiz, G. "An integrated fuzzy-lp approach for a supplier selection problem in supply chain management", *Expert Systems with Applications*, **36**(5), pp. 9223-9228 (2009).
9. Wu, D.D., Zhang, Y., Wu, D. and Olson, D.L. "Fuzzy multi-objective programming for supplier selection and risk modeling: A possibility approach", *European Journal of Operational Research,* **200**(3), pp. 774-787 (2010).
10. Ozkok, B.A. and Tiryaki, F. "A compensatory fuzzy approach to multi-objective linear supplier selection problem with multiple item", *Expert Systems With Applications,* **38**, pp. 11363-11368 (2011).
11. Amid, A., Ghodsypour, S.H. and O'Brien, C. "A fuzzy multiobjective linear model for supplier selection in a supply chain", *International Journal of Production Economics*, (104), pp. 394-407 (2006).
12. Amid, A., Ghodsypour, S.H. and O'Brien, C. "A weighted additive fuzzy multiobjective model for supplier selection in a supply chain under price breaks", *International Journal of Production Economics*, **121**, pp. 323-332 (2009).
13. Amid, A., Ghodsypour, S.H. and O'Brien, C. "A weighted max-min model for multi-objective supplier selection in a supply chain", *International Journal of Production Economics,* **131**, pp. 139-145 (2011).
14. Yucel, A. and Guneri, A.F. "A weighted additive fuzzy programming approach for multi-criteria supplier selection", *Expert Systems With Applications*, **38**, pp. 6281-6286 (2011).
15. Zadeh, L. A. "Fuzzy sets", *Information and Control*, **8**, pp. 338-353 (1965).
16. Dehghan, M., Hashemi, B. and Ghatee, M. "Computational methods for solving fully fuzzy linear systems", *Applied Mathematics and Computations*, **179**, pp. 328-343 (2006).
17. Kumar, A., Kaur, J. and Singh, P. "A new method for solving fully fuzzy linear programming problems", *Applied Mathematical Modelling*, **35**, pp. 817-823 (2011).
18. Liao, C.N. and Kao, H.P. "An integrated fuzzy TOPSIS and MCGP approach to supplier selection in supply chain management", *Expert Systems With Applications*, **38**, pp. 10803-10811 (2011).
19. Chen, Y.J. "Structured methodology for supplier selection and evaluation in a supply chain", *Information Sciences*, **181**, pp. 1651-1670 (2011).
20. Mafakheri, F., Breton, M. and Ghoniem, M. "Supplier selection-order allocation: A two-stage multiple criteria dynamic programming approach", *International Journal of Production Economics*, **132**, pp. 52-57 (2011).
21. Kreinovich, V., Lakeyev, A.V., Rohn, J. and Kahl, P.T. "Computational complexity and feasibility of data processing and interval computations", Kluwer, Dordrecht (1998).
22. Dehghan, M. and Hashemi, B. "Solution of the fully fuzzy linear systems using the decomposition procedures", *Applied Mathematics and Computation,* **182**, pp. 1568-1580 (2006).
23. Dehghan, M., Hashemi, B. and Ghatee, M. "Solution of the fully fuzzy linear systems using iterative techniques", *Chaos, Solitons and Fractals,* **34**, pp. 316-336 (2007).
24. Kumar, A., Kaur, J. and Singh, P. "Fuzzy optimal solution of fully fuzzy linear programming problems with inequality constraints", *International Journal of Mathematical and Computer Sciences,* **6**, pp. 37-41 (2010).
25. Zimmermann, H.J. "Fuzzy programming and linear programming with several Objective Functions", *Fuzzy Sets and Systems*, **1**, pp. 45-55 (1978).