مهندسی صنایع و مدیریت شریف، (تابستان ۱۳۹۳)
دوره‌ی ۱-۳۰، شماره‌ی ۱/۱، ص. ۱۱۳-۱۱۹، (یادداشت فنی)

Research Note

یک رویکرد کنترل تطبیقی جدید برای پایش پروفایل‌های خطی چندگانه

امیرحسین امیری * **(استادیار)**
محمد حسنی‌انبوهی (کارشناس ارشد)
گروه مهندسی صنایع، دانشگاه شاهد

در سال‌های اخیر پایش پروفایل‌ها، که در آن کیفیت محصول یا عملکرد فرایند به‌وسیله‌ی رابطه‌ی رگرسیونی بین یک متغیر پاسخ و یک یا چند متغیر مستقل توصیف می‌شود، مورد توجه محققین قرار گرفته است. این رابطه در پروفایل‌ها انواع مختلفی دارد ــ نظیر رگرسیون خطی ساده، رگرسیون خطی چندگانه، رگرسیون غیرخطی و رگرسیون مبتنی بر مدل‌های خطی تعمیم‌یافته ــ که برای پایش آنها روش‌هایی ارائه شده است. از سوی دیگر، محققین روش‌های تطبیقی[۱] مختلفی برای بهبود عملکرد نمودارهای کنترل در کشف شیفت‌های پدید آمده در پارامترهای مدل به کار گرفته‌اند. در این نوشتار نیز به‌طور خاص بر نمودار کنترل میانگین متحرک موزون نمایی چندمتغیره (MEWMA)[۲] برای پایش پروفایل‌های خطی چندگانه متمرکز شده و با تطبیقی‌کردن ضریب هموارسازی عملکرد روش را بهبود بخشیده‌ایم. این بهبود از طریق مطالعات شبیه‌سازی و مقایسه‌ی معیار متوسط طول دنباله[۳] در قالب دو مثال نشان داده شده است.

واژگان کلیدی: نمودار کنترل تطبیقی، پروفایل، میانگین متحرک موزون نمایی چندمتغیره، متوسط طول دنباله.

amiri@shahed.ac.ir
m.hasani@ shahed.ac.ir

۱. مقدمه

کنترل فرایند آماری[۴] در پایش فرایندهای مختلف صنعتی کاربرد گسترده‌یی دارد. بیشتر پژوهش‌های انجام‌شده در حوزه‌ی SPC، بر نمودارهای کنترل متمرکز است و فرض شده که کیفیت یک فرایند یا محصول می‌تواند به‌طور مناسبی به‌وسیله‌ی توزیع یک یا چند مشخصه کیفی توصیف شود؛ اما در بسیاری از کاربردها، کیفیت یک محصول یا عملکرد یک فرایند را می‌توان به‌وسیله‌ی یک رابطه‌ی خطی بین یک متغیر پاسخ و یک یا چند متغیر مستقل بهتر توصیف کرد. محققین این رابطه را «پروفایل» می‌نامند. در پایش پروفایل‌ها، رابطه‌های رگرسیون متفاوتی بین متغیر پاسخ و یک یا چند متغیر مستقل در نظر گرفته شده است، نظیر رگرسیون خطی ساده، رگرسیون خطی چندگانه یا چندجمله‌یی، رگرسیون غیرخطی و رگرسیون مبتنی بر مدل‌های خطی تعمیم‌یافته. بیشترین کاربرد پروفایل‌ها در بحث‌های مربوط به کالیبراسیون است. یکی از کاربردهای پایش پروفایل‌های خطی در بررسی کالیبراسیون در صنایع ساخت نیمه‌هادی معرفی شده است.[۱] همچنین با استفاده از پایش پروفایل‌ها، پایداری (تحت کنترل بودن) منحنی‌های کالیبراسیون خطی در ترکیب دو ماده‌ی شیمیایی بررسی شده است.[۲] پژوهش‌گران در کالیبراسیون خطی رنگ‌نگاری یون چندسطحی به‌منظور پایش پایداریِ پاسخ ابزار و تناوب مناسب کالیبراسیون از پایش پروفایل‌ها استفاده کردند.[۳] یکی دیگر از کاربرد پروفایل‌ها اندازه‌گیری یک متغیر در نقاط مختلف یک محصول است. به‌عنوان مثالی از این کاربرد، رابطه‌ی بین چگالی عمودی تخته‌های نئوپان و عمق‌های مختلف به‌صورت یک پروفایل غیرخطی مطرح شد.[۴]

محققین روش‌های متعددی برای انواع پروفایل‌ها ــ ازجمله برای پایش پروفایل‌های خطی ساده،[۱و۶] پایش پروفایل‌های خطی چندگانه،[۷و۸] پایش پروفایل‌های خطی چندجمله‌یی،[۹و۱۰] پایش پروفایل‌های لجستیک[۱۱] و پایش پروفایل‌های غیرخطی[۱۲و۱۳]ــ توسعه داده‌اند. درخصوص انواع پروفایل‌ها و روش‌های پایش آنها مطالعات و مقالات متعددی منتشر شده است.[۱۴-۱۶] از طرف دیگر ادبیات نمودارهای کنترل برای پایش مشخصه‌های کیفی تک‌متغیره و چندمتغیره نشان می‌دهد که چنانچه پارامترهای نمودار کنترل شامل اندازه نمونه[۵] (n)، فاصله‌ی زمانی بین نمونه‌ها[۶] (h)، ضریب حدود کنترل[۷] (k)، یا سایر پارامترها (به‌عنوان مثال ضریب هموارسازی[۸] در نمودار کنترل EWMA) ثابت در نظر گرفته شود، نمودارهای کنترل در کشف تغییرات کوچک تا متوسط عملکرد خوبی از خود نشان نمی‌دهند. لذا روشی تحت عنوان «روش تطبیقی» توسط محققین مطرح شد تا عملکرد نمودارهای کنترل تقویت شود. این بدان معناست که پارامترهای نمودارهای کنترل را می‌توان بسته به شرایط تغییر داد. نمودارهای کنترل مجهز به روش‌های تطبیقی را «نمودارهای کنترل تطبیقی[۹]» می‌نامند. در دهه‌های اخیر نمودارهای کنترل تطبیقی بسیاری مورد استفاده قرار گرفته‌اند. درخصوص این نمودارها مقالاتی نیز ارائه شده است.[۱۷-۲۳] روش‌های تطبیقی در حوزه‌ی پایش پروفایل‌ها نیز مد نظر قرار گرفته که جمع‌بندی آنها در جدول ۱ ارائه شده است. در این جدول مقالات مرتبط برحسب نوع پروفایل،

* نویسنده مسئول
تاریخ: دریافت ۱۳۹۰/۹/۱۶، اصلاحیه ۱۳۹۰/۱۲/۱۳، پذیرش ۱۳۹۱/۱/۲۹.

جدول ۱. مقالات در زمینه روش‌های تطبیقی در پایش پروفایل‌ها.

عنوان مقاله و سال	فاز	نمودار کنترلی	نوع پروفایل	روش تطبیقی	نوع طراحی
[۲۴]	۲	EWMA۳	خطی ساده	ضریب هموارسازی	آماری
[۲۵]	۲	EWMA۳	خطی ساده	فاصله‌ی نمونه‌گیری متغیر*	آماری
[۷]	۲	MEWMA	خطی چندگانه	فاصله‌ی نمونه‌گیری متغیر	آماری
[۲۶]	۲	ELR	خطی ساده	فاصله‌ی نمونه‌گیری متغیر	آماری

* variable sampling interval

روش تطبیقی به کار گرفته شده، نوع نمودار کنترل، نوع فاز و نوع طراحی دسته‌بندی شده‌اند.

به‌طور کلی استفاده از نمودارهای کنترل برای پایش فرایندها در دو فاز ۱ و ۲ صورت می‌گیرد. در فاز ۱ پارامترهای فرایند نامعلوم‌اند و هدف بررسی پایداری فرایند و برآورد پارامترهای نامعلوم است. این در حالی است که هدف از فاز ۲ کشف شیفت در زودترین زمان ممکن است و پارامترهای فرایند معلوم فرض می‌شود. تمرکز این نوشتار به‌طور خاص بر نمودار کنترل MEWMA[۷] برای پایش پروفایل‌های خطی چندگانه در فاز ۲ بوده و با تطبیقی کردن ضریب هموارسازی نمودار کنترل MEWMA، عملکرد روش در کشف شیفت در پارامترهای رگرسیون بهبود داده شده است. عملکرد روش پیشنهادی با استفاده از شبیه‌سازی و مقایسه‌ی متوسط طول دنباله با عملکرد نمودار کنترل MEWMA از طریق دو مثال عددی مورد بررسی قرار گرفته است.

در این نوشتار ابتدا در مورد نمودار کنترل میانگین متحرک موزون نمایی چندمتغیره[۷] توضیح داده می‌شود (بخش ۲). سپس در بخش ۳ رویکرد پیشنهادی برای تطبیقی‌کردن نمودار کنترل MEWMA ارائه می‌شود. در بخش ۴ نیز عملکرد روش پیشنهادی و نمودار کنترل غیر تطبیقی[۷] مقایسه می‌شود. و در نهایت، نتیجه‌گیری ارائه خواهد شد.

۲. نمودار کنترل میانگین متحرک موزون نمایی چندمتغیره

در این بخش توضیحی درخصوص نمودار کنترل MEWMA[۷] برای پایش پروفایل خطی چندگانه ارائه می‌شود. در این روش فرض می‌شود که iامین نمونه‌ی تصادفی به‌صورت $(\mathbf{X_i}, \mathbf{y_i})$ است، که در آن $\mathbf{y_i}$ برداری شامل n_i مشاهده و $\mathbf{X_i}$ یک ماتریس $n_i \times p$، $(n_i > p)$ است. وقتی که فرایند تحت کنترل آماری است، پروفایل خطی چندگانه چنین نوشته می‌شود:

$$\mathbf{y}_i = \mathbf{X}_i\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon}_i, \qquad (۱)$$

که در آن $\boldsymbol{\beta} = (\beta_1, \beta_2, ..., \beta_p)^T$ بردار ضرایب p بعدی و $\boldsymbol{\varepsilon}_i$ها یک بردار تصادفی نرمال چندمتغیره با میانگین ۰ و ماتریس کواریانس $\sigma^2\mathbf{I}$ هستند که مستقل و هم توزیع‌اند. بدون این که خللی در محاسبات وارد شود، برای در نظرگرفتن پارامتر عرض از مبدأ در محاسبات، بردار ستونی $\mathbf{1}_{n_i\times 1}$ را به اولین ستون ماتریس $\mathbf{X}_i$ اضافه می‌کنیم. در اینجا فرض شده است که n_iها برابر و مساوی n و $\mathbf{X}_i$ها برای مقادیر مختلف i ثابت و برابر $\mathbf{X}$ هستند. زمانی که پروفایل خطی چندگانه‌ی رابطه‌ی ۱ پایش می‌شود $p+1$ پارامتر شامل p ضریب رگرسیون (β) و انحراف استاندارد (σ) باید به‌طور همزمان کنترل شوند. طراحان این روش[۷] یک مشخصه‌ی کیفی به‌صورت $\mathbf{z}_i = (\mathbf{z}_i(\beta), \mathbf{z}_i(\sigma))$ را تعریف کرده و آن را با نمودار MEWMA کنترل می‌کنند. در این مشخصه‌ی کیفی $\mathbf{z}_i(\beta)$ و $\mathbf{z}_i(\sigma)$ به‌ترتیب به‌صورت رابطه‌های ۲ و ۳ تعریف می‌شوند و دارای این خاصیت هستند که تغییر تعداد سطوح (n) تأثیری روی حد کنترل بالای نمودار نمی‌گذارد:

$$\mathbf{z}_i(\beta) = \frac{\hat{\boldsymbol{\beta}}_i - \boldsymbol{\beta}}{\sigma}, \qquad (۲)$$

$$\mathbf{z}_i(\sigma) = \phi^{-1}\left\{F\left(\frac{(n-p)\hat{\sigma}_i^2}{\sigma^2}; n-p\right)\right\}, \qquad (۳)$$

در رابطه‌های فوق:

$$\hat{\sigma}_i^2 = \frac{1}{n-p}\left(\mathbf{y}_i - \mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}}_i\right)^{\mathrm{T}}\left(\mathbf{y}_i - \mathbf{X}\hat{\boldsymbol{\beta}}_i\right), \qquad (۴)$$

$$\hat{\boldsymbol{\beta}}_i = (\mathbf{X}^T\mathbf{X})^{-1}\mathbf{X}^T\mathbf{y}_i, \qquad (۵)$$

همچنین $\phi^{-1}(0)$ معکوس تابع توزیع تجمعی نرمال استاندارد و $F(0;v)$ تابع توزیع مجذور کا با ν درجه آزادی است. وقتی که فرایند تحت کنترل آماری است، مشخصه‌ی کیفی $\mathbf{z}_i$ یک توزیع نرمال $p+1$ متغیره با بردار میانگین صفر و ماتریس کواریانس $\sum = \begin{pmatrix}(\mathbf{X}^T\mathbf{X})^{-1} & 0\\ 0 & 1\end{pmatrix}$ دارد. آماره‌ی نمودار کنترل MEWMA چنین تعریف می‌شود:

$$\mathbf{w}_i = \lambda\mathbf{z}_i + (1-\lambda)\mathbf{w}_{i-1}, \qquad i = 1, 2, ..., \qquad (۶)$$

که در آن $\mathbf{w}_0$ بردار آغازین $p+1$ بعدی است و مقدار آن در اینجا برابر با بردار صفر است؛ λ نیز ضریب هموارسازی نمایی است. نمودار کنترل MEWMA زمانی هشدار می‌دهد که:

$$U_i = \mathbf{w}_i^T\boldsymbol{\Sigma}^{-1}\mathbf{w}_i > L\frac{\lambda}{2-\lambda}, \qquad (۷)$$

در رابطه‌ی ۷ $L(>0)$ طوری تنظیم می‌شود که متوسط طول دنباله تحت کنترل خاصی به دست آید. لازم به ذکر است در حال حاضر سه روش کلی برای محاسبه‌ی ARL وجود دارد که عبارت‌اند از: روش زنجیره‌ی مارکوف،[۲۷-۳۰] روش انتگرال‌گیری[۳۱-۳۳] و روش شبیه‌سازی رایانه‌یی.[۳۴-۳۵] روشی که ما در اینجا برای محاسبه‌ی ARL به‌کار می‌گیریم، روش شبیه‌سازی رایانه‌یی است. علاوه بر این روش‌ها، روش‌های تقریبی دیگری نیز مورد توجه بوده است.[۳۶]

۳. روش پیشنهادی: نمودار کنترل میانگین متحرک موزون نمایی چندمتغیره‌ی تطبیقی[۱۰]

برای طراحی یک نمودار کنترل MEWMA طراحان باید یک مقدار منطقی برای ضریب هموارسازی (λ) انتخاب کنند. ضریب هموارسازی در نمودار کنترل میانگین

متحرک موزون نمایی چندمتغیره همواره عددی بین صفر و ۱ است و هرچه مقدار این ضریب به عدد صفر نزدیک‌تر باشد، نمودارکنترل MEWMA درکشف شیفت‌های کوچک بهتر عمل می‌کند؛ برعکس هرچه این عدد به ۱ نزدیک‌تر باشد نمودار در کشف شیفت‌های بزرگ بهتر عمل خواهد کرد.

هدف اصلی، انتخاب مقداری مناسب بین مقادیر بزرگ و کوچک λ است که درنتیجه به‌عنوان راه حلی ساده می‌توان مقدار ضریب هموارسازی ثابت (λ) را با یک ضریب هموارسازی وابسته به خطای پیش‌بینی در پارامترهای مدل جایگزین کرد، به‌طوری که وقتی شیفت‌های کوچک در پارامترهای مدل رخ می‌دهد این ضریب نیز مقدار کوچکی به خود بگیرد و درصورتی که شیفت‌های بزرگ در پارامترهای مدل رخ دهند، مقدار ضریب هموارسازی بزرگ شود تا از این طریق بتوان هم شیفت‌های کوچک و هم شیفت‌های بزرگ را سریع‌تر کشف کرد. علاوه بر این، این ضریب باید مقداری بین صفر و ۱ به خود بگیرد؛ لذا آماره‌ی نمودارکنترل تطبیقی MEWMA به‌صورت رابطه‌ی ۸ تعریف می‌شود، به‌طوری که با انتخاب یک مقدار کوچک برای λ عملکرد روش پیشنهادی در کشف شیفت‌های کوچک شبیه به نمودار کنترل MEWMA [۷] می‌شود و با افزایش شیفت در پارامترهای مدل مقدار ضریب هموارسازی نیز تعدیل می‌شود (افزایش می‌یابد) تا عملکرد روش بهبود یابد:

$$\mathbf{w}_j = \theta \mathbf{z}_j + (1-\theta)\,\mathbf{w}_{j-1}, \qquad j = 1, 2\ldots, \tag{۸}$$

$\mathbf{w}_0$ برابر مقدار ۰ و ضریب هموارسازی جدید θ است که به‌وسیله‌ی رابطه‌ی ۹ به‌صورت زیر به دست می‌آید:

$$\theta = 1 - \frac{1-\lambda}{\max(1, (\mathbf{z}_j^T - \mathbf{w}_{j-1}^T)\boldsymbol{\Sigma}^{-0.5}\boldsymbol{\gamma})}, \tag{۹}$$

در رابطه‌ی فوق γ یک بردار $(p+1)\times 1$ از مقادیر ثابت است که مقدار آن از طریق سعی و خطا در شبیه‌سازی به دست می‌آید تا ضمن کسب ARL تحت کنترل ۲۰۰، بهترین عملکرد نمودار درکشف شیفت‌های ایجاد شده در پارامترهای فرایند به دست آید. مشاهده می‌شود که وقتی ارزش قدر مطلق خطای پیش‌بینی[۱۱] ــ یعنی $(\mathbf{z}_j^T - \mathbf{w}_{j-1}^T)\boldsymbol{\Sigma}^{-0.5}$ ــ کوچک است، رابطه‌ی max در مخرج مقدار ۱ را اتخاذ می‌کند و درنتیجه مقدار θ برابر λ و آماره‌ی نمودارکنترل AMEWMA مشابه آماره‌ی نمودار کنترل MEWMA [۷] می‌شود. به‌علاوه، زمانی که مقدار خطای پیش‌بینی استاندارد شده بزرگ شود (به سمت بی‌نهایت برود)، مقدار مخرج رابطه بزرگ‌تر شده و درنتیجه θ افزایش می‌یابد تا عملکرد نمودار را درکشف شیفت‌های متوسط تا بزرگ بهبود بخشد. در نهایت مقدار θ به سمت ۱ همگرا می‌شود و درنتیجه، نمودارکنترل MEWMA به یک نمودارکنترل شوهارت تبدیل می‌شود. نمودار کنترل AMEWMA نیز مشابه نمودار کنترل MEWMA زمانی هشدار می‌دهد که رابطه‌ی ۷ برقرار باشد.

۴. مقایسه‌ی عملکرد

در این بخش از طریق دو مثال، و محاسبه‌ی معیار ARL تحت سناریوهای مختلف، عملکرد نمودارکنترل پیشنهادی (AMEWMA) با نمودارکنترل MEWMA [۷] مقایسه شده است. در مثال اول یک پروفایل خطی ساده در نظر گرفته شده و مثال دوم به بررسی عملکرد دو روش در پایش یک پروفایل خطی چندگانه می‌پردازد.

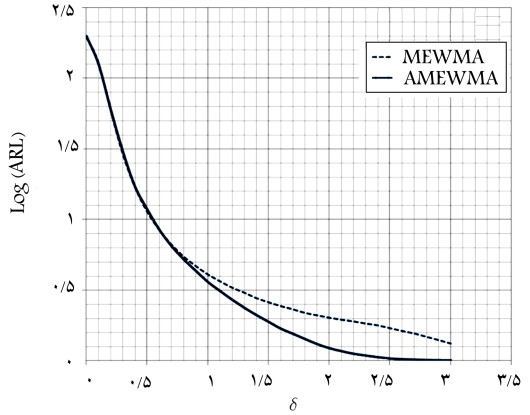
مثال ۱. در این مثال یک پروفایل خطی ساده مشابه پروفایل خطی ساده ذکر شده در مقاله‌ی کنگ و آلباین[۱] و زو و همکاران[۷] استفاده شده است. در این مثال $\sigma^2 = 1$، $\beta_0 = 3$، $\beta_1 = 2$، $\mathbf{x}_i = (2, 4, 6, 8)$، $\boldsymbol{\gamma} = (3/5, 3/5, 7)$، و ضریب هموارسازی ($\lambda$) برابر با ۰٫۲ انتخاب شده است. درنتیجه رابطه‌ی پروفایل چنین نشان داده می‌شود:

$$y_{ij} = 3 + 2\mathbf{x}_i + \varepsilon_{ij},$$

مقدار L با شبیه‌سازی برای نمودارکنترل AMEWMA برابر ۱۳ و برای نمودار کنترل MEWMA برابر ۱۱٫۸۴ انتخاب شده است تا متوسط طول دنباله‌ی تحت کنترل در هر دو روش MEWMA و AMEWMA یکسان و برابر ۲۰۰ شود. متوسط طول دنباله‌ی خارج از کنترل نمودارهای MEWMA و AMEWMA به‌وسیله‌ی ۱۰،۰۰۰ شبیه‌سازی (که در ادبیات موضوع کنترل فرایند آماری معمولاً از این تعداد شبیه‌سازی استفاده شده که منجر به نتایجی با خطای کم خواهد شد) تحت شیفت‌های ایجاد شده در σ، β_1 و β_0 محاسبه و در جدول ۲ خلاصه شده است.

در این شبیه‌سازی برای تنظیم مقدار ضریب حد کنترل ابتدا فرض کرده‌ایم که فرایند تحت کنترل آماری است و هیچ انحراف بادلیلی در فرایند رخ نداده است، سپس با قرار دادن یک مقدار مشخص برای ضریب حد کنترل، شروع به نمونه‌گیری در شبیه‌سازی کرده‌ایم و تعداد تکرارها را تا این که مقدار آماره هر بار نمونه‌گیری خارج از حد کنترل قرار بگیرد ثبت و میانگین ۱۰،۰۰۰ بار تکرار این عمل را به‌عنوان خروجی ARL در نظر گرفته و با سعی و خطا در مقادیر مختلف L به مقدار ARL تحت کنترل ۲۰۰ دست پیدا کرده‌ایم. همچنین در این مثال، منحنی ARL نمودارهای کنترل MEWMA و AMEWMA تحت شیفت‌های ایجاد شده در عرض از مبدأ، شیب و انحراف معیار پروفایل خطی ساده به‌ترتیب در شکل‌های ۱ تا ۳ ارائه شده است. لازم به ذکر است که به‌منظور وضوح اشکال مربوط به منحنی‌های ARL شیفت در β_1، β_0 و σ روی محور yها از $\log(\mathrm{ARL})$ به‌جای ARL استفاده شده است. نتایج نشان می‌دهد که نمودارکنترل تطبیقی پیشنهادی AMEWMA درکشف شیفت‌های کوچک همانند نمودارکنترل MEWMA [۷] عمل می‌کند. ولی درکشف شیفت‌های متوسط تا بزرگ در عرض از مبدأ، شیب و انحراف معیار پروفایل خطی ساده بهتر از نمودارکنترل MEWMA [۷] عمل می‌کند.

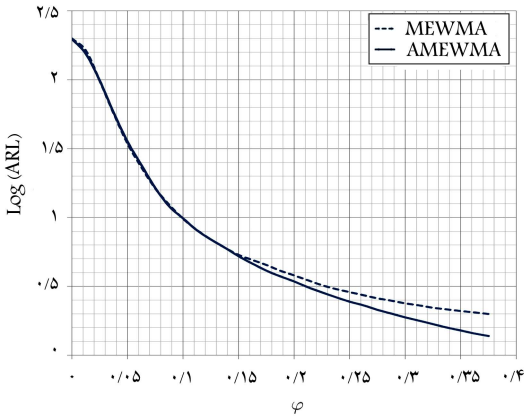
مثال ۲. در این مثال عملکرد دو روش MEWMA و AMEWMA را با استفاده از یک پروفایل خطی چندگانه مورد بررسی قرار می‌دهیم. بدین‌منظور از مثال ارائه شده در مطالعه‌یی دیگر در این خصوص[۲۷] استفاده شده است. در این مثال $P = 5$، $n = 8$ و $\sigma^2 = 1$ پارامترهای پروفایل خطی چندگانه برابر $\beta_0 = 3$، $\beta_1 = 2$،



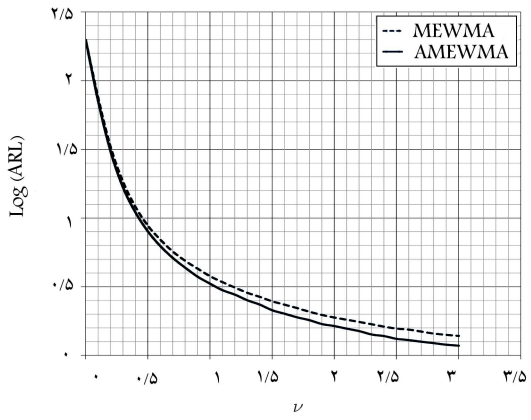
شکل ۱. منحنی ARL شیفت‌های ایجاد شده در عرض از مبدأ پروفایل خطی ساده از $\boldsymbol{\beta_0}$ به $\boldsymbol{\beta_0 + \delta\sigma}$.

جدول ۲. مقایسه‌ی ARL بین نمودارهای کنترل MEWMA و AMEWMA برای کشف شیفت‌های $\delta\sigma$، $\varphi\sigma$ و $\nu\sigma$ به‌ترتیب در پارامترهای β_0، β_1 و σ.

β_0			β_1			σ		
δ	AMEWMA	MEWMA	φ	AMEWMA	MEWMA	ν	AMEWMA	MEWMA
۰	۱۹۸٫۹	۱۹۸٫۷۴	۰	۱۹۷٫۱۱	۱۹۸٫۹۱	۰	۱۹۷٫۸۹	۱۹۶٫۵۷
۰٫۱	۱۲۵٫۶۳	۱۳۰٫۲۴	۰٫۰۱۲۵	۱۵۳٫۶۹	۱۶۲٫۱۳	۰٫۱	۷۱٫۰۱	۷۴٫۸۷
۰٫۲	۶۰٫۰۹۳	۶۰	۰٫۰۲۵۰	۹۸٫۲۳	۹۷٫۹	۰٫۲	۳۰٫۵۹	۳۲٫۸۱
۰٫۳	۲۹٫۳۵	۲۹٫۴۳	۰٫۰۳۷۵	۵۷٫۶۱	۵۶٫۸۴	۰٫۳	۱۶٫۷	۱۸٫۳۱
۰٫۴	۱۷٫۰۴	۱۷٫۰۵	۰٫۰۵	۳۵٫۴۶	۳۴٫۳۹	۰٫۴	۱۰٫۹۸	۱۲٫۰۴
۰٫۵	۱۱٫۳۱	۱۱٫۴۶	۰٫۰۶۲۵	۲۳٫۹۶	۲۳٫۱۳	۰٫۵	۷٫۹۸	۸٫۷۸
۰٫۶	۸٫۴۷	۸٫۴۹	۰٫۰۷۵	۱۶٫۳۳	۱۶٫۲۲	۰٫۶	۶٫۲۴	۶٫۹۵
۰٫۷	۶٫۴۸	۶٫۶۹	۰٫۰۸۷۵	۱۲٫۰۴	۱۲٫۳۲	۰٫۷	۵٫۱۱	۵٫۷
۰٫۸	۵٫۲۱	۵٫۴۹	۰٫۱	۹٫۸۳	۹٫۷۷	۰٫۸	۴٫۳۴	۴٫۸۷
۱	۳٫۶	۴٫۰۹	۰٫۱۲۵	۶٫۹۱	۶٫۹۲	۱	۳٫۳۲	۳٫۷۶
۱٫۲	۲٫۶۹	۳٫۳	۰٫۱۵	۵٫۲۲	۵٫۳۴	۱٫۲	۲٫۷۶۵	۳٫۱۱
۱٫۴	۲٫۰۹	۲٫۷۸	۰٫۱۷۵	۴٫۱	۴٫۵۱	۱٫۴	۲٫۳۳	۲٫۶۶
۱٫۶	۱٫۶۸	۲٫۴۴	۰٫۲	۳٫۴۲	۳٫۷۹	۱٫۶	۲	۲٫۳۳
۱٫۸	۱٫۴۲	۲٫۱۹	۰٫۲۲۵	۲٫۸۵	۳٫۲۲	۱٫۸	۱٫۸	۲٫۰۷
۲	۱٫۲۲	۲٫۰۲	۰٫۲۵	۲٫۴۴	۲٫۸۶	۲	۱٫۶۳	۱٫۸۸
۲٫۲	۱٫۱۱	۱٫۹	۰٫۲۷۵	۲٫۱۳	۲٫۵۸	۲٫۲	۱٫۴۹	۱٫۷۵
۲٫۶	۱٫۰۲	۱٫۶۳	۰٫۲۲۵	۱٫۶۷	۲٫۲	۲٫۶	۱٫۲۹	۱٫۵۳
۲٫۴	۱٫۰۵۶	۱٫۷۸	۰٫۳	۱٫۸۷	۲٫۳۷	۲٫۴	۱٫۳۸	۱٫۶۱
۲٫۸	۱	۱٫۴۸	۰٫۳۵	۱٫۵۱	۲٫۰۹	۲٫۸	۱٫۲۲	۱٫۴۳
۳	۱	۱٫۳۲	۰٫۳۷۵	۱٫۳۷	۱٫۹۹	۳	۱٫۱۷	۱٫۳۸



شکل ۲. منحنی ARL شیفت‌های ایجاد شده در شیب پروفایل خطی ساده از β_1 به $\beta_1 + \varphi\sigma$.



شکل ۳. منحنی ARL شیفت‌های ایجاد شده در انحراف معیار پروفایل خطی ساده از σ به $\nu\sigma$.

$\beta_1 = ۱$، $\beta_2 = ۱$ و $\gamma = (۵/۵, ۵/۵, ۵/۵, ۵/۵, ۹)$ است. ضریب هموارسازی (λ) نیز مانند مثال قبل برابر با ۰٫۲ انتخاب شده است. مقدار L نیز مانند رویه‌ی مثال قبل، برای نمودارکنترل AMEWMA برابر با ۱۶٫۲۴ و برای نمودارکنترل MEWMA برابر با ۱۵٫۷ انتخاب شده است تا متوسط طول دنباله‌ی تحت کنترل دو نمودارکنترل MEWMA و AMEWMA در حالت پروفایل خطی چندگانه برابر با ۲۰۰ شود. در نتیجه رابطه‌ی پروفایل خطی چندگانه چنین نشان داده می‌شود:

$$y_{ij} = ۳ + ۲\mathbf{x}_{i۱} + \mathbf{x}_{i۲} + \mathbf{x}_{i۳} + \varepsilon_{ij},$$

مقادیر $\mathbf{X}$ در قالب ماتریس طراحی[۱۲] زیر نشان داده شده است:

$$\mathbf{X}^{\mathrm{T}} = \begin{pmatrix} ۱ & ۱ & ۱ & ۱ & ۱ & ۱ & ۱ & ۱ \\ ۲ & ۴ & ۶ & ۸ & ۲ & ۴ & ۶ & ۸ \\ ۱ & ۴ & ۳ & ۲ & ۱ & ۴ & ۳ & ۲ \\ ۱ & ۳ & ۲ & ۴ & ۱ & ۳ & ۲ & ۴ \end{pmatrix}$$

برای هر دو نمودارکنترل AMEWMA و MEWMA از طریق ۱۰۰۰۰ شبیه‌سازی متوسط طول دنباله‌ی خارج ازکنترل تحت شیفت‌های مختلف برحسب سیگما در پارامترهای β_0، β_1، β_2، β_3 و σ به دست آمده و نتایج آن در جدول ۳ خلاصه شده است. چنان‌که مشاهده می‌شود، روش پیشنهادی درکشف شیفت‌های کوچک

جدول ۳. مقایسه‌ی ARL بین نمودارهای کنترل MEWMA و AMEWMA برای کشف شیفت‌های $\delta\sigma$، $\varphi\sigma$، $\tau\sigma$، $\zeta\sigma$ و $\nu\sigma$ به ترتیب در پارامترهای β_0، β_1، β_2، β_3 و σ.

β_0			β_1			β_2			β_3			σ		
δ	*	**	φ	*	**	τ	*	**	ζ	*	**	ν	*	**
۰٫۰	۱۹۹٫۴	۱۹۸٫۹۷	۰٫۰	۱۹۸٫۳۱	۱۹۶٫۶۳	۰٫۰	۱۹۹٫۵۱	۱۹۷٫۷۶	۰٫۰	۲۰۱٫۸۵	۱۹۷٫۴	۰٫۰	۱۹۹٫۶۲	۱۹۷٫۹۹
۰٫۱	۱۰۷٫۷	۱۰۹٫۱۳	۰٫۰۱۲۵	۱۴۱٫۱	۱۴۱٫۳۱	۰٫۰۱۲۵	۱۷۹٫۳۷	۱۸۲٫۲۶	۰٫۰۱۲۵	۱۷۷٫۷۹	۱۸۱٫۴۷	۰٫۱	۵۵٫۵۴	۵۷٫۸
۰٫۲	۴۰٫	۴۰٫۲۴	۰٫۰۲۵	۷۶٫۱۳	۷۶٫۲۷	۰٫۰۲۵	۱۴۳٫۹۱	۱۴۵٫۴	۰٫۰۲۵	۱۴۰٫۶	۱۴۴٫۲۵	۰٫۲	۲۱٫۰۲	۲۱٫۳۷
۰٫۳	۱۹٫۰۷	۱۹٫۴۸	۰٫۰۳۷۵	۳۹٫۲۹	۳۹٫۵۸	۰٫۰۳۷۵	۱۰۶٫۱	۱۰۶٫۳۳	۰٫۰۳۷۵	۱۰۶٫۷۸	۱۰۶٫۷۸	۰٫۳	۱۱٫۲۳	۱۱٫۵۶
۰٫۴	۱۰٫۹۵	۱۰٫۸۶	۰٫۰۵	۲۲٫۲۴	۲۲٫۲۵	۰٫۰۵	۷۵٫۴۵	۷۵٫۳۸۹	۰٫۰۵	۷۶٫۱	۷۶٫۱۴	۰٫۴	۷٫۳۵	۷٫۷۰
۰٫۵	۷٫۴۴	۷٫۵۶	۰٫۰۶۲۵	۱۴٫۷۲	۱۴٫۹۱	۰٫۰۶۲۵	۵۳٫۷۶	۵۴٫۲۲	۰٫۰۶۲۵	۵۳٫۷۲	۵۳٫۸۵	۰٫۵	۵٫۴۳	۵٫۸۳
۰٫۶	۵٫۴۳	۵٫۷۸	۰٫۰۷۵	۱۰٫۴۸	۱۰٫۵	۰٫۰۷۵	۳۹٫۵۹	۳۹٫۶۹	۰٫۰۷۵	۳۸٫۷۳	۳۸٫۸۶	۰٫۶	۴٫۳۱	۴٫۶۱
۰٫۷	۴٫۳۱	۴٫۶۹	۰٫۰۸۷۵	۷٫۹۷	۸٫۰۷	۰٫۰۸۷۵	۲۹٫۱۷۹	۲۹٫۲۵	۰٫۰۸۷۵	۲۸٫۸۶	۲۸٫۷	۰٫۷	۳٫۵۹	۳٫۸۶
۰٫۸	۳٫۴۷	۳٫۹۸	۰٫۱	۶٫۵۱	۶٫۵۸	۰٫۱	۲۲٫۲۱	۲۲٫۴۵	۰٫۱	۲۲٫۶۳	۲۲٫۷۵	۰٫۸	۳٫۱۱	۳٫۳۵
۰٫۹	۲٫۸۷	۳٫۴۶	۰٫۱۱۲۵	۵٫۴	۵٫۵۶	۰٫۱۱۲۵	۱۸٫۲	۱۷٫۵۲	۰٫۱۱۲۵	۱۷٫۴۸	۱۷٫۵۷	۰٫۹	۲٫۷	۲٫۹۴
۱	۲٫۴۳	۳٫۰۷	۰٫۱۲۵	۴٫۵۸	۴٫۸۸	۰٫۱۲۵	۱۴٫۲۲	۱۴٫۴	۰٫۱۲۵	۱۴٫۳۵	۱۴٫۴۹	۱	۲٫۴۳	۲٫۶۴
۱٫۲	۱٫۷۸	۲٫۵۴	۰٫۱۵	۳٫۵۳	۳٫۸۶	۰٫۱۵	۱۰٫۲۳	۱۰٫۳۹	۰٫۱۵	۱۰٫۵	۱۰٫۵	۱٫۲	۲٫۰۴	۲٫۱۹
۱٫۴	۱٫۳۸	۲٫۲۱	۰٫۱۷۵	۲٫۸۳	۳٫۲۲	۰٫۱۷۵	۷٫۹۵	۸٫۰۸	۰٫۱۷۵	۷٫۹۹	۸٫۰۶	۱٫۴	۱٫۷۷	۱٫۸۹
۱٫۶	۱٫۱۶	۲٫۰۲	۰٫۲	۲٫۳۳	۲٫۷۹	۰٫۲	۶٫۴۱	۶٫۵۷	۰٫۲	۶٫۳۹	۶٫۶۳	۱٫۶	۱٫۵۶	۱٫۶۶
۱٫۸	۱٫۰۶	۱٫۸۹	۰٫۲۲۵	۱٫۹۵	۲٫۴۸	۰٫۲۲۵	۵٫۳۱	۵٫۵۶	۰٫۲۲۵	۵٫۳۵	۵٫۵۸	۱٫۸	۱٫۴۳	۱٫۴۸
۲	۱٫۰۱۶	۱٫۷۴	۰٫۲۵	۱٫۶۶	۲٫۲۴	۰٫۲۵	۴٫۴۹	۴٫۸۴	۰٫۲۵	۴٫۵۳	۴٫۸۵	۲	۱٫۳۱	۱٫۳۸
۲٫۲	۱	۱٫۵۲	۰٫۲۷۵	۱٫۴۱	۲٫۰۹	۰٫۲۷۵	۳٫۹۳	۴٫۲۸	۰٫۲۷۵	۳٫۹۴	۴٫۲۹	۲٫۲	۱٫۲۳	۱٫۲۸
۲٫۴	۱	۱٫۳۱	۰٫۳	۱٫۲۷	۱٫۹۸	۰٫۳	۳٫۴۲	۳٫۸۳	۰٫۳	۳٫۴۵	۳٫۸۴	۲٫۴	۱٫۱۷	۱٫۲
۲٫۶	۱	۱٫۱۵	۰٫۳۲۵	۱٫۱۵	۱٫۹	۰٫۳۲۵	۳٫۰۲	۳٫۵۱	۰٫۳۲۵	۳٫۰۷	۳٫۵۱	۲٫۶	۱٫۱۳	۱٫۱۵
۲٫۸	۱	۱٫۰۵	۰٫۳۵	۱٫۰۹	۱٫۸	۰٫۳۵	۲٫۷	۳٫۲۳	۰٫۳۵	۲٫۷۱	۳٫۲۳	۲٫۸	۱٫۱	۱٫۱۲
۳	۱	۱٫۰۱	۰٫۳۷۵	۱٫۰۴	۱٫۶۸	۰٫۳۷۵	۲٫۴۲	۲٫۹۷	۰٫۳۷۵	۲٫۴۵	۳	۳	۱٫۰۷	۱٫۰۹

*: AMEWMA **: MEWMA

همانند نمودارکنترل MEWMA [۷] عمل می‌کند ولی درکشف شیفت‌های متوسط تا بزرگ ایجاد شده در پارامترهای β_0، β_1، β_2، β_3 و σ عملکرد بهتری نسبت به نمودارکنترل MEWMA [۷] دارد.

۵. نتیجه‌گیری

در این نوشتار یک نمودارکنترل تطبیقی MEWMA ارائه شد که در آن ضریب هموارسازی به‌صورت تطبیقی در نظرگرفته شد تا عملکرد نمودارکنترل MEWMA پیشنهاد شده توسط زو و همکاران[۷] را درکشف شیفت‌های متوسط تا بزرگ در پایش پروفایل‌های خطی چندگانه در فاز ۲ بهبود دهد. در روش ارائه شده مقدار ضریب هموارسازی (λ) با افزایش شیفت از طریق بزرگ شدن خطای پیش‌بینی زیاد می‌شود تا عملکرد نمودار MEWMA درکشف شیفت‌های متوسط تا بزرگ در پارامترهای رگرسیون بهبود یابد. به‌عبارت دیگر وقتی مقدار شیفت بزرگ می‌شود، ضریب هموارسازی بزرگ و نمودارکنترل MEWMA به نمودارکنترل شوهارت نزدیک شده و این باعث می‌شود که عملکرد آن درکشف شیفت‌های متوسط تا بزرگ بهبود یابد؛ اما هنگامی که شیفت‌های کوچک در پارامترهای رگرسیون رخ دهد، نمودار پیشنهادی همانند نمودارکنترل MEWMA در حالت غیر تطبیقی عمل می‌کند. یعنی زمانی که مقدار شیفت کوچک است مقادیر ضریب هموارسازی همان مقدار ابتدایی را به خود می‌گیرد و این باعث می‌شود که عملکرد نمودارکنترل میانگین متحرک موزون نمایی چندمتغیره‌ی تطبیقی در کشف شیفت‌های کوچک همانند نمودارکنترل MEWMA در حالت غیر تطبیقی باشد. عملکرد روش پیشنهادی (AMEWMA) در مقایسه با MEWMA پیشنهادی محققین[۷] از طریق شبیه‌سازی و مقایسه‌ی متوسط طول دنباله مورد بررسی قرار گرفت. نتایج نشان داد که عملکرد روش پیشنهادی به‌طور قابل ملاحظه درکشف شیفت‌های متوسط تا بزرگ در نظر گرفته شده در پارامترهای پروفایل‌های خطی ساده و چندگانه بهتر از روش MEWMA پیشنهادی محققین[۷] است.

بررسی سایر روش‌های تطبیقی نظیر VSS و VSSI به‌صورت جداگانه یا همزمان با ضریب هموارسازی تطبیقی، استفاده از نمودارکنترل مجزا از سایر پارامترها برای پایش واریانس و همچنین استفاده از توان یا ریشه‌یی از خطای پیش‌بینی در رابطه‌ی ۹ برای حساسیت بیشتر به انحرافات به وجود آمده، در پایش پروفایل‌های خطی به‌وسیله‌ی نمودارکنترل MEWMA می‌تواند به‌عنوان مطالعات آتی در این راستا پیشنهاد شود.

پانوشت‌ها

1. adaptive
2. multivariate exponentially weighted moving average (MEWMA)
3. average run length (ARL)
4. statistical process control (SPC)
5. sample size
6. sampling interval
7. control limits coefficient
8. smoothing constant
9. adaptive control chart
10. adaptive multivariate exponentially weighted moving average (AMEWMA)
11. prediction error
12. design matrix

منابع (References)

1. Kang, L. and Albin, S.L. "On-Line monitoring when the process yields a linear profile", *Journal of Quality Technology*, **32**, pp. 418-426 (2000).
2. Mestek, O., Pavlik, J. and Suchánek, M. "Multivariate control charts: Control charts for calibration curves", *Journal of Analytical Chemistry*, **350**, pp. 344-351 (1994).
3. Stover, F.S. and Brill, R.V. "Statistical quality control applied to I on chromatography calibrations", *Journal of Chromatography*, **804**, pp. 37-43 (1998).
4. Young, T.M., Winistorfer, P.M. and Wang, S. "Multivariate control charts of MDF and OSB vertical density profile attributes", *Forest product journal*, **49**, pp. 79-86 (1999).
5. Kim, K., Mahmoud, M.A. and Woodall, W.H. "On the monitoring of linear profiles", *Journal of Quality Technology*, **35**, pp.317-328 (2003).
6. Mahmoud, M.A. and Woodall, W.H. "Phase I analysis of linear profiles with calibration applications", *Technometrics*, **46**, pp. 380-391 (2004).
7. Zou, C., Tsung, F. and Wang, Z. "Monitoring general linear profiles using multivariate exponentially weighted moving average schemes", *Technometrics*, **49**, pp. 395-408 (2007).
8. Mahmoud, M.A. "Phase I analysis of multiple linear regression profiles", *Communications in Statistics-Simulation and Computation*, **37**, pp. 2106-2130 (2008).
9. Kazemzadeh, R.B., Noorossana, R. and Amiri, A. "Phase I monitoring of polynomial profiles", *Communications in Tatistics - Theory and Methods*, **37**, pp. 1671-1686 (2008).
10. Kazemzadeh, R.B., Noorossana, R. and Amiri, A. "Monitoring polynomial profiles in quality control applications", *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, **42**, pp. 703-712 (2009).
11. Yeh, A.B., Huwang, L. and Li, Y.M. "Profile monitoring for a binary response", *IIE Transactions, Institute of Industrial Engineers*, **41**, pp. 931-941 (2009).
12. Williams, J.D., Woodall, W.H. and Birch, J.B. "Statistical monitoring of nonlinear product and process quality profiles", *Quality and Reliability Engineering International*, **23**, pp. 925-941 (2007).
13. Vaghefi, A., Tajbakhsh, S.D. and Noorossana, R. "Phase II monitoring of nonlinear profiles", *Communications in Statistics - Theory and Methods*, **38**, pp. 1834-1851 (2009).
14. Woodall, W.H., Spitzner, D.J., Montgomery, D.C. and Gupta, S. "Using control charts to monitor process and product quality profiles", *Journal of Quality Technology*, **36**, pp. 309-320 (2004).
15. Woodall, W.H. "Current research on profile monitoring", *Revista Producão*, **17**, pp. 420-425 (2007).
16. Noorossana, R., Saghaei, A. and Amiri, A., *Statistical Analysis of Profile Monitoring*, John Wiley and Sons, Inc. (2011).
17. Tagaras, G. "A survey of recent developments in the design of adaptive control charts", *Journal of Quality Technology*, **30**, pp. 212-231 (1998).
18. Lin, Y.C. and Chou, C.Y. "Adaptive X control charts with sampling at fixed times", *Journal of Quality and Reliability Engineering International*, **21**, pp. 163-175 (2005).
19. DeMagalhaes, M.S., Costa, A.F.B. and MouraNeto, F.D. "A hierarchy of adaptive X control charts", *International Journal of Production Economics*, **119**, pp. 271-283 (2009).
20. Yang, S.F. and Su, H.C. "Adaptive control schemes for two dependent process steps", *Journal of Loss Prevention in the Process Industries*, **20**, pp. 15-25 (2007).
21. Chen, Y., Hsieh, K. and Chang, C. "Economic design of the VSSI X control charts for correlated data", *International Journal of Production Economics*, **107**, pp. 528-539 (2007).
22. Lin, Y.C. and Chou, C.Y. "Non-normality and the variable parameters X control charts", *European Journal of Operational Research*, **176**, pp. 361-373 (2007).
23. Mahmoud, M. and Zahran, A. "A multivariate adaptive exponentially weighted moving average control chart", *Communication in Statistics Theory and Methods*, **39**, pp. 606-625 (2010).
24. Capizzi, G. and Masarotto, G. "Linear profile monitoring using an adaptive EWMA control chart", IEEE International Conference on Industrial Engineering and Engineering Management, pp. 1425-1429 (2010).
25. Li, Z. and Wang, W. "An exponentially weighted moving average scheme with variable sampling intervals for monitoring linear profiles", *Computers & Industrial Engineering*, **59**, pp. 630-637 (2010).
26. Zhang, J., Li, Z. and Wang, Z. "Control chart based on likelihood ratio for monitoring linear profiles", *Computational Statistics and Data Analysis,* **53**, pp. 1440-1448 (2009).
27. Brook, D. and Evans, D.A. "An approach to the probability distribution of CUSUM run length", *Biometrika,* **59**, pp. 539-549 (1972).

28. Costa, A.F.B. "X-bar chart with variable parameters", *Journal of Quality Technology*, **31**, pp. 408-416 (1999).

29. Zhao, Y., Tsung, F. and Wang, Z.J. "Dual CUSUM scheme for detecting the range shift in the mean", *IIE Transactions*, **37**, pp. 1047-1058 (2005).

30. Capizzi, G. and Masarotto, G. "An adaptive exponentially weighted moving average control chart", *Technometrics*, **45**, pp. 199-207 (2003).

31. Woodall, W.H. "The distribution of the run length of One-sided CUSUM procedures for continuous random variables", *Technometrics*, **25**, pp. 295-301 (1983).

32. Wetherill, G.B. and Brown, D.W., *Statistical Process Control*, Chapman and Hall (1991).

33. Jones, L.A., Champ, C.W. and Rigdon, S.E. "The run length distribution of the CUSUM with estimated parameters", *Journal of Quality Technology*, **36**, pp. 95-108 (2004).

34. Sparks, R.S. "CUSUM charts for signaling varying locations shifts", *Journal of Quality Technology*, **32**, pp. 157-171 (2000).

35. Gan, F.F. "Exponentially weighted moving average control charts with reflecting boundaries", *Journal of Statistical Computation and Simulation*, **46**, pp. 45-67 (1993).

36. Reynolds, M. R., JR. "An approximation to the average run length in cumulative sum control charts", *Technometrics*, **17**, pp. 65-71 (1975).

37. Amiri, A., Eyvazian, M., Zou, C. and Noorossana, R. "A parameters reduction method for monitoring multiple linear regression profiles", *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, **58**, pp. 621-629 (2012).