مهندسی صنایع و مدیریت شریف، (تابستان ۱۳۹۳)
دوره‌ی ۱ - ۳۰، شماره‌ی ۱/۲، ص. ۸۹-۹۹، (یادداشت فنی)

Research Note

روشی جدید برای ارزیابی عملکرد سبد سهام در مدل میانگین، واریانس و چولگی با استفاده از تکنیک تحلیل پوششی داده‌ها (مطالعه‌ی موردی: بازار بورس ایران)

اسماعیل علی‌نژاد * **(دانشجوی کارشناسی ارشد)**
یحیی زارع مهرجردی (دانشیار)
دانشکده‌ی مهندسی صنایع، دانشگاه یزد

تصمیم‌گیری برای سرمایه‌گذاری یک‌پارچه و کارا یکی از پیچیده‌ترین و پرچالش‌ترین موضوعات مدیریت و تحلیل سرمایه‌گذاری است. از نظر مارکویتز، یک پورتفولیوی کارا سبد سهامی است که در سطح مشخصی از بازده، کم‌ترین ریسک را دارد. در این نوشتار کاربرد مدل میانگین ـ واریانس ـ چولگی (MVS)، به‌جای مدل میانگین ـ واریانس (MV) مارکویتز، به‌منظور سنجش کارایی پیشنهاد می‌شود. البته این‌گونه مدل‌ها در عین برخورداری از کارایی بالاتر، پیچیدگی‌های محاسباتی خاص خود را نیز دارند که برای غلبه بر آن، روشی ساده و کاربردی برمبنای روش تحلیل پوششی داده‌ها (DEA) پیشنهاد شده است. ایده‌ی اصلی این روش، ترکیب سه معیار میانگین، واریانس و چولگی بازده و نیز ارائه‌ی معیاری واحد برای ارزیابی کارایی سهام است. این معیار، امکان رتبه‌بندی واحد سرمایه‌گذاران را فراهم می‌کند. نکته‌ی جالب دیگر درمورد این پژوهش آن است که با استفاده از DEA، ارزیابی کارایی بدون رسم مرز کارا و تنها با تصویرکردن سهام بر آن صورت می‌گیرد. به‌عنوان یک مطالعه‌ی موردی، این مدل برای شرکت‌های برتر بورس ایران اجرا و مجموعه سهام‌های کارا مشخص شده است.

واژگان کلیدی: ارزیابی عملکرد، مدل میانگین ـ واریانس ـ چولگی، مرز کارا، تصویر سهام، تحلیل پوششی داده‌ها، بازار بورس ایران.

esmaeil_alinezhad@yahoo.com
yazm2000@yahoo.com

۱. مقدمه

در اوایل دهه‌ی ۱۹۵۰ میلادی، هری مارکویتز مدل پایه‌ی پرتفولیو را بنیان نهاد که نظریه‌ی نوین پرتفولیو مبتنی بر آن است. اگرچه قبل از آن هم دانشمندان با مفاهیم ریسک آشنا بودند اما آن را کمّی نکرده و در محاسبات در نظر نمی‌گرفتند. او نخستین کسی بود که مفهوم متنوع‌سازی را در سبد سهام توسعه داد.[۱و۲] مدل پرتفولیوی مارکویتز یک مسئله‌ی بهینه‌سازی تک‌معیاره است که بیان‌گر تعادل منطقی بین بازده و ریسک است؛ به‌طوری که کمینه‌کردن ریسک برای سطح مشخصی از بازده، یا بیشینه‌کردن بازده برای سطح مشخصی از ریسک را انجام می‌دهد. ریسک‌گریزی سرمایه‌گذاران و توزیع نرمال بازده سهام از فرضیات این مدل است.[۳] با تلاش دیگر محققین، مدل ابتدایی مارکویتز به‌طور گسترده توسعه یافت؛ ازجمله مهم‌ترین مدل‌های توسعه‌یافته می‌توان به مدل شبه واریانس ـ میانگین و میانگین ـ انحراف مطلق اشاره کرد. خصوصیت بارز این روش‌ها لحاظ‌کردن دو گشتاور اول توزیع بازده، یعنی میانگین و واریانس است. تحقیقات متعدد به عمل آمده نشان داد که در حالت کلی، توزیع بازده سبد سهام یک توزیع نرمال نیست.[۴-۶] مارکویتز در نظریه‌ی مدرن پرتفولیو، ریسک را «تغییرپذیری کل بازده‌ها حول میانگین بازده» تعریف کرد. این معیار با استفاده از واریانس (یا انحراف معیار) محاسبه می‌شود. مشکل اصلی نظریه‌ی مدرن پرتفولیو این است که با تمامی عدم اطمینان‌ها (اعم از مطلوب و نامطلوب) به‌طور یکسان برخورد می‌کند و واریانس به‌عنوان معیار ریسک متقارن در نظرگرفته شده و از نوسانات آن چشم‌پوشی می‌شود. در حالی که در بازارهای پررونق، سرمایه‌گذاران بیشتر از این که به دنبال بازده و سود باشند به ریسک توجه می‌کنند.

با گذشت زمان، پیشرفت‌های علم بشری در مباحث مدیریت مالی منجر به معرفی مدل فرانوین پرتفوی شد. این مدل، انحرافات مرتبط با اهداف شخصی سرمایه‌گذاران را مشمول محاسبه‌ی ریسک دانسته و هر پیامدی بالاتر از آن را بیان‌گر ریسک مالی نمی‌داند.

---

* نویسنده مسئول
تاریخ: دریافت ۱۳۹۰/۴/۷، اصلاحیه ۱۳۹۱/۵/۱۵، پذیرش ۱۳۹۱/۶/۱۴.

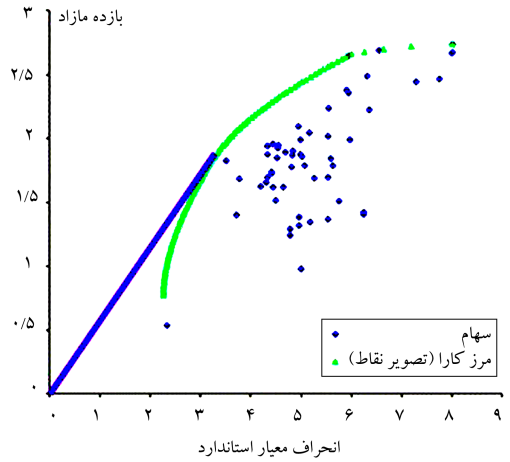
مارکویتز نخستین کسی بود که مفهوم پرتفولیوی کارا را تعریف کرد. یکی از تعاریف سبد سهام کارا چنین است: «سبد سهام کارا سبدی است که ریسک آن در یک سطح بازده مشخص کمینه است.»[۱] سرمایه‌گذاران می‌توانند سبد سهام کارا را با مشخص کردن بازده مورد انتظارِ سبد سهام و با هدف کمینه‌کردن ریسک سبد (به‌ازای سطح معینی از بازده) شناسایی کنند. بدین‌ترتیب مجموعه‌یی از سبدهای کارا شناسایی می‌شود که اصطلاحاً آنها را مرز کارا[۱] می‌نامند. مارکویتز برای توسعه‌ی مدل خویش برخی مفروضات پایه را در نظر گرفت: او فرض کرد که سرمایه‌گذاران نسبت به بازده علاقه‌مند و نسبت به ریسک بی‌علاقه‌اند، در تصمیم‌گیری رفتار عقلایی دارند و برمبنای بیشینه‌سازی تابع مطلوبیت خویش تصمیم می‌گیرند.[۱]

مطالعات انجام شده[۷-۱۰] نشان داد که سرمایه‌گذاران چولگی (اریبی) را ترجیح می‌دهند؛ یعنی تابع مطلوبیت سرمایه‌گذاران درجه دوم نیست. بیشتر معیارهای سنجش کارایی موجود (نظیر ترینور، ۱۹۶۵؛ شارپ، ۱۹۶۶ و ۱۹۹۴؛ جنسن، ۱۹۶۸) برمبنای مدل قیمت‌گذاری دارایی سرمایه‌های (CAPM)[۲] بنا شده که اساس آن برمبنای مدل میانگین ـ واریانس مارکویتز است. از آنجا که مدل مارکویتز پیچیدگی‌های نظری خاص خود را دارد، مدل‌های دانشمندان یادشده هم پیچیدگی‌های محاسباتی خاص خود را دارد. در مدل‌های سنجش کارایی سابق، که مبتنی بر مدل میانگین -واریانس هستند، تحلیل کارایی براساس نمایش بصری چند نقطه از مرز کارا صورت می‌گرفت؛ بدین‌صورت که با وصل کردن این نقاط به یکدیگر مرز کارا شکل می‌گرفت. معیار عدم کارایی نیز فاصله‌ی هریک از این نقاط از مرز کارا تعریف می‌شد. این روش درمورد مدل میانگین -واریانس -چولگی کارا نیست؛ زیرا مرز کارا در یک فضای سه‌بعدی قرار دارد و به‌صورت یک پوسته‌ی فضایی است، و نمی‌توان به‌صورت شهودی فاصله‌ی نقاط را از مرز کارا محاسبه کرد. برای غلبه بر پیچیدگی‌های محاسباتی مدل‌های موجود، روند پیشنهادی عبارت است از:

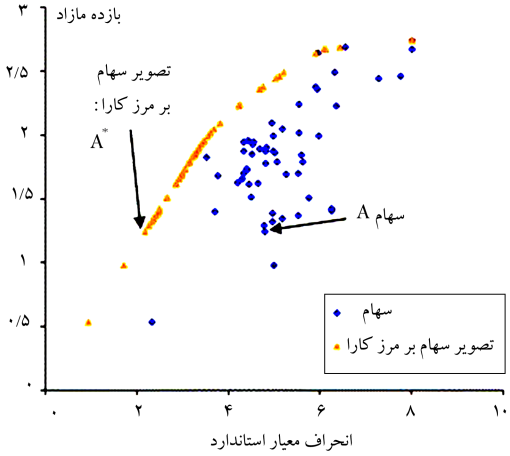
تصویر هر یک از سهام بر مرز کارا تعریف می‌شود. با این روش دیگر نیازی به رسم کامل مرز کارا نیست و فقط تصویر سهام بر مرز کارا رسم می‌شود. در مدل میانگین -واریانس - چولگی، نقاط تصویر شده بر مرز کارا از میانگین و چولگی یکسان و واریانس کم‌تری، نسبت به سهام‌های تحت بررسی، برخوردار است. در این حالت، معیار سنجش کارایی فاصله بین سهام و نقطه‌ی تصویرش بر مرز کاراست. به بیان دقیق‌تر، این فاصله به‌عنوان یک معیار نسبی میان واریانس نقاط تصویری (سهام کارا) و واریانس سهام استفاده خواهد شد. در شکل‌های ۱ و ۲ دستاورد این نوع رویکرد در قالب مدل میانگین - واریانس نشان داده شده است. در این نمودارها محور افقی نشان‌گر انحراف معیار (ریسک) و محور عمودی نشان‌گر بازده مازاد[۳] (بازده سهام منهای بازده بدون ریسک) است. شکل ۱ مربوط به روش‌های پیشین است که در آن مرز کارا به‌صورت کامل رسم می‌شد؛ در این شکل مرز کارا نشان‌گر سبدهای سهام کارا در بازده‌های متفاوت است. خط راست موجود در شکل نیز نشان‌گر ترکیبات متفاوت سهامِ بدون ریسک با سبدهای سهام موجود در بازار است.

در شکل ۲ روش پیشنهادی نشان داده شده است، که در آن به جای رسم کل مرز کارا فقط تصویر سهام بر آن رسم می‌شود.

در این پژوهش برای مدل‌سازی از تکنیک تحلیل پوششی غیرخطی داده‌ها استفاده شده، که در آن ساختار همبستگی بین دارایی‌ها مد نظر قرار می‌گیرد. هدف این مطالعه، ترکیب سه معیار میانگین، واریانس و چولگی بازده سهام با استفاده از تکنیک تحلیل پوششی داده‌ها و ارائه‌ی معیاری واحد برای ارزیابی کارایی (عملکرد) سهام است به‌گونه‌یی که هم‌زمان مفهوم هر سه معیار را در خود داشته باشد. این معیارِ واحد



شکل ۱. نحوه‌ی ترسیم مرز کارا در روش‌های پیشین.[۱۱]



شکل ۲. روش جدید تصویرکردن سهام بر مرز کارا.[۱۱]

مقایسه و رده‌بندی مجموعه‌یی از سهام/سبدهای سهام با یکدیگر را ممکن می‌سازد.

در ادامه‌ی این نوشتار، بخش دوم به مرور ادبیات اختصاص دارد و در بخش سوم به توضیح مدل میانگین ـ واریانس ـ چولگی پرداخته می‌شود. بخش چهارم به چگونگی مدل‌سازی با استفاده از تکنیک تحلیل پوششی داده‌ها می‌پردازد و در انتها، کاربرد مدل پیشنهادی با استفاده از اطلاعات شرکت‌های برتر بازار بورس ایران ارائه شده و نتایج حاصل از آن بررسی و تحلیل شده است.

۲. ادبیات موضوع و ارزیابی عملکرد سبدهای سهام

ادبیات موضوع در زمینه سبدهای سهام بسیار گسترده است اما در این پژوهش سعی شده با رعایت اختصار و در حد امکان، تحقیقات مهم صورت‌گرفته در این زمینه پوشش داده شود. دانشمندان زیادی[۱۲،۱۳] در زمینه‌ی مدل CAPM تحقیق کرده‌اند. این مدل اولین‌بار توسط آقای ویلیام شارپ در کتاب «تئوری پرتفولیو و بازارهای سرمایه» مطرح شد و جایزه نوبل اقتصادی را برای این دانشمند به ارمغان آورد. مدل CAPM براساس مدل میانگین ـ واریانس مارکویتز (۱۹۵۲) بنا نهاده شده و به‌طور مستقل توسط دانشمندانی همچون شارپ (۱۹۶۴)، لینتنر[۴] (۱۹۶۵) و موسین[۵] (۱۹۶۶) توسعه یافته است. این مدل مبتنی بر این ایده است که یک سرمایه‌گذاری منفرد شامل دو نوع ریسک است:

الف) ریسک سیستماتیک. این نوع ریسک مربوط به بازار است و گریزی از آن نیست مثل نوسان نرخ بهره، رکورد اقتصادی و مسائلی همچون جنگ.

ب) ریسک غیرسیستماتیک. این ریسک که به ریسک خاص نیز معروف است مربوط به سرمایه‌گذاری در یک سهام خاص است و با افزایش تنوع سهام‌های موجود در سبد، می‌توان مقدار آن را کاهش داد. این ریسک نشان‌دهنده‌ی بخشی از ریسک سبد سهام است که به تغییرات بازار ارتباطی ندارد.

مدل کمی CAPM به‌صورت رابطه‌ی ۱ است:

$$E(r_j) = r_f + \beta_j [E(r_m) - r_f] \quad (۱)$$

که در آن r_j بازده سهام، r_m بازده بازار، و r_f بازده بدون ریسک است. β_j نیز از رابطه‌ی ۲ محاسبه می‌شود:

$$\beta_j = \frac{cov(r_j, r_m)}{var(r_m)} \quad (۲)$$

β واحد اندازه‌گیری ریسک سیستماتیک مربوط به سهام است و در واقع میزان تغییرات قیمت سهم را با توجه به تغییرات قیمت تمامی سهام‌های موجود در بازار اندازه‌گیری می‌کند. طبق پژوهش رول[۱۴] در سال ۱۹۷۸، مدل CAPM بیان می‌کند که سبد سهامی که براساس مدل میانگین ـ واریانس انتخاب شده کاراست اما تحقیقات دانشمندان زیادی مثل بلک[۶] (۱۹۷۲)، میلر و اسکولز[۷] (۱۹۷۲)، بلام و فرند[۸] (۱۹۷۳) و فاما و مک‌بث[۹] (۱۹۷۳) نشان داد که این نتیجه‌گیری صحیح نیست. مطالعات انجام شده در ادامه‌ی کار این دانشمندان نشان داد که گشتاور مرتبه سوم بازده (چولگی) هم باید در نظر گرفته شود[۸] زیرا شواهد تجربی به‌دلیل در نظر نگرفتن اریبی (چولگی) با مدل‌های موجود سازگار نبود. در سال‌های اخیر نیز مطالعات بسیاری در زمینه‌ی ارزیابی عملکرد صورت گرفته است. به‌عنوان مثال در سال ۲۰۰۹ یک روش ارزیابی کارایی برمبنای مدل MVS ارائه شد[۱۵] که در آن معیار چولگی نیز در نظر گرفته شده است. در همین سال برای ارزیابی عملکرد سبد شرکت‌های بیمه از معیارهایی احتمالی استفاده شد[۱۶] که مفاهیم بسیاری را درمورد معیارهای ارزیابی عملکردِ مطرح شده تا آن زمان (۲۰۰۸) پوشش داده است.

یکی از بحث‌های نوین و کاربردی مطرح در دنیای سرمایه‌گذاری، بحث عدم قطعیت در اطلاعات و داده‌هاست که می‌کوشد مفاهیم نظری را به دنیای واقعی سرمایه‌گذاری نزدیک‌تر کند. از این‌رو یکی از جهت‌گیری‌های پژوهش‌های امروزی، بحث بهینه‌سازی فرایند سرمایه‌گذاری در حالت عدم قطعیت داده‌هاست. در یکی از جدیدترین این پژوهش‌ها (۲۰۱۲) با در نظر گرفتن بازده سهام‌های ریسک‌دار به‌صورت غیر قطعی، و با استفاده از به‌روزترین تکنیک‌های بهینه‌سازی استوار، چارچوبی برای انتخاب سهام‌های برتر بازار بورس ارائه شد[۱۷] و برای اعتبارسنجی آن از داده‌های واقعی دنیای سرمایه‌گذاری استفاده شد. چون در مسائل بهینه‌سازی استوار، به‌خصوص در ابعاد بزرگ، امکان یافتن جواب‌های کاربردی وجود ندارد، نویسندگان این مقاله یک روش ساده مبتنی بر الگوریتم فراابتکاری ژنتیک ارائه و با انجام آزمون‌های آماری اعتبار آن را نشان دادند.[۱۷]

۱.۲. دلایل استفاده از مدل MVS

معمولاً در بسیاری از مدل‌های موجود، به‌دلیل پیچیدگی‌های محاسباتی، از چولگی صرف‌نظر شده است. مطالعات دانشمندان مختلف[۷،۸،۱۸و۱۹] نشان داد که سرمایه‌گذاران چولگی مثبت را ترجیح می‌دهند و نمی‌توان بدون داشتن دلایل کافی مبنی بر نرمال بودن توزیع بازده‌ها و درجه دوم بودن تابع مطلوبیت، از گشتاورهای مراتب بالاتر و به‌ویژه گشتاور مرتبه سوم (چولگی) صرف‌نظر کرد. درنتیجه در برخی مطالعات جدید، مفهوم تعادل منطقی میان میانگین و واریانس توسعه داده شد تا معیار چولگیِ توزیع بازده را نیز در برگیرد. بدین‌ترتیب، به‌منظور انتخاب بهینه‌ی پرتفولیو مدلی توسعه‌یافته به‌نام (MVS)[۱۰] معرفی شد. اگر r_j بازده سهام jام و λ_j وزن آن سهام باشد، آن‌گاه بازده سبد سهام از رابطه‌ی ۳ به دست می‌آید:

$$r(\lambda) = \sum_{j=1}^{n} \lambda_j r_j \quad (۳)$$

میانگین، واریانس و چولگی بازده سبد سهام هم به ترتیب توسط روابط ۴ تا ۶ محاسبه می‌شود:

$$\mu(\lambda) = E[r(\lambda)] \quad (۴)$$

$$v(\lambda) = E\left[(r(\lambda) - \mu(\lambda))^2\right] \quad (۵)$$

$$\kappa(\lambda) = E\left[(r(\lambda) - \mu(\lambda))^3\right] \quad (۶)$$

اگر $u(0)$ را تابع مطلوبیت سرمایه‌گذاران بنامیم و بسط تیلور آن را حول نقطه‌ی $\mu(\lambda)$ انجام داده و امید ریاضی آن را محاسبه کنیم، رابطه‌ی ۷ به دست می‌آید:

$$E[u(r(\lambda))] = u(\mu(\lambda)) + \frac{u''(\mu(\lambda))}{2} m^{(2)} + \frac{u'''(\mu(\lambda))}{3!} m^{(3)} + \sum_{k=4}^{\infty} \frac{u^{(k)}(\mu(\lambda))}{k!} m^{(k)}(\lambda) \quad (۷)$$

که در آن $m^{(k)}(\lambda)$ گشتاور مرتبه‌ی kام $r(\lambda)$ حول نقطه‌ی $\mu(\lambda)$ است. برای جلوگیری از پیچیدگی‌های محاسباتی، فقط سه گشتاور اول در نظر گرفته می‌شود. با جایگذاری روابط ۴ تا ۶ در رابطه‌ی ۷ داریم:

$$E[u(r(\lambda))] = u(\mu(\lambda)) + \frac{u''(\mu(\lambda))}{2} v(\lambda) + \frac{u'''(\mu(\lambda))}{3!} \kappa(\lambda) \quad (۸)$$

همان‌گونه که از رابطه‌ی ۸ برمی‌آید $E[u(r(\lambda))]$ با چولگی رابطه‌ی مستقیم دارد که این نکته با بیانات اررو[۱۱] (۱۹۷۱) هم‌خوانی دارد. همچنین این نتیجه با نظریه‌ی رفتاری سرمایه‌گذاران[۲۰] مبنی بر این که «افراد در شرایط یکسان پولی (سود یا ضرر)، برای فعالیت سرمایه‌گذاری خود ارزش‌های پولی متفاوتی قائل‌اند» همخوانی دارد؛ این بدان معناست که چولگی بازده سبد، در تصمیم‌گیری افراد تأثیرگذار است.

با گذشت زمان این مدل به‌سرعت رشد کرد و محققین زیادی در مطالعات خود از آن بهره بردند. این رشد به‌ویژه در سال‌های اخیر قابل توجه بوده است. در بیشتر این مطالعات از مفاهیم ترکیبی استفاده شده است؛ بدین معنی که مفاهیم نوین مطرح شده در زمینه‌های مختلف را در قالب مدل MVS به‌کار برده‌اند. در ادامه به‌طور مختصر چند مورد از این مطالعات ذکر می‌شود:

در سال ۲۰۰۷ محققین در یک کار مشترک معیار چولگی را در مدل برنامه‌ریزی آرمانی خود وارد کردند.[۲۱] در یک کار جالب دیگر در سال ۲۰۰۸، برای انتخاب سبد بهینه برمبنای مدل MVS از مفهوم شبکه‌های عصبی استفاده شد.[۲۲] در سال ۲۰۱۰ نیز پژوهش‌گران انتخاب سبد سهام برمبنای مدل میانگین ـ واریانس فازی را بسط دادند.[۲۳] برای این منظور با در نظر گرفتن گشتاور مرتبه سوم (چولگی)، مدل فازی میانگین ـ واریانس ـ چولگی را مطرح کردند. ضمناً آنان در روش حل خود از

الگوریتم ژنتیک و شبیه‌سازی فازی استفاده کردند. به‌عنوان آخرین نمونه، در سال ۲۰۱۰، یک مدل MVS چندهدفه برای انتخاب سبد سهام در بازار الکتریسیته ارائه شد که در آن با استفاده از مفهوم مدل‌های چندهدفه‌ی هوش جمعی، یک روش حل برمبنای الگوریتم‌های فرااِبتکاری ارائه شده است.[۲۴]

۳. ارزیابی عملکرد مدل MVS با تصویر سهام بر مرز کارا

سهام A را در نظر بگیرید. اگر تصویر این سهام را بر مرز کارا با A^* نشان دهیم، می‌توان نسبت واریانس این دو را به‌عنوان معیار سنجش کارایی در نظر گرفت. اگر این نسبت را θ بنامیم، داریم:

$$\theta = \frac{\sigma^2_{A^*}}{\sigma^2_A} \qquad (۹)$$

برای محاسبه‌ی θ نمی‌توان از رابطه‌ی ۹ استفاده کرد، زیرا مقدار $\sigma^2_{A^*}$ مجهول است. برای حل این مشکل، می‌توان از تکنیک تحلیل پوششی داده‌ها استفاده کرد. در ابتدا توضیح مختصری درمورد تحلیل پوششی داده‌ها ارائه می‌شود.

۱.۳. تحلیل پوششی داده‌ها

تحلیل پوششی داده‌ها روشی جدید برای ارزیابی کارایی، و رویکردی مبتنی بر برنامه‌ریزی ریاضی است که در آن می‌توان هم‌زمان با استفاده از چندین متغیر ورودی و خروجی، میزان کارایی یک مجموعه را محاسبه و شرکت (سهام)های کارا را از شرکت‌های ناکارا جدا کرد.[۲۵] این مقایسه در یک فضای چندبعدی انجام شده و به فرد تصمیم‌گیرنده در رسیدن به اهداف زیر کمک می‌کند:[۲۶]

۱. رتبه‌بندی گزینه‌ها؛

۲. مشخص کردن بهترین گزینه و ارائه‌ی لیستی از بهترین‌ها برای بررسی دقیق‌تر و انجام سرمایه‌گذاری.

این رتبه‌بندی، بینش کمّی و مفیدی درمورد سهام‌هایی که به‌طور اجتناب‌ناپذیری ناکارا و یا با کارایی ضعیف هستند ارائه می‌کند. این مدل برای اولین‌بار در سال ۱۹۷۸ مطرح شد.[۲۷] مدل‌های DEA[۱۲] به‌طور گسترده در سنجش کارایی حیطه‌ی وسیعی از مسائل اقتصادی و غیر اقتصادی کاربرد دارد. یکی از کاربردهای جذاب DEA در مباحث اقتصادی، محاسبه‌ی مقدار کارایی یک سازمان با استفاده از صورت‌حساب‌های مالی آن شرکت است. به‌عنوان چند مثال عملی، با استفاده از نسبت‌های اقتصادی به‌عنوان ورودی و خروجی، از DEA برای ارزیابی عملکرد بانک‌ها (به، ۱۹۹۶)، شرکای CRAF (بولین، ۲۰۰۴)، قسمت‌های تجاری وزارت دفاع (بولین، ۱۹۹۹) و اتحادیه‌های اعتباری (پیله و پارادی، ۲۰۰۴) استفاده شده است.[۲۸]

DEA یک مزیت منحصر به فرد دارد و آن این است که برخلاف دیگر مدل‌های ارزیابی کارایی، برای استفاده از مدل‌های DEA هیچ‌گونه پیش‌فرضی وجود ندارد. در رویکرد DEA برای تعیین مجموعه غالب، دو رویکرد وجود دارد: ۱. ثابت‌کردن ورودی‌ها در یک سطح مشخص و بیشینه‌سازی خروجی‌ها که به آن رویکرد خروجی‌گرا[۱۳] می‌گویند؛ ۲. ثابت نگه‌داشتن خروجی‌ها و کمینه‌سازی ورودی‌ها که به آن رویکرد ورودی‌گرا[۱۴] گفته می‌شود. در این مطالعه از رویکرد دوم استفاده شده است.

حال که درمورد تحلیل پوششی داده‌ها توضیح مختصری داده شد، با استفاده از این رویکرد، مدل سنجش کارایی میانگین ـ واریانس ارائه می‌شود. نمای این مدل به‌صورت نامعادلات ۱۰ است:

$$\begin{aligned}
&\min\ \ \theta + \varepsilon\,(s_1 + s_2)\,,\\
&s.t.\ \ E\left[\sum_{j=1}^{n}\lambda_j r_j\right] - s_1 = \mu_0,\\
&E\left[(\sum_{j=1}^{n}\lambda_j(r_j-\mu_j))^2\right] + s_2 = \theta\sigma_0^2,\\
&\sum_{j=1}^{n}\lambda_j \le 1,\quad \forall\ \lambda \ge 0. \qquad (۱۰)
\end{aligned}$$

که در آن، μ_0 و σ_0^2 به‌ترتیب معرف میانگین و واریانس توزیع بازده مازادِ سهام تحت بررسی است. این مدل اولین‌بار توسط موری[۲۹] مطرح شد. در این مدل مقدار θ بین صفر و ۱ متغیر است. اگر درمورد یک سهام $\theta = 1$ و متغیرهای کمبود s_1 و s_2 برابر صفر باشد گفته می‌شود که سهام کاراست و در ترکیب سبد بهینه قرار خواهد گرفت. در مدل مذکور فرض شده است که وام‌گیری از بازارِ بدون ریسک مجاز است و سهام بدون ریسک هم می‌تواند بخشی از سبد بهینه را به خود اختصاص دهد. این موضوع در شکل ۱ هم نشان داده شده است. چنان‌که در این شکل مشاهده می‌شود منحنی بهینه، ترکیبی از سهام بدون ریسک (مبدأ مختصات و خط راست موجود) و سهام ریسک دار (مرز کارای موجود) است. این فرض (وام‌گیری مجاز و وام‌دهی غیرمجاز)، در قالب یک محدودیت در مدل ۱۰ وارد شده است. $\sum_{j=1}^{n}\lambda_j = 1$ بدان معناست که مجاز به خرید سهامِ بدون ریسک نبوده و باید سبد بهینه را از بین سهام شرکت‌های موجود در بازار بورس تشکیل داد. به‌عبارتی، وزنی که به سهام بدون ریسک داده می‌شود برابر است با $1 - \sum_{j=1}^{n}\lambda_j$. سهام‌ها غالباً بر مرز کارا قرار نمی‌گیرند، به‌همین دلیل از متغیرهای کمبود (s_i) استفاده می‌شود. هنگامی که سهام بر مرز کارا قرار داشته باشد، متغیر کمبود مقدار صفر به خود می‌گیرد. گفتنی است دانشمندان دیگری نیز در مطالعات خود از تحلیل پوششی داده‌ها استفاده کرده‌اند.[۳۰]

اگر در مدل ۱۰ معیار چولگی لحاظ شود، آن گاه مدل MVS (مدل ۱۱) حاصل خواهد شد:

$$\begin{aligned}
&\min\ \ \theta + \varepsilon\,(s_1 + s_2 + s_3)\,,\\
&s.t.\ \ E\left[\sum_{j=1}^{n}\lambda_j r_j\right] - s_1 = \mu_0,\\
&E\left[(\sum_{j=1}^{n}\lambda_j(r_j-\mu_j))^2\right] + s_2 = \theta\sigma_0^2,\\
&E\left[(\sum_{j=1}^{n}\lambda_j(r_j-\mu_j))^3\right] - s_3 = \kappa_0.\\
&\sum_{j=1}^{n}\lambda_j \le 1,\quad \forall\ \lambda \ge 0. \qquad (۱۱)
\end{aligned}$$

که در آن κ_0 چولگیِ بازده مازاد سهام تحت بررسی است. همانند مدل ۱۰، در این مدل نیز فرض بر آن است که تنها وام‌گیری مجاز است. هدف این مدل، یافتن سهام کارایی است که نرخ بهره‌ی مازاد و چولگی در آن یکسان است اما نسبت به سهام

تحت بررسی، واریانس کم‌تری دارد. اگر λ بردار n بعدیِ حاوی وزن سهام شرکت‌ها باشد، سه حالت ممکن است اتفاق بیفتد:

الف) وام‌گیری و وام‌دهی مجاز:

$$\{\lambda|\lambda \in R_{+}^{n}\}$$

ب) وام‌گیری مجاز و وام‌دهی غیر مجاز:

$$\left\{\lambda|\lambda \in R_{+}^{n}, \sum_{j=1}^{n}\lambda_j \leq 1\right\}$$

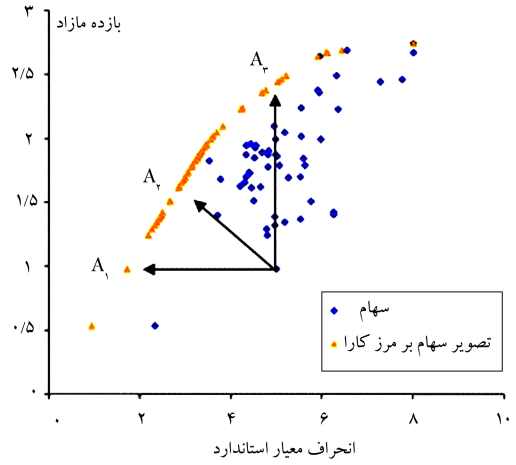
ج) وام‌گیری و وام‌دهی غیرمجاز:

$$\left\{\lambda|\lambda \in R_{+}^{n}, \sum_{j=1}^{n}\lambda_j = 1\right\}$$

بسته به شرایط و فرضیات سرمایه‌گذار، می‌توان یکی (و فقط یکی) از سه حالت فوق را به‌عنوان محدودیت در مدل ۱۰ و ۱۱ اعمال کرد. در مدل ۱۱ می‌توان از سه روش برای تغییر پارامترهای موجود (میانگین، واریانس و چولگی) استفاده کرد تا به تصویر سهام بر مرز کارا رسید (شکل ۳). با توجه به این شکل، در روش اول نقطه‌ی A_1 با ثابت نگه داشتن چولگی و بازده مازاد و کمینه‌کردن واریانس، بر مرز کارا تصویر می‌شود. در روش دوم چولگی ثابت نگه داشته، بازده مازاد بیشینه و واریانس کمینه می‌شود که طبق این روش نقطه‌ی A_2 به دست می‌آید. در نقطه‌ی A_3، چولگی و واریانس ثابت مانده و بازده مازاد بیشینه می‌شود. در این پژوهش از رویکرد اول استفاده می‌شود، زیرا:

۱. به نظر می‌رسد این رویکرد، نزدیک‌ترین مفهوم به چارچوب مدل میانگین - واریانس را دارد.

۲. چون طبق مفهوم مدل DEA مقادیر کارایی، مثبت و در بازه $[0,1]$ است، باید از نسبتی استفاده کرد که در هیچ حالتی مقدار منفی به خود نگیرد. از بین سه معیار واریانس، میانگین و چولگی فقط معیار واریانس این خصوصیت را دارد؛ پس با ثابت نگه داشتن میانگین و چولگی (ورودی‌های مدل) سعی می‌شود واریانس بازده (خروجی مدل) تا حد ممکن کاهش یابد (یعنی همان رویکرد اول در شکل ۳).



شکل ۳. روش‌های مختلف تصویر کردن سهام بر مرز کارا.[۱۱]

۴. کاربرد مدل پیشنهادی در رتبه‌بندی مجموعه‌ی سهام

برای بیان کاربرد این مدل از داده‌های بورس اوراق بهادار تهران استفاده شد. شرکت پردازش اطلاعات مالی بورس ایران به‌طور پیوسته اطلاعات مربوط به بازار بورس ایران را تجزیه و تحلیل کرده و نتایج آن را روی سایت خود قرار می‌دهد.[۳۱] با توجه به تنوع گسترده‌ی سهام موجود در بازار بورس به‌عنوان معیار اولیه، ۵۰ سهام برتر بورس ایران در پاییز سال ۱۳۸۸ برای بررسی انتخاب شد. اسامی این شرکت‌ها از سایت بازار بورس ایران استخراج شد.[۳۲] سپس اطلاعات مربوط به بازده سهام این شرکت‌ها در ۹ سال متوالی ۱۳۸۰-۱۳۸۸ از سایت شرکت پردازش اطلاعات مالی ایران استخراج و مورد بررسی قرار گرفت. چون اطلاعات برخی از این شرکت‌ها در بعضی از سال‌ها موجود نبود، در نهایت سهام ۳۷ شرکت (با اطلاعات کامل) مورد بررسی قرار گرفت. فهرست این شرکت‌ها همراه با مقادیر میانگین، واریانس و چولگی‌شان در جدول ۱ آورده شده است. در این پژوهش فرض بر آن است که می‌توان از بازده سال‌های پیشین، به‌عنوان یک پیش‌بینی خوب برای بازده آینده استفاده کرد. ضمناً در محاسبات از بازده مازاد استفاده شده که مقدار آن از رابطه‌ی ۱۲ قابل محاسبه است.

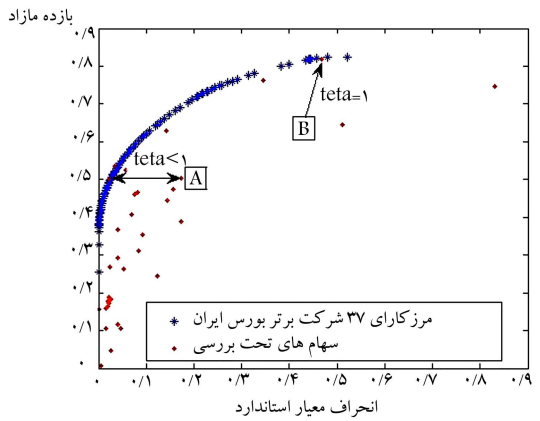
$$\text{Excess Return} = r_j - r_f \qquad (۱۲)$$

تعریف پارامترهای این رابطه همانند پارامترهای رابطه‌ی ۱ است. در محاسبه‌ی بازده مازاد، مقدار r_f یا همان بازده بدون ریسک برابر با میانگین سودآوری سپرده‌های بانکی و اوراق مشارکت دولتی (عاری از ریسک) در نظرگرفته شده است. میانگین این مقدار در سال ۱۳۸۸ معادل ۱۴ درصد محاسبه شد.

شبیه‌سازی مرز کارای سهام این شرکت‌ها با کمک الگوریتم فراابتکاری شبیه سازی آنیلینگ SA [۱۶] و در محیط نرم‌افزار MATLAB-R۲۰۱۰ و یک دستگاه رایانه‌ی شخصی با پردازنده‌ی ۲٫۶۶ مگاهرتز و حافظه ۴ گیگابایت صورت گرفت. نتیجه‌ی این شبیه‌سازی در شکل ۴ ارائه شده است.

چنان‌که مشاهده می‌شود، نقطه‌ی A روی مرز کارا قرار ندارد. درمورد این سهام، مقدار θ (که معیاری است برای سنجش فاصله‌ی سهام از مرز کارا) کم‌تر از ۱ است. سهامی که روی شکل با حرف B مشخص شده، یک سهام کاراست. مقدار θ برای این سهام برابر با ۱ است. در این نقطه، ریسکِ سهام (درمورد یک سهام همان واریانس) برابر با ریسک سبد معیار (تصویر سهام بر مرز کارا) است.

برای اطلاع از این نکته که «آیا واقعاً توزیع بازده سهام‌های تحت بررسی نرمال



شکل ۴. مرز کارای سهام ۳۷ شرکت برتر بورس ایران.

جدول ۱. اطلاعات سودآوری شرکت‌های برتر بورس که اطلاعات مالی‌شان در دست بوده است.

نماد	نام شرکت	میانگین	واریانس	چولگی	نماد	نام شرکت	میانگین	واریانس	چولگی
بکاب	صنایع جوشکاب یزد	۵۲٫۳۶	٫۰۶	۰٫۷۹	رمپنا	مدیریت پروژه‌های نیروگاهی ایران (مپنا)	۷۶٫۳۳	٫۳۴	۰٫۲۲
خاور	ایران خودرو دیزل	۲۹٫۲۳	٫۰۴	−۰٫۰۸	شاراک	پتروشیمی اراک	۴۶٫۱۰	٫۰۸	۰٫۰۸
وصندوق	صندوق بازنشستگی کشوری	۱۵٫۸۲	٫۰۲	۰٫۷۴	ثشاهد	سرمایه‌گذاری شاهد	۲۶٫۸۲	٫۰۲	۱٫۰۳
کروی	توسعه معادن روی ایران	۲۴٫۳۳	٫۱۲	۱٫۱۳	بموتو	شرکت موتوژن	۱۷٫۳۲	٫۰۲	۰٫۶۷
وصنا	گروه صنایع بهشهر ایران	۱۱٫۵۱	٫۰۴	۲٫۳۱	والبر	سرمایه‌گذاری البرز	۱۸٫۳۱	٫۰۳	۰٫۵۹
وساخت	سرمایه‌گذاری ساختمان ایران	۱۸٫۷۶	٫۰۲	۱٫۲۰	خشرق	الکتریک خودرو شرق	۴۴٫۵۰	٫۱۴	۰٫۴۳
کچینی	چینی ایران	۳۱٫۱۳	٫۰۸	۱٫۰۸	ولساپا	رایان سایپا	۶۴٫۵۱	٫۵۱	۲٫۱۶
ولیز	شرکت لیزینگ ایران	۱۵٫۶۲	٫۰۰۲	۲٫۸۲	شکلر	نیروکلر	۱۶٫۳۹	٫۰۲	۰٫۹۹
شلعاب	لعابیران	۳۶٫۸۳	٫۰۴	۱٫۰۱	دکوثر	داروسازی کوثر	۴۶٫۵۳	٫۰۸	۰٫۷۱
شخارک	پتروشیمی خارک	۷۷٫۴۸	٫۰۶	−۰٫۲۲	وغدیر	سرمایه‌گذاری غدیر	۱۷٫۸۱	٫۰۲	−۰٫۱۶
کچاد	معدنی و صنعتی چادرملو	۲۶٫۳۰	٫۰۵	−۰٫۴۲	حتاید	خدمات دریایی تاید واتر خاورمیانه	۴۰٫۸۴	٫۰۷	۰٫۰۷
سپاها	سیمان سپاهان	۸۱٫۷۸	٫۴۷	۰٫۳۴	فاسمین	شرکت کالسیمین	۵۰٫۲۱	٫۱۷	−۰٫۰۹
ومعادن	توسعه معادن و فلزات ایران	۱۰٫۴۹	٫۰۲	−۰٫۴۵	وملت	سرمایه‌گذاری ملت	۴٫۵۶	٫۰۳	۰٫۲۱
دالبر	البرز دارو	۸۲٫۱۲	٫۰۶	۱٫۰۳	شتولی	تولی‌پرس	۵۳٫۶۷	٫۰۴	−۰٫۰۵
دسبحا	داروسازی سبحان	۶۲٫۹۶	٫۱۴	۰٫۷۶	ستران	سیمان تهران	۸۵٫۴۲	٫۵۲	۰٫۷۵
کگل	سنگ آهن گل‌گهر	۳۸٫۸۰	٫۱۷	۰٫۵۷					

است یا نه؟» ابتدا آزمون نرمال بودن[۱۷] برای تمامی سهام‌ها انجام شد که نتایج حاصله نشان داد که به‌طورکلی درمورد این سهام‌ها نیز نمی‌توان توزیع بازده را نرمال در نظر گرفت. پس پیش‌فرض‌های مدل میانگین - واریانس صادق نیست و برای کسب نتایج واقعی‌تر، باید از مدل‌هایی که این پیش‌فرض را ندارد (در این پژوهش مدل MVS) استفاده کرد. کدنویسی مدل MVS (مدل ۱۳)، که در واقع بسط یافته‌ی مدل ۱۱ است، در محیط نرم‌افزار LINGO۱۲ انجام شد که جزئیات حل آن در جدول ۲ ارائه شده است.

$$
\begin{aligned}
&\min\ \ \theta_l l = 1, 2, ..., n,\\
&s.t.\ \ [P_1]\ \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}\sum_{j=1}^{n}\lambda_j r_{jt} \geq \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T} r_{lt},\\
&[P_2]\frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}[\sum_{j=1}^{n}\lambda_j^2\,(r_{jt}-\mu_j)^2 + \sum_{i=1}^{n}\sum_{\substack{j=1\\ i\neq j}}^{n}\lambda_i\lambda_j\\
&\qquad (r_{it}-\mu_i)\,(r_{jt}-\mu_j)] \leq \frac{1}{T}\theta_l\sum_{t=1}^{T}(r_{lt}-\mu_l)^2,\\
&[P_3]\ \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}[\sum_{j=1}^{n}\lambda_j^3\,(r_{jt}-\mu_j)^3 + 3\sum_{i=1}^{n}\sum_{\substack{j=1\\ i\neq j}}^{n}\lambda_i^2\lambda_j\\
&\qquad (r_{it}-\mu_i)^2\,(r_{jt}-\mu_j) + 6\sum_{i=1}^{n}\sum_{\substack{j=1,\\ i\neq j}}^{n}\sum_{\substack{k=1,\\ i\neq j\neq k}}^{n}\lambda_i\lambda_j\lambda_k\\
&\qquad (r_{it}-\mu_i)\,(r_{jt}-\mu_j)\,(r_{kt}-\mu_k)] \geq \frac{1}{T}\sum_{t=1}^{T}(r_{lt}-\mu_l)^3,\\
&[P_4]\ \sum_{j=1}^{n}\lambda_j \leq 1,\ \ \lambda \geq 0.
\end{aligned}
\qquad (۱۳)
$$

در این مدل، $P[l]$ها محدودیت‌های مدل، θ_l میزان کارایی سهام تحت بررسی l، λ_j وزن سهام jام، r_{jt} بازده سهام jام، و μ_j میانگین بازده سهام jام در طول دوره‌های مورد بررسی (T) است. طبق تابع هدف این مدل، در هر بار اجرای برنامه مقدارکارایی یک سهام مشخص (l) به دست می‌آید و باید به تعداد سهام‌های تحت بررسی، برنامه را اجرا کرد.

در ابتدای بحث تحلیل نتایج، باید به این نکته اشاره کرد که مقادیر شاخص کارایی با استفاده از DEA تحت تأثیر سهام‌هایی است که در مجموعه‌ی مرجع تحت بررسی قرار دارد؛ یعنی مقادیرکارایی هر سهام، وابسته به مجموعه سهام‌هایی است که برای مقایسه و رتبه‌بندی انتخاب شده‌اند.[۲۵و۲۹]

در جدول ۲ برای سهولت در مقایسه، علاوه بر مقادیرکارایی سهام‌ها برای مدل MVS، نتایج مدل MV نیز ارائه شده است. در این جدول سهام‌هایی که مجموعه‌ی سهام کارا را تشکیل می‌دهد با قلم بزرگ‌تر و با رنگ قرمز نشان داده شده است که در مورد مدل MVS، سهام سه شرکت در مجموعه‌ی کارا وجود دارد: خساپا (سایپا)، دالبر (البرز دارو)، و ستران (سیمان تهران). با استفاده از نتایج حاصله می‌توان گفت

جدول ۲. مقادیر کارایی به دست آمده برای سهام‌های تحت بررسی.

نماد	نام شرکت	میزان کارایی مدل (MV)[15]	میزان کارایی مدل (MVS)
خساپا	ساپیا	۰/۰۳۸	۱
وبهمن	شرکت سرمایه‌گذاری بهمن	۰	۰
وبوعلی	شرکت سرمایه‌گذاری بوعلی	۰	۰/۰۰۷
بترانس	گروه ایران ترانسفو	۰/۱۵۳	۰/۱۵۳
ورنا	شرکت سرمایه‌گذاری رنا	۰	۰/۱۸۰
خاذین	ساپیا آذین	۰/۰۱۳	۰/۳۱۷
بکاب	صنایع جوشکاب یزد	۰/۰۷۸	۰/۱۹۸
خاور	ایران خودرو دیزل	۰	۰
وصندوق	صندوق بازنشستگی کشوری	۰	۰
کروی	توسعه معادن روی ایران	۰	۰/۱۵۴
وصنا	گروه صنایع بهشهر ایران	۰	۰/۳۶۶
وساخت	سرمایه‌گذاری ساختمان ایران	۰	۰
کچینی	چینی ایران	۰	۰/۲۴۲
ولیز	شرکت لیزینگ ایران	۰	۰
شلعاب	لعابیران	۰	۰/۰۰۸
شخارک	پتروشیمی خارک	۰/۶۱۳	۰/۶۱۳
کچاد	معدنی و صنعتی چادرملو	۰	۰
سپاها	سیمان سپاهان	۰/۱۱۷	۰/۴۲۸
ومعادن	توسعه معادن و فلزات ایران	۰	۰
دالبر	البرز دارو	۰/۹۹۸	۱
دسبحا	داروسازی سبحان	۰/۰۹۵	۰/۴۳۶
کگل	سنگ آهن گل‌گهر	۰	۰/۰۸۳
رمپنا	مدیریت پروژه‌های نیروگاهی ایران (مپنا)	۰/۱۰۴	۰/۱۷۵
شاراک	پتروشیمی اراک	۰/۰۲۰	۰/۰۲۰
ثشاهد	سرمایه‌گذاری شاهد	۰	۰
بموتو	شرکت موتوژن	۰	۰
والبر	سرمایه‌گذاری البرز	۰	۰
خشرق	الکتریک خودرو شرق	۰/۰۰۷	۰/۱۶۷
ولساپا	رایان ساپیا	۰/۰۳۰	۰/۸۷۱
شکلر	نیروکلر	۰	۰
دکوثر	داروسازی کوثر	۰/۰۲۰	۰/۱۱۵
وغدیر	سرمایه‌گذاری غدیر	۰	۰
حتاید	خدمات دریایی تاید واتر خاورمیانه	۰/۰۰۴	۰/۰۰۴
فاسمین	شرکت کالسیمین	۰/۰۱۹	۰/۰۱۹
وملت	سرمایه‌گذاری ملت	۰	۰
شتولی	تولی‌پرس	۰/۱۴۹	۰/۱۴۹
ستران	سیمان تهران	۱	۱

مجموعه سهام‌های برتر بازار بورس ایران به‌وسیله‌ی سهام این سه شرکت چیره[18] شده‌اند.

قابل ذکر است که سهام شرکت ساپیا در همان سال (۱۳۸۸)، به‌عنوان برترین سهام بورس ایران معرفی شد که می‌توان آن را نشان‌گر قابلیت روش پیشنهادی این پژوهش در رتبه‌بندی سهام‌ها دانست. چنان که در جدول ۲ مشاهده می‌شود اگر فقط به دو عامل میانگین و واریانس توجه شود و گشتاور مرتبه‌ی سوم (چولگی) در نظرگرفته نشود ممکن است سهام‌هایی با کارایی بالا در مجموعه‌ی کارا جای نگیرد؛ به‌عنوان مثال مقدار کارایی سهام شرکت ساپیا بدون توجه به معیار چولگی (مدل MV) برابر ۰/۰۳۸ است که با اضافه‌شدن معیار چولگی (مدل MVS)، این مقدار بیشینه شد؛ یعنی به عدد ۱ رسید. همچنین با توجه به نتایج به دست آمده می‌توان دید که کارایی برخی سهام (مانند صنایع بهشهر ایران، چینی ایران و رایان ساپیا) در مدل MVS نسبت به MV بیشتر است که دلیل آن را می‌توان چولگی مثبت این سهام‌ها دانست. درمورد برخی از سهام‌ها (مانند داروسازی کوثر)، وارد کردن معیار چولگی به‌دلیل منفی‌بودن باعث کاهش کارایی می‌شود. مقدار کارایی برخی سهام (مانند خدمات دریایی تایدواتر خاورمیانه، پتروشیمی اراک و تولی‌پرس) نیز در دو مدل MVS و MV برابر است که دلیل آن چولگی نزدیک به صفر این سهام‌هاست.

با استفاده از مقادیر کارایی به دست آمده، می‌توان سهام‌ها را رتبه‌بندی کرد (جدول ۳). اگر برای تصمیم‌گیرنده ایجاد تمایز در میان سهام‌های کارا نیز مهم باشد، می‌توان مدل را مجدداً در افق‌های زمانی کوتاه‌تر و مهم‌تر اجرا کرد و طبق مقادیر کارایی جدید به رتبه‌بندی سهام‌های کارا را رتبه‌بندی کرد. ضمناً اگر باز هم مقادیر کارایی یکسان به دست آمد آنقدر افق زمانی را تغییر می‌دهیم که مقادیر کارایی متفاوتی به دست آید. علاوه بر نتایج به دست آمده در بالا، مدیر سرمایه‌گذاری می‌تواند به این سؤال پاسخ دهد که «آیا می‌توان به‌جای یک سهام مشخص، ترکیبی از سهام‌های دیگر را انتخاب کرد به‌گونه‌یی که با داشتن میانگین نرخ بهره و چولگی برابر با آن سهام، میزان ریسک را کاهش داد؟»

برای پاسخ به این سؤال برای هر سهام تحت بررسی، با استفاده از λهای به دست آمده، یک سبد سهام معیار[19] تشکیل می‌شود. این سبد، ترکیبی بهینه، محدب و وزن‌دار از مجموعه‌ی سهام‌هاست به‌گونه‌یی که در مقایسه با سهام تحت بررسی، بازده و چولگی یکسان و واریانسی کوچک‌تر یا مساوی[20] آن دارد. امتیاز این سبد ترکیبی آن است که سهام ناکارا می‌تواند با پیروی از رفتار این سبد ترکیبی، میزان کارایی خود را بهبود بخشد. از نظر تحلیلی و ترسیمی سبد معیار، تصویر سهام تحت بررسی در راستای افقی بر مرز کاراست (نقطه‌ی A_1 در شکل ۳). پس برای هر سهام دو حالت اتفاق می‌افتد:

الف) مقدار کارایی سهام ۱ به دست آمده باشد. در این حالت سهام بر مرزکارا قرار دارد و طبق مدل MVS (مدل ۱۳)، در یک سطح مشخص از بازده و چولگی، کم‌ترین واریانس ممکن (مقدار بهینه) را دارد. برای چنین سهامی، نمی‌توان یک سبد معیار با ترکیب سهام‌های دیگر پیدا کرد و سبد معیار آن سهام، خود آن سهام است. برای روشن‌تر شدن این مطلب، به جدول ۳ نگاه کنید. در این جدول، مقادیر کارایی برای سه نماد خساپا، دالبر و ستران برابر با ۱ به دست آمده است. به‌عنوان مثال، نماد خساپا را در نظر بگیرید. چون این سهام مقدار بهینه‌ی واریانس را (در آن سطح از بازده و چولگی) دارد نمی‌توان با استفاده از ۳۶ سهام دیگر، سبدی معیار برای آن تعریف کرد؛ مشاهده می‌شود که در سبد معیار ذکر شده برای این سهام، فقط خود آن سهام وجود دارد ($\lambda_1 = 1$) و هیچ سهام دیگری حضور ندارد.

ب) مقدار کارایی سهام عددی کم‌تر از ۱ باشد. در این حالت سهام بر مرزکارا قرار

جدول ۳. رتبه‌بندی سهام‌ها (با توجه به مدل MVS) و جزئیات سبد معیار آنها.

نماد	$\theta\ (MVS)$	رتبه	سبد معیار و سهام‌های موجود در آن
خساپا	۱	۱	$\lambda_{۱} = ۱$
وبهمن	۰	۲۳	$\lambda_{۷} = ۰٫۰۳,\ \lambda_{۱۰} = ۰٫۰۲,\ \lambda_{۱۳} ۰٫۰۳ =,\ \lambda_{۱۴} = ۰٫۱۵,\ \lambda_{۱۵} = ۰٫۰۳,\ \lambda_{۱۶} = ۰٫۰۷,\ \lambda_{۱۹} = ۰٫۱۱,$ $\lambda_{۲۳} = ۰٫۰۴,\ \lambda_{۲۶} = ۰٫۰۳,\ \lambda_{۲۷} = ۰٫۰۴,\ \lambda_{۳۰} = ۰٫۴۲,\ \lambda_{۳۴} = ۰٫۰۴$
وبوعلی	۰٫۰۰۷	۲۱	$\lambda_{۱} = ۰٫۰۱,\ \lambda_{۱۰} = ۰٫۰۱,\ \lambda_{۱۸} = ۰٫۱۳,\ \lambda_{۲۲} = ۰٫۱۰,\ \lambda_{۲۶} = ۰٫۰۷,\ \lambda_{۲۹} = ۰٫۰۱,\ \lambda_{۳۰} = ۰٫۶۳,$ $\lambda_{۳۴} = ۰٫۰۴$
بترانس	۰٫۱۵۳	۱۴	$\lambda_{۴} = ۰٫۱۸,\ \lambda_{۷} = ۰٫۱۹,\ \lambda_{۱۵} = ۰٫۱۴,\ \lambda_{۱۶} = ۰٫۱۰,\ \lambda_{۲۰} = ۰٫۱۸,\ \lambda_{۳۰} = ۰٫۲۱,\ \lambda_{۳۴} = ۰٫۰۱$
ورنا	۰٫۱۸۰	۱۰	$\lambda_{۱} = ۰٫۰۷,\ \lambda_{۴} = ۰٫۰۲,\ \lambda_{۶} = ۰٫۰۳,\ \lambda_{۱۵} = ۰٫۱۶,\ \lambda_{۱۸} = ۰٫۰۲,\ \lambda_{۱۹} = ۰٫۱۸,\ \lambda_{۲۵} = ۰٫۲۸,$ $\lambda_{۲۸} = ۰٫۱۵,\ \lambda_{۳۰} = ۰٫۰۷,\ \lambda_{۳۷} = ۰٫۰۴$
خاذین	۰٫۳۱۷	۷	$\lambda_{۱} = ۰٫۰۹,\ \lambda_{۴} = ۰٫۱۹,\ \lambda_{۶} = ۰٫۰۴,\ \lambda_{۷} = ۰٫۰۸,\ \lambda_{۱۵} = ۰٫۱۶,\ \lambda_{۱۸} = ۰٫۰۳,\ \lambda_{۲۵} = ۰٫۲۲,$ $\lambda_{۲۸} = ۰٫۱۴,\ \lambda_{۳۷} = ۰٫۰۶$
بکاب	۰٫۱۹۸	۹	$\lambda_{۱} = ۰٫۰۳,\ \lambda_{۴} = ۰٫۴۴,\ \lambda_{۶} = ۰٫۰۴,\ \lambda_{۷} = ۰٫۳۲,\ \lambda_{۱۸} = ۰٫۰۲,\ \lambda_{۲۳} = ۰٫۰۱,\ \lambda_{۲۵} = ۰٫۰۹,$ $\lambda_{۳۷} = ۰٫۰۶$
خاور	۰	۲۳	$\lambda_{۵} = ۰٫۰۲,\ \lambda_{۶} = ۰٫۱۶,\ \lambda_{۷} = ۰٫۰۴,\ \lambda_{۱۶} = ۰٫۰۱,\ \lambda_{۱۹} = ۰٫۰۱,\ \lambda_{۲۲} = ۰٫۰۷,\ \lambda_{۲۳} = ۰٫۰۱,$ $\lambda_{۲۶} = ۰٫۰۴,\ \lambda_{۲۷} = ۰٫۰۱,\ \lambda_{۲۹} = ۰٫۰۵,\ \lambda_{۳۰} = ۰٫۵۵,\ \lambda_{۳۴} = ۰٫۰۳$
وصندوق	۰	۲۳	$\lambda_{۲} = ۰٫۱۱,\ \lambda_{۳} = ۰٫۰۱,\ \lambda_{۶} = ۰٫۰۳,\ \lambda_{۱۰} = ۰٫۰۸,\ \lambda_{۱۱} = ۰٫۰۴,\ \lambda_{۱۳} = ۰٫۰۳,\ \lambda_{۱۴} = ۰٫۰۴,$ $\lambda_{۱۹} = ۰٫۱۳,\ \lambda_{۲۶} = ۰٫۱۲,\ \lambda_{۲۷} = ۰٫۰۲,\ \lambda_{۲۹} = ۰٫۰۱,\ \lambda_{۳۰} = ۰٫۳۶$
کروی	۰٫۱۵۴	۱۳	$\lambda_{۱} = ۰٫۰۷,\ \lambda_{۶} = ۰٫۰۴,\ \lambda_{۱۵} = ۰٫۱۲,\ \lambda_{۱۸} = ۰٫۰۲,\ \lambda_{۱۹} = ۰٫۲۳,\ \lambda_{۲۵} = ۰٫۲۹,\ \lambda_{۲۸} = ۰٫۱۴,$ $\lambda_{۳۰} = ۰٫۰۵,\ \lambda_{۳۷} = ۰٫۰۴$
وصنا	۰٫۳۶۶	۶	$\lambda_{۱} = ۰٫۰۴,\ \lambda_{۶} = ۰٫۰۵,\ \lambda_{۱۵} = ۰٫۰۱,\ \lambda_{۱۸} = ۰٫۰۴,\ \lambda_{۱۹} = ۰٫۲۵,\ \lambda_{۲۳} = ۰٫۰۲,\ \lambda_{۲۵} = ۰٫۱۱,$ $\lambda_{۲۸} = ۰٫۰۹,\ \lambda_{۳۰} = ۰٫۳۴,\ \lambda_{۳۷} = ۰٫۰۴$
وساخت	۰	۲۳	$\lambda_{۶} = ۰٫۰۶,\ \lambda_{۷} = ۰٫۰۲,\ \lambda_{۱۰} = ۰٫۰۹,\ \lambda_{۱۱} = ۰٫۱۱,\ \lambda_{۱۳} = ۰٫۱۴,\ \lambda_{۱۹} = ۰٫۱۰,\ \lambda_{۲۲} = ۰٫۰۳,$ $\lambda_{۳۰} = ۰٫۴۴,\ \lambda_{۳۳} = ۰٫۰۱,\ \lambda_{۳۶} = ۰٫۰۱$
کچینی	۰٫۲۴۲	۸	$\lambda_{۱} = ۰٫۰۵,\ \lambda_{۶} = ۰٫۰۴,\ \lambda_{۱۵} = ۰٫۱۰,\ \lambda_{۱۸} = ۰٫۰۲,\ \lambda_{۱۹} = ۰٫۲۲,\ \lambda_{۲۵} = ۰٫۲۲,\ \lambda_{۲۸} = ۰٫۱۲,$ $\lambda_{۳۰} = ۰٫۱۹,\ \lambda_{۳۷} = ۰٫۰۴$
ولیز	۰	۲۳	$\lambda_{۲} = ۰٫۱۴,\ \lambda_{۱۰} = ۰٫۰۴,\ \lambda_{۱۱} = ۰٫۰۶,\ \lambda_{۱۳} = ۰٫۰۵,\ \lambda_{۱۴} = ۰٫۲۲,\ \lambda_{۱۵} = ۰٫۰۳,\ \lambda_{۱۹} = ۰٫۰۹,$ $\lambda_{۲۶} = ۰٫۰۷,\ \lambda_{۳۰} = ۰٫۲۷,\ \lambda_{۳۴} = ۰٫۰۱,\ \lambda_{۳۶} = ۰٫۰۲$
شلعاب	۰٫۰۰۸	۲۰	$\lambda_{۶} = ۰٫۱۶,\ \lambda_{۷} = ۰٫۰۴,\ \lambda_{۲۹} = ۰٫۱۸,\ \lambda_{۲۲} = ۰٫۰۴,\ \lambda_{۳۰} = ۰٫۵۴,\ \lambda_{۳۴} = ۰٫۰۴$
شخارک	۰٫۶۱۳	۳	$\lambda_{۱} = ۰٫۰۳,\ \lambda_{۷} = ۰٫۱۳,\ \lambda_{۱۶} = ۰٫۱۲,\ \lambda_{۲۰} = ۰٫۲۷$
کچاد	۰	۲۳	$\lambda_{۶} = ۰٫۰۹,\ \lambda_{۷} = ۰٫۰۴,\ \lambda_{۱۳} = ۰٫۰۱,\ \lambda_{۱۴} = ۰٫۱۶,\ \lambda_{۱۹} = ۰٫۰۳,\ \lambda_{۲۲} = ۰٫۰۴,\ \lambda_{۲۳} = ۰٫۰۳,$ $\lambda_{۲۶} = ۰٫۰۵,\ \lambda_{۲۷} = ۰٫۰۲,\ \lambda_{۲۹} = ۰٫۰۳,\ \lambda_{۳۰} = ۰٫۴۵,\ \lambda_{۳۴} = ۰٫۰۳$
سپاها	۰٫۴۲۸	۵	$\lambda_{۱} = ۰۱۵,\ \lambda_{۱۸} = ۰۱۴,\ \lambda_{۲۰} = ۰٫۴۴,\ \lambda_{۲۳} = ۰٫۰۱,\ \lambda_{۳۷} = ۰٫۲۷$
ومعادن	۰	۲۳	$\lambda_{۶} = ۰٫۰۷,\ \lambda_{۷} = ۰٫۰۳,\ \lambda_{۸} = ۰٫۰۱,\ \lambda_{۱۴} = ۰٫۱۸,\ \lambda_{۱۶} = ۰٫۰۱,\ \lambda_{۱۹} = ۰٫۰۶,\ \lambda_{۲۲} = ۰٫۰۳,$ $\lambda_{۲۳} = ۰٫۰۴,\ \lambda_{۲۶} = ۰٫۰۸,\ \lambda_{۲۹} = ۰٫۰۲,\ \lambda_{۳۰} = ۰٫۴۴,\ \lambda_{۳۴} =, ۰٫۰۳$
دالبر	۱	۱	$\lambda_{۲۰} = ۱$
دسبحا	۰٫۴۳۶	۴	$\lambda_{۱} = ۰٫۰۹,\ \lambda_{۴} = ۰٫۳۷,\ \lambda_{۷} = ۰٫۱۶,\ \lambda_{۱۸} = ۰٫۰۵,\ \lambda_{۲۰} = ۰٫۱۵,\ \lambda_{۲۳} = ۰٫۰۳,\ \lambda_{۲۸} = ۰٫۰۶,$ $\lambda_{۳۷} = ۰٫۱۰$
کگل	۰٫۰۸۳	۱۷	$\lambda_{۱} = ۰٫۰۶,\ \lambda_{۴} = ۰٫۱۴,\ \lambda_{۶} = ۰٫۰۱,\ \lambda_{۱۵} = ۰٫۲۱,\ \lambda_{۱۸} = ۰٫۰۱,\ \lambda_{۱۹} = ۰٫۱۲,\ \lambda_{۲۵} = ۰٫۲۳,$ $\lambda_{۲۸} = ۰٫۱۴,\ \lambda_{۳۰} = ۰٫۰۳,\ \lambda_{۳۷} = ۰٫۰۴$

ادامه جدول ۳.

نماد	$\theta\ (MVS)$	رتبه	سبد معیار و سهام‌های موجود در آن
رمپنا	۰/۱۷۵	۱۱	$\lambda_{1}=/۳۰,\ \lambda_{7}=/۰۵,\ \lambda_{۲۰}=/۶۲,\ \lambda_{۳۰}=/۰۳$
شاراک	۰/۰۲۰	۱۸	$\lambda_{۴}=/۱۳,\ \lambda_{7}=/۱۴,\ \lambda_{۱۵}=/۱۶,\ \lambda_{۱۶}=/۱۰,\ \lambda_{۲۰}=/۱۵,\ \lambda_{۳۰}=/۲۹,\ \lambda_{۳۴}=/۰۴$
ثشاهد	۰	۲۳	$\lambda_{۵}=/۰۱,\ \lambda_{۶}=/۰۱,\ \lambda_{۱۴}=/۰۱,\ \lambda_{۱۹}=/۱۲,\ \lambda_{۲۱}=/۰۹,\ \lambda_{۲۶}=/۰۱,\ \lambda_{۲۷}=/۰۱,$ $\lambda_{۳۰}=/۵۳,\ \lambda_{۳۱/۰۴}=,\ \lambda_{۳۳}=/۰۱,\ \lambda_{۳۴}=/۰۳,\ \lambda_{۳۵}=/۰۱,\ \lambda_{۳۶}=/۱۱$
بموتو	۰	۲۳	$\lambda_{۲}=/۱۳,\ \lambda_{۳}=/۰۱,\ \lambda_{۶}=/۰۳,\ \lambda_{۱۰}=/۰۵,\ \lambda_{۱۱}=/۰۲,\ \lambda_{۱۷}=/۰۶,\ \lambda_{۱۹}=/۰۷,$ $\lambda_{۲۱}=/۰۳,\ \lambda_{۲۳}=/۰۲,\ \lambda_{۲۶}=/۱۴,\ \lambda_{۳۰}=/۴۳$
والبر	۰	۲۳	$\lambda_{۲}=/۰۳,\ \lambda_{۶}=/۰۶,\ \lambda_{۱۰}=/۰۹,\ \lambda_{۱۱}=/۰۴,\ \lambda_{۱۴}=/۰۱,\ \lambda_{۱۹}=/۱۵,\ \lambda_{۲۶}=/۱۳,$ $\lambda_{۲۷}=/۰۱,\ \lambda_{۲۹}=/۰۲,\ \lambda_{۳۰}=/۴۲,\ \lambda_{۳۵}=/۰۴$
خشرق	۰/۱۶۷	۱۲	$\lambda_{۱}=/۰۶,\ \lambda_{۴}=/۲۰,\ \lambda_{۶}=/۰۴,\ \lambda_{7}=/۱۵,\ \lambda_{۱۵}=/۱۲,\ \lambda_{۱۸}=/۰۲,\ \lambda_{۲۵}=/۲۱,$ $\lambda_{۲۸}=/۰۹,\ \lambda_{۳۰}=/۰۷,\ \lambda_{۳۷}=/۰۴$
ولساپا	۰/۸۷۱	۲	$\lambda_{۱}=/۳۵,\ \lambda_{۶}=/۱۳,\ \lambda_{۱۸}=/۱۴,\ \lambda_{۲۳}=/۰۶,\ \lambda_{۲۸}=/۱۳,\ \lambda_{۳۷}=/۱۹$
شکلر	۰	۲۳	$\lambda_{۲}=/۰۷,\ \lambda_{7}=/۰۱,\ \lambda_{۱۰}=/۰۹,\ \lambda_{۱۱}=/۰۱,\ \lambda_{۱۳}=/۱۲,\ \lambda_{۱۹}=/۱۳,\ \lambda_{۲۷}=/۰۶$ $\lambda_{۳۰}=/۴۱,\ \lambda_{۳۳}=/۰۳,\ \lambda_{۳۵}=/۰۳,\ \lambda_{۳۶}=/۰۴$
دکوثر	۰/۱۱۵	۱۶	$\lambda_{۱}=/۰۵,\ \lambda_{۴}=/۲۶,\ \lambda_{۶}=/۰۷,\ \lambda_{7}=/۲۲,\ \lambda_{۱۸}=/۰۳,\ \lambda_{۲۳}=/۰۱,\ \lambda_{۲۵}=/۱۶,$ $\lambda_{۲۸}=/۰۵,\ \lambda_{۳۰}=/۱۱,\ \lambda_{۳۷}=/۰۵$
وغدیر	۰	۲۳	$\lambda_{۲}=/۰۸,\ \lambda_{۵}=/۰۳,\ \lambda_{۱۰}=/۰۸,\ \lambda_{۱۳}=/۰۲,\ \lambda_{۱۴}=/۰۱,\ \lambda_{۱۵}=/۰۸,\ \lambda_{۱۹}=/۱۴,$ $\lambda_{۲۱}=/۰۱,\ \lambda_{۲۲}=/۰۱,\ \lambda_{۲۶}=/۰۶,\ \lambda_{۲۷}=/۰۸,\ \lambda_{۲۹}=/۰۲,\ \lambda_{۳۰}=/۳۸,\ \lambda_{۳۵}=/۰۲$
حتاید	۰/۰۰۴	۲۲	$\lambda_{۴}=/۱۱,\ \lambda_{7}=/۰۶,\ \lambda_{۱۵}=/۱۸,\ \lambda_{۱۶}=/۱۰,\ \lambda_{۲۰}=/۱۰,\ \lambda_{۲۲}=/۰۲,\ \lambda_{۳۰}=/۳۸,$ $\lambda_{۳۴}=/۰۶$
فاسمین	۰/۰۱۹	۱۹	$\lambda_{۴}=/۱۸,\ \lambda_{7}=/۱۹,\ \lambda_{۱۵}=/۱۴,\ \lambda_{۱۶}=/۱۰,\ \lambda_{۲۰}=/۱۹,\ \lambda_{۳۰}=/۲۱,\ \lambda_{۳۴}=/۰۱$
وملت	۰	۲۳	$\lambda_{۲}=/۰۱,\ \lambda_{۶}=/۰۱,\ \lambda_{7}=/۰۳,\ \lambda_{۱۳}=/۰۱,\ \lambda_{۱۴}=/۳۲,\ \lambda_{۱۵}=/۰۱,\ \lambda_{۱۹}=/۰۹,$ $\lambda_{۲۳}=/۰۴,\ \lambda_{۲۶}=/۰۲,\ \lambda_{۲۷}=/۰۸,\ \lambda_{۲۸}=/۰۱,\ \lambda_{۳۰}=/۰۱,\ \lambda_{۳۱}=/۳۲,\ \lambda_{۳۴}=/۰۳,$ $\lambda_{۳۶}=/۰۳$
شتولی	۰/۱۴۹	۱۵	$\lambda_{۴}=/۲۰,\ \lambda_{7}=/۲۲,\ \lambda_{۱۵}=/۱۳,\ \lambda_{۱۶}=/۰۹,\ \lambda_{۲۰}=/۲۲,\ \lambda_{۳۰}=/۱۴$
ستران	۱	۱	$\lambda_{۳۷}=۱$

ندارد. یعنی طبق مدل MVS، این سهام نتوانسته کمینه واریانس ممکن را (در آن سطح از بازده و چولگی) ایجاد کند. ممکن است این سؤال پیش بیاید که پس مقدار بهینه‌ی واریانس در این حالت چقدر و مربوط به کدام سهام است؟ پاسخ این سؤال را می‌توان در سبد معیار آن سهام یافت. برای روشن شدن مطلب با استفاده از جدول ۳، یک سهام ناکارا را در نظر بگیرید. به‌عنوان مثال چون برای نماد رمپنا، مقدار کارایی کم‌تر از ۱ به دست آمده است (۰/۱۷۵)، این سهام ناکاراست و از مرز کارا فاصله دارد. مقدار کارایی ۰/۱۷۵ برای این سهام بدان معناست که با استفاده از ترکیب محدبی از سهام‌های دیگر و بدون کاهش بازده و چولگی، می‌توان به یک سبد معیار دست یافت که ریسک آن ۸۲/۵ (۱۷۵/۰-۱) درصد کم‌تر از ریسک سهام رمپنا است. این سبد معیار، ترکیب وزن‌دار سهام‌های زیر است: خساپا با وزن ۳۰ درصد، بکاب با وزن ۵ درصد، دالبر با وزن ۶۲ درصد و شکلر با وزن ۳ درصد. به‌عبارت دیگر با ترکیب این چهار سهام، می‌توان سهام رمپنا را بر مرز کارا تصویر کرده و به مقدار بهینه‌ی واریانس در آن سطح از بازده و چولگی رسید.

۵. نتیجه‌گیری

تحقیقات جدید در زمینه‌ی انتخاب سبد سهام بهینه نشان می‌دهد که بدون داشتن دلایل موجه و منطقی، نباید از گشتاور مرتبه سوم بازده سبد (چولگی) صرف‌نظر کرد. در نظر گرفتن چولگی برای تشکیل پورتفولیو پیچیدگی‌های محاسباتی خاص خود را دارد. در این تحقیق روشی نوین، کاربردی و در عین حال ساده برای سنجش کارایی و رتبه‌بندی مجموعه‌یی از سهام‌ها ارائه شد که در آن، برخلاف روش‌های پیشین، فقط تصویر سهام بر مرز کارا رسم می‌شود. این امر با ترکیب سه معیار میانگین، واریانس و چولگی بازده سهام و ارائه‌ی معیاری واحد برای ارزیابی عملکرد سهام با استفاده از تکنیک تحلیل پوششی داده صورت گرفت، به‌گونه‌یی که هم‌زمان مفهوم هر سه معیار را در خود دارد. این معیار مقایسه و رتبه‌بندی مجموعه‌یی از سهام/سبدهای سهام با یکدیگر را ممکن می‌سازد. به‌عنوان یک مطالعه‌ی موردی، این مدل برای ۳۷ شرکت برتر بورس ایران در سال ۱۳۸۸ اجرا و شبیه‌سازی مرز کارای آن با استفاده

از الگوریتم فراابتکاری SA انجام شد. نتایج حاصله نشان داد که سهام سه شرکت ساپیا، البرز دارو و سیمان تهران دارای مقدارکارایی ۱ بوده و مجموعه‌ی سهام کارا را تشکیل می‌دهد. دلیل این امر را، علاوه بر دو عامل بازده مطلوب و واریانس معقول، می‌توان ناشی از چولگی مثبت و قابل توجه آنها دانست. ضمناً برای سهام‌های ناکارا نیز سبد سهام معیار، که توانایی تصویرکردن سهام را بر مرز کارا دارد، تشکیل و به‌عنوان نتایج تکمیلی ارائه شد.

پانوشت‌ها

1. efficient frontier
2. capital assets pricing model (CAPM)
3. excess return
4. Lintner, J.
5. Mossin, J.
6. Black, F.
7. Miller, H.M. & Scholes
8. Blume, M.E. & Friend
9. Fama, E.F. & Mac Beth
10. mean variance skewness
11. Arrow, K.J.
12. data envelopment analysis
13. output oriented
14. input oriented
16. simulated annealing
17. normality test
18. dominate
19. benchmark portfolio

۲۰. واریانس مساوی وقتی اتفاق می‌افتد که سهام تحت بررسی کارا باشد.

منابع (References)

Parker Joansones, C. "Portfolio management" translated by Shahalizadeh, M., Iranian Center for training and research, p.6, (in Persian)(2001).

2. Markowitz, H.M., *Portfolio Selection: Efficient Diversification of Investments*, New York, Yale University Press, John Wiley (1991).
3. Treynor, J.L. "How to rate management of investment funds", *Harvard Business Review,* **43**, pp. 63-75 (1965).
4. Lau, A.H.-L., Lau, H.-S. and Wingender, J.R. "The distribution of stock returns: New evidence against the stable model", *Journal of Business & Economic Statistics*, **8**, pp. 217-223 (1990).
5. Turner, A.L. and Weigel, E.J. "Daily stock market volatility: 1928-1989", *Management Science*, **38**, pp. 1586-1609 (1992).
6. Campbell, J.Y. and Hentschel, L. "No news is good news: An asymmetric model of changing volatility in stock returns", *Journal of Financial Economics*, **31**, pp. 281-318 (1992).
7. Arditti, F.D. "Another look at mutual fund performance", *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, **6**, pp. 909-912 (1971).
8. Kraus, A. and Litzenberger, R.H. "Skewness preference and the valuation of risk assets", *Journal of Finance*, **31**, pp. 1085-1100 (1976).
9. Kane, A. "Skewness preference and portfolio choice", *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, **17**, pp. 15-25 (1982).
10. Ho, Y.K. and Cheung, Y.L. "Behavior of intra-daily stock return on an Asian emerging market-Hong Kong", *Applied Economics*, **23**, pp. 957-966 (1991).
11. Joro, T. and Na, P. "Portfolio performance evaluation in a mean–variance–skewness framework", *European Journal of Operational Research*, **175**, pp. 446-461 (2006).
12. Sharpe, W.F. "Mutual fund performance", *Journal of Business*, **39**, pp. 119-138 (1966).
13. Jensen, M.C. "The performance of mutual funds in the period 1945–1964", *Journal of Finance*, **23**, pp. 389-416 (1968).
14. Roll, R. "Ambiguity when performance is measured by the securities market line", *Journal of Finance*, **33**, pp. 1051-1069 (1978).
15. Zakamouline, V. and Koekebakker, S. "Portfolio performance evaluation with generalized sharpe ratios: Beyond the mean and variance", *Journal of Banking* & **Finance**, **33**, pp. 1242-1254 (2009).
16. Annaert, J., Osselaer, S.V. and Verstraete, B. "Performance evaluation of portfolio insurance strategies using stochastic dominance criteria", *Journal of Banking & Finance*, **33**, pp. 272-280 (2009).
17. Sadjadi, S.J., Gharakhani, M. and Safari, E. "Robust optimization framework for cardinality constrained portfolio problem", *Applied Soft Computing*, **12**, pp. 91-99 (2012).
18. Arditti, F.D. "Skewness and investors_ decisions: A reply", *Journal of Financial and Quantitative Analysis*, **10**, pp. 173-176 (1975).
19. Harvey, C.R. and Siddique, A. "Conditional skewness in asset pricing tests", *Journal of Finance*, **55**, pp. 1263-1295 (2000).
20. Kahneman, D. and Tversky, A. "Prospect theory: An analysis of decision under risk", *Econometrica*, **47**, pp. 263-291 (1979).
21. Canela, M.Á. "Eduardo pedreira collazo: Portfolio selection with skewness in emerging market industries", *Emerging Markets Review*, **8**, pp. 230-250 (2007).
22. Yu, L., Wang, S. and Lai, K.K. "Neural network-based mean–variance–skewness model for portfolio selection", *Computers & Operations Research*, **35**, pp. 34-46 (2008).
23. Li, X., Qin, Z. and Kar, S. "Mean-variance-skewness model for portfolio selection with fuzzy returns", *European Journal of Operational Research*, **202**, pp. 239-247 (2010).

24. Pindoriya, N.M., Singh, S.N. and Singh, S.K. "Multi-objective mean–variance–skewness model for generation portfolio allocation in electricity markets", *Electric Power Systems Research*, **80**, pp. 1314-1321 (2010).

25. Basso, A. and Funari, S. "A data envelopment analysis approach to measure the mutual fund performance", *European Journal of Operational Research*, **135**, pp. 477-492 (2001).

26. Chang, P.T. and Lee, J.H. "A fuzzy DEA and knapsack formulation integrated model for project selection", *Computers & Operations Research*, **39**, pp. 112-125 (2012).

27. Charnes, A., Cooper, W.W. and Rhodes, E. "Measuring efficiency of decision making units", *European Journal of Operational Research*, **2**, pp. 429-444 (1978).

28. Edirisinghe, N.C.P. and Zhang, X. "Generalized DEA model of fundamental analysis and its application to portfolio optimization", *Journal of Banking & Finance*, **31**, pp. 3311-3335 (2007).

29. Morey, M.R. and Morey, R.C. "Mutual fund performance appraisals: A multi-horizon perspective with endogenous benchmarking", *Omega*, **27**, pp. 241-258 (1999).

30. Murthi, B., Prabhakar, S., Choi, Y.K. and Desai, P. "Efficiency of mutual funds and portfolio performance measurement: A nonparametric approach", *European Journal of Operational Research*, **98**, pp. 408-418 (1997).

31. www.fipiran.com.

32. www.iranbourse.blogfa.com/post-1830.aspx.