مهندسی صنایع و مدیریت شریف، (تابستان ۱۳۹۳)
دوره‌ی ۱ - ۳۰، شماره‌ی ۱/۲، ص. ۱۰۱-۱۰۷، (یادداشت فنی)

Research Note

ارائه‌ی یک الگوریتم ابتکاری برای حل مسئله‌ی یک‌پارچه‌ی تولید ترکیبی - برون‌سپاری تحت نظریه‌ی محدودیت‌ها

اسماعیل مهدی‌زاده * **(استادیار)**
سعید جلیلی (کارشناس ارشد)
مهدی اقبالی (کارشناس ارشد)
دانشکده‌ی مهندسی صنایع و مکانیک، دانشگاه آزاد اسلامی واحد قزوین

امروزه سیستم‌های تولیدی با هدف دست‌یابی به سود بیشتر، سعی می‌کنند سهم بیشتری از تقاضای بازار را ارضاء کنند. اما در اکثر موارد به‌دلیل ناکافی بودن منابع تولیدی مایل‌اند برخی محصولات را از منابع خارجی تهیه کنند. با توجه به این مهم، مسئله‌ی تولید ترکیبی (PM)[1] با مفهوم تصمیم‌گیری برون‌سپاری ادغام می‌شود و مسئله‌ی یک‌پارچه تولید ترکیبی - برون‌سپاری (IPMO)[2] مطرح می‌شود. پرسش اصلی می‌شود. پرسش اصلی در این مسئله آن است که چه مقدار از هر محصول داخل سیستم تولید شود و چه مقدار از آن برون‌سپاری شود. یکی از معروف‌ترین روش‌های حل مسئله‌ی IPMO، روش تئوری محدودیت ها (TOC)[3] است. در این تحقیق روشی ابتکاری و ساده براساس TOC برای حل مسئله‌ی IPMO در حالت چندگلوگاهی ارائه می‌شود. الگوریتم پیشنهادی با الگوریتم‌های موجود در ادبیات مورد مقایسه قرار می‌گیرد و نشان داده می‌شود که الگوریتم پیشنهادی قادر به دست‌یابی به جواب‌های مناسب است.

واژگان کلیدی: سیستم‌های تولیدی، تولید ترکیبی، برون‌سپاری، نظریه‌ی محدودیت‌ها، الگوریتم ابتکاری.

emehdi@qiau.ac.ir
saieedp30@yahoo.com
m.eghbali@qiau.ac.ir

۱. مقدمه

در دنیای کنونی یکی از مهم‌ترین مسائل موجود در زمینه‌ی سیستم‌های تولیدی تلاش سیستم برای پاسخ‌گویی به تقاضای محصولات و درنتیجه ارضاء سهم بیشتری از تقاضای بازار است. اما به‌دلیل محدودیت منابع این امر به‌طور کامل میسر نیست، و درنتیجه موضوعی به‌نام تولید ترکیبی (PM) مطرح می‌شود. در مسئله‌ی تولید ترکیبی بیان می‌شود که: «میزان تولید از هر محصول چقدر باشد تا سود حاصل حتی‌الامکان بالا باشد».[1] چنان که بیان شد برای فروش بیشتر و درنتیجه کسب سود بیشتر در بازار رقابتی، محدودیت منابع وجود دارد. درنتیجه سیستم‌ها مایل‌اند تولید برخی از محصولات را به منابع خارجی بسپارند یا به‌اصطلاح برون‌سپاری کنند. به‌عبارت دیگر مسئله‌ی تولید ترکیبی با برون‌سپاری ترکیب شده و به مسئله‌ی جدیدی تحت عنوان «مسئله‌ی یک‌پارچه‌ی تولید ترکیبی - برون‌سپاری جدیدی (IPMO)» بدل می‌شود. این مسئله بیان می‌دارد که «برای بیشینه‌سازی سود حاصله چه میزان از محصول باید در داخل سیستم و چه میزان آن باید از منبع خارجی تأمین شود».[2]

یکی از روش‌های مورد استفاده در حل مسائل تولید ترکیبی، استفاده از فلسفه‌ی مدیریتی است که با شناسایی گلوگاه‌ها و محدودیت‌های سیستم، آن را در راستای کسب درآمد بیشتر هدایت می‌کند. این روش تئوری محدودیت‌ها (TOC) نام دارد و غالباً برای حل مسائل تولیدی تک‌گلوگاهی کاربرد دارد، و در حل مسائل چندگلوگاهی چندان توانایی ندارد. این در حالی است که در اغلب مسائل در دنیای واقعی، سیستم‌های تولیدی تک‌گلوگاهی نیستند. به دنبال رفع این نقص، الگوریتم تئوری محدودیت های تجدیدنظر شده (RTOC)[4] ارائه شده است تا ضمن استفاده از نقاط مثبت نظریه‌ی محدودیت‌ها، نظیر سادگی و قابل فهم بودن آن، کارایی این الگوریتم نیز افزایش یابد.

۲. تحقیقات پیشین

همان‌طور که بیان شد، یکی از روش‌های حل مسئله‌ی تولید ترکیبی، روش تئوری محدودیت‌ها (TOC) است که اولین‌بار در سال ۱۹۸۶ به کار گرفته شد. پس از آن، با ترکیب این نظریه (TOC) و نظریه‌ی هزینه‌ی مبتنی بر فعالیت (ABC)[5]

* نویسنده مسئول
تاریخ: دریافت ۱۳۹۰/۱۱/۲۹، اصلاحیه ۱۳۹۱/۸/۲۱، پذیرش ۱۳۹۲/۲/۳.

روشی ارائه شد که نسبت به هریک از این دو روش کارایی بیشتری دارد.[۳] همچنین مطالعات دیگر نشان داد که تئوری محدودیت‌ها در حالت فازی نیز قابلیت دست‌یابی به جواب در حالت تک گلوگاهی را دارد.[۴] در مطالعات بعدی، مسئله‌ی خرید یا ساخت تک‌محصولی ـ تک گلوگاهی با استفاده از ظرفیت گلوگاه برای تصمیم‌گیری بهتر و با ادغام مسائل مالی ارائه و حل شد.[۵] اما علی‌رغم کارایی TOC در حل مسائل تولیدی، متأسفانه نقاط ضعفی نیز در این روش دیده می‌شود که نمی‌توان از آن چشم پوشید. به‌طور مثال، در مسائل چندگلوگاهی روش TOC نمی‌تواند حل بهینه‌ی شدنی را به دست آورد.[۶] همچنین با افزودن محصول جدید به مسئله، روش TOC کارایی خود را از دست می‌دهد.[۷] به‌همین دلیل در سال ۱۹۹۷، تئوری محدودیت های تجدید نظر شده محدودیت‌ها (RTOC) ارائه شد تا ضمن استفاده از نقاط قوت تئوری محدودیت‌ها، نظیر سادگی و قابل فهم بودن آن، با رفع نقاط ضعف آن بر کارایی این الگوریتم بیفزاید. این مطالعه نشان داد که در اغلب موارد نتایج حاصل از RTOC با نتایج حاصل از برنامه‌ریزی خطی عدد صحیح برابر است.[۸] در همین‌راستا، الگوریتم تئوری محدودیت‌های فازی ارائه، و نتایج حاصله با برنامه‌ریزی خطی فازی مقایسه شد. محققین این الگوریتم را در دو حالت مسائل تک گلوگاهی و چندگلوگاهی بررسی کرده‌اند.[۹] همچنین الگوریتم تئوری محدودیت های تجدید نظر شده فازی برای مسائل ترکیب تولید با ظرفیت، سود و زمان پردازش فازی بررسی شد.[۱۰] بسط مسئله‌ی PM توسط کومان و رونن، و با فعال‌سازی مفهوم برون‌سپاری (پیمانکار) انجام شد که حاصل آن طرح مسئله‌ی IPMO برای اولین‌بار بود.[۱۱] آن‌ها مدل برنامه‌ریزی خطی عدد صحیح[۶] این مسئله را فرموله کردند، و با ارزیابی چهار روش حل: روش استاندارد حسابداری[۷]، الگوریتم سنتی TOC، مدل برنامه‌ریزی خطی عدد صحیح، و نیز الگوریتم سنتی اصلاح‌شده TOC (که خودشان ارائه کرده بودند) برای حل مسئله‌ی IPMO، نشان دادند در حالتی که یک گلوگاه وجود دارد، TOC جواب بهتری نسبت به روش استاندارد حسابداری ارائه می‌دهد، اگرچه به جواب بهینه نمی‌رسد. در عوض الگوریتم سنتی اصلاح شده TOC به جواب بهینه‌ی مدل برنامه‌ریزی خطی عدد صحیح می‌رسد.[۱۱] البته محققین زیادی برای حل مسائل تولید ترکیبی از الگوریتم‌های فرااِبتکاری استفاده کرده‌اند و نتایج حاصله را با نتایج الگوریتم‌های نظریه‌ی محدودیت‌ها مقایسه کرده‌اند.[۱۲]

حال با توجه به ادبیات مسئله، در بین روش‌های موجود برای حل حالت چند گلوگاهی مسئله‌ی IPMO، روش تئوری محدودیت های تجدید نظر شده به کارگرفته نشده است. در این تحقیق الگوریتمی ابتکاری، براساس تئوری محدودیت های تجدید نظر شده ارائه می‌شود.

ارائه‌ی مطالب در ادامه بدین صورت خواهد بود: در بخش سوم مدل کلاسیک مسئله‌ی IPMO ارائه می‌شود. سپس الگوریتم ابتکاری پیشنهادی در بخش چهارم معرفی می‌شود. در بخش پنجم، نتایج حاصل از الگوریتم پیشنهادی و مقایسه‌ی آن با روش‌های موجود در ادبیات مورد بررسی قرار می‌گیرد و در نهایت، در بخش ششم، نتیجه‌گیری و تحقیقات آتی این مطالعه ارائه می‌شود.

۳. توصیف مدل

در این قسمت، مدل برنامه‌ریزی خطی عدد صحیح مسئله‌ی IPMO ارائه شده و در ادامه، متغیرها و پارامترهای موجود در مدل معرفی می‌شود. همچنین تابع هدف و هریک از محدودیت‌ها نیز توصیف می‌شود:

$$\text{Max} = \sum_{i=1}^{m} P_i(CP_i - RM_i) \qquad (1)$$

St :

$$\sum_{i=1}^{n} P_i t_{ij} \le AC_j \qquad j = 1, 2, ..., n \qquad (2)$$

$$P_i \le D_i \qquad i = 1, 2, ..., m$$

$$P_i \ge 0 \qquad i = 1, 2, ..., m \qquad (3)$$

متغیرها و پارامترهای مدل عبارت‌اند از: P_i متغیر تصمیم مسئله که نشان می‌دهد مقدار محصول iام است که باید در سیستم تولید شود؛ RM_i هزینه‌ی مواد اولیه‌ی لازم برای تولید هر محصول iام؛ AC_j میزان ظرفیت موجود منبع jام در طول دوره‌ی برنامه‌ریزی؛ CP_i هزینه‌ی برون‌سپاری محصول iام؛ D_i میزان تقاضای بازار برای محصول iام؛ t_{ij} میزان منبع jام مورد نیاز برای تولید یک واحد محصول iام؛ m تعداد محصول؛ n تعداد منابع در دست؛ q تعداد گلوگاه‌ها.

۱.۳. شرح به دست آوردن تابع هدف

در رابطه با چگونگی محاسبه‌ی تابع هدف مسئله، که نشان‌گر سود سیستم است، فرض می‌شود تمام تقاضای محصولات از طریق تولید در سیستم و برون‌سپاری ارضاء می‌شود. درنتیجه، سود سیستم تولیدی ازکسر هزینه‌ها (هزینه‌ی مواد اولیه، هزینه‌ی برون‌سپاری و هزینه‌ی عملیاتی) از درآمد حاصل از فروش محصولات به دست می‌آید:

$$\text{Profit} = \sum_{i=1}^{m} [(D_i * MP_i) - (D_i - P_i) * CP_i - (P_i * RM_i)] - OE \qquad (4)$$

در این رابطه، OE هزینه‌های عملیاتی سیستم (مقدار ثابت)؛ MP_i قیمت فروش محصول iام در بازار؛ $D_i - P_i$ مقدار محصولi ام که به منبع خارجی سفارش داده می‌شود؛ $D_i * MP_i$ درآمد حاصل از فروش محصول iام در بازار؛ $P_i * RM_i$ کل هزینه‌ی تولید مواد اولیه‌ی مورد نیاز برای تولید P_i واحد از محصول iام؛ $(D_i - P_i) * CP_i$ کل هزینه‌ی برون‌سپاری محصول iام. با توجه به بازنویسی معادله‌ی ۴ داریم:

$$\text{Profit} = \sum_{i=1}^{m} [(MP_i - CP_i) * D_i + P_i * (CP_i - RM_i)] - OE \qquad (5)$$

حال باتوجه به ثابت بودن $(MP_i - CP_i) * D_i$ و OE در رابطه‌ی ۵، تنها قسمت متغیر تابع از رابطه‌ی ۵ به‌عنوان تابع هدف مدل در رابطه‌ی ۱ در نظرگرفته می‌شود.

۲.۳. تفسیر محدودیت‌ها

رابطه‌ی ۲ نشان‌دهنده‌ی محدودیت منابع در سیستم است. طبق این رابطه، کل منبع استفاده شده برای تولید محصولات در داخل سیستم نباید از ظرفیت‌های موجود برای منابع بیشتر شود. رابطه‌ی ۳ محدودیت میزان تولید هریک از محصولات را

با توجه به تقاضای مورد نیاز آن مدل‌سازی می‌کند. گفتنی است، در ادبیات این مسئله، میزان تولید محصولات یک متغیری عدد صحیح در نظرگرفته می‌شود که مشخصاً مقادیری مثبت را اخذ می‌کند. این عامل، علاوه بر گسسته‌کردن محیط مدل، بر پیچیدگی آن نیز تا حد زیادی افزوده است.

۴. الگوریتم ابتکاری پیشنهادی

الگوریتم معرفی شده در این بخش، نسخه‌ی توسعه‌یافته‌یی از الگوریتم ۲ مرحله‌یی پیشنهاد شده توسط کومان و رونن (۲۰۰۰) است. این الگوریتم هیوریستیک به دنبال آن است که مشخص کند هرکدام از محصولات چه‌مقدار در داخل سیستم تولید شده و چه مقدار برون‌سپاری شود. برای این منظور ۸ گام (مرحله) در نظرگرفته شده تا طی فرایندی ساده به اهداف مذکور دست یابیم. لازم به توضیح است که پارامترها و متغیرهای تعریف شده در این بخش مانند بخش ارائه‌ی مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح است.

گام ۱. شناخت محدودیت سیستم.

الف) محاسبه‌ی d_j: تفاوت بین ظرفیت موجود و ظرفیت مورد نیاز.

$$d_J = AC_j - \sum_{i=1}^{m} t_{ij} D_i \qquad j = 1, 2, .., n \qquad (۶)$$

ب) تعیین گلوگاه‌ها به‌ترتیب نزولی در مجموعه‌یی با عنوان CR.

گام ۲. تعیین اولویت تولید محصولات در هر گلوگاه.

الف) تعیین میزان سود نسبی پیمانکار در واحد زمان برای هرگلوگاه(PR_{i,CR_k}) :

$$PR_{i,CR_k} = \frac{CM_i}{t_{i,CR_k}} \qquad i = 1, 2, .., m \qquad k = 1, 2, .., n \qquad (۷)$$

$$CM_i = CP_i - RM_i \qquad (۸)$$

ب) مرتب کردن محصولات.

در این قسمت محصولات را براساس PR_{i,CR_k} به‌ترتیب نزولی در گلوگاه kام مرتب کنید. محصولاتی که نسبت PR_{i,CR_k} یکسانی دارند براساس CM_t به‌ترتیب نزولی، و محصولاتی که در گلوگاه kام پردازش نمی‌شوند ($PR_{i,CR_k} = 0$)، را براساس CM_t آنها مرتب کنید.

گام ۳. تعیین جدول زمان‌بندی اولیه‌ی محصولات.

با توجه به توالی اولویت‌های محصولات در گلوگاه اصلی و با در نظر داشتن ظرفیت محدود گلوگاه‌ها، برنامه‌ی تولید اولیه را تهیه کنید.

گام ۴. تعیین حالت‌های موجه برای بهبود خروجی.

حالت موجه یعنی این‌که اگر یک واحد از محصول تولیدی کم شود و یک واحد به دیگر محصولات اضافه شود، در خروجی بهبود یا افزایش حاصل شود. فرض کنیم که X و Y محصولات کاندید برای کاهش و افزایش باشند. کاهش X و افزایش Y زمانی موجه است که از شرایط زیر برخوردار باشند:

۱. در برنامه‌ی تولید اولیه، X بر Y مقدم باشد؛

۲. محصول Y:

الف) تقاضای آن به‌طورکامل ارضاء نشده باشد؛

ب) دست کم در یکی از توالی اولویت‌ها نسبت به X مقدم باشد؛

ج) در همان توالی اولویت‌ها که نسبت به X مقدم‌تر است، نسبت به محصولاتی که تقاضای آن‌ها به‌طورکامل در سیستم تولید نشده نیز، مقدم باشد.

گام پنجم: انتخاب بهترین حالت.

اگر در گام ۴ هیچ حالت موجهی یافت نشود جواب اولیه در گام ۳ را به‌عنوان بهترین جواب انتخاب کنید. اگر فقط یک حالت موجه برای بهبود یافت شد به گام ۶ بروید. در غیر این صورت بهترین حالت را از میان دیگر حالت‌ها به‌عنوان جواب انتخاب کنید. برای رسیدن به بهترین حالت، مطابق رابطه‌ی ۹، مقدار Z را تعیین کنید و بیشترین مقدار آن (Z) را به‌عنوان بهترین حالت انتخاب و به گام ۶ بروید.

$$Z = \sum_{L=1}^{L<k} (-PR_{X,CR_L} + PR_{Y,CR_L}) \qquad (۹)$$

گام ۶. تعیین مجموعه‌یی از محصولات که تقاضای آنها به‌طورکامل ارضاء نشده است.

تمام محصولاتی که تقاضایشان به‌طورکامل ارضاء نشده، به‌استثناء Y، را به‌ترتیب صعودی CM_i در مجموعه‌یی به‌نام L جای دهید.

گام ۷. تعیین بیشترین مقدار X برای کاهش.

در اجرای این گام باید به این نکات توجه داشت که: چه مقدار از X کم شود تا بتوان یک واحد به Y اضافه کرد؟ با این فرض که Y در توالی اولویت‌های گلوگاه k بر X مقدم باشد:

الف) محاسبه‌ی رابطه‌ی $f = \frac{PR_{Y,CR_k}}{PR_{X,CR_k}}$.

ب) محاسبه‌ی این که اگر گلوگاه kام، f واحد زمان از پردازش X را انجام ندهد، چه مقدار از X پردازش نمی‌شود؛ یعنی محاسبه‌ی رابطه‌ی $d_1 = \frac{f}{t_{X,CR_k}}$.

ج) محاسبه‌ی این که چه مقدار از محصول Y را می‌توان در گلوگاه kام در یک واحد زمان تولید کرد؛ یعنی محاسبه‌ی رابطه‌ی $d_2 = \frac{1}{t_{Y,CR_k}}$.

د) تعیین مقدارکاهش X (n_k): با تقسیم d_1 بر d_2 به دست می‌آید. اگر n_k عدد صحیح نبود به پایین گرد می‌کنیم.

مراحل الف تا د این گام را برای تک تک توالی اولویت‌هایی که در آن Y بر X مقدم است تکرار کنید و از بین n_kهای به دست آمده، بزرگ‌ترین را انتخاب کنید. کم‌ترین مقدار n_k برابر ۱ است.

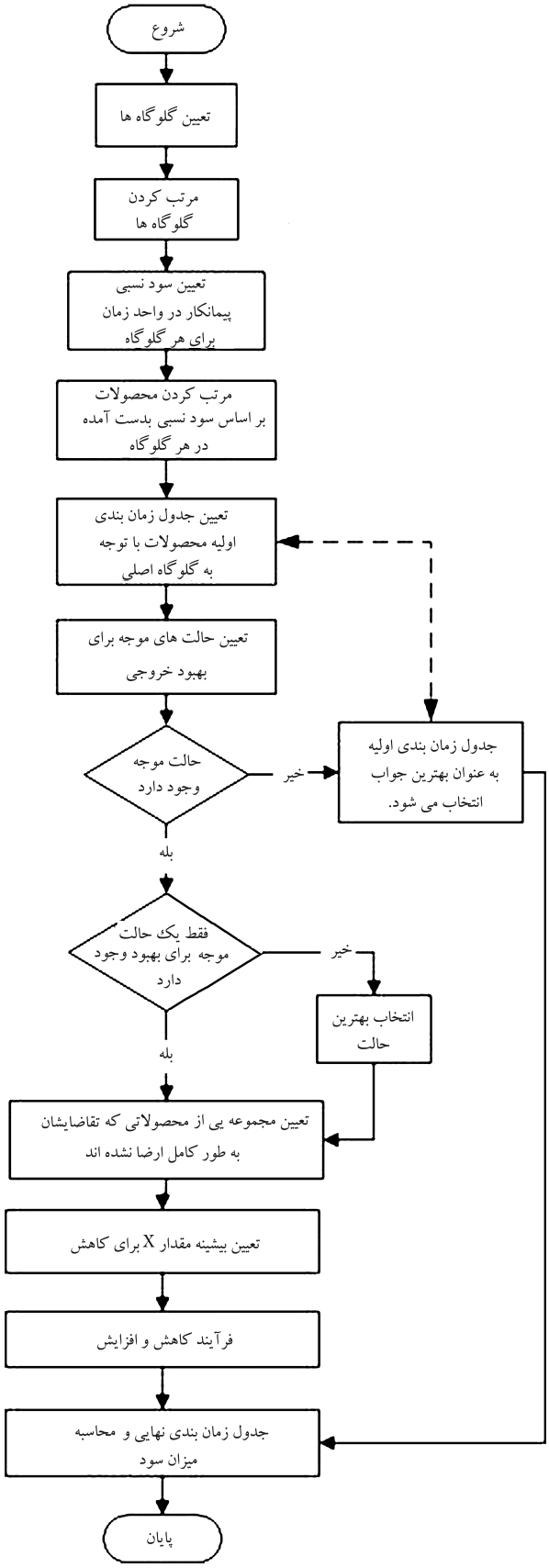
گام ۸. فرایند کاهش و افزایش.

در ابتدای فرایند $n = 1$ است، آنگاه:

الف) مقدار n واحد از X را کاهش داده و تا جایی که امکان دارد به Y بیافزایید. سپس از مجموعه‌ی L به‌ترتیب برای افزایش آزمایش کنید. اگر نتوان به Y مقداری اضافه کرد به مرحله‌ی (ب) بروید.

ب) یک واحد به n اضافه کنید. اگر n بزرگ‌تر از n_k باشد توقف کنید و بهترین جواب را از جواب‌ها پیدا کنید. در غیر این صورت به مرحله‌ی قبلی (الف) بروید.

در شکل ۱ فلوچارت الگوریتم پیشنهادی آمده است.



شکل ۱. فلوچارت الگوریتم پیشنهادی.

۵. ارائه‌ی مثال

فرض کنید یک سیستم تولیدی شش محصول تولید می‌کند. اطلاعاتی شامل میزان استفاده از هریک از منابع در صورت تولید هر محصول، ظرفیت موجود در دسترس، تقاضای بازار و سایر اطلاعات در جدول ۱ آمده است. هدف یافتن این موضوع است که برای بیشینه‌سازی سود، چه محصولاتی و چه تعداد از آن‌ها را درون سیستم تولید کنیم و تولید چه محصولاتی را به منابع بیرونی بسپاریم (برون‌سپاری).

قبل از حل این مسئله به روش الگوریتم پیشنهادی، این موضوع حائز اهمیت است که چنانچه این مسئله با استفاده از روش نظریه‌ی اصلاح‌شده‌ی محدودیت‌ها (TOC) حل شود، باید محصولات F=۹۰، E=۴۰، D=۶۰، C=۴۰، B=۷ و A=۷۰ در داخل سیستم تولید شود و محصول B=۳۳ از منبع خارجی تأمین شود که با توجه به این مقادیر، میزان سودآوری برابر با ۳۵۶۷ خواهد بود. اما با توجه به جدول ۲ این جواب غیر موجه است. زیرا سه منبع بیش از ظرفیت‌شان مورد استفاده قرار خواهند گرفت.

۱.۵. مراحل حل به روش الگوریتم پیشنهادی

در حل این مثال به روش پیشنهادی، مراحل رسیدن به جواب مطابق با الگوریتم بیان شده ارائه می‌شود.

گام ۱. با توجه به محاسبات جدول ۱ گلوگاه‌های سیستم به‌ترتیب برابرند با: $CR = \{۱۰, ۳۰, ۲۰, ۶۰\}$.

گام ۲. در جدول ۳ توالی اولویت‌های تولیدی در هرگلوگاه نشان داده شده است.

گام ۳. با توجه به منبع ۱۰ که به‌عنوان گلوگاه اصلی مشخص شده است، براساس توالی اولویت‌های آن برنامه تولید و سفارش برون‌سپاری اولیه به دست می‌آید. با توجه به جدول ۴، محصولات E=۲۰، D=۶۰، C=۴۰، A=۷۰ و F=۹۰ در سیستم تولید می‌شود و محصولات E=۲۰ و B=۴۰ از منبع خارجی تهیه می‌شود. با توجه به این ترکیب، میزان سود برابر ۳۴۰۰ دلار خواهد بود.

گام ۴. با بررسی حالت‌های موجه برای بهبود، تنها ۲ حالت زیر قابل بررسی است:

حالت ۱. کاهش تولید محصول C و افزایش تولید محصول E؛

حالت ۲. کاهش تولید محصول C و افزایش تولید محصول B.

گام ۵. با محاسبه‌ی مقدار Z برای ۲ حالت موجه خواهیم داشت:

$$Z_{CE} = -۱/۵ + ۰/۸ - ۰/۲۵ + ۰/۸ - ۰/۱۶ + ۱/۱۴ - ۰/۲۳ + ۰/۴۷ = ۱/۰۷$$

$$Z_{CB} = -۱/۵ + ۰/۰۷ - ۰/۲۵ + ۰/۱۱ - ۰/۱۶ + ۰/۲ - ۰/۲۳ + ۰/۱۴ = -۱/۶۲$$

درنتیجه حالت ۱ انتخاب می‌شود.

گام ۶. محصولاتی که تقاضای آنها به‌طورکامل در سیستم تولید نشده باشند (به‌استثناء محصول E)، فقط محصول B است: $L = \{B\}$. مزیت توسعه‌ی مجموعه‌ی L این است که بعد از فرایند کاهش تولید محصول C (افزایش برون‌سپاری محصول C) و افزایش تولید محصول E (کاهش برون‌سپاری E) ممکن است زمان باقی‌مانده

جدول ۱. مثال تولید شده برای مسئله‌ی IPMO.

	محصول	منابع						تقاضای بازار	قیمت فروش ($)	قیمت خرید از منبع خارجی ($)	قیمت خرید مواد اولیه ($)	CM ($)
		۱۰	۲۰	۳۰	۴۰	۵۰	۶۰					
۱	A	۸	۴	۱۵	۱۷	۱۰	۲	۷۰	۲۲	۱۸	۶	۱۲
۲	B	۱۴	۵	۹	۱۰	۸	۷	۴۰	۳۵	۲۶	۲۵	۱
۳	C	۲	۱۸	۱۲	۱۸	۱۰	۱۳	۴۰	۸۳	۶۳	۶۰	۳
۴	D	۱۸	۱۸	۳	۱۱	۱۴	۱۲	۶۰	۱۱۵	۹۳	۶۷	۲۶
۵	E	۱۰	۷	۱۰	۵	۸	۱۷	۴۰	۵۷	۴۰	۳۲	۸
۶	F	۲	۲	۴	۰	۵	۴	۹۰	۲۰	۱۴	۶	۸
	ظرفیت موجود (دقیقه/هفته)	۲۴۰۰	۲۴۰۰	۲۴۰۰	۲۴۰۰	۲۴۰۰	۲۴۰۰					
	ظرفیت مورد نیاز (دقیقه/هفته)	۲۸۶۰	۲۷۴۰	۲۸۳۰	۲۴۰۰	۲۲۵۰	۲۷۰۰					
	تفاوت	−۴۶۰	−۳۴۰	−۴۳۰	۰	۱۵۰	−۳۰۰					

جدول ۲. حل مثال تولید شده توسط روش سنتی اصلاح شده TOC.

	تقاضای بازار	برنامه تولید	برون‌سپاری شده	PR_i	منبع ۱۰		منبع ۳۰		منبع ۲۰		منبع ۶۰	
					مورد نیاز	مانده	مورد نیاز	مانده	مورد نیاز	مانده	مورد نیاز	مانده
F	۹۰	۹۰	۰	۴	۱۸۰	۲۲۲۰	۳۶۰	۲۰۴۰	۱۸۰	۲۲۲۰	۳۶۰	۲۰۴۰
A	۷۰	۷۰	۰	۱٫۵	۵۶۰	۱۶۶۰	۱۰۵۰	۹۹۰	۲۸۰	۱۹۴۰	۱۴۰	۱۹۰۰
C	۴۰	۴۰	۰	۱٫۵	۸۰	۱۵۸۰	۴۸۰	۵۱۰	۷۲۰	۱۲۲۰	۵۲۰	۱۳۸۰
D	۶۰	۶۰	۰	۱٫۴۴	۱۰۸۰	۵۰۰	۱۸۰	۳۳۰	۱۰۸۰	۱۴۰	۷۲۰	۶۶۰
E	۴۰	۴۰	۰	۰٫۸	۴۰۰	۱۰۰	۴۰۰	−۷۰	۲۸۰	−۱۴۰	۶۸۰	−۲۰
B	۴۰	۷	۳۳	۰٫۰۷	۹۸	۲	۶۲	−۱۳۲	۳۵	−۱۷۵	۴۹	−۶۹
Order of CR_s					$CR_۱$		$CR_۲$		$CR_۳$		$CR_۴$	

جدول ۳. توالی اولویت‌های تولید هر گلوگاه.

منبع	توالی اولویت‌ها مقادیر PR_{i,CR_k}
۱۰	F − A − C − D − E − B ۴ > ۱٫۵ > ۱٫۵ > ۱٫۴۴ > ۰٫۸ > ۰٫۰۷
۳۰	D − F − A − E − C − B ۸٫۶ > ۲ > ۰٫۸ > ۰٫۸ > ۰٫۲۵ > ۰٫۱۱
۲۰	F − A − D − E − B − C ۴۴ > ۳ > ۱٫۴۴ > ۱٫۱۴ > ۰٫۲ > ۰٫۱۶
۶۰	A − D − F − E − C − B ۶۶ > ۲٫۱۶ > ۲ > ۰٫۴۷ > ۰٫۲۳ > ۰٫۱۴

در منابع گلوگاهی برای تولید محصول B کافی باشد و باعث افزایش خروجی شود.

گام ۷. تعیین بیشترین مقدار کاهش با توجه به توالی اولویت‌های تولید محصول از دیدگاه گلوگاه‌های $CR_۲, CR_۳, CR_۴$، و تقدم محصول E بر محصول C است. از دیدگاه گلوگاه مقدار کاهش C بدین صورت است: $f = \frac{PR_{E,CR_۲}}{PR_{C,CR_۲}} = \frac{۰٫۸}{۰٫۲۵} = ۳٫۲$. یعنی اگر ۳٫۲ دقیقه از گلوگاه $CR_۲$ به محصول C اختصاص داده شود به‌اندازه ۱ دقیقه گلوگاه $CR_۲$ به خروجی محصول E اختصاص دارد. حال اگر گلوگاه $CR_۲$ محصول C را به مقدار ۳٫۲ دقیقه تولید نکند: $\frac{۳٫۲}{۱۲} = ۰٫۲۶۷$. یعنی ۰٫۲۶۷ مقدار از محصول C تولید نمی‌شود. حال اگر گلوگاه $CR_۲$ ۱ دقیقه به تولید محصول E اختصاص یابد: $\frac{۱}{۱۰} = ۰٫۱$، یعنی ۰٫۱ از محصول E را تولید می‌کند.

درنتیجه، با کاهش ۰٫۲۶۷ مقدار از محصول C می‌توان ۰٫۱ از محصول E را تولید کرد؛ پس برای افزایش ۱ واحد محصول E، ۲ واحد کاهش محصول C مورد

جدول ۴. برنامه تولید و سفارش برون‌سپاری اولیه.

	تقاضای	برنامه	برون‌سپاری	PR_i	منبع ۱۰		منبع ۳۰		منبع ۲۰		منبع ۶۰	
	بازار	تولید	شده		مورد نیاز	مانده	مورد نیاز	مانده	مورد نیاز	مانده	مورد نیاز	مانده
F	۹۰	۹۰	۰	۴	۱۸۰	۲۲۲۰	۳۶۰	۲۰۴۰	۱۸۰	۲۲۲۰	۳۶۰	۲۰۴۰
A	۷۰	۷۰	۰	۱٫۵	۵۶۰	۱۶۶۰	۱۰۵۰	۹۹۰	۲۸۰	۱۹۴۰	۱۴۰	۱۹۰۰
C	۴۰	۴۰	۰	۱٫۵	۸۰	۱۵۸۰	۴۸۰	۵۱۰	۷۲۰	۱۲۲۰	۵۲۰	۱۳۸۰
D	۶۰	۶۰	۰	۱٫۴۴	۱۰۸۰	۵۰۰	۱۸۰	۳۳۰	۱۰۸۰	۱۴۰	۷۲۰	۶۶۰
E	۴۰	۲۰	۲۰	۰٫۸	۲۰۰	۳۰۰	۲۰۰	۱۳۰	۱۴۰	۰	۳۴۰	۳۲۰
B	۴۰	۰	۴۰	۰٫۰۷	۰	۳۰۰	۰	۱۳۰	۰	۰	۰	۳۲۰
Order of CR_s					$CR_۱$		$CR_۲$		$CR_۳$		$CR_۴$	

جدول ۵. فرایند کاهش و افزایش.

A_h	B_h	C_h	D_h	E_h	F_h	زمان باقی مانده				سود آوری
						$CR_۱$	$CR_۲$	$CR_۳$	$CR_۴$	
۷۰	۰	۴۰	۶۰	۲۰	۹۰	۳۰۰	۱۳۰	۰	۳۲۰	۳۴۰۰
۷۰	۰	۳۹	۶۰	۲۲	۹۰	۲۸۲	۱۲۲	۴	۲۹۹	۳۴۱۳
۷۰	۰	۳۸	۶۰	۲۵	۹۰	۲۵۴	۱۰۴	۱	۲۶۱	۳۴۳۴
۷۰	۱	۳۷	۶۰	۲۷	۹۰	۲۲۲	۸۷	۰	۲۳۳	۳۴۴۸
۷۰	۱	۳۶	۶۰	۲۹	۹۰	۲۰۴	۷۹	۴	۲۱۲	۳۴۶۱
۷۰	۱	۳۵	۶۰	۳۲	۹۰	۱۷۶	۶۱	۱	۱۷۴	۳۴۸۲
۷۰	۲	۳۴	۶۰	۳۴	۹۰	۱۴۴	۴۴	۰	۱۴۶	۳۴۹۶
۷۰	۲	۳۳	۶۰	۳۶	۹۰	۱۲۶	۳۶	۴	۱۲۵	۳۵۰۹
۷۰	۲	۳۲	۶۰	۳۹	۹۰	۹۸	۱۸	۱	۸۷	۳۵۳۰
۷۰	۴	۳۱	۶۰	۴۰	۹۰	۶۲	۲	۲	۶۹	۳۵۳۷ (optimum)
۷۰	۵	۳۰	۶۰	۴۰	۹۰	۵۰	۵	۱۵	۷۵	۳۵۳۵

نیاز است (۲٫۶۷ = $\frac{۰٫۲۶۷}{۰٫۱}$). به‌همین ترتیب از دیدگاه $CR_۳$ و $CR_۴$، ۲ واحد کاهش محصول C برای افزایش ۱ واحد محصول E به دست می‌آید. پس بیشترین مقدار کاهش محصول C در هر مرحله فرایند کاهش و افزایش ۲ واحد است.

گام ۸. فرایند کاهش محصول C و افزایش محصول E در جدول ۵ نشان داده شده است. مدل برنامه‌ریزی عدد صحیح این مثال عبارت است از:

$$\text{Maximize}: \ ۱۲\mathrm{A} + \mathrm{B} + ۳\mathrm{C} + ۲۶\mathrm{D} + +۸\mathrm{E} + ۸\mathrm{F}$$

Subject :

$$۸\mathrm{A} + ۱۴\mathrm{B} + ۲\mathrm{C} + ۱۸\mathrm{D} + ۱۰\mathrm{E} + ۲\mathrm{F} \leq ۲۴۰۰$$

$$۴\mathrm{A} + ۵\mathrm{B} + ۱۸\mathrm{C} + ۱۸\mathrm{D} + ۷\mathrm{E} + ۲\mathrm{F} \leq ۲۴۰۰$$

$$۱۵\mathrm{A} + ۹\mathrm{B} + ۱۲\mathrm{C} + ۳\mathrm{D} + ۱۰\mathrm{E} + ۴\mathrm{F} \leq ۲۴۰۰$$

$$۱۷\mathrm{A} + ۱۰\mathrm{B} + ۱۸\mathrm{C} + ۱۱\mathrm{D} + ۵\mathrm{E} \leq ۲۴۰۰$$

$$۱۰\mathrm{A} + ۸\mathrm{B} + ۱۰\mathrm{C} + ۱۴\mathrm{D} + ۸\mathrm{E} + ۵\mathrm{F} \leq ۲۴۰۰$$

$$۲\mathrm{A} + ۷\mathrm{B} + ۱۳\mathrm{C} + ۱۲\mathrm{D} + ۱۷\mathrm{E} + ۴\mathrm{F} \leq ۲۴۰۰$$

$$\mathrm{A} \leq ۷۰$$

$$\mathrm{B} \leq ۴۰$$

$$\mathrm{C} \leq ۴۰$$

$$\mathrm{D} \leq ۶۰$$

$$\mathrm{E} \leq ۴۰$$

$$\mathrm{F} \leq ۹۰$$

A، B، C، D، E و F عدد صحیح و غیر منفی هستند. جواب بهینه‌ی به دست آمده از ILP بدین شرح است:

محصولات E=۴۰، D=۶۰، C=۳، A=۷۰، B=۴ و F=۹۰ در سیستم تولید، و محصولات E=۲۰ و B=۳۶ از منبع خارجی تهیه شود. با این ترکیب، مقدار سود ۳۵۳۷ است. چنان‌که مشاهده می‌شود جواب به دست آمده از الگوریتم ابتکاری پیشنهادی با جواب ILP برابر است.

۶. نتیجه‌گیری

در این تحقیق مسئله‌ی یک‌پارچه‌ی تولید ترکیبی ـ برون‌سپاری در حالت چندگلوگاهی (IPMO) تحت روش TOC مورد مطالعه قرارگرفته، و یک الگوریتم ابتکاری کارا برای حل آن توسعه داده شده است. ابتدا با یک مثال نشان داده شد که روش‌های ابتکاری موجود برای حل این مسئله لزوماً به جواب بهینه یا حتی موجه نمی‌رسند. سپس الگوریتم پیشنهادی، در حالت تک گلوگاهی و چندگلوگاهی، با الگوریتم‌های موجود در ادبیات مورد مقایسه قرارگرفته و نشان داده شد که الگوریتم پیشنهادی در رسیدن به جواب‌های مناسب، کارایی قابل قبولی دارد. ارائه‌ی روش‌های فرااِبتکاری برای حل مسئله‌ی IPMO در حالت چندگلوگاهی و مقایسه‌ی آنها با الگوریتم پیشنهادی می‌تواند به‌عنوان تحقیق آتی مورد توجه قرار گیرد. همچنین استفاده از روش‌های دقیق مانند روش شاخه و حد نیز برای حل مسئله‌ی مورد مطالعه در این تحقیق مطلوب است. مطالعه‌ی مسئله در حالات عدم قطعیت همانند محیط‌های فازی و احتمالی نیز جذاب به نظر می‌رسد.

پانوشت‌ها

1. product mix (PM)
2. integrated product mix-outsourcing problem (IPMO)
3. theory of constraints (TOC)
4. revised theory of constraints (RTOC)
5. activity based cost (ABC)
6. integer linear programming (ILP)
7. standard accounting

منابع (References)

1. Goldratt, E.M. and Cox, J., *The Goal: A Process of Ongoing Improvement*, 1nd ed. Croton-on-Hudson, NY, North River Press (1986).
2. Wang, J.Q., Sun, S.D., Si, S.B. and Yang, H.A. "Theory of constraints product mix optimization based on immune algorithm", *International Journal of Production Research,* **47**(16), pp. 4521-4543 (2009).
3. Kee, R. and Schmidt, C. "A comparative analysis of utilizing activity-based costing and the theory of constraints for making product-mix decisions", *International Journal of Production Economics*, **63**, pp. 1-17 (2000).
4. Hamidi, N., Samouei, P. and Eghbali, M. "Offering a pattern for solving fuzzy synthetic problems relying on system bottleneck", *Pajouheshgar Quarterly Scientific Journal of Management,* **17**(7), pp. 57-65 (2010)
5. Gardiner, S.C. and Blackstone, J.H. "The theory of constraints and the make-or buy decision", *International Journal of Purchasing and Materials Management*, **27**(3), pp. 38-43 (1991).
6. Plenert, G. "Optimized theory of constraints when multiple constrained resources exist", *European Journal of Operational Research,* **70**(1), pp. 126-133 (1993).
7. Lee, T.N. and Plenert, G. "Optimizing theory of constraints when new product alternatives exist", *Production and Inventory Management Journal,* **34**, pp. 51-57 (1993).
8. Fredendall, L.D. and Lea, B.R. "Improving the product mix heuristic in the theory of constraints", *International Journal of Production Research,* **35**(6), pp. 1535-1544 (1997).
9. Ghazinoory, S., Sadegian, R. and Samouei, P. "Theory of constraints versus fuzzy linear programming in fuzzy product –mix problems", *International Journal of Industrial Engineering & Production Research,* **21**(2), pp. 1-10 (2010).
10. Hamidi, N., Samouei, P. and Eghbali, M. "Proposed fuzzy revised theory of constraints algorithm for product mix problems with fuzzy capacity, profit and processing times", *International Journal of Industrial Engineering & Production Research,* **22**(4), pp. 359- 368 (2012).
11. Coman, A. and Ronen, B. "Production outsourcing: A linear programming model for the theory-of-constraints", *International Journal of Production Research,* **38**(7), pp. 1631-1639 (2000).
12. Nazari-Shirkouhi, S., Eivazy, H., Ghodsi, R., Rezaie, K. and Atashpaz-Gargari, E. "Solving the integrated product mix-outsourcing problem using the Imperialist Competitive Algorithm ", *Expert Systems with Applications,* **37**, pp. 7615-7626 (2011).