

# مسئله‌ی مسیریابی وسیله‌ی حمل و نقل وابسته به زمان در گراف‌های چندگانه

مصطفی ستاک\* (استادیار)

مجید حبیبی (دانشجوی کارشناسی ارشد)

حسین کریمی (دانشجوی دکتری)

دانشکده‌ی مهندسی صنایع، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

مهندسی صنایع و مدیریت شریف، تابستان ۱۳۹۳  
دوری ۱ - ۳۰، شماره ۱/۲، ص. ۱۱۹-۱۲۷، (پادداشت شرف)

در مسائل کلاسیک مسیریابی وابسته به زمان همواره حداکثر یک یال یا مسیر مستقیم بین دو نقطه فرض می‌شود. این در حالی است که در بسیاری از شبکه‌های حمل و نقل این دیدگاه چندان مناسب به نظر نمی‌رسد. در این نوشتار توسعه‌ی جدیدی از مسئله‌ی مسیریابی وسیله‌ی حمل و نقل وابسته به زمان مورد بررسی قرار می‌گیرد، که در آن وجود بیش از یک یال بین گره‌ها امکان‌پذیر است. در این مطالعه، این مسئله تحت عنوان «مسئله‌ی مسیریابی وسیله‌ی نقلیه وابسته به زمان در گراف‌های چندگانه» مدل‌سازی می‌شود. برای حل این مسئله یک الگوریتم جست‌وجوی ممنوعه پیشنهاد شد. در جست‌وجوی همسایگی الگوریتم مذکور برای بهبود کیفیت جواب‌ها، انتخاب تصادفی یکی از دو استراتژی تعویض دوتایی یا تعویض معکوس در هر مرحله پیشنهاد شده است. در پایان، نتایج محاسباتی الگوریتم جست‌وجوی ممنوعه و حل دقیق بر روی ۹۹ مسئله‌ی نمونه مقایسه می‌شود. این نتایج کارایی الگوریتم پیشنهادی را نشان می‌دهد.

واژگان کلیدی: مسئله‌ی مسیریابی وسیله‌ی نقلیه وابسته به زمان، گراف چندگانه، جست‌وجوی ممنوعه، استراتژی‌های تعویض.

setak@kntu.ac.ir  
majidhabibi@sina.kntu.ac.ir  
hkarimi@mail.kntu.ac.ir

## ۱. مقدمه

در دهه‌های اخیر «لجستیک» به‌عنوان بخش مهمی از فرایندهای تولیدی و خدماتی مورد توجه محققین قرار گرفته است. حمل و نقل که یکی از اجزای عملیات تولیدی و لجستیکی محسوب می‌شود، بخش قابل توجهی از هزینه‌های این عملیات را به خود اختصاص می‌دهد. از این رو محققین مطالعات بسیاری بر روی موضوعات وابسته به حمل و نقل انجام داده‌اند که مسئله‌ی مسیریابی وسیله‌ی نقلیه از جمله‌ی این موضوعات است.

بخش قابل توجهی از مسائل مطرح شده در مقالات منتشره درخصوص مسیریابی وسیله‌ی حمل و نقل را مسائل ایستا تشکیل می‌دهد. در این مسائل زمان‌ها و هزینه‌های سفر وسیله‌ی حمل و نقل، صرف‌نظر از زمانی از دوره (روز، هفته، ماه، فصل) که سفر طی آن انجام می‌شود، ثابت فرض می‌شود. با این حال در بسیاری از مسائل در دنیای واقعی، به‌ویژه در مسائل مورد بررسی در مناطق شهری، به‌دلایل مختلف از جمله تراکم ترافیک، هزینه‌ی سفر براساس دوره‌ی زمانی متغیر است. این نوع از مسائل مسیریابی را در ادبیات موضوعی «مسئله‌ی مسیریابی وسیله‌ی حمل و نقل وابسته به زمان (TDVRP)<sup>۱</sup>» می‌نامند. TDVRP مسئله‌ی است که در آن ناوگانی از وسایلی نقلیه از یک انبار مرکزی برای خدمت‌دهی به

\* نویسنده مسئول

تاریخ: دریافت ۱۳۹۱/۱/۱۵، اصلاحیه ۱۳۹۱/۵/۱۸، پذیرش ۱۳۹۱/۶/۵.

در ادامه‌ی این مطالب ابتدا مروری خواهیم داشت بر ادبیات موضوعی

TDVRP، سپس مسئله‌ی مورد مطالعه تشریح می‌شود و یک مدل برنامه‌ریزی خطی عدد صحیح ترکیبی برای آن ارائه می‌شود. در بخش سوم مدل مورد بررسی روی نمونه‌ی مسائل طراحی شده، آزمایش می‌شود و نتایج حاصل از حل دقیق و همچنین الگوریتم جست‌وجوی ممنوع به کار گرفته شده برای حل آنها نمایش داده می‌شود. در پایان نیز نتایج به دست آمده از این مطالعه به اختصار بیان می‌شود و پیشنهادهای برای مطالعات آتی ارائه خواهد شد.

## ۲. مروری بر مطالعات انجام شده

در بیشتر منابع، مبدأ اولیه‌ی مسائل وابسته به زمان مرهون تلاش‌های بوئمن<sup>۲</sup> در سال ۱۹۵۶ معرفی شده است.<sup>[۲]</sup> پس از آن محققین هزینه‌های وابسته به زمان را در مسائل فروشنده دوره‌گرد که شکل ساده شده مسئله‌ی مسیریابی وسیله‌ی حمل و نقل است، مورد استفاده قرار دادند.<sup>[۳]</sup>

مالاندراکی و دسکین<sup>[۱]</sup> رسماً اولین تحقیقات پیشرفته را در زمینه‌ی TDVRP انجام دادند. آنها مدل برنامه‌ریزی خطی عدد صحیح ترکیبی را برای مسئله‌ی مسیریابی وسیله‌ی حمل و نقل وابسته به زمان با پنجره‌های زمانی ارائه کردند، و در آن زمان سفر را به صورت یک تابع پله‌یی در طول دوره در نظر گرفتند. محققین دیگری نیز مسائل مسیریابی مختلف را تحت ویژگی وابستگی زمانی بررسی کرده‌اند. پارک<sup>[۵]</sup> مسئله‌ی مسیریابی وسیله‌ی نقلیه وابسته به زمان را به صورت یک مسئله‌ی چندهدفه مورد بررسی قرار داد. دیگر محققین نیز الگوریتم‌های جست‌وجوی ممنوع<sup>[۶]</sup> و بهینه‌سازی کلونی مورچگان<sup>[۷]</sup> را برای حل TDVRP به کار گرفتند. سپس مسئله‌ی مسیریابی وسیله‌ی حمل و نقل با بارگیری و تحویل، با توجه به زمان‌های سفر وابسته به زمان و با استفاده از الگوریتم ژنتیک بررسی شد.<sup>[۸]</sup> در برخی از مطالعات، الگوریتم کلونی مورچگان برای انواعی از مسائل مسیریابی وسیله‌ی حمل و نقل از جمله TDVRP به کار گرفته شد.<sup>[۹]</sup> همچنین دو راهکار مبتنی بر الگوریتم جست‌وجوی محلی تکرارشونده برای حل TDVRP به کار گرفته شد.<sup>[۱۰]</sup> در یکی از مطالعات انجام‌شده<sup>[۱۲]</sup> از نظریه‌ی صف برای در نظر گرفتن فاکتور تراکم ترافیک استفاده شد و در مطالعه‌ی دیگر،<sup>[۱۳]</sup> برای حل یک مسئله‌ی مسیریابی وسیله‌ی حمل و نقل با بار بازگشت که در آن سرعت سفر وابسته به زمان است، از یک روش ابتکاری دوبرحله‌یی استفاده شد. مسئله‌ی مسیریابی وسیله‌ی نقلیه با پنجره‌های زمانی، شامل زمان و هزینه‌های سفر وابسته به زمان، طی چند مرحله به یک مسئله‌ی مسیریابی وسیله‌ی حمل و نقل ظرفیت‌دار متقارن تبدیل، و با استفاده از روش‌های موجود حل شد.<sup>[۱۴]</sup> در یکی از مطالعات انجام شده برای مسئله‌ی تخصیص کالا و مسیریابی وسیله‌ی حمل و نقل وابسته به زمان از روش بهینه‌سازی مبتنی بر جست‌وجوی ممنوع بهره‌گیری شد.<sup>[۱۵]</sup> محققین برای حل TDVRP چندمعیاره یک روش ابتکاری مبتنی بر برنامه‌ریزی پویا پیشنهاد کردند.<sup>[۱۶]</sup> برای نخستین‌بار مسئله‌ی مسیریابی وسیله‌ی حمل و نقل با هدف کمینه‌سازی میزان سوخت مصرفی مورد بررسی قرار گرفت<sup>[۱۷]</sup> و از شبیه‌سازی تیریدی برای حل آن استفاده شد. در مطالعات بعدی، با در نظر گرفتن قوانین ساعات کاری برای رانندگان در TDVRP، و با یک روش ابتکاری براساس برنامه‌ریزی پویا به حل مسئله پرداختند.<sup>[۱۸]</sup> اثرات تراکم ترافیک بر خصوصیات و هزینه‌های سفر وسیله‌ی حمل و نقل نیز مورد مطالعه قرار گرفته است.<sup>[۱۹]</sup> برای حل مسئله‌ی مسیریابی وسیله‌ی نقلیه وابسته به زمان، محققین روشی بر پایه‌ی الگوریتم کلونی مورچگان ارائه کردند.<sup>[۲۰]</sup> همچنین روش‌های کمی تخمین ارزش اطلاعات برای سیستم‌های حمل و نقل هوشمند<sup>۳</sup>، در توزیع مبتنی

بر هزینه‌ی کرایه در مناطق شهری بررسی شد<sup>[۲۱]</sup> و آن را برای توزیع خرده‌فروشی کالاهای فاسدشدنی به کار گرفتند.

نوع پیشرفته‌تری از مسائل وابسته به زمان که مورد مطالعه قرار گرفته است «مسئله‌ی مسیریابی وسیله‌ی حمل و نقل با زمان واقعی» نام دارد. این مسئله که در آن وضعیت ترافیکی مسیرها در هر لحظه تحت کنترل است، مورد مطالعه‌ی محققین قرار گرفته است.<sup>[۲۲-۲۴]</sup> عده‌یی از محققین مسئله‌ی مذکور را با در نظر گرفتن پنجره‌های زمانی و تقاضاهای بی‌درنگ بررسی کرده‌اند.<sup>[۲۵]</sup> آنها همچنین مسئله‌ی مسیریابی وسیله‌ی حمل و نقل با زمان واقعی را با حمل و نقل مرکب و امکان انتقال چندباره بین وسایل حمل و نقل مختلف ترکیب کردند.<sup>[۲۶]</sup> برای این دسته از مسائل، یک چارچوب تکاملی شی‌عگر ارائه شد،<sup>[۲۷]</sup> و نیز با در نظر گرفتن ارتباطات پیچیده میان رانندگان و دفتر مرکزی توزیع، روش حلی برای مسئله‌ی مسیریابی وسیله‌ی نقلیه با زمان واقعی توسعه داده شد.<sup>[۲۸]</sup>

با وجود تمام تلاش‌های صورت گرفته در این زمینه، هنوز موضوعاتی باقی مانده است که مقالات و پژوهش‌های موجود به آن پرداخته‌اند. در مقالات مورد بررسی، اگرچه بازه‌های زمانی متفاوت برای ترافیک مسیرها در نظر گرفته شده، هیچ‌کدام از آنها به امکان وجود مسیرهای موازی توجه نداشته‌اند و همواره از مسیری واحد میان مشتریان استفاده کرده‌اند. فرض وجود یک مسیر با کم‌ترین زمان سفر بین مکان‌های مختلف در حمل و نقل بین شهری محتمل است، اما در محیط‌های شهری بزرگ و با در نظر گرفتن پیچیدگی‌های شهرسازی و محدودیت‌های ترافیکی در آنها چندان قابل قبول نیست. تهیه مدلی برای در نظر گرفتن این ویژگی، در کاهش هزینه‌های حمل و نقل تأثیر به‌سزایی خواهد داشت. در ادامه، مدلی طراحی می‌شود که در نظر گرفتن بیش از یک مسیر مستقیم بین نقاط، و به عبارتی یال موازی، را در مسئله‌ی مسیریابی وسیله‌ی حمل و نقل ممکن می‌سازد.

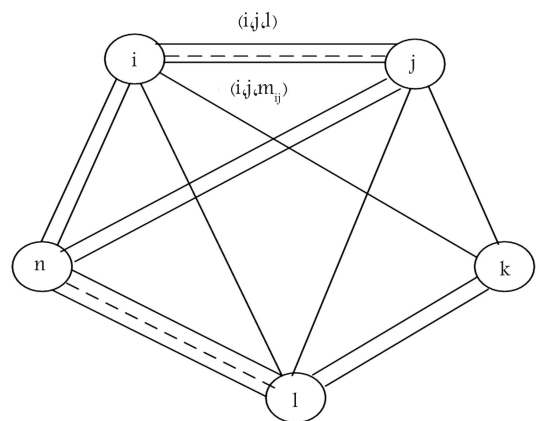
## ۳. شرح و مدل‌سازی مسئله

### ۱.۳. شرح مسئله

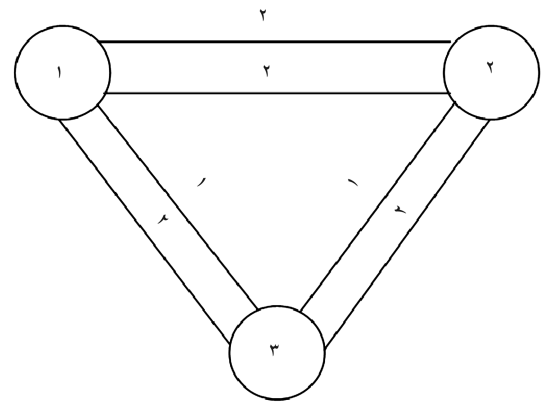
آنچه تاکنون در مقالات مرتبط با مسئله‌ی مسیریابی وسیله‌ی حمل و نقل وابسته به زمان بیان شده، مبتنی بر این فرض است که کوتاه‌ترین مسافت مستقیم برای حرکت از مکان مشتری  $i$  ام به مکان مشتری  $j$  ام، به‌طور معین و ثابت همواره از طریق یک یال معین به دست می‌آید و ارتباط بین مشتریان، یا مشتریان و انبار، به‌صورت اتصال  $(i, j)$  نمایش داده می‌شود. به عبارت بهتر، آنچه تاکنون در مسائل مسیریابی وابسته به زمان مورد بررسی قرار می‌گرفت، مباحث مربوط به گراف‌های ساده بوده است. در گراف‌های ساده همواره بین دو گره مشخص حداکثر یک یال وجود دارد. در شبکه‌های حمل و نقل مبتنی بر این نوع گراف‌ها، متصدی وسیله‌ی حمل و نقل در تمام شرایط برای حرکت از گره  $i$  به گره  $j$  یک انتخاب پیش رو دارد. در مسائل ایستا، با توجه به ثابت بودن زمان یا مسافت‌های سفر، این مورد امری بدیهی است اما در دنیای واقعی و به‌ویژه در محیط‌های شهری همیشه تعیین یک یال به‌عنوان بهترین راه ارتباطی مستقیم بین دو نقطه در وضعیت‌ها و لحظات مختلف یک دوره، به‌راحتی امکان‌پذیر نیست. گاهی یال‌های مختلفی بین دو مکان وجود دارد که زمان سفر در طول آنها در ساعات مختلف روز متفاوت است و لازم است برای دست‌یابی به کم‌ترین زمان لازم برای خدمت‌دهی، با توجه به زمان خروج از مکان مبدأ، از میان این مسیرها کوتاه‌ترین اتصال انتخاب شود. برای بررسی این‌گونه مسائل که بخش عمده‌یی از مسائل مسیریابی را تشکیل می‌دهند، می‌توان از مفهوم گراف چندگانه

جدول ۱. زمان‌های سفر برای شبکه‌ی ارائه شده در شکل ۲.

مبدأ	مقصد	شماره یال	زمان سفر	
			$0 \leq t < 30$	$30 \leq t$
۱	۲	۱	۱۰	۱۲
۱	۲	۲	۱۳	۱۰
۱	۳	۱	۸	۱۰
۱	۳	۲	۹	۱۱
۲	۱	۱	۹	۷
۲	۱	۲	۹	۱۲
۲	۳	۱	۱۳	۱۵
۲	۳	۲	۱۶	۱۴
۳	۱	۱	۱۲	۱۴
۳	۱	۲	۱۴	۱۳
۳	۲	۱	۱۲	۱۵
۳	۲	۲	۱۶	۱۳



شکل ۱. یک گراف چندگانه.



شکل ۲. نمونه‌ی یی از یک شبکه‌ی مبتنی بر گراف‌های چندگانه.

محل مشتری سوم به محل مشتری دوم یال دوم انتخاب می‌شود. البته باید توجه داشت که در حل بهینه، انتخاب در هر مرحله به انتخاب‌های مراحل بعدی نیز وابسته است.

۲.۳. مدل‌سازی مسئله

مسئله‌ی مورد بررسی از نوع مسیریابی وسیله‌ی حمل و نقل وابسته به زمان است. برای مدل‌سازی مسئله ابتدا اجزای مختلف آن را با بهره‌گیری از مدل اولیه‌ی مالاندراکی و دسکین<sup>[۱]</sup> شرح می‌دهیم. فرض کنید گراف کامل  $G = (V, E)$  وجود دارد که در آن  $V$  مجموعه گره‌ها و  $E$  مجموعه یال‌هاست. هر کدام از یال‌ها را می‌توان با استفاده از یک سه‌تایی به صورت  $(i, j, m_{ij})$  نشان داد. در اینجا  $i$  و  $j$  نشان‌دهنده‌ی گره‌ها و  $m_{ij}$  معرف  $m$  امین اتصال مستقیم بین گره  $i$  و  $j$  است. زمان سفر هر مسیر را در زمان  $t$  از طریق ماتریس سه‌بعدی  $D(t) = [d_{ijm_{ij}}(t)]$  نشان می‌دهیم که در آن  $d_{ijm_{ij}}(t)$  تابعی برحسب زمان دوره در گره آغازین اتصال  $(i, j)$  است. باید توجه داشت که این مسئله یک مسئله‌ی نامتقارن است و در آن زمان رفت و برگشت در طول یک مسیر یکسان نیست. مسئله‌ی TDVRP مورد بررسی، زمانی که  $d_{ijm_{ij}}(t)$  در آن یک تابع پله‌ی برحسب زمان دوره باشد، به صورت یک مسئله‌ی برنامه‌ریزی خطی عدد صحیح ترکیبی قابل فرمول‌بندی است. در این حالت مقدار تابع پله‌ی در هر بازه زمانی برابر متوسط زمان طی مسیر در آن قرار داده می‌شود. با افزایش تعداد بازه‌های زمانی مقادیر در نظر گرفته شده برای تابع دقیق‌تر خواهد شد و به واقعیت نزدیک‌تر می‌شود. در شکل ۳ یک تابع پله‌ی برای زمان سفر نشان داده شده است.

پارامترهای به کار گرفته شده در مسئله عبارت‌اند از:  $N$  تعداد گره‌ها.  $L_{m_{ij}}$  تعداد بازه‌های زمانی تغییر زمان سفر در طول دوره برای  $m$  امین یال موازی بین گره  $i$  و  $j$ . این پارامتر را می‌توان برای همه مسیرها یکسان فرض کرد که در این صورت با  $L$  نشان داده می‌شود.  $K$  تعداد وسایل حمل و نقل.  $i, j$  این اندیس‌ها نشان‌دهنده‌ی

استفاده کرد. در گراف چندگانه برخلاف گراف ساده، می‌توان بین دو گره چند یال موازی ایجاد کرد. در شکل ۱ مدلی ساده از این نوع گراف نشان داده شده است. در اینجا هر اتصال به جای یک زوج مرتب با یک ترکیب سه‌گانه  $(i, j, m_{ij})$  نمایش داده می‌شود و در آن سومین عنصر بیان‌گر  $m$  امین یال موازی بین گره  $i$  و  $j$  است. در شبکه‌ی حمل و نقل مبتنی بر این گراف‌ها، زمانی که وسیله‌ی حمل و نقل قصد حرکت از محل  $i$  به سوی مشتریان خدمت‌دهی نشده، از جمله مشتری  $j$  را دارد، لازم است تمامی یال‌های ارتباطی ممکن با مشتری  $j$  و سایر مشتریان باقی‌مانده، برای یافتن کوتاه‌ترین مسیر مورد بررسی قرار گیرند.

به عنوان مثال شبکه نشان داده شده در شکل ۲ را در نظر بگیرید. در این شکل اعداد بالای هر یال، شماره یال بین هر دو گره را نشان می‌دهد. در جدول ۱ مدت زمان سفر در طول این یال‌ها ارائه شده است. در اینجا فرض بر این است که زمان سفر در دو بازه زمانی متغیر است، بازه زمانی اول از ۰ تا ۳۰ واحد زمانی است و بازه دوم واحدهای زمانی بزرگ‌تر از ۳۰ را در بر می‌گیرد.

حال اگر فرض شود در زمان ۲۵ خدمت‌دهی به مشتری (گره) ۱ به پایان رسیده، و دو مشتری دیگر هنوز خدمت‌دهی نشده‌اند، باید در زمان‌های سفر مربوط به بازه زمانی اول به دنبال کم‌ترین زمان حرکت از محل مشتری ۱ به دو مشتری باقی‌مانده باشیم. در اینجا یال شماره ۱ بین گره ۱ و ۳، با زمان ۸ کم‌ترین زمان سفر را دارد و این یال انتخاب می‌شود. با فرض ۴ واحد زمانی به عنوان زمان خدمت‌دهی به مشتری ۳، زمان تجمعی سفر مقدار ۲۷ را نشان می‌دهد؛ این مقدار در بازه زمانی دوم قرار می‌گیرد. با توجه به این موضوع، از بین مسیرهای ممکن برای حرکت از

$$t_{\lambda} = t \quad (6)$$

$$t_j - t_i - E_{\lambda} \sum_{m=1}^{M_{ij}} x_{ijm_{ij}}^{l_{m_{ij}}} \geq \sum_{m=1}^{M_{ij}} x_{ijm_{ij}}^{l_{m_{ij}}} d_{ijm_{ij}}^{l_{m_{ij}}} + s_j - E_{\lambda}$$

$$\forall i \in \{0, \dots, N\}; \quad \forall j \in \{1, \dots, N + K\};$$

$$\forall l_{m_{ij}} \in \{1, \dots, L_{m_{ij}}\}; i \neq j \quad (7)$$

$$t_i + E_{\tau} \sum_{m=1}^{M_{ij}} x_{ijm_{ij}}^{l_{m_{ij}}} < T_{ij}^{l_{m_{ij}}} + E_{\tau} \quad \forall i \in \{0, \dots, N\};$$

$$\forall j \in \{1, \dots, N + K\}; \quad \forall l_{m_{ij}} \in \{1, \dots, L_{m_{ij}}\}; i \neq j$$

$$(8)$$

$$t_i - T_{ij}^{l_{m_{ij}}} \sum_{m=1}^{M_{ij}} x_{ijm_{ij}}^{l_{m_{ij}}} \geq 0 \quad \forall i \in \{0, \dots, N\};$$

$$\forall j \in \{1, \dots, N + K\}; \quad \forall l_{m_{ij}} \in \{1, \dots, L_{m_{ij}}\}; i \neq j$$

$$(9)$$

$$w_i - w_j - Q \sum_{m=1}^{M_{ij}} \sum_{l_{m_{ij}}=1}^{L_{m_{ij}}} x_{ijm_{ij}}^{l_{m_{ij}}} \geq q_j - Q \quad \forall i \in \{0, \dots, N\};$$

$$\forall j \in \{1, \dots, N + K\}; \quad i \neq j \quad (10)$$

$$w_0 \leq Q \quad (11)$$

$$w_{N+K} = 0 \quad \forall k \in \{1, \dots, K\} \quad (12)$$

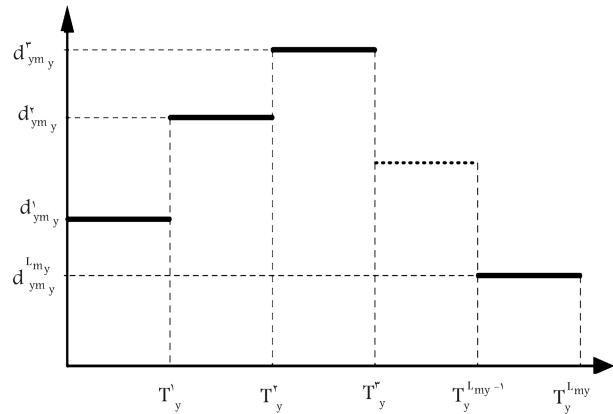
$$x_{ijm_{ij}}^{l_{m_{ij}}} = \{0, 1\} \quad \forall i, j \in \{0, \dots, N + K\};$$

$$\forall m \in \{1, \dots, M_{ij}\}; \quad \forall l_{m_{ij}} \in \{1, \dots, L_{m_{ij}}\} \quad (13)$$

$$t_i \geq 0 \quad \forall i \in \{0, \dots, N + K\} \quad (14)$$

$$w_i \geq 0 \quad \forall i \in \{0, \dots, N + K\} \quad (15)$$

رابطه‌ی ۱ تابع هدف مدل را نشان می‌دهد. در این مدل هدف کمیته‌سازی کل زمان سفر است. برای محاسبه‌ی این مقدار از جمع زمان خروج وسایل نقلیه از انبارهای مجازی استفاده شده است. با توجه به این که زمان خدمت‌دهی در گره انبار صفر است، این مقدار جمع زمان‌های بازگشت وسایل حمل و نقل به انبار را نشان می‌دهد. محدودیت ۲ و ۳ تضمین می‌کنند که هر مشتری یک بار بازدید شود. محدودیت‌های ۴ و ۵ نشان می‌دهد که حداکثر  $K$  وسیله‌ی حمل و نقل برای خدمت‌دهی به مشتریان از انبار خارج می‌شوند. محدودیت ۶ زمان آغاز حرکت وسایل حمل و نقل از انبار را نشان می‌دهد. برای داشتن زمان آغاز متفاوت برای هر وسیله‌ی حمل و نقل می‌توان تعداد  $K$  گره اولیه ایجاد کرد که در این صورت مدل می‌تواند زمان شروع حرکت هر وسیله‌ی نقلیه را به‌طور مجزا محاسبه کند. این تغییر هنگامی که پنجره‌های زمانی در مسئله استفاده می‌شود، در کاهش مقدار تابع هدف می‌تواند مؤثر باشد. محدودیت ۷ زمان خروج وسیله‌ی نقلیه را محاسبه می‌کند. محدودیت‌های ۸ و ۹ بازه زمانی مناسب را با توجه به زمان خروج وسیله‌ی نقلیه مشخص می‌کند. محدودیت ۱۰ تا محدودیت ۱۲ محدودیت‌های مربوط به ظرفیت وسیله‌ی نقلیه‌اند. محدودیت ۱۰ تضمین می‌کند که وزن (حجم) باری که توسط وسیله‌ی نقلیه در زمان ترک مکان مشتری زام حمل می‌شود، دست کم برابر مقدار باری است که وسیله‌ی نقلیه هنگام خروج از محل مشتری قبلی یعنی مشتری نام حمل می‌کرده، منهای تقاضای مشتری زام. محدودیت ۱۱ نشان می‌دهد که میزان بارگیری وسیله‌ی حمل



شکل ۳. تابع پله‌ی زمان سفر.

گره انبار و مشتریان هستند و مقادیر  $0$  تا  $N + K$  را شامل می‌شوند. اندیس  $1$  تا  $n$  معرف مشتریان است و اندیس  $0$  و  $N + 1$  تا  $N + K$  گره مبدأ یا انبار را نشان می‌دهند. گره‌های  $1$  تا  $N + k$  گره‌های مجازی و کپی شده از گره انبار هستند.  $d_{ijm_{ij}}^{l_{m_{ij}}}$  زمان سفر از گره  $i$  به گره  $j$  از طریق  $m$ امین یال موازی؛ اگر شروع حرکت در  $l$ امین بازه زمانی مربوط به این یال باشد. همچنین به ازای هر  $i, m$  و  $l$  داریم:  $d_{iim_{ii}}^{l_{m_{ii}}} = \infty$  زمان لازم برای خدمت‌دهی یا تحویل کالا به مشتری نام.  $s_i$  برای گره‌های مربوط به انبار برابر صفر فرض می‌شود.  $T_{ij}^{l_{m_{ij}}}$  حد بالا برای بازه زمانی  $l_{m_{ij}}$ . زمان آغاز حرکت از گره صفر (انبار).  $Q$  ظرفیت وزنی (یا حجمی) وسیله‌ی حمل و نقل.  $q_i$  وزن (یا حجم) تقاضای مشتری نام.  $E_{\lambda}$  یک عدد بزرگ.  $E_{\tau}$  یک عدد بزرگ. متغیرهای تصمیم در این مسئله نیز شامل موارد زیر است:

$$x_{ijm}^{l_{m_{ij}}} = \begin{cases} 1 & \text{اگر یکی از وسایل حمل و نقل از طریق } m \text{امین یال موازی از} \\ & \text{گره } i \text{ به گره } j \text{ در } l \text{امین بازه زمانی مرتبط با این یال حرکت کند.} \\ 0 & \text{در غیر این صورت} \end{cases}$$

$t_i$  زمان خروج وسیله‌ی حمل و نقل از گره  $i$ .  $w_i$  مقداری بزرگ‌تر یا مساوی وزن یا حجمی که وسیله‌ی نقلیه هنگام خروج از گره  $i$  حمل می‌کند. با توجه به موارد فوق مسئله‌ی مورد بررسی را می‌توان چنین فرمول‌بندی کرد:

$$\text{Min} \sum_{k=1}^K t_{N+k} \quad (1)$$

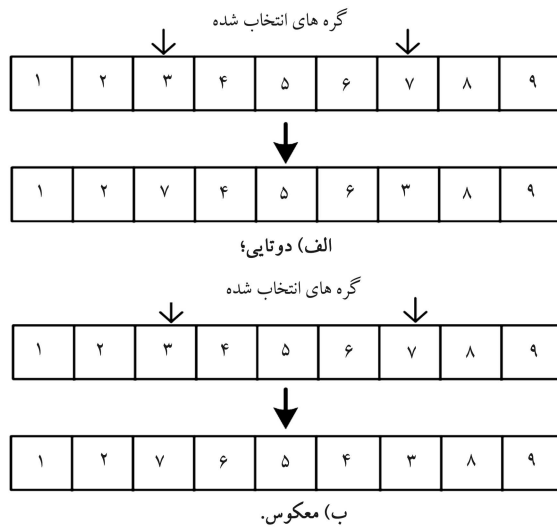
s.t :

$$\sum_{i=0}^N \sum_{m_{ij}=1}^{M_{ij}} \sum_{l_{m_{ij}}=1}^{L_{m_{ij}}} x_{ijm_{ij}}^{l_{m_{ij}}} = 1 \quad \forall j \in \{1, \dots, N\}, i \neq j \quad (2)$$

$$\sum_{j=1}^{n+k} \sum_{m_{ij}=1}^{M_{ij}} \sum_{l_{m_{ij}}=1}^{L_{m_{ij}}} x_{ijm_{ij}}^{l_{m_{ij}}} = 1 \quad \forall i \in \{1, \dots, N\}, i \neq j \quad (3)$$

$$\sum_{i=0}^N \sum_{m_{ij}=1}^{M_{ij}} \sum_{l_{m_{ij}}=1}^{L_{m_{ij}}} x_{ijm_{ij}}^{l_{m_{ij}}} \leq 1 \quad \forall j \in \{N + 1, \dots, N + K\} \quad (4)$$

$$\sum_{j=1}^{N+K} \sum_{m_{ij}=1}^{M_{ij}} \sum_{l_{m_{ij}}=1}^{L_{m_{ij}}} x_{ijm_{ij}}^{l_{m_{ij}}} \leq K \quad (5)$$



شکل ۴. عملکرد استراتژی تعویض دوتایی و معکوس.

1. Tabu Search {
2.  $\max\_frequency \leftarrow 30n, frequency \leftarrow 0, tabu\_list \leftarrow 3n/2$
3.  $current\_solution = generate\ randomized\ solution;$
4.  $best\_solution = current\_solution;$
5. while (frequency  $\leq$  max frequency n){
6.  $accept\_transaction = 0;$
7. while( $accept\_transaction = 0$ ){
8. generate transaction;
9. if (move  $\notin$  tabu\_list){
10.  $accept\_transaction = 1;$
11. update tabu\_list;
12. update current\_solution;
13. else
14.  $accept\_transaction = 0;$
- 15.
- 16.
17. if (current\_solution > best\_solution){
18.  $best\_solution \leftarrow current\_solution;$
19. }
20.  $frequency \leftarrow frequency + 1;$
21. }
22. report best\_solution;

شکل ۵. شبه کد الگوریتم جست و جوی ممنوع پیشنهادی.

و نقل در آغاز حرکت از انبار حداکثر برابر ظرفیت وسیله نقلیه است. محدودیت ۱۲ نیز نشان می‌دهد که میزان بار وسیله حمل و نقل در انتهای مسیر باید صفر باشد. روابط ۱۳ تا ۱۵ نیز محدودیت‌های علامت مربوط به متغیرهای مسئله‌اند.

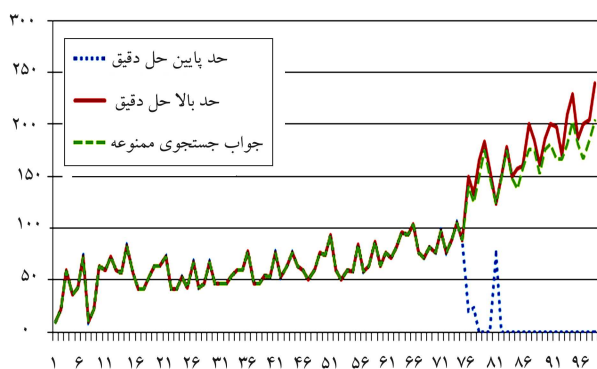
#### ۴. الگوریتم جست و جوی ممنوعی پیشنهادی

حل دقیق مدل پیشنهادی در این مطالعه با استفاده از حل‌کننده CPLEX در نرم‌افزار GAMS V۲۳٫۵ انجام شده است، اما از آنجا که مسئله مسیریابی وسیله حمل و نقل یک مسئله NP-hard است، با افزایش ابعاد مسئله زمان حل آن به شکل نمایی افزایش می‌یابد. برای کاهش زمان محاسبات در مسائلی با ابعاد بزرگ‌تر، یک روش فراابتکاری برای حل این مسئله پیشنهاد می‌شود.

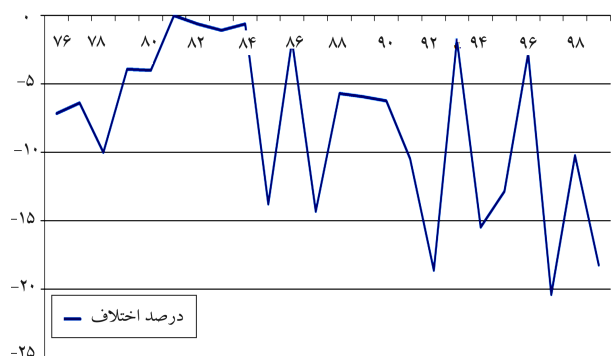
بسیاری از روش‌های فراابتکاری از یک روش جست و جوی محلی بهره می‌گیرند. جست و جوی محلی یک جست و جوی تکرارشونده است که از یک جواب شدنی شروع می‌شود و با ایجاد تغییراتی محدود، تا رسیدن به یک بهینه محلی ادامه می‌یابد. در حالت عادی، این بهینه محلی چیزی بیش از یک جواب متوسط نیست. در جست و جوی محلی، معمولاً کیفیت جواب به دست آمده تا حد زیادی به حرکت‌های تعریف شده از سوی طراح الگوریتم بستگی دارد؛ و این یک مشکل اساسی در رویکردهای مبتنی بر جست و جوی محلی است.

جست و جوی ممنوع<sup>۵</sup> در سال ۱۹۸۶ توسط فرد گاور<sup>۶</sup> برای رفع این مشکل ارائه شد. اصل اولیه در جست و جوی ممنوع این است که وقتی الگوریتم به یک بهینه محلی رسید، حرکتی را که در تابع هدف بهبودی ایجاد نمی‌کند، برای ادامه جست و جوی محلی مجاز شمرده می‌شود. این مجاز دانستن به شرطی است که حرکات مذکور در لیست ممنوعی الگوریتم قرار نداشته باشند. در این روش برای اجتناب از رسیدن به جواب‌هایی که پیش از این به دست آمده، از حافظه‌ی به نام لیست ممنوع استفاده می‌شود. این حافظه جواب‌های اخیر یا حرکات‌های اخیر را در خود ضبط می‌کند.

برای یک الگوریتم جست و جوی ممنوع به‌طور کلی ۳ پارامتر اصلی، شامل تعداد همسایگی‌ها، طول لیست ممنوعه و حداکثر تعداد تکرار وجود دارد. در این مقاله برای پارامتر تعداد همسایگی‌ها از مقدار  $\frac{N(N-1)}{4}$  بهره گرفته شده است، که  $N$  بعد مسئله (تعداد گره شامل گره انبار و مشتریان) است. دو استراتژی برای بررسی همسایگی در نظر گرفته شده که در هر مرحله به‌طور تصادفی یکی از آنها مورد استفاده قرار می‌گیرد. این دو استراتژی عبارت‌اند از استراتژی تعویض دوتایی (SWAP) و تعویض معکوس (REVERSE). در استراتژی تعویض دوتایی تنها گره‌های انتخاب شده با یکدیگر جابه‌جا می‌شوند (شکل ۴ الف) ولی در استراتژی معکوس تمامی گره‌های مابین نیز جابه‌جا می‌شوند (شکل ۴ ب). برای تعیین مقادیر دو پارامتر دیگر از طراحی آزمایشات و آزمون تحلیل واریانس یک‌طرفه استفاده شده است. برای این کار پارامتر طول لیست ممنوعه در ۳ سطح  $N/2$ ،  $N$  و  $3N/2$  و پارامتر بیشترین تعداد تکرار در ۵ سطح ۱۰، ۲۰، ۳۰، ۴۰ و ۵۰ برابر ابعاد مسئله، مورد بررسی قرار گرفت. بر این اساس، نتایج حاصل از حل نمونه‌های طراحی شده با ۸ مشتری، در ۱۵ حالت متفاوت و هرکدام در ۵ تکرار تجزیه و تحلیل شد. نتایج حاصل از تحلیل واریانس و مقایسات چندگانه (با بهره‌گیری از آزمون Tukey در سطح اطمینان ۹۵٪) روی زمان محاسباتی، بدترین و بهترین جواب و نیز تفاضل بدترین جواب در هر حالت با بهترین جواب به دست آمده برای مسئله‌ی نمونه در تمامی وضعیت‌ها، نشان داد که در نظر گرفتن مقدار  $3 \times N$  برای بیشترین تکرار، و



شکل ۵. نمایش جواب‌های به دست آمده از حل دقیق و ابتکاری مسائل نمونه.



شکل ۶. نمایش درصد اختلاف جواب‌های به دست آمده از روش ابتکاری و حل دقیق.

بررسی نتایج به دست آمده از اجرای الگوریتم جستجوی ممنوعه نشان می‌دهد که اجرای الگوریتم در ابعاد کوچک و متوسط مسئله، یعنی نمونه‌هایی با ۴ تا ۸ مشتری، نتیجه‌ی بهر برابر با حل دقیق به دست آمده از اجرای حل‌کننده CPLEX را در بر خواهد داشت. این الگوریتم در ابعاد بزرگ‌تر به نتیجه‌ی بهتر از حد بالا در حل دقیق منجر می‌شود. این در حالی است که زمان محاسباتی الگوریتم پیشنهادی نیز در مقایسه با حل دقیق بسیار کم‌تر است. در شکل ۶ مقایسه‌ی بین نتایج به دست آمده از دو روش نشان داده شده است. خط سبز رنگ نمودار، که نشان‌دهنده‌ی جواب حاصل از TS است، در ۷۵ نمونه‌ی اول منطبق بر نتایج حاصل از حل دقیق است و در سایر نمونه‌ها مقداری بین حدود بالا و پایین منتج از اجرای حل‌کننده CPLEX در نرم‌افزار GAMS V۲۳/۵ را برای تابع هدف نشان می‌دهد. در شکل ۷ نیز درصد اختلاف بین جواب‌ها (در ۲۴ مسئله‌ی پایانی) نشان داده شده است. این تفاوت برحسب رابطه‌ی ۱۶ به دست آمده است:

$$\text{درصد اختلاف} = \frac{\text{جواب جستجوی ممنوعه} - \text{حد بالای بهترین جواب حاصل از GAMS}}{\text{حد بالای بهترین جواب حاصل از GAMS}} \times 100 \quad (16)$$

این شاخص مقادیری بین ۱۸- تا صفر درصد را در بر می‌گیرد، که نشان‌گر مؤثر بودن الگوریتم ابتکاری به کار گرفته شده برای مسائلی با ابعاد مورد بررسی در این مطالعه است.

۳N/۲ برای طول لیست ممنوعه مناسب است. شبه کد این الگوریتم در شکل ۵ نشان داده شده است.

## ۵. نتایج محاسباتی

با توجه به این که مسئله‌ی مورد بررسی در این مطالعه برای نخستین بار مورد بررسی قرار گرفته است، و در ادبیات موضوعی برای آن مشابهی وجود ندارد، در این بخش ۹۹ مسئله با ۴ تا ۱۲ مشتری برای آن طراحی می‌شود. در این مسائل نمونه ۱ تا ۳ وسیله‌ی حمل و نقل، ۲ یا ۳ یال بین گره‌ها، و ۲ یا ۳ بازه زمانی در طول دوره به کار گرفته شده است. برخی از مشخصات این مسائل در جدول ۲ ارائه شده است. طراحی این مسائل به‌گونه‌ی است که گستره‌ی مناسبی از نمونه‌ها برای ارزیابی روش حل دقیق و فرآیندکاری را در بر می‌گیرد. نتایج حاصل از حل این نمونه مسائل با استفاده از حل‌کننده‌ی CPLEX در نرم‌افزار GAMS V۲۳/۵ و الگوریتم جستجوی ممنوعه‌ی پیشنهادی که روی رایانه‌ی با مشخصات CPU Corei۷ ۲٫۶GHz و RAM ۶G اجرا شده، در جدول ۳ ارائه شده است. نتایج حاصله نشان می‌دهد که حل‌کننده‌ی CPLEX در مسائلی با ۴ تا ۸ مشتری به جواب دقیق می‌رسد. زمان لازم برای دستیابی به این جواب‌ها در مسائل نمونه، با افزایش تعداد مشتریان به‌طور فزاینده‌ی افزایش می‌یابد.

در سایر مسائل طراحی شده با ۱۰ و ۱۲ مشتری، جواب ارائه شده توسط حل‌کننده‌ی CPLEX شامل یک بازه است. این بازه‌ها در مسائلی با ابعاد بزرگ‌تر قادر به ارائه‌ی حد پایین نیست. این بدان معناست که عملکرد حل‌کننده‌ی CPLEX در نرم‌افزار GAMS V۲۳/۵ در مسائلی با ابعاد بزرگ چندان مورد قبول نیست.

جدول ۲. برخی از مشخصات مسائل نمونه.

گروه مسائل	شماره مثال در گروه	تعداد وسیله‌ی نقلیه	تعداد یال‌های موازی بین گره‌ها	تعداد بازه‌ها
A, B, C, D, E	۱ تا ۳	۱	۲	۲
A, B, C, D, E	۴ تا ۹	۲	۲	۲
A, B, C, D, E	۱۰ تا ۱۲	۱	۳	۲
A, B, C, D, E	۱۳ تا ۱۵	۲	۳	۳
F, G	۱, ۲	۱	۲	۲
F, G	۳	۲	۲	۲
F, G	۴, ۵	۳	۲	۲
F, G	۶	۱	۳	۲
F, G	۷	۲	۳	۲
F, G	۸, ۹	۳	۳	۲
F, G	۱۰	۱	۳	۳
F, G	۱۱	۲	۳	۳
F, G	۱۲	۳	۳	۳

جدول ۳. نتایج و زمان محاسباتی حل دقیق و الگوریتم پیشنهادی بر روی مسائل نمونه.

شماره نمونه	گروه	شماره نمونه در گروه	حل دقیق با GAMS		شماره نمونه در گروه	گروه	شماره نمونه	نتیجه TS		حل دقیق با GAMS		شماره نمونه در گروه	گروه	شماره نمونه
			حد پایین	حد بالا				بهبودترین مقدار	زمان	حد پایین	حد بالا			
۱	A (۴ مشتری)	۱	۶۰*	۶۰*	۱	D (۷ مشتری)	۴۶	۱۰*	۱۰*	۱,۲۱۸	۱۰*	۱۰*	۱	۱
۲		۲	۵۱*	۵۱*	۲		۴۷	۲۲*	۲۲*	۱,۱۵۷	۲۲*	۲۲*	۲	۲
۳		۳	۵۹*	۵۹*	۳		۴۸	۵۹*	۵۹*	۱,۱۷۲	۵۹*	۵۹*	۳	۳
۴		۴	۷۷*	۷۷*	۴		۴۹	۳۶*	۳۶*	۱,۱۴۲	۳۶*	۳۶*	۴	۴
۵		۵	۷۴*	۷۴*	۵		۵۰	۴۳*	۴۳*	۱,۱۷۸	۴۳*	۴۳*	۵	۵
۶		۶	۹۴*	۹۴*	۶		۵۱	۷۳*	۷۳*	۱,۱۶۳	۷۳*	۷۳*	۶	۶
۷		۷	۶۰*	۶۰*	۷		۵۲	۱۰*	۱۰*	۱,۲۷۰	۱۰*	۱۰*	۷	۷
۸		۸	۵۱*	۵۱*	۸		۵۳	۲۲*	۲۲*	۱,۰۸۶	۲۲*	۲۲*	۸	۸
۹		۹	۵۹*	۵۹*	۹		۵۴	۶۴*	۶۴*	۱,۶۱۴	۶۴*	۶۴*	۹	۹
۱۰		۱۰	۵۸*	۵۸*	۱۰		۵۵	۶۰*	۶۰*	۱,۰۲۰	۶۰*	۶۰*	۱۰	۱۰
۱۱		۱۱	۸۴*	۸۴*	۱۱		۵۶	۷۲*	۷۲*	۱,۲۷۹	۷۲*	۷۲*	۱۱	۱۱
۱۲		۱۲	۵۸*	۵۸*	۱۲		۵۷	۶۰*	۶۰*	۱,۳۶۹	۶۰*	۶۰*	۱۲	۱۲
۱۳		۱۳	۶۳*	۶۳*	۱۳		۵۸	۵۷*	۵۷*	۱,۵۸۰	۵۷*	۵۷*	۱۳	۱۳
۱۴		۱۴	۸۷*	۸۷*	۱۴		۵۹	۸۳*	۸۳*	۱,۱۴۶	۸۳*	۸۳*	۱۴	۱۴
۱۵		۱۵	۶۳*	۶۳*	۱۵		۶۰	۵۷*	۵۷*	۲,۳۵۳	۵۷*	۵۷*	۱۵	۱۵
۱۶	B (۵ مشتری)	۱	۷۶*	۷۶*	۱	E (۸ مشتری)	۶۱	۴۲*	۴۲*	۲,۳۰۸	۴۲*	۴۲*	۱	۱۶
۱۷		۲	۷۱*	۷۱*	۲		۶۲	۴۱*	۴۱*	۱,۹۷۰	۴۱*	۴۱*	۲	۱۷
۱۸		۳	۸۲*	۸۲*	۳		۶۳	۵۳*	۵۳*	۲,۲۰۷	۵۳*	۵۳*	۳	۱۸
۱۹		۴	۹۶*	۹۶*	۴		۶۴	۶۴*	۶۴*	۱,۷۵۴	۶۴*	۶۴*	۴	۱۹
۲۰		۵	۹۴*	۹۴*	۵		۶۵	۶۴*	۶۴*	۲,۰۵۴	۶۴*	۶۴*	۵	۲۰
۲۱		۶	۱۰۴*	۱۰۴*	۶		۶۶	۷۲*	۷۲*	۱,۵۴۶	۷۲*	۷۲*	۶	۲۱
۲۲		۷	۷۶*	۷۶*	۷		۶۷	۴۲*	۴۲*	۲,۴۲۰	۴۲*	۴۲*	۷	۲۲
۲۳		۸	۷۱*	۷۱*	۸		۶۸	۴۱*	۴۱*	۲,۳۴۸	۴۱*	۴۱*	۸	۲۳
۲۴		۹	۸۲*	۸۲*	۹		۶۹	۵۳*	۵۳*	۲,۵۲۶	۵۳*	۵۳*	۹	۲۴
۲۵		۱۰	۷۷*	۷۷*	۱۰		۷۰	۴۳*	۴۳*	۲,۳۷۸	۴۳*	۴۳*	۱۰	۲۵
۲۶		۱۱	۹۸*	۹۸*	۱۱		۷۱	۶۸*	۶۸*	۲,۳۷۹	۶۸*	۶۸*	۱۱	۲۶
۲۷		۱۲	۷۷*	۷۷*	۱۲		۷۲	۴۳*	۴۳*	۲,۷۷۲	۴۳*	۴۳*	۱۲	۲۷
۲۸		۱۳	۸۸*	۸۸*	۱۳		۷۳	۴۶*	۴۶*	۳,۵۵۷	۴۶*	۴۶*	۱۳	۲۸
۲۹		۱۴	۱۰۵*	۱۰۵*	۱۴		۷۴	۶۸*	۶۸*	۳,۱۵۰	۶۸*	۶۸*	۱۴	۲۹
۳۰		۱۵	۸۸*	۸۸*	۱۵		۷۵	۴۶*	۴۶*	۴,۳۵۶	۴۶*	۴۶*	۱۵	۳۰
۳۱	C (۶ مشتری)	۱	۱۴۰	۱۵۰	۱	F (۱۰ مشتری)	۷۶	۴۷*	۴۷*	۴,۴۸۵	۴۷*	۴۷*	۱	۳۱
۳۲		۲	۱۲۵	۱۳۳	۲		۷۷	۴۶*	۴۶*	۴,۶۱۰	۴۶*	۴۶*	۲	۳۲
۳۳		۳	۱۵۰	۱۶۵	۳		۷۸	۵۵*	۵۵*	۵,۰۵۸	۵۵*	۵۵*	۳	۳۳
۳۴		۴	۱۷۶	۱۸۳	۴		۷۹	۶۰*	۶۰*	۴,۹۸۵	۶۰*	۶۰*	۴	۳۴
۳۵		۵	۱۵۰	۱۵۶	۵		۸۰	۵۹*	۵۹*	۴,۸۳۶	۵۹*	۵۹*	۵	۳۵
۳۶		۶	۱۲۴	۱۲۴	۶		۸۱	۷۸*	۷۸*	۹,۹۷۵	۷۸*	۷۸*	۶	۳۶
۳۷		۷	۱۴۸	۱۴۹	۷		۸۲	۴۷*	۴۷*	۷,۴۷۹	۴۷*	۴۷*	۷	۳۷
۳۸		۸	۱۷۶	۱۷۸	۸		۸۳	۴۶*	۴۶*	۸,۸۱۴	۴۶*	۴۶*	۸	۳۸
۳۹		۹	۱۴۸	۱۴۹	۹		۸۴	۵۵*	۵۵*	۸,۴۹۴	۵۵*	۵۵*	۹	۳۹
۴۰		۱۰	۱۳۸	۱۵۷	۱۰		۸۵	۵۳*	۵۳*	۶,۲۰۳	۵۳*	۵۳*	۱۰	۴۰
۴۱		۱۱	۱۵۷	۱۶۰	۱۱		۸۶	۷۷*	۷۷*	۷,۵۹۸	۷۷*	۷۷*	۱۱	۴۱
۴۲		۱۲	۱۷۵	۲۰۰	۱۲		۸۷	۵۳*	۵۳*	۶,۱۰۹	۵۳*	۵۳*	۱۲	۴۲
۴۳		۱۳	۱۷۵	۱۸۵	۱۳		۸۸	۶۳*	۶۳*	۱۶,۲۹۹	۶۳*	۶۳*	۱۳	۴۳
۴۴		۱۴	۱۵۲	۱۶۱	۱۴		۸۹	۷۷*	۷۷*	۶,۳۱۳	۷۷*	۷۷*	۱۴	۴۴
۴۵		۱۵	۱۷۵	۱۸۶	۱۵		۹۰	۶۳*	۶۳*	۳۷,۳۸۵	۶۳*	۶۳*	۱۵	۴۵

\* جواب بهینه

ادامه جدول ۳.

شماره نمونه	گروه	حل دقیق با GAMS			شماره نمونه	گروه	نتیجه TS		
		حد بالا	حد پایین	زمان			بهبود	مقدار	زمان
۹۱	G (۱۲ مشتری)	۲۰۰	—	۲۱۶۶,۲۱۳	۹۶	G (۱۲ مشتری)	۲۰۰	—	۲۱۶۶,۲۱۳
۹۲		۱۹۸	—	۱۷۹۰,۲۱۳	۹۷		۱۷۹۰,۲۱۳	—	۱۹۸
۹۳		۱۷۰	—	۲۵۳۵,۰۲۲	۹۸		۲۵۳۵,۰۲۲	—	۱۷۰
۹۴		۲۰۹	—	۳۲۸۶,۳۷۸	۹۹		۳۲۸۶,۳۷۸	—	۲۰۹
۹۵		۲۲۹	—	۱۹۵۹,۹۴۲			۱۹۵۹,۹۴۲	—	۲۲۹
									۲۰۳

\* جواب بهینه

## ۶. نتیجه‌گیری

جست‌وجوی همسایگی یکی از این دو استراتژی به‌طور تصادفی انتخاب می‌شود و امکان بررسی بهتر همسایگی‌ها را برای الگوریتم فراهم می‌سازد. مقایسه‌ی نتایج به دست‌آمده از اجرای الگوریتم با نتایج حاصل از حل مدل با استفاده از حل‌کننده‌ی CPLEX در نرم‌افزار V۲۳/۵ GAMS بر کارایی و اثربخشی این روش صحه گذاشته است.

این مقاله یک مدل ساده از گونه‌ی جدیدی از مسائل مسیریابی وسیله‌ی حمل و نقل را شامل می‌شود، که تاکنون به آن پرداخته نشده است. در مطالعات آتی در این زمینه می‌توان با به‌کارگیری شرایط خاص مسائل مسیریابی، همچون پنجره‌های زمانی مشتریان، ناوگان وسایل حمل و نقل ناهمگن و... به طراحی و حل مسائل جدیدی از این دست پرداخت. همچنین تطبیق روش‌های حل فراابتکاری کاراتر و اثربخش‌تر نیز می‌تواند زمینه‌ی برای تحقیقات بعدی پیرامون این موضوع باشد.

در این مطالعه برای نخستین بار مسئله‌ی مسیریابی وسیله‌ی حمل و نقل وابسته به زمان، با امکان وجود بیش از یک یال بین نقاط به بررسی شده است. این‌گونه مسائل در کلان‌شهرها و محیط‌هایی با محدودیت‌های ترافیکی مختلف بسیار مورد توجه قرار می‌گیرد. مسئله‌ی مورد بررسی با استفاده از برنامه‌ریزی عدد صحیح ترکیبی مدل‌سازی شده و روی ۹۹ مسئله‌ی نمونه، با به‌کارگیری حل‌کننده CPLEX در نرم‌افزار V۲۳/۵ GAMS اجرا شد. همچنین در این مطالعه یک الگوریتم جست‌وجوی ممنوعه برای حل ابتکاری مسئله به کار گرفته شد. این الگوریتم، در مرحله‌ی بررسی همسایگی دارای عملکرد مناسبی است. دلیل این عملکرد مناسب، استفاده هم‌زمان از دو استراتژی تعویض دوتایی و تعویض معکوس است. در هر مرحله

## پانوشته‌ها

1. time dependent vehicle routing problem (TDVRP)
2. Bowman
3. intelligence transportation system
4. local search
5. tabu search
6. Fred Glover

## منابع (References)

1. Malandraki, C. and Daskin, M. "Time dependent vehicle routing problems: Formulations", *Properties, and Heuristic Algorithms Transportation Science*, **26**, pp. 185-200 (1992).
2. Jung, S. "A genetic algorithm for the vehicle routing problem with time dependent travel time", Thesis of Ph.D., University of Maryland (2000).
3. Picard, J.C. and Queyranne, M. "The time-dependent travelling salesman problem and its application to the tardiness problem in one-machine scheduling", *Operation Research*, **26**(1), pp. 87-110 (1978).
4. Lusene, A. "Time-dependent travelling salesman problem- the deliveryman case", *NETWORKS*, **20**, pp. 753-763 (1990).
5. Park, Y.B. "A solution of the bicriteria vehicle scheduling problems with time and area-dependent travel speeds", *Computers & Industrial Engineering*, **38**, pp. 173-187 (2000).
6. Icoua, S., Gendreau, M. and Potvin, J.Y. "Vehicle dispatching with time-dependent travel times", *European Journal of Operational Research*, **144**, pp. 379-396 (2003).
7. Donati, A.V., Montemanni, R., Gambardella, L.M. and Rizzoli, A.E. "Integration of a robust shortest path algorithm with a time dependent vehicle routing model and applications", International Symposium on Computational Intelligence for Measurement Systems and Applications (2003).
8. Haghani, A. and Jung, S. "A dynamic vehicle routing problem with time-dependent travel times", *Computers & Operations Research*, **32**, pp. 2959-2986 (2005).
9. Rizzoli, A.E., Montemanni, R., Lucibello, E. and Gambardella, L.M. "Ant colony optimization for real-world vehicle routing problems", *Swarm Intelligence*, **1**, pp. 135-151 (2007).



10. Ibaraki, T., Imahori, S., Nonbe, K., Sobue, K., Uno, T. and Yagiura, M. "An iterated local search algorithm for the vehicle routing problem with convex time penalty functions", *Discrete Applied Mathematics*, **156**, pp. 2050-2069 (2008).
11. Hashimoto, H., Yagiura, M. and Ibaraki, T. "An iterated local search algorithm for the time-dependent vehicle routing problem with time windows", *Discrete Optimization*, **5**, pp. 434-456 (2008).
12. Woensel, T.V., Kerbache, L., Peremans, H. and Vandale, N. "Vehicle routing with dynamic travel times: A queueing approach", *European Journal of Operational Research*, **186**, pp. 990-1007 (2008).
13. Wang, Z. and Wang, Z. "A novel two-phase heuristic method for vehicle routing problem with backhauls", *Computers and Mathematics with Applications*, **57**, pp. 1923-1928 (2009).
14. Soler, D., Albiach, J. and Martinez, E. "A way to optimally solve a time-dependent vehicle routing problem with time windows", *Operations Research Letters*, **37**, pp. 37-42 (2009).
15. Kuo, Y., Wang, C.C. and Chuang, P.Y. "Optimizing goods assignment and the vehicle routing problem with time-dependent travel speeds", *Computers & Industrial Engineering*, **57**, pp. 1385-1392 (2009).
16. Androusoyopoulos, K.N. and Zografos, K.G. "Solving the multi-criteria time-dependent routing and scheduling problem in a multimodal fixed scheduled network", *European Journal of Operational Research*, **192**, pp. 18-28 (2009).
17. Kuo, Y. "Using simulated annealing to minimize fuel consumption for the time-dependent vehicle routing problem", *Computers & Industrial Engineering*, **59** pp. 157-165 (2010).
18. Kok, A.L., Hans, E.W., Schutta, J.M.J. and Zijm, W.H.M. "A dynamic programming heuristic for vehicle routing with time-dependent travel times and required breaks", *Flexible Services and Manufacturing Journal*, **22**, pp. 83-108 (2010).
19. Figliozzi, M.A. "The impacts of congestion on commercial vehicle tour characteristics and costs", *Transportation Research Part E*, **46**, pp. 496-506 (2010).
20. Balseiro, S.R., Loiseau, I. and Ramonet, J. "An ant colony algorithm hybridized with insertion heuristics for the time dependent vehicle routing problem with time windows", *Computers & Operations Research*, **38**, pp. 954-966 (2011).
21. Flamini, M., Nigro, M. and Pacciarelli, D. "Assessing the value of information for retail distribution of perishable goods", *European Transport Research Review*, **3**, pp. 103-112 (2011).
22. Fleischmann, B., Gnutzmann, S. and Sandvoà, E. "Dynamic vehicle routing based on online traffic information", *Transportation Science*, **38**(4), pp. 420-433 (2004).
23. Fleischmann, B., Gietz, M. and Gnutzmann, S. "Time-varying travel times in vehicle routing", *Transportation Science*, **38**(2), pp. 160-173 (2004).
24. Taniguchi, E. and Shimamoto, H. "Intelligent transportation system based dynamic vehicle routing and scheduling with variable travel times", *Transportation Research Part C*, **12**, pp. 235-250 (2004).
25. Chen, H.K., Hsueh, C.F. and Chang, M.S. "The real-time time-dependent vehicle routing problem", *Transportation Research Part E*, **42**, pp. 383-408 (2006).
26. Bock, S. "Real-time control of freight forwarder transportation networks by integrating multimodal transport chains", *European Journal of Operational Research*, **200**, pp. 733-746 (2010).
27. Liao, T.Y. and Hu, T.Y. "An object-oriented evaluation framework for dynamic vehicle routing problems under real-time information", *Expert Systems with Applications*, **38**, pp. 12548-12558 (2011).
28. Liorini, S., Potvin, J.Y. and Zufferey, N. "Online vehicle routing and scheduling with dynamic travel times", *Computers & Operations Research*, **38**, pp. 1086-1090 (2011).



# نمودارهای کنترل GWMA و DGWMA برای مشخصه‌های کیفی وصفی

مریم اسمعیلی\* (استادیار)

حمیده نیکزاد (دانشجوی کارشناسی ارشد)

رویا انجم‌شعاع (دانشجوی کارشناسی ارشد)

دانشکده‌ی مهندسی صنایع، دانشگاه الزهراء (س)

مهندسی صنایع و مدیریت شریف، تابستان ۱۳۹۳  
دوری ۱ - ۳۰، شماره ۱/۲، ص. ۱۲۹-۱۳۸، (پادداشت نشی)

در نمودارهای کنترل با حافظه، سرعت کشف شیفت‌های کوچک فرایند بیشتر از نمودارهای کنترل شوهرت<sup>۱</sup> است؛ به طوری که در سال‌های اخیر نمودارهای کنترل میانگین متحرک موزون عمومی (GWMA) و میانگین متحرک موزون عمومی دوگانه (DGWMA)، کارآتر از نمودارهای میانگین متحرک موزون نمایی (EWMA) و نمودارهای میانگین متحرک موزون نمایی دوگانه (DEWMA) معرفی شده‌اند. این نمودارها غالباً برای پایش مشخصه‌های کیفی متغیر، تحت فرض توزیع پیوسته‌ی نرمال‌اند. مشخصه‌های کیفی وصفی، بر مبنای شمارش تعداد اقلام نامنتطبق (با توزیع دوجمله‌یی) یا شمارش تعداد نقص‌ها در واحد بازرسی (با توزیع پواسون)، کاربرد زیادی در کنترل فرایند آماری دارند. در این نوشتار نمودارهای کنترل GWMA و DGWMA برای مشخصه‌های کیفی وصفی طراحی شده، و اثر تغییر پارامترهای نمودارها بر نرخ هشدار غلط آنها بررسی می‌شود. همچنین کارایی این نمودارها در پایش مشخصه‌های کیفی وصفی، با استفاده از شبیه‌سازی مونت کارلو با یکدیگر و با نمودارهای کنترل EWMA و DEWMA مقایسه می‌شود. نتایج حاصله حاکی است که وقتی مشخصه‌های کیفی وصفی پایش می‌شوند، همچنان این نمودارها کارایی خوبی در کشف شیفت‌های کوچک دارند.

واژگان کلیدی: میانگین متحرک موزون نمایی، نمودار کنترل GWMA، نمودار کنترل DGWMA، مشخصه‌های کیفی وصفی، متوسط طول دنباله.

## ۱. مقدمه

امروزه روش‌های آماری نقش عمده‌یی در کاهش ضایعات و بهبود کیفیت محصول، طی مراحل مختلف چرخه‌ی حیات محصول ایفا می‌کنند. «نمودار کنترل» یکی از مهم‌ترین ابزارهای کنترل فرایند آماری (SPC)<sup>۲</sup> است که اولین بار در دهه ۱۹۲۰ توسط شوهرت مطرح شد. این نمودارها مبتنی بر نمونه‌گیری از محصولات، بازرسی نمونه‌ها و تعمیم نتایج به کل انباشت محصول هستند. در نمودارهای کنترل، سرعت کشف شرایط خارج از کنترل بسیار حائز اهمیت است. در نمودارهای شوهرت، کشف شیفت‌های کوچک به‌کندی صورت می‌گیرد، حال آن که نمودارهای کنترل حافظه<sup>۳</sup> در کشف تغییرات کوچک بسیار حساس‌اند، چرا که در این نمودارها علاوه بر نمونه‌ی فعلی، از اطلاعات نمونه‌گیری‌های قبلی نیز استفاده می‌شود؛ و به این ترتیب گذشته فرایند نیز در تصمیم‌گیری دخالت داده می‌شود. نمودار کنترل میانگین متحرک موزون نمایی (EWMA)<sup>۴</sup> و نمودار کنترل میانگین متحرک موزون نمایی دوگانه (DEWMA)<sup>۵</sup> مثال‌هایی از نمودارهای کنترل با حافظه‌اند.

\* نویسنده مسئول

تاریخ: دریافت ۱۳۹۱/۴/۳، اصلاحیه ۱۳۹۱/۶/۲۵، پذیرش ۱۳۹۳/۶/۴.

esmaeili\_m@alzahra.ac.ir  
nikzaad@gmail.com  
roya.anjomshoaa@gmail.com

نمودار کنترل EWMA اولین بار در سال ۱۹۵۹ ارائه شد.<sup>[۱]</sup> این نمودار در مقایسه با نمودار کنترل شوهرت در کشف تغییرات کوچک بهتر عمل می‌کند. بعدها، در سال ۲۰۰۵، نمودار کنترل EWMA توسعه یافت و نمودار کنترل DEWMA مطرح شد.<sup>[۲]</sup> مطالعات انجام شده نشان داد که نمودار کنترل DEWMA در کشف شیفت‌های کوچک میانگین فرایند بهتر از نمودار کنترل EWMA عمل می‌کند. در سال ۲۰۰۳ شو و لین تعمیمی از نمودارهای کنترل EWMA را برای کنترل میانگین فرایند ارائه کردند.<sup>[۳]</sup> این نمودار جدید نمودار کنترل میانگین متحرک موزون عمومی (GWMA)<sup>۶</sup> نامیده می‌شود و در کشف شیفت‌های کوچک میانگین فرایند حساستر از نمودارهای کنترل EWMA و DEWMA است. در سال ۲۰۰۹ نمودار GWMA برای پایش میانگین یا واریانس فرایند ارائه شد.<sup>[۴]</sup> همچنین در سال ۲۰۰۹ نمودار GWMA ترکیبی برای پایش همزمان میانگین و واریانس فرایند طراحی شد.<sup>[۵]</sup> در برخی از مطالعات، نمودار کنترل GWMA در شرایط تبعیت مشاهدات از یک توزیع پیوسته‌ی غیر نرمال، مانند گاما، بررسی شده است.<sup>[۶]</sup> همچنین نمودار کنترل GWMA با توزیع پواسون، همراه با نرم افزار ترسیم آن، برای افزایش کیفیت زنجیره‌ی تأمین ارائه شد.<sup>[۷]</sup>

مشخصه‌های کیفی وصفی شامل نمودارهای  $p$  و  $np$  مبتنی بر توزیع دوجمله‌ای اند و نمودارهای  $c$  و  $u$  مبتنی بر توزیع بواسون‌اند. در نمودارهای کنترل  $np$  تعداد محصولات معیوب یا نامنطبق هر نمونه شمارش می‌شود ( $x_t$ ); آماره‌ی  $x_t$  از توزیع دوجمله‌ای پیروی می‌کند. احتمال معیوب بودن هر محصول در شرایط تحت کنترل  $p_0$  است. در نمودارهای کنترل  $c$  تعداد نقص‌ها در هر واحد بازرسی (شامل  $n$  نمونه) شمارش می‌شود. عدد حاصل ( $C_t$ ) از توزیع بواسون پیروی می‌کند.

## ۱.۲. نمودار کنترل GWMA برای مشخصه‌های کیفی وصفی

نمودار کنترل GWMA اولین بار در سال ۲۰۰۳ معرفی شد.<sup>[۲]</sup> فرض کنید پیشامد  $A$  با احتمال  $q_j$  در  $j$ امین نمونه اتفاق بیفتد.  $M$  تعداد نمونه‌ها تا اولین وقوع پیشامد  $A$  است؛ بنابراین متغیر تصادفی  $M$  دارای توزیع هندسی است. احتمال این که پیشامد  $A$  در  $j$ امین نمونه اول اتفاق نیفتد برابر  $\bar{P}_j = P(M > j)$  است و می‌دانیم  $\dots \geq \bar{P}_2 \geq \bar{P}_1 \geq \bar{P}_0 = 1$ . بنابراین احتمال این که پیشامد  $A$  اولین بار در نمونه‌ی  $j$ ام اتفاق بیفتد برابر با  $\bar{P}_{j-1} - \bar{P}_j = P(M = j)$  است.<sup>[۲]</sup> همچنین داریم:

$$\begin{aligned} \sum_{m=1}^{\infty} P(M = m) &= P(M = 1) + P(M = 2) + \dots \\ &+ P(M = j) + P(M > j) = (\bar{P}_0 - \bar{P}_1) \\ &+ (\bar{P}_1 - \bar{P}_2) + \dots + (\bar{P}_{j-1} - \bar{P}_j) + \bar{P}_j = 1 \end{aligned} \quad (1)$$

بنابراین، از  $P(M = j)$  می‌توان به‌عنوان وزن نمونه‌ها بهره برد. با توجه به خواص توزیع هندسی می‌دانیم:

$$(\bar{P}_0 - \bar{P}_1) > (\bar{P}_1 - \bar{P}_2) > \dots > (\bar{P}_{j-1} - \bar{P}_j) \quad (2)$$

با استفاده از این روش تعیین وزن می‌توان به نمونه‌ی فعلی وزن سنگین تری داد و با افزایش عمر نمونه‌ها از وزن آنها کاست. با این فرض که  $y_t$  نماد میانگین متحرک موزون کلی (GWMA) باشد، اگر بخواهیم از این نمودار در پایش تعداد اقلام نامنطبق فرایند استفاده کنیم،  $x_t$  را برابر تعداد محصولات معیوب در نمونه‌ی  $t$ ام در نظر می‌گیریم.  $x_t$ ها متغیرهای تصادفی مستقل دوجمله‌ای با میانگین  $np_0$  و واریانس  $(1-p_0)np_0$  هستند. نقطه‌ی شروع  $y_0 = np_0$  است. با توجه به تعریف آماره‌ی نمودار کنترل GWMA و با فرض  $\bar{P}_t = q^{t\alpha}$ ، آماره‌ی  $y_t$  که روی نمودار  $np$  علامت می‌خورد با استفاده از رابطه‌ی ۳ تعیین می‌شود:

$$\begin{aligned} y_t &= (q^{t\alpha} - q^{(t-1)\alpha}) x_t + (q^{(t-1)\alpha} - q^{(t-2)\alpha}) x_{t-1} + \dots \\ &+ (q^{1-\alpha} - q^{t\alpha}) x_1 + q^{t\alpha} \cdot np_0 \end{aligned} \quad (3)$$

که در آن، پارامتر طراحی  $q$  مقدار ثابتی بین  $0 \leq q \leq 1$  است و  $0 < \alpha$  پارامتری برای تطبیق کشیدگی<sup>۱۲</sup> تابع توزین است. نمودارهای شوهارت و EWMA نیز حالات خاصی از نمودار GWMA هستند. در شکل ۱ ارتباط میان این سه نمودار نشان داده شده است.<sup>[۵]</sup> برای امید ریاضی و واریانس آماره‌ی  $y_t$  داریم:

محققین در سال ۲۰۰۹ نمودارهای کنترل GWMA به نمودارهای کنترل میانگین متحرک موزون عمومی دوگانه (DGWMA)<sup>۹</sup> توسعه داده و با استفاده از شبیه‌سازی، نمودارهای کنترل GWMA و DEWMA را مقایسه کردند.<sup>[۸]</sup> پژوهش‌های انجام شده در زمینه نمودارهای کنترل GWMA و DEWMA، غالباً برای پایش مشخصه‌های کیفی متغیر، با فرض برخورداری مشاهدات از توزیع پیوسته‌ی نرمال، بوده است. حال آن که مشخصه‌های کیفی وصفی کاربرد زیادی در کنترل فرایند آماری در سیستم‌های صنعتی و خدماتی دارند. به‌عنوان مثال در مدیریت لجستیک و سیستم کیفیت زنجیره‌ی تأمین می‌توان به شمارش تعداد خطاهای کارگران، تعداد برگشتی‌ها در کل سفارشات، تعداد شکایات کیفیتی، تعداد ادعاهای گارانتی، درصد کمبود موجودی و درصد تحویل در طول زمان اشاره کرد. موارد نام برده شده تماماً از توزیع‌های گسسته‌ی دوجمله‌ای یا بواسون پیروی می‌کنند.

در این مقاله نمودارهای کنترل GWMA و DGWMA با حدود کنترل متغیر در طول زمان، برای فرایندهایی که مشخصه‌های کیفی وصفی را تحت بررسی قرار می‌دهند، ارائه می‌شود. این مشخصه‌ها در فرایندهایی که طی آنها تعداد اقلام نامنطبق شمارش می‌شود دارای توزیع‌های گسسته‌ی دوجمله‌ای، و در فرایندهایی که در آنها تعداد نقص‌ها در واحد بازرسی شمارش می‌شود دارای توزیع بواسون هستند. همچنین اثر تغییرات پارامترها را بر شاخص متوسط طول دنباله (ARL)<sup>۸</sup> نمودارها در حالت تحت کنترل، بررسی می‌کنیم. پس از آن سرعت این نمودارها را در کشف انحرافات با دلیل فرایندها، مقایسه می‌کنیم. برای مقایسه‌ی متصافانه‌ی نمودارها در حالت خارج از کنترل، باید کارایی آنها در حالت تحت کنترل یکسان باشد. بدین منظور ابتدا نسبت به تعیین مقادیر مناسب ضریب حدود کنترل ( $L$ ) نمودارها اقدام می‌شود، به‌شکلی که ARL تحت کنترل آنها با هم برابر شوند؛ پس از آن ARL خارج از کنترل نمودارها مقایسه می‌شود. مقادیر ARL نمودارهای ارائه‌شده در این مقاله، با استفاده از شبیه‌سازی مونت کارلو تخمین زده می‌شود.

در ادامه، در بخش دوم نمودارهای کنترل GWMA و DGWMA برای مشخصه‌های کیفی وصفی ارائه می‌شود. در بخش سوم تأثیر تغییرات پارامترها بر نرخ هشدار غلط نمودارها بررسی می‌شود. در بخش چهارم کارایی این نمودارها در کشف انحرافات با دلیل مقایسه خواهد شد. در بخش پنجم نیز به نتیجه‌گیری می‌پردازیم.

## ۲. نمودارهای کنترل برای مشخصه‌های کیفی وصفی

نمودارهای کنترل به‌طور کلی شامل یک خط مرکزی (CL)<sup>۹</sup>، حد کنترل بالایی (UCL)<sup>۱۰</sup>، و حد کنترل پایینی (LCL)<sup>۱۱</sup> هستند. روش کار بدین صورت است که نمونه‌هایی با اندازه‌ی  $n$  و با فاصله‌ی زمانی معین از فرایند گرفته می‌شود. مقدار آماره‌ی مربوط به هر یک از این نمونه‌ها در طول خط زمان روی نموداری با حدود کنترل از پیش تعیین شده علامت زده می‌شود. تا زمانی که نقاط بین حدود کنترل قرار می‌گیرند فرض می‌شود که فرایند تحت کنترل است و نیازی به فعالیت‌های اصلاحی نیست. چنانچه نقطه‌ی بی‌خارج از حدود کنترل رسم شود نشان‌گر آن است که فرایند در شرایط خارج از کنترل به سر می‌برد و نیازمند اقدامات اصلاحی است تا منبع ایجاد انحرافات با دلیل مشخص و حذف شود.

مشخصه‌های کیفی مورد اندازه‌گیری در کنترل کیفیت دو نوع‌اند: مشخصه‌های کیفی متغیر (پیوسته) و مشخصه‌های کیفی وصفی (گسسته). نمودارهای کنترل برای

حدود کنترل متغیر در طول زمان و خط مرکز نمودار  $c$  GWMA نیز چنین تعیین خواهد شد:

$$\begin{cases} UCL = c_0 + L\sqrt{Q_t \cdot c_0} \\ CL = c_0 \\ LCL = c_0 - L\sqrt{Q_t \cdot c_0} \end{cases} \quad (11)$$

### ۲.۲. نمودار کنترل DGWMA برای مشخصه‌های کیفی وصفی

نمودار کنترل DGWMA برای پایش میانگین فرایند در سال ۲۰۰۹ معرفی شد.<sup>[۸]</sup> این نمودار دارای دو پارامتر طراحی  $q_1$  و  $q_2$ ، و دو پارامتر تطبیق کشیدگی  $\alpha$  و  $\beta$  است. تعریف آماره  $np$  DGWMA عبارت است از:

$$y_t = \sum_{i=1}^t P(M_\tau = i)G_{t-i+1} + P(M_\tau > t)np_0 \quad (12)$$

که در آن،  $G_t$  از فرمول ۳ به دست می‌آید. می‌توان نشان داد که:<sup>[۸]</sup>

$$\begin{cases} y_t = \sum_{i=1}^t (W_i x_{t-i+1}) + \left(1 - \sum_{i=1}^t W_i\right) np_0 \\ W_t = \sum_{i=1}^t P(M_\tau = j) \cdot P(M_\tau = t - j + 1) \end{cases} \quad (13)$$

$\alpha, \beta > 0$  و  $q_1, q_2 \in (0, 1)$ ،  $P(M_\tau > t) = q_2^{t\beta}$ ،  $P(M_\tau = t) = q_1^{t\alpha}$  هستند. میانگین و واریانس آماره  $y_t$  چنین محاسبه می‌شود:

$$E(y_t) = \sum_{i=1}^t W_i \cdot E(x) + \left(1 - \sum_{i=1}^t W_i\right) np_0 = np_0 \quad (14)$$

$$Var(y_t) = \sum_{i=1}^t W_i^2 \cdot Var(x) = np_0 \cdot (1 - p_0) \cdot \sum_{i=1}^t W_i^2 \quad (15)$$

بنابراین حدود کنترل و خط مرکز نمودار چنین به دست می‌آید:

$$UCL = np_0 + L \cdot \sqrt{np_0 \cdot (1 - p_0) \cdot \sum_{i=1}^t W_i^2}$$

$$CL = np_0$$

$$LCL = np_0 - L \cdot \sqrt{np_0 \cdot (1 - p_0) \cdot \sum_{i=1}^t W_i^2} \quad (16)$$

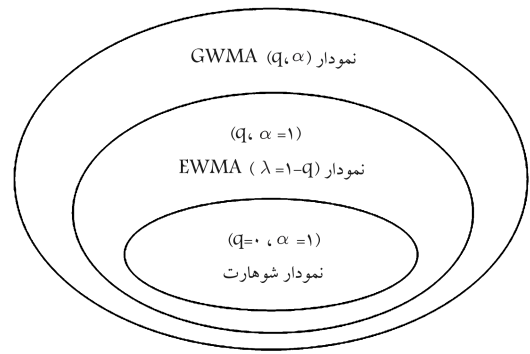
نمودار کنترل  $c$  DGWMA نیز با استفاده از فرمول ۸ برای محاسبه  $G_t$ ، چنین تعریف می‌شود:

$$y_t = \sum_{i=1}^t P(M_\tau = i)G_{t-i+1} + P(M_\tau > t)c_0 \quad (17)$$

$$\begin{cases} y_t = \sum_{i=1}^t (W_i C_{t-i+1}) + \left(1 - \sum_{i=1}^t W_i\right) c_0 \\ W_t = \sum_{i=1}^t P(M_\tau = j) \cdot P(M_\tau = t - j + 1) \end{cases} \quad (18)$$

$$E(y_t) = \sum_{i=1}^t W_i \cdot E(C) + \left(1 - \sum_{i=1}^t W_i\right) c_0 = c_0 \quad (19)$$

$$Var(y_t) = \sum_{i=1}^t W_i^2 \cdot Var(C) = c_0 \cdot \sum_{i=1}^t W_i^2 \quad (20)$$



شکل ۱. ارتباط نمودارهای کنترل GWMA، EWMA و شوهارت.

$$\begin{aligned} E(y_t) = E & \left[ \left( q^{t\alpha} - q^{1\alpha} \right) x_t + \left( q^{1\alpha} - q^{2\alpha} \right) x_{t-1} + \dots \right. \\ & \left. + \left( q^{t-1\alpha} - q^{t\alpha} \right) x_1 + q^{t\alpha} \cdot np_0 \right] = \left[ \left( q^{t\alpha} - q^{1\alpha} \right) \right. \\ & \left. + \left( q^{1\alpha} - q^{2\alpha} \right) + \dots + \left( q^{t-1\alpha} - q^{t\alpha} \right) \right] np_0 \\ & + q^{t\alpha} \cdot np_0 = np_0 \end{aligned} \quad (4)$$

$$\begin{aligned} Var(y_t) = & \left[ \left( q^{t\alpha} - q^{1\alpha} \right)^2 + \left( q^{1\alpha} - q^{2\alpha} \right)^2 + \dots \right. \\ & \left. + \left( q^{t-1\alpha} - q^{t\alpha} \right)^2 \right] \sigma^2 = Q_t \cdot np_0 \cdot (1 - p_0) \end{aligned} \quad (5)$$

که در آن  $Q_t$  معادل رابطه‌ی ۶ است:<sup>[۲]</sup>

$$Q_t = \left( q^{t\alpha} - q^{1\alpha} \right)^2 + \left( q^{1\alpha} - q^{2\alpha} \right)^2 + \dots + \left( q^{t-1\alpha} - q^{t\alpha} \right)^2 \quad (6)$$

بنابراین خط مرکز و حدود کنترل نمودار  $np$  GWMA مطابق معادلات ۷ محاسبه خواهد شد:

$$\begin{cases} UCL = np_0 + L\sqrt{Q_t \cdot np_0 \cdot (1 - p_0)} \\ CL = np_0 \\ LCL = np_0 - L\sqrt{Q_t \cdot np_0 \cdot (1 - p_0)} \end{cases} \quad (7)$$

در نمودار  $c$  GWMA آماره‌ی رسم شده روی نمودار چنین است:

$$\begin{aligned} y_t = & \left( q^{t\alpha} - q^{1\alpha} \right) C_t + \left( q^{1\alpha} - q^{2\alpha} \right) C_{t-1} + \dots \\ & + \left( q^{t-1\alpha} - q^{t\alpha} \right) C_1 + q^{t\alpha} \cdot c_0 \end{aligned} \quad (8)$$

امید ریاضی و واریانس  $y_t$  عبارت است از:

$$\begin{aligned} E(y_t) = E & \left[ \left( q^{t\alpha} - q^{1\alpha} \right) C_t + \left( q^{1\alpha} - q^{2\alpha} \right) C_{t-1} + \dots \right. \\ & \left. + \left( q^{t-1\alpha} - q^{t\alpha} \right) C_1 + q^{t\alpha} \cdot c_0 \right] = \left[ \left( q^{t\alpha} - q^{1\alpha} \right) \right. \\ & \left. + \left( q^{1\alpha} - q^{2\alpha} \right) + \dots + \left( q^{t-1\alpha} - q^{t\alpha} \right) \right] c_0 \\ & + q^{t\alpha} \cdot c_0 = c_0 \end{aligned} \quad (9)$$

$$\begin{aligned} Var(y_t) = & \left[ \left( q^{t\alpha} - q^{1\alpha} \right)^2 + \left( q^{1\alpha} - q^{2\alpha} \right)^2 + \dots \right. \\ & \left. + \left( q^{t-1\alpha} - q^{t\alpha} \right)^2 \right] \sigma^2 = Q_t \cdot c_0 \end{aligned} \quad (10)$$

بنابراین حدود کنترل نمودار به شکل زیر به دست می‌آید:

$$\begin{aligned}
 UCL &= c_0 + L \cdot \sqrt{c_0 \cdot \sum_{i=1}^t W_i^t} \\
 CL &= c_0 \\
 LCL &= c_0 - L \cdot \sqrt{c_0 \cdot \sum_{i=1}^t W_i^t}
 \end{aligned} \quad (21)$$

حدود کنترل نمودار DGWMA نیز در طول زمان متغیر است. از آنجا که نمودار کنترل DGWMA، چهار پارامتر دارد، پیچیدگی آن زیاد است و استفاده از آن چندان راحت نیست. مشخص کردن بعضی از پارامترها که منجر به ایجاد حالات خاص نمودار می‌شود می‌تواند تعداد پارامترهای نمودار را به ۲ و حتی ۱ پارامتر کاهش دهد. این کار باعث کاهش پیچیدگی محاسباتی نمودار می‌شود. افزون بر این، نمودار DGWMA در حالت دو پارامتری نیز به اندازه‌ی کافی خوب عمل می‌کند. در این نوشتار، نمودار DGWMA برای مشخصه‌های کیفی وصفی در دو حالت ارائه شده است: [۸]

الف) اگر  $q_1 = q_2 = q$  و  $\alpha = \beta$  و  $0 < q < 1$  و  $\alpha$  آنگاه:

$$W_t = \sum_{j=1}^t (q^{(j-1)\alpha} - q^{j\alpha}) (q^{(t-j)\alpha} - q^{(t-j+1)\alpha}) \quad (22)$$

$$1 - \sum_{j=1}^t W_j = q^{t\alpha} + \sum_{j=1}^t (q^{(j-1)\alpha} - q^{j\alpha}) q^{(t-j+1)\alpha} \quad (23)$$

در این حالت نمودار کنترل DGWMA در واقع نمودار کنترل GWMA  $(q, \alpha)$  است که دو پارامتر دهی شده است. آماره‌ی  $y_t$  را در این حالت با  $(q, \alpha)$  نشان می‌دهیم.

ب) اگر به فرضیات حالت الف، فرض  $\alpha = \beta = 1$  را اضافه کنیم،  $y_t$  تبدیل به آماره‌ی نمودار DEWMA ( $\lambda = 1 - q$ ) می‌شود. در این حالت داریم:

$$W_t = tq^{t-1} (1 - q)^2 \quad (24)$$

$$1 - \sum_{j=1}^t W_j = q^t (t - tq + 1) \quad (25)$$

### ۳. اثر تغییر پارامترها بر نرخ هشدار غلط نمودارهای GWMA و DGWMA برای مشخصه‌های کیفی

#### وصفی

به‌طور کلی کارایی نمودارهای کنترل با استفاده از شاخص متوسط طول دنباله (ARL) اندازه‌گیری می‌شود. ARL، متوسط تعداد نقاط رسم شده روی نمودار است تا قبل از این که یک سیگنال خارج از کنترل مشاهده شود. در نمودارهای کنترل EWMA با استفاده از زنجیره‌ی مارکوف محاسبه می‌شود ولی محاسبه‌ی ARL نمودارهای کنترل GWMA و DGWMA با استفاده از زنجیره‌ی مارکوف به سادگی نمودار EWMA نیست. بنابراین در این نمودارها از روش شبیه‌سازی مونت‌کارلو برای تخمین ARL نمودار استفاده می‌شود.

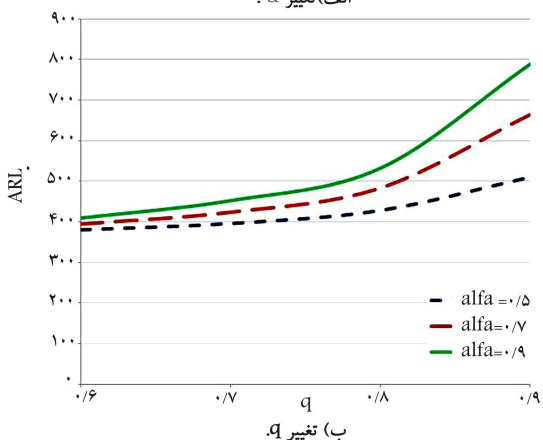
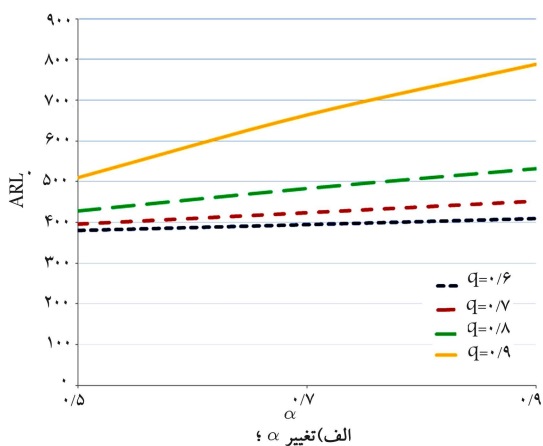
در این قسمت تأثیر تغییرات پارامترهای نمودارها را بر نرخ هشدار غلط آنها بررسی می‌کنیم. بدین‌منظور برای نمودارهای  $np$  از فرآیندی با  $n = 100$  و  $p_0 = 0.2$  و برای نمودارهای  $c$  از فرآیندی با  $c_0 = 30$  استفاده می‌کنیم. برای هر نمودار مقادیر ARL را به ازای  $L = 3$  و ترکیب‌های مختلف سایر پارامترها از طریق شبیه‌سازی به دست می‌آوریم. هر شبیه‌سازی شامل ۵۰۰۰۰ تکرار است. مقادیر ARL برای نمودارهای  $np$  و  $GWMA np$  به ترتیب در جداول ۱ و ۲ ثبت شده است. در شکل‌های ۲ و ۳ روند تغییرات ARL این دو نمودار کنترل با ثابت نگه داشتن یک پارامتر و تغییر پارامتر دیگر نشان داده شده است.

جدول ۱. ARL برای نمودار  $np$  GWMA با  $n = 100$  و  $p_0 = 0.2$

$q$	۰٫۶	۰٫۷	۰٫۸	۰٫۹
$\alpha = 0.5$	۳۸۰٫۲۵۱۱۶	۳۹۵٫۹۵۸۰۲	۴۲۸٫۱۲۴۸۸	۵۰۹٫۹۷۵۳۸
۰٫۷	۳۹۴٫۶۱۱۶۸	۴۲۳٫۷۲۷	۴۸۳٫۳۷۱۶۴	۶۶۳٫۷۵۶۱۸
۰٫۹	۴۰۹٫۴۵۲۲	۴۵۲٫۲۹۵۴۲	۵۳۱٫۹۱۰۹۸	۷۸۸٫۱۷۶۵

جدول ۲. ARL برای نمودار  $np$  DGWMA با  $n = 100$  و  $p_0 = 0.2$

$q_1 = q_2$	۰٫۶	۰٫۷	۰٫۸	۰٫۹
$\alpha = \beta = 0.5$	۴۸۴٫۴۱۶۸	۶۴۲٫۷۱۸۳	۱۱۰۸٫۳۲۹۸	۳۶۳۲٫۱۵۰۵
۰٫۷	۵۳۱٫۰۶۴	۷۱۸٫۸۳۳۳	۱۲۰۰٫۱۵۰۴	۳۱۹۷٫۸۴۴۴
۰٫۹	۵۲۴٫۸۲۱۵	۶۸۲٫۰۴۲۵	۱۰۲۵٫۸۱۴	۲۱۶۱٫۴۸۵۶



شکل ۲. تغییرات ARL برای نمودار  $np$  GWMA.

جدول ۴. ARL برای نمودار c DGWMA با  $c_0 = 30$ .

$q_1 = q_2$	۰/۶	۰/۷	۰/۸	۰/۹
$\alpha = \beta = 0/5$	۴۶۲,۴۸۶۶۶	۶۱۴,۳۸۴۲۸	۱۰۶۱,۶۹۶۸	۳۴۱۶,۳۱۳۱
۰/۷	۴۹۷,۳۷۳۳۸	۶۷۱,۵۶۲۷۲	۱۱۱۰,۴۹۸۷	۲۹۱۸,۶۵۸۹
۰/۹	۴۹۶,۲۶۶۸	۶۲۹,۲۳۳۸۸	۹۲۴,۷۵۰۹۸	۱۸۷۵,۹۴۵۵

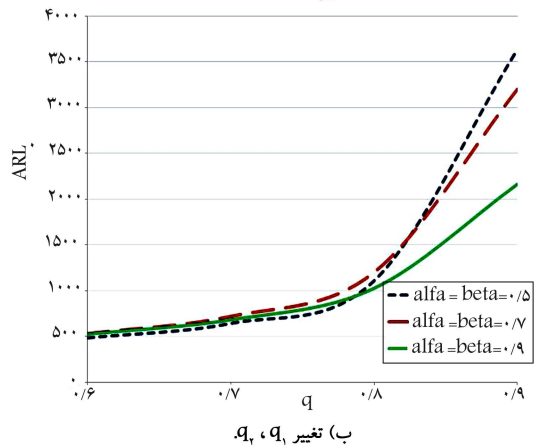
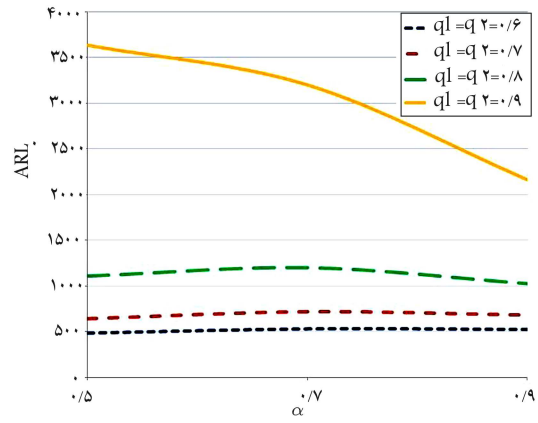
#### ۴. مقایسه‌ی کارایی نمودارهای GWMA و DGWMA

یکی از شرایط مقایسه‌ی منصفانه‌ی نمودارهای کنترل این است که در شرایط تحت کنترل، ARL یکسانی داشته باشند. در این صورت نموداری که ARL کوچک‌تری داشته باشد بهینه است. در این مقاله نمودارهای GWMA و DGWMA برای توزیع‌های دو جمله‌یی و پواسون به‌ازای ترکیب‌های مختلف پارامترهای نمودار، با استفاده از نرم‌افزار MATLAB شبیه‌سازی شده و نتایج آن در جداول ۵ تا ۸ آمده است. هر شبیه‌سازی شامل ۲۰۰۰۰ تکرار است. در نمودارهای np مقدار  $n = 100$  و  $p = 0/2$  است و نسبت اقلام معیوب در شرایط خارج از کنترل  $(p_1)$  بین ۰/۱ و ۰/۳ تغییر می‌کند و در نمودارهای c مقدار  $c_0$  معادل ۳۰ است و تعداد نقص‌ها در واحد بازرسی در شرایط خارج از کنترل  $(c_1)$  بین ۲۰ و ۴۰ تغییر می‌کند. در این نمودارها مقدار مناسب ضریب حدود کنترل  $(L)$  به‌گونه‌یی تعیین شده که ARL نمودار برابر مقدار تقریبی ۳۷۰ شود تا بتوان مقایسه‌ی منصفانه‌یی بین ARL نمودارهای کنترل مختلف انجام داد. به‌منظور مقایسه‌ی کارایی سایر نمودارهای کنترل با نمودار کنترل DGWMA که جدیدترین آنهاست، به‌عنوان نمونه نمودار  $(0/9, 0/5)$  DGWMA در شیفتهای مختلف با نمودارهای  $(0/1)$  EWMA و  $(0/9, 0/5)$  GWMA، مقایسه شده است. در شکل‌های ۴ تا ۶ درصد بهبود نمودار کنترل DGWMA، در مقایسه با سه نمودار دیگر، در شیفتهای کوچک و متوسط برای دو توزیع دو جمله‌یی و پواسون نشان داده شده است. درصد بهبود نمودار کنترل DGWMA نسبت به هر نمودار کنترل دیگری مانند X مطابق رابطه‌ی ۲۶ به دست می‌آید:

$$\text{درصد بهبود} = \left[ \frac{ARL_X - ARL_{DGWMA}}{ARL_X} \right] \times 100 \quad (26)$$

با توجه به شکل‌های ۴ تا ۶، مشاهده می‌شود که نتایج مقایسات برای دو توزیع بسیار شبیه است. قسمت‌هایی از نمودارهای درصد بهبود که زیر محور افقی قرار گرفته مربوط به مقادیری از شیفتهای مختلف است که در آن نمودار کنترل DGWMA مقایسه با نمودار کنترل دیگر ضعیفتر عمل می‌کند. در قسمت‌هایی که بالای محور افقی قرار گرفته نمودار کنترل DGWMA سرعت عمل بیشتری در کشف انحراف دارد و کاراتر است.

در نمودارهای کنترل np و c، شیفتهای مثبت موجب بدتر شدن کیفیت فرایند، و شیفتهای منفی موجب بهبود کیفیت فرایند می‌شوند. بنابراین کشف شیفتهای مثبت، به‌منظور حذف عوامل ایجاد انحرافات بادلیل و جلوگیری از کاهش کیفیت فرایند، ضروری است؛ کشف شیفتهای منفی نیز کمک می‌کند تا عوامل ایجاد بهبود در کیفیت فرایند شناسایی و تقویت شوند. از طرفی چولگی<sup>۱۳</sup> توزیع‌های دو جمله‌یی و پواسون به سمت چپ است، و همین عدم تقارن موجب می‌شود که سرعت کشف شیفتهای مثبت و منفی نمودار کنترل برابر نباشد. خلاصه‌ی نتایج حاصل از مقایسات شکل‌ها برای اندازه‌های مختلف شیفتهای مختلف، در جدول ۹ ارائه شده است. علامت تیک نشان‌دهنده‌ی بهتر بودن نمودار مربوطه در مقایسه با نمودار



شکل ۳. تغییرات ARL برای نمودار np DGWMA.

در نمودار کنترل np GWMA، با توجه به شکل، با افزایش پارامتر  $\alpha$  مقدار ARL بهینه شده است که میزان این بهینگی با افزایش مقدار  $q$  افزایش یافته (شیب نمودار زیاد شده است). همچنین با افزایش مقدار پارامتر  $q$  نیز مقدار ARL بهینه شده است؛ شیب نمودار ARL در حالتی که  $q$  افزایش می‌یابد و  $\alpha$  ثابت است اندکی بیشتر از حالتی است که  $\alpha$  افزایش می‌یابد و  $q$  ثابت است. در نمودار کنترل np DGWMA مقدار  $q_1$  و  $q_2$  به‌شدت مقدار ARL را بهبود می‌بخشد در حالی که افزایش مقدار پارامترهای شکل  $\alpha = \beta$  برای مقادیر  $q_1 = q_2 < 0/8$  روند صعودی - نزولی ملایمی در ARL نمودار ایجاد می‌کند، و برای مقادیر  $q_1 = q_2 = 0/9$  به‌شدت ARL نمودار را کاهش می‌دهد (بدر می‌کند).

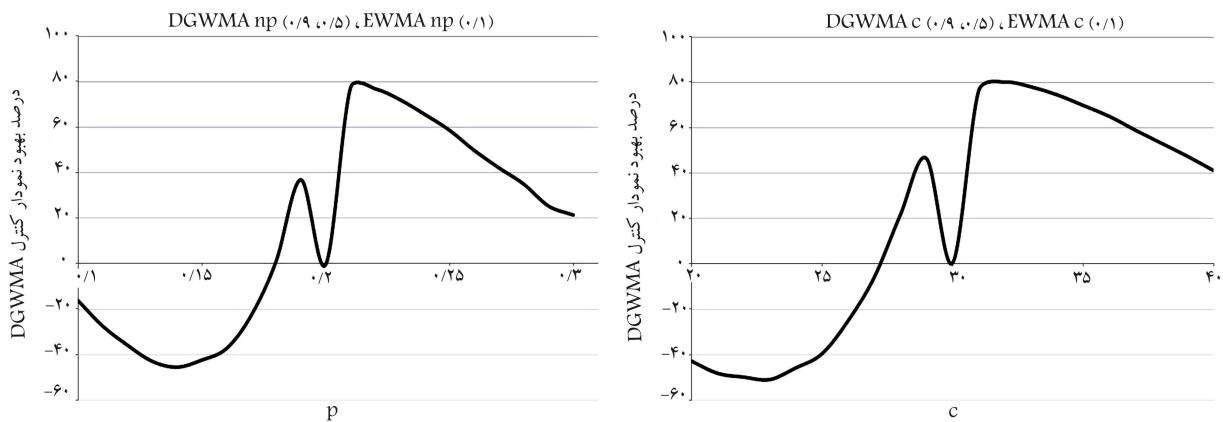
مقادیر ARL مربوط به نمودارهای c و DGWMA در جداول ۳ و ۴ ارائه شده است. در مورد نمودارهای نوع c نیز شکل‌های روند تغییرات ARL مشابه نمودارهای نوع np است.

جدول ۳. ARL برای نمودار c GWMA با  $c_0 = 30$ .

$q$	۰/۶	۰/۷	۰/۸	۰/۹
$\alpha = 0/5$	۳۶۳,۰۶۹۰۲	۳۷۶,۳۲۷۴۲	۴۰۸,۳۳۳۰۶	۴۹۲,۱۷۹۱۸
۰/۷	۳۷۶,۱۸۸۷۲	۴۰۹,۸۸۹۶۶	۴۶۸,۹۷۷۶۴	۶۵۷,۶۱۷۶
۰/۹	۳۹۶,۱۱۸۷	۴۳۷,۴۹۰۷۲	۵۲۵,۳۸۱۰۴	۷۷۹,۵۷۰۳

جدول ۵. نتایج شبیه‌سازی ARL نمودارهای کنترل EWMA np ( $\lambda = 1 - q$ )، GWMA np ( $q, \alpha$ ) و ( $n = 100; p_0 = 0.2$ ).

$q = 0.9$				$q = 0.75$				$q = 0.5$				$L$
$1 \rightarrow$	$0.9$	$0.75$	$0.5$	$1 \rightarrow$	$0.9$	$0.75$	$0.5$	$1 \rightarrow$	$0.9$	$0.75$	$0.5$	
EWMA				EWMA				EWMA				
۱,۶۹۸۹	۱,۶۹۹۸	۱,۸۷۴۸	۲	۱,۹۲۲۳	۱,۹۲۸۴	۱,۹۷۲۸	۲,۰۹۸۴	۲,۰۲۰۸	۲,۰۵۵۶	۲,۰۹۹۴	۲,۲۳۴۴	$p_1 = 0.1$
۲,۰۰۰۴	۱,۹۹۲۴	۲,۱۸۳۵	۲,۴۱۸۸	۲,۲۸۴	۲,۳۰۲	۲,۳۶۹۷	۲,۵۵۹۵	۲,۴۸۹۵	۲,۵۳۵۲	۲,۶۰۹۹	۲,۸۱۶۲	۰,۱۱
۲,۴۱۴۱	۲,۴۲۷	۲,۶۲۳۳	۲,۹۵۶۱	۲,۷۵۹۷	۲,۷۸۲۹	۲,۸۹۳۷	۳,۲۱۹۲	۳,۱۶۹۶	۳,۲۲۷۴	۳,۳۲۴۴	۳,۶۶۴۶	۰,۱۲
۲,۹۹۹۱	۳,۰۰۸۶	۳,۲۱۳۹	۳,۷۶۶۷	۳,۴۵۵۴	۳,۴۹۴۷	۳,۶۴۱۱	۴,۱۴۸۹	۴,۲۸۷۶	۴,۳۳۵۲	۴,۴۵۲۵	۴,۹۹۶۸	۰,۱۳
۳,۸۸۳۲	۳,۹۰۴۲	۴,۱۰۷۷	۴,۹۵۰۵	۴,۵۶۹۲	۴,۶۰۹۶	۴,۸۱۵۴	۵,۵۰۴۵	۶,۲۲۴۵	۶,۲۱۵۱	۶,۲۸۹۸	۷,۰۶۳۱	۰,۱۴
۵,۲۶۵۵	۵,۲۴۲	۵,۴۹۸۸	۶,۷۱۳۱	۶,۳۳۳۱	۶,۳۷۳	۶,۵۷۹۲	۷,۸۴۷۷	۹,۹۵۵۲	۹,۸۳۱۷	۹,۸۱۴۷	۱۰,۷۸۸۸	۰,۱۵
۷,۶۶۲۲	۷,۶۵۴۲	۷,۹۶۲۵	۹,۹۱۳۹	۹,۹۴۳۷	۹,۸۱۶۵	۱۰,۰۱۰۸	۱۱,۸۴۸۳	۱۸,۷۷۸۶	۱۸,۱۸۶۱	۱۷,۵۳۸۱	۱۸,۳۸۶۵	۰,۱۶
۱۲,۸۴۷۹	۱۲,۶۳۹۸	۱۲,۹۱۶۵	۱۵,۷۸۴۹	۱۹,۰۰۴۶	۱۸,۰۷۹۶	۱۷,۶۴۷۸	۲۰,۳۷۲۳	۴۱,۹۳۳۷	۴۰,۴۲۴۲	۳۸,۱۳۲۷	۳۷,۴۷۹۳	۰,۱۷
۲۶,۴۲	۲۵,۳۷۱۶	۲۵,۴۴۱	۳۰,۳۳۳۴	۴۷,۸۱۲۱	۴۴,۶۷۳۱	۴۱,۱۶۵۳	۴۲,۹۰۸۶	۱۱۰,۷۳۸۵	۱۰۷,۴۲۶	۱۰۱,۴۲	۹۷,۱۰۴۷	۰,۱۸
۹۴,۰۲۹۹	۸۶,۲۸۶۷	۷۸,۷۳۲۴	۸۶,۸۴۸۱	۱۶۹,۰۲۶۹	۱۵۹,۸۱۶	۱۴۷,۹۸۶	۱۳۹,۱۵۷	۳۰۸,۷۴۳	۳۰۶,۵۳۳	۳۰۱,۳۷۲	۳۰۲,۵۳۷	۰,۱۹
۳۷۰,۱۳۰۴	۳۷۱,۲۵۶	۳۷۱,۰۵	۳۷۰,۷۷۲	۳۶۹,۸۵۵۲	۳۷۰,۲۲۷	۳۷۰,۱۰۵	۳۶۹,۱۰۵	۳۷۱,۰۲۴۴	۳۷۰,۰۵۵	۳۶۹,۲۸۹	۳۷۰,۰۶۵	$0.2 \rightarrow$
												ARL.
۷۹,۸۷۳۵	۷۳,۶۷۲۷	۶۷,۲۴۱۶	۶۷,۱۰۷	۱۱۱,۴۷۷۵	۱۰۵,۳۲۹	۹۵,۹۲۴۸	۸۸,۷۸۱۳	۱۴۵,۶۰۳۸	۱۴۲,۱۷۹	۱۳۸,۲۰۲	۱۲۹,۴۵۲	۰,۲۱
۲۴,۴۳۶	۲۳,۵۳۳۳	۲۳,۲۴۸۷	۲۵,۱۵۸۶	۳۵,۴۸۵۷	۳۳,۸۸۷۵	۳۱,۳۴۶۱	۳۱,۶۷۰۵	۵۴,۴۱۷۶	۵۳,۲۸۶۹	۵۰,۴۲۴۹	۴۷,۶۶۲۷	۰,۲۲
۱۲,۱۲۵۱	۱۱,۸۸۴۳	۱۲,۰۸۱۹	۱۳,۶۸۳	۱۵,۸۵۳۲	۱۵,۲۱۵	۱۵,۱۸۲۲	۱۶,۲۵۲۳	۲۴,۳۴۳۵	۲۳,۶۶۹۶	۲۲,۹۸۴۱	۲۲,۹۲۰۶	۰,۲۳
۷,۴۰۶۵	۷,۳۸۲۱	۷,۵۸۸۶	۸,۶۵۵۶	۹,۱۷۹۹	۸,۹۲۷۱	۹,۰۰۹۴	۹,۹۵۸۲	۱۳,۱۰۴۴	۱۲,۷۳۱	۱۲,۵۳۸۵	۱۲,۸۸۴۲	۰,۲۴
۵,۲۴۵۹	۵,۱۶۸	۵,۳۸۷۱	۶,۱۰۵	۶,۰۹۲۱	۶,۰۱۹	۶,۱۵۱۳	۶,۸۴۵۱	۷,۸۸۳۳	۷,۹۱۶۵	۷,۸۸۰۳	۸,۳۳۳۴	۰,۲۵
۳,۸۷۵۶	۳,۸۴۹۴	۴,۰۶۳۹	۴,۶۲۱۷	۴,۴۳۴۱	۴,۴۱۸۵	۴,۵۲۴۲	۴,۹۸۶۸	۵,۴۲۹۵	۵,۳۹۱۲	۵,۴۰۳۹	۵,۸۱۱۱	۰,۲۶
۳,۰۹۱	۳,۰۶۵۷	۳,۲۲۴۶	۳,۵۸۲۵	۳,۵۰۵۸	۳,۴۷۱۳	۳,۵۲۳۸	۳,۸۹۶۹	۳,۹۵۹۳	۴,۰۱۵۹	۴,۰۵۶	۴,۳۷۹۷	۰,۲۷
۲,۵۵۶۹	۲,۵۰۲۷	۲,۶۷۰۵	۲,۹۶۲۴	۲,۸۳۰۴	۲,۸۳۵۵	۲,۹۰۰۶	۳,۱۰۲۴	۳,۱۲۶۲	۳,۱۱۱	۳,۲۱۶۷	۳,۳۵۷۹	۰,۲۸
۲,۱۰۶۴	۲,۱۳۵	۲,۲۷۴۹	۲,۴۶۲۵	۲,۳۵۵۵	۲,۳۵	۲,۴۱۸۱	۲,۵۵۷۵	۲,۵۱۹۹	۲,۵۴۱۸	۲,۵۷۷۱	۲,۷۵۳۳	۰,۲۹
۱,۸۷۶۲	۱,۸۵۱۷	۱,۹۹۳۲	۲,۰۸۲۱	۲,۰۳۶۵	۲,۰۵۹۶	۲,۰۶۵۷	۲,۱۸۰۷	۲,۱۲۴۷	۲,۱۵۹۸	۲,۱۹۴	۲,۲۷۶۷	۰,۳

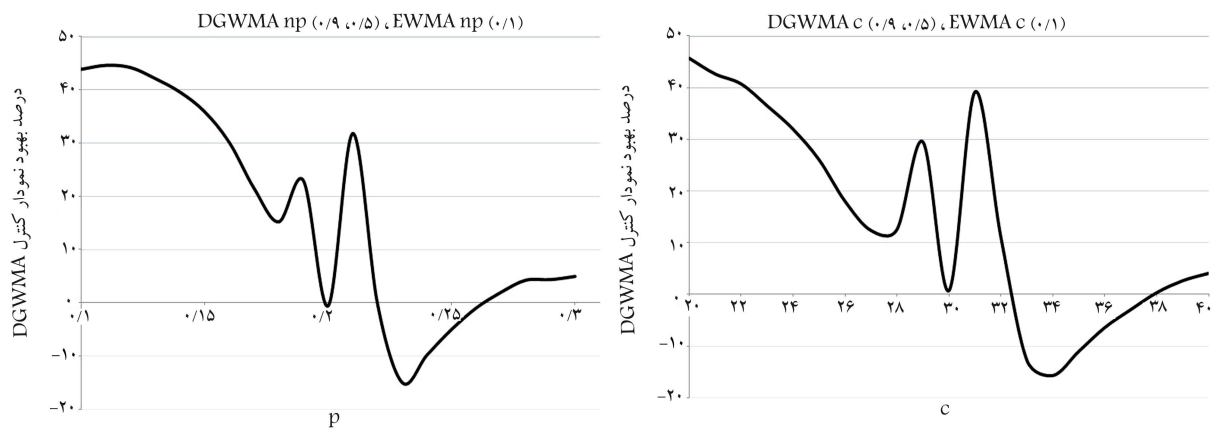


شکل ۴. مقایسه‌ی نمودارهای کنترل DGWMA (0.9, 0.5) و EWMA (0.1).



جدول ۶. نتایج شبیه‌سازی ARL نمودارهای کنترل DEWMA np ( $\lambda = 1 - q$ ) و DGWMA np ( $q, \alpha$ ) ( $n = 100; p_0 = 0.2$ ).

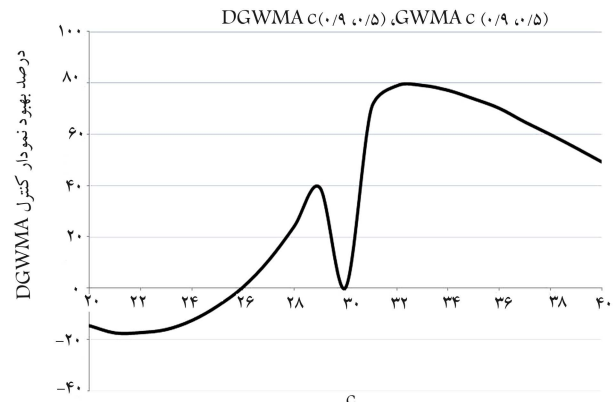
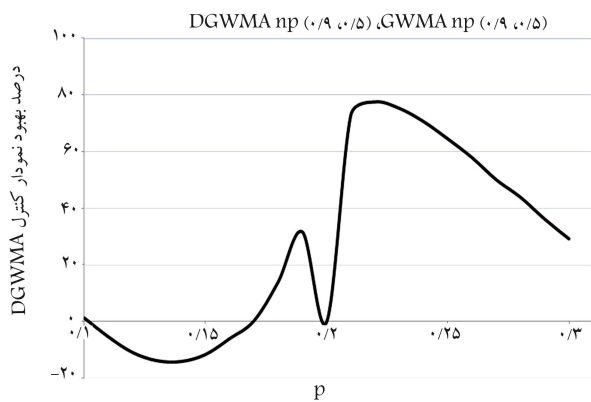
$q_1 = q_2 = 0.9$				$q_1 = q_2 = 0.75$				$q_1 = q_2 = 0.5$				L	$\alpha = \beta$
۲,۵۷۱	۲,۴۹۲	۲,۳۸۲	۲,۲۸۴	۲,۷۹۳	۲,۷۶۴	۲,۷۳۲	۲,۷۴۵	۲,۹۴۵	۲,۹۴۴	۲,۹۴۷	۲,۹۶۵		
۱ →	۰,۹	۰,۷۵	۰,۵	۱ →	۰,۹	۰,۷۵	۰,۵	۱ →	۰,۹	۰,۷۵	۰,۵		
DEWMA				DEWMA				DEWMA					
۳,۵۱۷۶۵	۲,۷۵۸۱	۲,۴۳۴۵	۱,۹۷۶۲	۳,۵۴۹۶	۳,۴۰۰۱۵	۲,۷۴۲۶	۲,۴۵۳۲	۲,۹۷۳۹۵	۲,۹۳۳۰۵	۲,۸۵۸۱	۲,۷۵۷۶	$p_1 = 0.1$	
۴,۶۰۴	۳,۶۸	۳,۲۲	۲,۵۵۲۲	۴,۴۰۰۸۵	۴,۲۳۲۹	۳,۵۳۳۱	۳,۰۸۹	۳,۶۴۸۸۵	۳,۶۱۲۵۵	۳,۵۲۱۹۵	۳,۴۱۶۸	۰,۱۱	
۵,۸۷۶۹۵	۴,۸۹۴۴	۴,۲۸۴۹	۳,۲۸۲۱	۵,۳۵۸۷	۵,۱۷۷۶۵	۴,۴۶۱۴	۳,۹۶۷۱۵	۴,۴۱۵۶۵	۴,۴۱۸۸	۴,۳۶۶۷	۴,۳۱۹۱	۰,۱۲	
۷,۴۰۷۳۵	۶,۳۹۰۲	۵,۵۶۷۶	۴,۲۹۰۲	۶,۵۰۸۰۵	۶,۳۵۷۷۵	۵,۶۹۸۴	۵,۰۵۵۵۵	۵,۴۳۸۶۵	۵,۴۲۹۵	۵,۴۲۲۲۵	۵,۴۵۷۳	۰,۱۳	
۹,۳۴۸۶۵	۸,۳۰۵۸	۷,۳۳۴	۵,۶۵۲۷	۷,۹۱۳۰۵	۷,۸۰۰۰۹	۷,۲۵۳۳	۶,۵۲۰۵	۶,۹۲۷۱۵	۶,۸۸۲۴۵	۶,۹۲۸۸	۶,۹۹۴۵	۰,۱۴	
۱۱,۶۹۰۱	۱۰,۷۳۴۸	۹,۸۶۸۲	۷,۴۹۹۵	۹,۹۴۹۱۵	۹,۸۸۸	۹,۴۷۹	۸,۶۴۲۷۵	۹,۵۱۶۷۵	۹,۴۰۰۰۱	۹,۲۴۷۵	۹,۵۱۲۹	۰,۱۵	
۱۵,۰۴۰۸۵	۱۴,۳۹۱۹	۱۳,۳۵۴۸	۱۰,۵۱۸۸	۱۳,۲۴۱۴	۱۳,۱۳۲۲	۱۲,۸۵۵۶	۱۲,۲۰۰۶	۱۴,۴۸۷۵۵	۱۴,۱۶۶	۱۳,۵۶۴	۱۳,۶۰۹۵	۰,۱۶	
۲۰,۰۶۸	۱۹,۶۶۸۲	۱۸,۸۲۰۶	۱۵,۷۵۸۳	۲۰,۰۹۴۱۵	۱۹,۶۰۹۲	۱۸,۸۶۷	۱۸,۴۷۳۷	۲۷,۶۱۰۷۵	۲۵,۳۰۸۴	۲۳,۵۶۷	۲۲,۴۰۵	۰,۱۷	
۳۰,۸۱۰۳۵	۲۹,۹۹۹۱	۲۹,۴۷۲۲	۲۶,۱۲۹۱	۳۹,۷۱۰۵	۳۶,۷۷۸۱	۳۴,۶۸۲۶	۳۲,۵۵۲۸	۶۷,۹۷۴۷	۶۲,۷۳۷۹	۵۵,۴۷۲۹	۴۷,۱۷۲۴	۰,۱۸	
۷۷,۰۷۵۱۵	۷۰,۳۱۸۴	۶۳,۳۹۲۸	۵۹,۴۲۷۳	۱۲۹,۲۳۳۵	۱۱۵,۰۱۳	۹۸,۲۲۹۶	۸۳,۲۳۶	۲۱۷,۹۱۳۸	۲۰۸,۰۸۲	۱۸۶,۷۷۱	۱۵۸,۲۶۲	۰,۱۹	
۳۶۹,۵۹۸۸۵	۳۷۱,۸۸۱	۳۷۱,۰۸۲	۳۷۱,۷۱۶	۳۷۱,۵۴۲۸۵	۳۷۰,۱۷۶	۳۷۰,۵۲۲	۳۷۱,۰۹۶	۳۶۹,۴۲۲۱	۳۷۰,۵۸۶	۳۶۹,۹۸۷	۳۷۱,۲۷۳	۰,۲ →	
												ARL.	
۲۶,۷۰۹۶۵	۲۳,۱۱۷۵	۲۰,۰۴۳۹	۱۸,۲۲۰۵	۵۷,۹۸۵۴	۵۲,۷۷۳۳	۴۵,۰۶۲۹	۳۸,۳۶۳۵	۱۰۶,۵۸۳۹۵	۱۰۰,۲۵۲	۹۴,۹۵۳۱	۸۱,۴۹۹۴	۰,۲۱	
۵,۶۵۵۱۵	۵,۳۴۲۵	۵,۲۴۱۳	۵,۶۶۹۹	۱۱,۱۶۸۳۵	۱۰,۴۷۱۲	۹,۹۸۸۲	۱۱,۱۲۶۷	۲۷,۵۲۳۳	۲۶,۴۱۰۹	۲۴,۲۵۱	۲۲,۸۳۱	۰,۲۲	
۲,۹۴۹۹	۲,۹۶۰۸	۲,۹۱۸۸	۳,۳۹۲۳	۴,۴۰۳۱۵	۴,۳۳۳۶	۴,۵۱۳۷	۵,۴۱۹۵۵	۹,۷۶۲۰۵	۹,۵۲۵۱۵	۹,۲۶۷۱۵	۱۰,۱۱۴۲	۰,۲۳	
۲,۳۲۳۲	۲,۲۹۵	۲,۲۸۳	۲,۵۵۱۲	۲,۸۳۷۲۵	۲,۸۴۱۸	۲,۹۶۹۴	۳,۶۳۸۴۵	۴,۷۷۲۱۵	۴,۷۵۲۹۵	۴,۸۱۰۸۵	۵,۸۰۰۵	۰,۲۴	
۲,۰۶۸۹	۲,۰۳۰۷	۲,۰۳۵	۲,۱۷۲۲	۲,۳۰۰۰۵	۲,۳۱۷۳۵	۲,۳۷۷۱	۲,۷۵۸۱	۳,۰۵۱۱۵	۳,۱۵۰۱	۳,۲۴۹۳۵	۳,۹۳۵۹	۰,۲۵	
۱,۹۳۱۰۵	۱,۸۷۱۴	۱,۸۶۹۴	۱,۹۴۹۸	۲,۰۶۷	۲,۰۷۹۴	۲,۰۷۲۶	۲,۳۱۴	۲,۳۹۰۱	۲,۴۵۳۸	۲,۵۴۶۶۵	۳,۰۲۰۱	۰,۲۶	
۱,۸۲۷۸۵	۱,۷۶۱۶	۱,۷۵۲۱	۱,۷۹۱۹	۱,۹۲۹۹۵	۱,۹۳۱۹۵	۱,۸۹۶۴	۲,۰۵۰۴۵	۲,۰۵۵۸۵	۲,۱۰۲۷	۲,۱۵۴۷	۲,۴۷۲۶	۰,۲۷	
۱,۷۳۸۲۵	۱,۶۴۷۸	۱,۶۴۵۹	۱,۶۶۴۷	۱,۸۲۲۲	۱,۸۲۶۳۵	۱,۷۷۹۸	۱,۸۵۷۶۵	۱,۸۸۷۲۵	۱,۹۱۳۲۵	۱,۹۳۷۵۵	۲,۱۳۷۳	۰,۲۸	
۱,۶۴۵۹	۱,۵۷۳۶	۱,۵۶۲۳	۱,۵۷۴۵	۱,۷۲۷۶۵	۱,۷۲۹۸	۱,۶۶۴۹	۱,۶۹۷۵	۱,۷۶۰۳۵	۱,۷۷۰۸	۱,۷۹۸۳۵	۱,۹۲۷۵	۰,۲۹	
۱,۵۵۲۸	۱,۴۶۵۶	۱,۴۶۴۷	۱,۴۷۶	۱,۶۴۰۱۵	۱,۶۴۳۱	۱,۵۶۰۵	۱,۵۷۷۶	۱,۶۵۶۳	۱,۶۶۰۶۵	۱,۶۷۴۱	۱,۷۴۲۲	۰,۳	



شکل ۵. مقایسه‌ی نمودارهای کنترل DEWMA (۰,۹) و DGWMA (۰,۹, ۰,۵)

جدول ۷. نتایج شبیه‌سازی ARL نمودارهای کنترل EWMA c ( $\lambda = 1 - q$ ) و GWMA c ( $q, \alpha$ ) ( $c_0 = 3$ ).

L	q = 0,9			q = 0,75			q = 0,5			$\alpha$		
	2,717	2,73	2,775	2,905	2,908	2,918	2,938	2,982	2,9985		3	3,009
1 →	0,9	0,75	0,5	1 →	0,9	0,75	0,5	1 →	0,9	0,75	0,5	$c_1 = 20$
DEWMA	DEWMA	DEWMA	DEWMA	DEWMA	DEWMA	DEWMA	DEWMA	DEWMA	DEWMA	DEWMA	DEWMA	DEWMA
2,816	2,8247	2,01515	2,50935	2,1844	2,23665	2,2382	2,94335	2,9969	2,0402	2,1974	2,73305	21
2,34925	2,35245	2,5597	2,22695	2,8405	2,89845	2,1012	2,82745	5,08595	5,1519	5,28965	5,99345	22
2,06585	2,07775	2,30355	5,19475	2,7587	2,805	5,07665	5,97515	6,8777	6,84475	6,9373	7,93775	23
5,0587	5,0998	5,362	6,5794	6,1667	6,0992	6,2362	7,68145	9,9237	9,7097	9,77065	10,813	24
6,60735	6,62545	6,9064	8,5573	8,41	8,2989	8,5847	10,2268	15,315	14,823	14,6086	15,8	25
8,958	8,99335	9,3607	11,6932	12,2784	11,9047	12,1199	14,4999	26,16675	25,0454	24,0615	24,8775	26
12,4928	12,2589	12,5975	16,9557	20,48565	19,5932	18,8324	21,8788	49,3297	46,9693	44,839	44,022	27
22,7607	21,9781	22,1256	27,0713	40,0075	37,0274	34,5655	27,6091	101,931	97,0527	93,5438	89,3408	28
49,015	45,1794	43,2888	50,7475	95,21825	89,1909	80,2269	80,1026	222,3214	218,13	213,368	208,614	29
154,7918	139,939	127,048	136,181	262,2451	250,35	238,785	234,157	418,08545	404,566	418,158	420,482	30 →
270,5431	271,41	269,755	270,116	269,7398	271,291	270,967	271,818	269,7743	270,71	269,38	270,25	ARL <sub>0</sub>
123,28225	113,078	102,064	97,56	157,52375	150,108	138,355	125,095	186,7588	182,391	178,426	168,365	31
42,2285	39,617	37,5267	39,9068	61,47535	57,4893	52,805	50,4518	87,9328	84,8207	82,3607	77,7085	32
21,10845	20,1125	19,6425	22,0968	29,18555	27,5286	26,0862	27,1025	44,8563	43,3619	41,8144	40,1117	33
12,79365	12,4528	12,5595	14,2547	16,70145	16,0788	15,5407	16,8966	25,37615	24,5556	24,1641	23,8548	34
8,7205	8,6041	8,75815	10,0461	10,75555	10,5889	10,5703	11,6665	15,90535	15,4586	15,3509	15,46	35
6,50605	6,43275	6,56295	7,60645	7,62095	7,65905	7,7078	8,54375	10,6824	10,4074	10,3223	10,7918	36
5,06225	5,00445	5,1771	5,8992	5,8268	5,75205	5,9542	6,61015	7,63005	7,6306	7,5821	8,0312	37
4,1002	4,0643	4,2224	4,784	4,62235	4,6468	4,77845	5,30415	5,74955	5,7879	5,81005	6,25665	38
2,43795	2,41725	2,54425	2,98725	2,7961	2,8229	2,96095	3,267	4,5429	4,5568	4,63715	5,03015	39
2,91675	2,90635	2,0288	2,28285	2,2376	2,25315	2,39175	2,6659	2,74975	2,77255	2,8456	2,99795	40



شکل ۶. مقایسه‌ی نمودارهای کنترل DGWMA (0,9 و 0,5) و GWMA (0,9 و 0,5).

جدول ۸. نتایج شبیه‌سازی ARL نمودارهای کنترل  $c(q, \alpha)$  و  $c(\lambda = 1 - q)$  DGWMA ( $c = 30$ ).

$L$	$q_1 = q_2 = 0.9$				$q_1 = q_2 = 0.75$				$q_1 = q_2 = 0.5$				$\alpha = \beta$
	$1 \rightarrow$	$0.9$	$0.75$	$0.5$	$1 \rightarrow$	$0.9$	$0.75$	$0.5$	$1 \rightarrow$	$0.9$	$0.75$	$0.5$	
	DEWMA	DEWMA	DEWMA	DEWMA	DEWMA	DEWMA	DEWMA	DEWMA	DEWMA	DEWMA	DEWMA	DEWMA	
	7,4042	6,5127	5,7007	4,0223	6,3523	6,20325	5,8416	5,14745	5,392	5,38525	5,3445	5,3544	$c_1 = 20$
21	8,65405	7,85675	6,8797	4,96495	7,3023	7,2209	6,8884	6,1153	6,27105	6,27195	6,2776	6,35355	
22	10,2786	9,413	8,34715	6,09415	8,4457	8,4007	8,1593	7,3323	7,55015	7,4878	7,5116	7,71695	
23	12,02275	11,2324	10,2274	7,6381	9,97125	9,9732	9,7802	8,99855	9,4982	9,33615	9,307	9,53205	
24	14,1596	13,6133	12,6317	9,6353	12,09835	12,0699	11,993	11,2871	12,6541	12,2986	12,0044	12,2768	
25	16,9106	16,5654	15,7728	12,5088	15,4095	15,2167	15,1535	14,68	18,68805	17,7353	16,6433	16,8326	
26	20,5853	20,5711	20,2637	16,8789	21,2749	20,6533	20,3734	19,9074	30,9941	28,479	26,2505	24,4675	
27	27,5375	27,1835	27,1013	24,1366	34,60535	31,8841	29,9462	29,8125	60,48525	53,8083	47,5095	41,6867	
28	44,01405	41,5539	41,1923	38,4933	71,6433	63,4946	55,5855	51,1725	135,2545	123,012	107,214	88,44	
29	117,52485	103,066	91,5796	82,893	202,3934	179,278	155,072	126,261	317,7118	304,174	282,382	253,265	
$30 \rightarrow$	371,99265	371,115	370,502	369,373	371,0997	370,871	370,649	369,641	371,91645	369,463	370,491	371,363	ARL <sub>0</sub>
31	48,3988	39,8866	33,9798	29,4497	92,14995	85,8622	75,6666	61,4966	145,09105	141,864	135,179	119,743	
32	9,49555	9,05305	8,1152	8,445	21,68145	19,9582	17,8308	17,7219	50,8714	48,3829	44,8491	40,2067	
33	4,1173	4,01465	4,09035	4,64275	7,93845	7,4147	7,2317	8,62855	19,56765	19,397	18,1736	18,038	
34	2,82145	2,809	2,83275	3,2647	4,11135	4,0687	4,2917	5,33125	9,24245	9,18255	9,38275	10,1308	
35	2,3709	2,33575	2,3817	2,6325	2,89085	2,9727	3,10315	3,8579	5,45685	5,36245	5,517	6,5318	
36	2,1385	2,116	2,1258	2,27615	2,41825	2,45285	2,54205	3,1116	3,6127	3,7465	3,8378	4,7055	
37	2,0208	1,9846	1,9912	2,0806	2,1831	2,1959	2,26105	2,63945	2,76625	2,86815	3,0113	3,6798	
38	1,9271	1,88095	1,8921	1,9208	2,04035	2,04325	2,08735	2,3476	2,3647	2,42085	2,5502	3,06825	
39	1,8577	1,80395	1,81595	1,8087	1,92955	1,94205	1,9702	2,13445	2,14445	2,1823	2,27905	2,64725	
40	1,7908	1,74325	1,73895	1,71805	1,85915	1,8633	1,8802	2,00365	1,99225	2,02245	2,09485	2,3359	

جدول ۹. نتایج مقایسه‌ی نمودارهای کنترل  $(0.1)$  EWMA،  $(0.1)$  DEWMA و  $(0.9, 0.5)$  GWMA با نمودار کنترل  $(0.9, 0.5)$  DGWMA برای مشخصه‌های کیفی وصفی و تعیین بهترین نمودار با توجه به اندازه‌ی شیفیت.

جدول ۹. نتایج مقایسه‌ی نمودارهای کنترل  $(0.1)$  EWMA،  $(0.1)$  DEWMA و  $(0.9, 0.5)$  GWMA با نمودار کنترل  $(0.9, 0.5)$  DGWMA برای مشخصه‌های کیفی وصفی و تعیین بهترین نمودار با توجه به اندازه‌ی شیفیت.

### ۵. نتیجه‌گیری

«نمودار کنترل» ابزار مهمی در کنترل فرایند آماری است که اولین بار توسط شوهارت ارائه شد. ضعف نمودارهای کنترل شوهارت، سرعت کم آنها در کشف شیفیت‌های کوچک فرایند است. حال آن که نمودارهای کنترل باحافظه در کشف تغییرات کوچک بسیار حساس‌اند.

نمودارهای کنترل GWMA و DGWMA غالباً برای پایش مشخصه‌های

مقایسه با DGWMA	اندازه‌ی شیفیت			
	منفی متوسط	منفی کوچک	مثبت کوچک	مثبت متوسط
EWMA	✓	×	×	×
DEWMA	×	×	×	✓
GWMA	✓	×	×	×
بهترین نمودار	EWMA	DGWMA	DGWMA	DEWMA

ایجاد نمی‌کند و حتی در  $q$  های بزرگ ( $q = 0.9$ ) باعث کاهش شدید  $ARL_c$  نمودار کنترل می‌شود.

کارایی نمودارها در کشف انحرافات بادلیل فرایند، با رسم نمودار درصد بهبود نمودار کنترل DGWMA نسبت به سایر نمودارهای کنترل، مورد مقایسه قرار گرفت. نتایج حاصله حاکی از آن است که نمودار کنترل DGWMA هنگامی که برای مشخصه‌های کیفی وصفی رسم شود، در کشف شیفت‌های مثبت و مقادیر کوچک شیفت‌های منفی بهتر از دو نمودار EWMA و GWMA عمل می‌کند و نمودار کنترل DEWMA در شیفت‌های مثبت متوسط بهتر از نمودار کنترل DGWMA است. طراحی نمودار کنترل DGWMA برای پایش واریانس فرایند و نیز پایش همزمان میانگین و واریانس فرایند، و نیز توسعه‌ی نمودار کنترل DGWMA برای فرایندهای خودهمبسته<sup>۱۴</sup> به عنوان موضوعاتی برای پژوهش‌های آتی پیشنهاد می‌شود.

کیفی متغیر، و با فرض نرمال بودن توزیع پیوسته‌ی مشاهدات، ارائه شده‌اند. در این مقاله نمودارهای کنترل GWMA و DGWMA برای مشخصه‌های کیفی وصفی ارائه شد. این مشخصه‌ها در فرایندهایی که طی آن‌ها تعداد اقلام نامنطبق شمارش می‌شوند دارای توزیع‌های گسسته‌ی دو جمله‌ای، و در فرایندهایی که طی آن‌ها تعداد نقص‌ها در واحد بازرسی شمارش می‌شود دارای توزیع پواسون هستند. میزان  $ARL_c$  نمودارهای کنترل با استفاده از شبیه‌سازی مونت کارلو تخمین زده شده و تأثیر تغییرات پارامترهای نمودارها بر نرخ هشدار غلط آنها بررسی شد. نتایج نشان می‌دهد که افزایش پارامترهای طراحی نمودارها ( $q$ ) در نمودار کنترل GWMA و نیز  $q_1$  و  $q_2$  در نمودار کنترل DGWMA موجب بهبود قابل توجه در  $ARL_c$  نمودار کنترل می‌شود در حالی که افزایش پارامترهای شکل نمودارها ( $\alpha$ ) در نمودار کنترل GWMA و نیز  $\alpha$  و  $\beta$  در نمودار کنترل DGWMA بهبود قابل توجهی در  $ARL_c$  نمودارها

## پانویس‌ها

1. shewhart control charts
2. statistical process control (SPC)
3. memory control charts
4. exponentially weighted moving average (EWMA)
5. double exponentially weighted moving average (DGWMA)
6. generally weighted moving average (GWMA)
7. double generally weighted moving average (DGWMA)
8. average run length
9. center line (CL)
10. upper control limit (UCL)
11. lower control limit (LCL)
12. kurtosis
13. skewness
14. auto-correlated DGWMA control chart

## منابع (References)

1. Roberts, S.W. "Control chart tests based on geometric moving averages", *Technometrics*, **1**, pp. 239-250 (1959).
2. Zhang, L. and Chen, G. "An extended EWMA mean chart", *Quality Technology & Quantitative Management*, **2**(1), pp. 39-52 (2005).
3. Sheu, S.H. and Lin, T.C. "The generally weighted moving average control chart for detecting small shifts in the

process mean", *Quality Engineering*, **16**(2), pp. 209-231 (2003).

4. Tai, S.H., Lin, C.I. and Chen, Y.H. "Design and implementation of the extended exponentially weighted moving average", *Management and Service Science*, MASS '09. International Conference on, pp. 1-4, (20-22 Sept 2009).
5. Sheu, S.H., Tai, S.H., Hsieh, Y.T. and Lin, T.C. "Monitoring process mean and variability with generally weighted moving average control charts", *Computers & Industrial Engineering*, **57**, pp. 401-407 (2009).
6. Lin, T.C., Su, M.C. and Tai, S.H. "Poisson GWMA control chart for enhancing supply chain quality", Department of Industrial Management, Lunghwa University of Science and Technology, No. 300, Sec. 1, Wanshou Rd., Guishan, Taoyuan County 33306, Taiwan ROC (2006).
7. Lin, T.C., Hu, S.J. and Yu, S.M. "The study of robust generally weighted moving average control chart", Department of Industrial Management, Lunghwa University of Science and Technology, No. 300, Sec. 1, Wanshou Rd., Guishan, Taoyuan County 33306, Taiwan ROC (2007).
8. Sheu, S.H. and Hsieh, Y.T. "The extended GWMA control chart", *Journal of Applied Statistics*, **36**(2), pp. 135-147 (2009).