

# شناسایی نقطه‌ی تغییر و مقدار شیب روند در نمودارهای کنترل تعدیل ریسک شده در فاز ۱

رضا قاسمی\* (کارشناس ارشد)

یا سر صمیمی (استادیار)

حمید شهریاری (دانشیار)

دانشکده‌ی مهندسی صنایع، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

مهندسی صنایع و مدیریت شریف (تابستان ۱۳۹۴)  
دوره‌ی ۱ - ۳۱، شماره‌ی ۱، ص. ۶۵-۷۲

نمودارهای کنترل تعدیل ریسک شده که با در نظر گرفتن ریسک‌های پیش از عمل بیماران طراحی می‌شود، در پایش نرخ مرگ و میر بیماران پس از عمل‌های جراحی کاربرد دارند و مدیران مراکز درمانی در فرایند ارائه‌ی خدمات درمانی توسط پزشکان و پرستاران، از آن برای شناسایی نقطه‌ی تغییر بهره می‌گیرند. شناسایی نقطه‌ی تغییر بدان سبب اهمیت می‌یابد که کشف علت واقعی تغییر را میسر می‌سازد. در این نوشتار از روش بیشترین درست‌نمایی برای برآورد زمان تغییر و مقدار شیب روند رخ داده در داده‌های صفر و ۱ (زنده ماندن یا مرگ) بیماران — که با استفاده از نمودار آزمون نسبت درست‌نمایی تعدیل ریسک شده در فاز ۱ مورد پایش قرار می‌گیرد — استفاده می‌شود. نتایج حاصله حاکی از آن است که چنانچه اندازه‌ی تغییر بزرگ باشد زمان تغییر و اندازه‌ی شیب روند با دقت بیشتری برآورد می‌شود.

واژگان کلیدی: فاکتور ریسک، رگرسیون لجستیک، نمودار کنترل تعدیل ریسک شده، نقطه‌ی تغییر، روش برآورد بیشترین درست‌نمایی.

rghasemi@mail.kntu.ac.ir  
y\_samimi@kntu.ac.ir  
hshahriari@kntu.ac.ir

## ۱. مقدمه و مرور ادبیات

امروزه در بسیاری از مراکز بیمارستانی و واحدهای پزشکی سراسر دنیا از نمودارهای کنترل تعدیل ریسک<sup>۱</sup>، که از جمله ابزارهای کنترل فرایند آماری<sup>۲</sup> هستند، در امر پایش کیفیت خدمات درمانی استفاده می‌شود. هدف بیشتر پایش‌ها ارزیابی خروجی‌ها و آگاهی دادن به پزشکان و مدیران در صورت بروز الگوی غیرمعمول در داده‌هاست که احتمالاً نشان‌گر بروز مشکل در کیفیت درمان است.<sup>۱</sup> از جمله متغیرهای مهمی که به‌طور معمول پایش می‌شود زنده ماندن یا مرگ بیماران پس از جراحی‌ها (متغیر برنولی)، و نیز مدت زمان بقای عمر بیماران پس از عمل جراحی است که معمولاً بوسیله‌ی یکی از انواع نمودارهای کنترل انجام می‌شود. بیمارانی که در مراکز پزشکی تحت درمان قرار می‌گیرند به دلیل داشتن ویژگی‌های متفاوت — مانند سن، جنس، سابقه‌ی بیماری دیابت و غیره — جامعه‌ی ناهمگونی را تشکیل می‌دهند و از این رو احتمال مرگ هر بیمار پس از عمل جراحی نه تنها به میزان مهارت و قابلیت‌های جراح، بلکه به ویژگی‌ها یا ریسک‌های پیش از عمل فرد بیمار نیز بستگی دارد. از این رو در صورت عدم تعدیل ریسک نتایج حاصل ممکن است گمراه‌کننده باشد. به‌عنوان مثال افزایش نرخ مرگ بیماران در یک زمان مشخص ممکن است ناشی از ریسک مرگ بالای بیمارانی باشد که در این زمان تحت عمل قرار گرفته‌اند؛ در واقع شرایط خاص این بیماران باعث افزایش نرخ مرگ آنها شده نه تغییر در عملکرد پزشک جراح. به‌منظور تعدیل ریسک در داده‌ها و به دست

\* نویسنده مسئول

تاریخ دریافت: ۱۳۹۲/۵/۱۲، اصلاحیه ۱۳۹۲/۸/۱۵، پذیرش ۱۳۹۲/۸/۲۷.

دلیل تغییر را کشف کرد. روند، شیفت در فرایند، و... از جمله تغییرات رخ داده است.

محققین از نمودار آزمون نسبت درست‌نمایی تعدیل ریسک شده (RALRT)<sup>۱۲</sup> برای پایش خروجی صفر و ۱ بیمار از فاز ۱ استفاده کرده‌اند.<sup>[۷]</sup> آنها با در نظر گرفتن فرض وقوع یک شیفت در فرایند، و نیز با استفاده از روش بیشینه درست‌نمایی، تنها زمان وقوع این شیفت -- و نه مقدار شیفت رخ داده -- را برآورد کردند. آنها ریسک بیمار را تابع دو متغیر ویژگی‌های فردی خود بیمار و نیز توانایی جراح دانسته‌اند و برای تعدیل ریسک داده‌ها و به دست آوردن جامعه‌ی همگن، از مدل رگرسیون لجستیک با دو متغیر استفاده کرده‌اند؛ یکی از متغیرها بیان‌گر ویژگی‌های بیمار و دیگری مشخص‌کننده‌ی نوع جراح است. در سال‌های اخیر تحقیقات زیادی<sup>[۸-۱۲]</sup> در زمینه‌ی ارائه‌ی برآورد بیز<sup>۱۳</sup> برای نقطه‌ی تغییر در نمودارهای کنترل تعدیل ریسک شده انجام شده است. در واقع در پژوهش‌های مذکور به جای این که نقطه‌ی تغییر و مقدار تغییر را پارامتری ثابت در نظر بگیرند، آنها را متغیرهایی با توزیع پیشین معلوم در نظر گرفته‌اند و با به دست آوردن توزیع پسین این متغیرها، از میانگین یا مد توزیع پسین به‌عنوان برآوردکننده‌ی زمان و اندازه‌ی تغییر استفاده کرده‌اند. در تحقیقات یادشده، وقوع شیفت‌های افزایشی و کاهششی به‌طور مجزا در نمودار RASTCUSUM مدنظر قرار گرفته و نقطه‌ی تغییر و مقدار شیفت برآورد شده است.<sup>[۸]</sup> در دیگر مطالعات انجام‌شده<sup>[۹،۱۰]</sup> زمان و اندازه‌ی یک شیفت و نیز یک افت در نمودار RASTCUSUM برآورد شده است. همچنین زمان و اندازه‌ی پارامتر یک روند در نمودارهای تعدیل ریسک CUSUM و EWMA برنولی برآورد شده‌اند.<sup>[۱۱،۱۲]</sup>

در این نوشتار نقطه‌ی تغییر و مقدار شیب روند در نمودار RALRT برنولی در فاز ۱ کنترل برآورد می‌شود. در بخش دوم مدل رگرسیون لجستیک به‌طور خلاصه معرفی می‌شود و در ادامه روش آزمون نسبت درست‌نمایی و نمودار RALRT برنولی که به‌منظور پایش فرایند به کار برده می‌شود تشریح می‌شود. از این نمودار به‌منظور شناسایی زمان وقوع یک شیفت در داده‌های صفر و ۱ بیمار استفاده شده است.<sup>[۷]</sup> از روش بیشینه درست‌نمایی برای برآورد زمان تغییر در فرایند استفاده می‌شود. با تعیین برآورد زمان تغییر در نهایت به تعیین برآورد بیشینه درست‌نمایی مقدار شیب روند رخ داده در فرایند به‌کمک روش تقریب نیوتن - رافسون اشاره می‌شود. در بخش سوم ابتدا با استفاده از رویکرد نمودار RALRT به پایش یک مجموعه داده در فاز ۱ پرداخته می‌شود. سپس توانایی نمودار در شناسایی روندهای رخ داده در فرایند با استفاده از نمودار توان بررسی می‌شود. نتایج عملکرد برآوردکننده‌ها براساس معیارهای میانگین و انحراف معیار برآوردکننده‌ها با نتایج عملکرد برآوردکننده‌های بیز و CUSUM<sup>[۱۱]</sup> مورد مقایسه قرار می‌گیرد. در نهایت نتیجه‌گیری در بخش چهار ارائه می‌شود.

## ۲. معرفی مدل

### ۲.۱. مدل رگرسیون لجستیک

فرایند زنده ماندن یا مرگ بیمار در طی یک دوره‌ی زمانی مشخص (معمولاً ۳۰ روز) پس از عمل را در نظر بگیرید که با متغیرهای برنولی  $y_i$  کنترل می‌شود به‌گونه‌ی که  $y_i = 1$  نشان‌دهنده‌ی مرگ بیمار  $i$ ، و  $y_i = 0$  نشان‌دهنده‌ی زنده ماندن بیمار  $i$  در این دوره است. احتمال مرگ هر بیمار را با  $p_i$  نمایش می‌دهیم که تابعی از فاکتورهای ریسک بیمار است:

$$p_i = f(\beta, u_i), \quad (1)$$

و در آن  $\beta = (\beta_0, \beta_1, \dots, \beta_r)$  بردار ضرایب تابع تعدیل ریسک و  $u_i = (1, x_{i1}, \dots, x_{ir})$  بردار فاکتورهای ریسک بیمار  $i$  است.  $r$  نشان‌دهنده‌ی تعداد فاکتورهای ریسک است و  $f$  نیز تابع تعدیل ریسک را نمایش می‌دهد. از آنجا که فرایند مورد نظر یک فرایند برنولی است می‌توان از مدل رگرسیون لجستیک به‌عنوان تابع تعدیل ریسک استفاده کرد.<sup>[۷]</sup>

$$\text{logit}(p_i) = \beta u_i^T = \beta_0 + \sum_{j=1}^r \beta_j x_{ij}, \quad (2)$$

که در آن  $\text{logit}(p_i) = \log(p_i/(1-p_i))$  است و بنابراین:

$$p_i = \frac{\exp\left(\beta_0 + \sum_{j=1}^r \beta_j x_{ij}\right)}{\left(1 + \exp\left(\beta_0 + \sum_{j=1}^r \beta_j x_{ij}\right)\right)}, \quad (3)$$

در پاره‌ی از مطالعات انجام شده<sup>[۱۳،۱۴]</sup> از معیاری به نام «امتیاز پارسونت» به‌عنوان فاکتور ریسک بیمار استفاده شده است، به‌گونه‌ی که پارسونت بیشتر نشان‌دهنده‌ی ریسک مرگ بالاتر است. این معیار نشان داده که به‌خوبی قادر است ریسک‌های پیش از عمل بیمار را منعکس کند. در این تحقیق از این معیار به‌عنوان متغیر ریسک بیمار استفاده می‌شود. بنابراین بردار ضرایب مدل برابر  $\beta = (\beta_0, \beta_1)$  است و بردار  $u_i$  با پارسونت  $x_i$  جایگزین می‌شود. در نتیجه  $p_i$  برابر است با:

$$P_i = \frac{\exp(\beta_0 + \beta_1 x_i)}{1 + \exp(\beta_0 + \beta_1 x_i)}, \quad (4)$$

یکی از مسائل مهم به دست آوردن یا در واقع برآورد مقادیر ضرایب مدل تعدیل ریسک،  $\beta = (\beta_0, \beta_1)$  است. به این منظور در این تحقیق از روش برآورد بیشترین درست‌نمایی براساس استفاده از داده‌های تاریخی<sup>[۱۳]</sup> استفاده شده است.

### ۲.۲. روش آزمون نسبت درست‌نمایی

از روش آزمون نسبت درست‌نمایی می‌توان به‌منظور آزمون فرض‌های ساده یا مرکب، براساس استفاده از نسبت توابع درست‌نمایی داده‌ها تحت دو فرض صفر و ۱ در یک آزمون فرض ساده یا مرکب استفاده کرد.<sup>[۱۴]</sup> برای توضیح این روش فرض کنید مجموعه داده‌های  $z_1, z_2, \dots, z_k$  از توزیع احتمال مفروض  $g(z)$  با پارامتر  $\lambda$  پیروی می‌کند. فرض کنید می‌خواهیم فرض تغییر پارامتر جامعه از  $\lambda = \lambda_0$  به  $\lambda = \lambda_1$  را بیازماییم.

$$\begin{cases} H_0: & \lambda = \lambda_0 \\ H_1: & \lambda = \lambda_1 \end{cases}, \quad (5)$$

اگر  $R_0$  و  $R_1$  را توابع درست‌نمایی داده‌ها تحت  $H_0$  و  $H_1$  در نظر بگیریم آنگاه آماره‌ی آزمون برابر خواهد بود با:<sup>[۱۴]</sup>

$$\Lambda = \frac{R_1}{R_0}$$

اگر این آماره از یک مقدار  $\phi$  بزرگ‌تر باشد آنگاه فرض  $H_1$  پذیرفته می‌شود. نکته‌ی مهم این است که چنانچه مقادیر  $R_0$  و  $R_1$  خیلی کوچک باشد می‌توان از لگاریتم آنها استفاده کرد.<sup>[۱۴]</sup> در این صورت آماره‌ی آزمون برابر است با:

$$\Lambda = \log(R_1) - \log(R_0)$$

در این مقاله از لگاریتم توابع درست‌نمایی استفاده خواهد شد.

### ۱.۲.۲. نمودار RALRT براساس مدل نقطه‌ی تغییر

فرض کنید  $m$  متغیر برنولی  $y_1, y_2, \dots, y_m$  در فاز ۱، مربوط به فرایند مرگ یا زنده ماندن  $m$  بیمار در یک دوره زمانی مشخص پس از عمل جراحی، وجود دارد. احتمال مرگ هر بیمار  $i$  ( $p_i$ )، تابعی از فاکتورهای ریسک آن بیمار است ( $i = 1, 2, \dots, m$ ). ترتیب زمانی را که بیماران تحت عمل قرار گرفته‌اند مشخص می‌کند. فرض می‌شود که در یک زمان نامعلوم  $\tau$  تغییری به صورت یک روند در فرایند رخ داده است که باعث تغییر در نرخ مرگ بیماران شده است. برای مدل کردن وقوع یک روند در نرخ مرگ بیماران، از پارامتر نسبت شانس مرگ بیماران (OR)<sup>۱۵</sup> استفاده می‌شود. برای دو عدد  $a$  و  $b$  نسبت شانس چنین تعریف می‌شود:<sup>[۷]</sup>

$$OR = \frac{a/(\lambda - a)}{b/(\lambda - b)}, \quad (۶)$$

با این تعریف  $OR_1 = 1$  نشان‌دهنده‌ی عدم تغییر است و:

$$OR_1 = OR_0 + \delta \times (i - \tau) \quad i > \tau, \quad (۷)$$

نشان‌دهنده‌ی یک روند با شیب  $\delta$  از زمان  $\tau$  است. فرض می‌شود که از زمان نامعلوم  $\tau$ ، احتمال مرگ هر بیمار  $i$  از مقدار تحت کنترل  $p_{0_i}$  به مقدار  $p_{1_i}$  تغییر یافته است. با توجه به رابطه‌ی ۷، و نیز از آنجا که:

$$OR_1 = \frac{p_{1_i}/(\lambda - p_{1_i})}{p_{0_i}/(\lambda - p_{0_i})}, \quad (۸)$$

مقدار  $p_{1_i}$  برابر است با:

$$p_{1_i} = \frac{(OR_0 + \delta \times (i - \tau)) \times p_{0_i}/(\lambda - p_{0_i})}{1 + (OR_0 + \delta \times (i - \tau)) \times p_{0_i}/(\lambda - p_{0_i})}, \quad (۹)$$

که در آن  $OR_1 \neq 1$ ،  $OR_1 > 0$  و  $OR_1 = 1$ ،  $\tau + 1, \tau + 2, \dots, m$  بنا بر این مدل نقطه‌ی تغییر چنین مطرح می‌شود:

$$P(y_i | p_i) = \begin{cases} p_{0_i}^{y_i} (\lambda - p_{0_i})^{1-y_i} & i = 1, 2, \dots, \tau \\ p_{1_i}^{y_i} (\lambda - p_{1_i})^{1-y_i} & i = \tau + 1, \dots, m \end{cases}, \quad (۱۰)$$

$\tau = l, l + 1, \dots, m - l$  است که  $l$  کم‌ترین اندازه نمونه‌ی مورد نیاز برای برآورد ضرایب مدل رگرسیون لجستیک است. در واقع با این فرض که تغییر در بازه  $[l \ m - l]$  رخ می‌دهد، و نیز با توجه به مدل نقطه‌ی تغییر، کنترل داده‌ها در فاز ۱ معادل با آزمون فرض ۱۱ است:

$$\begin{cases} H_0 : p_{1_i} = p_{0_i} & i = 1, 2, \dots, m \\ H_1 : p_{1_i} \neq p_{0_i} & i = \tau + 1, \dots, m \end{cases}. \quad (۱۱)$$

تحت فرض صفر، لگاریتم تابع درست‌نمایی برابر است با:

$$L_0 = \log \left( \prod_{i=1}^m P(y_i | p_{0_i}) \right) = \sum_{i=1}^m \{y_i \log(p_{0_i}) + (\lambda - y_i) \log(\lambda - p_{0_i})\}, \Rightarrow \quad (۱۲)$$

$$L_1 = \sum_{i=1}^m \{y_i \logit(p_{0_i}) + \log(\lambda - p_{0_i})\}. \quad (۱۳)$$

همچنین تحت فرض ۱ لگاریتم تابع درست‌نمایی برابر است با:

$$\begin{aligned} L_1(\tau) &= \log \left( \prod_{i=1}^{\tau} P(y_i | p_{0_i}) \right) + \log \left( \prod_{i=\tau+1}^m P(y_i | p_{1_i}) \right) \\ &= \sum_{i=1}^{\tau} \{y_i \log(p_{0_i}) + (\lambda - y_i) \log(\lambda - p_{0_i})\} \\ &+ \sum_{i=\tau+1}^m \{y_i \log(p_{1_i}) + (\lambda - y_i) \log(\lambda - p_{1_i})\}, \Rightarrow \end{aligned} \quad (۱۴)$$

$$\begin{aligned} L_1(\tau) &= \sum_{i=1}^{\tau} \{y_i \logit(p_{0_i}) + \log(\lambda - p_{0_i})\} \\ &+ \sum_{i=\tau+1}^m \{y_i \logit(p_{1_i}) + \log(\lambda - p_{1_i})\}. \end{aligned} \quad (۱۵)$$

الف) نحوه‌ی برآورد نرخ مرگ بیماران

در روابط ۱۳ و ۱۵، با توجه به نامعلوم بودن مقادیر  $p_{0_i}$  و  $p_{1_i}$  باید نسبت به برآورد آنها اقدام کرد. برای برآورد مقادیر  $p_{0_i}$ ،  $i = 1, 2, \dots, m$  تحت فرض  $H_0$ ، باید تمامی داده‌های مربوط به ریسک بیماران را به صورت مجموعه‌ی واحد در نظر گرفت و با روش بیشینه درست‌نمایی، ضرایب رابطه‌ی رگرسیون لجستیک ( $\beta$ ) را برآورد کرد. این مقادیر را با  $\hat{\beta}_{(1,m)}$  نشان می‌دهند که در آن اندیس  $(1, m)$  نشان می‌دهد که از تمامی داده‌های ۱ تا  $m$  برای برآورد ضرایب رابطه‌ی رگرسیون لجستیک استفاده شده است. با قرار دادن این ضرایب برآورد شده در رابطه‌ی ۴ و جایگزینی  $p_{0_i}$  به جای  $p_i$  در این رابطه، مقادیر برآوردشده‌ی  $p_{0_i}$ ها تحت فرض  $H_0$  به دست می‌آیند. تحت فرض  $H_1$  نمی‌توان تمامی داده‌ها را به صورت واحد در نظر گرفت. از آنجا که از زمان  $\tau$  یک تغییر در نرخ مرگ بیماران رخ داده، داده‌های قبل و بعد از نقطه‌ی تغییر دو مجموعه‌ی متفاوت‌اند. در این حالت داده‌های ریسک بیماران مربوط به قبل از نقطه‌ی تغییر به صورت مجزا به کار رفته و ضرایب رابطه‌ی رگرسیون لجستیک برای مقادیر  $i = 1, 2, \dots, \tau$  برآورد می‌شوند. این مقادیر با  $\hat{\beta}_{(1,\tau)}$  نشان داده می‌شود. برای داده‌های  $i = \tau + 1, \dots, m$  نیز همین شیوه انجام می‌شود و ضرایب برآورد شده رابطه‌ی رگرسیون لجستیک برای این داده‌ها با  $\hat{\beta}_{(\tau+1,m)}$  نشان داده می‌شود و در نهایت مقادیر  $p_{0_i}$  و  $p_{1_i}$ ها تحت فرض  $H_1$  با قرار دادن این ضرایب در رابطه‌ی ۴ برآورد می‌شود. آماره‌ی نمودار به‌ازای هر مقدار  $\tau$ ،  $(\tau = l, l + 1, \dots, m - l)$  برابر است با:

$$\Lambda(\tau) = L_1(\tau) - L_0. \quad (۱۶)$$

### ۳.۲. برآورد بیشترین درست‌نمایی زمان تغییر

نمودار RALRT با رسم مقادیر  $\Lambda(\tau)$  برحسب مقادیر  $\tau$  به دست می‌آید. اگر تمامی مقادیر  $\Lambda(\tau)$  از یک حد بالای UCL کم‌تر باشد حاکی از آن است که داده‌ها از یک فرایند تحت کنترل به دست آمده‌اند و از نمودار و برآوردهای به دست آمده می‌توان برای پایش داده‌ها در فاز ۲ استفاده کرد. در غیر این صورت فرایند در فاز ۱ خارج از کنترل بوده است. در این حالت از روش بیشینه درست‌نمایی می‌توان به منظور برآورد زمان تغییر فرایند استفاده کرد. در این روش برآوردکننده‌ی بیشینه درست‌نمایی زمان تغییر برابر زمانی است که تابع درست‌نمایی  $L_1(\tau)$  بیشینه می‌شود.<sup>[۱۵]</sup> از آنجا که در رابطه‌ی ۱۶،  $L_0$  مقداری ثابت و مستقل از  $\tau$  است بنابراین  $\Lambda(\tau)$  نیز در نقطه‌ی بیشینه می‌شود که تابع درست‌نمایی  $L_1(\tau)$  بیشینه می‌شود. در نتیجه برآورد بیشینه

درست‌نمایی نمودار RALRT برابر زمانی است که نمودار به بیشترین مقدار خود می‌رسد یعنی:

$$\hat{\tau} = \arg \left\{ \max_{\tau=l, l+1, \dots, m-l} (\Lambda(\tau)) \right\}. \quad (17)$$

محققین دیگری نیز از این رابطه به‌عنوان برآوردکننده‌ی بیشینه درست‌نمایی زمان تغییر در نمودار RALRT استفاده کرده‌اند.<sup>[۷]</sup>

### ۴.۲. روش نیوتون - رافسون برای برآورد اندازه‌ی شیب روند

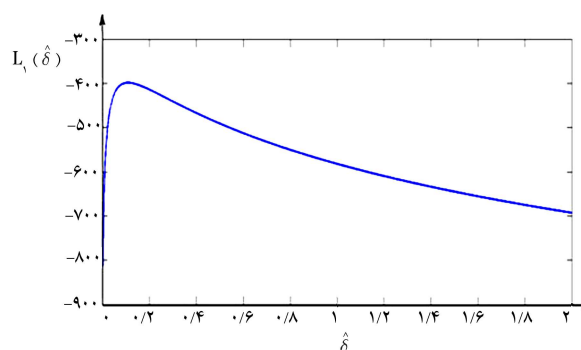
رابطه‌ی ۱۵ مربوط به تابع درست‌نمایی  $L_1(\tau)$  را در نظر بگیرید. برای برآورد بیشینه درست‌نمایی مقدار شیب روند  $(\delta)$ ، مقادیر نرخ مرگ بیماران پس از نقطه‌ی تغییر  $m, \dots, \tau+2, \tau+1, i$  براساس نرخ مرگ اولیه‌ی آنان از رابطه‌ی شیفت تدریجی (رابطه‌ی ۹) و برآورد زمان تغییر  $(\hat{\tau})$  از رابطه‌ی ۱۷ را در رابطه‌ی ۱۵ قرار می‌دهیم:

$$L_1(\tau) = \sum_{i=1}^{\hat{\tau}} \{y_i \log(p_{\cdot i}) + \log(1 - p_{\cdot i})\} + \sum_{i=\hat{\tau}+1}^m \left\{ y_i \log \left( \frac{(1+\delta(i-\hat{\tau}))p_{\cdot i}}{1-p_{\cdot i}} \right) - \log \left( 1 + \frac{(1+\delta(i-\hat{\tau}))p_{\cdot i}}{1-p_{\cdot i}} \right) \right\}, \quad (18)$$

شرط لازم برای این که  $\hat{\delta}$  معرف برآورد بیشینه درست‌نمایی اندازه شیب روند  $(\delta)$  باشد این است که تابع  $L_1(\tau)$  دارای بیشینه باشد. برای نمونه، نمودار این تابع هنگامی که زمان تغییر واقعی و اندازه‌ی واقعی شیب تغییر برابر  $\tau = 500$  و  $\delta = 0.1$  باشد در شکل ۱ رسم شده است. چنان که مشاهده می‌شود، تابع همواره دارای یک بیشینه است. برآورد بیشینه درست‌نمایی اندازه شیب روند  $(\hat{\delta})$  برابر مقداری است که رابطه‌ی ۱۸ را حداکثر کند. با مشتق‌گیری از رابطه‌ی ۱۸ نسبت به  $\delta$  داریم:

$$\frac{dL_1(\hat{\tau})}{d\delta} = \sum_{i=\hat{\tau}+1}^m \left\{ \frac{y_i(i-\hat{\tau})}{1+\delta(i-\hat{\tau})} - \frac{(i-\hat{\tau})p_{\cdot i}}{1+\delta(i-\hat{\tau})p_{\cdot i}} \right\}, \quad (19)$$

از آنجا که  $\frac{dL_1(\hat{\tau})}{d\delta}$  تابع مشخصی از  $\delta$  نیست روش نیوتون - رافسون برای به دست آوردن  $\delta$  به کار برده شده است. این روش، رویکردی برای به دست آوردن ریشه‌ی یک رابطه براساس مشتق آن است که از تقریب خطی زیر استفاده



شکل ۱. نمودار تابع درست‌نمایی  $(L_1)$  هنگامی که زمان و اندازه‌ی واقعی تغییر  $\tau = 500$  و  $\delta = 0.1$  باشد.

می‌کند:<sup>[۱۶]</sup>

$$f(x + \Delta x) \approx f(x) + \frac{d}{dx} f(x) \Delta x, \quad (20)$$

و اگر  $f(x + \Delta x) = 0$  قرار داده شود آنگاه:

$$x_k = x_{k-1} - \frac{f(x_{k-1})}{f'(x_{k-1})}, \quad (21)$$

با انتخاب یک مقدار اولیه  $(x_0)$  رابطه‌ی بازگشتی بالا به ریشه‌ی رابطه‌ی  $f(x) = 0$  همگرا خواهد شد. با به‌کارگیری این روش برای به دست آوردن مقدار  $\delta$  خواهیم داشت:

$$\delta_k = \delta_{k-1} - \frac{\sum_{i=\hat{\tau}+1}^m \left\{ \frac{y_i(i-\hat{\tau})}{1+\delta(i-\hat{\tau})} - \frac{(i-\hat{\tau})p_{\cdot i}}{1+\delta(i-\hat{\tau})p_{\cdot i}} \right\}}{\sum_{i=\hat{\tau}+1}^m \left\{ -y_i \left( \frac{(i-\hat{\tau})}{1+\delta(i-\hat{\tau})} \right)^2 + \left( \frac{(i-\hat{\tau})p_{\cdot i}}{1+\delta(i-\hat{\tau})p_{\cdot i}} \right)^2 \right\}}, \quad (22)$$

شرط توقف در این روش این است که تفاوت دو مقدار متوالی  $\delta_k$  و  $\delta_{k-1}$  از یک مقدار  $\epsilon$  کم‌تر باشد. مقدار اولیه‌ی  $\delta$  باید به‌گونه‌ی انتخاب شود که نزدیک به ریشه‌ی معادله‌ی  $\frac{dL_1}{d\delta} = 0$  باشد. در این زمینه می‌توان از روش‌های تقریبی مانند روش تقریب نیوتون استفاده کرد. برای آشنایی بیشتر با روش نیوتون - رافسون و نحوه‌ی انتخاب مقدار اولیه در الگوریتم می‌توان به منابع موجود<sup>[۱۷]</sup> مراجعه کرد.

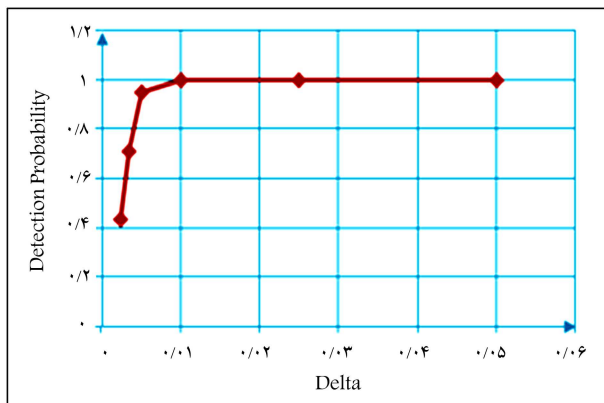
## ۳. بحث و ارزیابی

### ۳.۱. مطالعه‌ی موردی: کنترل داده‌های جراحی قلب در فاز ۱

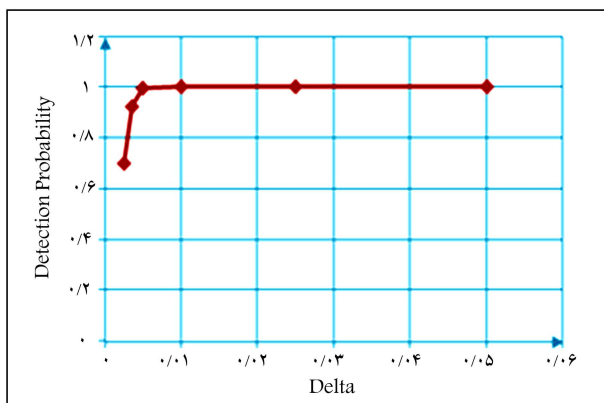
مجموعه داده‌ی مورد استفاده در این مطالعه، همان مجموعه داده‌ی است که به‌طور گسترده توسط بسیاری از محققین دیگر<sup>[۱۵,۹,۷,۴,۳]</sup> استفاده شده است. این مجموعه شامل داده‌های مربوط به عمل‌های جراحی قلب در سال‌های ۱۹۹۲-۱۹۹۸ در یکی از بیمارستان‌های لندن است. مقادیر ریسک بیماران  $(x_i)$  براساس امتیاز پارسونت بیماران بیان شده است. برخلاف تعدادی از پژوهش‌گران<sup>[۱۵,۹,۴,۳]</sup> که فرض کرده‌اند داده‌های دو سال اول از فرایندی تحت کنترل به دست آمده‌اند و با استفاده از این داده‌ها نموداری برای پیش‌داده‌های سال‌های بعد در فاز ۲ طراحی کرده‌اند، محققین دیگری<sup>[۷]</sup> داده‌های دو سال اول را داده‌های فاز ۱ در نظر گرفته و به بررسی این موضوع پرداخته‌اند که آیا این داده‌ها از فرایندی تحت کنترل به دست آمده‌اند یا خیر؟ این داده‌ها شامل ۱۰۰۰ عمل جراحی است. مقادیر پارسونت‌های  $(x_i)$  دو سال اول از یک توزیع نمایی با میانگین ۹.۸ پیروی می‌کنند.<sup>[۲]</sup> مقادیر پارسونت‌های دو سال اول به‌عنوان مقادیر فاز ۱ برای برآورد ضرایب مدل تعدیل ریسک کاربرد داشته است.<sup>[۷]</sup> مقادیر برآورد شده‌ی این ضرایب برابر است با  $[\beta_0, \beta_1] = [-3.473, 0.073]$ ، و بنابراین:

$$\begin{aligned} \text{logit}(\hat{p}_i) &= -3.473 + 0.073x_i \Rightarrow \\ \hat{p}_i &= \frac{\exp(-3.473 + 0.073x_i)}{1 + \exp(-3.473 + 0.073x_i)}, \end{aligned} \quad (23)$$

$\hat{\beta}_0 = -3.473$  را می‌توان به‌عنوان لگاریتم شانس مرگ  $(\text{logit}(\hat{p}_i))$  یک بیمار سالم تفسیر کرد، هنگامی که مقدار پارسونت بیمار برابر صفر باشد.  $\hat{\beta}_1 = 0.073$  را نیز می‌توان تأثیر یک واحد تغییر پارسونت بر روی لگاریتم شانس مرگ بیمار تفسیر کرد. در اینجا از مدل بالا به‌عنوان مدل پایه برای تولید داده‌ها استفاده می‌شود. برای



شکل ۳. نمودار احتمال کشف تغییر به ازای  $\tau = 500$ .



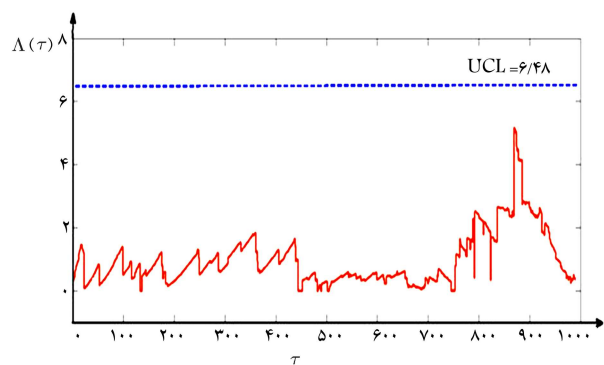
شکل ۴. نمودار احتمال کشف تغییر به ازای  $\tau = 300$ .

۳. اکنون این داده‌های تولیدشده و مقادیر پارسونتها به‌عنوان داده‌های فاز ۱ در نظر گرفته می‌شوند و فرض می‌شود هیچ اطلاعاتی درمورد آنها موجود نیست. این داده‌ها با استفاده از رویکرد نمودار RALRT که در بخش ۱.۲.۲ توضیح داده شد مورد پایش قرار می‌گیرد. به‌منظور برآورد مقادیر  $p_{0i}$ ها و  $p_{1i}$ ها تحت هر یک از فرض‌های  $H_0$  و  $H_1$  از رویکرد توضیح داده شده در بخش الف) استفاده می‌شود.

۴. پس از اعلان خارج از کنترل توسط نمودار RALRT، برآورد، بیشینه درست‌نمایی زمان و مقدار شیب روند تعیین می‌شود.

۵. گام‌های ۱ تا ۳، ۵۰۰ بار تکرار شده و در هر تکرار مجموعه‌ی شامل ۱۰۰۰ داده تولید شده و برآورد زمان و اندازه‌ی تغییر در هر تکرار محاسبه می‌شود.

نمودار احتمال کشف تغییر به‌ازای مقادیر  $\delta = [0.0025, 0.005, 0.01, 0.025, 0.05, 0.1]$  برای استفاده از روش نیوتون - رافسون در برآورد مقدار  $\delta$ ، مقدار اولیه‌ی آن برابر صفر ( $\delta_0 = 0$ ) قرار داده شده است. همچنین مقدار  $l$  (حداقل اندازه نمونه لازم برای برآورد ضرایب مدل رگرسیون) برابر ۵ در نظر گرفته شد. نمودار احتمال کشف تغییر به‌ازای مقادیر  $\delta$  و  $\tau$  در شکل‌های ۳ و ۴ رسم شده است. مطابق انتظار، با افزایش مقادیر  $\delta$  احتمال کشف تغییر بیشتر می‌شود. علت آن است که به‌ازای مقادیر  $\delta$  بزرگ‌تر، تغییر در مقادیر نرخ مرگ بیماران قبل و پس از تغییر بیشتر شده و تفاوت داده‌ها قبل و پس از نقطه‌ی تغییر افزایش می‌یابد. همچنین دیده می‌شود که عملکرد نمودار RALRT در کشف تغییر به‌ازای  $\tau = 300$  تا حدی بهتر از  $\tau = 500$  است. برای مثال به‌ازای  $\tau = 300$  و  $\delta = 0.0025$  احتمال کشف تغییر ۰/۶۹۸ است در حالی که



شکل ۲. نمودار RALRT برای داده‌های فاز ۱.

مقدار حد بالا (UCL)، از نتایج مطالعات انجام شده توسط محققین [۷] استفاده می‌شود. آنها به‌ازای مقادیر مختلف احتمال خطای نوع ۱ ( $\alpha$ ) و نیز تعداد ضرایب رابطه‌ی رگرسیون لجستیک، حد کنترل مناسب را با استفاده از شبیه‌سازی به دست آوردند. از آنجا که تعداد ضرایب رابطه‌ی رگرسیون لجستیک ۲ است، به‌ازای احتمال خطای  $\alpha = 0.01$ ،  $UCL = 6.48$  به دست می‌آید.

برای تولید مقادیر پارسونتها ( $x_i$ ها) تعداد  $m = 1000$  پارسونت از توزیع نمایی با میانگین ۹/۸ تولید می‌شود که با قرار دادن در رابطه‌ی ۲۳ مقادیر  $\hat{p}_i$  به دست می‌آید. سپس با استفاده از این  $\hat{p}_i$ ها، ۱۰۰۰ داده برنولی  $y_i$  به‌عنوان داده‌های خروجی بیماران در فاز ۱ تولید می‌شود. این داده‌ها به‌عنوان مجموعه داده‌ی فاز ۱ در نظر گرفته می‌شود و فرض می‌شود اطلاعاتی درمورد تحت کنترل بودن یا خارج از کنترل بودن آنها وجود ندارد. با استفاده از رویکرد نمودار RALRT این داده‌ها مورد پایش قرار می‌گیرند و پس از به دست آوردن مقادیر  $L_0$  و  $L_1$ ، مقادیر  $\Lambda(\tau)$  به دست آمده و نمودار RALRT رسم می‌شود (شکل ۲)؛ یادآور می‌شود که  $l = 5$  در نظر گرفته شده است. مقدار بیشینه‌ی نمودار در نقطه‌ی  $\hat{\tau}$  برابر ۸۷۵ و بیشینه مقدار LRT برابر ۵/۸۸۳ است که کم‌تر از حد کنترل  $UCL = 6.48$  است. چنان که مشاهده می‌شود فرایند تحت کنترل است و می‌توان از مدل تعدیل ریسک رابطه‌ی ۲۳ به‌منظور برآورد نرخ مرگ بیماران آتی و در واقع پایش فرایند در فاز ۲ استفاده کرد.

### ۲.۳. ارزیابی عملکرد

در این قسمت توانایی نمودار RALRT در شناسایی روند به وجود آمده در داده‌ها با استفاده از نمودار توان بررسی می‌شود. همچنین عملکرد برآوردکننده‌های بیشینه درست‌نمایی زمان و مقدار شیب روند با استفاده از معیارهای امید ریاضی برآوردکننده‌ها،  $\hat{\tau}$ ،  $\hat{\delta}$  و انحراف معیار برآوردکننده‌ها  $\sigma_{\hat{\tau}}$ ،  $\sigma_{\hat{\delta}}$  بررسی می‌شود. از رابطه‌ی ۲۳ در قسمت قبل استفاده شد به‌عنوان مدل پایه برای تولید داده‌ها استفاده می‌شود. به‌منظور ارزیابی عملکرد مراحل زیر انجام می‌شود:

۱. پس از تولید  $m = 1000$  پارسونت از توزیع نمایی با میانگین ۹/۸، با استفاده از رابطه‌ی ۲۳ به‌عنوان مدل پایه، مقادیر  $m$ ،  $i = 1, \dots, m$ ،  $p_{0i}$  تعیین می‌شود.
۲. با استفاده از رابطه‌ی ۹ یک روند با شیب  $\delta$  در مقادیر  $p_{0i}$ ها از زمان  $\tau$  ایجاد می‌شود و مقادیر  $m$ ،  $i = \tau + 1, \tau + 2, \dots, m$ ،  $p_{1i}$  به دست می‌آید. سپس با استفاده از مقادیر احتمال مرگ قبل از نقطه‌ی تغییر ( $P_{0i}$ ،  $i = 1, 2, \dots, \tau$ ) و مقادیر احتمال مرگ پس از تغییر ( $p_{1i}$ ،  $i = \tau + 1, \dots, m$ )،  $m = 1000$  نمونه‌ی تصادفی برنولی ( $y_i$ ،  $i = 1, 2, \dots, 1000$ ) به‌عنوان متغیرهای خروجی زنده ماندن یا مرگ بیماران در فاز ۱ تولید می‌شود.

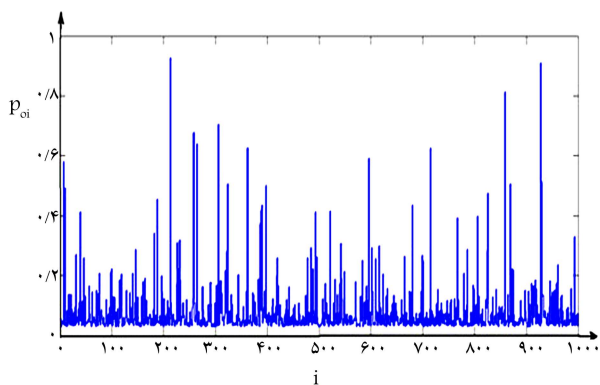
انحراف معیار برابر ۵۵۴/۹۳۴ و ۲۶/۲۷۸۶ خواهد بود. همچنین دیدیم که با افزایش مقدار  $\delta$  احتمال کشف نیز افزایش می‌یابد، و این بیان می‌دارد که هرچه احتمال کشف تغییر بیشتر باشد زمان تغییر نیز با دقت بیشتری برآورد می‌شود. همچنین عملکرد برآوردکننده‌ی بیشترین درست‌نمایی اندازه شیب تغییر که با روش نیوتن - رافسون به دست آمده، به ازای هر دو مقدار  $\tau = 50^\circ$  و  $\tau = 30^\circ$  تقریباً مشابه هم است. چنان که مشاهده می‌شود این برآوردکننده به خوبی قادر به شناسایی اندازه شیب تغییر است.

همچنین از برآوردهای فاصله‌یی به منظور ارزیابی عملکرد برآوردکننده‌های زمان و مقدار تغییر استفاده شده است. برآوردهای فاصله‌یی زمان و مقدار واقعی تغییر در جدول ۲ آمده است. در این جدول نسبت تعداد دفعاتی که در شبیه‌سازی‌های مقادیر برآوردکننده‌ها در فواصل داده شده قرار گرفته‌اند محاسبه شده است. با توجه به جدول ۲ با افزایش مقادیر  $\delta$  برآوردهای فاصله‌یی زمان واقعی تغییر بهبود می‌یابد. به عنوان مثال به ازای  $\delta = 0.2^\circ$  برآورد فاصله‌یی به طول ۴ حول  $\tau = 50^\circ$  شامل ۱٪ از مقادیر  $\hat{\tau}$  می‌شود در حالی که به ازای  $\delta = 0.35^\circ$  این مقدار برابر با ۳٪ است. همچنین دقت برآوردهای فاصله‌یی برای مقدار تغییر با افزایش مقدار  $\delta$  تا حدی کاهش می‌یابد. علت این امر مقدار اولیه‌ی انتخاب شده برای  $\delta$  در روش نیوتن - رافسون است. مقدار  $\delta = 0^\circ$  در نظر گرفته شده است.

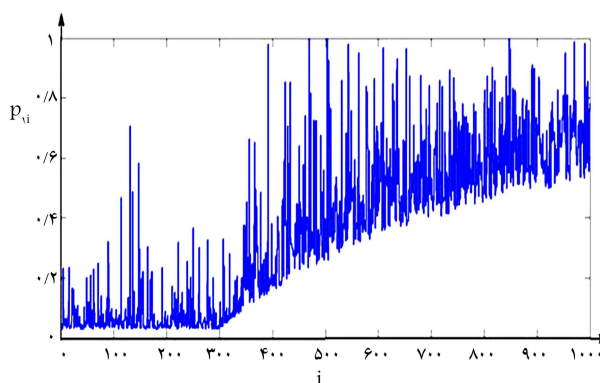
### ۳.۳. مقایسه

در این بخش عملکرد برآوردکننده‌های پیشینه درست‌نمایی در شناسایی زمان و مقدار شیب روند با نتایج برآوردکننده‌های بیز و CUSUM<sup>[۱۱]</sup> مقایسه می‌شود. محققین با در نظر گرفتن وقوع یک روند خطی (رابطه‌ی ۹) در نرخ مرگ بیماران و با استفاده از روش برآورد بیز، زمان و مقدار شیب روند رخ داده در فرایند برنولی زنده ماندن یا مرگ بیماران را شناسایی کرده‌اند.<sup>[۱۱]</sup> به منظور پایش فرایند آنها از نمودار RACUSUM استفاده کرده‌اند و نتایج برآورد زمان تغییر را در روش بیز با نتایج روش CUSUM مقایسه کرده‌اند. در برخی از مطالعات به منظور ارزیابی عملکرد، از تعداد ۱۰۰ تکرار شبیه‌سازی استفاده شده<sup>[۱۱]</sup> و نیز به عنوان مقادیر زمان تغییر و شیب روند از مقادیر  $\tau = 50^\circ$  و  $\tau = 30^\circ$ ،  $\delta = 0.25^\circ$ ،  $\delta = 0.5^\circ$ ،  $\delta = 0.1^\circ$ ،  $\delta = 0.25^\circ$ ،  $\delta = 0.5^\circ$ ،  $\delta = 0.1^\circ$  و  $\tau = 50^\circ$  استفاده کرده‌اند. در این مقاله نیز به منظور قابل مقایسه بودن نتایج، ۱۰۰ تکرار شبیه‌سازی شده در نظر گرفته و نتایج حاصل با نتایج روش‌های بیز و CUSUM مقایسه شده است (جدول ۳).

با توجه به جدول ۳، نتایج روش بیز و CUSUM در شناسایی زمان تغییر تا



شکل ۵. نمودار مقادیر ریسک پایه‌یی بیماران پیش از تغییر.



شکل ۶. نمودار مقادیر ریسک پایه‌یی بیماران پس از تغییر.

به ازای  $\tau = 50^\circ$  و  $\delta = 0.25^\circ$  احتمال کشف تغییر برابر ۴۳۶٪ است. نمودار مقادیر ریسک پایه‌یی بیماران (مقادیر  $p_{oi}$ ) برای یکی از تکرارها در شکل ۵ نمایش داده شده است. همچنین تأثیر روند با شیب  $\delta = 0.5^\circ$  از نقطه‌ی  $\tau = 30^\circ$  روی مقادیر ریسک مرگ بیماران در شکل ۶ نشان داده شده است. چنان که مشاهده می‌شود از نقطه‌ی  $\tau = 30^\circ$  نرخ مرگ روند صعودی داشته است. برای بررسی نتایج عملکرد برآوردکننده‌های زمان و مقدار تغییر، میانگین و انحراف معیار این برآوردکننده‌ها در جدول ۱ ثبت شده است. چنان که مشاهده می‌شود با افزایش مقدار  $\delta$  عملکرد برآوردکننده‌ی زمان تغییر بهبود می‌یابد. به عنوان مثال به ازای نقطه‌ی تغییر  $\tau = 50^\circ$ ، اگر  $\delta = 0.5^\circ$  باشد مقادیر میانگین و انحراف معیار  $\tau$  برابر ۵۷۷/۰۵ و ۳۶/۴۸۶ است در حالی که اگر  $\delta = 0.1^\circ$  باشد مقادیر میانگین و

جدول ۱. میانگین و انحراف معیار برآوردکننده‌های زمان و مقدار تغییر به ازای مقادیر مختلف  $\tau$  و  $\delta$ .

	$\delta$	۰/۰۰۲۵	۰/۰۰۵	۰/۰۱	۰/۰۵	۰/۱	۰/۲	۰/۳۵	۰/۵
$\tau = 50^\circ$	$\bar{\tau}$	۶۴۲/۲۱۱	۶۵۸/۱۹۶۰	۶۳۶/۶۲۲	۵۷۷/۰۵۰	۵۵۴/۹۳۴	۵۳۶/۵۰۴	۵۱۸/۰۹۶	۵۰۶/۷۷۰
	$\sigma_{\bar{\tau}}$	۲۰۰/۸۷۱	۱۴۹/۵۸۰۰	۸۱/۷۸۴	۳۶/۴۸۶	۲۶/۲۷۸۶	۲۲/۰۱۵۲	۳۱/۷۰۴	۴۳/۶۵۵۶
	$\bar{\delta}$	۰/۰۲۹۳	۰/۰۰۵۹	۰/۰۲۱۴	۰/۰۷۶۹	۰/۱۳۷۷	۰/۰۱۷۹	۰/۳۹۴۱	۰/۰۵۲۳
	$\sigma_{\bar{\delta}}$	۰/۰۴۶۶	۰/۰۰۸۹	۰/۰۴۶۶	۰/۰۱۸۱	۰/۰۲۹۳	۰/۰۱۱۱	۰/۰۴۳۲	۰/۰۷۸۶
	$\bar{\tau}$	۵۴۸/۷۰۲	۵۲۵/۱۰۶	۴۹۶/۰۳۰	۴۰۱/۳۳۰	۳۷۴/۵۸۶	۳۳۷/۷۳	۳۱۹/۳۱۲	۳۲۲/۲۵۸
$\tau = 30^\circ$	$\sigma_{\bar{\tau}}$	۱۹۲/۸۴۶	۱۳۱/۴۱۶	۹۵/۰۶۶۶	۴۴/۴۱۵۰	۳۲/۶۳۷۴	۳۲/۹۲۳	۲۱/۹۰۸	۱۹/۷۹۸۵
	$\bar{\delta}$	۰/۰۰۲۹	۰/۰۰۲۷	۰/۰۰۳۱	۰/۰۷۹۴	۰/۰۸۶۷	۰/۱۷۶۱	۰/۳۲۱۰	۰/۶۱۷۱
	$\sigma_{\bar{\delta}}$	۰/۰۰۶۱	۰/۰۰۲۶	۰/۰۰۱۶	۰/۰۱۶۷	۰/۰۸۸۶	۰/۰۹۸۹	۰/۱۰۹۱	۰/۱۲۱۲

جدول ۲. برآوردهای فاصله زمان و مقدار واقعی تغییر.

$\hat{P}( \hat{\delta} - \delta  < \cdot, \cdot)$	$\hat{P}( \hat{\delta} - \delta  < \cdot, \cdot)$	$\hat{P}( \hat{\delta} - \delta  < \cdot, \cdot)$	$\hat{P}( \hat{\tau} - \tau  < \cdot)$	$\hat{P}( \hat{\tau} - \tau  < \cdot)$	$\hat{P}( \hat{\tau} - \tau  < \cdot)$	$\hat{P}( \hat{\tau} - \tau  < \cdot)$	$\delta$	$\tau$
$< \cdot, \cdot)$	$< \cdot, \cdot)$	$< \cdot, \cdot)$	$< \cdot)$	$< \cdot)$	$< \cdot)$	$< \cdot)$		
۰,۹۴۰۹	۰,۹۰۴۵	۰,۵۲۲۷	۰,۰۳۷۴	۰,۰۲۷۵	۰,۰۱۳۸	۰,۰۴۶	۰,۰۰۲۵	
۱	۰,۹۸۷۳	۰,۸۹۲۴	۰,۰۴۶۴	۰,۰۱۹۰	۰,۰۰۶۳	۰	۰,۰۰۰۵	
۰,۹۹۹۸	۰,۹۸	۰,۴۱۴	۰,۰۴۲	۰,۰۰۰۸	۰,۰۰۰۶	۰,۰۰۰۲	۰,۰۰۱	
۰,۹۹۹۰	۰,۹۰۸۰	۰,۰۷۰۰	۰,۱۰۲۰	۰,۰۲۰۰	۰,۰۱۴۰	۰,۰۰۰۸	۰,۰۰۵	۵۰۰
۰,۹۶۰۰	۰,۷۱۶۰	۰,۰۹۰۰	۰,۱۶۸۰	۰,۰۱۲۰	۰,۰۰۶۰	۰,۰۰۰۲۰	۰,۱	
۰,۰۰۴۰	۰	۰	۰,۳۹۰۰	۰,۰۷۰۰	۰,۰۱۸۰	۰,۰۱۰۰	۰,۲	
۰,۳۲۹۰	۰,۱۲۰۹	۰,۰۹۰۱	۰,۵۸۹۵	۰,۱۹۵۸	۰,۱۱۰۴	۰,۰۹۰۳	۰,۳۵	
۰,۱۸۹۰	۰,۱۲۰۸	۰,۰۸۷۵	۰,۶۹۰۳	۰,۳۴۲۱	۰,۲۳۶۷	۰,۱۸۹۰	۰,۵	

جدول ۳. مقایسه عملکرد برآوردهای بیشترین درست‌نمایی، بیز و CUSUM.

$\delta$	۰,۰۰۲۵	۰,۰۰۵	۰,۰۱	۰,۰۲۵	۰,۰۵	۰,۱
$\bar{\tau}$	۶۴۴,۵۳	۴۶۳,۶۴۴	۶۴۴,۳۲	۵۹۶,۱۸۰۰	۵۷۶,۸۴	۵۵۴,۱۶
$\sigma_{\bar{\tau}}$	۱۷۲,۲	۱۳۳,۶۸۲	۶۵,۵۹۱	۴۷,۲۳۴۱	۳۳,۹۸	۲۳,۵۰۶
$\bar{\tau}_{CUSUM}$	۷۲۷,۷	۶۰۵,۸	۵۵۹,۷	۵۱۳,۱	۴۹۵,۲	۴۸۳,۴
$\sigma_{\bar{\tau}_{CUSUM}}$	۱۳۱,۹	۱۱۰,۲	۵۶,۲	۶۲,۶	۵۶,۵	۴۵,۷
$\bar{\tau}_{Bayes}$	۷۴۰,۱	۶۳۳,۶	۵۷۹,۷	۵۲۴,۴	۵۱۴,۷	۵۰۴,۳
$\sigma_{\bar{\tau}_{Bayes}}$	۹۴,۸	۷۵,۸	۴۱,۸	۴۲,۹	۲۰,۴	۱۷,۵
$\bar{\delta}$	۰,۰۰۰۵	۰,۰۱۱۶	۰,۰۱۲۶	۰,۰۴۰۲	۰,۰۷۹	۰,۱۴۴۵
$\sigma_{\bar{\delta}}$	۰,۰۰۰۴۳	۰,۰۰۰۷۷	۰,۰۰۰۴۵	۰,۰۱۴۰	۰,۰۱۲۶	۰,۰۱۹۲
$\bar{\delta}_{Bayes}$	۰,۰۰۰۶	۰,۰۱۰	۰,۰۲۲	۰,۰۴۱	۰,۰۸۱	۰,۱۲۹
$\sigma_{\bar{\delta}_{Bayes}}$	۰,۰۰۰۴	۰,۰۰۴۱	۰,۰۰۵۰	۰,۰۰۴۵	۰,۰۰۲۷	۰,۰۰۳۳

$\tau = 500$

برآوردکننده‌های مطرح شده در این مقاله با دقت قابل قبولی قادر به شناسایی زمان تغییر و مقدار شیب روند هستند.

به‌عنوان زمینه‌ی برای تحقیقات آتی می‌توان به لحاظ کردن فاکتور یادگیری جراح در مدل پرداخت. در این تحقیق فرض شد که در صورت رخ دادن تغییر در فرایند، تا زمان شناسایی تغییر، فرایند در حالت تغییر یافته باقی خواهد ماند (فرض ثابت ماندن عملکرد جراح)؛ در صورتی که در عمل با افزایش مهارت جراح میزان تغییر در فرایند به تدریج کاهش یافته و نرخ مرگ بیماران کاهش می‌یابد. لحاظ کردن این فرض در مدل می‌تواند به واقعی‌تر شدن مدل کمک کند. همچنین در بررسی‌های انجام شده توسط مؤلفان مشخص شد که تاکنون از روش آزمون نسبت درست‌نمایی به‌منظور پایش متغیرهای پیوسته بیماران مانند زمان بقای بیماران در فاز ۱ استفاده نشده است. لذا استفاده از این روش برای پایش زمان بقای بیماران می‌تواند زمینه‌ی مناسبی برای تحقیقات بعدی باشد. در این حالت استفاده از مدل‌های تعدیل ریسک مناسب مانند مدل AFT ضروری است.

حدی بهتر از نتایج روش پیشینه درست‌نمایی است هرچند به‌ازای  $\delta = 0.025$  مقدار برآورد پیشینه درست‌نمایی زمان تغییر بهتر است. در مورد برآوردکننده‌های پیشینه درست‌نمایی و بیز مقدار تغییر، نتایج برآوردهای پیشینه درست‌نمایی مقدار تغییر، به‌خصوص برای مقادیر  $\delta$  کم، دقیق‌تر است.

#### ۴. نتیجه‌گیری

در این مقاله از روش آزمون نسبت درست‌نمایی به‌منظور شناسایی زمان و مقدار تغییر (مقدار شیب روند) در نرخ مرگ بیماران در فاز ۱ - هنگامی که یک روند خطی در نرخ مرگ بیماران پس از عمل جراحی وجود دارد - استفاده شد. همچنین برای پایش فرایند از روش نمودار RALRT استفاده شد. نتایج نشان می‌دهد که

## پانوشتها

1. risk adjusted control charts (RACCs)
2. statistical process control (SPC)
3. logistic regression
4. accelerated failure time (AFT)
5. Bernoulli outcome
6. survival time
7. risk adjusted sequential probability ratio test chart (RASPRT)
8. risk adjusted survival time exponentially weighted moving average chart (RASTEWMA)
9. risk adjusted cumulative sum chart (RACUSUM)
10. risk adjusted survival time cumulative sum chart (RASTCUSUM)
11. average run length (ARL)
12. change point estimation
13. risk adjusted likelihood ratio test chart
14. Bayesian estimation
15. odds ratio

## (References) منابع

1. Ghasemi, R. "The use of risk adjusted control charts (RACCs) and change point (CP) analysis for monitoring quality of health-care services in hospitals and clinics", Master of Science Seminar, Department of Industrial Engineering. KN Toosi University of Technology (2012).
2. Matheny, M.E., Machado, L.O. and Resnic, F.S. "Risk-adjusted sequential probability ratio test control chart methods for monitoring operator and institutional mortality rates in interventional cardiology", *American Heart Journal*, **155**(1), pp. 114-120 (2007).
3. Steiner, S.T. and Jones, M. "Risk-adjusted survival time monitoring with an updating exponentially weighted moving average (EWMA) control chart", *Statistics in Medicine*, **29**(4), pp. 444-454 (2009).
4. Sego, L.H., Reynolds, M.R. and Woodall, W.H. "Risk-adjusted monitoring of survival times", *Statistics in Medicine*, **29**(9), pp. 1386-1401 (2009).
5. Sibaanda, T. and Sibanda, N. "The CUSUM chart method as a tool for continuous monitoring of clinical outcomes using routinely collected data". *BMC Medical Research Methodology*, **7**(46), pp. 1-7 (2007).

6. Sego, L.H. "Applications of control charts in medicine and epidemiology", Phd dissertation, Virginia Polytechnic Institute and State University, Department of Statistics (2006).
7. Paynabar, K., Jin, J., and Yeh, A.B. "Phase I risk-adjusted control charts for monitoring surgical performance by considering categorical covariates", *Journal of Quality Technology*, **44**(1), pp. 39-53 (2012).
8. Assareh, H. and Mengersen, K. "Change point estimation in monitoring survival time", *PLoS ONE*, **7**(3), pp. 1-7 (2012).
9. Assareh, H. and Mengersen, K. "Detection of the time of a step change in monitoring survival time", *Proceedings of the World Congress on Engineering*, London, U.K., **1**(1), pp. 1-7 (2011).
10. Assareh, H. and Mengersen, K. "Bayesian estimation of the time of a decrease in risk adjusted survival time control charts", *International Journal of Applied Mathematics*, **41**(4), pp. 360-366 (2011).
11. Assareh, H. Smith, I. and Mengersen, K.A. "Bayesian estimation of the time of a linear trend in risk adjusted control charts", *IAENG International Journal of Computer Science*, **38**(4), pp. 309-317 (2011).
12. Assareh, H., Smith, I. and Mengersen, K. "Change point detection in risk adjusted control charts", *Statistical Methods in Medical Research*, pp. 1-22 (2011).
13. Myers, R.H., Montgomery, D.C. and Vining, G.G., *Generalized Linear Models*, John Wiley & Sons, Inc. New York, USA, pp.323-327 (2002).
14. Hogg, R.V. and Craig, A.T., *Introduction to Mathematical Statistics*, Pearson Education and Higher Education Press, China, pp.413-420 (2004).
15. Amiri, A. and Allahyari, S. "Change point estimation method for control chart post signal diagnostics: A literature review", *Quality and Reliability Engineering International*, **27**(8), pp. 673-685 (2011).
16. Perry, M.B., Pignatiello Jr, J.J. and Simpson, J.R. "Estimating the change point of a poisson rate parameter with a linear trend disturbance", *Quality and Reliability Engineering International*, **22**(4), pp. 371-384 (2005).
17. Rardin, R.L., *Optimization in Operation Research*, Prentice-Hall: Upper Saddle River, NJ. USA (2000).