

مدل سازی مسائل متغیرهای چندپاسخه با توزیع نامعین غیر نرمال با استفاده از برنامه ریزی ژنتیک

مهدی بشیری* (دانشیار)

حمید حسن زاده (دانشجوی کارشناسی ارشد)
گروه مهندسی صنایع، دانشکده فنی و مهندسی، دانشگاه شاهد

در طراحی و تحلیل آزمایش ها، پس از تعیین متغیرهای مؤثر بر متغیر پاسخ، کشف رابطه ی بین آنها و ارائه مدل پیش بینی مد نظر است. در روش های کلاسیک لازم است مفروضات اولیه یی برای شناسایی رابطه ی بین متغیرهای پاسخ و متغیرهای کنترلی بررسی و تأیید شوند که در دنیای واقعی اغلب متغیرهای پاسخ چنین شرایطی را ندارند. برنامه ریزی ژنتیک (GP)^۱ از جمله روش های نوین برای پی بردن به رابطه ی بین دسته یی از متغیرهاست و از مزیت های آن می توان به عدم وابستگی آن به نوع توزیع باقی مانده ها اشاره کرد. این روش برخلاف الگوریتم ژنتیک به دنبال کشف رابطه بین متغیرهای اثرگذار است. در این پژوهش، روش برنامه ریزی ژنتیک برای کشف رابطه بین متغیرهای ورودی یک طرح آزمایش که چند متغیر پاسخ دارد پیشنهاد شده و در ادامه از الگوریتم ژنتیک به منظور بهینه سازی استفاده می شود.

واژگان کلیدی: طراحی آزمایشات، متغیرهای چندپاسخه، توزیع نامعین باقی مانده ها، برنامه ریزی ژنتیک، الگوریتم ژنتیک.

۱. مقدمه

طراحی آزمایشات عبارت است از مجموعه یی از آزمایش ها با هدف ایجاد تغییرات هدف مند در متغیرهای ورودی یک فرایند، به منظور بررسی تأثیرات ناشی از آنها بر متغیر خروجی (پاسخ). بر همین اساس مونته کومری سه مرحله ی اصلی برای دست یابی به این هدف را تعریف کرد:^[۱]

۱. طراحی آزمایشات شامل انتخاب عوامل کنترلی و سطوح آنها، انتخاب متغیرهای پاسخ و در نهایت تعیین بهترین ترکیب آزمایش ها؛
 ۲. ارائه ی مدلی برای بیان ارتباط بین متغیرهای ورودی و متغیرهای پاسخ؛
 ۳. بهینه سازی مدل ارائه شده و کشف سطح مطلوب هر عامل.
- اما از آنجا که کشف رابطه ی بین متغیرهای ورودی و چند متغیر پاسخ -- به گونه یی که تمام متغیرهای پاسخ بهینه شود -- تقریباً غیر ممکن است، بررسی ها در مسائل چندپاسخه با توجه به یکی از سه رویکرد زیر انجام گرفته است:

۱. در رویکرد اول که نخستین بار در بهینه سازی متغیرهای چندپاسخه مورد استفاده قرار گرفت،^[۲] برای هر متغیر پاسخ سطح پاسخ جداگانه یی ساخته می شود. سپس متحنی های تراز مربوط به پاسخ های مختلف روی هم قرار می گیرند و در نهایت نواحی عملیاتی مطلوب مشخص می شود. در ادامه، مونته کومری نشان داد که با افزایش ابعاد مسئله کارایی این روش کاهش می یابد.

* نویسنده مسئول

تاریخ: دریافت ۱۳۹۲/۸/۲۰، اصلاحیه ۱۳۹۲/۱۲/۷، پذیرش ۱۳۹۳/۱/۱۹.

bashiri.m@gmail.com
h.hasanzadeh@shahed.ac.ir

۲. روش مبتنی بر اولویت^۲: در این رویکرد که نخستین بار با نام «روش محدودیت ε» معرفی شد، مهم ترین پاسخ برای رسیدن به مقدار مطلوب در تابع هدف قرار می گیرد و دیگر پاسخ ها به عنوان محدودیت با تعریف سطح قابل قبول ε؛ برای هر محدودیت در نظر گرفته می شود.^[۳]

۳. در رویکرد سوم که بیشترین کاربرد را در بهینه سازی متغیرهای چندپاسخه دارد تمامی پاسخ های به دست آمده از مرحله ی اول با استفاده از تابع معینی تجمیع شده و سپس برای استخراج بهترین مقادیر متغیرهای کنترلی بهینه می شود. اولین بار هرینگتون از روش تابع مطلوبیت برای ادغام پاسخ ها استفاده کرد.^[۴] برای بهینه سازی متغیرهای چندپاسخه با این رویکرد، محققین از روش های مختلف رگرسیون چندمتغیره،^[۵] تابع مطلوبیت اصلاح شده،^[۶] و تابع هزینه^[۷] استفاده کردند.

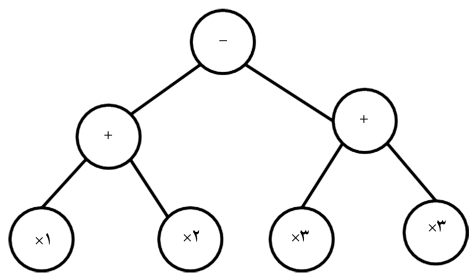
همچنین مطالعات مختلفی برای مراحل بیان شده انجام شده است. برای مثال از یک روش فازی - عصبی برای یافتن رابطه بین متغیرهای کنترلی و متغیرهای پاسخ استفاده شد^[۸] و سپس از الگوریتم شبکه ی عصبی با هدف شناسایی مهم ترین متغیرهای کنترلی و سپس تخمین و پیش بینی پاسخ ها براساس مهم ترین متغیرهای کنترلی شناسایی شده^[۹] استفاده شد. در مطالعات دیگر از روش رگرسیون چندمتغیره برای شناسایی رابطه ی رگرسیونی بین متغیرهای کنترلی و متغیرهای پاسخ استفاده شد.^[۱۰] در مرحله ی بهینه سازی نیز مطالعات بسیاری انجام گرفته که با توجه به افزایش پیچیدگی در روابط تخمین زده شده بیشتر روش ها مبتنی بر الگوریتم های فراابتکاری

به‌طور کلی اصول برنامه‌ریزی ژنتیک مبتنی بر الگوریتم ژنتیک است با این تفاوت که در این روش به‌جای نوارهای بیت از ساختار درختی یا شاخه‌یی استفاده می‌شود. استفاده از ساختار درختی به‌جای کروموزوم، این الگوریتم را به ابزاری قوی و مناسب برای حل مسائل مدل‌سازی تبدیل کرده است. مزیت GP نسبت به مدل‌های دیگر، نظیر شبکه‌های عصبی، این است که در GP ابتدا ساختار گره‌ها -- شامل ترمینال‌ها (متغیرهای ورودی) و مجموعه توابع ربط‌دهنده -- تعریف می‌شود و سپس ساختار بهینه‌ی مدل و ضرایب طی فرایند آموزش تعیین می‌شود در حالی که در شبکه‌های عصبی ابتدا ساختار تعیین شده و سپس ضرایب طی فرایند آموزش حاصل می‌شوند. همچنین GP به‌طور خودکار می‌تواند متغیرهای ورودی که بیشترین تأثیر را در مدل دارند انتخاب کند، در حالی که در سایر روش‌ها این امر امکان‌پذیر نیست. در برنامه‌ریزی ژنتیک هر جواب که به‌صورت ساختار درختی است نشان‌گر یک رابطه‌ی ریاضی بین متغیرهای ورودی و متغیر خروجی است. در شکل ۱ ساختار درختی رابطه‌ی ۱ نشان داده شده است.

$$y = (x_1 + x_2) - 2x_3 \quad (1)$$

یادآور می‌شود که برنامه‌ریزی ژنتیک مبتنی بر الگوریتم ژنتیک است و شباهت بسیاری به آن دارد. حال با توجه به عملگرهای شناخته شده در الگوریتم ژنتیک (انتخاب، جهش، ادغام) جواب‌های دیگر که همان نسل‌های بعدی هستند ایجاد می‌شوند. قبل از مراحل اجرایی برنامه‌ریزی ژنتیک گام‌های مقدماتی زیر باید توسط کاربر تعیین شوند:

۱. مجموعه ترمینال‌ها (متغیرهای مسئله، اعداد ثابت تصادفی)؛
 ۲. مجموعه توابع ربط‌دهنده‌ی مورد استفاده در روابط ریاضی بین متغیرها؛
 ۳. انتخاب تابع برازش، برای سنجش برازش روابط ریاضی بین متغیرها؛
 ۴. تعیین پارامترهای کنترل‌گر اجرای الگوریتم GP (اندازه جمعیت، احتمال به‌کارگیری عملگرهای ژنتیک و...)
 ۵. معیار توقف و ارائه‌ی نتایج اجرای الگوریتم (تعداد جمعیت جدید تولید شده، تعیین یک مقدار مشخص برای مناسب بودن برازش).
- همانند الگوریتم ژنتیک، برنامه‌ریزی ژنتیک دارای سه عملگر انتخاب، جهش و ادغام است که در شکل ۲ نحوه‌ی ادغام دو درخت (در برنامه‌ریزی ژنتیک هر کروموزوم یک درخت نامیده می‌شود) نشان داده شده است. در برنامه‌ریزی ژنتیک عملگر جهش در گره انتخابی به‌گونه‌یی اتفاق می‌افتد که نوع گره (ترمینال یا تابع ربط‌دهنده) بعد از عمل جهش تغییر نکند. در شکل ۳ عمل جهش در دو حالت مذکور نشان داده شده است.



شکل ۱. نحوه‌ی نمایش یک جواب در برنامه‌ریزی ژنتیک.

بوده است. در یکی از این مطالعات، با ترکیب الگوریتم ژنتیک و یک الگوریتم جست‌وجوی محلی رابطه‌ی تخمین زده شده بهینه‌سازی شد.^[۸] در مطالعات دیگر نیز از روش تابع مطلوبیت و الگوریتم ژنتیک،^[۱۱] و یک روش مبتنی بر شاخص قابلیت فرایند چندمتغیره برای بهینه‌سازی چندپاسخه^[۱۲] استفاده شده است. همچنین بهینه‌سازی متغیرهای چندپاسخه در حضور داده‌های دور افتاده بررسی شد.^[۱۳] از سوی دیگر، با به‌کارگیری روش‌های تصمیم‌گیری چندمعیاره (ناپسیس)، بهترین سطح متغیرهای کنترلی مشخص شد.^[۱۴] اما وجه اشتراک تمامی روش‌های کلاسیک ارائه شده، بررسی مفروضات اولیه‌ی است که تأیید آنها برای شناسایی رابطه‌ی بین متغیرهای پاسخ و متغیرهای کنترلی لازم است؛ از جمله این مفروضات می‌توان به نرمال بودن مقادیر باقی‌مانده‌ها اشاره کرد. در دنیای واقعی اغلب متغیرهای پاسخ شرایط مورد نیاز برای استفاده از روش‌های کلاسیک را ندارند و از تبدیل‌هایی همچون تبدیل پاکس - کاکس^[۱۵] و غیره می‌توان استفاده کرد که این امر با افزایش تعداد متغیرها باعث افزایش خطای کل می‌شود؛ و در ضمن داده‌های تبدیل شده از شرایط نسبی برای استفاده از روش‌های کلاسیک برخوردار خواهند بود. از طرف دیگر افزایش تعداد متغیرها و پیچیده شدن تخمین رابطه‌ی بین متغیرهای کنترلی و متغیر پاسخ باعث افزایش مجموع مربعات خطا می‌شود.^[۱۶] به‌طور کلی می‌توان سه مشکل عمده در تخمین رابطه‌ی بین متغیرهای کنترلی و متغیر پاسخ به‌کمک روش‌های کلاسیک برشمرده که کاربرد آنها را در مسائل واقعی با محدودیت‌های عمده مواجه می‌کند:

۱. شرط برقراری برخی مفروضات مانند نرمال بودن باقی‌مانده‌ها؛
۲. افزایش محاسبات و پیچیدگی تخمین با افزایش تعداد متغیرها؛
۳. بیشتر مدل‌های تخمین زده شده به روش رگرسیون دارای درجات پایینی (معمولاً حداکثر ۲) هستند.

برنامه‌ریزی ژنتیک روش نوینی است که برای پی بردن به رابطه‌ی بین چند متغیر و کشف مؤثرترین متغیر مورد استفاده قرار می‌گیرد و کاربردهای زیادی در حوزه‌های مختلف دارد. این روش برخلاف الگوریتم ژنتیک به دنبال کشف رابطه‌ی بین متغیرهای اثرگذار است حال آن که الگوریتم ژنتیک در مرحله‌ی بهینه‌سازی مورد استفاده قرار می‌گیرد. در این پژوهش برای کشف رابطه‌ی بین متغیرهای ورودی یک طرح آزمایش که دارای چندین متغیر پاسخ است، از روش برنامه‌ریزی ژنتیک استفاده شده است. استفاده از این روش برخی از محدودیت‌های اشاره شده را برطرف می‌کند.

در ادامه این پژوهش در بخش ۲ به معرفی برنامه‌ریزی ژنتیک پرداخته شده و سپس روش پیشنهادی در بخش ۳ ارائه می‌شود. برای مشخص شدن عملکرد روش پیشنهادی، مثال‌های عددی در بخش ۴ آورده شده است و در نهایت بخش آخر به جمع‌بندی و پیشنهاداتی برای مطالعات آتی اختصاص یافته است.

۲. برنامه‌ریزی ژنتیک

برنامه‌ریزی ژنتیک (GP) که بین روش‌های الگوریتم تکاملی از روش‌های جدید محسوب می‌شود برای اولین بار توسط کوزا^[۱۷] ارائه شد. از قابلیت برنامه‌ریزی ژنتیک برای مسائل سری زمانی چندمتغیره^[۱۸] از برنامه‌ریزی ژنتیک برای پیش‌بینی ظرفیت اعضا^[۱۹] و نیز برای تخمین قدرت سنگ‌ها^[۲۰] استفاده شد. برنامه‌ریزی ژنتیک در شاخه‌های مختلف، نظیر مهندسی مالی و پیش‌بینی مالی، کاربرد زیادی دارد که مطالعات بسیاری در این حوزه انجام شده است.^[۲۱-۲۲]

مثال درخت شکل ۱ دارای عمق ۲ است). با وجود این که افزایش عمق به افزایش دقت معادله‌ی تخمین زده شده می‌انجامد، به علت پیچیده شدن معادله‌ی تخمین زده شده لازم است حد بالایی برای عمق درخت‌های تولید شده تعیین شود. در این بررسی درخت‌ها دارای بیشینه عمق ۴ هستند.

یکی دیگر از تفاوت‌های اصلی برنامه‌ریزی ژنتیک و الگوریتم ژنتیک در کاربرد این دو الگوریتم است. به طوری که هدف از اجرای برنامه‌ریزی ژنتیک، تعیین رابطه‌ی برای داده‌های ورودی است در صورتی که در الگوریتم ژنتیک هدف بهینه‌سازی و تعیین بهترین مقدار برای هر یک از متغیرها در یک رابطه‌ی مشخص است. گام‌های اجرایی برنامه‌ریزی ژنتیک (الگوریتم اجرایی) برای تخمین رابطه‌ی بین یک متغیر پاسخ و متغیرهای کنترلی عبارت است از:

۱. تولید یک جمعیت اولیه متشکل از درخت‌های حاصل از ترکیب تصادفی مجموعه‌ی توابع و ترمینال‌ها؛
۲. ارزیابی هر یک از درخت‌ها با توجه به تابع برازش؛
۳. تولید یک جمعیت جدید مطابق با:

الف) انتخاب والدین از جمعیت اولیه؛

ب) انجام عملگرهای ژنتیک برای تولید فرزند؛

ج) انجام اصلاحات روی جواب تولیدشده در صورت لزوم.

۴. ارزیابی جمعیت جدید تولیدشده؛

۵. انتخاب نسل جدید از میان فرزندان و والدین؛

۶. رفتن به گام ۳ تا رسیدن به شرط توقف.

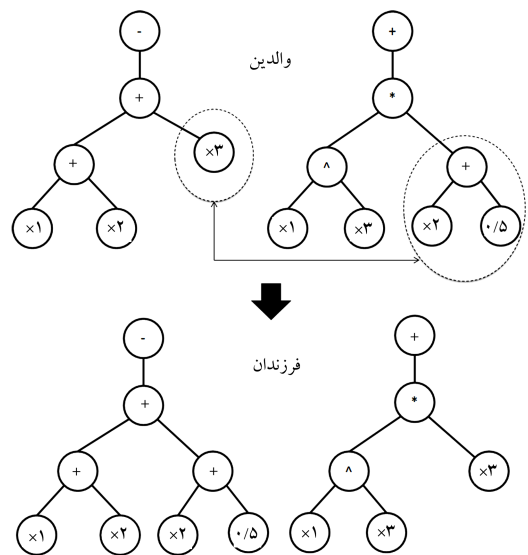
آنچه در این الگوریتم به‌عنوان داده‌های ورودی در نظر گرفته می‌شود، مقادیر حاصل از آزمایشات انجام شده است.

در نوشتار حاضر با استفاده از روش برنامه‌ریزی ژنتیک ابتدا رابطه‌ی بین هر یک از متغیرهای پاسخ و متغیرهای کنترلی به صورت جداگانه تخمین زده می‌شود. سپس با استفاده از روش تابع مطلوبیت^۳ روابط تخمین زده شده به معادله‌ی واحد تبدیل، و در نهایت به کمک الگوریتم ژنتیک بهینه‌سازی انجام می‌شود. در شکل ۴ خلاصه‌ی این مراحل اجرای روش پیشنهادی را نشان می‌دهد.

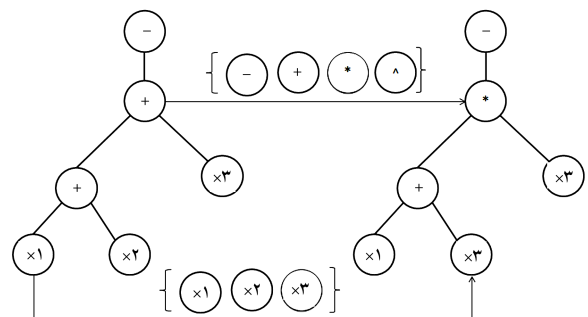
آنچه برنامه‌ریزی ژنتیک را به ابزاری متمایز برای تخمین رابطه بین متغیرهای کنترلی و متغیرهای پاسخ تبدیل می‌کند، مستقل بودن الگوریتم از نوع توزیع باقی‌مانده‌ها و تعداد متغیرهای کنترلی است به طوری که الگوریتم پیش رو با جست‌وجو در روابط مختلف بین متغیرهای کنترلی، رابطه‌ی با کم‌ترین میزان خطا از مقادیر واقعی را جستار می‌کند. این موضوع در مثال دوم از بخش ۴ مورد بررسی قرار گرفته است و دقت روش پیشنهادی را نسبت به تخمین به‌کمک مبدل‌ها نشان می‌دهد.

۴. بررسی و مثال‌های عددی

به منظور بررسی عملکرد روش پیشنهادی در این قسمت سه مثال عددی برگرفته از داده‌های تحقیقات پیشین یا شبیه‌سازی شده مورد بررسی قرار می‌گیرد. در مثال عددی اول، آزمایش بررسی بازده یک فرایند که یک طرح آزمایش با سه عامل کنترلی (دما، فشار و غلظت کاتالیزور) و یک سطح پاسخ (بازده فرایند)^[۱] است، مورد استفاده قرار گرفته که مشخصات مربوط به این طرح آزمایش در جدول ۱ آمده است.



شکل ۲. عملگر جهش در برنامه‌ریزی ژنتیک.

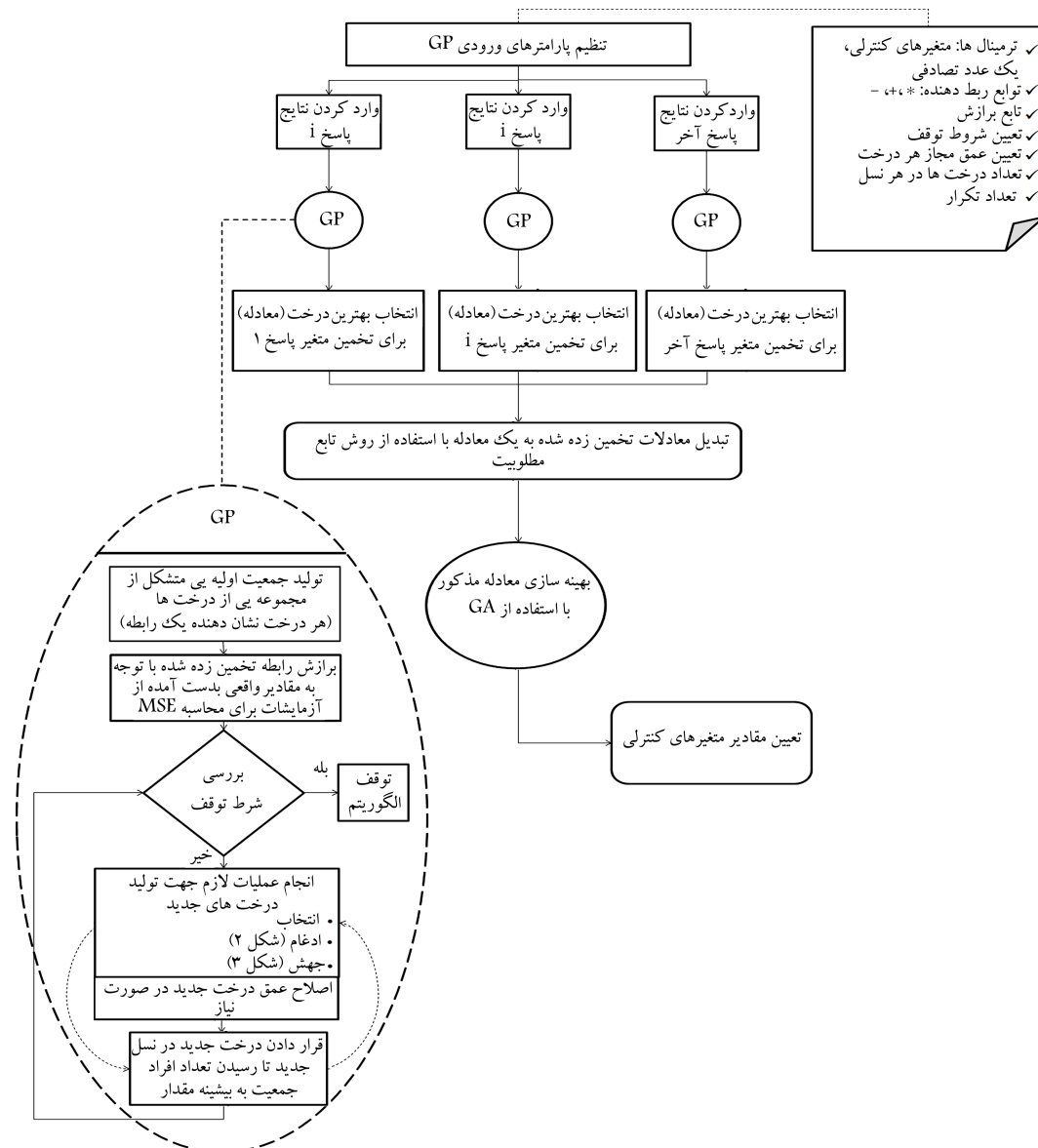


شکل ۳. عملگر ادغام در برنامه‌ریزی ژنتیک.

۳. روش حل پیشنهادی

چنان که در بخش ۲ توضیح داده شد، اولین گام در اجرای برنامه‌ریزی ژنتیک تعیین پارامترهای ورودی است، که در ادامه نحوه‌ی تعیین هر یک از پارامترها برای تحقیق پیش رو توضیح داده شده است:

- ترمینال‌ها: از آنجا که هدف از اجرای برنامه‌ریزی ژنتیک کشف رابطه‌ی بین متغیرهای ورودی یا ترمینال‌ها و متغیر پاسخ است، متغیرهای کنترلی به‌عنوان مجموعه ترمینال در این الگوریتم در نظر گرفته شده است.
- تابع ارتباط‌دهنده: با توجه به آن که مرحله‌ی سوم طراحی و تحلیل آزمایشات -- بعد از مدل‌سازی رابطه‌ی بین متغیرهای ورودی و پاسخ -- بهینه‌سازی مدل پیش‌بینی شده، پیچیده‌شدن رابطه‌ی بین متغیرها موجب دشوار شدن محاسبات در مرحله‌ی بهینه‌سازی می‌شود. بر همین اساس در این مقاله از سه تابع ارتباط‌دهنده $\{+, -, \times\}$ برای ارتباط بین متغیرهای ورودی استفاده شده است.
- تابع برازش: در این بررسی میانگین مربعات خطا (MSE) برای مقادیر به دست آمده از آزمایشات در سطوح مختلف متغیرهای کنترلی به‌عنوان «تابع برازش» مد نظر قرار گرفته است.
- عمق درخت: هر درختی که در برنامه‌ریزی ژنتیک تولید می‌شود دارای عمقی است (عمق در درخت به معنای سطوح ایجاد شده از گره مرکزی است، به طور



شکل ۴. گام های روش پیشنهادی بهینه سازی سطوح چندپاسخی به کمک برنامه ریزی و الگوریتم ژنتیک.

برای نشان دادن عملکرد برنامه ریزی ژنتیک، در این مقاله نتایج حاصل از روش پیشنهادی با مدل رگرسیونی مقایسه شده که در ادامه رابطه ی تخمین زده شده به وسیله ی هر روش آورده شده است. رابطه ی ۵ نشانگر رابطه ی تخمین زده شده براساس مدل رگرسیونی است. [۱] لازم به ذکر است که متغیرهای مورد استفاده در رابطه ی ۵ کد شده متغیرهای اولیه اند. مونتهگومری [۱] از روابط ۲، ۳ و ۴ برای کد کردن متغیرهای کنترلی ξ_1, ξ_2, ξ_3 استفاده کرده است:

$$x_1 = \frac{\xi_1 - 140}{20} \quad (2)$$

$$x_2 = \frac{\xi_2 - 60}{20} \quad (3)$$

$$x_3 = \frac{\xi_3 - 22.5}{7.5} \quad (4)$$

رابطه ی ۶ با به کارگیری روش پیشنهادی (برنامه ریزی ژنتیک) و رابطه ی ریاضی بین متغیرهای کنترلی و متغیر پاسخ نتایج تخمین زده شده است. نتایج حاصل از روابط

جدول ۱. مشخصات و نتایج حاصل از طرح آزمایش در مثال اول.

شماره ی آزمایش	متغیرهای کنترلی			متغیر پاسخ
	دما	فشار	غلظت کاتالیزور	
۱	۱۲۵	۴۱	۱۴	۳۲
۲	۱۵۸	۴۰	۱۵	۴۶
۳	۱۲۱	۸۲	۱۵	۵۷
۴	۱۶۰	۸۰	۱۵	۶۵
۵	۱۱۸	۳۹	۳۳	۳۶
۶	۱۶۳	۴۰	۳۰	۴۸
۷	۱۲۲	۸۰	۳۰	۵۷
۸	۱۶۵	۸۳	۳۰	۶۸
۹	۱۴۰	۶۰	۲۲.۵	۵۰

جدول ۳. مقادیر آزمایش‌های شبیه‌سازی شده برای مثال دوم.

شماره آزمایش	x_1	x_2	ε	y
۱	۵	۱,۸۲	۰,۱۹	۲,۶۴
۲	۱۲,۵	۱,۸۵	۱,۱۷	۱۱,۲۲
۳	۲۹,۵	۱,۲۴	۱,۸۸	۲۷,۰۹
۴	۱۲	۹,۰۳	۰,۳۴	۳۱,۴۳
۵	۳۳	۶,۶۱	۱,۶۲	۴۶,۴۴
۶	۶	۷,۷۱	۱,۴	۲۲,۵۴
۷	۱۱	۴,۱۹	۱,۲۹	۱۶,۸۵
۸	۱۸	۱,۱۵	۰,۳۸	۱۳,۸۲
۹	۹,۵	۰,۹۱	۱,۵۳	۵,۷۶
۱۰	۲۹	۸,۶۷	۲,۴۷	۴۹,۴۹
۱۱	۱۴,۵	۰,۶۷	۰,۴	۸,۹
۱۲	۳۰	۱۵,۰۹	۰,۵۷	۶۷,۸۵
۱۳	۳۸	۱۷,۵۱	۵,۱۶	۸۷,۶۸
۱۴	۳۴	۲,۶۱	۱,۵۶	۳۵,۳۸
۱۵	۴,۵	۱,۰۲	۰,۵۵	۰,۱۲
۱۶	۸	۲۴,۹۳	۶,۶۱	۸۱,۳۹
۱۷	۷	۱۰,۸۲	۱,۷۳	۳۳,۱۸
۱۸	۹	۰,۹۵	۰,۸۹	۴,۷۳
۱۹	۱۶,۵	۰,۹۵	۲,۰۳	۱۳,۳۸
۲۰	۶,۵	۱,۷۸	۰,۸۸	۴,۷۴

است. از آنجا که مقدار P-value به دست آمده کوچک‌تر از ۰,۰۵ است می‌توان گفت مقادیر پاسخ توزیع نرمالی ندارد. چنان‌که گفته شد، در چنین شرایطی استفاده از روش رگرسیون مجاز نیست و لازم است مقادیر پاسخ با یک مبدل به مقادیری با توزیع نرمال تبدیل شود.

پس از تبدیل مقادیر پاسخ به مقادیری با توزیع نرمال به کمک مبدل باکس - کاکس، رابطه‌ی رگرسیونی ۸ برای داده‌های شبیه‌سازی شده قابل تخمین است:

$$\tau_i = 0,111x_1 + 0,277x_2 + 1,22 \quad (8)$$

که در آن، τ_i تبدیل یافته‌ی y_i به صورت $y_i^{0,5}$ است. در ادامه به کمک روش پیشنهادی برنامه‌ریزی ژنتیک، رابطه‌ی بین مشاهدات موجود تخمین زده شده است (رابطه‌ی ۹). در جدول ۴ نتایج حاصل از مقایسه‌ی بین مقادیر تخمین زده شده توسط روابط به دست آمده برای هر یک از مشاهدات مذکور ارائه شده است. چنان‌که نشان داده شده رابطه‌ی تخمین زده شده توسط برنامه‌ریزی ژنتیک، هنگامی که توزیع مقادیر باقی‌مانده غیر نرمال است، حتی زمانی که رابطه‌ی واقعی خطی بوده، خطای کم‌تری نسبت به مدل رگرسیونی خواهد داشت.

$$\hat{y}_i = 1,118x_1 + 3,134x_2 - 0,1322x_2(2x_1 - x_2) - 8,047 \quad (9)$$

تخمین زده شده در جدول ۲ ارائه شده است. این نتایج دقت رابطه‌ی تخمین زده شده با استفاده از روش پیشنهادی را نشان می‌دهد.

$$\hat{y} = 50,49 + 5,41x_1 + 10,16x_2 + 1,07x_3 = -21,07 + 0,2705\xi_1 + 0,508\xi_2 + 0,1426\xi_3 \quad (5)$$

$$\hat{y} = 0,1058\xi_1 + 0,4849\xi_2 - 3,315(10^{-6})\xi_1^2(\xi_2 - 2\xi_1 + 5,868) + 0,000379\xi_2\xi_3 - 0,000379(\xi_1 + \xi_2)(\xi_1 - \xi_2) + 11,2 \quad (6)$$

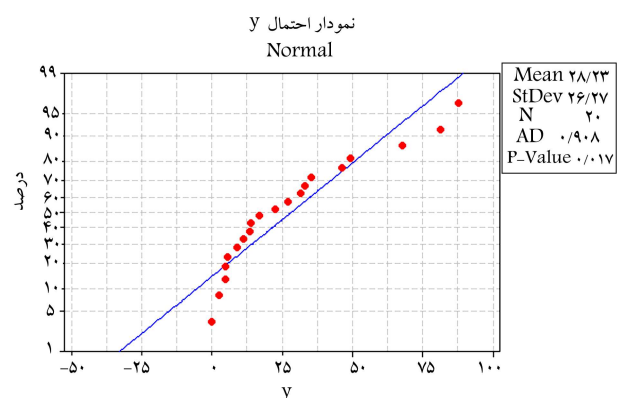
یکی از الزامات اولیه برای تحلیل رگرسیون، نرمال بودن توزیع باقی‌مانده‌هاست. مثال دوم برای نشان دادن کارایی روش پیشنهادی، هنگامی که مقادیر باقی‌مانده‌ها توزیع نرمالی ندارند، آورده شده است. بر همین اساس رابطه‌ی ۷ به عنوان معادله‌ی اصلی در نظر گرفته شده و در ادامه ۲۰ داده به عنوان متغیرهای مستقل -- در شرایطی که دارای باقی‌مانده‌هایی با توزیع نمایی با $\lambda = 2$ هستند -- تولید شده است. مقادیر متغیرها به همراه مقدار باقی‌مانده‌ی آن‌ها در جدول ۳ ارائه شده است.

$$y_i = x_1 - 3x_2 - \lambda + \varepsilon_i \quad (7)$$

با انجام آزمون نرمال اندرسون دارلینگ برای مقادیر پاسخ (شکل ۵) مقدار آماره‌ی مربوطه (AD) و P-value متناظر به ترتیب برابر ۰,۹۰۸ و ۰,۱۷ به دست آمده

جدول ۲. مقایسه‌ی مقادیر حاصل از تخمین رابطه‌ی بین متغیرهای کنترلی و متغیر پاسخ با دو روش رگرسیون و برنامه‌ریزی ژنتیک.

شماره آزمایش	مقادیر واقعی حاصل از آزمایشات	روش رگرسیون	برنامه‌ریزی ژنتیک
۱	۳۲	۳۵,۳۶	۳۱,۹۹
۲	۴۶	۴۴,۱۳	۴۵,۹۹
۳	۵۷	۵۵,۴۶	۵۷,۱۹
۴	۶۵	۵۴,۸۳	۶۴,۷۴
۵	۳۶	۳۵,۳۷	۳۵,۹۷
۶	۴۸	۴۷,۶۳	۴۷,۹۸
۷	۵۷	۶۱,۲۴	۵۶,۷۸
۸	۶۸	۷۰,۰۱	۶۸,۱۹
۸	۵۰	۵۰,۴۹	۵۰,۱۴
MSE	-	۱۷,۹۱	۰,۰۲۶



شکل ۵. آزمون نرمال بودن اندرسون دارلینگ برای مقادیر پاسخ در مثال عددی دوم.

جدول ۴. مقادیر تخمین زده شده و مجموع مربعات خطا در مثال عددی دوم.

شماره آزمایش	مقادیر واقعی پاسخ‌ها	روش رگرسیون	برنامه‌ریزی ژنتیک
۱	۲,۶۴	۵,۱۹	۳,۰۴
۲	۱۱,۲۲	۹,۷۳	۱۱,۱۶
۳	۲۷,۰۹	۲۳,۴	۲۷,۸۷
۴	۳۱,۴۳	۲۵,۵۴	۳۱,۸۸
۵	۴۶,۴۴	۴۵,۰۶	۴۴,۳۶
۶	۲۲,۵۴	۱۶,۱۸	۲۲,۴
۷	۱۶,۸۵	۱۲,۹۷	۱۶,۳۹
۸	۱۳,۸۲	۱۲,۵	۱۵,۱۴
۹	۵,۷۶	۶,۳۹	۵,۲۲
۱۰	۴۹,۴۹	۴۶,۸	۴۵,۹
۱۱	۸,۹	۹,۰۸	۱۰
۱۲	۶۷,۸۵	۷۶,۲۲	۶۳,۸۳
۱۳	۸۷,۶۸	۱۰۵,۸۵	۷۵,۷۷
۱۴	۳۵,۳۸	۳۲,۶۷	۳۵,۸۸
۱۵	۰,۱۲	۴,۰۱	۰,۰۹
۱۶	۸۱,۳۹	۸۱,۲۳	۸۱,۹۶
۱۷	۳۳,۱۸	۲۴,۹۳	۳۳,۲۳
۱۸	۴,۷۳	۶,۱۶	۴,۷۷
۱۹	۱۳,۳۸	۱۰,۹۸	۱۲,۹۷
۲۰	۴,۷۴	۵,۹۳	۴,۵۵
میانگین مجموع مربعات خطا (MSE)		۳۲,۸۱	۹,۵

در مثال‌های قبیل با در نظر گرفتن یک متغیر پاسخ، کارایی روش برنامه‌ریزی ژنتیک در تخمین دقیق تر رابطه‌ی بین متغیرهای کنترلی و متغیر پاسخ بررسی شده است. در این مرحله روش پیشنهادی برای بهینه‌سازی مسائل چندپاسخه درمورد یک مثال عددی برگرفته از تحقیقات پیشین ارزیابی می‌شود.

در مثال عددی سوم از داده‌های مربوط به مطالعه‌ی مربوط به بررسی عوامل مؤثر در تولید xylose^[۲۸] استفاده شده است. در این بررسی سه عامل کنترلی غلظت H₂SO₄، دمای واکنش، و زمان واکنش برای تولید xylose و دو متغیر پاسخ، شامل درصد تولید xylose و درصد جداپذیری آن، در نظر گرفته شده است. در مطالعه‌ی مذکور بعد از انجام آزمایشات، ضمن تحلیل نتایج حاصله با استفاده از نرم‌افزار Design Expert، روابط رگرسیونی ۱۰ و ۱۱ برای متغیرهای پاسخ به دست آمد:

$$\hat{Y}_1 = 86,94 + 2,41x_1 + 3,83x_2 + 6,99x_3 - 19,15x_1^2 - 7,09x_2^2 - 12,47x_3^2 - 11,15x_1x_2 - 22,08x_1x_3 - 1,15x_2x_3 \quad (10)$$

$$\hat{Y}_2 = 16,38 - 3,55x_1 - 4,05x_2 + 0,35x_3 - 4,4x_1^2 + 2,53x_2^2 - 2,34x_3^2 - 0,17x_1x_2 - 5,31x_1x_3 - 0,51x_2x_3 \quad (11)$$

حال در ادامه با به کارگیری روش برنامه‌ریزی ژنتیک بدون نیاز به تحلیل نتایج می‌توان رابطه‌ی بین متغیرهای کنترلی و متغیر پاسخ را تخمین زد. در جدول ۵ پارامترهای مورد نظر برای اجرای الگوریتم ارائه شده است.

پس از انجام محاسبات، روابط ۱۲ و ۱۳ برای دو متغیر پاسخ به دست آمده است. در جدول ۶ و ۷ به ترتیب مقادیر حاصل از هر دو روش در سطوح مختلف

جدول ۵. پارامترهای مورد استفاده در برنامه‌ریزی ژنتیک برای مثال عددی سوم.

پارامتر	مقدار
تعداد جمعیت اولیه	۱۰۰
تعداد تکرار نسل‌ها	۱۰۰
شرط توقف	رسیدن به بیشترین تکرار
توابع ارتباط دهنده	×, +, -
ترمینال‌ها	متغیرهای کنترلی، اعداد تصادفی بین ۱۰ و -۱۰

جدول ۶. مقایسه‌ی مقادیر حاصل از دو روش تخمین روابط بین متغیرهای کنترلی و متغیر پاسخ اول.

شماره آزمایش	مدل رگرسیونی	برنامه‌ریزی ژنتیک	مقدار پاسخ ۱
۱	۲۷,۰۸	۱۳,۷۳	۱۳,۱۶
۲	۸۶,۹۴	۸۵,۱۵	۷۰,۸۸
۳	۰,۶۲	۱۲,۲۱	۱۱,۶۴
۴	۸۸,۷۲	۹۵,۹۶	۸۶,۹۱
۵	۸۶,۹۴	۸۵,۱۵	۹۰,۰۳
۶	۶۱,۰۶	۵۹,۹۳	۵۴,۷۲
۷	۸۶,۹۴	۸۵,۱۵	۹۰
۸	۳۲,۸۸	۲۷,۳۸	۲۸,۹۵
۹	۲۸,۷۱	۲۵	۲۷,۹۵
۱۰	۳۶,۸۲	۴۳,۱۹	۴۱,۷
۱۱	۶۳,۴۲	۷۰,۱۲	۷۴,۵۵
۱۲	۴۴,۰۲	۴۹	۴۵,۰۴
۱۳	۵۹,۵۶	۵۹,۹۳	۶۲,۹۹
۱۴	۸۶,۹۴	۸۵,۱۵	۸۹,۷۴
۱۵	۸۶,۹۴	۸۵,۱۵	۸۹,۹۴
۱۶	۷۳,۳۲	۷۶,۴۱	۸۱,۵۵
۱۷	۸۶,۹۴	۸۵,۱۵	۹۰,۳۵
۱۸	۳۹,۹	۳۳,۷۶	۳۲,۹
۱۹	۷۱,۹	۷۴,۳۴	۷۰,۸۱
۲۰	۶۰,۴۴	۵۸,۲۲	۵۶,۳
MSE	۵۱,۳۴	۲۸,۰۵	-

متغیرهای کنترلی برای پاسخ اول و دوم ارائه شده است.

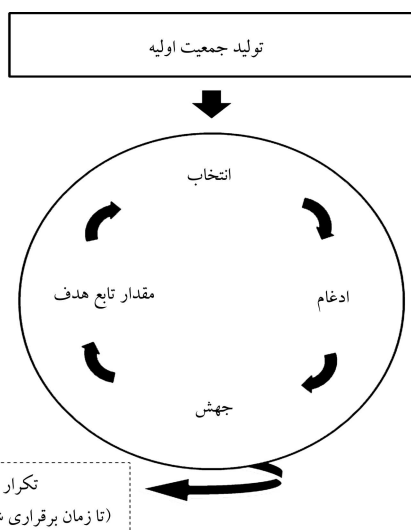
$$\hat{Y}_1 = 85,15 + 5,407x_1 + 5,407x_2 + 10,81x_3 - 6,305(x_1 + x_2)^2 - 11,74(x_1 + x_2)^2 - 2,608x_3(x_1 + x_2)(x_1 + 2x_2 + x_3) \quad (12)$$

$$\hat{Y}_2 = 14,71 - 2,228x_1 - 0,8093x_2 - 0,7451x_3 - 1,986x_1x_2 + 1,322x_2x_3^2 - 1,312x_1^2 + 0,2424(7,738x_2 - 2,319) + (2x_2 + x_2x_2 - 2,519) - 1,989x_1^2x_3^2(x_1 - x_2 + 2,519) + 1,134x_1(x_1 + x_2)(x_2 - 2,943) \quad (13)$$

مقادیر حاصل از هر دو روش و مجموع مربعات خطا نشان‌گر دقت بیشتر در تخمین رابطه‌ی حاصل از روش برنامه‌ریزی ژنتیک نسبت به تخمین رگرسیونی به دست آمده بعد از تحلیل آزمایشات است. این در حالی است که در روش برنامه‌ریزی ژنتیک

جدول ۷. مقایسه‌ی مقادیر حاصل از دو روش تخمین روابط بین متغیرهای کنترلی و متغیر پاسخ دوم.

شماره‌ی آزمایش	مدل رگرسیونی	برنامه‌ریزی ژنتیک	مقدار پاسخ
۱	-۱,۰۷	۰,۱۱۲	۰,۵۹
۲	۱۶,۳۸	۱۶,۱۳	۱۱,۱۳
۳	۱۳,۴۳	۸,۵۷	۷,۹۹
۴	۱۶,۹۹	۱۷,۰۲	۱۷,۵۷
۵	۱۶,۳۸	۱۶,۱۳	۱۹,۲۴
۶	۲۵,۷۷	۲۴,۸۷	۲۵,۰۷
۷	۱۶,۳۸	۱۶,۱۳	۱۵,۱۶
۸	۶,۶۹	۷,۵۱	۷,۶۱
۹	۹,۹	۱۰,۵۲	۱۰,۸۳
۱۰	-۲,۰۴	۲,۸۵	۲,۴۲
۱۱	۱۰,۳۵	۱۱,۱۶	۱۰,۴۴
۱۲	۸,۳۹	۳,۴۲	۳,۶۷
۱۳	۹,۸۷	۷,۳۵	۶,۷۸
۱۴	۱۶,۳۸	۱۶,۱۳	۱۷,۵۴
۱۵	۱۶,۳۸	۱۶,۱۳	۱۵,۹۸
۱۶	۱۶,۷۳	۱۵,۵۴	۱۴,۸۴
۱۷	۱۶,۳۸	۱۶,۱۳	۱۸,۳
۱۸	۹,۱۷	۱۳,۶۷	۱۴,۴۶
۱۹	۱۷,۲۹	۱۲,۹۵	۱۲,۹۳
۲۰	۳۰,۳۵	۳۷,۹۴	۳۷,۵۷
MSE	۱۲,۱۹	۲,۰۴	



شکل ۶. مراحل اجرای الگوریتم ژنتیک.

نسبت حاصل از حد بالا و پایین را نشان می‌دهد. در مثال حاضر حد بالا برابر ۱۰۰ و حد پایین برابر صفر در نظر گرفته شده است.

محققین برای بهینه‌سازی مسئله‌ی مذکور با ترکیب الگوریتم ژنتیک و بهینه‌سازی تجمع ذرات الگوریتم فراابتکاری ترکیبی را ارائه دادند.^[۳۰] در ادامه آنها برای نشان دادن کارایی الگوریتم خود از روش‌های پیشنهادی ارائه‌شده در مطالعات دیگر محققین^[۳۱،۳۲] برای مسئله‌ی گفته شده استفاده کرده و با مقایسه‌ی نتایج خود با نتایج به دست آمده از مطالعات آنان، کارایی الگوریتم خود را نشان دادند. در پژوهش حاضر نتایج گزارش شده از مطالعه‌ی محققین یاد شده^[۳۰] برای سه روش ارائه شده، با روش پیشنهادی حاصل از برنامه‌ریزی ژنتیک مقایسه شده است. لازم به ذکر است الگوریتم ژنتیک روشی شناخته شده در بین الگوریتم‌های فراابتکاری است که در شکل ۶ خلاصه‌ی مراحل اجرای آن نشان داده شده است.

چنان‌که در شکل ۴ نشان داده شده است، رابطه‌ی به دست آمده برای متغیرهای کنترلی و متغیر پاسخ حاصل از برنامه‌ریزی ژنتیک، در نهایت با استفاده از الگوریتم ژنتیک بهینه‌سازی شده و نتایج آن به همراه نتایج به دست آمده از مطالعات پیشین در جدول ۸ آورده شده است.

چنان‌که در جدول ۸ نیز مشخص است، مقادیر به دست آمده برای دو متغیر پاسخ (Y_1, Y_2) با توجه به رابطه‌ی تخمین در نظر گرفته شده متفاوت است، و لذا دقت رابطه‌ی تخمین زده شده می‌تواند تأثیر زیادی در تعیین مقدار بهینه برای متغیرهای کنترلی داشته باشد. چنان‌که در جدول‌های ۶ و ۷ نشان داده شده است، مدل به دست آمده از برنامه‌ریزی ژنتیک نسبت به مدل رگرسیون خطای کم‌تری دارد. از آنجا که هدف طراحی آزمایش در مثال مذکور شناسایی بهترین مقدار متغیرهای کنترلی برای افزایش متغیرهای پاسخ است، مطابق آنچه که در شکل ۷ نشان داده شده بهینه‌سازی رابطه‌ی به دست آمده از روش پیشنهادی نسبت به مطالعات گذشته از مطلوبیت بیشتری برخوردار است.

در پایان یادآور می‌شود محاسبات برنامه‌ریزی ژنتیک در این مقاله به کمک نرم‌افزار GPTIPS از ابزارهای موجود در نرم‌افزار MATLAB انجام گرفته است.^[۳۳] نرم‌افزار مذکور از ابزارهای مورد استفاده برای انجام محاسبات به روش برنامه‌ریزی ژنتیک است که در سال‌های اخیر در مطالعات بسیاری مورد استفاده قرار گرفته است.^[۳۵،۳۴]

نیازی به هیچ‌گونه پیش‌فرض و تحلیل آزمایشات وجود ندارد. علاوه بر این با تغییر پارامترهای ورودی برنامه‌ریزی ژنتیک (مانند تعداد تکرار، نوع توابع ربط دهنده و...) می‌توان به تخمینی بهتر، اگر چه پیچیده‌تر، دست یافت.

در ادامه با استفاده از روش تابع مطلوبیت ارائه شده در مطالعات پیشین،^[۲۹] معادلات تخمین زده شده در مرحله‌ی قبل به یک معادله تبدیل شده و در نهایت به کمک الگوریتم ژنتیک بهینه‌سازی شده است. رابطه‌ی ۱۴ نحوه‌ی استفاده از تابع مطلوبیت را در این مثال نشان می‌دهد:

$$d_j(\hat{y}_j(x)) = \begin{cases} 0 & \text{if } \hat{y}_j(x) = L_j \\ \left(\frac{\hat{y}_j - L_j}{U_j - \hat{y}_j} \right)^r & \text{if } L_j < \hat{y}_j < U_j \\ 1 & \text{if } \hat{y}_j(x) = U_j \end{cases} \quad (14)$$

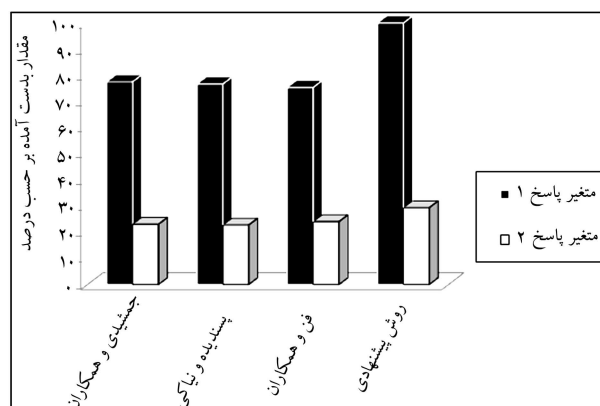
که در آن، \hat{y}_j رابطه‌ی به دست آمده برای متغیر پاسخ j است L_j و U_j به ترتیب نشان‌گر حد پایین و حد بالای مربوط به متغیر پاسخ i است. r میزان خطی بودن

جدول ۸. نتایج به دست آمده از چهار مطالعه‌ی انجام شده در مثال سوم.

مقدار مطلوبیت	بهترین مقادیر به دست آمده					
	Y_2	Y_1	X_3	X_2	X_1	
۰٫۴۱۲۶	۲۳٫۰۰۷۴	۷۷٫۳۳۹۷	۰٫۳	-۱	۰	۱. جمشیدی و همکاران
۰٫۴۱۶۸	۲۲٫۷۱۱۶	۷۶٫۵۰۰۹	۰٫۵۰۷۴	۰٫۷۷۷۵	-۰٫۴۵۸۳	۲. پسندیده و نیاکی
۰٫۴۲۱۹	۲۳٫۹۸۷۷	۷۵٫۱۹۹۶	۰٫۵۲۱۷	-۰٫۹۸۷۰	-۰٫۲۶۹۲	۳. فن و همکاران
۰٫۵۴۰۸	۲۹٫۳۱	۹۹٫۷۸	۱٫۵۳	۱٫۴۳	-۱٫۳۶	۴. روش پیشنهادی

۵. نتیجه‌گیری

در این تحقیق از روش برنامه‌ریزی ژنتیک در حل مسائل چندپاسخه استفاده شد. چنان که در جدول ۸ نشان داده شد، این روش از مطلوبیت بیشتری نسبت به سایر روش‌ها برخوردار است. از مزایای استفاده از روش برنامه‌ریزی ژنتیک می‌توان به مستقل بودن عملکرد این روش نسبت به نوع توزیع باقی‌مانده‌ها (جدول ۲)، تعداد متغیرهای کنترلی (جدول ۴) اشاره کرد. علاوه بر این چنان که گفته شد توابع ارتباط‌دهنده توسط کاربر تعیین می‌شود و بنابراین رابطه‌ی تخمین زده شده دارای انعطاف بیشتری نسبت به مدل رگرسیون است. در پایان بررسی همبستگی بین متغیرهای پاسخ در هنگام تخمین، استفاده از عملگرهای انتخاب و استراتژی‌های متناظر در بهبود عملکرد تخمین رابطه‌ی به‌عنوان مطالعات آتی پیشنهاد می‌شود.



شکل ۷. مقایسه مقادیر متغیرهای پاسخ با روش‌های مختلف و روش پیشنهادی در مثال عددی سوم.

پانوشته‌ها

1. Genetic programming (GP)
2. priority based method
3. desirability function
4. selectivity

منابع (References)

1. Montgomery, D.C., *Design and Analysis of Experiments*, New York, John Wiley & Sons (1997).
2. Lind, E., Goldin, J. and Hichman, J. "Fitting yield and cost response surface", *Chemical Engineering Progress*, **56**(11), pp. 62-68 (1960).
3. Coello, C.A. "An updated survey of GA-based multi-objective optimization techniques", *ACM Computing Surveys*, **32**(2), pp. 109-143 (2000).
4. Harrington, E.C. "The desirability function", *Industrial Quality Control*, **21**(10), pp. 494-498 (1965).
5. Khuri, A.I. and Conlon, M. "Simultaneous optimization of several responses represented by polynomial regression functions", *Technometrics*, **23**(4), pp. 363-375 (1981).
6. Del Castillo, E. and Montgomery, D.C. "A nonlinear programming solution to the dual response problem", *Journal of Quality Technology*, **25**(3), pp. 199-204 (1993).
7. Leon, N.A. "A pragmatic approach to multiple-response problem using loss function", *Quality Engineering*, **9**(2), pp. 213-220 (1996-7).
8. Cheng, C.B. "Process optimization by soft computing and its application to a wire bonding problem", *International Journal of Applied Science and Engineering*, **2**(1), pp. 59-71 (2004).
9. Noorossana, R., Tajbakhsh, S.D. and Saghaei, A. "An artificial neural network approach to multiple-response optimization", *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, **40**(11-12), pp. 1227-1238 (2009).
10. Pal, S. and Gauri, S.K. "Multi-response optimization using multiple regression based weighted signal-to-noise ratio (MRWSN)", *Quality Engineering*, **22**(4), pp. 336-350 (2010).
11. Ortiz, F., Simpson, J.R., Pignatiello, J.J. and Heredia Langner, A. "A genetic algorithm approach to multiple-response optimization", *Journal of Quality Technology*, **36**(4), pp.432-450 (2004).
12. Amiri, A., Bashiri, M., Mogouie, H. Doroudyan, M.H. "Non-normal multi-response optimization by multivariate process capability index", *Scientia Iranica*, **19**(6), pp. 1894-1905 (2012).
13. Bashiri, M. and Moslemi, A. "Simultaneous robust estimation of multi-response surfaces in the presence of out-

- liers”, *Journal of Industrial Engineering International*, **9**(1), pp. 1-12 (2013).
14. Şimşek, B. and Yusuf Tansel, İ. “Multi-response simulation optimization approach for the performance optimization of an alarm monitoring center”, *Safety Science*, **66**(2), pp. 61-74 (2013).
 15. Box, G. and Cox, D.R. “An analysis of transformations”, *Journal of the Royal Statistical Society, Series B (Methodological)*, **26**(2), pp. 211-252 (1964).
 16. Montgomery, D.C., Peck, E.A. and Vinning, G., *Introduction to Linear Regression Analysis*, New York, Wiley (2001).
 17. Koza, J.R. “Concept formation and decision tree induction using the genetic programming paradigm”, *Parallel Problem Solving from Nature*, Springer, pp. 124-128 (1992).
 18. Santini, M. and Tettamanzi, A. “Genetic programming for financial time series prediction”, *Genetic Programming*, Springer Berlin Heidelberg, pp. 361-370 (2001).
 19. Wagner, N., Michalewicz, Z. and Khouja, M. “Time series forecasting for dynamic environments: The Dy-For genetic program model”, *Transactions on Evolutionary Computation*, **11**(4), pp. 433-452 (2007).
 20. Gandomi, A.H., Roke, D.A. Sett, K. “Genetic programming for moment capacity modeling of ferrocement members”, *Engineering Structures*, **57**(2), pp. 169-176 (2013).
 21. Ghotbi Ravandi, E., Rahmancejad, R., Feili Monfared, A.E. and Ghotbi Ravandi, E. “Application of numerical modeling and genetic programming to estimate rock mass modulus of deformation”, *International Journal of Mining Science and Technology*, **23**(5), pp. 733-737 (2013).
 22. Chen, S.H. and Yeh, C.H. “Genetic programming and the efficient market hypothesis”, *Proceedings of the First Annual Conference on Genetic Programming* (1996).
 23. Chen, S.H., *Genetic Algorithms and Genetic Programming in Computational Finance*, Dordrecht, Kluwer Academic Publishers, Springer (2002).
 24. Potvin, J.Y., Soriano, P. and Vallée, M. “Generating trading rules on the stock markets with genetic programming”, *Computers & Operations Research*, **31**(7), pp. 1033-1047 (2004).
 25. Etemadi, H., Rostamy, A.A. and Dehkordi, H.F. “A genetic programming model for bankruptcy prediction: Empirical evidence from Iran”, *Expert Systems with Applications*, **36**(2), pp. 3199-3207 (2009).
 26. Chen, Y., Mabu, S. and Hirasawa, K. “A model of portfolio optimization using time adapting genetic network programming”, *Computers & Operations Research*, **37**(10), pp. 1697-1707 (2010).
 27. Hsu, C.M. “An integrated portfolio optimisation procedure based on data envelopment analysis, artificial bee colony algorithm and genetic programming”, *International Journal of Systems Science*, **15**(3), pp. 1-20 (2013).
 28. Rahman, S.H.A., Choudhury, J.P., Ahmad, A.L. and Kamaruddin, A.H. “Optimization studies on acid hydrolysis of oil palm empty fruit bunch fiber for production of xylose”, *Bioresource Technology*, **98**(3), pp. 554-559 (2007).
 29. Derringer, G. and Suich, R. “Simultaneous optimization of several response variables”, *Journal of Quality Technology*, **12**(3), pp. 214-219 (1980).
 30. Jamshidi, S., Amiri, M. and Karimi, N. “Nonlinear continuous multi response problems: A novel two-phase hybrid genetic based metaheuristic”, *Applied Soft Computing*, **10**(4), pp. 1274-1283 (2010).
 31. Pasandideh, S.H.R. and Niaki, S.T.A. “Multi-response simulation optimization using genetic algorithm within desirability function framework”, *Applied Mathematics and Computation*, **175**(1), pp. 366-382 (2006).
 32. Fan, S.S., Liang, Y. and Zahara, E. “Hybrid simplex search and particle swarm optimization for the global optimization of multimodal functions”, *Engineering Optimization*, **36**(4), pp. 401-418 (2004).
 33. Searson, D.P., Leahy, D.E. and Willis, M.J. “GPTIPS: An open source genetic programming toolbox for multi-gene symbolic regression”, *Proceedings of the International MultiConference of Engineers and Computer Scientists* (2010).
 34. Garg, A. and Tai, K. “A hybrid genetic programming-artificial neural network approach for modeling of vibratory finishing process”, *International Proceedings of Computer Science and Information Technology*, **18**(2), pp. 14-19 (2011).
 35. Garg, A. and Tai, K. “Comparison of regression analysis, artificial neural network and genetic programming in handling the multicollinearity problem”, *Proceedings of International Conference on Modelling, Identification and Control, IEEE*, pp. 353-358 (2012).