

# پایش فرایندهای دومرحله‌یی با مشخصه‌ی کیفی پروفایلی در مرحله‌ی دوم

حمید اسماعیلی\* (استادیار)

گروه مهندسی صنایع، دانشگاه آزاد اسلامی واحد تهران شمال

احمد صادقیه (استاد)

امیرحسین امیری (استادیار)

گروه مهندسی صنایع، دانشگاه شاهد

یاسر صمیمی (استادیار)

گروه مهندسی صنایع، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

مهندسی صنایع و مدیریت شریف، زمستان ۱۳۹۴ (۱۱-۳)  
دوری ۱ - ۳۱، شماره ۲/۲، ص. ۱۱-۳

در اکثر فرایندها کیفیت محصول حاصل عملکرد مراحل مختلف فرایند روی آن است. این مراحل معمولاً به یکدیگر وابسته‌اند، لذا مستقل فرض کردن مراحل سبب بروز خطا در تحویل خروجی می‌شود. تاکنون تأثیر چنین شرایطی بر پایش فرایندهای چندمرحله‌یی تک‌متغیره و چندمتغیره بررسی شده، در حالی که شرایطی که در آن فرایند چندمرحله‌یی مشخصه‌ی مورد پایش از جنس پروفایل باشد کم‌تر مورد پژوهش قرار گرفته است. در این نوشتار علاوه بر معرفی مدلی مبنی بر وجود پروفایل در یک فرایند دومرحله‌یی، دو رویکرد مختلف برای پایش این فرایند پیشنهاد شده است. همچنین عملکرد دو رویکرد پیشنهادی تحت تغییرات مختلف در پارامترهای پروفایل و مشخصه‌ی کیفی مرحله‌ی اول با استفاده از معیار متوسط طول دنباله در فاز دو مقایسه شده است. نتایج نشان می‌دهد که هر دو رویکرد ارائه شده عملکرد مناسبی دارند.

واژگان کلیدی: فرایند دومرحله‌یی، پایش پروفایل، خاصیت آبخاری، متوسط طول دنباله، نمودار کنترل میانگین متحرک موزون نمایی.

## ۱. مقدمه

در فعالیت‌های تحقیقاتی انجام‌شده در زمینه‌ی نمودارهای مختلف کنترل به‌شدت بر استفاده‌ی صحیح از نمودارهای کنترل در موقعیت مناسب تأکید شده و درخصوص بروز خطای ناشی از استفاده نامناسب آنها بررسی‌های مختلفی انجام شده است. دو مورد از این تحقیقات منشاء اصلی این مقاله است که سعی شده به این دو موضوع نگاه همزمان داشته باشیم.

گروه اول معتقدند که بسیاری از فرایندهای تولیدی به‌صورت سیستم‌های پیچیده و غالباً چندمرحله‌یی‌اند. از این رو کیفیت محصول خروجی باید با پایش چندین فرایند به هم وابسته صورت پذیرد؛ این نوع کنترل را «پایش فرایندهای چندمرحله‌یی» می‌نامند.<sup>[۱]</sup> یادآور می‌شود که فرایندهای چندمرحله‌یی دارای خاصیت آبخاری هستند؛ بدین معنا که در هر مرحله از این فرایندها کیفیت به دو پارامتر وابسته است: ۱. کیفیت خاص که به کیفیت و عملیات انجام شده در مرحله‌ی جاری می‌پردازد؛ ۲. کیفیت کل که کیفیت ناشی از مراحل قبل و مرحله‌ی جاری تعریف می‌شود. می‌توان پژوهش‌های صورت پذیرفته<sup>[۱،۲]</sup> در حوزه‌ی پایش فرایندهای چندمرحله‌یی

\* نویسنده مسئول

تاریخ دریافت: ۱۳۹۲/۲/۱۰، اصلاحیه ۱۳۹۳/۳/۲۸، پذیرش ۱۳۹۳/۴/۴.

h\_emaili@iau-tnb.ac.ir  
sadegheih@yazduni.ac.ir  
amiri@shahed.ac.ir  
y\_samimi@kntu.ac.ir

را -- که فعالیت‌های انجام شده در آنها مبتنی بر خاصیت آبخاری است -- پایه‌ی تحقیقات انجام‌شده عنوان کرد. پس از این پژوهش‌ها، نمودار کنترل مشابهی بدون در نظر گرفتن اثر خاصیت آبخاری ارائه شد<sup>[۳]</sup> که افق جدیدی در تجزیه و تحلیل و بهبود فرایندهای چندمرحله‌یی به وجود آورد. در ادامه محققین<sup>[۴،۵]</sup> با بسط و گسترش این نمودار بر استفاده از آن تأکید کردند. با فرض نرمال نبودن داده‌ها، مثال‌های گوناگونی در زمینه‌ی فرایندهای چندمرحله‌یی در صنایع نیمه‌هادی<sup>[۶-۸]</sup> مطرح شده است. همچنین شبکه‌ی عصبی مصنوعی برای پایش فرایندهای چندمرحله‌یی کاربرد داشته است.<sup>[۹]</sup>

گروه دوم بر این باور بودند که معمولاً کیفیت یک فرایند یا محصول به‌وسیله‌ی توزیع یک یا چند مشخصه‌ی کیفی توصیف، و به‌وسیله‌ی نمودارهای کنترلی تک‌متغیره یا چندمتغیره کنترل می‌شود. اما در بعضی از شرایط، کیفیت یک فرایند یا محصول به‌وسیله‌ی رابطه‌ی بین متغیر پاسخ و یک یا چند متغیر مستقل توصیف می‌شود. آنها این رابطه را پروفایل نامیدند.<sup>[۱۰]</sup>

در یکی از پژوهش‌های مبتنی بر پایش پروفایل‌ها<sup>[۱۱]</sup> دو رویکرد برای پایش پروفایل‌های خطی ساده در فاز دوم پیشنهاد شده است.<sup>[۱۱]</sup> در پژوهشی دیگر از این دست<sup>[۱۲]</sup> محققین برای پایش پروفایل‌های خطی ساده سه نمودار هم‌زمان با حافظه،

ضروری است. در این مقاله این نوع پایش فرایند را پایش پروفایل در فرایندهای چندمرحله‌ی می‌نامیم؛ در واقع در این حالت مراحل از یکدیگر مستقل نیستند و طبق خاصیت آبخاری مراحل قبل تأثیر خود را روی مراحل بعدی می‌گذارند.

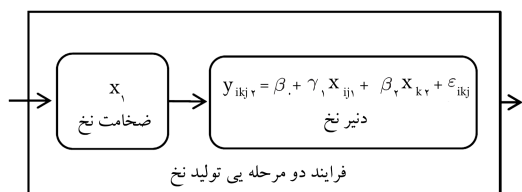
به‌عنوان نمونه، در یک کارخانه‌ی تولید نخ نایلونی در ابتدا طی فرایند پلیمریاسیون از مواد پلیمری در کارخانه چپیس تهیه می‌شود. سپس مواد به دست آمده با اعمال فرایند اکستروژن به نخ نایلونی تبدیل می‌شود. نخ‌های نایلونی انواع مختلفی مانند: نخ تکستچر (استرچ)، نخ ماهی‌گیری و غیره دارند. یکی از انواع نخ‌های نایلونی نخ تکستچر است که باید ضریب کششی بالایی داشته باشد. از این نخ‌ها در لباس‌های به‌اصطلاح چسبان مانند جوراب که باید دارای کشش بالایی باشد تا به‌راحتی پوشیده شود و سپس به فرم پا درآید استفاده می‌شود. از این رو در خلال فرایند تولید آزمایش‌های مختلفی از نقطه‌نظر فیزیکی، بافندگی و رنگ‌رزی بر روی این نخ‌ها انجام می‌شود که از جمله می‌توان به تعیین نایک‌نواختی جرمی، تعیین دنیر، اندازه‌گیری ازدیاد طول و مقاومت، و آزمایش سطح مقطع نخ اشاره کرد.

نایک‌نواختی جرمی نخ (ضخامت نخ) میزان غیریکنواخت بودن نخ از نظر قطر به‌کمک دستگاه دقیق و حساس اوستر اندازه‌گیری می‌شود. اساس کار این دستگاه بر استفاده از خازن استوار است؛ با برقراری جریان مستقیم و با شدت ولتاژ مشخص می‌توان میدان الکتریکی مشخصی میان صفحات خازن برقرار کرد. از آنجا که ظرفیت خازن متناسب با جرم مدار قرار گرفته بین دو الکترود است، با عبور شیء بین دو صفحه‌ی خازن متناسب با تغییرات جرم (ضخامت نخ) تغییراتی در جریان مواد به وجود می‌آید که این تغییرات نموداری از حالت یکنواختی نخ است. با استفاده از منحنی اسپکتروگرام می‌توان به‌صورت کاملاً پیوسته میزان ضخامت نخ و محل خطاها را تشخیص داد.

در مرحله‌ی بعد مشخصه‌ی دیگر مورد سنجش از جنس پروفایل است، تعیین دنیر نخ است. بدین‌صورت که در ابتدا مقداری از روی بوبین (ماسوره نخ) گرفته می‌شود سپس سر نخ را به چرخ دستگاه دنیرگیر گره زده و کنتور آن را روی ۳۰ متر تنظیم می‌کنیم. دستگاه را روشن نموده به مقدار ۳۰ متر از نخ روی بوبین پیچیده می‌شود. سپس دستگاه به‌طور خودکار خاموش می‌شود. دنیر نخ عبارت است از وزن ۳۰ متر نخ ضرب در ۱۰۰ که با وزن ۳۰۰۰ متر نخ برابر است. سپس این فعالیت را برای محاسبه‌ی دنیر ۶۰ متر و ۹۰ متر به همان طریقی که در مورد دنیر ۳۰ متر مطرح شد محاسبه می‌کنند.

چنان‌که مشخص است برای تعیین نایک‌نواختی جرمی نخ یا ضخامت نخ در یکی از مراحل یک مشخصه‌ی کیفی وجود دارد، و در مرحله‌ی بعد برای محاسبه‌ی دنیر نخ یک پروفایل موجود است؛ ضخامت نخ به‌عنوان یک مشخصه‌ی کیفی در مرحله‌ی اول روی مشخصه‌ی کیفی مرحله‌ی دوم تأثیر می‌گذارد.

در شکل ۱ براساس مثال ذکر شده، یک مدل مفهومی از فرایند دومارحله‌ی با حضور مشخصه‌ی کیفی  $x_1$  در مرحله‌ی اول و پروفایل  $y_2$  در مرحله‌ی دوم نشان داده شده است.



شکل ۱. مدل مفهومی مسئله‌ی مطرح شده در یک فرایند دومارحله‌ی.

میانگین متحرک موزون نمایی را پیشنهاد کردند. در مطالعات بعدی روشی برای پایش پروفایل‌های خطی ساده ارائه<sup>[۱۳]</sup> و عملکرد آن با روش پیشین<sup>[۱۲]</sup> مقایسه شد. در ادامه، روش‌هایی مبتنی بر تخمین نقطه‌ی تغییر برای پایش پروفایل‌های خطی ساده به ترتیب در فاز ۲ و فاز ۱ پیشنهاد شد.<sup>[۱۵،۱۴]</sup>

در تحقیقات ذکر شده کم‌تر مشاهده شده است که بررسی توانان دو محیط پایش پروفایل و کنترل فرایندهای چندمرحله‌ی مورد توجه محققین قرار گرفته شده باشد. این در حالی است که می‌توان در صنایع مختلف مثال‌های زیادی مبنی بر وجود پروفایل در دست کم یکی از فرایندهای چندمرحله‌ی یافت. به‌عنوان نمونه، در یک کارخانه‌ی تولید نخ نایلونی در خلال انجام فرایندهای تولید می‌توان مراحل مختلفی را برشمرد که با وجود حضور پروفایل بین مشخصات کیفی آنها، مراحل نیز به یکدیگر وابسته‌اند. در این فرایند محاسبه‌ی دنیر نخ را می‌توان به‌عنوان یک پروفایل، و محاسبه‌ی ضخامت نخ را به‌عنوان مشخصه‌ی کیفی برای مرحله‌ی دیگر در نظر گرفت. تشریح کامل این مثال در قسمت تعریف مسئله بیان شده است.

با توجه به نمونه‌ی ذکر شده و نمونه‌های بی‌شماری از این دست، در فرایندهای تولیدی می‌توان به اهمیت بررسی پایش یک فرایند چندمرحله‌ی با وجود پروفایل در حداقل یکی از مراحل پی‌برد. در این نوشتار به بررسی پایش یک فرایند دومارحله‌ی که در یکی از مراحل آن یک پروفایل خطی ساده وجود دارد، خواهیم پرداخت. پیش‌تر در این زمینه پژوهش‌هایی نیز انجام شده است.<sup>[۱۷،۱۶]</sup> در این تحقیق عملکرد روش‌های پایش پروفایل خطی در یک فرایند دومارحله‌ی، که مشخصه‌های کیفی هر دو مرحله‌ی آن از جنس پروفایل است، مورد بررسی قرار گرفته است. همچنین محققین با در نظر گرفتن یک فرایند دومارحله‌ی که تنها مشخصه‌ی کیفی مرحله‌ی دوم آن پروفایل است<sup>[۱۸]</sup> یک رویکردی پایشی برای این‌گونه فرایندها پیشنهاد دادند. در این نوشتار نیز یک فرایند دومارحله‌ی را در نظر می‌گیریم که در مرحله‌ی اول یک مشخصه‌ی کیفی متغیر و در مرحله‌ی دوم یک پروفایل وجود دارد. فرض ما بر این است که در فاز ۲ هستیم و بدین ترتیب پارامترهای مدل معلوم می‌شود. ابتدا با استفاده از مدلی ارتباط بین مشخصه‌ی کیفی مرحله‌ی دوم و مرحله‌ی اول برقرار شده که از آن برای تولید داده نیز استفاده می‌شود. سپس با استفاده از دو رویکرد متفاوت نمودارهای کنترل برای پایش هر دو مرحله طراحی می‌شود. در هر دو رویکرد علاوه بر طراحی نمودار کنترل برای پایش میانگین و واریانس مشخصه‌ی کیفی مرحله‌ی اول، نمودارهای کنترل انتخاب عامل انحراف طراحی شده است. طراحی نمودارهای کنترل انتخاب عامل انحراف علاوه بر آن که در پایش فرایند دومارحله‌ی به مهندس کیفیت کمک می‌کند، به تشخیص صحیح مرحله‌ی تأثیرگذار در ایجاد حالت خارج از کنترل نیز کمک خواهد کرد.

بخش دوم این مقاله به تشریح مسئله و مفروضات مدل اختصاص یافته و در بخش سوم رویکردهای پیشنهادی معرفی می‌شود. در بخش چهارم عملکرد دو رویکرد پیشنهادی تحت شیفت‌های مختلف و با استفاده از معیار متوسط طول دنباله با یکدیگر مقایسه می‌شود. در بخش‌های نهایی نیز نتیجه‌گیری ارائه خواهد شد.

## ۲. تعریف مسئله

در بسیاری از شرایط، کیفیت فرایند یا محصول به‌کمک رابطه‌ی بین یک متغیر پاسخ و یک متغیر مستقل توصیف می‌شود و بدین ترتیب در هر مرحله‌ی نمونه‌گیری، مجموعه‌ی داده‌ها گردآوری می‌شود که می‌توان آن را به‌کمک یک پروفایل نشان داد. اما گاهی انجام این پایش پروفایل در مراحل مختلف فرایندهای به هم وابسته

بردار  $e$  مطابق رابطه‌ی ۵ است.

$$y = Xb + e$$

$$\begin{bmatrix} y_{11} \\ y_{12} \\ y_{13} \\ \vdots \\ y_{1n_2} \\ y_{21} \\ y_{22} \\ \vdots \\ y_{2n_2} \\ \vdots \\ y_{n_1 1} \\ \vdots \\ y_{n_1 n_2} \end{bmatrix}_{(n_1 \times n_2) \times 1} = \begin{bmatrix} 1 & x_{11} & x_{12} \\ 1 & x_{11} & x_{22} \\ 1 & x_{11} & x_{32} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & x_{11} & x_{n_2 2} \\ 1 & x_{21} & x_{12} \\ 1 & x_{21} & x_{22} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & x_{21} & x_{n_2 2} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & x_{n_1 1} & x_{12} \\ \vdots & \vdots & \vdots \\ 1 & x_{n_1 1} & x_{n_2 2} \end{bmatrix}_{(n_1 \times n_2) \times 3}$$

$$\times \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \gamma_1 \\ \beta_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \varepsilon_{11} \\ \varepsilon_{12} \\ \varepsilon_{13} \\ \vdots \\ \varepsilon_{1n_2} \\ \varepsilon_{21} \\ \varepsilon_{22} \\ \vdots \\ \varepsilon_{2n_2} \\ \vdots \\ \varepsilon_{n_1 1} \\ \vdots \\ \varepsilon_{n_1 n_2} \end{bmatrix}_{(n_1 \times n_2) \times 1} \quad (5)$$

اینک با استفاده از روش کم‌ترین مربعات خطا، بردار پارامترهای رگرسیون (b) به صورت رابطه‌ی ۶ تخمین زده می‌شود.<sup>[۱۹]</sup>

$$\hat{b} = (X'X)^{-1} X'Y \quad (6)$$

### ۳. رویکردهای پیشنهادی

با توجه به این که بررسی صورت پذیرفته در فاز دوم نمودار کنترل انجام می‌شود و هدف اصلی در این فاز کشف تغییرات فرایند در سریع‌ترین زمان ممکن است، از این رو دو رویکرد برای پایش مدل پیشنهادی معرفی، و مطابق با هر رویکرد نمودارها و آماره‌های مورد پایش تشریح می‌شود.

با توجه به شکل ۱ در این مقاله فرض می‌شود که مشخصه‌ی کیفی مرحله‌ی اول از توزیع نرمال تبعیت می‌کند. همچنین مشخصه‌ی کیفی مرحله‌ی دوم از نوع پروفایل بوده و با یک پروفایل خطی ساده توصیف می‌شود. مطابق شکل ۱، متغیر مستقل پروفایل  $x_2$  در نظر گرفته شده است. همچنین مشخصه‌ی کیفی مرحله‌ی اول بر پروفایل تأثیرگذار است. در این مقاله نوع تأثیر مشخصه‌ی کیفی مرحله‌ی اول بر پروفایل از جنس عرض از مبدأ است؛ این بدان معناست که تغییرات  $x_1$  ممکن است سبب تغییر در عرض از مبدأ پروفایل شود. مسئله به صورت رابطه‌ی ۱ مدل می‌شود:

$$\begin{cases} x_{ij1} \sim N(\mu_{x_1}, \sigma_{x_1}^2) \\ y_{ikj2} = \beta_0 + \gamma_1 x_{ij1} + \beta_2 x_{k2} + \varepsilon_{ikj} \end{cases} \quad (1)$$

که در آن  $\beta_0$  و  $\beta_2$  پارامترهای رابطه‌ی رگرسیونی پروفایل، و  $\gamma_1$  ضریب مشخصه‌ی کیفی مرحله‌ی اول است که در رابطه‌ی پروفایلی حضور دارد. با توجه به رابطه‌ی ۲ می‌توان عملکرد مشخصه‌ی کیفی مرحله‌ی اول را به صورت عرض از مبدأ در رابطه‌ی پروفایل نشان داد:

$$\begin{aligned} \beta_0' &= \beta_0 + \gamma_1 x_{ij1} \\ y_{ikj2} &= \beta_0' + \beta_2 x_{k2} + \varepsilon_{ikj} \end{aligned} \quad (2)$$

مفروضات مدل عبارت‌اند از:

۱. پروفایل‌ها به صورت خطی در نظر گرفته شده است؛
۲. خودهمبستگی درون پروفایل وجود ندارد؛
۳. به دلیل استفاده از رگرسیون، مقادیر  $x_2$  مقادیری ثابت‌اند (متغیر تصادفی نیستند)؛
۴.  $\varepsilon_{ikj}$  دارای توزیع نرمال است:

$$\varepsilon_{ikj} \sim N(0, \sigma_\varepsilon^2) \quad (3)$$

با توجه به شکل ۱ و توضیحات ارائه شده نحوه‌ی گردآوری داده در فرایند دومرحله‌ی در فاز دوم به صورت رابطه‌ی ۴ است. مقدار  $i$ ام مشخصه‌ی کیفی مرحله‌ی اول در یک نمونه  $n_1$  تایی در  $i$ امین نمونه‌ی تصادفی در طول زمان است.  $x_{k2}$  سطح  $k$ ام متغیر مستقل مرحله‌ی دوم در یک نمونه‌ی  $n_2$  تایی را نشان می‌دهد. در نهایت  $y_{ikj2}$  مقدار متغیر پاسخ مرحله‌ی دوم به ازای  $i$ امین مقدار مشخصه‌ی کیفی مرحله‌ی اول و  $k$ امین سطح متغیر مستقل مرحله‌ی دوم در  $i$ امین نمونه‌ی تصادفی در طول زمان است ( $i = 1, \dots, n_1$  و  $j = 1, 2, \dots, n_2$  و  $k = 1, \dots, n_2$ ).

$$\begin{aligned} &(y_{11}, x_{11}, x_{12}), (y_{12}, x_{11}, x_{22}), \dots, (y_{1n_2}, x_{11}, x_{n_2 2}), \\ &(y_{21}, x_{21}, x_{12}), (y_{22}, x_{21}, x_{22}), \dots, (y_{2n_2}, x_{21}, x_{n_2 2}), \\ &\dots, (y_{n_1 1}, x_{n_1 1}, x_{12}), (y_{n_1 2}, x_{n_1 1}, x_{22}), \dots, (y_{n_1 n_2}, x_{n_1 1}, x_{n_2 2}) \end{aligned} \quad (4)$$

نحوه‌ی عمل در رابطه‌ی ۴ چنین است که ابتدا از مرحله‌ی اول یک نمونه‌ی  $n_1$  تایی از مشخصه‌ی کیفی  $x_1$  اخذ می‌کنیم؛ حال به ازای هر مقدار از مشخصه‌ی کیفی مرحله‌ی اول یک پروفایل به ازای مقادیر مختلف  $x_2$  داریم. با توجه به نوع خاص نمونه‌گیری از فرایند دومرحله‌ی مورد نظر، ماتریس طراحی  $X$ ، بردار  $y$ ، بردار  $b$  و

### ۱.۱.۳. رویکرد پایش ضرایب پروفایل

یکی از رویکردهای پیشنهادی در این نوشتار برای پایش یک فرایند دوجمله‌ی به صورت شکل ۱، رویکرد «پایش ضرایب پروفایل» است. بدین صورت که در این رویکرد ضرایب پروفایل در مرحله‌ی دوم در حضور مشخصه‌ی کیفی مرحله‌ی اول مورد پایش قرار می‌گیرد. با توجه به رابطه‌ی ۱، منظور از ضرایب پروفایل همان  $\beta_0, \beta_1$  و  $\beta_2$  است. لازم به ذکر است که مدل ارائه شده در رابطه‌ی ۱ اثر متغیر مرحله‌ی اول را لحاظ می‌کند. در واقع با چنین رویکردی عملاً اثر مشخصه‌ی کیفی مرحله‌ی اول از روی پارامترهای پروفایل در مرحله‌ی دوم از بین می‌رود و نمودار کنترل طراحی شده برای پایش ضرایب پروفایل مانند نمودار انتخاب عامل انحراف عمل می‌کند. در این رویکرد میانگین و انحراف معیار مشخصه‌ی کیفی مرحله‌ی اول توسط نمودارهای کنترل  $\bar{X}/R$  پایش می‌شود. البته با توجه به حجم هر بار نمونه‌گیری می‌توان از سایر نمودارهای کنترل شوهارت استفاده کرد. در نوشتار حاضر به این علت که اندازه‌ی نمونه ۵ در نظر گرفته شده است، از نمودار کنترل  $\bar{X}/R$  استفاده شده است. سپس برای پایش مرحله‌ی دوم، به‌جای مشخصه‌ی کیفی مرحله‌ی دوم (متغیر پاسخ)، پارامترهای پروفایل پایش می‌شود. در ادامه نمودارها و همچنین آمارهای مورد استفاده در این رویکرد را شرح خواهیم داد.

#### ۱.۱.۳.۱. نمودار $\bar{X}/b$

نمودارهای کنترل  $\bar{X}/b$  جزو نمودارهای سنتی برای پایش میانگین و واریانس یک مشخصه‌ی کیفی متغیر است، زمانی که اندازه نمونه در هر بار نمونه‌گیری کوچک باشد. در این نوشتار از این نمودارهای کنترل برای پایش میانگین و انحراف معیار مشخصه‌ی کیفی مرحله‌ی اول ( $x_1$ ) در رویکرد پایش ضرایب پروفایل استفاده می‌شود. آماره‌ی نمودارهای کنترل  $\bar{X}$  و  $R$  به ترتیب در روابط ۷ و ۸ ارائه داده شده است.  $i$  شماره‌ی اندازه نمونه‌ی  $n_1$  تایی از مشخصه‌ی کیفی مرحله‌ی اول  $x_1$  است ( $i = 1, \dots, n_1$ ). همچنین حدود کنترل نمودار  $\bar{X}$  و  $R$  به ترتیب در روابط ۹ و ۱۰ بیان شده است.  $d_{r1}, d_{r2}$  مقادیر ثابتی هستند که وابسته به اندازه نمونه‌اند: [۲۰]

$$\bar{x}_j = \frac{\sum_{i=1}^{n_1} x_{i1}}{n_1} \quad (7)$$

$$R_j = \max(x_{i1}) - \min(x_{i1}) \quad (8)$$

$$\begin{cases} UCL_{\bar{X}} = \mu_{x_1} + L \frac{\sigma_{x_1}}{\sqrt{n_1}} \\ LCL_{\bar{X}} = \mu_{x_1} - L \frac{\sigma_{x_1}}{\sqrt{n_1}} \end{cases} \quad (9)$$

$$\begin{cases} UCLR = \sigma_{x_1} (d_{r1} + L_1 d_{r2}) \\ LCLR = \max\{0, \sigma_{x_1} (d_{r1} - L_1 d_{r2})\} \end{cases} \quad (10)$$

#### ۲.۱.۳. نمودار کنترل $T^2$ هتالینگ

در کنترل فرایند آماری برای پایش فرایندی که دارای بیش از یک مشخصه‌ی کیفی همبسته است از نمودار کنترل چندمتغیره‌ی  $T^2$  استفاده می‌شود. از آنجا که برآورد حداقل مربعات پارامترهای پروفایل خطی ساده  $(\hat{\beta}_{0j}, \hat{\gamma}_{1j}, \hat{\beta}_{2j})$  براساس رابطه‌ی ۶ همبسته‌اند، می‌توان آنها را توسط یک نمودار چندمتغیره‌ی  $T^2$  هتالینگ به‌طور همزمان پایش کرد. آماره‌ی  $T^2$  مطابق رابطه‌ی ۱۱ محاسبه می‌شود: [۲۰]

$$T_j^2 = (z_j - \mu)^T \Sigma^{-1} (z_j - \mu) \quad (11)$$

با توجه به رابطه‌ی ۱۱ هر مشاهده توسط  $z_j$  نمایش داده می‌شود که عبارت است از:

$$z_j = (\hat{\beta}_{0j}, \hat{\gamma}_{1j}, \hat{\beta}_{2j}) \quad (12)$$

برآورد ضرایب مدل یعنی  $(\hat{\beta}_{0j}, \hat{\gamma}_{1j}, \hat{\beta}_{2j})$  با توجه به روش حداقل مربعات خطا و با استفاده از رابطه‌ی ۶ محاسبه می‌شود. میانگین مشاهدات در رابطه‌ی ۱۱ ( $\mu$ ) برابر با مقادیر پایش فرض آنهاست.

$$\mu = (\beta_0, \gamma_1, \beta_2) \quad (13)$$

از طرفی با توجه به ماتریس طراحی  $X$  مطابق رابطه‌ی ۵، ماتریس واریانس - کوواریانس ضرایب مدل در این مقاله با استفاده از رابطه‌ی ۱۴ محاسبه می‌شود:

$$\Sigma = \sigma_e^2 \times (X'X)^{-1} \quad (14)$$

زمانی که فرایند تحت کنترل آماری است  $T_j^2$  دارای توزیع مربع کای با  $v$  درجه آزادی است؛  $v$  تعداد مشخصه‌های کیفی فرایند است. بنابراین حد کنترل بالای این نمودار برای پایش مشخصه‌ی کیفی همبسته مطابق رابطه‌ی ۱۵ است:

$$UCL_{T^2} = \chi_{\alpha, v}^2 \quad (15)$$

در این نوشتار با توجه به این که تعداد پارامترهای مدل برابر ۳ است حد کنترل بالای این نمودار دارای توزیع مربع کای با  $v = 3$  درجه آزادی است.

#### ۳.۱.۳. نمودار کنترل $\chi^2$

برای پایش انحراف معیار پروفایل در کنار نمودارهای کنترل قبلی استفاده از نمودار کنترل  $\chi^2$  پیشنهاد می‌شود. این نمودار کنترل فقط دارای حد بالاست. اگر نمودار کنترل مربع کای هشدار دهد، بدین معناست که اختلاف بین مقادیر واقعی و مقادیر پیش‌بینی شده‌ی پروفایل زیاد شده است. مقادیر باقی‌مانده‌ها با استفاده از رابطه‌ی ۱۶ محاسبه می‌شود. براین اساس در رابطه‌ی ۱۷ نشان داده شده است که باقی‌مانده‌ها دارای توزیع نرمال با میانگین صفر و واریانس  $\sigma_e^2$  هستند. رابطه‌های ۱۸ و ۱۹ به ترتیب بیانگر آماره و حد کنترل بالای نمودار پیشنهادی  $\chi^2$  برای پایش انحراف باقی‌مانده‌های مدل هستند: [۲۱]

$$e_{ikj2} = y_{ikj2} - \hat{y}_{ikj2} \quad (16)$$

$$e_{ikj2} = y_{ikj2} - (\hat{\beta}_{0j} + \hat{\gamma}_{1j} x_{ij1} + \hat{\beta}_{2j} x_{kj2})$$

$$e_{ikj2} \sim N(0, \sigma_e^2) \quad (17)$$

$$\chi_j^2 = \sum_{i=1}^{n_1} \sum_{k=1}^{n_2} \left( \frac{e_{ikj2}}{\sigma_e} \right)^2 \quad (18)$$

$$UCL_{\chi^2} = \chi_{\alpha, n_1 \times n_2}^2 \quad (19)$$

در رابطه‌ی ۱۶،  $k$  شماره‌ی سطوح مشخصه‌ی کیفی پروفایل در مرحله‌ی دوم ( $k = 1, \dots, n_2$ ) است.

#### ۲.۳. رویکرد پایش باقی‌مانده‌های پروفایل

در این رویکرد برای از بین بردن اثر مرحله‌ی اول از روی مرحله‌ی دوم عمل می‌شود؛ بدین‌منظور در مرحله‌ی دوم باقی‌مانده‌های مدل پایش می‌شود.

در این رویکرد میانگین و انحراف معیار مشخصه‌ی کیفی مرحله‌ی اول توسط نمودارهای کنترل  $EWMA/R$  پایش می‌شود. ذکر این نکته حائز اهمیت است

رابطه‌ی پروفایل دست یابیم؛ ثانیاً دریابیم که از بین رویکردهای پیشنهادی کدامیک نسبت به این تغییرات حساس‌تر است و عملکرد بهتری از خود نشان می‌دهد.

چنان که در بخش ۳ بیان شد در رویکرد پایش ضرایب پروفایل برای پایش میانگین و انحراف معیار مشخصه‌ی کیفی مرحله‌ی اول از نمودارهای کنترل  $\bar{X}/R$ ، برای پایش پارامترهای مدل از نمودار کنترل  $T^2$  هتلیتینگ، و برای پایش پراکندگی باقی‌مانده‌های مدل از یک نمودار کنترل  $\chi^2$  استفاده شده است. به عبارت دیگر، برای پایش مشخصه‌ی کیفی پروفایلی مرحله‌ی دوم با حذف اثر مرحله‌ی اول، از نمودار کنترل  $T^2$  هتلیتینگ همزمان با نمودار کنترل  $\chi^2$  استفاده شده است. در رویکرد پایش باقی‌مانده‌های پروفایل برای پایش میانگین و انحراف معیار مشخصه‌ی کیفی مرحله‌ی اول از نمودارهای کنترل  $EWMA/R$ ، برای پایش میانگین باقی‌مانده‌های مدل از یک نمودار کنترل  $EWMA$  و همچنین برای پایش انحراف معیار باقی‌مانده‌های مدل از یک نمودار کنترل  $\chi^2$  استفاده شده است. معیار ارزیابی، متوسط طول دنباله است، که چون یکی از نتایج این مقاله مقایسه دو رویکرد مذکور است پس باید حتماً مقادیر  $ARL$  هر دوی این رویکردها یکسان در نظر گرفته شود. در این مقاله از متوسط طول دنباله تحت کنترل  $200$  استفاده شده و چون  $\alpha_{overall} = 0.05$  معادل  $ARL = 200$  است، با توجه به تعداد نمودارهای هر رویکرد (۴ نمودار) و رابطه  $\alpha_i = 1 - \sqrt[4]{1 - \alpha_{overall}}$ ،  $\alpha_i = 0.01252$  محاسبه شده است. از این رو متوسط طول دنباله برای هر نمودار تقریباً  $800$  در نظر گرفته شده است. با توجه به این که هر مرحله از فرایند مطابق شکل ۱ توسط دو نمودار پایش می‌شود، متوسط طول دنباله برای هر مرحله معادل  $400$  منظور شده است. از این رو برای اثبات حذف اثر مرحله‌ی اول در مرحله‌ی دوم، در این مقاله میانگین و انحراف معیار مشخصه‌ی کیفی مرحله‌ی اول را تغییر و نشان داده‌ایم که متوسط طول دنباله‌ی نمودارهای مرحله‌ی دوم حدود  $400$  ثابت می‌ماند. داده‌های جدول ۱ گویای این مطلب است که با تغییرات ایجادشده در  $\mu_{x_1}$  و  $\sigma_{x_1}$  مشخصه‌ی کیفی اول متوسط طول دنباله مرحله‌ی دوم دست‌خوش هیچگونه تغییری نمی‌شود.

از طرفی مقدار  $L$  در رابطه‌ی ۹ برابر  $3.23$ ، و مقدار  $L_1$  در رابطه‌ی ۱۰ معادل  $3.73$  در نظر گرفته شده است. حد کنترل بالای نمودارهای  $T^2$  و  $\chi^2$  مطابق رابطه‌ی ۱۵ و  $19$  به ترتیب برابر  $15/8$  و  $44/6$  است. مقدار  $\lambda$  در رابطه‌ی ۲۰ و  $22$  برابر  $0.2$  در نظر گرفته شده است. مقدار  $L_2$  و  $L_3$  نیز در رابطه‌ی ۲۱ و  $23$  برابر و معادل  $3.12$  منظور شده است. از سوی دیگر، با توجه به رابطه‌ی ۱ مشخصه‌ی کیفی مرحله‌ی اول دارای توزیع نرمال است  $(\mu_{x_1} = 0, \sigma_{x_1} = 1)$  و  $x_{i1} \sim N$  در شبیه‌سازی  $n_1 = 5$  در نظر گرفته شده است. سطوح مقادیر متغیر مستقل در مشخصه‌ی کیفی پروفایلی به صورت اعداد ثابت  $[2 \ 4 \ 6 \ 8] X_2 = (n_2 = 4)$ ، در نظر گرفته شده است.

از آنجا که این پژوهش در فاز دوم نمودار کنترل صورت پذیرفته، ابتدا باید برای تحت کنترل بودن نمودار، مقادیر پارامترها را که همان ضرایب پروفایل است به صورت معلوم در نظر گرفت. لذا طبق رابطه‌ی ۲۴ مقادیر  $\beta = 0.5$  و  $\beta_2 = 1$  و  $\gamma_1 = 1$  را برای حالتی که فرایند تحت کنترل است، مطابق فرایند دومرحله‌ی ارائه شده در شکل ۱ در نظر گرفته‌ایم. شبیه‌سازی توسط نرم‌افزار MATLAB و با  $10000$  بار تکرار برای هر باقی‌مانده پروفایل ( $ARL$ ) انجام شده است. بدین منظور ابتدا با استفاده از رویکردهای پیشنهادی و نیز با استفاده از داده‌های تحت کنترل، حدود کنترل هر یک از نمودارها محاسبه می‌شود. سپس با تغییر ایجاد شده توانایی هر یک از رویکردها در تشخیص حالت خارج از کنترل ارزیابی می‌شود. برای این منظور

که نمودار  $EWMA$  یک نمودار با حافظه برای پایش فرایند است و این بدان معناست که این نمودار می‌تواند به تغییرات کوچک در زمان کوتاه حساس باشد. برای پایش پروفایل مرحله‌ی دوم، به جای مقدار مشخصه‌ی کیفی مرحله‌ی دوم یا پروفایل، میانگین و انحراف معیار باقی‌مانده‌های مدل براساس رابطه‌ی ۱۶ پایش می‌شود. در ادامه، نمودارها و همچنین آماره‌های مورد استفاده در این رویکرد تشریح می‌شود.

### ۱.۲.۳. نمودار $EWMA/R$

در این رویکرد برای پایش میانگین و انحراف معیار مشخصه‌ی کیفی مرحله‌ی اول به ترتیب از نمودارهای  $EWMA$  و  $R$  استفاده می‌شود. در رابطه‌ی ۲۰ و ۲۱ به ترتیب آماره و حدود کنترل نمودار  $EWMA$  ارائه شده است. [۲۲] یادآور می‌شود که  $\bar{x}_j$  میانگین نمونه‌ی  $j$ ام برای مشخصه‌ی کیفی مرحله‌ی اول  $(x_1)$ ،  $\lambda$  ضریب هموارسازی و دارای مقداری بین صفر و ۱، و  $L_2$  ضریب حدود کنترل است که با توجه به میزان احتمال خطای نوع ۱ محاسبه می‌شود. در ضمن به علت مشابهت اسمی نمودار  $EWMA$  مورد استفاده در این مرحله با مرحله‌ی دوم برای هر کدام از آنها از اندیس شماره مرحله استفاده شده است، مثلاً  $EWMA_1$  نموداری است که برای پایش میانگین مرحله‌ی اول از آن استفاده شده است.

$$EWMA_{1j} = \lambda \bar{x}_j + (1 - \lambda)EWMA_{1j-1}; \quad EWMA_{11} = \mu_{x_1} \quad (20)$$

$$\begin{cases} UCLEWMA_1 = \mu_{x_1} + L_2 \sigma_{x_1} \sqrt{\frac{\lambda}{(1-\lambda)n_1}} \\ LCLEWMA_1 = \mu_{x_1} - L_2 \sigma_{x_1} \sqrt{\frac{\lambda}{(1-\lambda)n_1}} \end{cases} \quad (21)$$

آماره و حدود نمودار  $R$  نیز مطابق روابط ۸ و ۱۰ محاسبه می‌شوند.

### ۲.۲.۳. نمودار $EWMA/\chi^2$ باقی‌مانده‌ی پروفایل

برای پایش میانگین و انحراف معیار باقی‌مانده‌های مدل به ترتیب از نمودارهای کنترل  $EWMA$  و  $\chi^2$  استفاده می‌شود. با توجه به رابطه‌ی ۱۷، میانگین باقی‌مانده‌ها برابر صفر است و به همین علت  $EWMA_2 = 0$ . آماره و حدود نمودار کنترل  $EWMA$  برای پایش میانگین باقی‌مانده‌ها در رابطه‌ی ۲۲ و ۲۳ ارائه شده است. [۱۷]

$$EWMA_{2j} = \lambda \bar{e}_j + (1 - \lambda)EWMA_{2j-1}; \quad \bar{e}_j = \frac{\sum_{i=1}^{n_1} \sum_{k=1}^{n_2} e_{ikj}}{n_1 n_2} \quad (22)$$

$$\begin{cases} UCLEWMA_2 = L_3 \sigma_e \sqrt{\frac{\lambda}{(1-\lambda)n_1 n_2}} \\ LCLEWMA_2 = L_3 \sigma_e \sqrt{\frac{\lambda}{(1-\lambda)n_1 n_2}} \end{cases} \quad (23)$$

آماره و حدود کنترل نمودار  $\chi^2$  برای پایش انحراف معیار باقی‌مانده‌ها به ترتیب در روابط ۱۸ و ۱۹ ارائه شده است.

## ۴. ارزیابی عملکرد روش‌های پیشنهادی

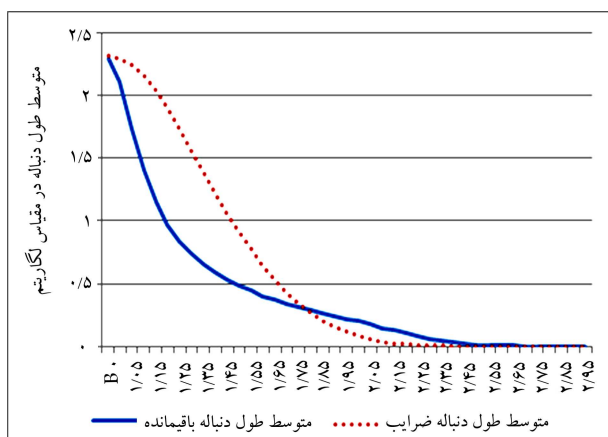
چنان که عنوان شد چون پژوهش مورد نظر در فاز دو نمودار کنترل انجام شده، ابتدا باید با توجه به رابطه‌ی ۱ ضرایب مدل را به صورت معلوم در نظر گرفت زیرا هدف از فاز دوم نمودار کنترل پایش فرایند است. به همین علت تمایل داریم اولاً به چگونگی حساسیت هر یک از رویکردهای پیشنهادی در قبال تغییرات ضرایب پروفایل، تغییر میانگین و انحراف معیار مشخصه‌ی کیفی مرحله‌ی اول و تغییر پراکندگی خطای

جدول ۱. بررسی حذف اثر مرحله‌ی اول در پایش مرحله‌ی دوم توسط هر دو رویکرد پیشنهادی.

| متوسط طول دنباله‌ی مرحله‌ی دوم |                    | $\sigma_{w_1}$ | متوسط طول دنباله‌ی مرحله‌ی دوم |                    | $\mu_{w_1}$ |
|--------------------------------|--------------------|----------------|--------------------------------|--------------------|-------------|
| پایش باقی مانده ضرایب          | پایش ضرایب پروفایل |                | پایش باقی مانده ضرایب          | پایش ضرایب پروفایل |             |
| ۴۰۸,۳۲۰۸                       | ۳۹۶,۶۳۲            | ۱              | ۴۰۵,۰۲۴۱                       | ۴۰۵,۶۳۵۸           | ۰           |
| ۴۰۲,۶۶۴۹                       | ۳۹۹,۷۴۵۹           | ۱,۰۵           | ۴۰۸,۲۹۲۵                       | ۴۰۶,۱۴۲۴           | ۰,۰۵        |
| ۴۰۵,۷۲۴۹                       | ۴۰۳,۰۹۳۸           | ۱,۱            | ۴۰۲,۶۲۴۱                       | ۴۰۰,۱۴۹۹           | ۰,۱         |
| ۳۹۲,۸۷۸۷                       | ۳۹۹,۱۵۸۹           | ۱,۱۵           | ۴۰۵,۰۸۸۱                       | ۴۰۱,۹۲۷۳           | ۰,۱۵        |
| ۴۰۱,۹۱۸۴                       | ۴۰۵,۹۱۶۱           | ۱,۲            | ۴۰۶,۴۳۷۶                       | ۴۰۱,۹۸۲۱           | ۰,۲         |
| ۴۰۵,۹۷۹۳                       | ۴۰۳,۰۴۷۳           | ۱,۲۵           | ۴۰۲,۵۳۷۲                       | ۳۹۹,۱۰۴۵           | ۰,۲۵        |
| ۴۰۲,۷۷۶                        | ۴۰۳,۴۸۰۵           | ۱,۳            | ۴۰۳,۷۷۱۶                       | ۴۰۲,۳۸۹۳           | ۰,۳         |
| ۴۰۶,۶۲۷۸                       | ۴۰۹,۱۲۰۳           | ۱,۳۵           | ۴۰۳,۴۸۴۸                       | ۳۹۴,۷۱۱۹           | ۰,۳۵        |
| ۳۹۹,۴۵۳۵                       | ۴۰۱,۵۴۶۱           | ۱,۴            | ۴۰۶,۵۴۶۷                       | ۳۹۷,۵۵۷۴           | ۰,۴         |
| ۴۰۷,۹۱۸۴                       | ۳۹۰,۵۹۲۸           | ۱,۴۵           | ۴۰۷,۵۰۷۷                       | ۴۰۵,۲۹۳۴           | ۰,۴۵        |
| ۴۰۵,۶۳۳۶                       | ۳۹۲,۸۲۹            | ۱,۵            | ۴۰۱,۸۴۰۴                       | ۴۰۲,۵۸۷۸           | ۰,۵         |
| ۳۹۹,۹۸۳۲                       | ۳۹۹,۰۶۲۷           | ۱,۵۵           | ۳۹۵,۲۶۵۸                       | ۳۹۶,۹۷۳۶           | ۰,۵۵        |
| ۴۰۲,۳۰۸۹                       | ۴۰۴,۰۹۲۲           | ۱,۶            | ۴۰۴,۱۰۶۶                       | ۴۰۲,۴۰۷            | ۰,۶         |
| ۴۰۵,۵۳۵                        | ۴۰۲,۹۰۴۹           | ۱,۶۵           | ۴۰۱,۷۶۱۵                       | ۴۰۴,۸۳۲۴           | ۰,۶۵        |
| ۴۰۲,۱۹۶۸                       | ۴۰۳,۶۵۴۳           | ۱,۷            | ۴۰۳,۴۶۱۲                       | ۴۰۲,۷۰۷۳           | ۰,۷         |
| ۴۰۴,۹۲۷۲                       | ۳۹۹,۶۷۹۱           | ۱,۷۵           | ۴۱۰,۸۴۸۴                       | ۴۰۱,۱۷۷۵           | ۰,۷۵        |
| ۴۰۳,۲۵۱۷                       | ۴۰۲,۶۲۰۹           | ۱,۸            | ۴۰۴,۰۷۶۸                       | ۳۹۷,۰۰۳۵           | ۰,۸         |
| ۳۹۹,۰۲۱                        | ۴۰۴,۱۷۴۱           | ۱,۸۵           | ۴۰۳,۸۳۳۵                       | ۳۹۸,۲۱۴۶           | ۰,۸۵        |
| ۳۹۵,۹۰۶۴                       | ۳۹۷,۶۱۷۲           | ۱,۹            | ۴۰۵,۳۳۶۴                       | ۳۹۵,۶۹۲۴           | ۰,۹         |
| ۳۹۹,۳۲۹۳                       | ۴۰۷,۹۷۹            | ۱,۹۵           | ۴۰۲,۸۴۷                        | ۴۰۱,۵۳۳            | ۰,۹۵        |
| ۴۰۶,۷۴۵۴                       | ۳۹۳,۰۶۲۱           | ۲              | ۴۰۷,۷۳۱۷                       | ۴۰۵,۱۵۵۳           | ۱           |

#### ۱.۱.۴. تغییر در پارامتر $\beta$

در این قسمت تغییرات را روی ضریب  $\beta$  انجام می‌دهیم، یعنی  $\beta_2 = 0.5$ ،  $\gamma_1 = 1$  و  $\beta$  از ۱ تا ۳ به اندازه‌ی ۰.۵ تغییر کرده است (شکل ۲). متوسط طول دنباله‌ی تحت کنترل برای هر دو رویکرد یکسان و برابر ۲۰۰ در نظر گرفته شده است. از طرفی رویکرد باقی مانده‌ی پروفایل به‌ازای شیفتهای کوچک  $\beta$  بهتر از رویکرد ضرایب عمل می‌کند، در واقع چنانچه  $\beta \leq 1.8$  باشد آنگاه باقی مانده‌ی پروفایل رویکرد بهینه خواهد بود اما چنانچه  $\beta > 1.8$  باشد رویکرد ضرایب پروفایل رویکرد مناسب‌تری است.



شکل ۲. نمودار مقایسه‌ی ARL دو رویکرد پیشنهادی با تغییر در  $\beta$ .

زمان ایجاد تغییر تا لحظه‌ی را که حداقل یکی از نمودارها تغییر ایجاد شده در هر یک از رویکردها را تشخیص دهد، یک طول دنباله در نظر می‌گیریم. آنگاه این عمل را ۱۰۰۰۰ بار تکرار می‌کنیم تا متوسط طول دنباله به دست آید. این عمل برای تغییرات در پارامترهای پروفایل، میانگین و انحراف معیار مشخصه‌ی کیفی مرحله‌ی اول و انحراف معیار خطای پروفایل تکرار می‌شود.

$$y_{i2} = 1 + 1x_1 + 0.5x_{i2} + \varepsilon_i \quad (24)$$

برای ارزیابی و مقایسه‌ی دقیق‌تر رویکردهای ارائه شده از مقدار لگاریتم متوسط طول دنباله استفاده شده است.

#### ۱.۴. تغییر در ضرایب پروفایل

با توجه به رابطه‌ی ۲۴، در این مرحله ضرایب پروفایل را تغییر داده و سپس متوسط طول دنباله را به‌ازای تغییر ایجاد شده محاسبه خواهیم کرد. لازم به ذکر است که در انجام شبیه‌سازی‌های هم تغییرات مثبت و هم تغییرات منفی محاسبه شد. از آنجا که هر دو این تغییرات میانگین طول دنباله‌ی یکسانی داشتند فقط تغییرات مثبت را در این مقاله نشان داده‌ایم. از این رو  $\beta$  و  $\gamma_1$  را از مقدار ۱ با اندازه گام‌های ۰.۵ تا مقدار ۳، و  $\beta_2$  را از مقدار ۰.۵ با اندازه گام‌های ۰.۱ تا مقدار ۱.۵ شیفتهای داده‌ایم. منحنی‌های روی نمودارها با عناوین ARL Residual (متوسط طول دنباله برای رویکرد باقی مانده پروفایل)، و ARL Coefficients (متوسط طول دنباله برای رویکرد ضرایب پروفایل) نشان داده شده است.

تغییرات مثبت و هم تغییرات منفی محاسبه شد که چون در هر دو نوع این تغییرات دارای متوسط طول دنباله‌ی یکسانی هستند در اینجا فقط تغییرات مثبت را ذکر کرده‌ایم. از این رو  $\mu_{x_1}$  را از مقدار صفر با اندازه گام‌های  $0.5$  تا مقدار  $3$ ، و  $\sigma_{x_1}$  را از مقدار  $1$  با اندازه گام‌های  $0.5$  تا مقدار  $4$  تغییر داده‌ایم. منحنی‌های روی نمودارها با عناوین ARL Residual (متوسط طول دنباله برای رویکرد باقی‌مانده پروفایل)، و ARL Coefficients (متوسط طول دنباله برای رویکرد ضرایب پروفایل) نشان داده شده است.

#### ۱.۲.۴. تغییر در تمرکز مشخصه‌ی کیفی مرحله‌ی اول

در این مرحله تغییرات را روی میانگین مشخصه‌ی کیفی مرحله‌ی اول  $\mu_{x_1}$  انجام می‌دهیم؛ یعنی  $\gamma_1 = 1$ ،  $\beta_1 = 1$ ،  $\beta_2 = 0.5$  و  $\mu_{x_1}$  از صفر تا  $3$  به اندازه‌ی  $0.5$  تغییر کرده است (شکل ۵). متوسط طول دنباله در حالت تحت کنترل برای هر دو رویکرد یکسان و برابر  $200$  در نظر گرفته شده است. رویکرد باقی‌مانده‌ی پروفایل به‌ازای شیفتهای کوچک  $\mu_{x_1}$  بهتر از رویکرد ضرایب عمل می‌کند، در واقع چنانچه  $\mu_{x_1} \leq 1.3$  باشد آنگاه باقی‌مانده‌ی پروفایل رویکرد بهینه خواهد بود، اما اگر  $\mu_{x_1} > 1.3$  باشد رویکرد ضرایب پروفایل رویکرد مناسب‌تری است. این تحلیل دقیقاً هم‌الگوی تحلیل درمورد  $\beta_2$  و  $\beta_1$  برای شیفتهای کوچک است.

#### ۲.۲.۴. تغییر در انحراف معیار مشخصه‌ی کیفی مرحله‌ی اول

در این مرحله تغییرات را روی پراکندگی مشخصه‌ی کیفی مرحله‌ی اول  $\sigma_{x_1}$  انجام می‌دهیم؛ یعنی  $\gamma_1 = 1$ ،  $\beta_1 = 1$ ،  $\beta_2 = 0.5$  و  $\sigma_{x_1}$  از  $1$  تا  $4$  به اندازه‌ی  $0.5$  تغییر کرده است (شکل ۶). متوسط طول دنباله در حالت تحت کنترل برای هر

#### ۲.۱.۴. تغییر در پارامتر $\gamma_1$

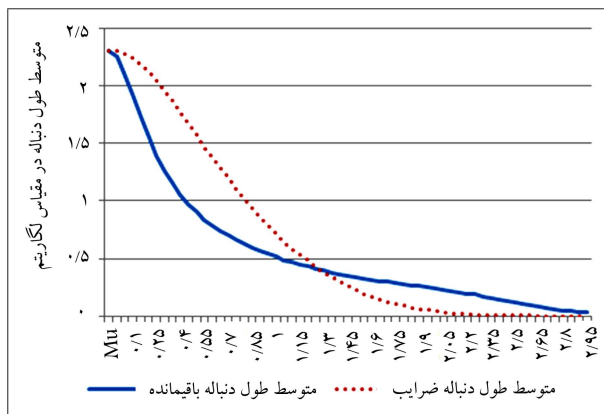
در این قسمت تغییرات را روی ضریب  $\gamma_1$  انجام می‌دهیم، یعنی  $\beta_2 = 0.5$ ،  $\beta_1 = 1$  و  $\gamma_1$  از  $1$  تا  $3$  به اندازه  $0.5$  تغییر کرده است (شکل ۳). متوسط طول دنباله‌ی تحت کنترل برای هر دو رویکرد یکسان و برابر  $200$  در نظر گرفته شده است. از طرفی رویکرد ضرایب به‌ازای تمامی شیفتهای  $\gamma_1$  بهتر از رویکرد باقی‌مانده پروفایل عمل می‌کند، دقیقاً برعکس تحلیل در مورد  $\beta_2$  برای شیفتهای کوچک.

#### ۳.۱.۴. تغییر در پارامتر $\beta_2$

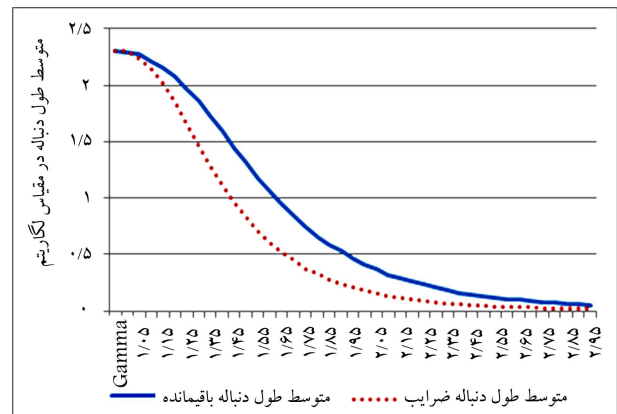
در این قسمت تغییرات را روی ضریب  $\beta_2$  انجام می‌دهیم، یعنی  $\gamma_1 = 1$ ،  $\beta_1 = 1$  و  $\beta_2$  از  $0.5$  تا  $1.5$  به اندازه‌ی  $0.5$  تغییر کرده است (شکل ۴). متوسط طول دنباله‌ی تحت کنترل برای هر دو رویکرد یکسان و برابر  $200$  در نظر گرفته شده است. رویکرد باقی‌مانده‌ی پروفایل به‌ازای شیفتهای کوچک  $\beta_2$  بهتر از رویکرد ضرایب عمل می‌کند، در واقع در صورتی که  $\beta_2 \leq 0.64$  باشد آنگاه رویکرد باقی‌مانده پروفایل رویکرد بهتری خواهد بود؛ اما در صورتی که  $\beta_2 > 0.64$  باشد رویکرد ضرایب پروفایل رویکرد مناسب‌تری است. این تحلیل دقیقاً هم‌الگوی تحلیل درمورد  $\beta_2$  برای شیفتهای کوچک است.

#### ۲.۴. تغییر در مشخصه‌ی کیفی مرحله‌ی اول

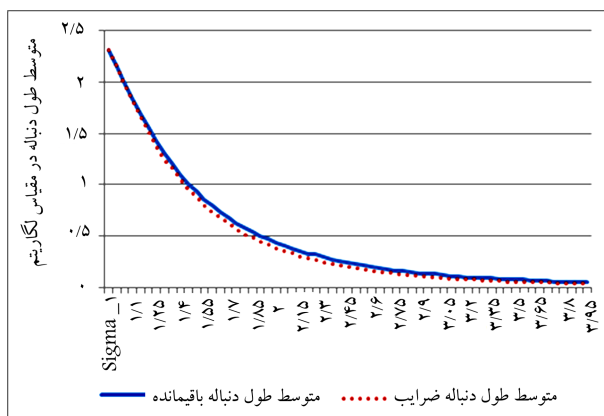
چنان‌که پیش‌تر بیان شد با توجه به رابطه‌ی ۲۴، در این مرحله میانگین و انحراف معیار مشخصه‌ی کیفی مرحله‌ی اول را تغییر می‌دهیم و سپس متوسط طول دنباله را به‌ازای تغییر ایجاد شده محاسبه خواهیم کرد. لازم به ذکر است که در انجام شبیه‌سازی‌ها هم



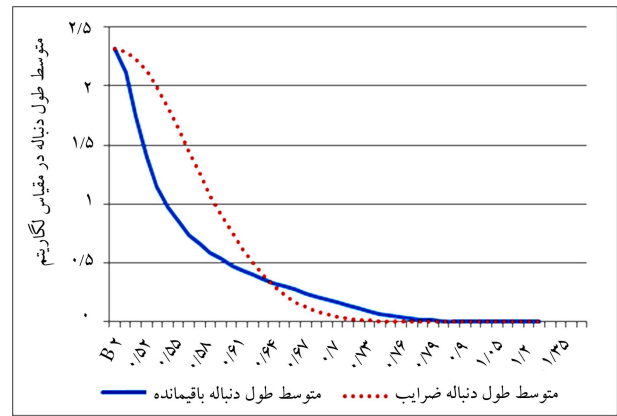
شکل ۵. نمودار مقایسه ARL دو رویکرد پیشنهادی با تغییر در  $\mu_{x_1}$ .



شکل ۳. نمودار مقایسه ARL دو رویکرد پیشنهادی با تغییر در  $\gamma_1$ .



شکل ۶. نمودار مقایسه ARL دو رویکرد پیشنهادی با تغییر در  $\sigma_{x_1}$ .



شکل ۴. نمودار مقایسه ARL دو رویکرد پیشنهادی با تغییر در  $\beta_2$ .

رویکرد یکسان و برابر  $20^\circ$  در نظر گرفته شده است. هر دو رویکرد پیشنهادی به‌ازای تمامی شیفت‌های  $\sigma_\varepsilon$  یکسان عمل می‌کنند.

## ۵. نتیجه‌گیری و پیشنهادات

در این مقاله دو رویکرد برای پیش‌فرایندهای دوجمله‌ای با حضور مشخصه‌ی کیفی پروفابلی در مرحله‌ی دوم پیشنهاد شد. در رویکرد اول که مبتنی بر پایش ضرایب بود روش پیشنهادی  $\chi^2$ ،  $T^2$  و  $\bar{X}/R$  و در رویکرد دوم که مبتنی بر پایش باقی‌مانده‌های پروفابلی است از نمودارهای کنترل  $EWMA/\chi^2$  و  $EWMA/R$  استفاده شد. پس از یکسان‌سازی متوسط طول دنباله در حالت تحت کنترل، عملکرد دو رویکرد پیشنهادی تحت تغییرات مختلف در پارامترهای پروفابلی، میانگین و انحراف معیار مشخصه‌ی کیفی مرحله‌ی اول و انحراف معیار خطای پروفابلی، مقایسه شد. نتایج حاصله نشان داد که رویکرد  $EWMA/\chi^2$  و  $EWMA/R$  برای کشف تغییرات کوچک در  $\beta_0$ ،  $\beta_1$  و  $\mu_{x_1}$  نسبت به رویکرد پایش ضرایب عملکرد بهتری دارد، اما عملکرد رویکرد  $\chi^2/T^2$ ،  $\bar{X}/R$  برای کشف تغییرات  $\gamma_1$  و  $\sigma_{x_1}$  در کل مناسب‌تر است و فقط در تغییرات  $\sigma_\varepsilon$  هر دو رویکرد دقیقاً عملکرد یکسانی دارند. با توجه به بررسی‌ها و تحلیل‌های انجام شده، برای تحقیقات بعدی پیشنهاد نگارندگان عبارت است از:

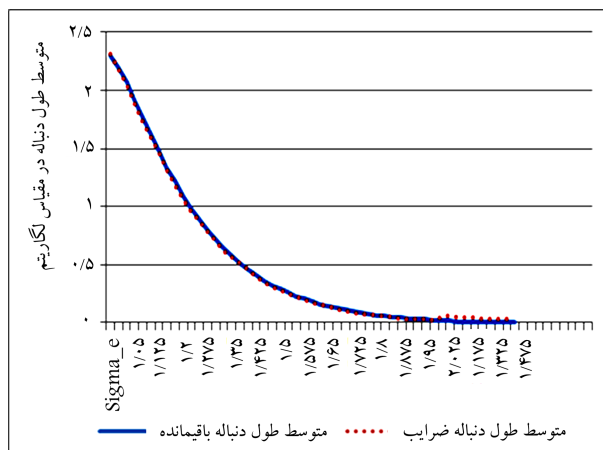
۱. انجام پژوهش در فاز ۱ پایش پروفابلی‌های چندمرحله‌ای؛
۲. استفاده از LRT و مواردی از این دست برای پژوهش‌های بیشتر در فاز دو نمودارکنترلی؛
۳. استفاده از شبکه‌ی عصبی برای تشخیص نوع تغییر و تشخیص مرحله‌ی تغییر یافته؛
۴. استفاده از پروفابلی‌های غیر خطی و توسعه‌ی روش‌های پایش آن در فرایندهای چندمرحله‌ای.

## پانویس

1. acceptable residual Level (ARL)

## منابع (References)

1. Zhang, G.X. "A new type of quality control chart allowing the presence of assignable causes the cause-selecting control chart", *Acta Electronica Sinica*, **2**, pp. 1-1 (1980).
2. Zhang, G.X. "Multiple cause-selecting control charts", *Acta Electronica Sinica (In China)*, **3**, pp. 31-36 (1982).
3. Hawkins, D.M. "Multivariate quality control based on regression adjusted variables", *Technometrics*, **33**(1), pp. 61-75 (1991).
4. Wade, M.R. and Woodall, W.H. "A review and analysis of cause-selecting control charts", *Journal of Quality Technology*, **25**(3), pp. 161-169 (1993).



شکل ۷. نمودار مقایسه ARL دو رویکرد پیشنهادی با تغییر در  $\sigma_\varepsilon$ .

دو رویکرد یکسان و برابر  $20^\circ$  در نظر گرفته شده است. چنان که مشخص است عملکرد هر دو رویکرد باقی‌مانده‌ی پروفابلی و ضرایب پروفابلی تقریباً یکسان است و با اختلافی بسیار اندک رویکرد ضرایب پروفابلی بهتر از رویکرد باقی‌مانده پروفابلی به‌ازای تمامی شیفت‌ها عمل می‌کند. این تحلیل دقیقاً هم‌الگوی تحلیل در مورد  $\gamma_1$  است.

## ۳.۴. تغییر در خطای پروفابلی

در این مرحله تغییرات را روی پراکندگی خطای پروفابلی مرحله‌ی دوم  $\sigma_\varepsilon$  انجام می‌دهیم؛ یعنی  $\gamma_1 = 1$ ،  $\beta_0 = 1$ ،  $\beta_1 = 0.5$  و  $\sigma_\varepsilon$  از ۱ تا ۳ به اندازه  $0.25$  تغییر کرده است (شکل ۷). متوسط طول دنباله در حالت تحت کنترل برای هر دو

5. Yang, S.F. and Yang, C.M. "An approach to controlling two dependent process steps with autocorrelated observations", *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, **29**(1-2), pp. 170-177 (2006).
6. Skinner, K.R., Montgomery, D.C. and Runger, G.C. "Generalized linear model-based control charts for discrete semiconductor process data", *Quality and Reliability Engineering International*, **20**(8), pp. 777-786 (2004).
7. Jearekparorn, D., Montgomery, D.C., Runger, G.C. and Borrer, C.M. "Process monitoring for correlated gamma-distributed data using generalized-linear-model-based control charts", *Quality and Reliability Engineering International*, **19**(6), pp. 477-491 (2003).
8. Jearekparorn, D., Montgomery, D.C., Runger, G.C. and Borrer, C.M. "Model-based process monitoring using robust generalized linear models", *International Journal of Production Research*, **43**, pp. 1337-1354 (2005).
9. Niaki, S.T.A. and Davoodi, M. "Designing a multivariate-multistage quality control system using



- artificial neural networks”, *International Journal of Production Research*, **47**(1), pp. 251-271 (2009).
10. Mahmoud, M.A. and Woodall, W.H. “Phase I analysis of linear profiles with calibration applications”, *Technometrics*, **46**, pp. 377-391 (2004).
  11. Kang, L. and Albin, S.L. “On-line monitoring when the process yields a linear profile”, *Journal of Quality Technology*, **32**, pp. 418-426 (2000).
  12. Kim, K., Mahmoud, M.A. and Woodall, W.H. “On the monitoring of linear profiles”, *Journal of Quality Technology*, **35**, pp. 317-328 (2003).
  13. Gupta, S., Montgomery, D.C. and Woodall, W.H. “Performance evaluation of two methods for online monitoring of linear calibration profiles”, *International Journal of Production Research*, **44**, pp. 1927-1942 (2006).
  14. Zou, C., Zhang, Y. and Wang, Z. “Control chart based on change-point model for monitoring linear profiles”, *IIE Transactions*, **38**, pp. 1093-1103 (2006).
  15. Mahmoud, M.A., Parker, P.A., Woodall, W.H. and Hawkins, D.M. “A change point method for linear profile data”, *Quality and Reliability Engineering International*, **23**, pp. 247-268 (2007).
  16. Niaki, S.T.A., Soleimani, P. and Eghbali, M. “Performance evaluation of methods for monitoring simple linear profiles in Multi stage process”, *Journal of Engineering and Quality Management*, **1**(1), pp. 1-14 (2012).
  17. Eghbali, M., Niaki, S.T.A. and Soleimani, P. “On the monitoring of linear profiles in multistage processes”, *Quality and Reliability Engineering International*, DOI: 10.1002/qre.1531 (2013).
  18. Esmaeeli, H. and Sadegheih, A. “An approach for monitoring a two-stage process with profile qualitative characteristic in phase II”, *Research Journal of Applied Sciences, Engineering and Technology*, **6**(17), pp. 3304-3313 (2013).
  19. Hines, W.W. and Montgomery, D.C., *Probability and Statistics in Engineering and Management Sciences*, John Wiley & Sons, New York (1990).
  20. Montgomery, D.C., *Introduction to Statistical Quality Control*, 7th ed. New York, John Wiley & Sons (2012).
  21. Noorossana, R., Eyvazian, M. and Vaghefi, A. “Phase II monitoring of multivariate simple linear profiles”, *Computers & Industrial Engineering*, **58**(4), pp. 563-570 (2010).
  22. Roberts, S.W. “Control charts tests based on geometric moving averages”, *Technometrics*, **1**(3), pp. 239-250 (1959).