

# مدل سازی و حل مسئله‌ی زمان بندی در یک سیستم تولید سه مرحله‌ی مونتاژ با هدف تحویل به موقع محصولات

سید محمدحسن حسینی\* (استادیار)

دانشکده‌ی مهندسی صنایع و مدیریت، دانشگاه صنعتی شاهرود

فریروز جولای (استاد)

دانشکده‌ی مهندسی صنایع، دانشگاه تهران

پرویز فتاحی (دانشیار)

دانشکده‌ی مهندسی صنایع، دانشگاه بوعلی سینا

مهندسی صنایع و مدیریت شریف، زمستان ۱۳۹۴ (درداشت شی)  
دردی ۱ - ۳۱، شماره‌ی ۲/۲، ص. ۱۲۹-۱۲۱، (پادداشت شی)

در این تحقیق مسئله‌ی زمان بندی در یک سیستم تولید سه مرحله‌ی مونتاژ بررسی می‌شود. در این سیستم انواع مختلف محصولات تولید می‌شود و هر محصول برای تکمیل نیازمند قطعات مختص خود است. ابتدا قطعات در یک ایستگاه با ماشین‌های موازی پردازش می‌شوند و سپس در مرحله‌ی دوم مورد کنترل و عملیات تکمیلی قرار می‌گیرند. قطعات هر محصول پس از تکمیل، در ایستگاه مونتاژ (مرحله‌ی سوم) مونتاژ می‌شود و بدین ترتیب محصول مربوطه تکمیل می‌گردد. هدف عبارت است از کمینه کردن مجموع زودکرد و دیرکرد تحویل محصولات. مسئله‌ی فوق جزء مسائل NP-hard محسوب می‌شود و به همین دلیل ابتدا مدل ریاضی مسئله، و سپس الگوریتمی ابتکاری برای حل آن در ابعاد بزرگ ارائه شده است. در نهایت، عملکرد الگوریتم پیشنهادی در حل مسائل متنوع ارزیابی شده است. همچنین برای مسائل کوچک، نتایج حاصل از الگوریتم پیشنهادی با جواب بهینه حاصل از حل مدل ریاضی مقایسه شده است.

واژگان کلیدی: زمان بندی، سیستم تولید سه مرحله‌ی، عملیات مونتاژ، دیرکرد و زودکرد.

## ۱. مقدمه

زمان بندی عبارت است از تخصیص منابعی محدود برای انجام مجموعه‌ی کارها در یک دوره‌ی زمانی مشخص، طوری که یک یا چند شاخص مورد نظر به عنوان تابع هدف بهینه شود. در صنایع تولیدی، موضوع زمان بندی بسته به محیط تولیدی، محدودیت‌ها و توابع هدف مورد نظر می‌تواند مسئله‌ی ساده یا بسیار پیچیده باشد.<sup>[۱]</sup> اگرچه عملاً بسیاری از محیط‌های تولیدی دو مرحله‌ی پردازش قطعات و مونتاژ محصولات را در بر می‌گیرند، بیشتر محققین این دو مرحله را مستقل از یکدیگر در نظر می‌گیرند و هر مرحله را مجزا از دیگری بررسی می‌کنند.<sup>[۲]</sup> این اشتباه می‌تواند سیستم تولید را از اهداف ایده‌آل خود دور کند. از این رو بررسی مسائل زمان بندی با در نظر گرفتن همزمان دو مرحله‌ی پردازش قطعات و مونتاژ محصولات در سال‌های اخیر مورد توجه بسیاری از محققین قرار گرفته است.

در این نوشتار مسئله‌ی زمان بندی در یک سیستم تولید سه مرحله‌ی بررسی

\* نویسنده مسئول

تاریخ: دریافت ۱۹/۱۳۹۲، اصلاحیه ۱۸/۱۳۹۳، پذیرش ۵/۱۳۹۳.

sh.hosseini@shahroodut.ac.ir  
fjolai@ut.ac.ir  
fattahi@basu.ac.ir

می‌شود. در این سیستم قطعات هر محصول پس از پردازش و تکمیل در یک جریان کارگاهی تولیدی دو مرحله‌ی، در ایستگاه مونتاژ به یکدیگر متصل و محصول مونتاژ می‌شود. اولین تحقیق در حوزه‌ی رعایت زمان بندی در سیستم‌های تولید مونتاژی<sup>۱</sup> که طی آن مسئله‌ی زمان بندی تولید دو مرحله‌ی بررسی شده، به ۲۰ سال قبل برمی‌گردد. این تحقیق توسط لی و همکاران (۱۹۹۳) انجام شده و طی آن به کارخانه‌ی تولید موتورهای احتراقی به عنوان نمونه‌ی از کاربرد این مسئله در صنایع تولیدی اشاره شده است.<sup>[۳]</sup> ایشان در مطالعه‌ی خود یک مسئله‌ی جریان کارگاهی مونتاژی دو مرحله‌ی را با هدف کمینه کردن زمان تکمیل کارها<sup>۲</sup> بررسی کردند. در این بررسی حالت ساده‌ی از مسئله در نظر گرفته شده که براساس آن هر محصول از مونتاژ دو قطعه‌ی  $a$  و  $b$  تشکیل می‌شود. سیستم تولید شامل سه ماشین است به طوری که ماشین  $M_a$  قطعه‌ی  $a$  را پردازش و آماده می‌کند؛ ماشین  $M_b$  قطعه‌ی  $b$  را پردازش و آماده می‌کند؛ ماشین  $M_c$  نیز پس از تکمیل دو قطعه‌ی هر محصول، آنها را مونتاژ می‌کند و محصول آماده می‌شود. این تحقیق نشان داده که این مسئله در رده‌ی مسائل سخت قرار دارد و لذا برای چند حالت

خاص آن یک الگوریتم شاخه و کران<sup>۳</sup> به همراه چند الگوریتم ابتکاری<sup>۴</sup> ارائه شده است.

پتس و همکاران<sup>[۱]</sup> نیز دو سال بعد این مسئله را بررسی کردند و آن را به حالت عمومی‌تری تعمیم دادند. در مسئله‌ی مورد بررسی ایشان  $m$  ماشین پردازش در مرحله‌ی ساخت و یک ماشین برای مونتاژ وجود دارد. در این تحقیق به پیچیدگی‌های مسئله پرداخته شده و چند الگوریتم ابتکاری برای حل آن ارائه شده است.

حریری و پتس<sup>[۵]</sup> با در نظر گرفتن همین مسئله، یک حد پایین<sup>۵</sup> برای آن توسعه دادند و چندین رابطه چیرگی را برقرار ساختند. همچنین، آنها یک الگوریتم شاخه و کران در ترکیب با حد پایین و روابط چیرگی ارائه دادند. هاوری و همکاران نیز همین مسئله را با تابع هدف کمینه‌سازی بیشترین زمان تکمیل تمامی کارها در نظر گرفته و یک الگوریتم شاخه و کران برای حل آن ارائه کردند.<sup>[۶]</sup> با توجه به کاربرد و اهمیت زیاد سیستم‌های تولید مونتاژی، این مسئله بعدها توسط محققین زیادی<sup>[۷]</sup> بررسی و توسعه داده شد. در تمامی مطالعات فوق و مطالعات مشابهی که بعد از آن صورت گرفته، حالتی از مسئله‌ی مونتاژی بررسی شده که در آن ایستگاهی برای پردازش قطعات و یک ایستگاه برای مونتاژ وجود دارد؛ در ایستگاه پردازش یک ایستگاه با تعدادی ماشین موازی در نظر گرفته شده و هر ماشین مختص پردازش قطعه‌ی مشخص است. به این نوع سیستم تولید اصطلاحاً «سیستم تولید جریان کارگاهی مونتاژ» می‌گویند. برخی محققین نیز مرحله‌ی پردازش قطعات را به صورت جریان کارگاهی در نظر گرفته‌اند که به مسئله‌ی مورد نظر در این تحقیق نزدیک‌تر است. در ادامه به دو مورد از مطالعات انجام شده در این زمینه اشاره می‌شود.

یوکویاما<sup>[۹]</sup> مسئله‌ی زمان‌بندی برای سیستم‌های تولیدی پیوندی، شامل قطعات ماشین‌کاری شده و عملیات مونتاژ را مورد بررسی قرار داده است. در این مسئله محصولات متعددی از انواع متفاوت برای تولید سفارش داده شده و قطعات محصولات در جریان کارگاهی شامل چندین ماشین تولید می‌شود. هر محصول به وسیله‌ی عملیات مونتاژ سلسله مراتبی از قطعات تولید می‌شود. قطعات متعدد به اولین زیرمونتاژ، مونتاژ می‌شوند و قطعات متعدد دیگر و زیرمونتاژ اول به دومین زیرمونتاژ، مونتاژ می‌شوند. این عملیات آنقدر ادامه می‌یابد تا با مونتاژ آخرین زیرمونتاژ محصول نهایی به دست آید. هدف مسئله به دست آوردن یک زمان‌بندی با داشتن کم‌ترین مجموع وزنی زمان اتمام کار برای هر یک از محصولات است. متغیرهای تصمیم عبارت است از توالی محصولاتی که باید مونتاژ شود و توالی قطعاتی که باید پردازش شود. برای به دست آوردن حد پایین شیوه‌ی ارائه شده، و یک رویکرد محاسباتی که از روش شاخه و حد استفاده می‌کند برای به دست آوردن یک بهینه توسعه داده شده است. معنی‌دار بودن مدل توسط یک مثال عددی ثابت شده و کارایی رویکرد محاسباتی پیشنهادی توسط آزمایش‌های محاسباتی متعدد تأیید شده است.

یوکویاما و همکاران<sup>[۱۰]</sup> نیز یک سیستم تولید ترکیبی را بررسی کرده‌اند که در آن قطعات مورد نیاز هر محصول در یک کارگاه جریان‌ی دوماشینی با زمان مستقل پردازش شده و پس از آماده شدن قطعات هر محصول، این قطعات در مرحله‌ی پایانی مونتاژ می‌شود. آنان چنین فرض کرده‌اند که از هر محصول فقط یک عدد مورد نیاز است و تابع هدف مورد نظر آنها کمینه‌کردن جمع وزنی زمان تکمیل محصولات است. متغیرهای تصمیم عبارت‌اند از: توالی محصولاتی که باید مونتاژ شود، و توالی اجزایی که باید پردازش شود. فرض بر این است که اگر قرار باشد محصول  $h$  قبل از محصول  $h'$  مونتاژ شود، روی هر ماشین پردازش هر یک از اجزای  $h'$  می‌بایست بعد از اجزاء محصول  $h$  پردازش شود.

در این تحقیق نشان داده شده که چنانچه در توالی محصولات، محصول  $h$  قبل از محصول  $h'$  قرارگیرد در جواب بهینه، در مرحله‌ی اول، تمام قطعات محصول  $h$  قبل

از تمام قطعات محصول  $h'$  پردازش می‌شود و لذا این موضوع را به عنوان یک فرض در الگوریتم پیشنهادی خود لحاظ کرده‌اند. مسئله‌ی فوق از نوع NP-complete بوده و محقق یک الگوریتم شاخه و کران ارائه کرده که در آن از شیوه‌ی جست‌وجوی بهترین محدوده استفاده شده و الگوریتم‌های ارائه شده برای مسائل تا ۲۵ محصول و هر محصول تا ۲۵ قطعه ارزیابی شده است.

در پژوهش‌های انجام شده، مسئله‌ی زمان‌بندی جریان کارگاهی سه مرحله‌ی مونتاژی با هدف کمینه‌سازی متوسط زمان اتمام کارها بررسی، و برای حل آن از رویکردهای فراابتکاری استفاده شده است.<sup>[۱۱]</sup> در بررسی مذکور، همه‌ی کارها از  $m + 2$  عملیات تشکیل شده که تعداد  $m$  عملیات در مرحله‌ی اول و توسط  $m$  ماشین غیریکسان انجام می‌شود. در این قسمت هر عملیات توسط ماشین مشخصی انجام شده و سپس در مرحله‌ی دوم قطعات به ایستگاه مونتاژ (ایستگاه سوم) منتقل، و در ایستگاه سوم عملیات مونتاژ انجام می‌شود. تفاوت این مسئله با مسئله‌ی مورد نظر در تحقیق حاضر، در محدود نبودن تعداد ماشین‌های مرحله‌ی اول پردازش، محدود نبودن تعداد قطعات هر محصول، آزاد بودن ماشین‌ها برای پردازش قطعات مختلف، و تابع هدف است.

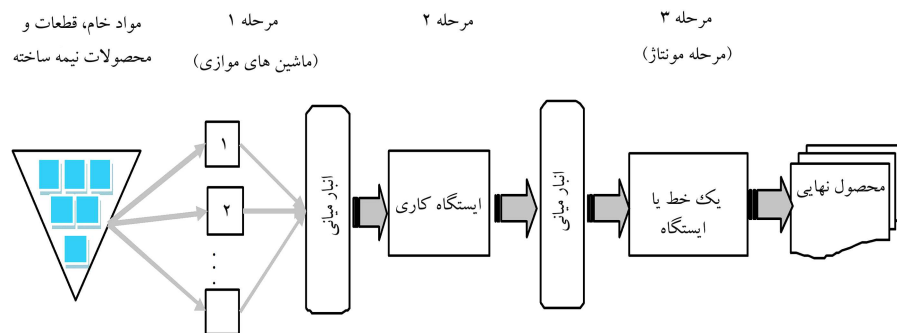
حاتمی و همکاران<sup>[۱۲]</sup> نیز همین مسئله را با تابع هدف دوگانه‌ی میانگین زمان تکمیل کارها و بیشترین دیرکرد بررسی کردند. در مرحله‌ی اول تحقیق انجام شده، تولید عملیات مختلف به طور موازی و مستقل از هم انجام می‌شود. در مرحله‌ی دوم اجزای تولید شده در مرحله‌ی اول جمع‌آوری، و به محل مونتاژ منتقل می‌شود. و نهایتاً در مرحله‌ی سوم این اجزا با هم مونتاژ و محصول نهایی تولید می‌شود. محققین در مطالعه‌ی ذکر شده دو الگوریتم فراابتکاری شبیه‌سازی تیرید و جست‌وجوی ممنوعه را برای حل این مسئله ارائه دادند. در بررسی مسئله‌ی جریان کارگاهی مونتاژ سه مرحله‌ی،<sup>[۱۳]</sup> زمان‌های آماده‌سازی وابسته به توالی مد نظر بوده و لذا مسئله‌ی بلوک‌بندی کارها نیز بررسی شده است.

در دو تحقیق دیگر مسئله‌ی جریان کارگاهی انعطاف‌پذیر با عملیات مونتاژ مورد بررسی قرار گرفته است.<sup>[۱۴]</sup> در تحقیق‌های یادشده پردازش قطعات در یک جریان کارگاهی انعطاف‌پذیر انجام می‌شود و سپس در ایستگاه مونتاژ به یکدیگر متصل شده و محصول نهایی به دست می‌آید. در تحقیق اول فرض بر این است که قرار است تعدادی محصول از انواع مختلف تولید شود، اما در تحقیق دوم تعدادی محصول از یک نوع مورد نیاز است و بنابراین موضوع زمان‌های آماده‌سازی و انتقال دسته‌ی قطعات اهمیت پیدا کرده و بررسی می‌شود. به همین منظور با توسعه‌ی قاعده‌ی جانسون و به‌کارگیری چند روش ابتکاری و فراابتکاری پردازش قطعات و مونتاژ محصولات را زمان‌بندی کرده‌اند.

در بررسی‌های انجام شده در خصوص سیستم‌های تولید سه مرحله‌ی با عملیات مونتاژ، و با ویژگی‌های در نظر گرفته شده در این مقاله نظیر وجود ماشین‌های موازی به تعداد آزاد در مرحله‌ی اول و تابع هدف مجموع زمان‌های زودکرد و دیرکرد تحویل محصولات، تحقیقی مشاهده نشد. لذا یکی از نوآوری‌های این تحقیق، تعریف مسئله‌ی جدید است. همچنین مدل ریاضی ارائه‌شده برای این مسئله و مدل ترکیبی پیشنهادی برای حل مسئله‌ی مورد بررسی از دیگر نوآوری‌های این تحقیق است.

## ۲. شرح مسئله

مسئله‌ی مورد نظر در این تحقیق را می‌توان در یک نگاه کلی، مطابق شکل ۱ و به صورت یک سیستم تولید سه مرحله‌ی در نظر گرفت. در این سیستم قرار



شکل ۱. نمای کلی مسئله‌ی مورد نظر در این تحقیق.

است تعدادی محصول ( $H$ ) از انواع مختلف تولید شود. هر محصول برای مونتاژ و تکمیل شدن نیازمند یک مجموعه قطعات مختص به خود است. لذا ابتدا قطعات در مرحله‌ی اول پردازش می‌شود و در مرحله‌ی دوم مورد کنترل و آماده‌سازی قرار می‌گیرد و پردازش‌های تکمیلی انجام می‌شود. در نهایت پس از کامل شدن مجموعه قطعات هر محصول، مونتاژ آن محصول در مرحله‌ی سوم انجام می‌شود. در مرحله‌ی اول پردازش قطعات، تعدادی ماشین یکسان به صورت موازی در دسترس است و در مرحله‌ی دوم و سوم هرکدام یک ماشین وجود دارد. هدف عبارت است از زمان‌بندی مونتاژ محصولات و پردازش قطعات هر محصول به‌گونه‌ی که مجموع زمان‌های زودکرد و دیرکرد محصولات کمینه شود:

$$\text{Min} \left( \sum_h (E_h/T_h) \right)$$

این مسئله کاربرد زیادی در صنایع تولیدی، از جمله تولید بدنه و موتور خودرو، دارد. معمولاً پس از پردازش قطعات مجموعه فعالیت‌هایی نظیر جمع‌آوری، کنترل و حمل قطعات انجام می‌شود که در اغلب مطالعات، این مجموعه فعالیت‌ها نادیده گرفته می‌شود. در مسئله‌ی مورد نظر در این تحقیق، این فعالیت‌ها در مرحله‌ی دوم سیستم تولیدی به صورت یک ایستگاه کاری در نظر گرفته شده است. سایر مشخصات مسئله شامل پارامترها و متغیرهای تصمیم عبارت است از:

$H$ : تعداد کل کارها (محصولات) مورد نیاز؛

$h$ : شاخص محصولات ( $h = 1, 2, \dots, H$ );

$n$ : تعداد کل قطعات؛

$j$ : شاخص قطعات ( $j = 1, 2, \dots, n$ );

$n_h$ : تعداد قطعات محصول  $h$ ؛

$j_h$ : شاخص سری قطعات محصول ( $j_h = 1, 2, \dots, n_h$ );

$L = 3$ : تعداد مراحل سیستم تولید؛

$l$ : شاخص مراحل تولید ( $l = 1, 2, 3$ );

$P_{lj}$ : زمان پردازش قطعه  $j$  در مرحله‌ی  $l$ ؛

$m$ : تعداد ماشین‌های موازی در مرحله‌ی ۱؛

$k$ : شاخص ماشین ( $k = 1, 2, \dots, m$ );

$A_h$ : زمان مونتاژ محصول  $h$ ؛

$S_{hh'}$ : اگر اولویت مونتاژ محصول  $h$  قبل از محصول  $h'$  باشد این متغیر برابر ۱ و در غیر این صورت صفر است؛

$x_{ijkl}$ : اگر قطعه  $J_j$  درست بعد از قطعه  $J_i$  روی ماشین  $k$  در مرحله‌ی  $l$  پردازش شود برابر ۱ و در غیر این صورت صفر است؛

$x_{j.kl}$ : اگر قطعه  $J_i$  اولین قطعه‌ی باشد که در مرحله‌ی  $l$  روی ماشین  $k$  پردازش می‌شود، این متغیر برابر ۱ و در غیر این صورت صفر است؛

## ۱.۲. فرض‌های مسئله

فرض‌های اصلی مد نظر برای مسئله‌ی مذکور، مفروضات اساسی هستند که برحسب شرایط و مدل‌های مطرح در تحقیق، امکان تغییر در آنها وجود دارد. این فرض‌ها عبارت‌اند از:

-- باید تعدادی محصول تولید شود و هر محصول برای تکمیل، نیازمند یک سری قطعات است.

-- تقاضای محصولات نهایی مشخص و تمامی قطعات در زمان صفر آماده‌ی پردازش‌اند.

-- زمان پردازش قطعات و مونتاژ محصولات قطعی و معین است.

-- محدودیت‌های مسئله عبارت‌اند از: ماشین‌آلات، تقدم و تأخر برای پردازش قطعات و مونتاژ محصولات.

-- عملیات مونتاژ یک محصول زمانی شروع می‌شود که تمامی قطعات آن پردازش شده و آماده‌ی مونتاژ باشد.

-- در زمان‌بندی محصولات چنانچه محصول  $h'$  نسبت به محصول  $h$  از اولویت بالاتری برخوردار باشد، تمامی قطعات محصول  $h'$  نیز نسبت به تمامی قطعات محصول  $h$  برای پردازش از اولویت بالاتری برخوردار خواهند بود.

-- مجموعه‌ی قطعات، محصولات و ماشین‌آلات پردازش مستقل از یکدیگرند.

-- مشخصات و ظرفیت ماشین‌های موجود در مرحله‌ی اول سیستم تولید یکسان است.

-- ماشین‌ها نمی‌توانند در یک زمان بیش از یک عملیات را انجام دهند (ماشین‌ها در هر زمان یا روی یک قطعه/محصول عملیات انجام می‌دهند یا بیکارند).

-- در هر زمان هر قطعه فقط روی یک ماشین پردازش می‌شود (هر کار در هر زمان یا در حال پردازش روی یک ماشین است یا در صف انتظار ماشینی برای پردازش است).

## ۲.۲. مدل ریاضی مسئله

حل مدل ریاضی برای مسائل رده سخت بسیار زمان‌بر و در برخی اوقات غیر ممکن است اما، ارائه و تشریح مدل ریاضی یک مسئله به درک کامل آن مسئله و پارامترها

قطعه، محصول دوم از سه قطعه و محصول سوم نیز از سه قطعه تشکیل می‌شود. دو فاز مورد نیاز برای تکمیل زمان‌بندی طبق رویکرد حل مورد نظر برای این مثال در شکل ۲ آمده است. این شکل نمونه‌ی از زمان‌بندی این مثال را نشان می‌دهد که در فاز اول توالی محصولات تعیین شده است و براساس آن ابتدا محصول ۲ و سپس محصول ۱ و ۳ از اولویت برخوردارند. زمان‌بندی قطعات نیز در فاز دوم انجام می‌شود که براساس آن مثلاً برای محصول ۱ ابتدا قطعه‌ی دوم پردازش می‌شود و سپس قطعه‌ی اول.

$$\text{Min } Z = D \quad (۱)$$

Subject to :

$$\sum_{i=1, i \neq j}^n \sum_{k=1}^{k_l} x_{ijkl} = 1 \quad j = 1, 2, 3, \dots, n, \quad l = 1, 2,$$

$$k_1 = m, \quad k_2 = 1 \quad (۲)$$

$$\sum_{j=0}^n x_{ijkl} \leq 1, \quad i = 0, 1, 2, 3, \dots, n, \quad l = 1, 2,$$

$$k_1 = 1, 2, \dots, m, \quad k_2 = 1 \quad (۳)$$

$$\sum_{i=0, i \neq z}^n x_{izlk_l} - \sum_{j=0, j \neq z}^n x_{zjlk_l} = 0, \quad z = 1, 2, 3, \dots, n,$$

$$l = 1, 2, \quad k_1 = 1, 2, \dots, m, \quad k_2 = 1 \quad (۴)$$

$$C_i^{(l)} + \sum_{k=1}^{k_l} x_{ijkl} \times P_{lj} + \left( \sum_{k=1}^{k_l} x_{ijkl} - 1 \right) \times M \leq C_j^{(l)},$$

$$i = 1, 2, 3, \dots, n, \quad j = 1, 2, 3, \dots, n, \quad l = 1, 2,$$

$$k_1 = 1, 2, \dots, m, \quad k_2 = 1 \quad (۵)$$

$$C_j^{(1)} + P_{lj} \leq C_j^{(2)}, \quad j = 1, 2, 3, \dots, n \quad (۶)$$

$$C_j^{(2)} \leq F_h, \quad \forall j \in \{J_h\}, \quad h = 2, 3, 4, \dots, H \quad (۷)$$

$$F_h + A_h \leq C_h, \quad h = 1, 2, 3, \dots, H \quad (۸)$$

$$C_{h'} + A_h - S_{h'h} \times M \leq C_h, \quad h, h' = 1, 2, 3, \dots, H \quad (۹)$$

$$S_{h'h} = \max \{0, (F_{h'} - F_h)\}, \quad h, h' = 1, 2, 3, \dots, H, \\ h' \neq h \quad (۱۰)$$

$$E_h \geq \max \{0, (d_h - C_h)\}, \quad h = 1, 2, 3, \dots, H \quad (۱۱)$$

$$T_h \geq \max \{0, (C_h - d_h)\}, \quad h = 1, 2, 3, \dots, H \quad (۱۲)$$

$$D = \sum_{h=1}^H [E_h + T_h], \quad h = 1, 2, 3, \dots, H \quad (۱۳)$$

$$x_{ijkl} \in \{0, 1\}, \quad i = 1, 2, 3, \dots, n, \quad j = 1, 2, 3, \dots, n,$$

$$l = 1, 2, \quad k \leq 1, 2, \dots, k_l \quad (۱۴)$$

$$C_j^{(1)} \geq 0, \quad j = 1, 2, 3, \dots, n, \quad l = 1, 2 \quad (۱۵)$$

$$C_h \geq 0, \quad h = 1, 2, 3, \dots, H \quad (۱۶)$$

$$C_h \geq 0, \quad h = 1, 2, 3, \dots, H \quad (۱۷)$$

$$T_h \geq 0, \quad h = 1, 2, 3, \dots, H \quad (۱۸)$$

به منظور نمایش و کدگذاری راه حل مسئله برای استفاده در برنامه‌ی رایانه‌ی، هر راه

و متغیرهای تصمیم‌اش کمک زیادی می‌کند. با توجه به توضیحات فوق و با در نظر گرفتن پارامترها و متغیرهای تعریف شده در قسمت قبل، مدل ریاضی مسئله‌ی مورد نظر در ادامه ارائه می‌شود. مفاهیم معادلات و محدودیت‌های این مدل عبارت‌اند از:

-- معادله‌ی ۱ نشان‌دهنده‌ی تابع هدف مدل است.

-- محدودیت‌های ۲، ۳ و ۴ تضمین می‌کنند که هر قطعه در هر مرحله فقط یک بار پردازش می‌شود.

-- محدودیت‌های ۵ و ۶ نظارت بر این دارند که زمان تکمیل قطعات در هر مرحله باید بزرگ‌تر یا مساوی زمان تکمیل در مرحله‌ی قبل به علاوه‌ی زمان پردازش همان مرحله باشد.

-- محدودیت ۷ زمان تکمیل قطعات محصول  $h$  را در انتهای مرحله‌ی دوم برای شروع عملیات مونتاژ محاسبه می‌کند.

-- محدودیت ۸ تضمین می‌کند که زمان تکمیل محصول  $h$  بزرگتر یا مساوی زمان تکمیل پردازش قطعات آن محصول به علاوه‌ی زمان مونتاژ آن است.

-- محدودیت ۹ بیان می‌دارد که اگر مونتاژ محصول  $h'$  قبل از محصول  $h$  شروع شده باشد، زمان تکمیل محصول  $h$  بزرگتر یا مساوی زمان تکمیل محصول  $h'$  به علاوه‌ی زمان مونتاژ محصول  $h$  خواهد بود.

-- معادله‌ی ۱۰ ضریب تقدم و یا تأخر مونتاژ محصولات را که در محدودیت ۹ استفاده شده محاسبه می‌کند.

-- معادلات ۱۱ و ۱۲ به ترتیب مقدار زودکرد یا دیرکرد هر محصول را اندازه‌گیری می‌کنند.

-- معادله‌ی ۱۳ مقدار تابع هدف مسئله را محاسبه می‌کند.

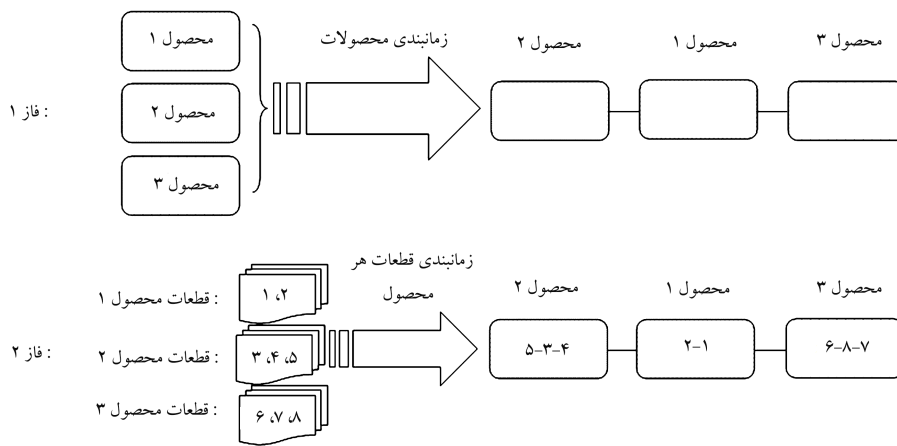
-- معادله‌ی ۱۴ متغیر  $x_{ijkl}$  را به صورت ۰ و ۱ تعریف می‌کند. براین اساس، اگر در توالی تعیین شده، قطعه‌ی  $z$  در مرحله‌ی ۱ روی ماشین  $k$  بعد از قطعه‌ی  $i$  قرار داشته باشد مقدار این متغیر ۱ و در غیر این صورت صفر خواهد بود.

-- محدودیت‌های ۱۵ تا ۱۸ مشخص می‌کنند که مقادیر زمان تکمیل قطعات و محصولات و مقادیر زودکرد و دیرکرد محصولات نمی‌تواند منفی باشد.

### ۳. رویکرد حل مسئله

گوپتا نشان داد که مسئله‌ی جریان کارگاهی انعطاف‌پذیر محدود به دو مرحله -- که حداقل یکی از مراحل دو ماشین و مرحله‌ی دیگر یک ماشین داشته باشد -- در رده‌ی مسائل NP-hard قرار دارد.<sup>[۱۶]</sup> لذا مسئله‌ی مورد بررسی در این تحقیق با سه مرحله که در مرحله‌ی اول آن بیش از یک ماشین فعالیت دارد دارای ساختاری پیچیده تر بوده و قطعاً NP-hard است.

برای حل مسئله ابتدا آن را به دو زیرمسئله تفکیک می‌کنیم. زیرمسئله‌ی اول عبارت است از تعیین توالی مونتاژ محصولات، و زیرمسئله‌ی دوم به تعیین توالی پردازش قطعات هر محصول اختصاص دارد. بر همین اساس حل مسئله‌ی مورد نظر در دو گام انجام می‌شود. از طرف دیگر مطابق فرضیات مسئله چنانچه در زمان‌بندی محصولات، مونتاژ محصول  $h'$  قبل از محصول  $h$  باشد، تمامی قطعات محصول  $h'$  نیز می‌بایست قبل از تمامی قطعات محصول  $h$  پردازش شود. با توجه به توضیحات ارائه شده، شرح دو فاز اصلی حل مسئله در ادامه آمده است. به عنوان مثال فرض کنید در این سیستم قرار است ۳ محصول تولید شود، طوری که محصول اول از دو



شکل ۲. رویکرد حل مسئله در دو فاز اصلی.

هر محصول توالی قطعات به ترتیب نزولی مجموع زمان پردازش در دو مرحله اول سیستم تولید تعیین می شود.

حل به صورت یک ماتریس دو سطری نشان داده می شود. سطر اول این ماتریس نشان دهنده شماره محصول و سطر دوم آن بیانگر شماره قطعات است. برای مثال کدگذاری راه حل ارائه شده در شکل ۲ چنین است:

۳	۳	۳	۱	۱	۲	۲	۲	شماره محصول:
۷	۸	۶	۱	۲	۴	۳	۵	شماره قطعه:

#### ۴. طراحی مسائل

به منظور ارزیابی کارایی الگوریتم پیشنهادی، چهارگروه مسائل نمونه در ابعاد مختلف تولید و به کار گرفته شده است. این چهارگروه شامل مسائل کوچک، متوسط، بزرگ و مسائل خیلی بزرگ است (جدول ۱).

زمان پردازش قطعات و موتاز محصولات به طور یکنواخت در بازه  $[1, 10^6]$  دنظر گرفته شده است. این توزیع واریانس مناسبی دارد و اجازه می دهد مدل مورد بررسی تحت شرایط مختلف، که برخی از آنها نامساعد است، ارزیابی شود. همچنین این توزیع توسط محققین زیادی آزمایش شده و در تحقیقات و ارزیابی مدل های

۱.۳. الگوریتم زودترین موعد تحویل<sup>۷</sup> برای تعیین توالی محصولات به منظور انجام فاز یک الگوریتم حل مسئله یعنی تعیین توالی محصولات، از الگوریتم زودترین موعد تحویل (EDD) استفاده می شود. براساس این الگوریتم محصولی که زودترین موعد تحویل را دارد در اولویت قرار گرفته و همین طور محصولی که دیرترین موعد تحویل را دارد در اولویت آخر قرار می گیرد.

محققین از این الگوریتم برای حل مسئله ی جریان کارگاهی دومرحله یی با تابع هدف بیشینه زودکرد و دیرکرد کارها ( $ET_{max}$ ) استفاده کرده اند.<sup>[۱۷]</sup> آنان بر این باورند که در این گونه مسائل با توجه به اهمیت موعد تحویل کارها، کار با موعد تحویل زودتر از اولویت بالاتری نسبت به کار با موعد تحویل دیرتر برخوردار است. لذا کارها براساس موعد تحویل مرتب می شود و سپس در هر مرحله یک کار از ابتدای لیست انتخاب و موقعیت نسبی سایر کارها با آن تعیین و موقعیت های به دست آمده در هر مرحله ثابت می ماند.

جدول ۱. مشخصات چهارگروه مسئله ی مورد آزمایش.

گروه	تعداد محصول	تعداد قطعه هر محصول	تعداد ماشین
مسئله	(H)	محصول (h, n <sub>h</sub> )	مرحله ۱ (m)
کوچک	کوچکتر از ۲۵	[۳, ۸]	۴
متوسط	بین ۲۵ تا ۷۵	[۳, ۸]	۴
بزرگ	بین ۷۵ تا ۱۵۰	[۳, ۸]	۴
خیلی بزرگ	بیشتر از ۱۵۰	[۳, ۸]	۴

#### ۲.۳. الگوریتم نه<sup>۸</sup> برای تعیین توالی پردازش قطعات

پس از تعیین توالی تحویل محصولات، نوبت تعیین توالی پردازش قطعات هر محصول است. در این جزء از مسئله هدف این است که زمان پردازش قطعات هر محصول چنان کوتاه شود که بیکاری ماشین ها کمینه و بهره وری آنها بیشینه شود. بر همین اساس برای حل این قسمت از مسئله از الگوریتم NEH استفاده می شود. براساس الگوریتم NEH که در سال ۱۹۸۳ ارائه شد، به منظور کمینه سازی زمان تکمیل قطعات، اولویت پردازش قطعات براساس مجموع زمان پردازش آنها مشخص می شود. به عبارت دیگر، قطعات با بیشترین مجموع زمان پردازش در اولویت های اول پردازش قرار گرفته و قطعات با مجموع زمان پردازش کم تر در اولویت های آخر پردازش قرار می گیرند.<sup>[۱۸]</sup>

براین اساس، پس از تعیین توالی محصولات در فاز اول الگوریتم حل، برای

## ۵. حل مسائل و تحلیل نتایج

### ۱.۵. مسائل گروه کوچک

اولین بررسی در خصوص نتایج مدل به بهینگی جواب‌ها مربوط می‌شود. برای این منظور تعداد ۱۲۰ مسئله در ابعاد کوچک طبق جدول ۱ طراحی و با استفاده از مدل پیشنهادی حل شد. این مسائل براساس مدل ریاضی و به کمک نرم‌افزار لینگو حل شد تا جواب‌های بهینه مشخص و کیفیت جواب‌های حاصل از مدل پیشنهادی ارزیابی شود. جدول ۳ نشان‌دهنده درصد جواب بهینه در الگوریتم ارائه شده است. چنان که گفته شد، جواب بهینه‌ی مسائل از طریق برنامه‌ی لینگو به دست آمده است و از آنجا که در برنامه‌ی لینگو دست یافتن به جواب بهینه برای مسائل با تعداد کار زیاد بسیار زمان‌بر است، لذا بهینگی جواب تنها برای مسائل کوچک (تعداد محصول کم‌تر از ۲۵) ارزیابی شده است.

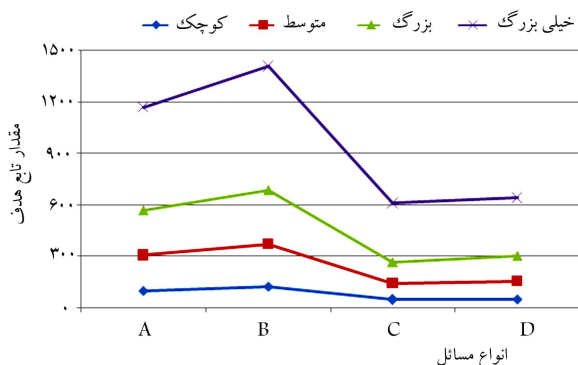
جدول ۳ بیان‌گر آن است که الگوریتم پیشنهادی در اغلب موارد جواب بهینه‌ی مسائل کوچک را ارائه کرده است. جواب الگوریتم برای مسائل نوع C و D تا تعداد ۲۵ محصول بهینه است اما برای مسائل نوع A و B با تعداد کار ۱۵ و بیشتر گاهی اوقات جواب الگوریتم بهینه نبوده است.

### ۲.۵. مسائل گروه متوسط تا خیلی بزرگ

در شکل ۳ روند تغییرات جواب الگوریتم در حل مسائل کوچک تا بزرگ به‌ازای انواع مختلف مسائل A, B, C, D و به صورت چهار روند نشان داده شده است. جزئیات جواب‌های حاصل از حل انواع مسائل با الگوریتم پیشنهادی نیز در جدول ۴ آمده است. نتایج حاکی از آن است که در حل مسائل نوع A و B امکان بهبود تابع هدف کم‌تر است. علت آن است که در این نوع مسائل، دامنه‌ی مد نظر برای موعد تحویل محصولات بسیار محدود است و

جدول ۳. بررسی بهینگی جواب الگوریتم برای مسائل گروه کوچک در ۴ نوع مختلف.

گروه مسئله	تعداد محصول	تعداد مسئله‌ی بررسی شده	نوع مسائل (%)			
			A	B	C	D
کوچک	$n \leq 5$	۲۴	۱۰۰	۱۰۰	۱۰۰	۱۰۰
	$5 < n \leq 10$	۲۴	۱۰۰	۱۰۰	۱۰۰	۱۰۰
	$10 < n \leq 15$	۲۴	۱۰۰	۱۰۰	۱۰۰	۱۰۰
	$15 < n \leq 20$	۲۴	۱۰۰	۸۳	۱۰۰	۱۰۰
	$20 < n \leq 25$	۲۴	۸۳	۸۳	۱۰۰	۱۰۰



شکل ۳. مقدار جواب الگوریتم برای مسائل مختلف.

حل مورد استفاده قرار گرفته است. [۱۱، ۱۲] زمان مرحله‌ی دوم برای هر قطعه به‌طور یکنواخت در بازه [۱، ۲۵] لحاظ شده است. تعداد قطعات برای هر مسئله متغیر و در بازه یکنواخت [۸، ۳] است. در هر گروه از مسائل تعداد ماشین‌های مرحله‌ی اول در سه حالت ۴، ۶ و ۸ بررسی می‌شود.

به‌منظور تعیین موعد تحویل کارها باید در نظر داشت که این پارامتر وابسته به مدت زمان پردازش کارهاست و موعد تحویل کارها باید چنان تعیین شود که مسئله تحت شرایط مختلف و بعضاً نامساعد قرار گیرد تا مدل در حالت‌های مختلف ارزیابی شود. محققین مختلف دو عامل دیرکرد ( $\tau$ ) و دامنه‌ی موعد تحویل ( $R$ ) را مهم دانسته و براساس آن مسائل را به‌صورت تصادفی تولید کرده‌اند. در واقع با تغییر مقادیر این دو عامل می‌توان تنوع مسائل مورد آزمایش را افزایش داد. افزایش مقدار عامل دیرکرد ( $\tau$ ) موجب می‌شود اغلب کارها دارای تأخیر باشند، و افزایش مقدار دامنه‌ی موعد تحویل ( $R$ ) موجب گوناگونی بیشتر مسائل آزمایشی شده و لذا مدل حل امکان و فرصت بهبود تابع هدف را خواهد داشت. برای این منظور از روابط ۱۹ و ۲۰ برای به‌دست آوردن نقطه‌ی مرکزی و بازه یکنواخت موعد تحویل کارها استفاده می‌شود: [۱۷، ۲۱، ۲۲]

$$\bar{d} = (1 - \tau) \times M \quad (19)$$

$$d = \left[ \bar{d} - \frac{R}{\gamma} \times M, \bar{d} + \frac{R}{\gamma} \times M \right] \quad (20)$$

که در آن،  $M$  زمان پایان تمامی کارهاست. در مسائلی مانند مسئله‌ی تک‌ماشین، مقدار  $M$  برابر مجموع زمان پردازش کارهاست. در حالت کلی مانند مسئله‌ی مورد نظر در این تحقیق، روشی برای محاسبه‌ی مقدار بهینه‌ی  $M$  وجود ندارد و لذا معمولاً مقدار  $M$  را از توالی تصادفی مسئله به دست می‌آورند. بنابراین پس از مشخص شدن  $\bar{d}$  از رابطه‌ی ۲۰، موعد تحویل کارها به‌صورت توزیع یکنواخت در بازه‌ی  $d$  که از رابطه‌ی ۲۱ به‌دست می‌آید تعیین می‌شود.

$$d = \left[ \left( 1 - \tau - \frac{R}{\gamma} \right) \times M, \left( 1 - \tau + \frac{R}{\gamma} \right) \times M \right] \quad (21)$$

بیشتر محققین مقدار عامل دیرکرد ( $\tau$ ) را برابر ۰/۲ و ۰/۶، و دامنه‌ی موعد تحویل ( $R$ ) را برابر ۰/۶ و ۱/۲ فرض کرده‌اند. [۱۲، ۱۳، ۱۴] این اعداد در تحقیقات استاندارد شده و محققین از این اعداد برای تولید مسائل تصادفی استفاده می‌کنند. از ترکیب دو عامل دیرکرد ( $\tau$ ) و دامنه‌ی موعد تحویل کارها ( $R$ )، چهار نوع مسئله ایجاد می‌شود (جدول ۲). مسائل نیز مطابق توضیحات قبلی به چهار گروه کوچک، متوسط، بزرگ و خیلی بزرگ تقسیم می‌شوند.

تعداد ۳۰ مسئله در هر گروه (مجموعاً ۱۲۰ مسئله در ۴ گروه) تولید شده است. این مسائل برای ۴ نوع A, B, C, D و طراحی و در مجموع ۴۸۰ مسئله طراحی و تولید شده است. این مسائل توسط مدل پیشنهادی حل شده و نتایج مورد ارزیابی قرار گرفته است.

جدول ۲. دسته‌بندی مسائل.

دسته	مقدار $\tau$	مقدار $R$
نوع A	۰/۲	۰/۶
نوع B	۰/۶	۰/۶
نوع C	۰/۶	۱/۶
نوع D	۰/۲	۱/۶

جدول ۴. مقادیر جواب حاصل از الگوریتم.

گروه مسئله	تعداد محصول (H)	تعداد قطعه هر محصول $h$ ( $n_h$ )	تعداد ماشین مرحله ۱ (m)	مقدار جواب الگوریتم در ۴ نوع مسئله		
				A	B	C
کوچک	کوچک‌تر از ۲۵	[۳, ۸]	۴	۱۱۴	۱۴۷	۵۸
			۶	۹۸	۱۱۹	۴۴
			۸	۹۳	۱۰۲	۴۲
متوسط	بین ۲۵ تا ۷۵	[۳, ۸]	۴	۳۴۴	۴۴۱	۱۷۴
			۶	۲۹۴	۳۵۷	۱۳۲
			۸	۲۸۱	۳۱۸	۱۲۶
بزرگ	بین ۷۵ تا ۱۵۰	[۳, ۸]	۴	۶۴۱	۸۱۵	۳۲۳
			۶	۵۳۹	۶۵۷	۲۴۱
			۸	۵۲۱	۵۸۸	۲۲۹
خیلی بزرگ	بین ۱۵۰ تا ۳۰۰	[۳, ۸]	۴	۱۲۰۲	۱۵۳۱	۶۶۵
			۶	۱۱۸۵	۱۴۶۵	۵۹۸
			۸	۱۱۱۲	۱۲۱۵	۵۶۱

جدول ۵. وضعیت تابع هدف و محصولات در انواع مسائل.

نوع مسئله	A	B	C	D
دامنه‌ی موعد تحویل	[۰/۵M, ۱/۱M]	[۰/۱M, ۰/۷M]	[۰/۱, ۱/۲M]	[۰/۱, ۱/۶M]
وضعیت محصولات در جواب الگوریتم	محصولات اولیه زودکرد و بعضی از محصولات باقی‌مانده دیرکرد دارند	بیشتر محصولات دیرکرد دارند	فقط محصولات اولیه دیرکرد دارند	محصولات اولیه دیرکرد و محصولات پایانی زودکرد دارند

جدول ۶. زمان اجرای الگوریتم.

گروه مسئله	تعداد محصول (H)	تعداد قطعه هر محصول $h$ ( $n_h$ )	تعداد ماشین مرحله ۱ (m)	زمان اجرای الگوریتم (ثانیه)
کوچک	کوچک‌تر از ۲۵	[۳, ۸]	۴	۰/۳۶
			۶	
			۸	
متوسط	بین ۲۵ تا ۷۵	[۳, ۸]	۴	۱/۴۵
			۶	
			۸	
بزرگ	بین ۷۵ تا ۱۵۰	[۳, ۸]	۴	۲/۸۶
			۶	
			۸	
خیلی بزرگ	بین ۱۵۰ تا ۳۰۰	[۳, ۸]	۴	۵/۳۲
			۶	
			۸	

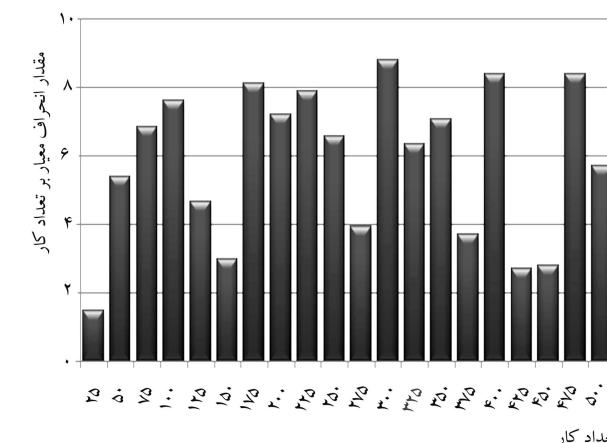
لذا در مسائل نوع B اغلب محصولات دیرکرد داشته و در مسائل نوع A نیز محصولات اولیه زودکرد و بعضی از محصولات باقی‌مانده دیرکرد دارند. اما در مسائل نوع C و D از آنجا که دامنه‌ی لحاظ شده برای موعد تحویل محصولات بازتر است، امکان بهبود بیشتر تابع هدف وجود داشته است. در جدول ۵ وضعیت تابع هدف و محصولات در چهار نوع از مسائل ارائه شده است. در جدول ۶ زمان اجرای الگوریتم حل برای مسائل مختلف ثبت شده است. این

اطلاعات نشان می‌دهد که زمان حل مسائل با بزرگ شدن ابعاد مسائل رشد نمایی نداشته و تقریباً به صورت خطی افزایش می‌یابد. این نتیجه بیان‌گر کارایی مناسب الگوریتم و قابلیت کاربرد آن برای مسائل با ابعاد خیلی بزرگ است. به منظور اطمینان از عملکرد مناسب الگوریتم پیشنهادی در حل مسائل بزرگ، میزان پراکندگی جواب نهایی در تکرارهای مختلف حل مورد بررسی قرار گرفت. این ارزیابی روی مسائل بزرگ ( $25 \leq n \leq 500$ ) صورت گرفته است، به این ترتیب که هر مسئله ۳۰ بار با الگوریتم حل و در نهایت مقدار نسبت انحراف

## ۶. نتیجه‌گیری

در این نوشتار، مسئله‌ی زمان‌بندی در یک سیستم تولید سه‌مرحله‌ی مونتاژ مورد بررسی قرار گرفت. دو مرحله‌ی اول سیستم تولید مربوط به پردازش قطعات است و مرحله‌ی سوم عبارت است از مونتاژ قطعات و تکمیل محصولات. تابع هدف در نظر گرفته شده عبارت است از مجموع زودکرد و دیرکرد تحویل محصولات که این هدف هم‌راستا با اهداف سیستم‌های تولید به‌موقع محسوب می‌شود. مرور ادبیات نشان می‌دهد که این مسئله کاربرد زیادی در صنایع تولیدی دارد و با ویژگی‌های مطرح شده، تاکنون توسط محققین بررسی نشده است.

پس از تعریف پارامترها و متغیرهای تصمیم مسئله، مدل ریاضی آن برای درک کامل تر مسئله و حل مسائل کوچک با جواب بهینه ارائه شد. با توجه به این که مسئله‌ی فوق جزء مسائل NP-hard محسوب می‌شود، یک الگوریتم ابتکاری مبتنی بر الگوریتم NEH و زودترین موعد تحویل (EDD) نیز برای حل مسائل بزرگ ارائه شده است. کارایی الگوریتم پیشنهادی با حل مسائل متنوع در ابعاد مختلف ارزیابی شد. در مسائل کوچک که جواب بهینه‌ی آن از طریق حل مدل ریاضی پیشنهادی به دست آمد، نتایج نشان‌دهنده‌ی آن بود که الگوریتم ابتکاری در بیشتر مواقع جواب بهینه را ارائه می‌کند. همچنین نتایج نشان می‌دهد که زمان اجرای الگوریتم در حل مسائل مختلف قابل قبول بوده و این زمان با بزرگ شدن ابعاد مسئله به صورت نمایی افزایش نمی‌یابد. در تحقیقات آتی می‌توان این مسئله را در حالتی بررسی کرد که وزن و جریمه‌ی انحراف از موعد تحویل همه‌ی کارها یکسان نباشد. مواردی همچون اضافه کردن محدودیت انبار میانی و انبار نهایی، ثابت بودن زمان تحویل برخی کارها و عدم امکان تأخیر در تکمیل برخی کارها نیز می‌تواند موضوع تحقیقات آتی باشد. در شیوه‌های حل نیز می‌توان از الگوریتم‌های فراابتکاری مانند جست‌وجوی ممنوع استفاده کرد.



شکل ۴. نسبت انحراف معیار جواب‌های نهایی بر تعداد کار در تکرارهای حل مسائل.

معیار جواب نهایی هر مسئله در تکرارهای مختلف بر تعداد محصول محاسبه شده است. این شاخص مطابق رابطه‌ی ۲۲ محاسبه و نتایج آن در شکل ۴ آمده است. همچنین این مسائل از نوع C -- که قابلیت بهبود بیشتری دارند -- انتخاب شده و نتایج نشان می‌دهد که دقت و کارایی الگوریتم با بزرگ شدن ابعاد مسئله حفظ می‌شود.

$$\delta_n = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^{r_0} (Z_i^* - Z^*)^2}}{n} \quad \text{for } 25 \leq n \leq 500 \quad (22)$$

## پانویس‌ها

1. assembly type production system
2. makespan
3. branch and bound (B&B)
4. heuristic
5. lower bound (LB)
6. assembly type flow shop
7. earliest due date (EDD)
8. Neh

## منابع (References)

1. Demir, Y. and Kurs, S. "Evaluation of mathematical models for flexible job-shop scheduling problems", *Appl. Math. Modell* (2012). <http://dx.doi.org/10.1016/j.apm.2012.03.020>.
2. Yokoyama, M. and Santos, D.L. "Three-stage flowshop scheduling with assembly operations to minimize the weighted sum of product completion times", *European Journal of Operational Research*, **161**, pp. 754-770 (2005).
3. Lee, C.Y., Cheng, T.C.E. and Lin, B.M.T. "Minimizing the makespan in the 3-machine assembly-type flowshop scheduling problem", *Management Science*, **39**, pp. 616-625 (1993).
4. Potts, C.N., Sevast'Janov, S.V., Strusevich, V.A., Van Wassenhove, L.N. and Zwaneveld, C.M. "The two-stage assembly scheduling problem: Complexity and approximation", *Operations Research*, **43**, pp. 346-355 (1995).
5. Hariri, A.M.A. and Potts, C.N. "A branch and bound algorithm for the two-stage assembly scheduling problem", *European Journal of Operational Research*, **103**, pp. 547-556 (1997).
6. Haouari, M. and Daouas, T. "Optimal scheduling of the 3-machine assembly-type flow shop", *RAIRO Recherche Operationnelle*, **33**, pp. 439-450 (1999).
7. Allahverdi, A. and Al-Anzi, F.S. "The two-stage assembly scheduling problem to minimize total completion time with setup times", *Computers & Operations Research*, **36**, pp. 2740-2747 (2009).
8. Al-Anzi, F.S. and Allahverdi, A. "A self-adaptive differential evolution heuristic for two stage assembly scheduling problem to minimize maximum lateness with setup



- time”, *European Journal of Operational Research*, **182**, pp. 80-94 (2007).
9. Yokoyama, M. “Hybrid flow-shop scheduling with assembly operations”, *International Journal of Production Economics*, **73**, pp. 103-116 (2001).
  10. Yokoyama, M. and Santos, D.L. “Three-stage flow-shop scheduling with assembly operations to minimize the weighted sum of product completion times”, *European Journal of Operational Research*, **161**, pp. 754-770 (2005).
  11. Karimi Haghighi, A. “Solving the flow shop scheduling problem in order to minimize the mean job completion time in the 3-stage assembly line by using the meta-heuristic approach”, MSc thesis, Department of Industrial Engineering, Payam-e-Noor University (1389).
  12. Hatami, S., Ebrahimnejad, S., Tavakoli-Moghadam, R. and Maboudian, Y. “Two meta-heuristics for three-stage assembly flowshop scheduling with sequence-dependent setup time”, *International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, **50**, pp. 1153-1164 (2010).
  13. Maleki-Darounkolaei, A., Modiri, M., Tavakoli-Moghadam, R. and Seyyedi, I. “A three-stage assembly flow shop scheduling problem with blocking and sequence-dependent set up times”, *Journal of Industrial Engineering-International*, **1**, pp. 8-26 (2012).
  14. Fatahi, P., Hosseini, S.M.H. and Jolai, F. “Some heuristics for the hybrid flow shop scheduling problem with setup and assembly operations”, *International Journal of Industrial Engineering Computations*, **4**, pp. 393-416 (2013).
  15. Fattahi, P., Hosseini, S.M.H. and Jolai, F. “A mathematical model and extension algorithm for assembly flexible flow shop scheduling problem”, *International Journal of Advance Manufacture Technology*, DOI 10.1007/s00170-012-4217-x (2012).
  16. Ruiz, R. and Vazquez-Rodriguez, J.A. “Invited review the hybrid flow shop scheduling problem”, *European Journal of Operational Research*, **205**, pp. 1-18 (2010).
  17. Amin-Nayeri, M.R. and Moslehi, G. “Optimal algorithm for flow shop sequencing to minimize early/tardy cost”, *International Journal of Engineering Sciences*, **12**, pp. 191-209 (2001).
  18. Muhammad Nawaz, E., Emory Enscore, Jr. and Inyong, H. “A heuristic algorithm for the m-machine, n-job flow-shop sequencing problem”, *Original Research Article Omega*, **11**, pp. 91-95 (1983).
  19. Fattahi, P., Hosseini, S.M.H. and Jolai, F. “Using the simulated annealing to solve a JIT scheduling problem in the two-machine flow shop”, *International Journal of Industrial Engineering & Production Management*, **23**, pp. 265-281 (2012).
  20. Wang, M.Y., Sethi, S.P., Van De Velde, S.L. “Minimizing makespan in a class of reentrant shop”, *Operation Research*, **45**, pp. 702-707 (1997).
  21. Al-Anzi, F.S. and Allahverdi, A. “The relation between three-tired client server internet database and two-machine flow shop”, *International Journal of Parallel and Distributed Systems and Networks*, **4**, pp. 94-101 (2001).
  22. Moslehi, G., Mirzaee, M., Vasei, M., Modarres, M. and Azaron, A. “Two-machine flow shop scheduling to minimize the sum of maximum earliness and tardiness”, *Int. J. Production Economics*, **122**, pp. 763-773 (2009).