مهندسی صنایع و مدیریت شریف، (زمستان ۱۳۹۶)
دوره‌ی ۱-۳۳، شماره‌ی ۱/۲، ص. ۳۵-۴۲

Original Article

ارائه‌ی مدل تخصیص ظرفیت در زنجیره‌ی تأمین چنددوره‌یی؛ رویکرد نظریه‌ی بازی‌ها

مریم عزیزی (کارشناس ارشد)
گروه مهندسی صنایع، دانشگاه شاهد
حمیدرضا نویدی * (دانشیار)
گروه علوم کامپیوتر، دانشگاه شاهد

در این نوشتار، یک سیستم توزیع چنددوره‌یی با یک تأمین‌کننده و دو خرده‌فروش در نظرگرفته شده است. به‌طوری که مشتریان در چنددوره زمانی برای خرید کالا به هر خرده‌فروش مراجعه می‌کنند. اگر خرده‌فروشی قادر به تأمین تقاضای مشتریان خود در هر دوره زمانی نباشد، آنها برای ارضای تقاضایشان به خرده‌فروش دیگری در همان دوره زمانی مراجعه می‌کنند، این پدیده را «جست‌وجوی بازار» نامیده‌اند. در این تحقیق از رویکرد نظریه‌ی بازی‌ها برای بررسی استراتژی‌های دو خرده‌فروش وقتی که آن دو با یکدیگر برای ظرفیت تأمین‌کننده و تقاضای مشتریان در n دوره زمانی رقابت می‌کنند، استفاده شده است. چنانچه ظرفیت تأمین‌کننده نامحدود باشد همیشه یک تعادل منحصربه‌فرد وجود دارد و اگر ظرفیت تأمین‌کننده محدود باشد تنها تحت شرایط خاصی تعادل وجود دارد.

واژگان کلیدی: زنجیره‌ی تأمین چنددوره‌یی، مسئله‌ی تخصیص ظرفیت، نظریه‌ی بازی‌ها، تعادل نش، جست‌وجوی بازار.

maryam_azizi68@yahoo.com
navidi@shahed.ac.ir

۱. مقدمه

مفهوم زنجیره‌ی تأمین به‌صورت سازمان یافته، یک‌پارچه و هدف‌مند می‌تواند جریان ارزش پایداری را فراهم سازد و منجر به ایجاد مزیت رقابتی در کسب و کار شود. هدف از زنجیره‌ی تأمین، ارضای نیازمندی‌های مشتری نهایی است. تصمیمات تخصیص ظرفیت[۱]، یکی از تصمیمات بسیار مهم در زنجیره‌ی تأمین در نظر گرفته می‌شود. تخصیص ظرفیت نقش مهمی در مدیریت زنجیره‌ی تأمین ایفا می‌کند. تخصیص یک اتفاق معمول در صنایع (نظیر فولاد، کاغذ و غیره) است که در آن گسترش ظرفیت پرهزینه و وقت‌گیر است. تصمیمات تأمین‌کنندگان و خرده‌فروشان علاوه بر این که بر یکدیگر تأثیر می‌گذارند، برای پاسخ‌گویی به تقاضای مشتریان از اهمیت بالایی برخوردارند. به‌عنوان مثال، تخصیص ظرفیت بیش از حد به یک خرده‌فروش باعث بهره‌برداری پایین و هزینه‌ی انبارداری بالا می‌شود، اما تخصیص ظرفیت کم باعث عدم رضایت مشتری و بالارفتن هزینه‌ی جریمه‌ی کمبود موجودی می‌شود.[۱] در بسیاری از زنجیره‌های تأمین، مشتریانی که در یک خرده‌فروش با کمبود موجودی مواجه می‌شوند ممکن است به خرده‌فروش دیگری برای یافتن محصول مشابه مراجعه کنند؛ این رفتار را «جست‌وجوی بازار» نامیده‌اند. اصطلاح «جست‌وجوی بازار» اولین بار توسط آنیوپیندی و باسوک[۲] معرفی شد. آنها در مقاله‌یی با در نظر گرفتن مسئله‌ی تخصیص ظرفیت با جست‌وجوی بازار، عملکرد دو سیستم را مقایسه کردند: یکی این که خرده‌فروشان هریک به‌طور جداگانه محصولات را بفروشند، و دیگری آن که هرکدام از خرده‌فروشان با انبارکردن محصولات در یک مکان محصولات را بفروشند.[۲] کاچون و لاریویر[۳] برای تخصیص ظرفیت محدود به خرده‌فروشان، هنگامی که کل سفارش خرده‌فروشان بیش از ظرفیت تأمین‌کننده باشد، سه قانون تخصیص ظرفیت را ارائه دادند: نسبی، خطی، یکنواخت.

فرض کنید ظرفیت تأمین‌کننده n، سفارش دو خرده‌فروش x_1^c و x_2^c و تخصیص‌های دو خرده‌فروش x_1 و x_2 باشد. قانون تخصیص نسبی عبارت است از:

$$x_1 = \min\{x_1^c, \frac{x_1^c}{x_1^c + x_2^c} n\} \qquad (1)$$

قانون تخصیص خطی چنین تعریف می‌شود:

$$x_1 = \begin{cases} x_1^c & \text{if } x_1^c + x_2^c \le n \\ \frac{x_1^c - x_2^c + n}{2} & \text{if } x_1^c + x_2^c > n, |x_1^c - x_2^c| < n \\ n & \text{if } x_1^c + x_2^c > n, x_1^c - x_2^c > n \\ 0 & x_1^c - x_2^c > n \end{cases} \qquad (2)$$

قانون تخصیص یکنواخت مطابق رابطه‌ی ۳ تعریف می‌شود:

---

* نویسنده مسئول

تاریخ: دریافت ۱۳۹۳/۱۲/۴، اصلاحیه ۱۳۹۴/۴/۳۱، پذیرش ۱۳۹۴/۱۰/۶.

$$x_1 = \begin{cases} x_1^c & \text{if } \; x_1^c + x_2^c \leq n \\ \min\left\{x_1^c, \frac{n}{2}\right\} & \text{if } \; x_1^c + x_2^c > n, |x_1^c - x_2^c| < n \\ \min\left\{x_1^c, \max\left\{\frac{n}{2}, n - n_2^c\right\}\right\} & \text{if } \; x_1^c + x_2^c > n, x_1^c - x_2^c > n \end{cases} \quad (3)$$

براساس این سه قانون تخصیص، اگر کل سفارش بیشتر از ظرفیت نباشد هر خرده‌فروش آنچه را که سفارش داده است دریافت می‌کند. در غیر این‌صورت، کل ظرفیت تأمین‌کننده به خرده‌فروشان تخصیص می‌یابد و هر خرده‌فروش حداکثر آنچه را که سفارش داده است را دریافت‌می‌کند. کاچون و لاریویر[۳] این سه قانون تخصیص را برای یک تأمین‌کننده و دو خرده‌فروش طی یک دوره مقایسه کردند. آنها بیان کردند که زنجیره‌ی تأمین باید دو هدف را متعادل کند:

الف) افزایش سود تأمین‌کننده با حداکثر بهره‌برداری از ظرفیت تأمین‌کننده؛

ب) افزایش سودهای خرده‌فروشان با درنظرگرفتن این که تخصیص عرضه مطابق نیازهای واقعی خرده‌فروشان باشد.

پارلار[۴] اولین کسی بود که مسئله‌ی موجودی را با استفاده از نظریه‌ی بازی‌ها حل کرد. وی مسئله‌ی محصول قابل جایگزین را به‌عنوان تعمیمی از یک مسئله‌ی روزنامه‌فروش کلاسیک مورد بررسی قرار داد. در مدل او جایگزینی با یک احتمال معین رخ می‌دهد؛ در این مورد وی نشان‌داد یک تعادل نش[۲] منحصر به فرد وجود دارد. لیپمن و کاردل[۵] تعمیمی مسئله‌ی روزنامه‌فروش را بررسی کردند که در آن ارزش اسقاط برای موجودی مازاد برابر با صفر است. براساس این فرض آنها شرایطی را فراهم کردند که تعادل نش برای دو یا چند روزنامه‌فروش وجود دارد. نتسین و رودی[۶] کنترل موجودی‌های متمرکز و غیر متمرکز از یک زنجیره‌ی تأمین را در نظر گرفتند که در آن یک تأمین‌کننده محصولات قابل جایگزینی را به n خرده‌فروش عرضه می‌کند. ماهاجان و ریزین[۷] مدلی با n خرده‌فروش را بررسی کردند که در آن محصولات قابل جایگزینی در نظر گرفته شد. با این فرض که فرایند تقاضا دنباله‌ی تصادفی از مصرف‌کنندگان ناهمگن است که برای بیشینه‌سازی سود خود، محصولات دردسترس را انتخاب می‌کنند.

دای[۸] یک مسئله‌ی تخصیص ظرفیت با یک تأمین‌کننده و دو خرده‌فروش در یک زنجیره‌ی تأمین تک‌دوره‌یی را در نظر گرفت. وی از رویکرد نظریه‌ی بازی‌ها برای حل مسئله‌ی مورد نظر استفاده کرد. در مدل ارائه شده توسط دای، دو خرده‌فروش محصولات را به‌طور جداگانه نگه‌داری می‌کنند و یک ساختار هزینه‌ی عمومی برای آن مد نظر قرار گرفته است. خرده‌فروشان برای ظرفیت تأمین‌کننده و تقاضای مشتریان با یکدیگر به رقابت می‌پردازند. هدف دای بررسی استراتژی‌های سفارش دو خرده‌فروش در مسئله‌ی مذکور است. مالیک و هرکر[۹] مدلی ارائه دادند که در آن چند مدیر تولید و ساخت علاوه بر میانگین توزیع‌های تقاضا و ظرفیت، واریانس‌های آنها را نیز پیش‌بینی می‌کند و در آن هماهنگ‌کننده‌ی مرکزی مسئول تخصیص ظرفیت به خطوط تولید[۳] است. لیو[۱۰] تصمیمات تخصیص ظرفیت در یک زنجیره‌ی تأمین را بررسی می‌کند که در آن یک تأمین‌کننده محصولی مشترک را به دو خرده‌فروش با قیمت عمده‌فروشی ثابت می‌فروشد. او یک آنالیز تعادل از تصمیمات سفارش خرده‌فروشان تحت تخصیص یکنواخت و تخصیص IR [۴] انجام می‌دهد و درمی‌یابد که با افزایش ظرفیت تأمین‌کننده، لزوماً سود تأمین‌کننده یا یکی از خرده‌فروشان بیشینه نمی‌شود و ممکن است تأمین‌کننده با سطح ظرفیت پایین‌تر محصول بیشتری را بفروشد.

هوانگ و همکاران[۱۱] در مطالعه‌ی خود یک زنجیره‌ی تأمین با یک تأمین‌کننده و چند خرده‌فروش را در نظر می‌گیرند که در آن خرده‌فروشان، با توجه به ثبات همکاری بین خرده‌فروشان و تأمین‌کننده، به دو نوع معمولی و ممتاز طبقه‌بندی می‌شوند.

در این مطالعه، یک سیستم توزیع چنددوره‌یی با یک تأمین‌کننده و دو خرده‌فروش در نظرگرفته می‌شود، به‌طوری که تأمین‌کننده در ابتدای هر فصل کالای مورد نظر را به هر خرده‌فروش تخصیص می‌دهد و مشتریان برای خرید کالا در n دوره زمانی به هر خرده‌فروش مراجعه می‌کنند؛ اگر خرده‌فروشی نتوانست تقاضای مشتریان خود را در هر دوره زمانی برآورده کند، آنها برای ارضای تقاضایشان به خرده‌فروش دیگری در همان دوره زمانی مراجعه می‌کنند. چنان که پیش‌تر بیان شد این پدیده «جست‌وجوی بازار» نامیده می‌شود. وقتی تعداد کل سفارشات بیش از ظرفیت تأمین‌کننده باشد، برخی قوانین برای تخصیص ظرفیت به دو خرده‌فروش وضع می‌شود. تخصیص یک خرده‌فروش متفاوت از میزان سفارش اوست. تقاضای مشتری در هر خرده‌فروش در هر دوره زمانی تصادفی است. از آنجا که دو خرده‌فروش برای عرضه و تقاضا رقابت می‌کنند، تصمیم سفارش در یک خرده‌فروش بر تقاضای خرده‌فروش رقیب تأثیر می‌گذارد. درنتیجه یک تعامل استراتژیک بین تصمیمات موجودی خرده‌فروش‌ها ایجاد می‌شود.

در این مقاله از رویکرد نظریه‌ی بازی‌ها برای بررسی استراتژی‌های دو خرده‌فروش و تعیین نقطه‌ی تعادل، هنگامی که آن دو برای بهره‌مندی از ظرفیت تأمین‌کننده رقابت دارند، استفاده شده است. در نهایت نشان‌داده می‌شود چنانچه ظرفیت تأمین‌کننده نامحدود باشد، همیشه یک تعادل منحصربه‌فرد وجود دارد و زمانی که ظرفیت محدود باشد فقط تحت شرایط خاصی تعادل وجود دارد.

در بخش دوم این نوشتار مدل مسئله‌ی مذکور ارائه می‌شود. در بخش سوم رفتار بازی خرده‌فروشان با فرض این که ظرفیت تأمین‌کننده نامحدود است بررسی می‌شود. در بخش چهارم اما، وضعیتی درنظرگرفته می‌شود که تأمین‌کننده دارای ظرفیت محدود است. در بخش پنجم یک مثال عددی بررسی می‌شود، و نهایتاً نتیجه‌گیری و پیشنهادات آتی در بخش هفتم ارائه شده است.

۲. مدل سازی

در این نوشتار تقاضاها چنین تعریف شده‌اند:

- تقاضای محلی[۵] در خرده‌فروش iام در دوره زمانی kام: مشتریانی که ابتدا خرده‌فروش iام را در دوره زمانی kام ملاقات می‌کنند.
- تقاضای فاصله[۶] در خرده‌فروش iام در دوره زمانی kام: مشتریانی که از خرده‌فروش jام به‌دلیل کمبود، به خرده‌فروش iام در دوره زمانی kام می‌روند.
- تقاضای مؤثر[۷] در خرده‌فروش iام در دوره زمانی kام: تقاضای کل مواجه با خرده‌فروش iام در دوره زمانی kام، به‌عبارتی مجموع دو تقاضای بالا.

مفروضات مدل عبارت است از:

- یک سیستم توزیع چنددوره‌یی با یک تأمین‌کننده و دو خرده‌فروش است.
- تقاضا در هر دوره زمانی، تصادفی است.

در این تحقیق عملگرهای $(.)^+$ و $(.)^-$ و $\mathrm{Min}\{a,b\}$ چنین تعریف می‌شود:

$$(x)^+ = \mathrm{Max}\{x, 0\}$$
$$(x)^- = \mathrm{Max}\{-x, 0\}$$
$$\mathrm{Min}\{a,b\} = a - (a-b)^+$$

پارامترهای مدل عبارت است از:

N: ظرفیت تأمین‌کننده؛

w_i: هزینه‌ی عمده‌فروشی واحد برای خرده‌فروش iام برای تأمین‌کننده؛

c_i: تابع هزینه‌ی شامل انبارداری و جریمه‌ی کمبود موجودی برای خرده‌فروش iام؛

s_i: قیمت‌فروش محصول به مشتریان از خرده‌فروش iام، $s_i > w_i$؛

L_{ik}: متغیر تصادفی برای تقاضای محلی تصادفی برای خرده‌فروش iام در دوره زمانی Kام؛

$L_{T_{in}}$: متغیر تصادفی برای تقاضای محلی تصادفی برای خرده‌فروش iام، به عبارتی مجموع تقاضاهای تصادفی در کل دوره برای خرده‌فروش iام؛

E_{ik}: تقاضای مؤثر در خرده‌فروش iام در دوره زمانی Kام؛

$E_{T_{in}}$: تقاضای مؤثر در خرده‌فروش iام، به عبارتی مجموع تقاضاهای مؤثر در کل دوره برای خرده‌فروش iام؛

x_i: تخصیص به خرده‌فروش iام (موجودی خرده‌فروش iام در شروع)؛

$f_i(L_i)$: تابع چگالی احتمال L_i؛

$F_i(L_i)$: تابع توزیع تجمعی L_i که $F_i = 1 - \overline{F_i}(L_i)$؛

q_{ij}: احتمال این که مشتریان از خرده‌فروش iام (به‌دلیل کمبود موجودی)، به خرده‌فروش jام بروند؛

$\pi_i(x_1, x_2)$: تابع مطلوبیت مورد انتظار که x_1, x_2 را به خرده‌فروشان تخصیص می‌دهد.

ابتدا تقاضای مؤثر برای خرده‌فروش ۱ را برای هر دوره زمانی محاسبه می‌کنیم. تقاضای مؤثر برای خرده‌فروش ۱ در دوره زمانی اول شامل تقاضای محلی و تقاضای فاصله برای دوره زمانی اول است:

$$E_{11} = l_{11} + q_{21}(x_2 - l_{21})^- \tag{4}$$

و تقاضای مؤثر برای خرده‌فروش ۱ در دوره زمانی دوم شامل تقاضای محلی و تقاضای فاصله برای دوره زمانی دوم است:

$$E_{12} = l_{12} + q_{21}\left((x_2 - l_{21})^+ - l_{22}\right)^- \tag{5}$$

همچنین تقاضای مؤثر برای خرده‌فروش ۱ در دوره زمانی سوم عبارت است از:

$$E_{13} = l_{13} + q_{21}\left(\left((x_2 - l_{21})^+ - l_{22}\right)^+ - l_{23}\right)^+ \\ , \ldots \tag{6}$$

و تقاضای مؤثر برای خرده‌فروش ۱ در دوره زمانی nام:

$$\begin{aligned} E_{1n} =& l_{1n} + q_{21} \times \left(\left(\left(\left((x_2 - l_{21})^+ - l_{22}\right)^+ - \ldots\right)^+ \right.\right. \\ & \left.\left. - l_{2n-1}\right)^+ - l_{2n}\right)^- \end{aligned} \tag{7}$$

و بنابراین تقاضای مؤثر خرده‌فروش ۱ از مجموع تقاضای مؤثر در دوره زمانی اول و...، و تقاضای مؤثر در دوره زمانی nام از رابطه‌ی ۸ به دست می‌آید:

$$\begin{aligned} E_{T_{in}} =& \sum_{i=1}^{n} E_{1i} = \sum_{i=1}^{n} l_{1i} + q_{21} \times \sum_{i=1}^{n}\left(\left(\left(\left((x_2 - l_{21})^+ - l_{22}\right)^+ \right.\right.\right. \\ & \left.\left.\left. - \ldots\right)^+ - l_{2i-1}\right)^+ - l_{2n}\right)^- \end{aligned} \tag{8}$$

که در آن $w_1 x_1$ معرف هزینه‌ی خرید برای خرده‌فروش ۱، و $c_1(x_1 - E_{T_{in}})^+$ معرف هزینه‌ی انبارداری و جریمه‌ی کمبود برای خرده‌فروش ۱، و $s_1[\mathrm{Min}\{x_1, E_{T_{in}}\}]$ معرف درآمد فروش برای خرده‌فروش ۱ است. بنابراین تابع مطلوبیت مورد انتظار برای خرده‌فروش ۱ عبارت است از:

$$\begin{aligned} \pi_1(x_1,x_2) =& E\left(s_1 \mathrm{Min}\{x_1, E_{T_{1n}}\} - c_1(x_1 - E_{T_{1n}}) - w_1 x_1\right) \\ =& E\left(-s_1(x_1 - E_{T_{in}})^+ - c_1(x_1 - E_{T_{1n}}) + (s_1 - w_1)x_1\right) \\ =& (s_1 - w_1)x_1 + E(g_1(x_1 - E_{T_{1n}})) \end{aligned} \tag{9}$$

که در آن $g_1(x_1 - E_{T_{1n}})$ چنین به دست می‌آید:

$$\begin{aligned} g_1(x_1 - E_{T_{1n}}) \triangleq& -s_1(x_1 - E_{T_{1n}})^+ - c_1(x_1 - E_{T_{1n}}) \\ =& g_1\left(x_1 - [\sum_{i=1}^{n} l_{1i} + q_{21}\sum_{i=1}^{n}\left(\left(\left(\left((x_2 - l_{21})^+ \right.\right.\right.\right.\right. \\ & \left.\left.\left.\left.\left. - l_{22})^+ - \ldots\right)^+ - l_{2i-1}\right)^+ - l_{2i}\right)^-]\right) \end{aligned}$$

به‌طور مشابه برای خرده‌فروش ۲ داریم:

$$\begin{aligned} \pi_2(x_1,x_2) =& E\left(s_2 \mathrm{Min}\{x_2, E_{T_{2n}}\} - c_2(x_2 - E_{T_{2n}}) - w_2 x_2\right) \\ =& E\left(-s_2(x_2 - E_{T_{2n}})^+ - c_2(x_2 - E_{T_{2n}}) + (s_2 - w_2)x_2\right) \\ =& (s_2 - w_2)x_2 + E(g_2(x_2 - E_{T_{2n}})) \end{aligned} \tag{10}$$

که در آن $g_2(x_2 - E_{T_{2n}})$ چنین دست می‌آید:

$$\begin{aligned} g_2(x_2 - E_{T_{2n}}) \triangleq& -s_2(x_2 - E_{T_{2n}})^+ - c_2(x_2 - E_{T_{2n}}) \\ =& g_2\left(x_2 - [\sum_{i=1}^{n} l_{2i} + q_{12}\sum_{i=1}^{n}\left(\left(\left(\left((x_1 - l_{11})^+ \right.\right.\right.\right.\right. \\ & \left.\left.\left.\left.\left. - l_{12})^+ - \ldots\right)^+ - l_{1i-1}\right)^+ - l_{1i}\right)^-]\right) \end{aligned}$$

۳. بررسی مسئله با ظرفیت نامتناهی

در این بخش مقدار تخصیص برابر با مقدار سفارش برای هر خرده‌فروش است. قبل از تعریف تعادل نش، ابتدا بهترین پاسخ را تعریف می‌کنیم. زیرا عمدتاً تعادل نش مبتنی بر بهترین پاسخ است.

تعریف ۱: بهترین پاسخ بازیکن i به هر ترکیب استراتژی بازیکنان حریف با $B_i(s_{-i})$ نشان داده می‌شود و مفهوم آن این است که اگر حریفان s_{-i} را انتخاب کنند، بهترین واکنش بازیکن i به آن چیست. طبیعی است بهترین پاسخ او انتخاب استراتژی است که بیشترین پیامد را برای او داشته باشد. بنابراین بهترین پاسخ بازیکن i چنین تعریف می‌شود:

$$B_i(s_{-i}) = \{s_i \in S_i :\ u_i(s_i, s_{-i}) \geq u_i(s'_i, s_i) \ \ \forall s'_i \in S_i\}$$

که در آن $u_i(s_i, s_{-i})$ تابع مطلوبیت حالتی است که بازیکن i استراتژی s_i و دیگر بازیکنان استراتژی‌های s_{-i} را انتخاب کنند.

حال به تعریف تعادل نش می‌پردازیم:

تعریف ۲: در یک بازی، استراتژی $S^* = (s_1^*, s_2^*, ..., s_n^*)$، تعادل نش بازی نامیده می‌شود اگر شرط زیر برقرار باشد:

$$u_i(s_i^*, s_{-i}^*) \geq u_i(s_i, s_{-i}^*) \qquad \forall s_i \in S_i, \ \ \forall i = 1, ..., n$$

به‌عبارتی، این خاصیت که «انتخاب هر بازیکن در یک بازی، بهترین پاسخ به انتخاب حریف است و هیچ‌کدام از بازیکنان انگیزه و قصد تعویض این استراتژی‌ها را ندارند، زیرا تغییر استراتژی منجر به کاهش پیامد او می‌شود و هر بازیکن استراتژی خود را بدون هماهنگی با حریف انتخاب می‌کند»، به تعادل نش معروف است.

تخصیص بهینه برای خرده‌فروش ۱، با صفر قرار دادن مشتقِ $\pi_1(x_1, x_2)$ (نسبت به x_1) حاصل می‌شود:

$$s_1 - w_1 + E[g_1'\Big(x_1 - [\sum_{i=1}^{n} l_{1i} + q_{21}\sum_{i=1}^{n}(\Big(\big((x_2 - l_{21})^+ - l_{22}\big)^+ - ...)^+ - l_{2i-1})^+ - l_{2i})^-]\Big)] = 0 \qquad (۱۱)$$

حال اگر $x_1 = r_1(x_2)$ جواب رابطه‌ی ۱۱ باشد، به‌عبارتی تخصیص بهینه برای خرده‌فروش ۱ با توجه به تخصیص خرده‌فروش ۲ برابر $r_1(x_2)$ است. همچنین با فرض $x_2 = v_1(x_1)$ تابع معکوس عبارت خواهد بود از: $x_1 = r_1(x_2)$. با مشتق گیری از طرفین رابطه‌ی ۱۱ داریم:

$$E[g_1''\Big(x_1 - [\sum_{i=1}^{n} l_{1i} + q_{21}\sum_{i=1}^{n}(\Big(\big((x_2 - l_{21})^+ - l_{22}\big)^+ - ...\Big)^+ - l_{2i-1})^+ - l_{2i})^-]\Big) \times \left(1 + q_{21} I(x_2 \leq L_{21})\, v_1'(x_1)\right)] = 0 \qquad (۱۲)$$

که در آن $I(x_2 \leq L_{21})$ چنین به‌دست می‌آید:

$$I(x_2 \leq L_{21}) = \begin{cases} 1 & \text{if } x_2 \leq L_{21} \\ 0 & \text{o.w} \end{cases}$$

بنابراین رابطه ۱۳ به دست می‌آید که از آن نتیجه می‌شود:

$$v_1'(x_1) < \frac{-1}{q_{21}} \leq -1 \qquad (۱۴)$$

به طور مشابه برای هر تخصیص مشخص x_1 از خرده‌فروش ۱، تخصیصی بهینه برای خرده‌فروش ۲ ایجاب می‌کند که :

$$s_2 - w_2 + E[g_2'\Big(x_2 - [\sum_{i=1}^{n} l_{2i} + q_{12}\sum_{i=1}^{n}(\Big(\big((x_1 - l_{11})^+ - l_{12}\big)^+ - ...)^+ - l_{1i-1})^+ - l_{1i})^-]\Big)] = 0 \qquad (۱۵)$$

باتوجه به این که x_1 تخصیص خرده‌فروش ۱ است، $x_2 = r_2(x_1)$ تخصیص بهینه‌ی خرده‌فروش ۲ خواهد بود که با حل رابطه‌ی ۱۵ به دست می‌آید. با مشتق‌گیری از طرفین رابطه‌ی ۱۵ نسبت به x_2 داریم:

$$E\left[g_2''\left(x_2 - L_{21} - q_{12}(x_1 - L_{11})^- - l_{22} - q_{12}\left((x_1 - l_{11})^+ - l_{12}\right)^-\right)\left(r_2'(x_1) + q_{12} I(x_1 \leq L_{11})\right)\right] = 0 \qquad (۱۶)$$

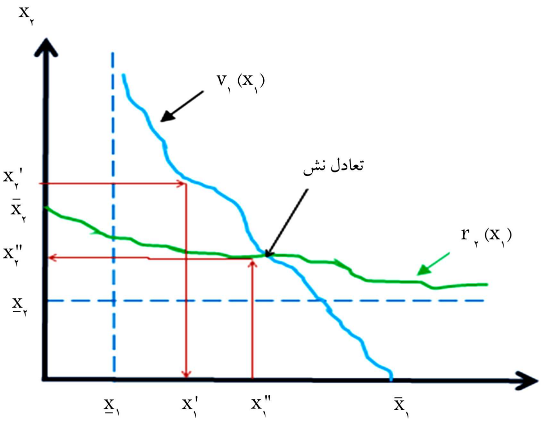
که در آن $I(x_1 \leq L_{11})$ عبارت است از:

$$I(x_1 \leq L_{11}) = \begin{cases} 1 & \text{if } x_1 \leq L_{11} \\ 0 & \text{o.w} \end{cases} \qquad (۱۷)$$

بنابراین رابطه ۱۸ به دست می‌آید که از آن نتیجه می‌شود:

$$0 > r_2'(x_1) > -q_{12} \geq -1 \qquad (۱۹)$$

در شکل ۱، توابع تخصیص بهینه‌ی $v_1(x_1)$ و $r_2(x_1)$ نشان داده شده است. وقتی $x_2 = 0$، خرده‌فروش ۱ با یک مسئله‌ی روزنامه‌فروش با تقاضای مؤثر تصادفی $l_{11} + l_{12} + q_{21}(l_{21} + l_{22})$ مواجه می‌شود. در این مورد تخصیص بهینه‌ی خرده‌فروش ۱ با $\bar{x}_1$ نشان داده شده است و وقتی $x_2 = \infty$، خرده‌فروش با یک مسئله‌ی روزنامه‌فروش با تقاضای تصادفی $l_{11} + l_{12}$ مواجه می‌شود. تخصیص بهینه‌ی خرده‌فروش ۱ در این مورد با $\underline{x}_1$ نشان داده شده است. بنابراین $\underline{x}_1$ به‌عنوان کران پایین تخصیص بهینه‌ی خرده‌فروش ۱ و $\bar{x}_1$ به‌عنوان کران بالای آن است. منحنی $v_1(x_1)$ از نقطه‌ی $(\underline{x}_1, \infty)$ شروع می‌شود و در نقطه‌ی $(\bar{x}_1, 0)$ به پایان می‌رسد. حال اگر در شکل ۱ تخصیص خرده‌فروش ۲، x_2' باشد، پس x_1' تخصیص بهینه برای خرده‌فروش ۱ مربوط به x_2' است. به‌طور مشابه، تخصیص بهینه‌ی خرده‌فروش ۲، یک کران بالای $\bar{x}_2$ و یک کران پایین $\underline{x}_2$ دارد. منحنی $r_2(x_1)$ تابع تخصیص بهینه‌ی خرده‌فروش ۲ را نشان می‌دهد. اگر تخصیص خرده‌فروش ۱ همان x_1'' باشد، پس x_2'' تخصیص بهینه‌ی خرده‌فروش ۲ است.



شکل ۱. تعادل نش وقتی مسئله دارای ظرفیت نامتناهی است.

$$v_1'(x_1) = \frac{-E[g_1''\Big(x_1 - [\sum_{i=1}^{n} l_{1i} + q_{21}\sum_{i=1}^{n}(\Big(\big((x_2 - l_{21})^+ - l_{22}\big)^+ - ...\Big)^+ - l_{2i-1})^+ - l_{2i})^-]\Big)}{q_{21} E[g_1''\Big(x_1 - [\sum_{i=1}^{n} l_{1i} + q_{21}\sum_{i=1}^{n}(\Big(\big((x_2 - l_{21})^+ - l_{22}\big)^+ - ...\Big)^+ - l_{2i-1})^+ - l_{2i})^-]\Big) I(x_2 \leq L_{21})]} \qquad (۱۳)$$

$$r'_2(x_1) = \frac{-q_{12}E\left[g''_2\left(x_2-\left[\sum_{i=1}^{n} l_{2i}+q_{12}\sum_{i=1}^{n}\left(\left(((x_1-l_{11})^+-l_{12})^+-\ldots\right)^+-l_{1i-1})^+-l_{1i}\right)^-\right]\right)I(x_1\leq L_{11})\right]}{E\left[g''_2\left(x_2-\left[\sum_{i=1}^{n} l_{2i}+q_{12}\sum_{i=1}^{n}\left(\left(((x_1-l_{11})^+-l_{12})^+-\ldots\right)^+-l_{1i-1})^+-l_{1i}\right)^-\right]\right)\right]} \quad (18)$$

قضیه ۱: وقتی تأمین‌کننده ظرفیت نامتناهی دارد، یک تعادل نش منحصر به فرد (x_1^{Nash}, x_2^{Nash}) وجود دارد که می‌تواند با حل سیستم معادلات زیر به‌دست آید:

$$\begin{cases} s_1 - w_1 + E[g'_1\left(x_1 - [\sum_{i=1}^{n} l_{1i} + q_{21}\sum_{i=1}^{n}((((x_2 - l_{21})^+ - l_{22})^+ \\ \qquad -\ldots)^+ - l_{2i-1})^+ - l_{2i})^-]\right)] = 0 \\ s_2 - w_2 + E[g'_2\left(x_2 - [\sum_{i=1}^{n} l_{2i} + q_{12}\sum_{i=1}^{n}((((x_1 - l_{11})^+ - l_{12})^+ \\ \qquad -\ldots)^+ - l_{1i-1})^+ - l_{1i})^-)\right)] = 0 \end{cases} \quad (20)$$

اثبات: تابع تخصیص بهینه‌ی خرده‌فروش ۱ که در شکل ۱ با $v_1(x_1)$ نشان داده شد، یک منحنی پیوسته نزولی است که از نقطه‌ی $(\underline{x}_1, \infty)$ شروع می‌شود و در نقطه‌ی $(\bar{x}_1, 0)$ به پایان می‌رسد. تابع تخصیص بهینه‌ی خرده‌فروش ۲ که در شکل ۱ با $r_2(x_1)$ علامت‌گذاری شد، نیز یک منحنی پیوسته نزولی است که از نقطه‌ی $(0, \bar{x}_2)$ شروع می‌شود و در نقطه‌ی $(+\infty, \underline{x}_2)$ به پایان می‌رسد؛ پس این دو منحنی باید یکدیگر را قطع کنند. همچنین وقتی بازیکن ۲ استراتژی $x_2 = x_2^{Nash}$ را انتخاب کند بهترین پاسخ بازیکن ۱ به آن $x_1 = x_1^{Nash}$ است، و وقتی بازیکن ۱ استراتژی $x_1 = x_1^{Nash}$ را انتخاب می‌کند بهترین پاسخ بازیکن ۲، $x_2 = x_2^{Nash}$ است. پس تعادل نش وجود دارد و در تلاقی بهترین پاسخ‌ها رخ می‌دهد. برای اثبات یکتایی تعادل نش، نشان می‌دهیم که $v_1(x_1)$ و $r_2(x_1)$ حداکثر یک نقطه‌ی تقاطع دارند. طبق نامعادلات ۱۴ و ۱۹ داریم:

$$v'_1(x_1) < -1 < r'_2(x_1) < 0$$

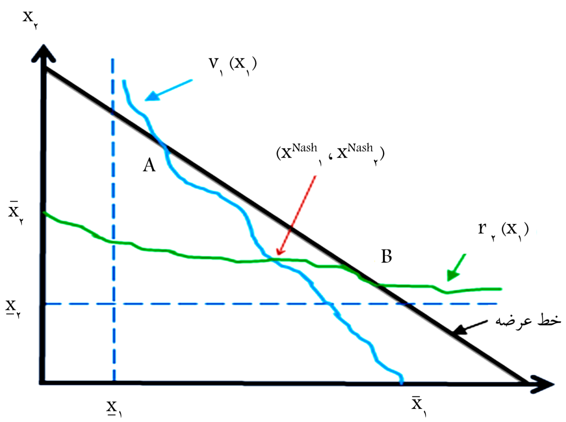
بنابراین $r_2(x_1) - v_1(x_1)$ اکیداً صعودی است و $r_2(x_1) - v_1(x_1) = 0$ حداکثر یک جواب دارد. در نتیجه این دو منحنی باید یک نقطه‌ی تقاطع منحصر به فرد داشته باشند که همان «نقطه‌ی تعادل نش» است. ■

۴. بررسی مسئله با ظرفیت متناهی

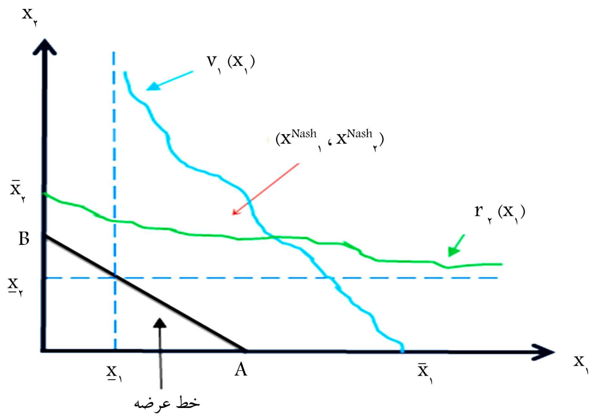
در این بخش تأمین‌کننده دارای ظرفیت متناهی n است و تخصیص هر خرده‌فروش، کم‌تر یا مساوی سفارش او است و بر آنالیز تخصیص متمرکز شده است. در سطح (x_1, x_2) خط $x_1 + x_2 = n$ را «خط عرضه» می‌نامیم. نقطه‌ی تقاطع $v_1(x_1)$ و $r_2(x_1)$ با نماد (x_1^{Nash}, x_2^{Nash}) نمایش داده شده است. اگر منحنی $v_1(x_1)$ خط عرضه را قطع کرد، نقطه‌ی تقاطع را A می‌نامیم، و اگر منحنی $r_2(x_1)$ خط عرضه را قطع کرد نقطه‌ی تقاطع را B می‌نامیم (شکل ۲). در شکل ۳ نقطه‌ی $(k, 0)$ را با A و نقطه‌ی $(0, k)$ را با B علامت‌گذاری کرده‌ایم.

قضیه‌ی ۲: اگر $x_1^{Nash} + x_2^{Nashn}$ باشد، یک تعادل نش منحصر به فرد وجود دارد.

اثبات: با توجه به شکل ۲ در هر نقطه‌ی روی خط عرضه، حداقل یک خرده‌فروش می‌خواهد تابع تخصیص بهینه‌ی مربوط به خود را به کار گیرد و از آن نقطه منحرف



شکل ۲. وجود یک تعادل نش وقتی ظرفیت محدود است.

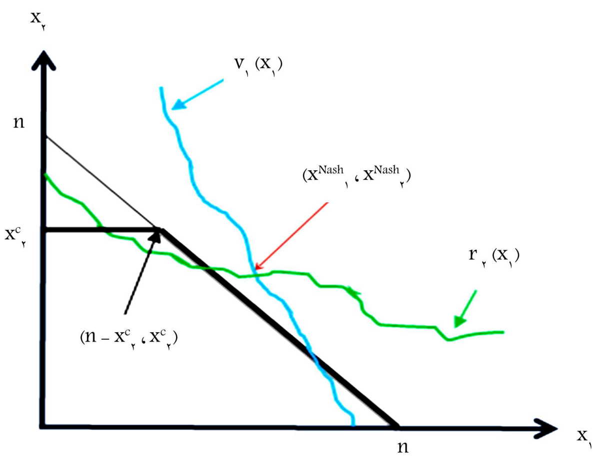


شکل ۳. وجود تعادل نش وقتی ظرفیت بسیار محدود است.

شود. پس هیچ نقطه‌ی تعادلی روی خط عرضه وجود ندارد. درحالی که زیر خط عرضه، (مطابق شکل ۲)، نقطه‌ی (x_1^{Nash}, x_2^{Nash}) یک تخصیص‌یافتنی است و هیچ بازیکنی از این نقطه نمی‌خواهد منحرف شود. پس نقطه‌ی (x_1^{Nash}, x_2^{Nash}) یک تعادل نش منحصر به فرد است. ■

ولی وقتی $x_1^{Nash} + x_2^{Nash} > n$، آنگاه دو حالت پیش می‌آید:

الف) خرده‌فروش ۲ مقدار $x_2^c < n$ را سفارش دهد، پس خرده‌فروش ۱ مقدار x_1^c را سفارش می‌دهد که می‌تواند $x_1^c \leq n - x_2^c$ یا $x_1^c > n - x_2^c$ را انتخاب کند. حال اگر خرده‌فروش ۱ مقدار $x_1^c \leq n - x_2^c$ را سفارش دهد، از آنجا که سفارش کل بیشتر از n نیست، هر خرده‌فروش آنچه را که سفارش داده، دریافت می‌کند. طبق شکل ۴ تخصیص (x_1, x_2) روی خط بین نقاط $(0, x_2^c)$ و $(n - x_2^c, x_2^c)$ می‌افتد. حال اگر خرده‌فروش ۱ مقدار $x_1^c > n - x_2^c$ را سفارش دهد، چون مقدار سفارش کل بیشتر از n می‌شود، پس ظرفیت تأمین‌کننده با اختصاص تخصیص (x_1, x_2) روی خط عرضه، تخلیه می‌شود. با به‌کارگیری سه قانون تخصیص، تخصیص خرده‌فروش ۲ نمی‌تواند بیشتر از x_2^c باشد. پس خرده‌فروش



شکل ۴. وقتی $x_1^{Nash} + x_2^{Nash} > n$ باشد.

۱ می‌تواند تخصیصی که روی خط بین نقاط $(n,0)$ و $(n-x_2^c, x_2^c)$ می‌افتد را برگزیند (شکل ۴). به‌عبارت دیگر برای هر x_2^c، خرده‌فروش ۱ می‌تواند تخصیص را به پایین خط عرضه هل دهد. به‌طور مشابه، برای هر x_2^c خرده‌فروش ۲ می‌تواند تخصیص را به بالای خط عرضه هل دهد.

ب) اگر خرده‌فروش ۲ مقدار $x_2^c > n$ را سفارش دهد، پس خرده‌فروش ۱ می‌تواند تخصیص (x_1, x_2) را در هر جایی از خط عرضه اخذ کند.

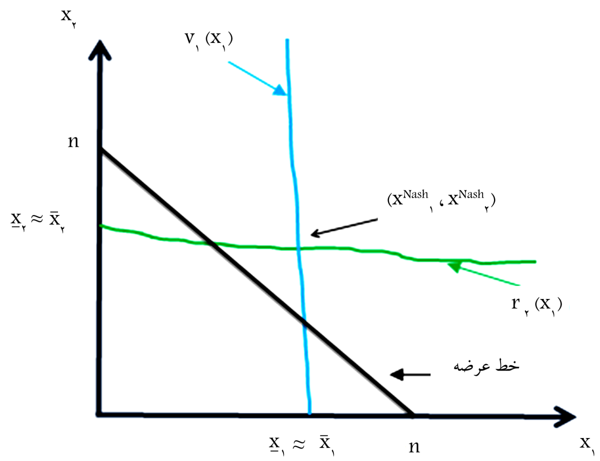
قضیه‌ی ۳: فرض کنید $x_1^{Nash} + x_2^{Nash} > n$ باشد. یک تعادل نش وجود دارد اگر و فقط اگر نقطه‌ی (x_1, x_2) روی قسمتی از خط AB وجود داشته باشد، به‌طوری که x_1 حل بهینه‌ی مسئله‌ی برنامه‌ریزی ریاضی خطی زیر باشد.

$$\text{Max } \pi_1(x, n-x)$$
$$\text{s.t Max } \{n - x_2, 0\} \leq x \leq n$$
$$\pi_1(x, n-x) = (S_1 - w_1)x + E[g_1\Big(x_1 - [\sum_{i=1}^{n} l_{1i} + q_{21}\sum_{i=1}^{n}\Big(\Big(\big(((x_2 - l_{21})^+ - l_{22}\big)^+ - \ldots\Big)^+ - l_{2i-1}\Big)^+ - l_{2i}\Big)^-\Big]\Big)] \quad (21)$$

و x_2 حل بهینه‌ی مسئله‌ی برنامه‌ریزی ریاضی خطی زیر باشد:

$$\text{Max } \pi_2(n-x, x)$$
$$\text{s.t Max } \{n - x_1, 0\} \leq x \leq n$$
$$\pi_2(n-x, x) = (S_2 - w_2)x + E[g_2\Big(x_2 - [\sum_{i=1}^{n} l_{2i} + q_{12}\sum_{i=1}^{n}\Big(\Big(\big(((x_1 - l_{11})^+ - l_{12}\big)^+ - \ldots\Big)^+ - l_{1i-1}\Big)^+ - l_{1i}\Big)^-\Big]\Big)] \quad (22)$$

اثبات: ابتدا شرط کافی را اثبات می‌کنیم. نقطه‌ی (x_1, x_2) که روی پاره خط AB قرارگرفته را در نظر بگیرید (شکل ۴). اگر x_1 یک حل بهینه از مسئله‌ی برنامه‌ریزی ریاضی خطی ۲۱ باشد، خرده‌فروش ۱ نمی‌تواند با حرکت روی خط عرضه به سمت پایین، مطلوبیت خود را افزایش دهد.



شکل ۵. موردی که مسائل برنامه‌ریزی خطی ۲۱ و ۲۲ برقرار نباشند.

به‌طور مشابه، اگر x_2 یک حل بهینه از مسئله‌ی برنامه‌ریزی خطی ۲۲ باشد، خرده‌فروش ۲ نمی‌تواند با حرکت روی خط عرضه به سمت بالا، مطلوبیت خود را افزایش دهد. از آنجا که هر خرده‌فروش با توجه به رفتار خرده‌فروش رقیب، تصمیم بهینه را می‌گیرد، نقطه‌ی (x_1, x_2) باید یک نقطه‌ی تعادل نش باشد.

حال شرط لازم را ثابت می‌کنیم. توجه داشته باشید که توابع تخصیص بهینه‌ی $v_1(x_1)$ و $r_2(x_1)$ زیر خط عرضه، هیچ نقطه‌ی تقاطعی ندارند. از این رو غیر ممکن است زیر خط عرضه تعادل نشی وجود داشته باشد. درنتیجه اگر تعادل نش وجود داشته باشد، باید روی خط عرضه بیفتد. چون تعادل نش در تلاقی بهترین پاسخ‌ها رخ می‌دهد و زیر خط عرضه، بهترین پاسخ‌ها هیچ تقاطعی ندارند و با توجه به این که ظرفیت محدود است باید تعادل نش روی خط عرضه اتفاق بیفتد. همچنین اگر تعادل نش روی پاره خط AB نیفتد، یک خرده‌فروش برای افزایش مطلوبیت خود می‌تواند از تابع تخصیص بهینه (بهترین پاسخ) مربوط به خود استفاده کند و از تعادل منحرف شود. بنابراین، اگر تعادل نش وجود داشته باشد، باید روی پاره خط AB بیفتد. علاوه بر این، برای خرده‌فروش ۱ که هیچ تمایلی برای انحراف از تعادل ندارد، x_1 باید یک حل بهینه از مسئله‌ی برنامه‌ریزی خطی ۲۱ باشد. به‌طور مشابه، برای خرده‌فروش ۲ که هیچ تمایلی برای انحراف از تعادل ندارد، x_2 باید یک حل بهینه از مسئله‌ی برنامه‌ریزی خطی ۲۲ باشد. ■

توجه: اگر $n = \infty$ آنگاه قضیه‌ی ۳ به قضیه‌ی ۱ تبدیل می‌شود.

دقت کنید قضیه‌ی ۳ یک قضیه‌ی وجودی است و یکتایی تعادل نش را اثبات نمی‌کند. در واقع اگر برای چند نقطه شرایط قضیه‌ی ۳ برقرار باشد، ممکن است چندین تعادل نش وجود داشته باشد. زمانی که مسائل برنامه‌ریزی ۲۱ و ۲۲ برای هیچ نقطه‌یی برقرار نباشد، ممکن است تعادل نش وجود نداشته باشد. برای مثال وقتی q_{21} و q_{12} به‌اندازه‌ی کافی کوچک باشند، مطابق شکل ۵، $\underline{x}_i$ به $\bar{x}_i$ میل می‌کند $(\underline{x}_i \approx \bar{x}_i)$. در این مورد جواب $\text{Max } \pi_i(x, n-x)$، برابر $\underline{x}_i$ است. بنابراین وقتی $x_1 + x_2 > n$ آنگاه دستگاه‌های ۱۲ و ۱۳ جواب ندارند. در پایان یک مثال عددی را بررسی می‌کنیم.

۵. مثال عددی

تأمین‌کننده‌یی هر سال کالایی را به دو خرده‌فروش تخصیص می‌دهد. مشتریان برای خرید کالا ابتدا به یک خرده‌فروش مراجعه می‌کنند و در صورت کمبود کالا

در خرده‌فروش مزبور به خرده‌فروش دیگر مراجعه می‌کنند. احتمال این که مشتریان بر اثر کمبود کالا از خرده‌فروش ۱ به خرده‌فروش ۲ بروند برابر ۰٫۹ و احتمال این که مشتریان بر اثر کمبود کالا از خرده‌فروش ۲ به خرده‌فروش ۱ بروند برابر ۰٫۱ در نظر گرفته شده است. کالاهای اضافی روی دست‌مانده‌ی هر خرده‌فروش در انبار نگه‌داری می‌شود. زیان‌های ناشی از کسر اعتبار بابت عدم تأمین تقاضای مشتریان به‌علت کمبود کالا در پایان سال برای هر خرده‌فروش به‌عنوان جریمه‌ی کمبود کالا تلقی می‌شود. تابع هزینه‌ی هر خرده‌فروش شامل هزینه‌ی انبارداری و جریمه‌ی کمبود کالا عبارت است از:

$$c_i\left(x_i-E_i\right)=\left(h_i+p_i\right)\left(x_i-E_i\right)^+$$

تابع $c_i(x_i-E_i)$ تابع محدبی از (x_i-E_i) است. از آنجا که برای مقادیر بزرگ قیمت‌ها و هزینه‌های دستگاه معادله‌ی نهایی با پیچیدگی‌های محاسباتی زیادی مواجه خواهد شد، مقادیر آنها را نرمال کرده‌ایم:

	خرده‌فروش ۱	**خرده‌فروش ۲**
هزینه‌ی عمده‌فروشی	۰٫۲	۰٫۰۰۰۱
قیمت فروش	۰٫۲	۰٫۰۰۱
هزینه‌ی انبارداری	۰٫۰۰۰۱	۰٫۰۰۱
جریمه کمبود کالا	۰٫۰۱	۰٫۰۰۰۱

در این مثال، هر سال به‌عنوان دو دوره در نظر گرفته شده است. هدف، یافتن مقادیر تعادل نش (تخصیص‌های ارائه‌شده به هر خرده‌فروش) است. تحت معادلات برنامه‌ریزی خطی ۲۰، تعادل نش (x_1^{Nash},x_2^{Nash}) با حل معادلات زیر به دست می‌آید:

$$\begin{aligned}
\frac{\pi_1\left(x_1,x_2\right)}{x_1}&=-(0.0001+0.01+0.2)\\
&\times[\int_0^{x_1}\int_0^{C1}\int_{C5}^{x_2}(f1)dF_{21}\left(l_{21}\right)dF_{11}\left(l_{11}\right)dF_{12}\left(l_{12}\right)\\
&+\int_0^{x_1}\int_0^{C1}\int_0^{C2}\int_{C4}^{C3}dF_{21}\left(l_{21}\right)dF_{22}\left(l_{22}\right)dF_{11}\left(l_{11}\right)dF_{12}\left(l_{12}\right)\\
&+\int_0^{x_1}\int_0^{C1}\int_0^{x_2}\int_0^{C4}dF_{21}\left(l_{21}\right)dF_{22}\left(l_{22}\right)dF_{11}\left(l_{11}\right)dF_{12}\left(l_{12}\right)]\\
&+0.2-0.2=0\\
\frac{\pi_2\left(x_1,x_2\right)}{x_2}&=-(0.001+0.0001+0.001)\\
&\times[\int_0^{\frac{x_2}{q_{12}}}\int_{C1}^{D1}\int_0^{D2}\int_0^{D3}dF_{21}\left(l_{21}\right)dF_{22}\left(l_{22}\right)dF_{11}\left(l_{11}\right)dF_{12}\left(l_{12}\right)\\
&+\int_0^{x_1}\int_0^{C1}\int_0^{x_2}\int_0^{C4}dF_{21}\left(l_{21}\right)dF_{22}\left(l_{22}\right)dF_{11}\left(l_{11}\right)dF_{12}\left(l_{12}\right)\\
&+\int_{D6}^{x_1}\int_0^{D4}\int_0^{D5}(f2)dF_{21}\left(l_{21}\right)dF_{22}\left(l_{22}\right)dF_{11}\left(l_{11}\right)]\\
&+0.001-0.0001=0
\end{aligned}$$

که در آن:

$$\begin{aligned}
C1&=x_1-l_{12},\\
C2&=\frac{x_1-l_{11}-l_{12}}{q_{21}}\\
C3&=\frac{x_1-l_{11}-l_{12}+q_{21}\left(x_2-l_{22}\right)}{q_{21}}\\
C4&=x_2-l_{22},\\
C5&=x_2-\frac{x_1-l_{11}-l_{12}}{q_{21}}\\
D1&=\frac{x_2+q_{12}\left(x_1-l_{12}\right)}{q_{12}}\\
D2&=x_2+q_{12}\left(x_1-l_{11}-l_{12}\right)\\
D3&=x_2-l_{22}+q_{12}\left(x_1-l_{11}-l_{12}\right)\\
D4&=q_{12}(x_1-l_{11})\\
D5&=-l_{22}+q_{12}\left(x_1-l_{11}\right)\\
D6&=x_1-\frac{x_2}{q_{12}}\\
f1&=x_2-l_{21}\\
f2&=-l_{22}+q_{12}\left(x_1-l_{11}\right)-l_{21}
\end{aligned}$$

با حل دستگاه معادلات یادشده توسط نرم‌افزار لینگو، مقادیر تعادل نش برای هر خرده‌فروش عبارت است از: $x_1^{Nash}=1,\ x_2^{Nash}=1$.

۶. نتیجه‌گیری

در این تحقیق یک سیستم توزیع چنددوره‌یی با یک تأمین‌کننده و دو خرده‌فروش بررسی شد؛ به‌طوری که تأمین‌کننده در ابتدای هر فصل به هر خرده‌فروش کالای موردنظر را تخصیص می‌دهد و مشتریان در چند دوره زمانی برای خرید کالا به هر خرده‌فروش مراجعه می‌کنند. اگر خرده‌فروشی نتوانست تقاضای مشتریان خود را در هر دوره زمانی برآورده‌کند، آنها برای ارضای تقاضایشان به خرده‌فروش دیگری در همان دوره زمانی مراجعه می‌کنند. پس از مدل‌سازی رقابتی بازیکنان با تابع پیامد پیوسته مقدار تعادل نش بازی محاسبه گردید. نقطه‌ی تعادل نش محاسبه شده، میزان بهره‌مندی هر یک از خرده‌فروشان از ظرفیت تأمین‌کننده را نشان می‌دهد. در این مقاله از رویکرد نظریه‌ی بازی‌ها برای بررسی استراتژی‌های دو خرده‌فروش، وقتی که آن دو با یکدیگر بر سر ظرفیت تأمین‌کننده‌ها رقابت می‌کنند، استفاده شده است. در حالت کلی نشان داده شد زمانی که ظرفیت تأمین‌کننده نامحدود باشد، همیشه یک تعادل منحصر به فرد وجود دارد و زمانی که تأمین‌کننده دارای ظرفیت محدود است، تنها در صورتی تعادل نش وجود دارد که مقادیر تخصیص هر خرده‌فروش در مسائل برنامه‌ریزی ریاضی خطی ۲۱ و ۲۲ صدق کنند. در مثال عددی، نقطه‌ی تعادل برای دو خرده‌فروش و یک تأمین‌کننده برای زنجیره‌ی تأمین دو دوره‌یی محاسبه شده است. برای پژوهش‌های آتی می‌توان تابع هزینه‌ی جریمه‌ی کمبود کالا و هزینه‌ی انبارداری را به‌صورت جداگانه درنظر گرفت.

پانوشت‌ها

1. capacity allocation
2. nash equilibrium
3. supply lines
4. individually responsive
5. local demand
6. distant demand
7. effective demand

منابع (References)

1. Yuan, P.L. "Game theoretic analysis of a distribution system in supply chain", MS.C. Dissertation, North Carolina State University Raleigh, NC. (2003).
2. Anupindi, R. and Bassok, Y. "Centralization of stocks: Retailers vs. manufacturer", *Management Science*, **45**(2), pp. 178-191 (1999).
3. Cachon, G.P. and Lariviere, M.A. "An equilibrium analysis of linear, proportional and uniform allocation of scarce capacity", *IIE Transactions*, **31**(9), pp.835-849 (1999).
4. Parlar, M. "Game theoretic analysis of the substitutable product inventory problem with random demands", *Naval Research Logistics*, **35**(3), pp. 397-409 (1988).
5. Lippman, S.A. and McCardle, K.F. "The competitive newsboy", *Operations Research*, **45**(1), pp. 54-65 (1997).
6. Netessine, S. and Rudi, N. "Centralized and competitive inventory models with demand substitution", *Forthcoming in Operations Research*, **51**(2) pp. 329-335 (2002).
7. Mahajan, S. and Ryzin, G.V. "Inventory competition under dynamic consumer choice", *Operations Research*, **49**(5), pp. 646-657 (2001).
8. Dai, Y. "Game theoretic analysis of a distribution system with customer market search", *Annals of Operations Research*, **135**(1), pp. 223-238 (2005).
9. Mallik, S. "Contracting over multiple parameters: Capacity allocation in semiconductor manufacturing", *European Journal of Operational Research*, **182**, pp. 174-193 (2007).
10. Liu, Z. "Equilibrium analysis of capacity allocation with demand competition", *Department of Management Studies*, **59**, pp. 254-265 (2012).
11. Huang, Y.S., Chen, J.M. and Lin, Z.L. "A study on coordination of capacity allocation for different types of contractual retailers", *Decision Support Systems*, **54**(2), pp. 919-928 (2013).