

تحلیل مسئله‌ی تبلیغات مشارکتی با وجود گزینه‌های تبلیغاتی در حالت رقابت خرده‌فروش‌ها

سعید علایی (دانشجوی دکتری)

مصطفی ستاک* (استادیار)

دانشکده‌ی مهندسی صنایع، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

مهندسی صنایع و مدیریت شریف، زمستان ۱۳۹۶ (۱۳۸-۱۳۹ شماره ۱/۲، ص. ۱۲۹-۱۳۸)

در این مقاله، مسئله‌ی تبلیغات مشارکتی با وجود گزینه‌های تبلیغات محلی در زنجیره‌ی شامل یک تولیدکننده و دو خرده‌فروش مطالعه شده است. تولیدکننده برای ترویج نام تجاری خود و خرده‌فروش‌ها به منظور دست‌یابی به فروش کوتاه‌مدت تبلیغ می‌کنند. هر خرده‌فروش با مجموعه‌ی از گزینه‌های تبلیغاتی مواجه است که هر یک مستقیماً بر سهم بازار تأثیر دارد. تولیدکننده به منظور ایجاد انگیزه در خرده‌فروش‌ها برای سرمایه‌گذاری بیشتر روی تبلیغات محلی، برنامه‌ی تبلیغات مشارکتی به آنها پیشنهاد می‌دهد. هدف مسئله، تعیین استراتژی تعادلی بین اعضاست. این مسئله با بهره‌گیری از نظریه‌ی بازی در سه مرحله تحلیل شده و تعادل زیر بازی کامل و استراتژی‌های ائتلاف با مثال عددی و تحلیل حساسیت ارائه شده است. نتیجه‌ی جالب توجه این که ائتلاف بین خرده‌فروش‌ها علاوه بر این که سود آنها را بهبود می‌دهد، سود تولیدکننده را نیز به میزان قابل توجهی افزایش می‌دهد.

واژگان کلیدی: قرارداد تبلیغات مشارکتی، نظریه‌ی بازی، گزینه‌های تبلیغات محلی، رقابت خرده‌فروش‌ها.

alaei.saeed@gmail.com
setak@kntu.ac.ir

۱. مقدمه

موضوع تبلیغات مشارکتی در سال‌های اخیر مورد توجه بسیاری از محققین و صاحبان صنایع شده است، چرا که طراحی صحیح آن می‌تواند منجر به حالت برنده - برنده برای تمامی اعضای درگیر در زنجیره شود. تبلیغات مشارکتی یک نوع سازوکار اشتراک هزینه و سازوکار تبلیغاتی است که تولیدکننده‌ها برای تحت تأثیر قرار دادن عملکرد خرده‌فروش (ها) از آن استفاده می‌کنند. به این صورت که تولیدکننده برای ترویج نام تجاری محصول خود تبلیغ می‌کند، خرده‌فروش نیز به منظور دست‌یابی به فروش کوتاه‌مدت دست به تبلیغات محلی می‌زند.^[۱] مشارکت تولیدکننده در تقبل بخشی از هزینه‌ی تبلیغات محلی خرده‌فروش باعث افزایش انگیزه‌ی خرده‌فروش می‌شود تا با افزایش سرمایه‌گذاری روی تبلیغات، فروش بیشتری کند. مشارکت تولیدکننده اغلب به صورت درصدی از هزینه‌های تبلیغاتی خرده‌فروش بیان می‌شود و با عنوان نرخ مشارکت^۱ در ادبیات مطرح است.^[۲]

دلایل بسیاری برای وجود چنین مشارکتی بین تولیدکننده و خرده‌فروش وجود دارد. هاتجینز^[۳] چنین استدلال می‌کند که تولیدکننده به این دلیل برنامه تبلیغات مشارکتی را اتخاذ می‌کند که این برنامه باعث فروش سریع می‌شود. تبلیغات سراسری تبلیغات مشارکتی در شیوه‌های بازاریابی امروزی ترویج زیادی پیدا کرده است. بودجه‌ی تخصیص یافته به تبلیغات محلی شرکت جی^۲، سه برابر بودجه‌ی تخصیص یافته به تبلیغات سراسری آن بوده است.^[۶] همچنین هزینه‌های مرتبط با تبلیغات مشارکتی شرکت ایستل^۳ از ۸۰۰ میلیون دلار در سال ۱۹۹۹ به ۵/۱ میلیارد دلار در سال ۲۰۰۱ افزایش یافته است.^[۷] شرکت‌های بزرگی همچون آی‌بی‌ام^[۸] و اپل^[۹] نیز از این سازوکار بهره برده‌اند. با وجود این، اکثر شرکت‌ها نرخ مشارکت خود را به صورت دلخواه تعیین می‌کنند بدون این که تحلیلی روی آن انجام دهند. این موضوع به لزوم بررسی علمی تأکید می‌کند.^[۱۰] در سال‌های اخیر نیز، سرمایه‌گذاری میان گزینه‌های تبلیغات رسانه‌ی به یک مسئله‌ی

موضوع تبلیغات مشارکتی در سال‌های اخیر مورد توجه بسیاری از محققین و صاحبان صنایع شده است، چرا که طراحی صحیح آن می‌تواند منجر به حالت برنده - برنده برای تمامی اعضای درگیر در زنجیره شود. تبلیغات مشارکتی یک نوع سازوکار اشتراک هزینه و سازوکار تبلیغاتی است که تولیدکننده‌ها برای تحت تأثیر قرار دادن عملکرد خرده‌فروش (ها) از آن استفاده می‌کنند. به این صورت که تولیدکننده برای ترویج نام تجاری محصول خود تبلیغ می‌کند، خرده‌فروش نیز به منظور دست‌یابی به فروش کوتاه‌مدت دست به تبلیغات محلی می‌زند.^[۱] مشارکت تولیدکننده در تقبل بخشی از هزینه‌ی تبلیغات محلی خرده‌فروش باعث افزایش انگیزه‌ی خرده‌فروش می‌شود تا با افزایش سرمایه‌گذاری روی تبلیغات، فروش بیشتری کند. مشارکت تولیدکننده اغلب به صورت درصدی از هزینه‌های تبلیغاتی خرده‌فروش بیان می‌شود و با عنوان نرخ مشارکت^۱ در ادبیات مطرح است.^[۲]

* نویسنده مسئول
تاریخ: دریافت ۱۳۹۴/۷/۲۰، اصلاحیه ۱۳۹۵/۲/۳۰، پذیرش ۱۳۹۵/۴/۲۶.

دشوار بازاریابی تبدیل شده است، زیرا هر یک تأثیر متفاوتی بر تقاضا و سهم بازار دارند. گفته شده بخشی از ۵۰ میلیارد دلار تبلیغات رسانه‌ی (تلویزیون، مجلات، آنلاین، روزنامه‌ها، رادیو، بیلبورد و غیره) از محل تبلیغات مشارکتی هزینه می‌شود.^۶

رسانه‌های مورد استفاده در تبلیغات خرده‌فروشی عبارت‌اند از: روزنامه، رادیو، تلویزیون، بیلبورد و پوسترها، تبلیغات نقطه‌ی فروش (پوسترها، نمایش محصولات، بنرهای ویتروین، معرفی‌کنندگان محصولات، صفحات نمایش نورانی و غیره) و اینترنت. البته هر یک از این رسانه‌ها هزینه‌ی متفاوت، و پوشش خاص خود را دارد.^۷

در این نوشتار، مسئله‌ی تبلیغات مشارکتی با وجود گزینه‌های تبلیغات محلی در زنجیره‌ی شامل یک تولیدکننده و دو خرده‌فروش مطالعه می‌شود. تقاضای کل بازار تابعی است از تبلیغات سراسری و تبلیغات محلی اعضای زنجیره و همچنین سهم بازار خرده‌فروش‌ها به گزینه‌ی تبلیغات محلی منتخب آنها بستگی دارد؛ هر خرده‌فروش فقط می‌تواند یکی از گزینه‌های تبلیغاتی را انتخاب کند. هر عضو زنجیره با هدف بیشینه کردن سود خود، مقدار سرمایه‌گذاری تبلیغاتی خود را تعیین می‌کند. همچنین خرده‌فروش‌ها در سطح پایینی زنجیره علاوه بر تعیین مقدار سرمایه‌گذاری تبلیغاتی خود، گزینه‌های تبلیغاتی‌شان را نیز تعیین می‌کنند. با بهره‌گیری از «نظریه‌ی بازی» تعادل بازی سه مرحله تعیین می‌شود. در ادامه، یک مثال عددی به همراه تحلیل حساسیت ارائه می‌شود و سود اعضای زنجیره در استراتژی تعادل و استراتژی ائتلاف مورد بررسی و مقایسه قرار می‌گیرد.

نوآوری‌های این مقاله عبارت‌اند از: الف) مطالعه‌ی مسئله‌ی تبلیغات مشارکتی با در نظر گرفتن چندین گزینه. در تمامی تحقیقات قبلی فرض بر این بوده که تنها یک گزینه‌ی تبلیغاتی برای تبلیغات خرده‌فروش‌ها در دسترس است، در حالی که در دنیای واقعی کارایی انواع مختلف تبلیغ با یکدیگر متفاوت است. در تحقیق حاضر فرض می‌شود خرده‌فروش‌ها امکان سرمایه‌گذاری در سه گزینه‌ی پوسترها، اینترنت و تبلیغات نقطه‌ی فروش را دارند. علاوه بر ضریب کارایی هر نوع تبلیغ روی تقاضا، اثر آن روی سهم بازار نیز ممکن است متفاوت باشد. برای این منظور، فرض می‌شود J گزینه‌ی تبلیغاتی وجود داشته باشد که هر خرده‌فروش پس از انتخاب هر یک از آنها، درمورد مقدار سرمایه‌گذاری در آن گزینه تصمیم‌گیری می‌کند؛ ب) لحاظ کردن رقابت خرده‌فروش‌ها در زنجیره برای کسب سهم بازار بیشتر. گزینه‌ی تبلیغاتی انتخابی خرده‌فروش‌ها مستقیماً بر سهم بازار آنها تأثیر می‌گذارد، و این به فرضیات دنیای واقعی نزدیک‌تر است. بدون شک رقابت در زنجیره‌ی تأمین در مطالعات بسیاری مورد بررسی قرار گرفته، اما در تعداد کمی از مطالعات انجام شده موضوع «رقابت» در مسئله‌ی تبلیغات مشارکتی مد نظر قرار گرفته است. در این مقاله، رقابت بین خرده‌فروش‌ها در کنار در نظر گرفتن گزینه‌های تبلیغاتی باعث پیچیده‌تر شدن مسئله می‌شود، چرا که اگر تنها یک خرده‌فروش وجود داشته باشد، حل مسئله با وجود گزینه‌های تبلیغاتی نیاز به تحلیل چندانی ندارد.

ساختار نوشتار حاضر به شرح زیر است: در بخش دوم مقالات مرتبط با موضوع مورد بررسی قرار می‌گیرد. در بخش سوم پس از معرفی نمادهای مسئله و تابع تقاضای بازار، توابع سود اعضای زنجیره فرموله می‌شود. در بخش چهارم، مسئله‌ی تعریف شده در قالب یک بازی سه‌مرحله‌ی حل می‌شود. نتایج حاصل از مدل با ارائه‌ی یک مثال عددی در بخش پنجم تشریح می‌شود و در انتها، بخش ششم شامل نتیجه‌گیری و پیشنهادات برای تحقیقات آتی می‌شود.

۲. مرور ادبیات

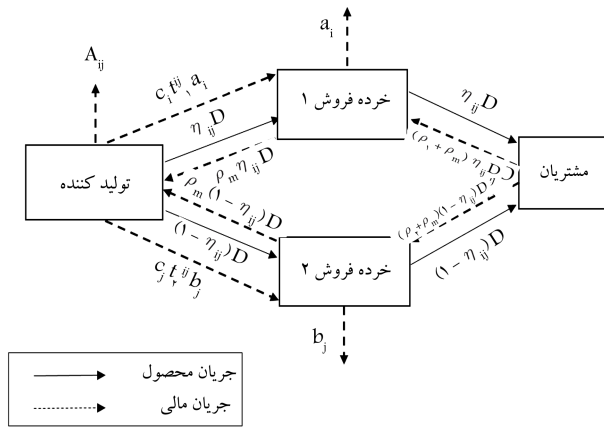
در این نوشتار، منظور از تبلیغات مشارکتی همان «تبلیغات مشارکتی عمودی»^۸ است، و آن یک برنامه‌ی حمایتی از طرف برخی تولیدکننده‌هاست و عبارت است از یک توافق مالی که در آن تولیدکننده درصدی از هزینه‌های تبلیغات خرده‌فروش را متحمل می‌شود.^۹ نکته‌ی قابل توجه این که تبلیغات مشارکتی نشان‌دهنده‌ی نوعی از خود تبلیغات نیست بلکه یک توافق مالی روی تقسیم هزینه‌های مرتبط با آن است.^{۱۱} در سال‌های اخیر مطالعات گسترده‌ی روی مسئله‌ی تبلیغات مشارکتی انجام شده است.^{۱۲، ۱۱}

رقابت‌پذیری اصلی‌ترین هدف زنجیره‌ی تأمین است. به همین دلیل در مطالعات بسیاری، رقابت بین لایه‌های مختلف زنجیره در نظر گرفته شده است. به عنوان مثال، در یکی از مطالعات انجام شده، رقابت بین تولیدکننده‌ها در مسئله‌ی انتخاب تأمین‌کنندگان مورد بررسی قرار گرفته است.^{۱۳}

در اغلب تحقیقات انجام شده در زمینه‌ی تبلیغات مشارکتی نیز حالت انحصار تک‌جانبه در هر یک از سطوح زنجیره مد نظر قرار گرفته است، به این صورت که تنها یک تأمین‌کننده (تولیدکننده) در سطح بالایی زنجیره و تنها یک خرده‌فروش (خریدار) در سطح پایینی آن قرار دارد.^{۱۱} البته در سال‌های اخیر تعدادی از محققین مدل‌هایی را توسعه داده‌اند که در آن، در یکی از سطوح زنجیره حالت رقابت دوجانبه یا چندجانبه برقرار است و اعضای رقیب برای دستیابی به منافع بیشتر با هم به رقابت می‌پردازند. در نوشتار حاضر، تمرکز اصلی روی مدل‌هایی است که انحصار دوجانبه را مطرح می‌کنند. مانند مدل‌هایی که^{۱۴-۱۶} هر یک در ساختار زنجیره‌ی با یک تولیدکننده و دو خرده‌فروش بررسی شده‌اند، یا مدل‌هایی که طی آن انحصار چندگانه برای خرده‌فروش‌ها در نظر گرفته شده است.^{۱۷} در این مدل‌های نمونه، اعضای زنجیره با در نظر گرفتن رقابت بین سطحی و درون‌سطحی تصمیمات تبلیغاتی و همچنین تصمیمات قیمت‌گذاری را تعیین می‌کنند.

در اکثر مطالعاتی که در زمینه‌ی تبلیغات مشارکتی موضوع انحصار دوجانبه مد نظر قرار گرفته، به دلیل پیچیدگی تحلیل مسئله، برخی از تصمیمات را در مسئله لحاظ نمی‌کنند یا این که آنها را به صورت پارامتر خارجی در نظر می‌گیرند. در این میان، مطالعات برخی از محققین تنها شامل تعیین تصمیمات تبلیغاتی است و تصمیمات قیمت‌گذاری در آنها لحاظ نشده است. در برخی از مطالعات موجود انحصار دوجانبه‌ی خرده‌فروش‌ها^{۱۸، ۱۹} و در برخی انحصار چندجانبه‌ی آنها^{۲۰} مد نظر قرار گرفته است. همچنین در مطالعات دیگر، مدل‌های دیگری نیز وجود دارند که علاوه بر تصمیمات قیمت‌گذاری، تبلیغات سراسری را هم شامل می‌شود. هی و همکاران،^{۲۱} چوتانی و سهی^{۲۲} و قدیمی و همکاران^{۲۳} درخصوص انحصار دوجانبه‌ی خرده‌فروش‌ها، و هی و همکاران^{۲۴} درخصوص انحصار چندجانبه‌ی آنان مطالعاتی داشته‌اند. در این تحقیق نیز به دلایل گفته شده، تصمیمات قیمت‌گذاری لحاظ نمی‌شود.

هی و همکاران^{۲۵} مسئله‌ی تبلیغات مشارکتی را در زنجیره‌ی با دو تولیدکننده و یک خرده‌فروش با در نظر گرفتن رقابت بین تولیدکننده‌ها مطالعه کرده‌اند. آنها سه سناریو را در نظر گرفته‌اند: الف) هر عضو به‌طور مستقل تصمیم‌گیری می‌کند؛ ب) خرده‌فروش با یکی از تولیدکننده‌ها به صورت یک‌پارچه عمل می‌کند؛ ج) دو تولیدکننده با هم به صورت یک‌پارچه عمل می‌کنند. مدل آنها به صورت پویاست و مقدار سرمایه‌گذاری اعضا جزو متغیرهای تصمیم‌گیری است. ونگ و همکاران^{۲۶} مسئله‌ی تبلیغات مشارکتی را در زنجیره‌ی با یک تولیدکننده



شکل ۱. جریان محصول و جریان مالی بین اعضای زنجیره.

هدف مدل عبارت است از تعیین متغیرهای هر یک از اعضای زنجیره؛ به این صورت که خرده فروش ها با هدف بیشینه کردن سود خود، ابتدا گزینه تبلیغاتی مناسب را انتخاب می کنند و سپس در مورد میزان سرمایه گذاری در گزینه انتخاب شده تصمیم گیری می کنند. مشخص است که میزان سود هر عضو زنجیره وابسته به سهم بازار، حاشیه سود آن عضو برای هر محصول، میزان تقاضای بازار و هزینه های مرتبط با تبلیغات است. فرض می شود فروش هر واحد از محصول، حاشیه سودی برابر ρ_1 و ρ_2 به ترتیب برای خرده فروش ۱ و ۲ و برابر ρ_m برای تولیدکننده در برداشته باشد. هزینه هر واحد تبلیغات محلی i ، برابر c_i و هر واحد تبلیغ سراسری برابر C فرض می شود. همچنین تولیدکننده به ازای هر زوج گزینه تبلیغاتی، سهم مشارکتی به ترتیب برابر t_1^i و t_2^i به خرده فروش ۱ و ۲ پیشنهاد می دهد. با توجه به توضیحات فوق، جریان محصول و جریان مالی بین اعضای زنجیره مطابق شکل ۱ خواهد بود.

۲.۳. فهرست نمادهای مسئله

۱.۲.۳ پارامترها

- J : مجموعه گزینه های تبلیغات محلی برای خرده فروش؛
- i, j : (اندیس) گزینه ی تبلیغات محلی خرده فروش ها؛
- Ω : مجموعه زوج گزینه های تبلیغات محلی خرده فروش ها؛
- k_m : ضریب کارایی تبلیغات سراسری در تقاضای بازار؛
- k_i : ضریب کارایی تبلیغات محلی گزینه ی تبلیغاتی i در تقاضا؛
- η_i : ضریب کارایی گزینه ی تبلیغاتی i در سهم بازار خرده فروش ها؛
- c_i : ضریب هزینه ی گزینه ی تبلیغاتی محلی i برای خرده فروش؛
- C : ضریب هزینه ی تبلیغات سراسری تولیدکننده؛
- ρ_m : حاشیه سود تولیدکننده برای هر واحد محصول؛
- ρ_1, ρ_2 : حاشیه سود خرده فروش ۱ و ۲ برای هر واحد محصول؛
- در صورتی که خرده فروش ۱ و ۲ به ترتیب گزینه های تبلیغاتی i و j را انتخاب کنند:
- $D(A_{ij}, a_i, b_j)$: تابع تقاضای بازار؛
- η_{ij} : سهم بازار خرده فروش ۱؛
- $\Pi_m(i, j)$: سود تولیدکننده؛
- $\Pi_1(i, j), \Pi_2(i, j)$: سود خرده فروش ۱ و ۲.

و دو خرده فروش مطالعه کرده اند که در آن، خرده فروش ها در سطح پایینی زنجیره رقابت دارند. چهار ساختار بازی در مقاله ی آنها مورد بررسی قرار گرفته است: استکلبرگ - کورنو، استکلبرگ - ائتلاف، نش - کورنو و نش - ائتلاف. با مدل سازی مسئله، سیاست تبلیغات مشارکتی و سود اعضا در سناریوهای یاد شده مقایسه شده اند. در نهایت آنها یک مدل تصمیم گیری متمرکز و یک قرارداد اشتراک هزینه برای دست یابی به هماهنگی کامل زنجیره پیشنهاد داده اند.

در نوشتار حاضر نیز ساختار زنجیره مشابه مقاله ی ونگ و همکاران^[۲۶] بوده و سناریوی مطالعه شده مشابه استکلبرگ - کورنو است. تفاوت اساسی مقاله ی حاضر با این مقاله در وجود گزینه های تبلیغاتی است که نحوه ی تحلیل مسئله و محاسبات آن را پیچیده تر می کند. همچنین توابع تقاضای دو مقاله نیز با هم تفاوت دارند.

در حوزه سرمایه گذاری روی گزینه های تبلیغاتی، مالسوزو همکاران^[۲۷] مسئله یی را بررسی کرده اند که در آن باید شرکتی برای رقابت، از میان چندین گزینه ی تبلیغاتی یک گزینه را انتخاب کند. هر گزینه ی تبلیغاتی هزینه ی حاشیه یی متفاوتی دارد. آن ها با هدف بیشینه کردن سود مسئله را حل کرده اند. فریسون و همکاران^[۲۸] ادعا می کنند که رسانه های مختلف مانند تلویزیون، رادیو، مجلات، روزنامه ها، بیلبوردها، سینما و غیره تأثیرگذاری کوتاه مدت و بلندمدت متفاوتی نسبت به هم دارند. نتایج حاصل از یکی از مطالعات انجام شده^[۲۹] درخصوص مبارزه ی تبلیغاتی برای خودروها - شامل شش رسانه تلویزیون، رادیو، مجلات، روزنامه ها، بترهای اینترنتی و جست و جوی حمایتی - نشان می دهد که تبلیغات رادیویی صرفه اقتصادی بیشتری دارد؛ روزنامه ها، تلویزیون و مجلات نیز در رده های بعدی قرار دارند.

با مرور ادبیات قرارداد تبلیغات مشارکتی مشخص شد که در تمامی تحقیقات انجام شده، تنها یک نوع تبلیغات برای هر عضو در نظر گرفته شده و تأثیر آنها روی تقاضا به وسیله ی سطح تبلیغات تعیین می شود. بنابراین مطالعه ی مشابهی در ادبیات موجود نیست. این در حالی است که آنچه که در واقعیت اتفاق می افتد، متفاوت است. سطح تبلیغات تنها یکی از عوامل مؤثر روی میزان تقاضاست. یکی دیگر از عوامل مؤثر، نوع تبلیغات انتخاب شده است. اغلب در دنیای واقعی، اثرات چندین نوع تبلیغ متفاوت است. واضح است اگر از تأثیر گزینه های تبلیغاتی در مسئله چشم پوشی شود، می تواند منجر به جواب های زیر بهینه شود.

۳. توصیف مدل

۱.۳ شرح مسئله

در این تحقیق یک زنجیره ی تأمین دوسطحی مورد بررسی قرار می گیرد که در سطح اول آن تولیدکننده یی یک محصول را از طریق دو خرده فروش در سطح دوم به فروش می رساند. تابع تقاضای بازار (D) قطعی بوده و متأثر از تبلیغات هر یک از اعضای زنجیره است. تولیدکننده برای ترویج نام تجاری محصول خود به صورت گسترده و سراسری (A_{ij}) تبلیغ می کند، در حالی که دو خرده فروش به منظور دست یابی به فروش کوتاه مدت و کسب سهم بیشتری از بازار دست به تبلیغات محلی می زنند (a_i و b_j)، که در آن i و j اندیس گزینه های تبلیغات محلی است و هر خرده فروش می تواند از بین J گزینه ی تبلیغاتی ممکن یکی را انتخاب کند که هر یک از این گزینه ها تأثیر متفاوتی در تعیین سهم بازار دارند. در صورتی که زوج گزینه ی تبلیغاتی (i, j) توسط خرده فروش ها انتخاب شود، سهم بازار خرده فروش ۱ برابر η_{ij} و سهم بازار خرده فروش ۲ برابر $1 - \eta_{ij}$ فرض می شود.

۲.۲.۳. متغیرهای تصمیم

A_{ij} : میزان تبلیغات سراسری تولیدکننده؛

$a_i(i, j)$: میزان تبلیغات محلی خرده‌فروش ۱ در گزینه‌ی تبلیغاتی i ؛

$b_j(i, j)$: میزان تبلیغات محلی خرده‌فروش ۲ در گزینه‌ی تبلیغاتی j ؛

t_1^{ij}, t_2^{ij} : نرخ مشارکت تولیدکننده در تبلیغات خرده‌فروش‌ها.

۳.۳. تابع تقاضای بازار

تابع تقاضای بازار متأثر از تبلیغات محلی خرده‌فروش‌ها و تبلیغات سراسری تولیدکننده در نظر گرفته می‌شود. در مدل مورد مطالعه در این تحقیق، از تأثیر قیمت در تابع تقاضا چشم‌پوشی شده و تصمیمات قیمت‌گذاری در مسئله لحاظ نمی‌شود. فرض فوق در مطالعات دیگری نیز [۳۱۳، ۳۱۴] مد نظر قرار گرفته است. چنانچه هر زوج گزینه‌ی تبلیغاتی (i, j) توسط دو خرده‌فروش انتخاب شود، تابع تقاضای بازار از رابطه‌ی ۱ به دست می‌آید.

$$D(a_i, b_j, A_{ij} | (i, j) \in \Omega) = k_i \sqrt{a_i(i, j)} + k_j \sqrt{b_j(i, j)} + k_m \sqrt{A_{ij}} \quad (1)$$

تابع تقاضای ۱ توسط آست و بوچر [۱۵] در حالت رقابت دوجانبه برای خرده‌فروش‌ها مورد استفاده قرار گرفته است؛ البته مدل آنها شامل گزینه‌های تبلیغاتی نمی‌شود. در این تحقیق نیز کارایی تبلیغات خرده‌فروش‌ها یکسان در نظر گرفته می‌شود، چرا که آنها معتقدند این پارامتر بیشتر به تأثیر پذیری مشتریان بستگی دارد تا رفتار خرده‌فروش‌ها.

۴.۳. توابع هدف اعضای زنجیره

چنان که پیش‌تر بیان شد، تعداد گزینه‌های تبلیغاتی در دسترس برای هر خرده‌فروش برابر J است که هر یک از خرده‌فروش‌ها تنها حق انتخاب یکی از آنها را دارند. سود حاصل از فروش هر یک از خرده‌فروش‌ها بستگی به سهم بازار آن خرده‌فروش دارد که آن هم وابسته به گزینه‌ی تبلیغاتی خود و گزینه‌ی تبلیغاتی خرده‌فروش رقیب است. برای هر زوج گزینه‌ی تبلیغاتی (i, j) که توسط دو خرده‌فروش انتخاب می‌شود، پارامتر η_{ij} تعریف می‌شود که نشان‌دهنده‌ی سهم بازار خرده‌فروش ۱ است و طبیعتاً سهم بازار خرده‌فروش ۲ برابر $1 - \eta_{ij}$ خواهد بود. حال با توجه به تابع تقاضای تعریف شده و سهم بازار خرده‌فروش‌ها می‌توان تابع سود هر یک از اعضای زنجیره را نوشت. روابط ۲ تا ۴ به ترتیب معرف توابع سود تولیدکننده، خرده‌فروش ۱ و خرده‌فروش ۲ هستند.

$$\Pi_{m|(i, j)} = \rho_m \left(k_i \sqrt{a_i(i, j)} + k_j \sqrt{b_j(i, j)} + k_m \sqrt{A_{ij}} \right) - t_1^{ij} c_i a_i(i, j) - t_2^{ij} c_j b_j(i, j) - C A_{ij} \quad (2)$$

$$\Pi_{1|(i, j)} = \rho_1 \eta_{ij} \left(k_i \sqrt{a_i(i, j)} + k_j \sqrt{b_j(i, j)} + k_m \sqrt{A_{ij}} \right) - (1 - t_1^{ij}) c_i a_i(i, j) \quad (3)$$

$$\Pi_{2|(i, j)} = \rho_2 (1 - \eta_{ij}) \left(k_i \sqrt{a_i(i, j)} + k_j \sqrt{b_j(i, j)} + k_m \sqrt{A_{ij}} \right) - (1 - t_2^{ij}) c_j b_j(i, j) \quad (4)$$

در رابطه‌ی ۲ عبارت اول نشان‌دهنده‌ی سود حاصل از فروش، عبارت دوم و سوم به ترتیب نماینده‌ی هزینه‌های مشارکت در تبلیغات خرده‌فروش ۱ و ۲، عبارت چهارم نشان‌گر هزینه‌ی تبلیغات سراسری است. در روابط ۳ و ۴ نیز عبارات اول نشان‌دهنده‌ی سود حاصل از فروش و عبارات دوم، هزینه‌های تبلیغاتی خرده‌فروش‌ها هستند.

۴. حل مسئله

روشی که عموماً برای تحلیل مسئله‌ی تبلیغات مشارکتی در ادبیات مورد استفاده قرار گرفته است، «نظریه‌ی بازی» است. [۱۲] در این مقاله رفتار اعضای زنجیره با بازی‌های غیرمشارکتی^۹ مطالعه می‌شود. در بازی‌های غیرمشارکتی، هر یک از بازیکنان به صورت مستقل و با هدف بیشینه کردن سود خود، تصمیمات خود را اتخاذ می‌کنند. در صورتی که تصمیم‌گیری بازیکنان به صورت همزمان باشد، تعادل نش^{۱۰} جواب بازی را حاصل می‌کند و در صورتی که حرکت آنها به صورت ترتیبی باشد، با استفاده از بازی استکلبرگ^{۱۱} تحلیل می‌شود.

زمانی که اعضای از زنجیره دارای قدرت برابری باشند، تصمیمات خود را به صورت مستقل و همزمان با هدف بهینه‌کردن اهداف خود تعیین می‌کنند. در این شرایط تعادل نش بازی، جواب مسئله را حاصل می‌کند. [۳۲] در این حالت، هیچ‌یک از اعضا در تصمیم‌گیری بر دیگری اولویت ندارد.

در بازی رهبری استکلبرگ^{۱۲}، بازیکنان به دو دسته‌ی رهبر^{۱۳} و پیرو^{۱۴} تقسیم می‌شوند. این بازی براساس تصمیم‌گیری ترتیبی است و معمولاً زمانی شکل می‌گیرد که برخی از بازیکنان امتیاز خاصی داشته باشند که به آنها اجازه دهد اول حرکت کنند. در یک زنجیره، عضوی که قدرت بیشتری دارد در جایگاه رهبر قرار می‌گیرد. این بازی در دو مرحله انجام می‌شود، به این صورت که ابتدا رهبر بازی استراتژی خود را تعیین می‌کند، سپس پیرو بازی با توجه به عملکرد رهبر، استراتژی خود را مشخص می‌کند. [۳۳] در بازی استکلبرگ فرض بر این است که بازیکنان رهبر قبل از انتخاب استراتژی خود، از نتیجه عمل خود بر بازیکنان پیرو آگاهی دارند و نیز می‌دانند که عمل آنها توسط بازیکنان پیرو قابل مشاهده است. در اکثر مطالعات انجام شده در زمینه‌ی تبلیغات مشارکتی که در آن از رویکرد استکلبرگ استفاده شده، تولیدکننده در جایگاه رهبر بازی، و خرده‌فروش(ها) در نقش پیرو بازی لحاظ شده‌اند. [۱۱]

۱.۴. توالی رخدادها و توالی تصمیم‌گیری در زنجیره

توالی رخدادها در این مسئله تأثیر به‌سزایی در تعیین توالی تصمیم‌گیری و تعیین نوع بازی بین اعضای زنجیره دارد. این توالی عبارت است از:

-- تولیدکننده میزان سرمایه‌گذاری خود در تبلیغات سراسری را به همراه نرخ‌های مشارکت به خرده‌فروش‌ها اعلام می‌کند. بنابراین سه تایی (A, t_1, t_2) به خرده‌فروش‌ها پیشنهاد می‌شود.

-- خرده‌فروش‌ها با توجه به مقادیر اعلام شده‌ی تولیدکننده، ابتدا بهترین پاسخ خود (a_i, b_j) در هر زوج گزینه‌ی تبلیغاتی (i, j) را به دست آورده و براساس عایدی خود در هر کدام، بهترین زوج گزینه‌ی تبلیغاتی (i^*, j^*) را انتخاب می‌کنند. لازم به توضیح است که تصمیم‌گیری خرده‌فروش‌ها در سطح پایینی زنجیره نیز به صورت دوسطحی انجام می‌گیرد. به این ترتیب که ابتدا لازم است زوج گزینه‌ی تبلیغاتی انتخاب شود، سپس میزان سرمایه‌گذاری در هر گزینه از طریق بیشینه‌سازی مشخص شود.

فرم درختی بازی برای درک بهتر خواننده از مسئله در شکل ۲ ارائه شده است که در آن M, r_1 و r_2 به ترتیب نشان‌دهنده‌ی تولیدکننده، خرده‌فروش ۱ و خرده‌فروش ۲؛ i_1, i_2 و j_1, j_2 گزینه‌های تبلیغاتی خرده‌فروش ۱؛ i_3, i_4 و j_3, j_4 گزینه‌های تبلیغاتی خرده‌فروش ۲ هستند. متغیرهای پیوسته‌ی هر عضو نیز در گره‌های تصمیم آنها نشان داده شده است.

متغیرهای $a_{i|(i,j)}$ و $b_{j|(i,j)}$ به صورت روابط ۵ و ۶ حاصل می‌شود:

$$\frac{\partial \Pi_{1|(i,j)}}{\partial a_{i|(i,j)}} = 0 \Rightarrow \rho_1 \eta_{ij} \left(\frac{k_i}{\sqrt{a_{i|(i,j)}}} \right) - (\lambda - t_1^{ij}) c_i = 0 \quad (5)$$

$$\frac{\partial \Pi_{2|(i,j)}}{\partial b_{j|(i,j)}} = 0 \Rightarrow \rho_2 (\lambda - \eta_{ij}) \left(\frac{k_j}{\sqrt{b_{j|(i,j)}}} \right) - (\lambda - t_2^{ij}) c_j = 0 \quad (6)$$

با حل دو معادله‌ی فوق به قضیه‌ی ۱ می‌رسیم:

قضیه‌ی ۱. به‌ازای هر زوج گزینه‌ی تبلیغاتی $(i, j) \in \Omega$ و مقادیر دلخواه تبلیغات سراسری A_{ij} و نرخ‌های مشارکت t_1^{ij} و t_2^{ij} ، بهترین پاسخ خرده‌فروش‌ها عبارت خواهد بود از:

$$a_{i|(i,j)} = \left(\frac{\rho_1 \eta_{ij} k_i}{2c_i (\lambda - t_1^{ij})} \right)^2$$

$$b_{j|(i,j)} = \left(\frac{\rho_2 (\lambda - \eta_{ij}) k_j}{2c_j (\lambda - t_2^{ij})} \right)^2$$

لازم به ذکر است که توابع هدف خرده‌فروش ۱ و خرده‌فروش ۲ به ترتیب نسبت به متغیرهای $a_{i|(i,j)}$ و $b_{j|(i,j)}$ مقعرند، زیرا:

$$\frac{\partial^2 \Pi_{1|(i,j)}}{\partial a_{i|(i,j)}^2} = -\frac{\rho_1 \eta_{ij} k_i}{4 \sqrt{a_{i|(i,j)}}^3} < 0 \quad (7)$$

$$\frac{\partial^2 \Pi_{2|(i,j)}}{\partial b_{j|(i,j)}^2} = -\frac{\rho_2 (\lambda - \eta_{ij}) k_j}{4 \sqrt{b_{j|(i,j)}}^3} < 0 \quad (8)$$

۲.۲.۴. مرحله‌ی دوم

در این مرحله تولیدکننده باید مقدار بهینه‌ی سرمایه‌گذاری تبلیغاتی خود و همچنین مقادیر بهینه‌ی نرخ‌های مشارکت را براساس گزینه‌های تبلیغاتی i و j و همچنین با در نظر گرفتن بهترین پاسخ خرده‌فروش‌ها در قضیه ۱ تعیین کند. بنابراین مسئله‌ی پیشینه‌سازی تولیدکننده با توجه به رابطه‌ی ۲ و قضیه‌ی ۱ عبارت خواهد بود از:

$$\max_{A_{ij}, t_1^{ij}, t_2^{ij}} \Pi_m|(i,j) = \rho_m \left(k_i \sqrt{a_{i|(i,j)}} + k_j \sqrt{b_{j|(i,j)}} + k_m \sqrt{A_{ij}} \right) - t_1^{ij} c_i a_{i|(i,j)} - t_2^{ij} c_j b_{j|(i,j)} - C A_{ij} \quad (9)$$

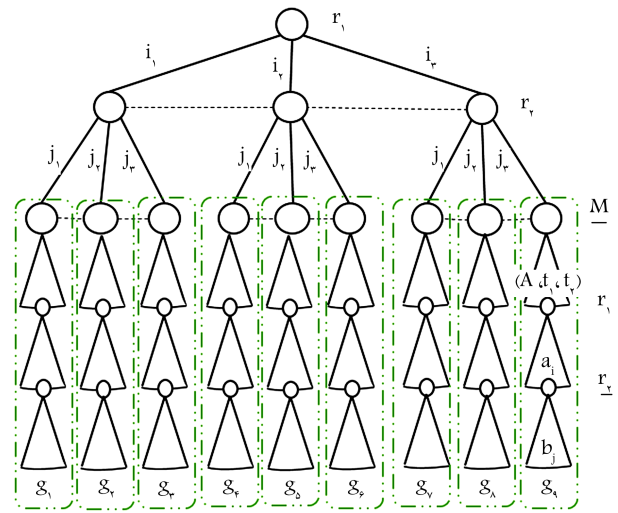
s.t.

$$a_{i|(i,j)} = \left(\frac{\rho_1 \eta_{ij} k_i}{2c_i (\lambda - t_1^{ij})} \right)^2$$

$$b_{j|(i,j)} = \left(\frac{\rho_2 (\lambda - \eta_{ij}) k_j}{2c_j (\lambda - t_2^{ij})} \right)^2 \quad (9)$$

که در آن محدودیت‌های مسئله بهترین پاسخ خرده‌فروش‌هاست که به راحتی می‌توان آنها را در تابع هدف جایگزین کرد. شرایط لازم برای بهینه‌گی تابع فوق با مشتق‌گیری از آن نسبت به متغیرهای تبلیغات سراسری A_{ij} و نرخ‌های مشارکت t_1^{ij} و t_2^{ij} تعیین می‌شود:

$$\frac{\partial \Pi_m|(i,j)}{\partial A_{ij}} = 0 \Rightarrow \frac{\rho_m k_m}{2 \sqrt{A_{ij}}} - C = 0 \quad (10)$$



شکل ۲. فرم بازی سه‌مرحله‌ی برای مسئله.

با توجه به شکل ۲، مسئله دارای ۱۰ زیر بازی فرعی است که یکی همان کل بازی است. برای ۹ زیر بازی (بازی‌های g_1 تا g_9)، تعادل بازی باید با رویکرد برگشت به عقب تعیین شود و در نهایت تعادل زیر بازی کامل (SPE) برای کل بازی به دست می‌آید.

۲.۴. مراحل حل مسئله

با توجه به توضیحات بخش قبل، نحوه‌ی تعیین تعادل بازی به صورت استنتاج روبه عقب ۱۵ است. مراحل کار در ادامه آمده است.

مرحله‌ی اول) ابتدا به‌ازای مقدار دلخواهی از تبلیغات سراسری تولیدکننده، نرخ‌های مشارکت و زوج گزینه‌ی تبلیغاتی (i, j) ، بهترین پاسخ خرده‌فروش‌ها به دست می‌آید که عبارت است از میزان تبلیغات محلی هر خرده‌فروش برای (i, j) . در این حالت دو خرده‌فروش به صورت همزمان عمل می‌کنند.

مرحله‌ی دوم) با جایگذاری بهترین پاسخ خرده‌فروش‌ها در تابع هدف تولیدکننده، مقدار بهینه‌ی تبلیغات سراسری و نرخ‌های مشارکت به دست می‌آید؛ چرا که تولیدکننده با علم به بهترین پاسخ خرده‌فروش‌ها، مقادیر (A, t_1, t_2) را پیشنهاد می‌دهد.

مرحله‌ی سوم) با توجه به عایدی هر خرده‌فروش به‌ازای تمامی $(i, j) \in \Omega$ ، دو خرده‌فروش به صورت همزمان در رابطه با انتخاب گزینه‌ی تبلیغاتی تصمیم‌گیری می‌کنند. در مرحله انتخاب زوج (i^*, j^*) نیز، حرکت همزمان بین دو خرده‌فروش صورت می‌گیرد.

مرحله‌ی اول و دوم برای هر یک از زیر بازی‌های g_1 تا g_9 باید انجام شود و در نهایت برای کل بازی، مرحله‌ی سوم اجرا می‌شود. در ادامه، هر یک از مراحل حل مسئله بیان می‌شود.

۱.۲.۴. مرحله‌ی اول

در این مرحله فرض می‌شود خرده‌فروش ۱ و ۲ به ترتیب گزینه‌های تبلیغاتی i و j ، $(i, j) \in \Omega$ را انتخاب کنند. همچنین فرض می‌شود که تولیدکننده مقدار تبلیغات سراسری خود را برابر A_{ij} و نرخ‌های مشارکت را برابر t_1^{ij} و t_2^{ij} اعلام کرده است. در اینجا یافتن بهترین پاسخ هر خرده‌فروش با توجه به این دو فرض، هدف‌گیری شده است. بنابراین شرایط لازم با مشتق‌گیری از روابط ۳ و ۴ به ترتیب نسبت به

در مرحله‌ی سوم پیچیده است و نمی‌توان به تفسیر معناداری دست یافت، بنابراین از مثال عددی برای تحلیل مسئله استفاده می‌شود. برای این که بتوان سهم بازار η_{ij} را به راحتی در مسئله تحلیل کرد، رابطه‌ی ۱۴ را تعریف می‌کنیم:

$$\eta_{ij} = \frac{r_i}{r_i + r_j} \quad (14)$$

که در آن r_1 و r_2 ضرایب کارایی گزینه‌های تبلیغات محلی i و j در سهم بازار هستند. این پارامترها را می‌توان به عنوان میزان مشتریانی که از تبلیغ محلی i و j تأثیر می‌پذیرند، تعبیر کرد. تحلیل مسئله با مثالی که اطلاعات پارامتری آن در جدول ۱ توصیف شده، آغاز می‌شود. در این مثال، هریک از خرده‌فروش‌ها می‌توانند از بین سه گزینه‌ی تبلیغاتی، انتخاب کنند. فرض منطقی ذیل نیز در رابطه با پارامترهای مسئله در نظر گرفته می‌شود: گزینه‌های تبلیغاتی طوری هستند که گزینه‌ی سوم نسبت به گزینه‌ی دوم، و گزینه‌ی دوم نسبت به گزینه‌ی اول دارای ضریب کارایی در سهم بازار بالاتری ($r_1 < r_2 < r_3$) هستند.

جدول پیامد بازی به همراه مقادیر متغیرهای مسئله در جدول ۲ خلاصه شده است. برای هر زوج گزینه‌ی تبلیغاتی (i, j) ، ۸ عدد قابل مشاهده است، به این صورت که برای هر زوج گزینه‌ی تبلیغاتی (i, j) ، سطر اول از چپ به راست شامل مقدار سرمایه‌گذاری تبلیغاتی خرده‌فروش ۱، خرده‌فروش ۲ و تولیدکننده؛ سطر دوم از چپ به راست شامل سود خرده‌فروش ۱، خرده‌فروش ۲ و تولیدکننده؛ و سطر سوم از چپ به راست نشان‌دهنده نرخ مشارکت تولیدکننده در تبلیغات خرده‌فروش ۱ و ۲ است.

آنچه که برای تعیین نقطه‌ی تعادل نش لازم است، مقادیر سود دو خرده‌فروش است که با رنگ تیره برای هر زوج گزینه‌ی تبلیغاتی (i, j) در جدول ۲ مشخص شده است. واضح است که خرده‌فروش ۱ هرگز گزینه‌ی را انتخاب کند، بهترین پاسخ خرده‌فروش ۲، گزینه‌ی تبلیغاتی سوم است. همچنین بهترین پاسخ خرده‌فروش ۱ به هر تصمیم خرده‌فروش ۲، انتخاب گزینه‌ی سوم است. بنابراین تعادل بازی عبارت است از $(3, 3) = (i^*, j^*)$. با دقت در جدول می‌توان دریافت که علاوه بر تعادل یاد شده، دو استراتژی ائتلاف نیز موجود است که برای هر دو خرده‌فروش سود بیشتری به همراه دارد: $(1, 1) = (i^c, j^c)$ و $(2, 2) = (i^c, j^c)$. این دو استراتژی، علاوه بر خرده‌فروش‌ها، به نفع تولیدکننده نیز هست.

۲.۵. تحلیل حساسیت نسبت به ضرایب کارایی تبلیغات محلی در

سهم بازار

در داده‌های مسئله‌ی پایه فرض شد که ضرایب کارایی گزینه‌های تبلیغات محلی در سهم بازار به صورت $r_1 = 1$ و $r_2 = 3$ ، $r_3 = 5$ است. برای تحلیل تغییرات جواب

جدول ۱. چارچوب اطلاعات مسئله‌ی پایه
مقادیر پارامترها
$C = 5$
$c_1 = 2, c_2 = 4, c_3 = 7$
$k_m = 150$
$k_1 = 100, k_2 = 120, k_3 = 130$
$\rho_m = 7$
$\rho_1 = 3, \rho_2 = 3$
$r_1 = 1, r_2 = 3, r_3 = 5$

$$\frac{\partial \Pi_{m|(i,j)}}{\partial t_1^{ij}} = 0 \Rightarrow \frac{\rho_m k_i}{1 - t_1^{ij}} \frac{\rho_1 \eta_{ij} k_i}{2c_i(1 - t_1^{ij})} - c_i \left(\frac{\rho_1 \eta_{ij} k_i}{2c_i(1 - t_1^{ij})} \right)^2 \left(\frac{1 + t_1^{ij}}{1 - t_1^{ij}} \right) = 0 \quad (11)$$

$$\frac{\partial \Pi_{m|(i,j)}}{\partial t_2^{ij}} = 0 \Rightarrow \frac{\rho_m k_j}{1 - t_2^{ij}} \frac{\rho_2 (\eta_{ij} - 1) k_j}{2c_j(1 - t_2^{ij})} - c_j \left(\frac{\rho_2 (\eta_{ij} - 1) k_j}{2c_j(1 - t_2^{ij})} \right)^2 \left(\frac{1 + t_2^{ij}}{1 - t_2^{ij}} \right) = 0 \quad (12)$$

با حل هم‌زمان دستگاه معادلات فوق، مقادیر متغیرها تعیین می‌شود و با جایگذاری آنها در بهترین پاسخ خرده‌فروش‌ها در قضیه‌ی ۱، مقادیر تبلیغات محلی نیز مشخص می‌شود. قضیه‌ی ۲ خلاصه نتایج را نشان می‌دهد.

قضیه‌ی ۲. در صورتی که خرده‌فروش ۱ و ۲ به ترتیب گزینه‌های تبلیغاتی i و j را انتخاب کنند که $(i, j) \in \Omega$ ، مقادیر متغیرهای سیستم در تعادل بازی عبارت خواهد بود از:

$$t_1^{ij} = \frac{2\rho_m - \rho_1 \eta_{ij}}{2\rho_m + \rho_1 \eta_{ij}}$$

$$t_2^{ij} = \frac{2\rho_m - \rho_2 (\eta_{ij} - 1)}{2\rho_m + \rho_2 (\eta_{ij} - 1)}$$

$$A_{ij} = \left(\frac{\rho_m k_m}{2C} \right)^2$$

$$a_{i|(i,j)} = \left[\frac{k_i}{4c_i} (2\rho_m + \rho_1 \eta_{ij}) \right]^2$$

$$b_{j|(i,j)} = \left[\frac{k_j}{4c_j} (2\rho_m + \rho_2 (\eta_{ij} - 1)) \right]^2$$

شرایط کافی برای بهیمنگی جواب فوق در «پیوست» انتهای مقاله آمده است.

۳.۲.۴. مرحله‌ی سوم

هر خرده‌فروش با در نظر گرفتن استراتژی تبلیغاتی رقیب خود و با توجه به عایدی خود و رقیب نسبت به انتخاب گزینه‌ی تبلیغاتی خود اقدام می‌کند. از آنجا که دو خرده‌فروش قدرت یکسانی در تصمیم‌گیری دارند، به صورت هم‌زمان و مستقل نسبت به انتخاب استراتژی خود اقدام می‌کنند. بنابراین زوج گزینه‌ی تبلیغاتی انتخابی از طریق تعادل نش می‌تواند تعیین شود.

با توجه به نظریه‌ی تعادل نش، در یک بازی دونفره که مجموعه استراتژی‌های هر بازیکن J است، استراتژی‌های (i^*, j^*) تشکیل تعادل نش می‌دهند، اگر داشته باشیم:

$$\Pi_{i|(i^*, j^*)} = \max_{i \in J} \Pi_{i|(i, j^*)} \quad \forall i = 1, 2 \quad (13)$$

به زبان ساده‌تر، اگر خرده‌فروش ۱ گزینه‌ی به خصوصی مانند a را انتخاب کند، خرده‌فروش ۲ گزینه‌ی i را انتخاب می‌کند که بین تمامی گزینه‌های دیگر، بیشترین عایدی را داشته باشد. خرده‌فروش ۱ نیز به همین صورت رفتار می‌کند.

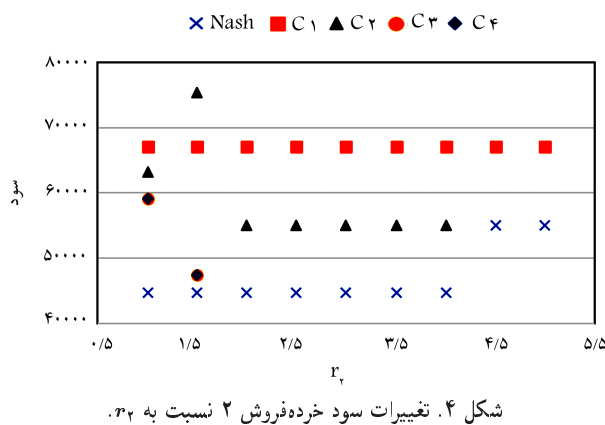
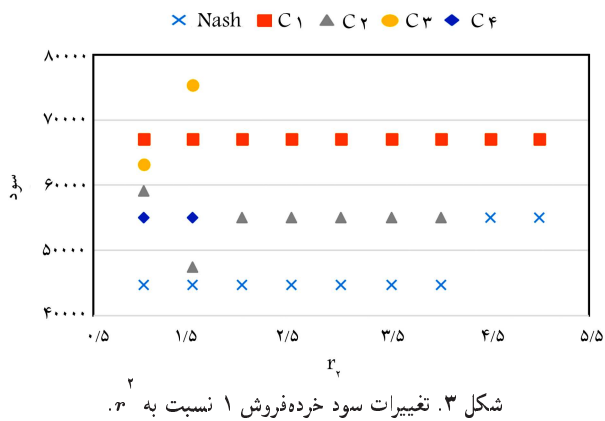
۵. تحلیل عددی مسئله

۱.۵. مثال پایه

اگرچه در مراحل ۱ و ۲، متغیرهای بهینه‌ی سیستم به‌ازای زوج گزینه‌ی تبلیغاتی (i, j) به صورت تحلیلی تعیین شدند، ولی با توجه به این که مقایسه‌ی عایدی خرده‌فروش‌ها

جدول ۲. پیامد بازی برای مسئله‌ی پایه شامل متغیرها و سود اعضای زنجیره.

		گزینه‌ی تبلیغاتی خرده‌فروش ۲ (j)								گزینه‌ی تبلیغاتی خرده‌فروش ۱ (i)
		۳		۲		۱				
۳۵۱۵۶	۵۸۶۹	۳۲۸۵۲	۳۵۱۵۶	۱۴۸۵۴	۳۳۹۹۴	۳۵۱۵۶	۳۷۵۳۹	۳۷۵۳۹		
۱۱۴۶۵۹	۹۷۱۳۶	۱۷۳۸۶	۱۳۵۲۷۷	۹۳۳۷۵	۲۹۶۹۵	۱۵۸۰۳۱	۶۷۲۱۹	۶۷۲۱۹	۱	
	۰,۷	۰,۹۳		۰,۷۲	۰,۹		۰,۸۱	۰,۸۱		
۳۵۱۵۶	۵۴۳۲	۱۲۸۶۸	۳۵۱۵۶	۱۳۵۱۴	۱۳۵۱۴	۳۵۱۵۶	۳۳۹۹۴	۱۴۸۵۴	۲	
۹۷۳۷۵	۶۴۰۳۸	۳۶۱۵۵	۱۱۵۹۸۸	۵۵۰۱۳	۵۵۰۱۳	۱۳۵۲۷۷	۲۹۶۹۵	۹۳۳۷۵		
	۰,۷۶	۰,۸۵		۰,۸۱	۰,۸۱		۰,۹	۰,۷۲		
۳۵۱۵۶	۵۱۷۹	۵۱۷۹	۳۵۱۵۶	۱۲۸۶۸	۵۴۳۲	۳۵۱۵۶	۳۲۸۵۲	۵۸۶۹	۳	
۸۰۳۷۹	۴۴۶۷۵	۴۴۶۷۵	۹۷۳۷۵	۳۶۱۵۵	۶۴۰۳۸	۱۱۴۶۵۹	۱۷۳۸۶	۹۷۱۳۶		
	۰,۸۱	۰,۸۱		۰,۸۵	۰,۷۶		۰,۹۳	۰,۷		



جدول ۳. استراتژی‌های ائتلاف و تعادل بازی نسبت به تغییرات ضریب کارایی گزینه‌ی دوم در سهم بازار.

		r_2							(i, j)		
		۵	۴,۵	۴	۳,۵	۳	۲,۵	۲	۱,۵	۱	
C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	C	(۱, ۱)
	C								C	C	(۱, ۲)
											(۱, ۳)
									C	C	(۲, ۱)
N	N	C	C	C	C	C	C	C	C	C	(۲, ۲)
											(۲, ۳)
											(۳, ۱)
											(۳, ۲)
											(۳, ۳)

N : تعادل بازی؛ C : استراتژی ائتلاف.

مقادیر r_1 و r_2 را برابر همان مقادیر قبلی گرفته و مقدار r_2 از ۱ تا ۵ تغییر داده می‌شود. نتایج تغییرات مربوط به استراتژی‌های ائتلاف و تعادل بازی در جدول ۳ خلاصه شده است: N نشان‌دهنده تعادل بازی و C معرف استراتژی‌های ائتلاف است. به‌عنوان مثال برای $r_2 = ۱$ یک تعادل و ۴ استراتژی ائتلاف وجود دارد، و برای $r_2 = ۴,۵$ یک تعادل و یک استراتژی ائتلاف. در شکل‌های ۳ تا ۵ به ترتیب مقادیر سود خرده‌فروش ۱، خرده‌فروش ۲ و تولیدکننده برای استراتژی‌های ائتلاف و تعادل بازی، به‌ازای تغییرات r_2 نشان داده شده است.

با توجه به این شکل‌ها می‌توان دریافت که برای تمامی اعضای زنجیره، استراتژی‌های ائتلاف همواره سود بیشتری نسبت به تعادل بازی دارند. به عبارت دیگر همواره یک استراتژی ائتلاف وجود دارد که منجر به حالت برنده - برنده برای هر سه عضو زنجیره شود. بنابراین تولیدکننده می‌تواند تمهیداتی بیاندیشد که خرده‌فروش‌ها به جای انتخاب تعادل بازی، یکی از استراتژی‌های ائتلاف را برگزینند. برای این منظور ممکن است تولیدکننده از قراردادهای هماهنگ‌سازی استفاده کند و خرده‌فروش‌ها

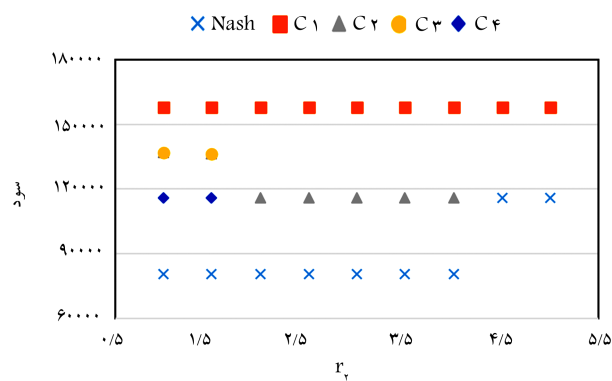
نیز با توجه به این که سودشان افزایش پیدا می‌کند، انگیزه‌ی لازم برای پذیرفتن قرارداد را خواهند داشت.

در جدول ۴ نیز تغییرات متغیرهای سیستم در تعادل مسئله ارائه شده است. چنانکه که ملاحظه می‌شود، متغیرهای تولیدکننده با تغییر تعادل بازی تغییری نمی‌کنند ولی میزان تبلیغات محلی خرده‌فروش‌ها تغییر می‌کند.

بازار تأثیر دارد. در این سازوکار تولیدکننده درصدی از هزینه‌های تبلیغات خرده‌فروش‌ها را تقبل می‌کند. مسئله‌ی مورد مطالعه در این مقاله از سه جهت دارای نوآوری است: اول این که در این مسئله، چندین گزینه‌ی تبلیغاتی برای تبلیغات محلی خرده‌فروش‌ها در نظر گرفته شده است؛ دوم، رقابت خرده‌فروش‌ها برای کسب سهم بازار بیشتر مد نظر قرار گرفته و سوم، تحلیل مدل به صورت یک بازی سه‌مرحله‌ی انجام شده است. هر یک از خرده‌فروش‌ها برای تبلیغات محلی خود با مجموعه‌ی بی‌ازگزینه‌های تبلیغات مواجه‌اند که این گزینه‌ها مستقیماً بر سهم بازار هر یک از آنها تأثیر دارد. تمامی تحقیقات قبلی فرض می‌کنند که تنها یک گزینه‌ی تبلیغاتی برای تبلیغات خرده‌فروش‌ها در دسترس است. در حالی که در دنیای واقعی اثر انواع مختلف تبلیغ (تلویزیونی، رادیویی و بیلبورد) متفاوت از دیگری است.

خرده‌فروش‌ها برای کسب سهم بیشتری از بازار در سطح دوم زنجیره با هم رقابت می‌کنند و می‌توانند از بین گزینه‌های مختلف تبلیغات محلی انتخاب کنند. مسئله‌ی فوق در قالب غیرمشارکتی با استفاده از نظریه‌ی بازی در طی سه مرحله تحلیل شده و تعادل زیر بازی کامل و استراتژی‌های ائتلاف با مثال عددی و تحلیل حساسیت ارائه شد. برای این منظور ارتباط بین تولیدکننده با هر یک از خرده‌فروش‌ها با استفاده از بازی استکلبرگ - رهبری تولیدکننده در نظر گرفته شده و همچنین خرده‌فروش‌ها در سطح پایینی زنجیره برای انتخاب گزینه‌ی تبلیغاتی و همچنین تعیین مقدار سرمایه‌گذاری آنها در تبلیغات به صورت همزمان عمل می‌کنند. با استفاده از مثال عددی و تحلیل حساسیت، نتایج حاصل از مدل بررسی شد و تعادل زیر بازی کامل و استراتژی‌های ائتلاف برای خرده‌فروش‌ها تعیین شد. نتایج عددی نشان می‌دهد که اگر خرده‌فروش‌ها به جای تعادل بازی، استراتژی‌(های) ائتلاف را برگزینند علاوه بر بهبود سودشان، سود تولیدکننده نیز به میزان قابل توجهی افزایش می‌یابد. برای توسعه‌ی تحقیق می‌توان عدم تقارن اطلاعات^{۱۶} داخل زنجیره را وارد مدل‌سازی مسئله کرد. علاوه بر این می‌توان حالت بدون قرارداد را نیز بررسی کرده و قرارداد را طوری طراحی کرد که برای تمامی اعضا منجر به حالت برنده - برنده شود. همچنین می‌توان مسئله را به حالت چندهدفه توسعه داد و سازوکاری طراحی کرد که همه‌ی اهداف بهبود پیدا کنند.^[۲۴]

این موضوع اغلب در ادبیات قرارداد تبلیغات مشارکتی نادیده گرفته شده است. در نهایت می‌توان تصمیمات قیمت‌گذاری را نیز وارد این مدل کرد اگرچه در این حالت ممکن است تعیین متغیرهای مسئله به صورت فرم بسته امکان‌پذیر نباشد.



شکل ۵. تغییرات سود تولیدکننده نسبت به r_p .

جدول ۴. مقادیر متغیرهای سیستم در تعادل بازی نسبت به تغییرات ضریب کارایی گزینه‌ی دوم در سهم بازار.

b^N	a^N	A^N	t_1^N	t_2^N	N	r_p
۵۱۷۹	۵۱۷۹	۱۱۰۲۵	۰٫۸۱	۰٫۸۱	(۳, ۳)	۱
۵۱۷۹	۵۱۷۹	۱۱۰۲۵	۰٫۸۱	۰٫۸۱	(۳, ۳)	۱٫۵
۵۱۷۹	۵۱۷۹	۱۱۰۲۵	۰٫۸۱	۰٫۸۱	(۳, ۳)	۲
۵۱۷۹	۵۱۷۹	۱۱۰۲۵	۰٫۸۱	۰٫۸۱	(۳, ۳)	۲٫۵
۵۱۷۹	۵۱۷۹	۱۱۰۲۵	۰٫۸۱	۰٫۸۱	(۳, ۳)	۳
۵۱۷۹	۵۱۷۹	۱۱۰۲۵	۰٫۸۱	۰٫۸۱	(۳, ۳)	۳٫۵
۵۱۷۹	۵۱۷۹	۱۱۰۲۵	۰٫۸۱	۰٫۸۱	(۳, ۳)	۴
۱۳۵۱۴	۱۳۵۱۴	۱۱۰۲۵	۰٫۸۱	۰٫۸۱	(۲, ۲)	۴٫۵
۱۳۵۱۴	۱۳۵۱۴	۱۱۰۲۵	۰٫۸۱	۰٫۸۱	(۲, ۲)	۵

۶. نتیجه‌گیری

در این مقاله مسئله‌ی تبلیغات مشارکتی در زنجیره‌ی شامل یک تولیدکننده و دو خرده‌فروش مطالعه شده است. برنامه‌ی تبلیغات مشارکتی یک سازوکار انگیزشی از طرف تولیدکننده‌هاست تا خرده‌فروش‌ها سرمایه‌گذاری بیشتری روی تبلیغات محلی کنند. چرا که هزینه‌های تبلیغات هر یک از اعضای زنجیره مستقیماً روی تقاضای کل

پانویس‌ها

1. participation rate
2. GE
3. Intel
4. IBM
5. Apple
6. www.Co-opsourcingbook.com
7. <http://adage.com/article/adage-encyclopedia/retail-advertising/98854/>
8. vertical cooperative advertising
9. non cooperative games
10. Nash
11. Von Stackelberg

12. leadership Stackelberg game
13. leader
14. follower
15. backward induction
16. information asymmetry

منابع (References)

1. Huang, Z. and Li, S.X. "Co-op advertising models in manufacturer-retailer supply chains: A game theory approach", *European Journal of Operational Research*, **135**(3), pp. 527-544 (2001).

2. Bergen, M. and John, G. "Understanding cooperative advertising participation rates in conventional channels", *Journal of Marketing Research*, **34**(3), pp. 357-369 (1997).
3. Hutchins, M.S., *Cooperative Advertising: The Way to Make It Pay*, 1st Edition, The Ronald Press (1953).
4. Herrington, J.D. and Dempsey, W.A. "Comparing the current effects and carryover of national-, regional- and local-sponsor advertising", *Journal of Advertising Research*, **45**(01), pp. 60-72 (2005).
5. Somers, T.M., Gupta, Y.P. and Harriot, S.R. "Analysis of cooperative advertising expenditures: A transfer-function modeling approach", *Journal of Advertising Research*, **30**(5), pp. 35-49 (1990).
6. Young, R.F. and Greyser, S.A., *Managing Cooperative Advertising: A Strategic Approach*, 1st Edition, Lexington Books, MA (1983).
7. Elkin, T., Intel Inside at 10. Advertising Age, 72: 4 and 31 (2001).
8. Brennan, L. "How retailers are putting it all together?" *Sales and Marketing Management*, **5**, pp. 62-65 (1988).
9. Clark, S. "Dual destiny", *Adweek*, **41**, pp. 60-66 (2000).
10. Nagler, M.G. "An exploratory analysis of the determinants of cooperative advertising participation rates", *Marketing Letters*, **17**(2), pp. 91-102 (2006).
11. Aust, G. and Buscher, U. "Cooperative advertising models in supply chain management: A review", *European Journal of Operational Research*, **234**, pp. 1-14 (2014).
12. Jørgensen, S. and Zaccour, G. "A survey of game-theoretic models of cooperative advertising", *European Journal of Operational Research*, **237**, pp. 1-14 (2014).
13. Agha Mohammad Ali Kermani, M., Aliahmadi, A., Salamat, V.R., Barzinpour, F. and Hadiyan, E. "Supplier selection in a single-echelon supply chain with horizontal competition using Imperialist competitive algorithm", *International Journal of Computer Integrated Manufacturing*, **28**(6), pp. 628-638 (2015).
14. Chutani, A. and Sethi, S.P. "Cooperative advertising in a dynamic retail market oligopoly", *Dynamic Games and Applications*, **2**(4), pp. 347-375 (2012).
15. Aust, G. and Buscher, U. "Vertical cooperative advertising in a retailer duopoly", *Computers and Industrial Engineering*, **72**, pp. 247-254 (2014).
16. Giri, B.C. and Sharma, S. "Manufacturer's pricing strategy in a two-level supply chain with competing retailers and advertising cost dependent demand", *Economic Modelling*, **38**, pp. 102-111 (2014).
17. Jørgensen, S. and Zaccour, G. "A differential game of retailer promotions", *Automatica*, **39**(7), pp. 1145-1155 (2003).
18. Signé, S.P. and Chintagunta, P. "Advertising strategies in a franchise system", *European Journal of Operational Research*, **198**(2), pp. 655-665 (2009).
19. Alaei, S., Alaei, R. and Salimi, P. "A game theoretical study of cooperative advertising in a single-manufacturer-two-retailers supply chain", *The International Journal of Advanced Manufacturing Technology*, **74**(1-4), pp. 101-111 (2014).
20. Zhang, J. and Xie, J. "A game theoretical study of cooperative advertising with multiple retailers in a distribution channel", *Journal of Systems Science and Systems Engineering*, **21**(1), pp. 37-55 (2012).
21. He, X., Krishnamoorthy, A., Prasad, A. and Sethi, S.P. "Retail competition and cooperative advertising", *Operations Research Letters*, **39**(1), pp. 11-16 (2011).
22. Chutani, A. and Sethi, S.P. "Optimal advertising and pricing in a dynamic durable goods supply chain", *Journal of Optimization Theory and Applications*, **154**(2), pp. 615-643 (2012).
23. Ghadimi, S., Szidarovszky, F., Farahani, R.Z. and Khiabani, A.Y. "Coordination of advertising in supply chain management with cooperating manufacturer and retailers", *IMA Journal of Management Mathematics*, **24**(1), pp. 1-19 (2013).
24. He, X., Krishnamoorthy, A., Prasad, A. and Sethi, S.P. "Co-op advertising in dynamic retail oligopolies", *Decision Sciences*, **43**(1), pp. 73-106 (2012).
25. He, Y., Gou, Q., Wu, C. and Yue, X. "Cooperative advertising in a supply chain with horizontal competition", *Mathematical Problems in Engineering* (2013). <http://dx.doi.org/10.1155/2013/607184>
26. Wang, S.D., Zhou, Y.W., Min, J. and Zhong, Y.G. "Coordination of cooperative advertising models in a one-manufacturer two-retailer supply chain system", *Computers & Industrial Engineering*, **61**(4), pp. 1053-1071 (2011).
27. Malthouse, E.C., Qiu, D. and Xu, J. "Optimal selection of media vehicles using customer databases", *Expert Systems with Applications*, **39**(17), pp. 13035-13045 (2012).
28. Frison, S., Dekimpe, M.G., Croux, C. and De Maeyer, P. "Billboard and cinema advertising: Missed opportunity or spoiled arms?" *International Journal of Research in Marketing*, **31**(4), pp. 425-433 (2014).
29. Naik, P.A. and Peters, K. "A hierarchical marketing communications model of online and offline media synergies", *Journal of Interactive Marketing*, **23**(4), pp. 288-299 (2009).
30. Li, S.X., Huang, Z., Zhu, J. and Chau, P.Y.K. "Cooperative advertising, game theory and manufacturer-retailer supply chains", *Omega*, **30**(5), pp. 347-357 (2002).
31. Yang, J., Xie, J., Deng, X. and Xiong, H. "Cooperative advertising in a distribution channel with fairness concerns", *European Journal of Operational Research*, **227**(2), pp. 401-407 (2013).
32. Nash, J.F. "The bargaining problem", *Econometrica*, **18**(2), pp. 155-162 (1950).
33. von Stackelberg, H., *Marktform und Gleichgewicht*, 1st Edition, Springer (1934).
34. Alaei, S. and Setak, M. "Multi objective coordination of a supply chain with routing and service level consideration", *International Journal of Production Economics*, **167**, pp. 271-281 (2015).

پایوست

برای این که ثابت شود تابع هدف تولیدکننده نسبت به متغیرهای A_{ij} ، t_1^{ij} و t_2^{ij} مقعر است، کافی است ثابت شود ماتریس هیشین (الف ۱) معین منفی است.

$$H = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 \Pi_m(i,j)}{\partial A_{ij}^2} & \frac{\partial^2 \Pi_m(i,j)}{\partial A_{ij} \partial t_1} & \frac{\partial^2 \Pi_m(i,j)}{\partial A_{ij} \partial t_2} \\ \frac{\partial^2 \Pi_m(i,j)}{\partial t_1 \partial A_{ij}} & \frac{\partial^2 \Pi_m(i,j)}{\partial t_1^2} & \frac{\partial^2 \Pi_m(i,j)}{\partial t_1 \partial t_2} \\ \frac{\partial^2 \Pi_m(i,j)}{\partial t_2 \partial A_{ij}} & \frac{\partial^2 \Pi_m(i,j)}{\partial t_2 \partial t_1} & \frac{\partial^2 \Pi_m(i,j)}{\partial t_2^2} \end{bmatrix} \quad (\text{الف } 1)$$

لازم به ذکر است که در رابطه‌ی فوق، بالاترین متغیرهای t_1^{ij} و t_2^{ij} برای راحتی کار حذف شده است. حال با استفاده از روابط ۱۰ تا ۱۲ مشتقات جزئی مرتبه‌ی دوم حساب می‌شود:

$$\frac{\partial^2 \Pi_m(i,j)}{\partial A_{ij}^2} = -\frac{\rho_m k_m}{4 \sqrt{A_{ij}}} \quad (\text{الف } 2)$$

$$\frac{\partial^2 \Pi_m(i,j)}{\partial t_1^2} = \frac{\rho_1 \eta_{ij} k_i^1}{c_i (\lambda - t_1)^2} \times \left[(\lambda - t_1) \rho_m - \left(\frac{\gamma + t_1}{2} \right) \rho_1 \eta_{ij} \right] \quad (\text{الف } 3)$$

$$\frac{\partial^2 \Pi_m(i,j)}{\partial t_2^2} = \frac{\rho_2 (\lambda - \eta_{ij}) k_j^2}{c_j (\lambda - t_2)^2} \times \left[(\lambda - t_2) \rho_m - \left(\frac{\gamma + t_2}{2} \right) \rho_2 (\lambda - \eta_{ij}) \right] \quad (\text{الف } 4)$$

$$\frac{\partial^2 \Pi_m(i,j)}{\partial A_{ij} \partial t_1} = 0 \quad (\text{الف } 5)$$

$$\frac{\partial^2 \Pi_m(i,j)}{\partial A_{ij} \partial t_2} = 0 \quad (\text{الف } 6)$$

$$\frac{\partial^2 \Pi_m(i,j)}{\partial t_1 \partial t_2} = 0 \quad (\text{الف } 7)$$

با توجه به روابطی که به دست آمد، تنها قطراصلی این ماتریس غیرصفر شده است و بقیه‌ی عناصر ماتریس صفر است. برای اثبات معین منفی بودن ماتریس کافی است ثابت شود هر یک از درایه‌های قطراصلی منفی است. رابطه‌ی ۲ الف همواره منفی است و رابطه‌ی ۳ الف نیز تحت شرایط زیر منفی است:

$$t_1^{ij} > t_1'^{ij} = \frac{\gamma \rho_m - \gamma \rho_1 \eta_{ij}}{\gamma \rho_m + \rho_1 \eta_{ij}} \quad (\text{الف } 8)$$

رابطه‌ی ۴ الف نیز به‌طور مشابه و تحت شرایط زیر منفی است:

$$t_2^{ij} > t_2'^{ij} = \frac{\gamma \rho_m - \gamma \rho_2 (\lambda - \eta_{ij})}{\gamma \rho_m + \rho_2 (\lambda - \eta_{ij})} \quad (\text{الف } 9)$$

مقادیر $t_1'^{ij}$ و $t_2'^{ij}$ مقادیر آستانه‌اند. در رابطه با شرایط فوق نمی‌توان اظهار نظر قطعی کرد ولی به‌وضوح مشخص است که مقادیر نرخ‌های مشارکت در قضیه‌ی ۲ شرایط فوق را ارضا می‌کنند. بنابراین اگرچه در رابطه با تععر تابع هدف تولیدکننده نمی‌توان با قطعیت اظهار نظر کرد، ثابت شد که این تابع در اطراف جواب به دست آمده در قضیه‌ی ۲ مقعر است.