مهندسی صنایع و مدیریت شریف، (زمستان ۱۳۹۶)
دوره‌ی ۱-۳۳، شماره‌ی ۲/۱، ص. ۷۹-۹۰

Original Article

تعادل بازخوردی نش برای تبلیغات و قیمت‌گذاری پویا در یک زنجیره‌ی تأمین با کانال‌های توزیع دوگانه

ابوالقاسم رحمانی (دانشجوی کارشناسی ارشد)
سیدرضا حجازی (استاد)
مرتضی راستی برزکی * (استادیار)
دانشکده‌ی مهندسی صنایع و سیستم‌ها، دانشگاه صنعتی اصفهان

در این نوشتار مسیرهای بهینه‌ی تبلیغات و قیمت‌گذاری اعضای یک زنجیره‌ی تأمین دوسطحی با کانال‌های توزیع دوگانه و با رویکرد بازی‌های دیفرانسیلی تعیین شده است. زنجیره‌ی تأمین شامل یک تولیدکننده و یک خرده‌فروش است. تولیدکننده از طریق کانال توزیع متداول و کانال توزیع برخط با مصرف‌کننده‌ی نهایی در ارتباط است. ارتباط خرده‌فروش با مصرف‌کننده‌ی نهایی نیز از طریق کانال متداول است. متغیرهای تصمیم تولیدکننده عبارت است از: قیمت فروش برخط، تبلیغات سراسری و تبلیغات برخط. متغیرهای تصمیم خرده‌فروش نیز عبارت است از: قیمت خرده‌فروشی و تبلیغات محلی. در این مطالعه، رقابت بین اعضای زنجیره با تعیین تعادل بازخوردی نش مدل‌سازی شده و با مدل استکلبرگ ـ تولیدکننده نیز اعتبارسنجی شد. با ارائه‌ی مثال عددی، اثر تبلیغات اعضای زنجیره بر تابع فروش رقیب، در سه وضعیت بررسی شد. در تمامی این وضعیت‌ها، اثر کاهشی این ضرایب بر مسیرهای تعادلی تبلیغات، قیمت و سود تمامی اعضای زنجیره مشاهده شد.

واژگان کلیدی: بازی‌های دیفرانسیلی، زنجیره‌ی تأمین با کانال‌های توزیع دوگانه، تبلیغات و قیمت‌گذاری پویا، تعادل بازخوردی نش، تعادل استکلبرگ.

abolghasem.rahmani@in.iut.ac.ir
rehejazi@cc.iut.ac.ir
rasti@cc.iut.ac.ir

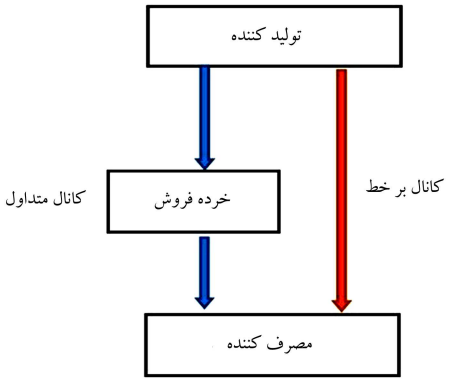
۱. مقدمه

در سال‌های اخیر و با افزایش دسترسی تولیدکنندگان و مصرف‌کنندگان به ابزارهای نوین فنّاوری اطلاعات در سطوح مختلف زنجیره‌های تأمین، جامعه‌ی نهایی مصرف‌کنندگان و تولیدکنندگان تمایل روزافزونی به برقراری ارتباط نزدیک‌تر از طریق چنین ابزارهایی ــ ازجمله اینترنت ــ نشان داده‌اند که عموماً هدف آن بیشتر دیده شدن و تسریع در فرایند خرید یا فروش محصولات بوده است. این مجموعه تمایلات، منجر به افزایش حجم معاملات برخط کالا و خدمات در فضای مجازی، و به دنبال آن ایجاد ساختاری جدیدی در ادبیات زنجیره‌ی تأمین کالا تحت عنوان «کانال توزیع مستقیم[1] یا برخط[2] فروش» شده است. در این کانال توزیع، تولیدکننده به‌طور مستقیم و با استفاده از امکاناتی نظیر پایگاه‌های اینترنتی و ارتباط برخط، می‌تواند مستقیماً و بدون دخالت عناصر واسطه از قبیل خرده‌فروشان یا توزیع‌کننده‌های میانی و با کاهش مدت زمان تحویل، کالا یا محصول خود را به مشتری نهایی بفروشد. از سوی دیگر اما، با کانال‌های سنتی فروش کالا مواجه هستیم که در آن‌ها خرده‌فروشان در نقش واسطه‌ی بین تولیدکننده و مصرف‌کننده‌ی نهایی‌اند. این مجرای ارتباطی را «کانال خرده‌فروشی» یا «کانال متداول[3] فروش» می‌نامیم. با کنار هم قرارگرفتن این دو ساختار ارتباطی خرید و فروش بین تولیدکننده و مصرف‌کننده‌ی نهایی، ساختار جدیدی از زنجیره‌ی تأمین ایجاد می‌شود که آن را «زنجیره‌ی تأمین با کانال‌های توزیع دوگانه[4]» می‌نامیم. در ساده‌ترین ساختار ممکن، یک زنجیره‌ی تأمین دوسطحی با کانال‌های توزیع دوگانه در شکل ۱ قابل مشاهده است.

براساس یافته‌های پی و یان[1] در اقتصاد آمریکا به‌عنوان یک مرجع مرتبط با ادبیات مطرح‌شده‌ی فوق، و برمبنای ارزیابی‌های صورت گرفته در وزارت بازرگانی امریکا، حجم کل فروش برخط در سال ۲۰۱۱، مبلغی بالغ بر ۱۹۴/۳ میلیارد دلار بوده که این مقدار نسبت به سال ۲۰۱۰ به میزان ۱۶٪ افزایش داشته است. با توجه به نتایج فوق پیش‌بینی شده است که میزان فروش برخط تا سال ۲۰۱۵ به رقمی بالغبر ۲۷۰ میلیارد دلار برسد. این مقدار در مقایسه با مقدار اعلام شده در سال ۲۰۱۰ رشد ۱۰۰ درصدی خواهد داشت.

با بررسی اثرگذاری فضاهای رقابتی و انحصارگری بر ساختار یک زنجیره‌ی تأمین، مک‌گویر و استالین[2] پیشنهاد کردند که اگر بازار یک محصول گرایش شدیدی به سمت رقابتی شدن پیدا کند، بهتر است تولیدکننده علاوه بر فروش از طریق

* نویسنده مسئول
تاریخ: دریافت ۱۳۹۴/۲/۸، اصلاحیه ۱۳۹۴/۱۰/۲، پذیرش ۱۳۹۴/۱۱/۷.



شکل ۱. زنجیره‌ی تأمین دوکانالی.

مجموعه‌یی از خرده‌فروشان، خود نیز همانند یک خرده‌فروش مستقیماً و در قالب یک کانال برخط به فروش محصول خود به مصرف‌کننده‌ی نهایی اقدام کند.

در سال‌های اخیر، هم‌زمان با گسترش بسترهای اقتصاد آزاد، مسئله‌ی رقابت بیش از پیش مورد توجه قرار گرفته است. ازاین‌رو ابزارهای رقابت اقتصادی در زنجیره‌های تأمین نیز اهمیت بیشتری پیدا کرده است. پژوهش‌گران در این حوزه، ابزارهای متنوعی برای کنترل منافع اقتصادی در زنجیره‌های تأمین را مورد بررسی قرار داده‌اند، که از آن جمله می‌توان به انواع سیاست‌های تبلیغاتی، قیمت‌گذاری، کنترل تولید، موجودی و کیفیت و حجم فروش در زنجیره‌های تأمین اشاره کرد. سیاست‌های تبلیغاتی و قیمت‌گذاری از پرکاربردترین این ابزارها هستند.

اعضای حاضر در زنجیره‌های تأمین به‌منظور بهینه‌سازی این سیاست‌ها در کنترل منافع اقتصادی خود یا اثرگذاری بر سیاست‌های اقتصادی رقبایشان در طول دوره‌ی حیات محصولات یا خدمات ارائه‌شده، باید از روش‌های معمول بهینه‌سازی چندعاملی استفاده کنند. یکی از روش‌های نوین و پرکاربرد برای مدل‌سازی این‌گونه رفتارهای رقابتی، «نظریه‌ی بازی‌ها» است. با توسعه‌ی جنبه‌های اقتصادی نظریه‌ی بازی‌ها از یک‌سو و گسترش فضای رقابتی در دنیای اقتصاد، کارکردهای این نظریه بیش‌ازپیش در حال نمایان شدن است.

نظریه‌ی بازی‌ها به‌طور گسترده برای تحلیل پدیده‌های اقتصادی مانند انواع مزایده‌ها یا حراج‌ها، معاملات و قراردادها، انحصار خرید، فروش یا تولید کالا، تقسیم عادلانه‌ی سود و نظیر چنین فعالیت‌هایی به کار می‌رود. یکی از کاربردهای مهم نظریه‌ی بازی‌ها بررسی فعل و انفعالات مجموعه‌یی از تصمیم‌گیرندگان در یک زنجیره‌ی تأمین است. اعضای یک زنجیره‌ی تأمین با تشکیل سلول‌های مستقل تصمیم‌گیری یک یا چندعضوی، به‌صورت انفرادی یا گروهی برای بهبود منافع خود در زنجیره‌ی تأمین می‌توانند با یکدیگر به رقابت یا همکاری بپردازند. با به‌کارگیری نظریه‌ی بازی‌ها می‌توان رفتارهای مجموعه‌یی از بازیکنان و توان تأثیرگذاری آنان را طی یک فرایند تصمیم‌سازی توصیف کرد.[۳]

نظریه‌ی بازی‌ها برای اولین بار در سال ۱۹۲۱ توسط امیل بورل برای مطالعه‌ی برخی از بازی‌های رایج در مسابقات بخت‌آزمایی مطرح شد. قابل پیش‌بینی بودن نتایج این نوع بازی‌ها، ازجمله نتایج حاصل از مطالعات وی بوده است. جنبه‌های اقتصادی نظریه‌ی بازی‌ها در سال ۱۹۴۴ توسط ون نیومن و مورگنسترن[۴] توسعه داده شد.

با توجه به کاربرد وسیع نظریه‌ی بازی‌ها در حوزه‌های مختلف مدل‌سازی رقابت، دسته‌بندی‌های مختلفی از بازی‌ها قابل ارائه است. برای معرفی این دسته‌بندی‌ها می‌توان به بازی‌های تصادفی در مقابل بازی‌های قطعی، بازی‌های با اطلاعات ناقص در مقابل بازی‌های با اطلاعات کامل، بازی‌های همکارانه و غیرهمکارانه و همچنین بازی‌های ایستا در مقابل بازی‌های پویا اشاره کرد. در این مقاله و با توجه به اهمیت موضوع، دسته‌بندی ایستا و پویا برای مدل‌سازی رقابت بین اعضای زنجیره مد نظر قرار گرفته است.

۲. مرور ادبیات

دورفمن و استاینر[۵] برای نخستین بار به مطالعه‌ی نظری مجموعه‌یی از مشاهدات تجربی در تابع تقاضای مبتنی بر تبلیغات و قیمت‌گذاری در یک انحصار یک‌جانبه‌ی فروش پرداختند. چارچوب مطالعاتی آن‌ها یک بازی ایستا بود.

برگر[۶] برای اولین بار در حوزه‌ی مدل‌سازی رقابت یا همکاری اعضای حاضر در زنجیره‌ی تأمین، با استفاده از استراتژی‌های تبلیغات مشارکتی در یک زنجیره‌ی تأمین دوسطحی شامل یک تولیدکننده و یک خرده‌فروش به بررسی ریاضیاتی همکاری و تعارض در قالب یک بازی همکارانه پرداخته است.

بالاسوبرامانیان[۷] برای اولین بار، رقابت در یک زنجیره چند کانالی متشکل از کانال‌های توزیع مستقیم در مقابل کانال‌های توزیع متداول را از دیدگاه استراتژیک بررسی کرد.

لواری و متیو[۸] نشان دادند که زنجیره‌ی تأمین با کانال‌های توزیع دوگانه شرایط بهتری برای افزایش اثرگذاری تولیدکننده بر فعالیت‌های خرده‌فروشی فراهم می‌کند. لازم به ذکر است که شرایط مذکور به افزایش تعارض میان اعضای حاضر در زنجیره‌ی تأمین منجر می‌شود.

یورگنسن و همکاران[۹] مدل تبلیغات مشارکتی دیفرانسیلی را ارائه کرده‌اند که در آن فرض بر این است که هم تولیدکننده و هم خرده‌فروش می‌توانند سطحی از تبلیغات را در قالب تبلیغات محلی و سراسری اتخاذ کنند. در این مدل تبلیغات محلی مستقیماً منجر به افزایش فروش شده و تبلیغات سراسری منجر به افزایش سرمایه‌ی تبلیغاتی، اعتبار یا خوش‌نامی برند[۵] هریک از اعضای زنجیره می‌شود. خوش‌نامی برند نیز منجر به گسترش بازار و سپس باعث افزایش هریک از اعضای زنجیره خواهد شد.

لی و همکاران[۱۰] برای بررسی میزان اثربخشی برنامه‌های تبلیغات مشارکتی در یک زنجیره‌ی تأمین دوسطحی با یک تولیدکننده و یک خرده‌فروش، استراتژی‌های مختلف در تقسیم قدرت بین بازیکنان حاضر در زنجیره را در قالب بازی‌های استکلبرگ ـ تولیدکننده، همکارانه و همچنین چانه‌زنی مورد توجه قرار دادند.

چیانگ و همکاران[۱۱] نشان دادند که بدون یک کانال برخط، تولیدکننده و خرده‌فروش مستقلاً اقدام به در نظرگرفتن قیمت‌های بالاتر از معمول کرده و درنتیجه حجم فروش و سود کم‌تری خواهند داشت. بنابراین، تولیدکنندگان با افزودن یک کانال برخط، ساختار کانال‌های متعارف خرده‌فروشی خود را به‌منظور کسب سود بیشتر مجدداً طراحی می‌کنند.

موسکا و ویسکولانی[۱۲] مقادیر بهینه‌ی خوش‌نامی یک برند و حجم تبلیغات در طول زمان را برای عرضه‌ی یک محصول جدید با رویکرد بازی‌های دیفرانسیلی در یک دوره زمانی محدود تعیین کردند. برای مدل‌سازی شرایط مسئله از مدل عمومی نرلاو و آرو استفاده شد.

کاتانی و همکاران[۱۳] از یک مدل تقاضا برای تعیین متغیرهای قیمتی بهینه که توسط تولیدکننده و خرده‌فروش در شرایط رقابتی زنجیره‌ی دوکانالی اعمال می‌شود، استفاده کردند.

زمرکوفسکی و ژانگ[۱۴] استراتژی‌های قیمت‌گذاری و دو نوع تبلیغات سراسری و محلی را در یک زنجیره‌ی تأمین دوسطحی با یک تولیدکننده و یک خرده‌فروش و در قالب مدل استکلبرگ ـ تولیدکننده مورد بررسی قرار دادند.

ستی و همکاران[۱۵] مسیرهای بهینه‌ی تبلیغاتی و قیمتی در مدل پویای عرضه‌ی یک محصول جدید را در دو حالت تابع تقاضای خطی نسبت به قیمت و تابع تقاضا با کشش ثابت نسبت به قیمت برای یک زنجیره‌ی تأمین دوسطحی با یک تولیدکننده و یک خرده‌فروش مورد بررسی قرار دادند.

ژی و وی[۱۶] برای نشان دادن اثر کاهشی یا اشباع تبلیغات محلی و سراسری بر تقاضا، مدلی مبتنی بر ریشه‌ی دوم متغیرهای تبلیغاتی در یک زنجیره‌ی تأمین دوسطحی متشکل از یک تولیدکننده و یک خرده‌فروش را ارائه و مدل مذکور را در سه ساختار بازی نش، استکلبرگ ـ تولیدکننده و همچنین متمرکز برای اعضای زنجیره بررسی کردند.

یان و گاوز[۱۷] تحقیقات خود را بر پیش‌بینی دقیق تمایل مصرف‌کنندگان در استفاده از کانال معمول در برابر کانال برخط، در یک زنجیره‌ی تأمین با کانال‌های توزیع دوگانه معطوف ساختند.

یان و پی[۱۸] در پژوهش خود، به بررسی اثر اطلاعات در میزان کارایی اعضای زنجیره در وضعیت زنجیره‌ی تأمین با کانال‌های توزیع دوگانه پرداختند. آن‌ها چنین نتیجه گرفتند که تسهیم اطلاعات و منافع اقتصادی می‌تواند میزان کارایی و سود هر یک از اعضای زنجیره‌ی تأمین مذکور را بهبود دهد.

سید اصفهانی و همکاران[۱۹] با تعمیم مدل ارائه‌شده توسط ژی و وی[۱۶] به تابع تقاضای غیرخطی نسبت به قیمت، به بررسی تبلیغات و قیمت‌گذاری بهینه، با مدل‌سازی سه بازی نش، استکلبرگ و متمرکز، در پژوهش ژی و وی،[۱۶] بازی استکلبرگ با رهبری خرده‌فروش را نیز مورد بررسی قرار دادند. در نظر گرفتن وضعیت‌های خطی، محدب و مقعر برای تابع تقاضای قیمت در این مدل، موجب انطباق بیشتر آن با شرایط واقعی بازار می‌شود.

آوست و بوچر[۲۰] با جایگزین کردن سود حاشیه‌یی فروش و قیمت عمده‌فروشی به‌جای قیمت مصرف‌کننده در مدل ارائه‌شده توسط سید اصفهانی و همکاران[۱۹]، ساختارهای قدرت مطرح‌شده در مقاله‌ی سید اصفهانی و همکاران را مورد بررسی قرار دادند.

برادران کاظم‌زاده و قهاری[۲۱] در یک مدل‌سازی ایستا و با الهام از مدل ارائه‌شده توسط زمرکوفسکی و ژانگ[۱۴]، به بررسی سیاست‌های قیمت‌گذاری و تبلیغات در زنجیره‌ی تأمین سه‌سطحی متشکل از یک تولیدکننده، یک توزیع‌کننده و یک خرده‌فروش پرداخته‌اند.

هوانگ و همکاران[۲۲] در یک مقاله‌ی مروری انواع مدل‌های تبلیغات پویا را به شش دسته‌ی کلی تقسیم‌بندی کرده و مدل‌های بازی دیفرانسیلی مرتبط با هر یک از این دسته‌ها را مطرح کردند.

یوئه و همکاران[۲۳] در یک مدل ایستای مبتنی بر قیمت و تبلیغات، با در نظر گرفتن ساختارهای متفاوت تقسیم قدرت در میان بازیکنان، به بررسی تأثیرات متنوع استراتژی‌های تخفیف قیمت و حجم تبلیغات به‌کارگرفته‌شده توسط یک تولیدکننده و یک خرده‌فروش در زنجیره‌ی تأمین دوسطحی پرداختند. مدل مورد استفاده در این مقاله مبتنی بر مدل ارائه‌شده توسط زمرکوفسکی و ژانگ[۱۴] است.

گیری و شارما[۲۴] قیمت‌گذاری و تبلیغات در یک زنجیره‌ی تأمین دوسطحی با یک تولیدکننده و دو خرده‌فروش رقیب را مدل‌سازی کردند. مدل آن‌ها تلفیقی از بازی استکلبرگ ـ تولیدکننده و بازی نش برای دو خرده‌فروش رقیب است. در این مدل، تولیدکننده در دو وضعیت مجزا به اتخاذ سیاست‌های متفاوت در تعیین قیمت عمده‌فروشی و همچنین مشارکت در هزینه‌های تبلیغاتی خرده‌فروشان اقدام می‌کند.

صیادی و ماکویی[۲۵] به بررسی اثرگذاری سه استراتژی کنترلی تبلیغات خرده‌فروش، تبلیغات سراسری و تبلیغات برخط تولیدکننده، در تغییرات حجم فروش، و درنتیجه سهم بازار هر یک از اعضای زنجیره در قالب بازی دیفرانسیلی پرداخته‌اند. در این پژوهش، استراتژی‌های تعادلی بازخوردی تبلیغات سراسری تولیدکننده به‌همراه تبلیغات محلی تولیدکننده و خرده‌فروش در کانال‌های برخط و خرده‌فروشی در یک زنجیره‌ی تأمین دوسطحی به دست آمده است. این زنجیره دارای دو کانال فروش برخط و کانال متداول است.

پی و همکاران[۲۶] در یک مدل‌سازی ایستا، اثر ناشی از افزودن یک کانال توزیع برخط به زنجیره‌ی تأمین دوسطحی بر هزینه‌های تبلیغاتی حمایتی تولیدکننده را که متشکل از یک تولیدکننده و یک خرده‌فروش است مورد بررسی قرار دادند. در این پژوهش سه حالت مختلف برای سازگاری یک محصول با کانال توزیع برخط در نظر گرفته شد.

ژائو و همکاران[۲۷] در یک مدل‌سازی دیفرانسیلی مبتنی بر خوش‌نامی برند، تبلیغات مشارکتی و قیمت‌گذاری در یک زنجیره‌ی تأمین دوسطحی را تحلیل کردند.

یورگنسن و زاکور[۲۸] به مرور مدل‌های ایستا و پویای مطرح در نظریه‌ی بازی‌ها به بررسی پژوهش‌های صورت گرفته در زمینه‌ی تبلیغات مشارکتی پرداخته‌اند. آوست و بوچر[۳] نیز در فعالیتی مشابه، با ارائه‌ی یک مقاله‌ی مروری، به تقسیم‌بندی کلی‌تری از کاربرد انواع مدل‌های نظریه‌ی بازی‌های مطرح‌شده در مقالات مرتبط با تبلیغات مشارکتی پرداخته‌اند.

طالعی زاده و چرمچی،[۲۹] قیمت‌گذاری و تبلیغات مشارکتی را برای دو کالای مکمل در قالب یک بازی ایستا بررسی کرده‌اند. در مدل‌سازی آن‌ها، تقاضای هر یک از کالاها متأثر از قیمت کالای مکمل نیز هست. همچنین، دو دیدگاه استکلبرگ ـ تولیدکننده و استکلبرگ ـ خرده‌فروش نیز در مدل‌سازی تقسیم قدرت میان بازیکنان مورد بررسی قرارگرفته است.

شالچی طوسی و همکاران[۳۰] رقابت برند برای زنجیره‌ی تأمین کالاهای بادوام را در قالب بازهای دیفرانسیلی ارائه و نتایج بحث را مورد بررسی قرار داده‌اند.

چن،[۳۱] رقابت بین اعضای بالادستی و پایین‌دستی یک زنجیره‌ی تأمین دوسطحی با کانال‌های توزیع دوگانه را برای مدل‌سازی تعارض بین سیاست‌های تبلیغات مشارکتی و قیمت‌گذاری اعضای زنجیره بررسی کرد.

شی و همکاران[۳۲] اثر تبلیغات محلی بر تقاضا و قیمت را در یک زنجیره‌ی تأمین با کانال‌های توزیع دوگانه بررسی کردند.

در برخی مقالات فرض بر این است که خوش‌نامی برند فقط تابعی از تبلیغات سراسری اعضای حاضر در زنجیره‌ی تأمین است. در این مقالات، خوش‌نامی برند به همراه تبلیغات محلی در تابع تقاضای اعضای زنجیره مورد استفاده قرار گرفته است.[۳۳]

ژانگ و همکاران[۳۴] برای نخستین بار اثرگذاری پارامترهای نرخ مشارکت[۶] و نرخ تعهد[۷] را به‌طور هم‌زمان در یک زنجیره‌ی تأمین دوسطحی متشکل از یک تولیدکننده و یک خرده‌فروش و در قالب یک بازی همکارانه دیفرانسیلی بررسی کردند.

پژوهش حاضر با الهام از تحقیق صورت گرفته توسط صیادی و ماکویی[۲۵] تحت عنوان «تعادل بازخوردی نش برای تبلیغات برند و کانال در زنجیره‌ی تأمین دوکانالی» و همچنین مدل ریاضی ارائه‌شده توسط یورگنسن و زاکور[۳۵]، انجام شده است.

با در نظر گرفتن پژوهش‌های انجام‌شده تاکنون، در مطالعه‌ی حاضر علاوه بر استراتژی‌های تبلیغاتی سراسری و محلی، استراتژی‌های قیمت فروش برخط تولیدکننده

و همچنین قیمت خرده‌فروشی نیز به‌عنوان متغیر تصمیم، برای اولین بار در زنجیره‌ی تأمین با کانال‌های توزیع دوگانه مورد بررسی قرار گرفته است.

در ادامه و در بخش سوم، به بیان برخی مفاهیم اساسی مرتبط با مقاله حاضر پرداخته و سپس مدل تابع فروش مبتنی بر تبلیغات و قیمت ارائه شده است. در ادامه نیز شرایط بهینگی مسیرهای تعادلی در بازی دیفرانسیلی تعیین شده است. در بخش چهارم یک مثال عددی ارائه شده و نیز اثرگذاری تغییرات دو ضریب اثر تبلیغات محلی خرده‌فروش بر تابع فروش برخط تولیدکننده و اثر تبلیغات برخط تولیدکننده بر تابع فروش خرده‌فروش درکانال متداول روی مقادیر تعادلی استراتژی‌های تبلیغاتی و قیمتی هرکدام از اعضای زنجیره‌ی تأمین سه وضعیت مختلف بررسی شده است. در بخش پنجم نیز نتیجه‌گیری و تحقیقات آتی ارائه شده است.

۳. مفاهیم اساسی

۱.۳. نظریه‌ی بازی‌ها

همان‌طورکه در بخش قبل اشاره شد، با استفاده از ابزار نظریه‌ی بازی‌ها می‌توان رفتار تصمیم‌گیرندگان در یک رقابت و توان تأثیرگذاری هریک از آن‌ها را طی یک فرایند تصمیم‌سازی تجزیه‌وتحلیل کرد. به‌طورکلی دو ویژگی ذاتی موجود در نظریه‌ی بازی‌ها، در یک زنجیره‌ی تأمین قابل مشاهده است:

- مجموعه‌یی از بازیکنان (تصمیم‌گیرندگان یا اعضای زنجیره‌ی تأمین که در این مقاله تولیدکننده و خرده‌فروش هستند).
- پرداخت‌ها یا پیامدهای بازیکنان (میزان دریافتی یا سود حاصل از فروش هر یک از اعضای زنجیره).

مدل‌های نظریه‌ی بازی‌ها را می‌توان از جنبه‌های گوناگونی دسته‌بندی کرد. این دسته‌بندی را می‌توان با توجه به تعداد بازیکنان، تعداد استراتژی‌ها، ماهیت پرداخت، توافق یا عدم توافق بین آن‌ها یا تقسیم‌بندی‌های قدرت در این بازی‌ها انجام داد. در ادامه به تعریف دو ساختار قدرت متداول در نظریه‌ی بازی‌ها که در نوشتار حاضر نیز به آن‌ها پرداخته شده، اشاره می‌کنیم.

الف) تعادل نش[۸]

یکی از مفاهیم اصلی در مدل‌سازی رقابت در نظریه‌ی بازی‌ها مفهوم تعادل نش[۳۶] است. از این مفهوم برای تعیین جواب یک مسئله‌ی تصمیم‌گیری هم‌زمان و غیرهمکارانه که شامل دو (یا چند) بازیکن باشد، استفاده می‌شود. این مفهوم برای وضعیت‌هایی کاربرد دارد که در آن‌ها بازیکنان از قدرت یکسانی در تصمیم‌گیری برخوردارند و فضای تعاملات بین بازیکنان رقابتی است. در الگوی ریاضیات، می‌توان با صفر قرار دادن مشتق مرتبه‌ی اول توابع سود هریک از بازیکنان، و سپس حل دستگاه معادلات حاصل و همچنین بررسی شرایط تحدب یا شرایط مرتبه دوم، تعادل نش را محاسبه کرد.

ب) تعادل استکلبرگ

در مقابل مفهوم تعادل نش، یک بازی استکلبرگ[۳۷] فرایند ترتیبی را توصیف می‌کند که در آن، بازیکنی به‌عنوان رهبر عمل می‌کند و تصمیم‌گیرنده‌ی اصلی خواهد بود. براین اساس، او با فرض داشتن اطلاعات کامل از واکنش سایر بازیکنان به نام «بازیکنان پیرو»، می‌تواند تصمیم آن‌ها را با خود همراه کند. بدین ترتیب، بازیکنان پیرو سعی در یافتن بهترین تصمیم در چارچوب تعیین شده توسط بازیکن رهبر خواهند داشت. تعادل در این بازی به روش برگشت به عقب حاصل می‌شود؛ یعنی ابتدا تابع واکنش پیرو را با صفر قراردادن مشتق(های) مرتبه‌ی اول توابع سود هریک از بازیکنان، و حل معادلات حاصل برحسب متغیرهای تصمیم بازیکنانِ پیرو تعیین کرده و در مرحله‌ی بعد، این تابع واکنش در تابع سود بازیکن رهبر قرارگرفته و سپس بازیکن رهبر با مشتق‌گیری از تابع سود خود و بررسی شرایط بهینگی، تصمیماتش را بهینه می‌کند.

۲.۳. تقسیم‌بندی بازی‌ها براساس زمان

همان‌طورکه در بخش مقدمه نیز اشاره شد، بازی‌ها با توجه به اهمیت‌شان در پژوهش حاضر، به بازی‌های ایستا و پویا تقسیم می‌شوند.

الف) بازی‌های ایستا

در بازی ایستا استراتژی‌های بازیکنان، فقط در یک‌لحظه از زمان اتفاق افتاده یا به عبارت دیگر، انتخاب استراتژی‌های وابسته به زمان نیست. در این بازی‌ها استراتژی‌های بازیکنان و همچنین ساختار بازی بدون در نظرگرفتن عوامل زمانی مثل «ترتیب بازی» یا «چند دوره‌یی بودن بازی» اجرا می‌شود. در این بازی‌ها، شرایط برای بازیکنان به‌گونه‌یی است که گویی همه‌ی آن‌ها در یک لحظه اقدام به تصمیم‌گیری می‌کنند و پس از آن بازی خاتمه می‌یابد.

ب) بازی‌های پویا

ازآنجا که در نظرگرفتن تعارض و همکاری در طی یک دوره زمانی، مدل‌سازی فضای رقابتی را به شرایط موجود در دنیای واقعی نزدیک‌تر ساخته و همچنین برهم‌کنش‌های تصمیم‌گیرندگان را در طول زمان بهتر نشان می‌دهد، مزیت مدل‌های بازی‌های پویا نسبت به مدل‌های بازی‌های ایستا با ورود عامل زمان به محاسبات آشکار می‌شود.[۳] در این بازی‌ها، اتخاذ استراتژی بازیکنان، به‌شکل ترتیبی یا در طول زمان انجام می‌گیرد.

بازی‌هایی که در آن‌ها حرکات بازیکنان متوالی و پشت سرهم باشد، «بازی‌های پویای ترتیبی» نامیده می‌شوند. همچنین بازی‌هایی که در طول یک دوره زمانی گسسته انجام شود، «بازی‌های پویا با زمان گسسته» یا «بازی‌های پویای تفاضلی» می‌نامند. در نهایت بازی‌هایی را که طی یک دوره زمانی پیوسته انجام می‌گیرند، «بازی‌های پویای دیفرانسیلی» می‌نامند.

۳.۳. بازی‌های دیفرانسیلی

بازی دیفرانسیلی عبارت است از یک بازی پویا در فرم بسط‌یافته، به‌طوری‌که در آن با تغییرات زمانی پیوسته مواجه هستیم.[۳۵] در این بازی هریک از بازیکنان درصدد بیشینه‌سازی منافع خود با استفاده از متغیرهای تصمیم یا کنترل است. در مدل‌سازی چنین بازی‌هایی باید آشنایی اولیه‌یی با بازی‌های نرمال و همچنین تکنیک‌های کنترل بهینه در برنامه‌ریزی پویا داشته باشیم.

به‌بیان دیگر، در یک بازی دیفرانسیلی منابع کمیاب در یک فاصله‌ی زمانی به مجموعه‌یی از عوامل رقیب تخصیص داده می‌شود. این محدودیت‌ها در طول زمان یک سیستم پویا تشکیل می‌دهند. این سیستم پویا توسط مجموعه‌یی از معادلات دیفرانسیل بیان می‌شود که سیستم معادلات وضعیت، معادلات حالت یا معادلات دینامیکی نام دارد. متغیرهای موجود در این سیستم پویا به دو نوع کلی تقسیم می‌شوند که برخی از آن‌ها بیان‌گر وضعیت سیستم بوده و متغیر(های) حالت[۹] نام دارند. برخی دیگر متغیرهای تصمیم یا کنترل[۱۰] نامیده شده که با استفاده از آن‌ها می‌توان تغییرات سیستم پویا را کنترل کرد.

۴.۳. شرایط بهینگی در بازی دیفرانسیلی

برای یافتن استراتژی‌های بهینه‌ی بازیکنان در طول بازی، باید دو دسته از شروط لازم و کافی برآورده شوند، که در ادامه هریک از این شروط را به‌اختصار توضیح می‌دهیم.

برای احراز شرایط لازم، توابع پرداخت یا پیامدهای حاصل از بازی برای هریک از بازیکنان باید نسبت به متغیرهای تصمیم همان بازیکن شرایط بهینگی مرتبه‌ی اول و همچنین مرتبه‌ی دوم را احرازکنند که به‌ترتیب با اعمال مشتقات اول و مشتقات مرتبه دوم (تشکیل ماتریس مشتقات جزئی) نسبت به متغیرهای تصمیم هر بازیکن در تابع پرداخت خود قابل بررسی است.[۳۸]

شرایط کافی برای بهینگی استراتژی‌ها با حل دستگاه معادلات دیفرانسیل مشتقات جزئی به‌نام دستگاه معادلات هامیلتون ژاکوبی بلمن (HJB)[۱۱] حاصل می‌شود. این دستگاه معادلات متشکل از توابع پرداخت بازیکنان به همراه سیستم محدودیت‌های دینامیکی بازی دیفرانسیلی است که با حل آن، مسیر زمانی بهینه برای استراتژی‌های بازیکنان تعیین می‌شود. حل دستگاه معادلات هامیلتون ژاکوبی بلمن، منجر به یافتن مسیرهای بهینه زمانی برای متغیرهای تصمیم بازیکنان در بازی می‌شود.

حل دستگاه معادلات هامیلتون ژاکوبی بلمن به روش پس‌رو[۱۲] بوده و با فرض بهینگی تابعی به‌نام تابع مقدار[۱۳] در انتهای دوره زمانی مدل‌سازی صورت می‌گیرد. با این فرض، بهینگی مسئله در هرلحظه از زمان و در مسیر بازگشت از انتهای دوره به ابتدای دوره زمانی تضمین می‌شود. حل این دستگاه معادلات دیفرانسیل به همراه شرایط مرتبه اول و مرتبه دوم بهینگی توابع پرداخت بازیکنان، در مجموع شرایط بهینگی لازم و کافی را برای استراتژی‌های بازیکنان فراهم می‌کند.

۴. تعریف مسئله و مدل‌سازی

یک زنجیره‌ی تأمین دوسطحی با یک تولیدکننده و یک خرده‌فروش را در نظر بگیرید. در این زنجیره تبلیغات سراسری تولیدکننده منجر به افزایش خوش‌نامی برند تولیدکننده و درنتیجه موجب افزایش تمایل مصرف‌کنندگان به مصرف کالا شده و این منجر به گسترش بازار مصرف خواهد شد. این نوع تبلیغات هم در سود تولیدکننده و هم در سود خرده‌فروش که کالا را در کانال متداول خرده‌فروشی ارائه می‌کند تأثیر مثبت خواهد داشت. از طرف دیگر خرده‌فروش به‌منظور افزایش حجم فروش در کانال متداول به انجام حجمی از تبلیغات محلی اقدام می‌کند. همچنین درکانال برخط نیز تولیدکننده به‌عنوان یک فروشنده مجازی، برای افزایش حجم فروش به تبلیغات محلی اقدام می‌کند که این منجر به ایجاد رقابت بین تولیدکننده و خرده‌فروش در سطح خرده‌فروشی خواهد شد. تبلیغات خرده‌فروش درکانال متداول و تبلیغات تولیدکننده درکانال برخط، سهم تولیدکننده و خرده‌فروش از بازار فعلی را تعیین می‌کنند.

در بخش مقدمه به تقسیم‌بندی مدل‌های پویا توسط هوانگ و همکاران[۳۹] اشاره شد. در این تقسیم‌بندی مطالعات مربوط به مدل‌های پویا را می‌توان با توجه به مدل تقاضای به کار گرفته شده، در شش دسته بیان کرد: مدل عمومی نرلاو و آرو، مدل ویدال و ولف، مدل لانچستر، مدل‌های انتشاری و مدل‌های رقابتی پویا با سایر ویژگی‌ها. اولین و بزرگ‌ترین دسته از مدل‌های رقابتی، به مدل‌های مطرح‌شده توسط نرلاو و آرو[۴۰] اشاره دارد. این دسته از مدل‌ها اثرات متفاوت تبلیغات محلی و سراسری و همچنین سایر متغیرهای وابسته به زمان را بهتر از سایر مدل‌های پویا بازگو کرده و عمومی‌ترین مدل مورد استفاده در مطالعات بازی‌های دیفرانسیلی اعضای زنجیره‌ی تأمین هستند.[۴۱]

مدل ارائه‌شده برای مدل‌سازی معادلات دینامیکی مسئله در مقاله‌ی حاضر مبتنی بر مدل عمومی خوش‌نامی برند نرلاو و آرو بوده که توسط یورگنسن و زاکور[۳۵] ارائه شده است. مدل آن‌ها شامل هر دو گروه متغیرهای تصمیم تبلیغات و قیمت است. همچنین نرخ فروش مربوط به هر بازیکن تابعی از خوش‌نامی برند خود و همچنین حجم تبلیغات خود و بازیکن رقیب بوده است.

با بررسی منابع موجود، تاکنون مدل‌های قیمت‌گذاری و تبلیغات پویا ازجمله مدل عمومی نرلاو و آرو در بررسی زنجیره‌ی تأمین با ساختار کانال‌های توزیع دوگانه مورد استفاده قرار نگرفته است. بدین‌ترتیب با طرح مدل ارائه‌شده در مقاله‌ی حاضر برای اولین بار به این موضوع پرداخته شده است.

۱.۴. ضرایب و متغیرهای تصمیم مسئله

در این مدل‌سازی از دو نوع متغیر تصمیم تبلیغات و قیمت استفاده شده است. متغیرهای تبلیغات نیز به دو نوع متغیر تبلیغات سراسری و محلی تفکیک شده‌اند. همچنین چون این مسئله یک مسئله‌ی کنترل بهینه با دو تصمیم‌گیرنده است، متغیر حالت سیستم دینامیکی این مسئله خوش‌نامی تولیدکننده است که فقط تحت تأثیر تبلیغات سراسری تولیدکننده تغییر می‌کند.[۴۲] در ادامه، پارامترها و متغیرهای تصمیم مسئله تعریف می‌شود.

۱.۱.۴. پارامترها

ρ: نرخ تنزیل؛

δ: ضریب زوال یا اثرکاهشی زمان در حجم خوش‌نامی برند تولیدکننده؛

α_o: فروش پایه درکانال برخط؛

α_r: فروش پایه درکانال متداول خرده‌فروشی؛

β_o: ضریب اثر تبلیغات درکانال برخط؛

β_r: ضریب اثر تبلیغات خرده‌فروش درکانال متداول خرده‌فروشی؛

γ_o: ضریب اثر تبلیغات خرده‌فروش بر تابع فروش برخط تولیدکننده؛

γ_r: ضریب اثر تبلیغات برخط تولیدکننده در تابع فروش خرده‌فروش؛

φ_m: ضریب اثر تبلیغات سراسری در خوش‌نامی تولیدکننده؛

θ_o: ضریب اثر قیمت تولیدکننده در تابع تقاضای کانال برخط؛

θ_r: ضریب اثر تبلیغات خرده‌فروش در تابع تقاضای کانال متداول؛

ν_o: ضریب اثر خوش‌نامی تولیدکننده در تابع تقاضای کانال برخط؛

ν_r: ضریب اثر خوش‌نامی تولیدکننده در تابع تقاضای کانال متداول؛

ψ_m: ضریب اثر هزینه‌ی تبلیغات سراسری تولیدکننده بر تابع سود تولیدکننده؛

ψ_o: ضریب اثر هزینه‌ی تبلیغات تولیدکننده درکانال برخط بر تابع سود تولیدکننده؛

ψ_r: ضریب اثر هزینه‌ی تبلیغات خرده‌فروش بر تابع سود خرده‌فروش؛

w: قیمت عمده‌فروشی تولیدکننده به خرده‌فروش که ثابت در نظر گرفته شده‌است؛

c: هزینه‌ی واحد تولید محصول توسط تولیدکننده.

۲.۱.۴. متغیرها

$a_m(t)$: حجم تبلیغات سراسری تولیدکننده؛

$a_o(t)$: حجم تبلیغات محلی تولیدکننده درکانال برخط؛

$a_r(t)$: حجم تبلیغات محلی خرده‌فروش درکانال متداول؛

$p_r(t)$: قیمت خرده‌فروش درکانال متداول؛

$p_o(t)$: قیمت فروش تولیدکننده درکانال برخط؛

$G(t)$: حجم خوش‌نامی برند تولیدکننده متأثر از تبلیغات سراسری.

پس از تعریف پارامترها و متغیرهای مسئله، توابع فروش و سود هر یک از اعضای زنجیره معرفی می‌شود.

۳.۱.۴. مدل دینامیکی

در این مدل،حجم خوش‌نامی برند در لحظه‌ی t با $G(t)$ نشان داده شده که معرف متغیر حالت سیستم دینامیکی است. معادله‌ی دینامیکی خوش‌نامی برند چنین تعریف می‌شود:

$$\dot{G}(t) = \varphi_m a_m - \delta G(t), \qquad G(0) = G_0 \tag{۱}$$

در محدودیت دینامیکی مدل عمومی نرلاو آرو ارائه‌شده توسط یورگنسن و زاکور[۳۵]، ضریب اثر تبلیغات در تغییرات خوش‌نامی برند مقدار واحد در نظرگرفته شده اما در نوشتار حاضر این ضریب الزاماً واحد نبوده و فرض بر این است که بسته به انواع مراتب اثرگذاری تبلیغات، اثرات متفاوتی از آن بر سرعت تغییرات حجم خوش‌نامی برند مترتب است. ازاین‌رو برای انعطاف بیشتر، این ضریب به فرم پارامتریک در نظر گرفته شده است.

۲.۴. توابع فروش

تابع تقاضا یا واکنش فروش، در بازی‌های دیفرانسیلی مبتنی بر تبلیغات و قیمت، حجم فروش یا همان تقاضای مصرف‌کننده را با توجه به متغیرهای کنترل بازیکنان و همچنین متغیر حالت مدل بازگو می‌کند.[۳]

با این فرض که $S_o(t)$ و $S_r(t)$ به‌ترتیب بیانگر سطح فروش در کانال برخط و سطح فروش در کانال متداول باشند، برای توابع فروش در هر یک از کانال‌های زنجیره‌ی تأمین داریم:

$$S_o(t) = \alpha_o + \beta_o a_o(t) - \gamma_o a_r(t) - \theta_o p_o(t) + \nu_o G(t) \tag{۲}$$

$$S_r(t) = \alpha_r + \beta_r a_r(t) - \gamma_r a_o(t) - \theta_r p_r(t) + \nu_r G(t) \tag{۳}$$

در این مدل، پارامتر فروش پایه، اثر مستقیم حجم تبلیغات، اثرات تعارضی تبلیغات اعضای زنجیره بر تابع فروش رقیب، اثر مستقیم قیمت و همچنین اثر بلندمدت تبلیغات سراسری بر هر دو تابع فروش قابل مشاهده است.

با توجه به مدل‌های معادلات سود در اقتصاد، تابع سود هرکدام از بازیکنان در هرلحظه برابر با درآمد حاصل از فروش منهای هزینه‌های تحمیل شده بر هریک از بازیکنان است. در این مقاله هزینه‌های هریک از اعضای زنجیره‌ی تأمین تنها متأثر از حجم تبلیغات انجام شده توسط آن‌ها در نظرگرفته شده است. بنابراین برای توابع هزینه تولیدکننده و خرده‌فروش به‌ترتیب داریم:

$$C_m(t) = \frac{\psi_m}{2} a_m^2(t) + \frac{\psi_a}{2} a_o^2(t) \tag{۴}$$

$$C_r(t) = \frac{\psi_r}{2} a_r^2(t) \tag{۵}$$

در این مدل با توجه به ساختار زنجیره‌ی تأمین، فرض بر این است که هزینه‌های تبلیغات در کانال برخط توسط تولیدکننده پرداخته می‌شود.

۳.۴. تعادل بازخوردی نش

فرض بر آن است که تولیدکننده و خرده‌فروش می‌خواهند سود تنزیل شده خود را در یک دوره زمانی نامحدود حداکثر کنند، و نیز تولیدکننده و خرده‌فروش از قدرت یکسانی در تصمیم‌گیری برخوردارند و هریک به‌عنوان رقیب به بیشینه‌سازی تابع سود خود اقدام می‌کند. با این تفاوت که با توجه به ماهیت تبلیغات سراسری و محلی، خوش‌نامی برند فقط متأثر از تبلیغات سراسری تولیدکننده در نظرگرفته شده و خرده‌فروش فقط با انجام تبلیغات محلی به افزایش فروش خود اثرگذار است.

توابع سود تنزیل شده تولیدکننده و خرده‌فروش با در نظرگرفتن روابط ۱ تا ۳ به ترتیب عبارت‌اند از:

$$V_m(t) = \max_{a_m, a_o, p_o} \int_0^\infty e^{-\rho t} \left(\begin{array}{l} (w-c)\, S_r(t) \\ +(p_o(t)-c)\, S_o(t) \\ -\left(\frac{\psi_m}{2} a_m^2(t) + \frac{\psi_o}{2} a_o^2(t)\right) \end{array} \right) dt \tag{۶}$$

$$V_r(t) = \max_{a_r, p_r} \int_0^\infty e^{-\rho t} \left((p_r(t)-w)\, S_r(t) - \frac{\psi_r}{2} a_r^2(t) \right) dt \tag{۷}$$

هریک از بازیکنان در این بازی به‌طور هم‌زمان به بهینه‌سازی تبلیغات، قیمت و درنتیجه سود حاصل از فروش خود اقدام می‌کنند. تعادل نش در این بازی دیفرانسیلی، با حل هم‌زمان معادلات هامیلتون ـ جاکوبی ـ بلمن[۴۳] حاصل می‌شود. این معادلات عبارت‌اند از:

$$\rho V_m(t) = \max_{a_m, a_o, p_o} \left\{ \left(\begin{array}{l} (w-c)\, S_r(t) + \\ (p_o(t)-c)\, S_o(t) - \\ \left(\frac{\psi_m}{2} a_m^2(t) + \frac{\psi_o}{2} a_o^2(t)\right) \end{array} \right) + \frac{\partial V_m}{\partial G} \dot{G}(t) \right\} \tag{۸}$$

$$\rho V_r(t) = \max_{a_r, p_r} \left\{ \left((p_r(t)-w)\, S_r(t) - \frac{\psi_r}{2} a_r^2(t) \right) + \frac{\partial V_r}{\partial G} \dot{G}(t) \right\} \tag{۹}$$

بهینگی مسیرهای زمانی حاصل از متغیرهای تصمیم بازیکنان توسط دو شرط اساسی و همچنین یک شرط ضمنی برآورده می‌شود. این شروط عبارت‌اند از:

- شرط لازم مرتبه اول؛
- شرط لازم مرتبه دوم؛
- شرایط حدی در مسائل با افق زمانی بینهایت.

شرط لازم مرتبه‌ی اول برای بیشینه‌سازی عبارت سمت راست معادلات هامیلتون ـ ژاکوبی ـ بلمن ۸ و ۹ نسبت به متغیرهای تصمیم هریک از بازیکنان، به حل دستگاه معادلات ۱۰ تا ۱۴ منجر می‌شود:

$$\varphi_m \frac{\partial V_m(t)}{\partial G(t)} - \psi_m a_m(t) = 0 \tag{۱۰}$$

$$\beta_o (p_o(t) - c) - \gamma_r (w - c) - \psi_o a_o(t) = 0 \tag{۱۱}$$

$$\alpha_o + \beta_o a_o(t) - \gamma_o a_r(t) - \theta_o (2p_o(t) - c) + \nu_o G(t) = 0 \tag{۱۲}$$

$$\beta_r (p_r(t) - w) - \psi_r a_r(t) = 0 \tag{۱۳}$$

$$\alpha_r + \beta_r a_r(t) - \gamma_r a_o(t) - \theta_r (2p_r(t) - w) + \nu_r G(t) = 0 \tag{۱۴}$$

روابط ۱۰ تا ۱۴ یک سیستم معادلات خطی از متغیرهای تصمیم را تشکیل می‌دهند. برای تعیین توابع بهترین پاسخ[۱۴] مربوط به هریک از متغیرهای تصمیم از دستور حل خطی[۱۵] در نرم‌افزار Mathematica ۹/۰ استفاده شد. با حل سیستم معادلات خطی فوق، متغیرهای تصمیم برحسب متغیر حالت و همچنین مشتقات توابع مقدار $\frac{\partial V_m(t)}{\partial G(t)}$ و $\frac{\partial V_r(t)}{\partial G(t)}$ حاصل شد.

در ادامه و برای حصول شرایط بیشینه‌سازی برای متغیرهای کنترل، ماتریس‌های هسین مربوط به عبارت‌های سمت راست برای تولیدکننده و خرده‌فروش برای برقراری شرایط مرتبه دوم باید معین منفی باشند. ازاین‌رو ماتریس هسین مربوط به تولیدکننده

و خرده‌فروش به فرم‌های ماتریسی ۱۵ و ۱۶ نمایش داده شده است:

$$H_m = \begin{bmatrix} -\psi_m & 0 & 0 \\ 0 & -\psi_o & \beta_o \\ 0 & \beta_o & -2\theta_o \end{bmatrix} \quad (15)$$

$$H_r = \begin{bmatrix} -\psi_r & \beta_r \\ \beta_r & -2\theta_r \end{bmatrix} \quad (16)$$

بدین ترتیب، نامعادلات ۱۷ و ۱۸ که متشکل از ضرایب موجود در توابع سود هرکدام از اعضای زنجیره است، باید همواره برقرار باشد:

$$\psi_i > 0, \qquad i \in \{m, r, o\} \quad (17)$$

$$2\theta_i\psi_i - \beta_i^2 > 0, \qquad i \in \{o, r\} \quad (18)$$

با در نظرگرفتن سیستم معادلات خطی ۱۰ و ۱۴، و نیز شروط ۱۷ و ۱۸، توابع پاسخ یا به عبارت دیگر مقادیر بهینه‌ی متغیرهای تصمیم اعضای زنجیره تعیین شدند. از آنجاکه این مقادیر روابط حجیمی دارند، از نمایش آن‌ها خودداری شده و به‌اختصار با $a_m^*(t)$، $a_o^*(t)$، $a_r^*(t)$، $p_o^*(t)$ و $p_r^*(t)$ نمایش داده شده‌اند. با جایگذاری مقادیر بهینه‌ی متغیرهای تصمیم برحسب $G(t)$، $\frac{\partial V_r(t)}{\partial G(t)}$ و $\frac{\partial V_m(t)}{\partial G(t)}$ در روابط ۸ و ۹، معادلات ۱۹ و ۲۰ حاصل می‌شود:

$$\rho V_r(t) = \left((p_r^*(t) - w)\, S_r^*(t) - \frac{\psi_r}{2}(a_r^*(t))^2 \right) + \frac{\partial V_r}{\partial G}\dot{G}(t) \quad (19)$$

$$\rho V_m(t) = \left(\begin{array}{l} (w - c)\, S_r^*(t) + \\ (p_o^*(t) - c)\, S_o^*(t) - \\ \left(\frac{\psi_m}{2}(a_m^*(t))^2 + \frac{\psi_o}{2}(a_o^*(t))^2 \right) \end{array} \right) + \frac{\partial V_m}{\partial G}\dot{G}(t) \quad (20)$$

معادلات هم‌زمان ۱۹ و ۲۰ یک دستگاه معادلات دیفرانسیل ریکاتی را تشکیل می‌دهند.[۳۵] جواب‌های خصوصی برای توابع مقدار در حل این دستگاه معادلات عبارت‌اند از:[۲۷]

$$V_m(G) = \frac{m_1}{2}G^2 + m_2 G + m_3 \quad (21)$$

$$V_r(G) = \frac{r_1}{2}G^2 + r_2 G + r_3 \quad (22)$$

که در آن مقادیر m_1، m_2 و m_3 و همچنین r_1، r_2 و r_3، ضرایب مجهول‌اند و باید محاسبه شوند. حل معادلات دیفرانسیل ریکاتی، منجر به تعیین متغیر حالت G و توابع مقدار $V_m(G)$ و $V_r(G)$ می‌شود. با تعیین متغیرهای تصمیم بهینه، تعادل بازخوردی نش برای مسئله حاصل می‌شود.

ازآنجاکه افق زمانی این بازی دیفرانسیل نامحدود است، شرایط حدی[۲۷] برای بهینگی توابع مقدار و استراتژی‌های بازیکنان عبارت‌است از:

$$\lim_{t \to +\infty} e^{-\rho t} V_i(G, t) = 0, \qquad i \in \{m, r\} \quad (23)$$

این شرایط پس از تعیین توابع مقدار حاصل از حل دستگاه معادلات HJB، برای هرکدام از اعضای زنجیره قابل بررسی است.

با توجه به تعداد زیاد متغیرهای تصمیم و درنتیجه پیچیدگی حل دستگاه معادلات دیفرانسیل ریکاتی ۱۹ و ۲۰، متأسفانه امکان حل صریح این دستگاه معادلات وجود ندارد و این سیستم باید با استفاده از جایگذاری عددی ضرایب مسئله حل شود.[۲۷]

حل عددی این بازی دیفرانسیلی با استفاده از یک مثال در بخش نتایج عددی آورده شده است. لازم به ذکر است که کلیه‌ی محاسبات در محیط نرم‌افزار Mathematica ۹/۰ و در محیط ویندوز ۶۴ بیتی با نسخه‌ی ۸/۱ انجام شده است. در تحلیل حساسیت و بررسی نتایج عددی مشابه مقاله‌ی ژو و لین[۲۷] اقدام شده است.

۴.۴. اعتبارسنجی با مدل استکلبرگ

در این بخش، به‌منظور اعتبارسنجی نتایج حاصل از بازی نش برای زنجیره‌ی تأمین مطرح‌شده در مقاله‌ی حاضر، این مدل دیفرانسیلی از دیدگاه استکلبرگ نیز بررسی شده است. لذا در این بخش به حل مدل از دیدگاه استکلبرگ ـ تولیدکننده می‌پردازیم. در این دیدگاه، چنان‌که در بخش قبلی در تعریف بازی استکلبرگ به آن اشاره شد، خرده‌فروش به‌عنوان پیرو، بهترین واکنش خود را نسبت به تصمیمات تولیدکننده به‌عنوان رهبر انتخاب می‌کند. سپس تولیدکننده با داشتن اطلاعات کامل از واکنش خرده‌فروش و به‌منظور بیشینه‌سازی منافع اقتصادی خود، استراتژی‌های مناسب را اتخاذ می‌کند.[۲۷]

با درنظرگرفتن توابع سود تنزیل شده‌ی تولیدکننده و خرده‌فروش در روابط ۶ و ۷، شرایط لازم مرتبه‌ی اول برای متغیرهای تصمیم خرده‌فروش در سمت راست معادله‌ی HJB خرده‌فروش در رابطه‌ی ۸ و ۹ اعمال شد. دستگاه معادلات خطی متشکل از روابط ۱۳ و ۱۴ برای تعیین بهترین توابع واکنش مربوط به متغیرهای تصمیم خرده‌فروش حاصل می‌شود. با حل این دستگاه معادلات برحسب متغیرهای کنترل خرده‌فروش، این متغیرها در فرم‌های پارامتریک زیر حاصل شد:

$$a_r^*(t) = \left(\frac{\beta_r(-\alpha_r + \gamma_o a_o + \theta_r)}{\beta_r^2 - 2\theta_r\psi_r} \right) - \left(\frac{\beta_r\nu_r}{\beta_r^2 - 2\theta_r\psi_r} \right) G(t) \quad (24)$$

$$p_r^*(t) = \left(\frac{w\beta_r^2 - (\alpha_r - \gamma_o a_o + w\theta_r)\psi_r}{\beta_r^2 - 2\theta_r\psi_r} \right) - \left(\frac{\psi_r\nu_r}{\beta_r^2 - 2\theta_r\psi_r} \right) G(t) \quad (25)$$

شرایط بهینگی مرتبه دوم برای متغیرهای کنترلی ۲۴ و ۲۵ مطابق روابط ۱۷ و ۱۸ است.

با جایگذاری مقادیر بهینه‌ی $p_r^*(t)$ و $a_r^*(t)$ در معادله‌ی HJB تولیدکننده در رابطه‌ی ۲۰ و سپس، اعمال شرایط مرتبه‌ی اول بهینگی برای متغیرهای کنترل تولیدکننده، دستگاه معادلات مطابق روابط ۱۰ تا ۱۲ حاصل می‌شود. شرایط بهینگی مرتبه‌ی دوم نیز با تشکیل ماتریس هسین مربوط به عبارت‌های سمت راست معادله‌ی HJB تولیدکننده و اعمال شرط منفی معین برای این ماتریس بررسی می‌شود.

$$H_m = \begin{bmatrix} -\psi_m & 0 & 0 \\ 0 & -\psi_o & \beta_o - \left(\frac{\beta_r\gamma_r\gamma_o}{\beta_r^2 - 2\theta_r\psi_r} \right) \\ 0 & \beta_o - \left(\frac{\beta_r\gamma_r\gamma_o}{\beta_r^2 - 2\theta_r\psi_r} \right) & -2\theta_o \end{bmatrix} \quad (26)$$

برای بهینگی متغیرهای کنترل تولیدکننده در بازی استکلبرگ ـ تولیدکننده، شرط زیر به همراه شرایط ۱۷ همواره برقرار است:

$$2\theta_o\psi_m - \left(\frac{\beta_r^2\beta_o\gamma_r\gamma_o - \beta_r\gamma_r\gamma_o - \beta_o\theta_r\psi_r}{\beta_r^2 - 2\theta_r\psi_r} \right)^2 > 0 \quad (27)$$

پس از جایگذاری مقادیر متغیرهای کنترلی خرده‌فروش $a_r^*(t)$ و $p_r^*(t)$ که در روابط ۲۴ و ۲۵ مشخص شده، و جایگذاری آن‌ها در دستگاه معادلات ۱۰ تا ۱۲، با حل

این دستگاه معادلات مقادیر $a_m^*(t)$، $a_o^*(t)$ و $p_o^*(t)$ نیز بر حسب ضرایب مدل و همچنین متغیرهای $G(t)$، $\frac{\partial V_r(t)}{\partial G(t)}$ و $\frac{\partial V_m(t)}{\partial G(t)}$ تعیین شد. ازآنجا که مقادیر مربوط به این متغیرهای کنترل عبارت‌های حجیمی دارند، لذا از اشاره به آن‌ها خودداری می‌شود.

با قرار دادن مجدد کلیه متغیرهای کنترلی بهینه در معادلات HJB تولیدکننده و خرده‌فروش و حل دستگاه معادلات دیفرانسیل ریکاتی و بررسی شرایط حدی (رابطه ۲۳)، همانند روش اشاره‌شده در تعادل نش، مسیرهای کنترلی متغیرهای کنترل و خوش‌نامی برند تولیدکننده حاصل خواهند شد. در اینجا نیز به‌دلیل پیچیدگی بالا، حل معادلات دیفرانسیل ریکاتی در فرم پارامتری امکان‌پذیر نیست؛ لذا در بخش بعد و در مثال عددی به اعتبارسنجی مدل نش با مدل استکلبرگ ـ تولیدکننده خواهیم پرداخت.

۵. مثال عددی

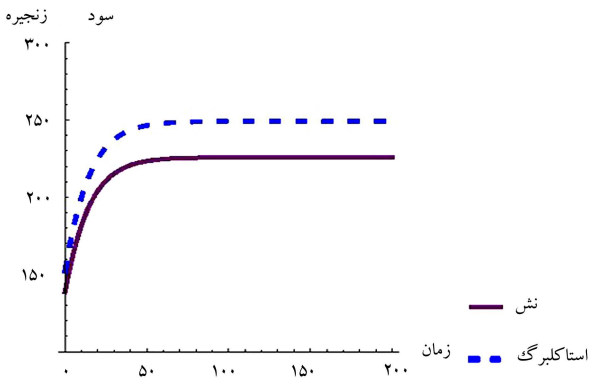
در ادامه‌ی مدل‌سازی بازی دیفرانسیلی، اعتبارسنجی و بررسی مسیرهای تعادلی بازخوردی نش، به ارائه‌ی یک مثال عددی می‌پردازیم. فرض کنید مقادیر پارامترهای مسئله عبارت‌اند از:

$$w = ۵ \quad c = ۰ \quad \beta_r = ۱ \quad \beta_o = ۱$$
$$\alpha_r = ۱۰ \quad \alpha_o = ۱۰ \quad \psi_r = ۱ \quad \psi_o = ۱$$
$$\psi_m = ۱ \quad \nu_r = ۰/۲ \quad \nu_o = ۰/۲ \quad \varphi_m = ۰/۵$$
$$\gamma_r = ۰/۴ \quad \gamma_o = ۰/۳ \quad \theta_r = ۱ \quad \theta_o = ۱$$
$$\rho = ۰/۲ \quad \delta = ۰/۰۹ \quad G(۰) = ۱۲$$

با جایگذاری ضرایب فوق در مدل دیفرانسیلی مسئله را از دیدگاه نش حل کردیم. سپس برای اعتبارسنجی مدل نش، مسئله را از دیدگاه استکلبرگ ـ تولیدکننده نیز حل کرده و سود کل زنجیره را در هر دو حالت بررسی کردیم. بدین ترتیب، مسیرهای بهینه‌ی سود کل زنجیره در شکل ۲ تعیین شدند.

با توجه به شکل ۲، مشاهده می‌شود که در هرلحظه از زمان، سود کل زنجیره در بازی نش مقادیر کوچک‌تری در مقایسه با بازی استکلبرگ ـ تولیدکننده دارد. این بدان معناست که تعامل رهبر ـ پیرو در شرایطی که تولیدکننده رهبری زنجیره را بر عهده داشته باشد، نسبت به زمانی که در آن اعضای زنجیره رقابتی را دنبال می‌کنند، همواره نتایج بهتری برای سود کل زنجیره در بر خواهد داشت.

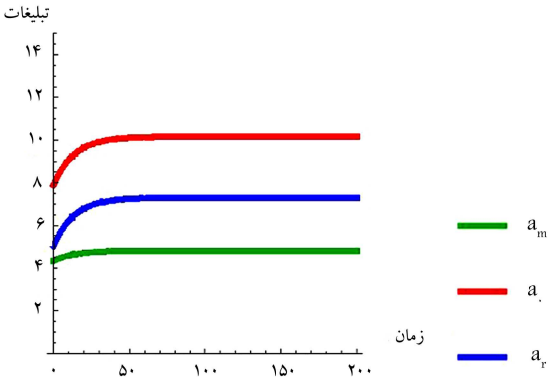
از آنجا که در این مقاله هدف ما تجزیه و تحلیل ضرایب اثر استراتژی‌های تبلیغاتی هریک از اعضای حاضر در زنجیره بر سایر سیاست‌های کلیه اعضای زنجیره در



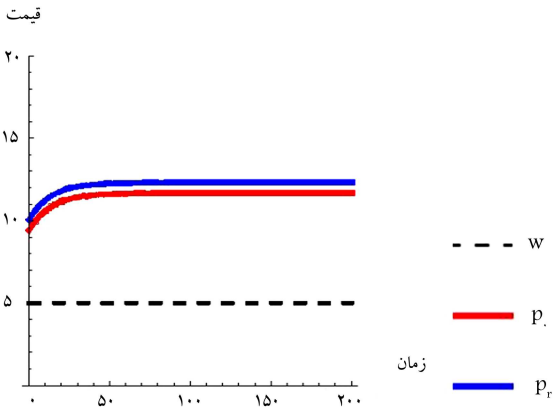
شکل ۲. مقایسه سود کل زنجیره در سناریوهای نش و استکلبرگ.

شرایط رقابتی بازی نش است، لذا استراتژی‌های زمانی تعادلی تولیدکننده درکانال‌های برخط و متداول متشکل از حجم تبلیغات سراسری تولیدکننده، حجم تبلیغات برخط تولیدکننده و قیمت فروش درکانال برخط برای تولیدکننده و همچنین استراتژی‌های بهینه‌ی زمانی خرده‌فروش درکانال متداول متشکل از قیمت فروش و حجم تبلیغات محلی خرده‌فروش در این کانال، به فرم مسیرهای زمانی تعادلی تبلیغات و قیمت محاسبه‌شده و این مقادیر در توابع سود بازیکنان در هریک از دو کانال جایگذاری و با یکدیگر مقایسه شد. مقایسات مربوط به مسیرهای تعادلی مذکور را می‌توان در شکل‌های ۳ تا ۵ مشاهده کرد.

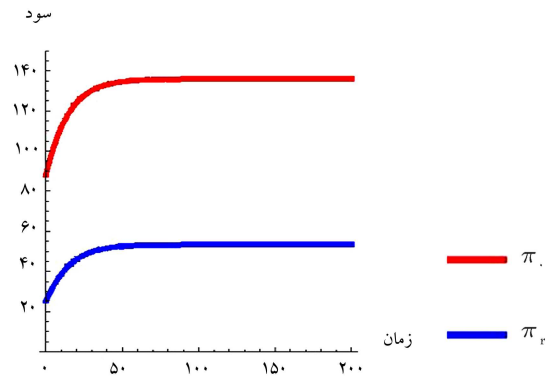
پس از تعیین مسیرهای تعادلی تبلیغات، قیمت و سود اعضای زنجیره، با بررسی



شکل ۳. استراتژی‌های تعادلی تبلیغات.



شکل ۴. استراتژی‌های تعادلی قیمت.



شکل ۵. سود تعادلی فروش در هر دو کانال.

تغییرات جواب‌ها نسبت به تغییرات ضریب اثر تبلیغات خرده‌فروش بر تابع فروش برخط تولیدکننده γ_o و ضریب اثر تبلیغات برخط تولیدکننده بر تابع فروش خرده‌فروش در کانال متداول γ_r، اثرات متقابل حجم تبلیغات محلی اعضای زنجیره بر توابع سود یکدیگر بررسی شده است. چنان که اشاره شد، این ضرایب بیانگر میزان اثر تبلیغات اعضای زنجیره بر تابع فروش و سود عضو رقیب در زنجیره است.

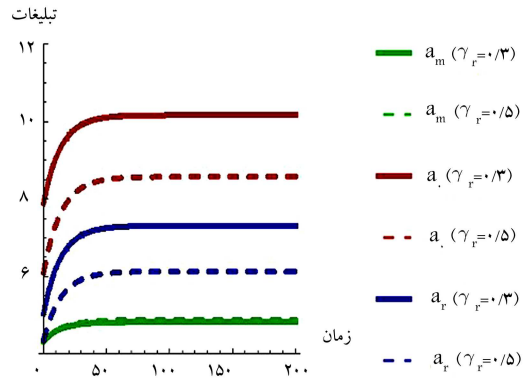
تحلیل عملکرد ضرایب فوق در سه وضعیت صورت گرفته است. در وضعیت اول، با ثابت در نظرگرفتن ضریب اثر تبلیغات محلی خرده‌فروش بر تابع فروش برخط تولیدکننده با مقدار $\gamma_o = ۰/۳$، و تغییر ضریب اثر تبلیغات برخط تولیدکننده بر تابع فروش خرده‌فروش، از مقدار $\gamma_r = ۰/۳$ به مقدار $\gamma_r = ۰/۵$، مسیرهای تعادلی تبلیغات، قیمت و سود هریک از اعضای زنجیره در بازی نش تعیین و تحلیل خواهد شد. در وضعیت دوم، با افزایش ضریب اثر تبلیغات محلی خرده‌فروش بر تابع فروش تولیدکننده از مقدار $\gamma_o = ۰/۳$ به مقدار $\gamma_o = ۰/۵$، در حالی که ضریب اثر تبلیغات برخط تولیدکننده بر تابع فروش خرده‌فروش برابر با مقدار ثابت $\gamma_r = ۰/۳$ است، مسیرهای تعادلی در بازی نش تعیین می‌شود. در وضعیت سوم، با افزایش توأمان و مساوی هر دو ضریب اثر از مقدار $\gamma_o = \gamma_r = ۰/۳$ به $\gamma_o = \gamma_r = ۰/۵$، مشابه وضعیت‌های قبل، مسیرهای تعادلی تبلیغات، قیمت و سود اعضای زنجیره در بازی نش تعیین‌شده و نتایج حاصل بررسی می‌شود.

۱.۵. تحلیل تغییر ضریب اثر تبلیغات برخط

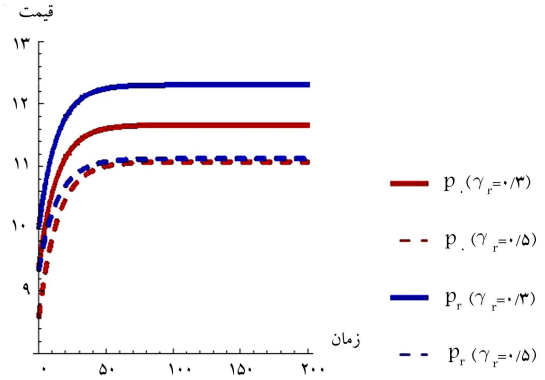
در این وضعیت با افزایش ضریب اثر تبلیغات برخط تولیدکننده بر تابع فروش خرده‌فروش از مقدار $\gamma_r = ۰/۳$ به $\gamma_r = ۰/۵$ و با ثابت در نظرگرفتن ضریب اثر تبلیغات محلی خرده‌فروش بر تابع فروش برخط تولیدکننده در مقدار $\gamma_o = ۰/۳$، مشاهده می‌شود که حجم تبلیغات برخط تولیدکننده و حجم تبلیغات محلی خرده‌فروش کاهش یافته است. این درحالی است که حجم تبلیغات سراسری تولیدکننده تقریباً بدون تغییر باقی مانده است (شکل ۶). در بررسی تغییرات قیمتی مشاهده می‌شود که هر دو قیمت تعادلی خرده‌فروشی و قیمت فروش برخط تولیدکننده کاهش یافته است. اما قیمت خرده‌فروشی نسبت به این تغییرات حساس‌تر بوده و کاهش بیشتری نسبت به قیمت فروش برخط تولیدکننده داشته است (شکل ۷). در بررسی تغییرات سود هریک از اعضای زنجیره در کانال‌های برخط و متداول، مشاهده می‌شود که سود تعادلی در هر دو کانال تقریباً به‌طور یکسان با کاهش مواجه شده است (شکل ۸). کاهش توأم در حجم تبلیغات، قیمت و سود اعضای زنجیره و افزایش محدود حجم تبلیغات سراسری تولیدکننده ویژگی این وضعیت است.

۲.۵. تحلیل تغییر ضریب اثر تبلیغات محلی خرده‌فروش

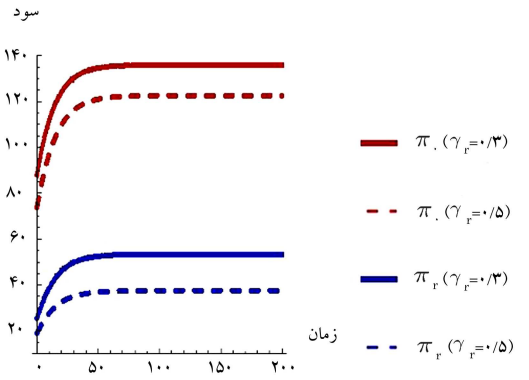
در این وضعیت، با در نظرگرفتن ضریب اثر تبلیغات برخط تولیدکننده بر تابع فروش خرده‌فروش در مقدار $\gamma_r = ۰/۳$، و با افزایش ضریب اثر تبلیغات خرده‌فروش بر تابع فروش برخط تولیدکننده از مقدار $\gamma_o = ۰/۳$ به $\gamma_o = ۰/۵$، مشاهده می‌شود که حجم تبلیغات برخط و خرده‌فروشی کاهش یافته است، به‌طوری که میزان کاهش در حجم تبلیغات برخط تولیدکننده بیش از کاهش تبلیغات محلی خرده‌فروش است. همچنین حجم تبلیغات سراسری تولیدکننده بدون تغییر مانده است (شکل ۹). در بررسی تغییرات قیمتی، قیمت تعادلی خرده‌فروشی و برخط کاهش یافته، به‌طوری که کاهش قیمت برخط تولیدکننده شدیدتر از کاهش قیمت خرده‌فروشی فروش مشاهده می‌شود (شکل ۱۰). سود تعادلی در هر دو کانال با کاهش مواجه بوده است. همچنین کاهش سود برای تولیدکننده در کانال برخط بیشتر از خرده‌فروش مشاهده می‌شود



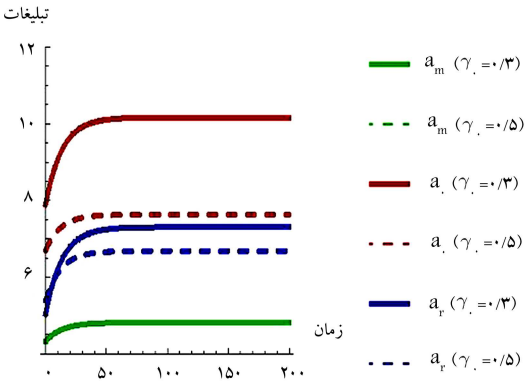
شکل ۶. مسیرهای تعادلی تبلیغات به ازای افزایش γ_r.



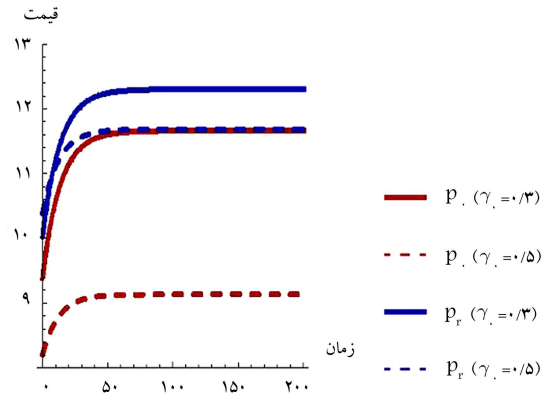
شکل ۷. مسیرهای تعادلی قیمت به ازای افزایش γ_r.



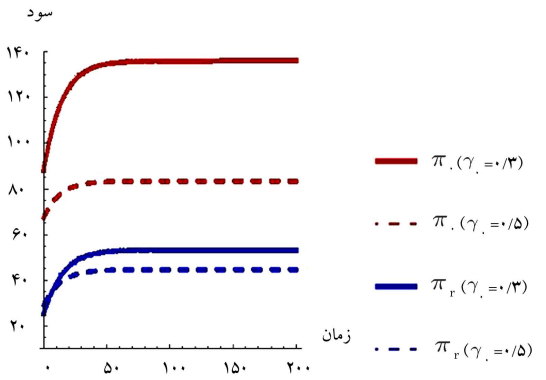
شکل ۸. مسیرهای تعادلی سود در هر دو کانال به ازای افزایش γ_r.



شکل ۹. مسیرهای تعادلی تبلیغات به ازای افزایش γ_o.



شکل ۱۰. مسیرهای تعادلی قیمت به ازای افزایش γ_o.

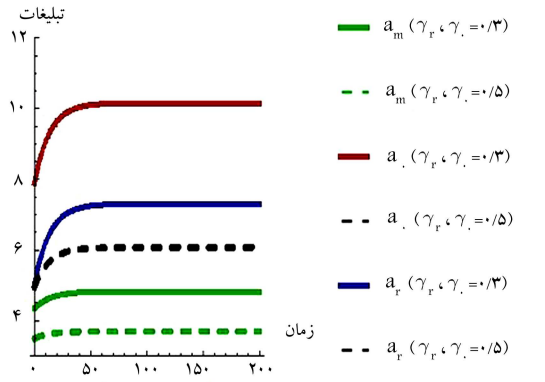


شکل ۱۱. مسیرهای تعادلی سود در هر دو کانال به ازای افزایش γ_o.

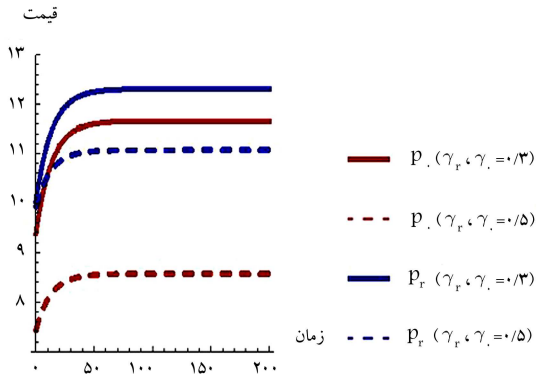
(شکل ۱۱). به‌طورکلی در این وضعیت، با ثابت بودن ضریب اثر تبلیغات برخط تولیدکننده بر تابع فروش خرده‌فروش، با افزایش ضریب اثر تبلیغات محلی خرده‌فروش بر تابع فروش برخط تولیدکننده، تمامی مقادیر تعادلی تبلیغات، قیمت و سود اعضای زنجیره با کاهش مواجه بوده، در حالی که می‌توان گفت تبلیغات سراسری تولیدکننده تغییر محسوسی نداشته است.

۳.۵. وضعیت سوم

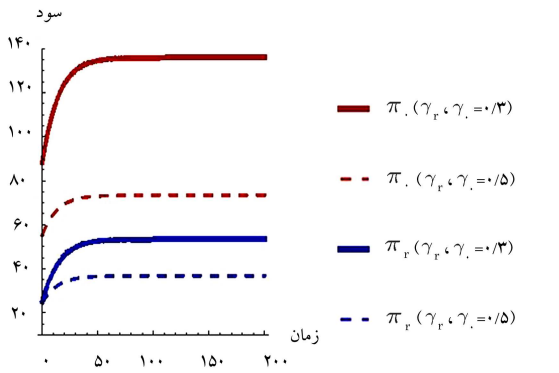
در این وضعیت با افزایش توأمان هر دو ضریب اثر تبلیغات برخط تولیدکننده بر تابع فروش خرده‌فروش و ضریب اثر تبلیغات خرده‌فروش بر تابع فروش برخط تولیدکننده از مقدار $\gamma_o = \gamma_r = 0/3$ به $\gamma_o = \gamma_r = 0/5$، مقادیر تعادلی حجم تبلیغات سراسری و برخط تولیدکننده، و همچنین حجم تبلیغات محلی خرده‌فروش با کاهش مواجه می‌شوند (شکل ۱۲). در بررسی تغییرات قیمتی همانند دو وضعیت قبل، مشاهده می‌شود که در این وضعیت نیز مقادیر تعادلی قیمت برخط تولیدکننده و قیمت خرده‌فروشی کاهش یافته، و این کاهش برای قیمت تعادلی تولیدکننده بیش از قیمت تعادلی خرده‌فروش بوده است (شکل ۱۳). در نهایت و در بررسی مقادیر تعادلی سود اعضای زنجیره در هر کانال مشاهده می‌شود که سود تعادلی در هر دو کانال توزیع با کاهش مواجه است. این کاهش برای سود تعادلی برخط تولیدکننده بیشتر از سود تعادلی خرده‌فروش است (شکل ۱۴). در این وضعیت مشاهده می‌شود که با افزایش توأم ضریب اثر تبلیغات برخط تولیدکننده بر تابع فروش خرده‌فروش و ضریب اثر تبلیغات محلی خرده‌فروش بر تابع فروش برخط تولیدکننده، تمامی مقادیر تعادلی حجم تبلیغات، قیمت و سود اعضای زنجیره کاهش یافته است.



شکل ۱۲. مسیرهای تعادلی تبلیغات به ازای افزایش توأم γ_o, γ_r.



شکل ۱۳. مسیرهای تعادلی قیمت به ازای افزایش توأم γ_o, γ_r.



شکل ۱۴. مسیرهای تعادلی سود در هر دو کانال به ازای افزایش توأم γ_o, γ_r.

۶. نتیجه‌گیری

در این مقاله به تحلیل هم‌زمان متغیرهای تبلیغاتی و قیمتی در بازی دیفرانسیلی اعضای یک زنجیره‌ی تأمین دوکانالی پرداخته شد. اعضای این زنجیره شامل یک تولیدکننده و یک خرده‌فروش است که تولیدکننده علاوه بر فروش در کانال متداول، به‌صورت برخط نیز اقدام به فروش محصول خود می‌کند. در این بازی مسیرهای تعادلی بازخوردی نش برای متغیرهای کنترل هریک از اعضای زنجیره مشخص شد. پس از حل مدل نش و اعتبارسنجی با مدل استکلبرگ تولیدکننده، با ذکر یک مثال عددی، کنش ضریب اثر تبلیغات تعارضی اعضای زنجیره بر مقادیر تعادلی متغیرهای کنترل تبلیغاتی و قیمتی تحلیل و همچنین توابع سود اعضای زنجیره در سه وضعیت مختلف اقدام شد. در هر سه وضعیت مشاهده شد که با افزایش ضریب

اثر تبلیغات برخط تولیدکننده بر تابع فروش خرده‌فروش γ_r و ضریب اثر تبلیغات محلی خرده‌فروش بر تابع فروش برخط تولیدکننده، مقادیر تعادلی حجم تبلیغات برخط تولیدکننده، حجم تبلیغات محلی خرده‌فروش، قیمت‌های برخط تولیدکننده و قیمت خرده‌فروشی و همچنین سود هر دو عضو زنجیره کاهش می‌یابد.

با چشم‌پوشی از تغییرات جزئی مقادیر تعادلی حجم تبلیغات سراسری در وضعیت‌های اول و دوم، می‌توان نتیجه گرفت که در یک زنجیره‌ی تأمین دوسطحی با کانال‌های توزیع دوگانه و ویژگی‌های مشخص شده در این مقاله، در یک بازی دیفرانسیلی رقابتی نش، با افزایش اثر تبلیغات تعارضی اعضای زنجیره بر توابع فروش یکدیگر، تمامی مقادیر تعادلی اعضای زنجیره کاهش می‌یابد.

در این نوشتار از مدل‌های قطعی برای مدل‌سازی بازی دیفرانسیلی اعضای زنجیره دوکانالی استفاده شده است. از این‌رو در پژوهش‌های آتی می‌توان از مدل‌های مبتنی بر عدم قطعیت در مدل‌سازی بازی به کار رفته در این مقاله استفاده کرد. همچنین استفاده از متغیرهایی از قبیل خدمات و کیفیت محصول نیز می‌تواند به واقعی‌تر شدن شرایط مسئله منجر شود. در انتها می‌توان زنجیره‌های تأمین با تعداد سطوح بیشتر را نیز بررسی کرد. لازم به ذکر است که این شرایط به پیچیده‌تر شدن ساختار مسئله منجر خواهد شد.

پانوشت‌ها

1. direct channel
2. online channel
3. traditional channel
4. dual channel supply chain
5. brand goodwill
6. participation rate
7. accrual rate
8. nash equilibrium
9. state variable
10. control variable
11. Hamilton Jacobi Bellman
12. backward induction
13. value functional
14. best response function
15. linear solve

منابع (References)

1. Pei, Z. and Yan, R. "National advertising, dual-channel coordination and firm performance", *Journal of Retailing and Consumer Services*, **20**(2), pp. 218-224 (2013).
2. McGuire, T. and Staelin, R. "An industry equilibrium analysis of downstream vertical integration", *Marketing Science*, **2**(2), pp. 161-191 (1983).
3. Aust, G. and Buscher, U. "Cooperative advertising models in supply chain management: A review", *European Journal of Operational Research,* **234**(1), pp. 1-14 (2014).
4. Von Neumann, J. and Morgenstern, O. "Theory of games and economic behavior", *Bull. Amer. Math. Soc.*, **51**(7), pp. 498-504 (1945).
5. Dorfman, R. and Steiner, P.O. "Optimal advertising and optimal quality", *American Economic Review*, **4**, pp. 826-836 (1954).
6. Berger, P.D. "Vertical cooperative advertising ventures", *Journal of Marketing Research*, **9**(3), pp. 309-312 (1972).
7. Balasubramanian, S. "Mail versus mall: A strategic analysis of competition between direct marketers and conventional retailers", *Marketing Science,* **17**(3), pp. 181-195 (1998).
8. Levary, R. and Mathieu, R.G. "Hybrid retail: Integrating e-commerce and physical stores", *Industrial Management*, **42**(5), pp. 6-13 (2000).
9. Jϕrgensen, S., Sigue, S. and Zaccour, G. "Dynamic cooperative advertising in a channel", *Journal of Retailing*, **76**(1), pp. 71-92 (2000).
10. Li, S.X., Huang, Z., Zhu, J. "Cooperative advertising, game theory and manufacturer–retailer supply chains", *Omega*, **30**, pp. 347-357 (2002).
11. Chiang, W.Y., Chhajed, D. and Hess, J.D. "Direct marketing, indirect profits: A strategic analysis of dual channel supply chain design", *Management Science,* **49**(1), pp. 1-20 (2003).
12. Mosca, S. and Viscolani, B. "Optimal goodwill path to introduce a new product", *Journal of Optimization Theory and Applications*, **123**(1), pp. 149-162 (2004).
13. Cattani, K.D., Gilland, W.G. and Swaminathan, J.M. "Boiling frogs: Pricing strategies for a manufacturer adding a direct channel that competes with the traditional channel", *Production and Operations Management*, **15**(1), pp. 40-57 (2006).
14. Szmerekovsky, J.G. and Zhang, J. "Pricing and two-tier advertising with one manufacturer and one retailer", *European Journal of Operational Research,* **192**(3), pp. 904-917 (2007).
15. Sethi, S., Prasad, A. and He, X. "Optimal advertising and pricing in a new-product adoption model", *Journal of Optimization Theory and Applications*, **139**(2), pp. 351-360 (2008).
16. Xie, J. and Wei, J.C. "Coordinating advertising and pricing in a manufacturer–retailer channel", *European Journal of Operational Research*, **197**(2), pp. 785-791 (2009).
17. Yan, R. and Ghose, S. "Forecast information and traditional retailer performance in a dual-channel competitive market", *Journal of Business Research,* **63**(1), pp. 77-83 (2010).
18. Yan, R. and Pei, Z. "Information asymmetry, pricing strategy and firm's performance in the retailer-multichannel manufacturer supply chain", *Journal of Business Research,* **64**(4), pp. 377-384 (2011).

19. Seyed Esfahani, M.M., Biazaran, M. and Gharakhani, M. "A game theoretic approach to coordinate pricing and vertical co-op advertising in manufacturer–retailer supply chains", *European Journal of Operational Research*, **211**(2), pp. 263-273 (2011).
20. Aust, G. and Buscher, U. "Vertical cooperative advertising and pricing decisions in a manufacturer–retailer supply chain: A game-theoretic approach", *European Journal of Operational Research,* **223**, pp. 473-482 (2012).
21. R. Baradaran kazemzade A. Ghahari, "Cooperative advertising in a three level supply chain", *Industrial Engineering and Management Sharif*, **29**(1), pp.71-76, (In Persian) 1390.
22. Huang, S., Yang, C. and Liu, H. "Pricing and production decisions in a dual-channel supply chain when production costs are disrupted", *Economic Modelling*, **30**, pp. 521-538 (2013).
23. Yue, J., Austin, J., Huang, Z. and Chen, B. "Pricing and advertisement in a manufacturer–retailer supply chain", *European Journal of Operational Research,* **231**(2), pp. 492-502 (2013).
24. Giri, B.C. and Sharma, S. "Manufacturer's pricing strategy in a two-level supply chain with competing retailers and advertising cost dependent demand", *Economic Modelling,* **38**(2014), pp. 102-111 (2013).
25. Sayadi, M. and Makui, A. "Feedback nash equilibrium for dynamic brand and channel advertising in dual channel supply chain", *J. Optimization Theory Appl.,* **161**(3), pp. 1012-1021 (2014).
26. Pei, Z., Toombs, L. and Yan, R. "How does the added new online channel impact the supporting advertising expenditure", *Journal of Retailing and Consumer Services,* **21**(2014), pp. 229-238 (2014).
27. Zhou, M. and Lin, J. "Cooperative advertising and pricing models in a dynamic marketing channel", *Journal of Systems Science and Systems Engineering*, **23**(1), pp. 94-110 (2014).
28. Jϕrgensen, S. and Zaccour, G. "A survey of game-theoretic models of cooperative advertising", *European Journal of Operational Research*, **237**(2014), pp. 1-14 (2014).
29. Taleizadeh, A.A. and Charmchi, M. "Optimal advertising and pricing decisions for complementary products", *Journal of Industrial Engineering International*, **11**(1), pp. 111-117 (2015).
30. Shalchi Tousi, M.A., Ghazanfari, M. and Makui, A. "A model of brand competition for durable goods supply chains in a dynamic framework", *Journal of Industrial and Systems Engineering*, **8**(1), p. 61-86 (2015).
31. Chen, T.-H. "Effects of the pricing and cooperative advertising policies in a two-echelon dual-channel supply chain", *Computers & Industrial Engineering*, **87**, pp. 250-259 (2015).
32. Shi, D., He, Y., Zhao, L. and Zhang, P. "Pricing strategies in a dual-channel supply chain with local advertising", in *System Sciences (HICSS), 48th Hawaii International Conference on., IEEE* (2015).
33. JΦrgensen, S., Sigue, S. and Zaccour, G. "Stackelberg leadership in a marketing channel", *International Game Theory Review,* **3**(01), pp. 13-26 (2001).
34. Zhang, J., Gou, Q., Li, S. and Huang, Z. "Cooperative advertising with accrual rate in a dynamic supply chain", *Dynamic Games and Applications*, 7(1), pp. 112-130 (2017).
35. JΦrgensen, S. and Zaccour, G., *Differential Games in Marketing*, Springer (2004).
36. Nash, J.F. "Non-cooperative games", *The Annals of Mathematics*, **54**(2), pp. 286-295 (1951).
37. Von Stackelberg, H., *Marktform Und Gleichgewicht*, J. Springer (1934).
38. Dockner, E., *Differential Games in Economics and Management Science*, Cambridge University Press (2000).
39. Huang, J., Leng, M. and Liang, L. "Recent developments in dynamic advertising research", *European Journal of Operational Research*, **220**(3), pp. 591-609 (2012).
40. Nerlove, M. and Arrow, K. "Optimal advertising policy under dynamic conditions", *Economica*, **29**(114), pp. 129-142 (1962).
41. Bertsekas, D., *Dynamic Programming and Optimal Control*, Athena Scientific Belmont, MA, 233 p. (1995).
42. Sethi, S. and Thompson, G., *Optimal Control Theory*, Springer (2000).
43. Bellman, R., "Dynamic programming and Lagrange multipliers", *Proceedings of the National Academy of Sciences of the United States of America*, **42**(10), pp. 767-769 (1956).