مهندسی صنایع و مدیریت شریف، (تابستان ۱۳۹۵)
دوره‌ی ۱ - ۳۲، شماره‌ی ۱/۲، ص. ۹۷-۱۰۷

Original Article

مدل کنترل موجودی دوهدفه‌ی احتمالی با حمل‌ونقل چندحالته و الگوگیری از مسئله‌ی بسته‌بندی ظرف

سید مسعود طحانیان قمی (دانشجوی دکتری)
گروه مهندسی صنایع، مرکز تحصیلات تکمیلی، دانشگاه پیام‌نور
رضا توکلی مقدم * (استاد)
دانشکده‌ی مهندسی صنایع، پردیس دانشکده های فنی، دانشگاه تهران

در این نوشتار، یک مدل کنترل موجودی دوهدفه احتمالی ارائه‌می‌شود که تابع هدف اول آن کمینه‌کردن هزینه‌های موجودی و حمل‌ونقل است و تابع هدف دوم بیان‌گر کمینه‌کردن تعداد کمبود است. میزان تقاضا در مدت سفارش توزیع نرمال است. در این نوشتار، از حمل‌ونقل چندحالته استفاده می‌شود. یکی از کاربردهای مسئله‌ی بسته‌بندی ظرف، در زمینه مسائل حمل‌ونقل است اما در هیچ مقاله‌یی از این مدل برای تخصیص محصول به کامیون استفاده نشده است. در این مقاله از مدل بسته‌بندی ظرف[1] برای این منظور استفاده شده است.
برای حل این مسئله از یکی از متداول‌ترین الگوریتم‌های تکاملی چندهدفه به‌نام الگوریتم ژنتیک مرتب‌شده نامغلوب (NSGA-II)[2] استفاده می‌شود. همچنین برای کارایی الگوریتم پیشنهادی در ابعاد کوچک از روش محدودیت اپسیلون[3] استفاده می‌شود. نتایج این الگوریتم برای تعدادی از مسائل با ابعاد بزرگ نیز ارائه‌شده و سپس با دو شاخص معروف تعداد جواب‌های نامغلوب و زمان حل مورد ارزیابی قرار می‌گیرد.

واژگان کلیدی: کنترل موجودی دوهدفه، بسته‌بندی ظرف، تقاضای احتمالی، حمل‌ونقل چندحالته، NSGA-II.

masoud_tahanian@yahoo.com
tavakoli@ut.ac.ir

۱. مقدمه

کنترل موجودی یکی از مباحث اصلی در شاخه‌ی «مدیریت تولید» و «تحقیق در عملیات» است و به همین دلیل محققین از چندین دهه‌ی قبل روی این موضوع کار کرده‌اند. مهم‌ترین فعالیت در برنامه‌ریزی موجودی این است که چه زمانی و چه مقدار سفارش داده شود. سیاست‌های کنترلی مختلفی در برنامه‌ریزی موجودی کاربرد دارد که یکی از عمومی‌ترین آنها سیستم مرور پیوسته (r, Q) است. در این سیستم زمانی که میزان موجودی کم‌تر از r شود به مقدار Q سفارش داده می‌شود.[1] بحث کنترل موجودی یک فیلد تحقیقاتی است که معمولاً با بحث‌های لجستیک، مسیریابی، مکان‌یابی، حمل‌ونقل ترکیب می‌شود. در بحث کنترل موجودی و حمل‌ونقل تحقیقات زیادی انجام شده است؛ در این‌گونه مسائل بیشتر سعی بر آن بوده تا محصولات طوری به مقصد حمل شوند که کل هزینه‌های موجودی و حمل‌ونقل کمینه شود. در مسائل واقعی برای کاهش هزینه‌های زنجیره‌ی تأمین باید هماهنگی نزدیکی بین موجودی و مدیریت حمل‌ونقل باشد. هدف مدیریت حمل‌ونقل این است که از تمام ظرفیت کامیون استفاده کند در حالی که مدیران موجودی سعی می‌کنند هزینه‌های موجودی را کاهش دهند که به سفارشات بازپرسازی خیلی کوچک منجر می‌شود.

در بحث حمل‌ونقل از دو شیوه‌ی مختلف، برای پرداخت هزینه‌ی کامیون استفاده می‌شود: ۱. استفاده‌ی کامل از ظرفیت کامیون (TL)[4]؛ ۲. استفاده‌ی کم‌تر از ظرفیت کامیون (LTL)[5]. در روش TL هزینه‌یی بابت استفاده از کامیون پرداخت می‌شود، چه ۱٪ از کامیون پر شود چه کل آن؛ ولی در روش LTL به‌ازای هر واحد از محصول یک هزینه پرداخت می‌شود. در واقع در TL هزینه براساس کامیون و در LTL هزینه‌براساس هر واحد محصول پرداخت می‌شود. در برخی از مطالعات[۲و۳] از دو شیوه‌ی پرداخت هزینه‌ی حمل‌ونقل (TL, LTL) استفاده شده است. وسایل حمل‌ونقل را می‌توان به دو دسته‌ی تک‌حالتی (همگن[6]) و چندحالتی (ناهمگن[7]) تقسیم کرد. در وسایل تک‌حالتی تمام وسایل حمل‌ونقل از یک نوع با هزینه و ظرفیتی مشخص‌اند. در دسته وسایل چندحالتی، وسایل حمل‌ونقل هزینه و ظرفیت‌های مختلفی دارند. یکی از موضوعات مهم در مدل‌های موجودی ـ حمل‌ونقل، بحث تخصیص محصول به کامیون است. در بیشتر مطالعات انجام‌شده در این زمینه، از مدل‌های ریاضی مختلف برای نحوه‌ی تخصیص چند نوع محصول به یک نوع کامیون بهره‌گیری شده است. در نوشتار حاضر نیز از یک نوع محصول و چند نوع کامیون با ظرفیت و هزینه‌ی متفاوت استفاده می‌شود. در این نوشتار مسئله‌ی مورد بررسی، نحوه‌ی تخصیص محصول به چند نوع کامیون مختلف است. سؤالی که مدل باید پاسخ دهد این است که از چه نوع کامیون‌هایی، و از هر نوع چه تعدادی باید استفاده شود تا علاوه بر محقق ساختن کل تقاضای مشتریان، از تمام ظرفیت کامیون نیز استفاده شود.

* نویسنده مسئول
تاریخ: دریافت ۱۳۹۳/۲/۸، اصلاحیه ۱۳۹۳/۶/۱۳، پذیرش ۱۳۹۳/۹/۱۰.

چنان که گفته شد برای تخصیص محصول به کامیون از مدل‌های ریاضی مختلفی استفاده شده است. یکی از کاربردهای مسئله‌ی بسته‌بندی ظرف در بحث حمل‌ونقل است. تا این زمان در هیچ مقاله‌یی برای تخصیص محصول به کامیون از مسئله‌ی بسته‌بندی ظرف استفاده نشده است. در نوشتار حاضر برای تخصیص محصول به کامیون‌های مختلف از این مدل الگوگیری شده است. مزیت استفاده از این مدل در بحث حمل‌ونقل این است که علاوه بر تسهیل مدل‌سازی مسئله‌ی موجودی ـ حمل‌ونقل، موجب به‌کارگیری یک‌پارچه‌ی مدل موجودی و حمل‌ونقل در یک مدل می‌شود. همچنین مزیت استفاده از چند نوع کامیون با ظرفیت و هزینه‌ی متفاوت، استفاده بیشتر از ظرفیت کامیون و کاهش هزینه و میزان تأخیر است. در ادامه، مسئله‌ی بسته‌بندی ظرف و تعمیم‌های آن توضیح داده می‌شود.

مسئله‌ی بسته‌بندی ظرف جزء مسائل بهینه‌سازی است که در دنیای واقعی کاربرد گسترده‌یی دارد. این مسئله جزء مسائل سخت (Np-hard) است.[۴] مسئله‌ی بسته‌بندی ظرف شامل قرارگرفتن n شیء در تعدادی (معمولاً n) بسته است. هر شیء یک وزن، و هر بسته یک ظرفیت دارد. هدف مسئله تخصیص شیءها به بسته‌هاست به‌گونه‌یی که علاوه بر این که کل وزن شیءهای قرار گرفته در یک بسته از ظرفیت کلی آن بسته تجاوز نمی‌کند، تعداد بسته‌های استفاده شده نیز کمینه شود. پژوهش‌گران فرمول ریاضی بسته‌بندی ظرف را ارائه داده[۵] و روش‌های ابتکاری مختلف برای مسئله‌ی بسته‌بندی ظرف پیشنهاد کرده‌اند.[۶و۷]

مدل بسته‌بندی ظرف، یکی از پرکاربردترین مباحث در مسائل بهینه‌سازی ترکیبی است. یکی از کاربردهای این مدل در برش لوله‌ها و میله‌هاست. لوله‌ها و میله‌ها طول‌های ثابت و استانداردی دارند؛ برای دست‌یابی به ابعاد مورد نیاز در ساخت‌وساز، میله‌ها و لوله‌های استاندارد را باید طوری برش داد که از کم‌ترین تعداد میله‌ها و لوله‌های استاندارد استفاده شود. همین مورد برای تعداد سیم مورد نیاز در سیم‌کشی الکتریکی نیز صادق است. سیم‌های مورد نیاز برای سیم‌کشی الکتریکی در سیم‌پیچ‌هایی با طول استاندارد و مشخصی تعبیه شده است. کاربرد دیگر این مدل در صنعت حمل‌ونقل است؛ کامیون‌های حمل مواد ظرفیتی مشخص و استاندارد دارند و تخصیص محصول باید به‌صورتی باشد که تعداد کامیون استفاده شده برای حمل محصولات کمینه شود. در بحث مدیریت پروژه، فعالیت‌ها با طول متفاوت باید طوری به کارگرها تخصیص یابد که در یک زمان مشخص تمام فعالیت‌ها انجام شود. یکی دیگر از کاربردهای این مدل در طراحی شبکه است.[۸] مدل بسته‌بندی ظرف در ابعاد دوبعدی و سه‌بعدی نظیر کاغذ دیواری، برش ورق‌های استیل، برش ورق‌های چوب و غیره نیز کاربرد دارد. کارهای تحقیقاتی بسیار ارزشمندی در مدل‌های دوبعدی و سه‌بعدی بسته‌بندی ظروف انجام شده است.[۹-۱۲] مدل بسته‌بندی ظرف برای شیءهای شکستنی نیز مورد استفاده قرار گرفته است.[۱۳و۱۴] تا این زمان، در هیچ مقاله‌یی برای تخصیص محصول به کامیون از مدل بسته‌بندی ظرف استفاده نشده و این یکی از نوآوری‌های این مقاله است.

«بسته‌بندی ظرف با اندازه‌های مختلف[۸]» تعمیمی است بر بحث بسته‌بندی ظرف[۱۵] که در آن بسته‌ها ظرفیت و هزینه‌های مختلفی دارند. هدف مسئله این است که شیءها به‌نحوی در داخل بسته‌هایی با ظرفیت و هزینه‌ی مختلف قرارگیرد که هزینه‌ی این تخصیص کمینه شود. در مسائل بسته‌بندی ظرف گاهی ظرفیت یک شیء بیشتر از ظرفیت بسته‌یی است که دارای بیشترین ظرفیت است؛ این مسائل را «بسته‌بندی ظرف با محصولات فراندازه[۹]» نامیده‌اند.[۱۶]

بیشتر تحقیقات انجام شده در خصوص کنترل موجودی توسط یک تابع هدف مدل‌سازی شده است که بیشتر در مورد کمینه‌کردن کل هزینه یا افزایش رضایت‌مندی مشتریان است. در برخی از مطالعات انجام‌شده[۱۷] از سه تابع هدف ــ شامل کمینه‌کردن هزینه‌ها، کمینه‌کردن تعداد کمبود، کمینه‌کردن احتمال مواجهه با کمبود ــ استفاده شده است. مدل آگرل[۱۷] توسط روش‌های فراابتکاری مختلفی حل شده است. تسو[۱۸و۱۹] این مدل را با استفاده از الگوریتم فراابتکاری بهینه‌سازی ازدحام ذرات چندهدفه[۱۰] و الکترومغناطیس چندهدفه[۱۱] حل کرده است.

این مقاله، یک مدل کنترل موجودی – حمل‌ونقل دوهدفه‌ی احتمالی ارائه‌می‌کند و برای حمل محصولات، از وسایل حمل‌ونقل چندحالتی استفاده کرده است. هزینه‌ی وسایل حمل‌ونقل به‌شیوه‌ی TL پرداخت شده است و به‌همین دلیل استفاده‌ی کامل از ظرفیت کامیون، به‌صورت یک محدودیت در نظر گرفته شده است. مدل کنترل موجودی در حالت تک‌محصولی است و میزان تقاضا در مدت تحویل[۱۲] از یک توزیع نرمال پیروی می‌کند. در این مدل دو تابع هدف در نظر گرفته شده که یکی هزینه‌های موجودی و حمل‌ونقل را کمینه می‌کند و دیگری تعداد کمبود را کمینه می‌کند. برای تخصیص محصول به کامیون‌ها، که از نوع چندحالته (ناهمگن) هستند از مسئله‌ی بسته‌بندی ظرف استفاده شده است. به‌علت استفاده از کامیون‌هایی با ظرفیت مختلف، از مسئله‌ی تعمیمی «بسته‌بندی ظرف با اندازه‌های مختلف» استفاده شده است؛ برای حل مدل نیز از الگوریتم NSGA-II استفاده شده است. به‌منظور کارایی الگوریتم پیشنهادی در ابعاد کوچک، از روش محدودیت اپسیلون استفاده، و نتایج بررسی و مقایسه می‌شود. برای ابعاد بزرگ نیز الگوریتم NSGA-II حل و ارزیابی شده است.

در ادامه، ابتدا به تعریف مسئله و مدل ریاضی پیشنهادی پرداخته می‌شود. سپس مدل بسته‌بندی ظرف و تعمیم‌های آن ارائه، و نحوه‌ی کاربرد این مسئله در مدل پیشنهادی توضیح داده می‌شود. پس از آن به‌منظور حل مدل پیشنهادی، الگوریتم NSGA-II ارائه می‌شود و برای کارایی الگوریتم پیشنهادی در ابعاد کوچک، از روش محدودیت اپسیلون استفاده و نتایج بررسی و مقایسه می‌شود. در آخر مسائلی با ابعاد بزرگ توسط الگوریتم NSGA-II حل، و با شاخص‌های تعداد جواب‌های نامغلوب و زمان حل ارزیابی می‌شود.

۲. تعریف مسئله و مدل ریاضی پیشنهادی

مدل پیشنهادی در این نوشتار، یک مدل کنترل موجودی دوهدفه‌ی احتمالی است. این مدل در حالت تک‌محصولی است و میزان تقاضا در لیدتایم از یک توزیع نرمال پیروی می‌کند. برای حمل محصول، از کامیون‌هایی با هزینه و ظرفیت‌های متفاوت استفاده می‌شود، به‌عبارت دیگر، در این مدل از حمل‌ونقل چندحالته (ناهمگن) استفاده شده است. پرداخت هزینه‌ی وسایل حمل‌ونقل به‌شیوه‌ی TL صورت می‌گیرد؛ چنان که پیش‌تر نیز اشاره شد در شیوه‌ی TL هزینه‌یی بابت استفاده از کامیون پرداخت می‌شود، چه ۱٪ از کامیون استفاده شود چه کل آن. به‌همین علت در این مدل، استفاده‌ی کامل از ظرفیت کامیون به‌صورت یک محدودیت در نظر گرفته شده است. در مدل پیشنهادی، از دو تابع هدف استفاده شده که یکی از آنها کمینه‌کردن هزینه‌هاست (شامل هزینه‌های سفارش‌دهی، هزینه‌ی نگه‌داری و هزینه‌های حمل‌ونقل) و دیگری کمینه‌کردن تعداد کمبود است. هدف این مسئله علاوه بر یافتن مقدار اقتصادی سفارش، تخصیص همزمان این مقدار به کامیون‌های مختلف است به‌گونه‌یی که علاوه بر بهره‌مندی از ظرفیت کامل کامیون‌ها توابع هدف نیز کمینه

شود. برای تخصیص محصول به کامیون‌های متفاوت، از مسئله‌ی بسته‌بندی ظرف الگوگیری شده است. پارامترها و متغیرهای تصمیم مدل در ادامه فهرست شده است.

۱.۲. پارامترها

A: هزینه‌ی سفارش‌دهی؛
h: نرخ هزینه‌ی نگه‌داری محصول؛
C: ارزش یک واحد محصول؛
D: متوسط تقاضای سالیانه؛
w_j: ظرفیت کامیون نوع jام؛
c_j: هزینه‌ی استفاده از کامیون نوع jام؛
W: وزن هر واحد از محصول؛
n: تعداد کامیون؛
m: انواع مختلف کامیون.

۲.۲. متغیرهای تصمیم

x_i: مقداری از محصول که توسط کامیون i حمل می‌شود؛
y_{ij}: یک متغیر صفر و ۱ است و زمانی مقدار آن ۱ است که کامیون i از نوع j باشد؛
k: ضریب اطمینان[۱۳] محصول.

مدل ریاضی مسئله‌ی پیشنهادی عبارت است از:

$$\text{Min } f_1 = h \times C \times \left(\frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{2} + k \times \sigma_L \right) + \frac{AD}{\sum_{i=1}^{n} x_i} + \frac{D}{\sum_{i=1}^{n} x_i} \left(\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} y_{ij} c_j \right) \quad (1)$$

$$\text{Min } f_2 = \frac{D}{\sum_{i=1}^{n} x_i} \int_k^{\infty} (t-k)\varphi(t)\,dt \quad (2)$$

s.t.

$$\sum_{j=1}^{m} y_{ij} \le 1 \quad \text{for } i = 1, 2, ..., n \quad (3)$$

$$x_j W = \sum_{j=1}^{m} w_j y_{ij} \quad \text{for } i = 1, 2, ..., n \quad (4)$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_i \le D \quad (5)$$

$$0 \le k \le (D/\sigma_L) \quad (6)$$

$$x_i \ge 0 \quad \text{for } i = 1, 2, ...n$$

$$y_{ij} \in \{0, 1\} \quad \text{for } i = 1, 2, .., n \text{ and } j = 1, 2, ..., m$$

معادله‌ی ۱ کل هزینه‌های مورد انتظار سالیانه ــ شامل هزینه‌های نگه‌داری، سفارش‌دهی و حمل‌ونقل ــ را کمینه می‌کند. معادله‌ی ۲ تعداد کمبود را کمینه می‌کند و معادله‌ی ۳ محدودیتی است که تضمین می‌کند هر کامیون فقط از یک نوع باشد. معادله‌ی ۴ محدودیتی است که متضمن بحث استفاده‌ی کامل از ظرفیت کامیون[۱۴] است. معادلات ۵ و ۶ نیز محدودیت‌های مربوط به مقدار اقتصادی سفارش و ضریب اطمینان را نشان می‌دهد.

۳. الگوگیری از مسئله‌ی بسته‌بندی ظرف

مسئله‌ی بسته‌بندی ظرف جزء مسائل بهینه‌سازی است که در دنیای واقعی خیلی کاربرد دارد. همچنین مسئله‌ی بسته‌بندی ظرف جزء مسائل Np-hard است.[۴] مسئله‌ی بسته‌بندی ظرف شامل قرارگرفتن n شیء در تعدادی (معمولاً n) بسته است. هر شیء یک وزن ($w_i > 0$)، و هر بسته یک ظرفیت دارد. هدف مسئله این است که طوری شیءها به بسته‌ها تخصیص داده شود که علاوه بر اینکه مجموع وزن شیءهای مستقر در هر بسته‌ها از ظرفیت آن تجاوز نمی‌کند، تعداد بسته‌های استفاده شده نیز کمینه شود. محققین فرمول ریاضی بسته‌بندی ظرف[۵] و نیز روش‌های مختلف بسته‌بندی ظرف[۶و۷] را ارائه کرده‌اند؛ مدل بسته‌بندی ظرف نیز عبارت است از:

$$\text{Min } z(y) = \sum_{i=1}^{n} y_i$$

s.t.

$$\sum_{j=1}^{m} w_j x_{ij} \le c y_j \quad \text{for } i = 1, 2, ..., n$$

$$\sum_{i=1}^{m} x_{ij} = 1 \quad \text{for } j = 1, 2, ..., n$$

$$y_i \in \{0, 1\} \quad \text{for } i = 1, 2, .., n$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\} \quad \text{for } i = 1, 2, .., n \text{ and } j = 1, 2, ..., m$$

که در آن c بیانگر ظرفیت بسته، و w_j بیانگر وزن شیء j است. متغیر تصمیم x_{ij} برابر ۱ است اگر شیء j داخل بسته‌ی i قرارگیرد، و y_i برابر ۱ است اگر از بسته‌ی i استفاده شود.

«بسته‌بندی ظرف با اندازه‌های مختلف» تعمیمی بر بحث بسته‌بندی ظرف است[۱۵] که در آن بسته‌ها ظرفیت و هزینه‌های مختلفی دارند. هدف این مسئله استقرار شیءها در داخل بسته‌هایی با ظرفیت و هزینه‌ی مختلف است به‌گونه‌یی که هزینه‌ی این تخصیص کمینه شود. فرمول ریاضی «بسته‌بندی ظرف با اندازه‌های مختلف» بصورت زیر است. پارامتر w_k بیانگر ظرفیت بسته از نوع k است و w_i بیانگر وزن شیء i است و c_k بیانگر هزینه‌ی استفاده از بسته نوع k است. متغیر تصمیم x_{ij} برابر مقدار یک است اگر شیء i داخل بسته j قرارگیرد و y_{jk} برابر یک است اگر بسته j از نوع k باشد.

$$\text{Min } \sum_{j=1}^{n} \sum_{k=1}^{m} c_k y_{jk}$$

s.t.

$$\sum_{j=1}^{n} x_{ij} = 1 \quad \text{for } i = 1, 2, ..., n$$

$$\sum_{k=1}^{m} y_{jk} \le 1 \quad \text{for } j = 1, 2, ..., n$$

$$\sum_{i=1}^{m} w_i . x_{ij} \le \sum_{k=1}^{m} w_k . y_{jk} \quad \text{for } j = 1, 2, ..., n$$

$$x_{ij} \in \{0, 1\} \quad \text{for } i, j = 1, 2, .., n$$
$$y_{jk} \in \{0, 1\} \quad \text{for } j = 1, 2, .., n \text{ and } k = 1, ..., m$$

در مسائل بسته‌بندی ظرف گاهی ظرفیت یک شیء بیشتر است از ظرفیت بسته‌یی که بیشینه ظرفیت را دارد؛ این مسائل را «بسته‌بندی ظرف با محصولات فراندازه» می‌نامند.[۱۶]

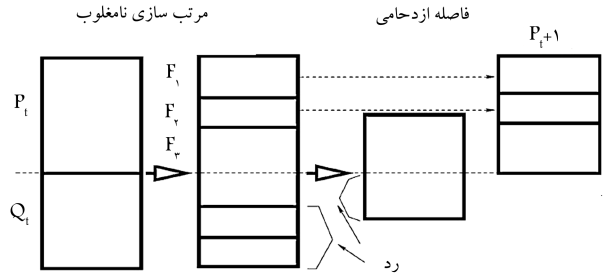
در مدل پیشنهادی نوشتار حاضر، شیء در واقع محصول است و منظور از بسته‌ها همان کامیون‌های حمل است که ظرفیت و هزینه‌های مختلف دارند. چون مدل پیشنهادی تک‌محصولی است پس تعداد شیء برابر ۱ است و شامل تعداد زیادی محصول مورد نظر است (حد بالای تعداد محصول مورد نظر در شیء برابر با میزان تقاضای سالیانه است). اما تعداد بسته که همان کامیون‌ها هستند برابر با n است که m نوع مختلف دارند. تعداد محصولی که در هر دوره سفارش داده می‌شود ممکن است از ظرفیت کامیونی که بیشترین ظرفیت را دارد تجاوز کند. در نتیجه این مدلی ترکیبی است از دو بحث «بسته‌بندی ظرف با اندازه‌های مختلف» و «بسته‌بندی ظرف با محصولات فراندازه». تفاوت مدل پیشنهادی با مدل بسته‌بندی ظرف این است که در مدل بسته‌بندی ظرف، متغیر x_{ij} یک متغیر صفر و ۱ است که طی آن اگر شیء j به بسته‌ی i تخصیص داده شود مقدار ۱ می‌گیرد اما در مدل پیشنهادی چون تعداد شیء برابر ۱ است متغیر x_i مقداری از محصول در نظر گرفته می‌شود که توسط کامیون i حمل می‌شود و یک متغیر پیوسته و بزرگ‌تر از صفر است. متغیر y_{ij} نیز یک متغیر صفر و ۱ است و زمانی که مقدار ۱ می‌گیرد بیان می‌دارد که کامیون i از نوع j است.

۴. روش حل

مدل کنترل موجودی در نظر گرفته شده در این نوشتار دارای دو تابع هدف است که هر دو کمینه‌سازی هستند. با توجه به این که این مدل دارای توابعی غیرخطی است که در ابعاد بزرگ بسیار زمان‌گیر است، بدیهی است که باید برای حل آن از الگوریتم‌های فراابتکاری استفاده شود. الگوریتمی که برای حل این مدل در نظر گرفته شده است الگوریتم NSGA-II است.[۲۰] این الگوریتم کاربردهای فراوان دارد و از انعطاف‌پذیری بالایی نیز برخوردار است. باید این نکته را در نظر داشت که گرچه الگوریتم‌های فراابتکاری فضای بسیار بزرگی از جواب‌های کاندید را جست‌وجو می‌کنند، هیچ ضمانتی برای دست‌یابی به جواب بهینه وجود ندارد. برای تأیید جواب‌های پارتوی به دست آمده توسط این الگوریتم، این مدل در ابعاد کوچک توسط روش محدودیت اپسیلون نیز حل می‌شود. برای بررسی کیفیت جواب‌های تولید شده توسط این الگوریتم در ابعاد بزرگ، از دو شاخص «تعداد جواب‌های نامغلوب» و «زمان حل» استفاده شده است.

۱.۴. الگوریتم NSGA-II

محققین برای مسائل بهینه‌سازی چندهدفه الگوریتم NSGA را ارائه‌دادند.[۲۱] در این الگوریتم برای رتبه‌بندی جواب‌ها از معیار نامغلوب گلدبرگ، و برای کنترل پراکندگی[۱۵] جواب از اشتراک تابع ارزیابی[۱۶] استفاده شده است. حساسیت بسیار بالای NSGA به پارامترهای اشتراک تابع ارزیابی، آقای دب را تشویق کرد تا الگوریتم NSGA-II را ارائه کند.[۲۰] این الگوریتم کاربردهای فراوان دارد و از انعطاف‌پذیری بالایی نیز برخوردار است. سیکل تکاملی NSGA-II و شبه کد آن در شکل ۱ نشان داده شده است.



شکل ۱. سیکل تکاملی NSGA-II (t شمارنده تکرار، p_t جمعیت اولیه، Q_t جمعیت جدید تولید شده، F_i امین خط Front، P_{t+1} جمعیت در تکرار بعدی).

شبه‌کد NSGA-II عبارت است از:

1. Initialize Npop random solutions.
2. Evaluate initial solution by their objective function values.
3. Assign ranks to the solutions based on Goldberg's ranking procedure (non-dominated sorting).
4. Calculate crowding distance.
5. While stopping condition are not satisfied.
   a. Create and fill the mating pool using binary tournament selection.
   b. Apply crossover and mutation operators to the mating pool.
   c. Evaluate objective function values of the new solutions.
   d. Merge the old population and the newly created solutions.
   e. Assign rank according to Goldberg's ranking procedure.
   f. Calculate crowding distance.
   g. Sort the population and select better solutions.

   End while.

۱.۱.۴. ساختار کروموزوم

کروموزوم دارای $n+1$ ژن است (n تعداد کامیون‌ها است که هرکامیون می‌تواند m حالت داشته باشد)؛ n ژن اول بیان‌گر نوع وسیله‌ی حمل‌ونقل در هرکامیون، و ژن $n+1$ بیان‌گر ضریب اطمینان است. در شکل ۲ نحوه‌ی نمایش یک کروموزوم با مقادیر $n = 4$ و $m = 3$ نشان داده شده است.

نوع کامیون یک	نوع کامیون دو	نوع کامیون سه	نوع کامیون چهار	ضریب اطمینان
۱	۰	۲	۳	۱۶/۲۴

شکل ۲. ساختار کروموزوم.

این کروموزوم نشان می‌دهد که کامیون اول از نوع اول است و از کامیون دوم استفاده نشده است؛ کامیون سوم از نوع دوم، و کامیون چهارم از نوع سوم است. به‌عبارت دیگر از سه کامیون استفاده شده که یکی از آنها از نوع یک، دیگری از نوع دو و آخری از نوع سه است و مقدار ضریب اطمینان برابر با ۱۶٫۲۴ است. ژن‌های ۱ تا n با تولید عدد صحیح تصادفی در بازه $[0, m]$، و ژن $n+1$ با تولید عدد تصادفی در بازه $[0, D/\sigma]$ به دست می‌آید که باعث می‌شود هیچ‌گاه معادله‌ی ۶ نقض نشود. در واقع خانه‌های ۱ تا n کروموزوم بیانگر متغیرهای y_{ij} هستند. وقتی مقدار اولین ژن برابر با ۱ شده، یعنی مقادیر $y_{11}=1, y_{21}=0, y_{13}=0, y_{14}=0$ هستند. این نوع کروموزوم باعث می‌شود که هیچ‌گاه معادله‌ی ۳ نقض نشود. مقادیر x_j با توجه با معادله‌ی ۴ محاسبه می‌شود: $x_j = \left(\sum_{j=1}^{m} y_{ij} w_j\right) / w$. مثلاً برای پارامترهای $w=20$ و $w_1=600$ مقدار x_1 با توجه به کروموزوم بالا $x_1=30$ به دست می‌آید.

۲.۱.۴. عملگرهای NSGA-II

برای پیدا کردن جواب‌هایی با کیفیت بهتر، نیاز به جست‌وجو در فضای جواب است تا با استفاده از نسل‌های موجود، نسل‌های جدیدی تولید شود. برای این منظور در NSGA-II از تعدادی عملگر استفاده می‌شود که یکی از اصلی‌ترین آنها تقاطع است. عملگر تقاطع عملگری ترکیبی است که شامل سه مرحله است: ابتدا دو کروموزوم به‌صورت تصادفی انتخاب می‌شود، سپس محلی برای عمل تقاطع به‌طور تصادفی در طول کروموزوم انتخاب می‌شود، و در نهایت مقدار دو کروموزوم با توجه به محل تقاطع جابه‌جا می‌شود. روش‌های زیادی برای عمل تقاطع مانند روش تک‌نقطه‌یی، دونقطه‌یی و چندنقطه‌یی و غیره وجود دارد. در این مسئله از روش تک‌نقطه‌یی استفاده شده است. در شکل ۳ نحوه‌ی کار عملگر تقاطع نشان داده شده است.

یکی دیگر از عملگرهای پرکاربرد NSGA-II، عملگر جهش است. این عملگر برای جلوگیری از همگرایی سریع و کمک به الگوریتم جست‌وجو برای فرار از دام کمینه‌های محلی مفید است. از سوی‌دیگر این عملگر برای حفظ حالت متفاوت و متمایزبودن کروموزوم‌ها در یک جمعیت کاربرد دارد. عملگر جهش انواع مختلف دارد. در این مسئله از یک روش ترکیبی استفاده شده است که طی آن برای ژن $n+1$ یک عدد تصادفی در بازه $[0, D/\sigma_L]$ تولید می‌شود و پس از محاسبه‌ی میانگین دو عدد، حاصل در ژن $n+1$ قرار داده می‌شود. برای ژن‌های ۱ تا n از روش مبادله‌ی دوطرفه[17] استفاده شده که در آن دو ژن به‌صورت تصادفی انتخاب، و مقدار آنها با هم عوض می‌شود. در شکل ۴ نحوه‌ی کار عملگر جهش نشان داده شده است.

ابتدا دو عدد ژن از بین ۱ تا n انتخاب، و سپس جای آنها عوض می‌شود (مثلاً ژن ۱ و ۴ انتخاب و جای آنها عوض می‌شود). سپس یک عدد تصادفی از بازه $[0, D/\sigma_L]$ (مثلاً عدد ۲۰٫۵) تولید می‌شود. میانگن ۲۰٫۵ و ۲٫۵ برابر با ۱۱٫۵ می‌شود و در خانه $n+1$ قرار داده می‌شود.

۳.۱.۴. تعیین پارامترها

۱. **تعیین پارامترهای الگوریتم NSGA-II**

الگوریتم‌های فرابتکاری دارای تعدادی پارامتر هستند که هرکدام از این پارامترها برکیفیت و سرعت رسیدن به جواب‌ها تأثیرگذارند. الگوریتم NSGA-II دارای پارامترهایی مانند نرخ تقاطع، نرخ جهش، اندازه جمعیت اولیه، و تعداد تکرار است که تغییر هرکدام از آنها بر سرعت رسیدن به جواب‌ها و کیفیت آنها تأثیرگذار است. در جدول ۱ تعداد و مقدار سطوح در نظر گرفته شده برای هرکدام از

والد ۱	۲	۳	۰	۳	۲۵/۳
والد ۱	۱	۱	۲	۲	۱۰/۴
فرزند ۱	۲	۳	۲	۲	۱۰/۴
فرزند ۲	۱	۱	۰	۳	۲۵/۳

شکل ۳. مثالی از عملگر تقاطع.

والد	۳	۰	۲	۱	۲/۵
فرزند	۱	۰	۲	۳	۱۱/۵

شکل ۴. مثالی از عمگر جهش.

جدول ۱. معرفی پارامترهای استفاده شده در الگوریتم NSGA-II در روش تاگوچی.

پارامترها	کمترین ۱	میانه ۲	بیشترین ۳
MaxIt	۳۰	۵۰	۱۰۰
Npop	۵۰	۷۵	۱۰۰
Pc	۰٫۶	۰٫۷	۰٫۸
Pm	۰٫۲	۰٫۳	۰٫۴

پارامترها ارائه شده است. با مراجعه به جدول استاندارد ارائه‌های متعامد در روش تاگوچی، با نرم‌افزار مینی‌تب نسخه‌ی ۱۴، ارائه‌های متعامد، $L_{27}(3^4)$ به‌عنوان مناسب‌ترین طرح انتخاب می‌شود. روش S/N [18] و RPD [19] عبارت است از:

$$S/N = -10 \log_{10}\left(\frac{1}{k}\sum_{i=1}^{k}\gamma^2\right)$$

قسمت S به مقادیر مطلوب و قسمت N به مقادیر غیرمطلوب اشاره می‌کند. همچنین K تعداد اجرای هر آزمایش و γ_i پاسخ فرایند است.

$$\mathrm{RPD} = \frac{Alg_{sol} - Best_{sol}}{Best_{sol}}$$

در رابطه‌ی RPD، Alg_{sol} مقدار به دست آمده برای تابع هدف هر مسئله‌ی نمونه توسط الگوریتم است؛ $Best_{sol}$ نیز بهترین مقدار تابع هدف در بین مسائل نمونه‌ی حل شده است. به‌دلیل این که الگوریتم پیشنهادی جزء الگوریتم‌های چندهدفه است، برای مقایسه‌ی نتایج آزمایش‌ها چند معیار مورد نیاز است. معیارهای «تعداد جواب‌های نامغلوب» و «زمان حل» بدین منظور در نظرگرفته شده است. بهترین جواب برای تعداد جواب‌های نامغلوب جوابی است که بیشترین تعداد جواب نامغلوب را دارد و بهترین جواب برای زمان حل، جوابی است که کم‌ترین زمان حل را دارد. نتایج آزمایشات به طورکامل در جدول ۲ ارائه شده است. ستون دوم تا پنجم این جدول شامل ارائه‌های متعامد با استفاده از روش

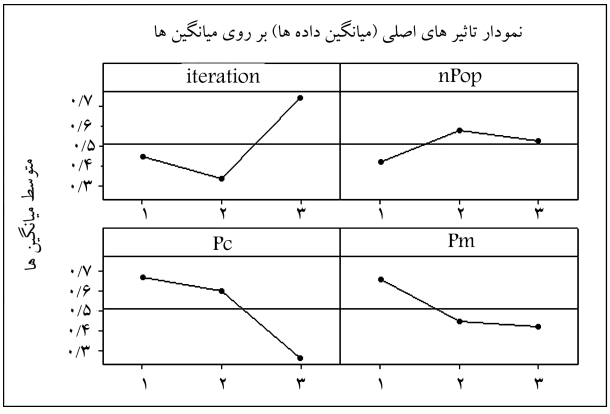
جدول ۲. نتایج کامل آزمایشات به‌روش تاگوچی برای پارامترهای الگوریتم NSGA-II.

آزمایش	آرایه‌های متعامد با استفاده از روش تاگوچی $L_{۲۷}(۳^۴)$				نتایج آزمایشات		RPD		نرمال شده RPD		جمع مقادیر نرمال شده
					تعداد جواب نامغلوب	زمان حل (ثانیه)	تعداد جواب نامغلوب	زمان حل (ثانیه)	تعداد جواب نامغلوب	زمان حل (ثانیه)	
۱	۱	۱	۱	۱	۹	۰٫۵۷۴۷	۰٫۱	۰٫۰۰۰۰	۰٫۵	۰٫۰۰۰۰	۰٫۵۰۰۰
۲	۱	۱	۱	۱	۸	۰٫۶۲۱۷	۰٫۲	۰٫۰۸۱۸	۱	۰٫۰۰۴۳	۱٫۰۰۴۳
۳	۱	۱	۱	۱	۹	۰٫۶۰۸۵	۰٫۱	۰٫۰۵۸۸	۰٫۵	۰٫۰۰۳۱	۰٫۵۰۳۱
۴	۱	۲	۲	۲	۹	۰٫۹۶۸۹	۰٫۱	۰٫۶۸۵۹	۰٫۵	۰٫۰۳۶۴	۰٫۵۳۶۴
۵	۱	۲	۲	۲	۹	۱٫۱۰۸۵	۰٫۱	۰٫۹۲۸۸	۰٫۵	۰٫۰۴۹۲	۰٫۵۴۹۲
۶	۱	۲	۲	۲	۹	۱٫۰۵۹۷	۰٫۱	۰٫۸۴۳۹	۰٫۵	۰٫۰۴۴۷	۰٫۵۴۴۷
۷	۱	۳	۳	۳	۱۰	۱٫۷۵۳۳	۰	۲٫۰۵۰۸	۰	۰٫۱۰۸۷	۰٫۱۰۸۷
۸	۱	۳	۳	۳	۱۰	۲٫۰۴۲	۰	۲٫۵۵۳۲	۰	۰٫۱۳۵۴	۰٫۱۳۵۴
۹	۱	۳	۳	۳	۱۰	۱٫۹۳۶۷	۰	۲٫۳۶۹۹	۰	۰٫۱۲۵۶	۰٫۱۲۵۶
۱۰	۲	۱	۲	۳	۱۰	۱٫۳۳۴۹	۰	۱٫۳۲۲۸	۰	۰٫۰۷۰۱	۰٫۰۷۰۱
۱۱	۲	۱	۲	۳	۹	۱٫۴۳۵	۰٫۱	۱٫۴۹۷۰	۰٫۵	۰٫۰۷۹۴	۰٫۵۷۹۴
۱۲	۲	۱	۲	۳	۱۰	۱٫۵۹۹۴	۰	۱٫۷۸۳۰	۰	۰٫۰۹۴۵	۰٫۰۹۴۵
۱۳	۲	۲	۳	۱	۱۰	۱٫۹۷۸۶	۰	۲٫۴۴۲۸	۰	۰٫۱۲۹۵	۰٫۱۲۹۵
۱۴	۲	۲	۳	۱	۹	۲٫۱۹۹۴	۰٫۱	۲٫۸۲۷۰	۰٫۵	۰٫۱۴۹۹	۰٫۶۴۹۹
۱۵	۲	۲	۳	۱	۱۰	۲٫۱۲۵۲	۰	۲٫۶۹۷۹	۰	۰٫۱۴۳۰	۰٫۱۴۳۰
۱۶	۲	۳	۱	۲	۱۰	۳٫۵۸۳۱	۰	۵٫۲۳۴۷	۰	۰٫۲۷۷۵	۰٫۲۷۷۵
۱۷	۲	۳	۱	۲	۹	۳٫۶۲۴۸	۰٫۱	۵٫۳۰۷۳	۰٫۵	۰٫۲۸۱۴	۰٫۷۸۱۴
۱۸	۲	۳	۱	۲	۱۰	۳٫۸۹۱۷	۰	۵٫۷۷۱۷	۰	۰٫۳۰۶۰	۰٫۳۰۶۰
۱۹	۳	۱	۳	۲	۱۰	۴٫۱۸۸۹	۰	۶٫۲۸۸۸	۰	۰٫۳۳۳۴	۰٫۳۳۳۴
۲۰	۳	۱	۳	۲	۱۰	۴٫۴۱۶۵	۰	۶٫۶۸۴۹	۰	۰٫۳۵۴۴	۰٫۳۵۴۴
۲۱	۳	۱	۳	۲	۱۰	۴٫۳۶۶۶	۰	۶٫۵۹۸۱	۰	۰٫۳۴۹۸	۰٫۳۴۹۸
۲۲	۳	۲	۱	۳	۱۰	۹٫۷۳۴۱	۰	۱۵٫۹۳۷۷	۰	۰٫۸۴۵۰	۰٫۸۴۵۰
۲۳	۳	۲	۱	۳	۱۰	۱۰٫۷۷۲۴	۰	۱۷٫۷۴۴۴	۰	۰٫۹۴۰۷	۰٫۹۴۰۷
۲۴	۳	۲	۱	۳	۱۰	۹٫۹۷۳۳	۰	۱۶٫۳۵۳۹	۰	۰٫۸۶۷۰	۰٫۸۶۷۰
۲۵	۳	۳	۲	۱	۱۰	۱۱٫۲۱۶۲	۰	۱۸٫۵۱۶۶	۰	۰٫۹۸۱۷	۰٫۹۸۱۷
۲۶	۳	۳	۲	۱	۱۰	۱۱٫۶۶۸	۰	۱۹٫۳۰۲۸	۰	۱٫۰۲۳۴	۱٫۰۲۳۴
۲۷	۳	۳	۲	۱	۱۰	۱۱٫۴۱۴۸	۰	۱۸٫۸۶۲۲	۰	۱٫۰۰۰۰	۱٫۰۰۰۰

جدول ۳. پارامترهای الگوریتم NSGA-II.

تعداد تکرار	اندازه جمعیت اولیه	نرخ تقاطع	نرخ جهش
۵۰	۵۰	۰٫۸	۰٫۴

تاگوچی است. ستون ششم و هفتم این جدول نیز دربرگیرنده‌ی نتایج آزمایشات براساس هرکدام از معیارهاست؛ در ستون هشتم و نهم این جدول مقادیر نسبت RPD برای هریک از معیارها ثبت شده است. در نهایت برای جمع‌مقادیر این دو معیار، ابتدا آنها را نرمال کرده و سپس نتیجه در ستون آخر ثبت شده است. با توجه به نتایج شکل ۵ که خروجی نرم‌افزار مینی‌تب است و داده‌های جدول ۲، مقادیر حاصله برای پارامترهای الگوریتم NSGA-II در جدول ۳ ارائه شده است.



شکل ۵. مقادیر سطوح مختلف پارامترهای الگوریتم در نسبت RPD.

۲. **تعیین پارامترهای مدل پیشنهادی مسئله**

در این قسمت یک مدل کنترل موجودی تک‌محصولی در نظر گرفته شده است و پارامترهای مربوط به بحث کنترل موجودی در جدول ۴ آورده شده است. مقادیری که برای این پارامترها در نظر گرفته شده است مطابق مقادیر پارامترهای کنترل موجودی در مقالات تسو[۱۸و۱۹] است. همچنین برای بحث حمل‌ونقل، چهار نوع مختلف کامیون ــ شامل وانت، نیسان، کامیونت (خاور)، و ماشین باربری ۱۰ تن ــ در نظر گرفته شده و مقادیر مربوط به هزینه و ظرفیت هرکدام از آنها در جدول ۵ آورده شده است (واحد هزینه‌ی دلار لحاظ شده است). وزن محصول نیز ۲۰ کیلوگرم در نظر گرفته شده است.

۲.۴. روش قیود محدود محدودیت اپسیلون

روش محدودیت اپسیلون یکی از رویکردهای شناخته شده برای مسائل چندهدفه است. این روش مبتنی بر تبدیل مسائل بهینه‌ی چندهدفه به یک مسئله‌ی بهینه‌ی تک‌هدفه است. رویکرد این مسئله به این صورت است که تمامی توابع هدف به‌غیر از یکی از آنها را تبدیل به محدودیت کرده و مسئله را حل می‌کند.[۲۲] فرمول ریاضی این روش عبارت است از:

$$\text{Min } F(x) = \{f_1(x), .., f_n(x)\}$$
$$\text{s.t. } g(x) \le 0 \quad \downarrow \quad h(x) = 0$$
$$\text{Min } F(x) = f_i(x)$$
$$\text{s.t. } f_j(x) \le \varepsilon_j \quad j = 1, 2, .., n \ \ j \neq i$$
$$g(x) \le 0 \quad h(x) = 0$$

جدول ۴. مقادیر پارامترهای کنترل موجودی.

نوع	D	σ_L	A	c	h
۱	۳۴۱۲	۵۳٫۳۵۴	۸۰	۲۷٫۵	۰٫۲۶
۲	۴۹۰	۵٫۰۲۷	۸۰	۲۴۱	۰٫۳
۳	۴۷۳۶	۵۷٫۹۱۱	۱۳۵	۲۹٫۴۱	۰٫۳
۴	۲۰۰	۲٫۹۶۹	۸۰	۲۳۳	۰٫۲۶
۵	۲۱۵	۲٫۷۸۱	۸۰	۴۳۵	۰٫۳
۶	۲۲۷۷۴	۲۴۵٫۳۳۳	۱۳۵	۱۲٫۶	۰٫۲۶
۷	۱۰۵۵۷	۸۵٫۳۹۵	۱۳۵	۲٫۱۴	۰٫۲۶

جدول ۵. اطلاعات هزینه و ظرفیت انواع کامیون.

حالت ماشین	ظرفیت	هزینه (دلار)
۱	۵۰۰	۵۰
۲	۲۲۰۰	۱۵۰
۳	۴۷۰۰	۳۱۵
۴	۱۰۰۰۰	۶۳۵

۵. نتایج محاسباتی

در قسمت نتایج، ابتدا الگوریتم پیشنهادی در ابعاد کوچک بررسی شده و سپس برای ارزیابی عملکرد الگوریتم، نتایج با روش محدودیت اپسیلون نیز حل شده است. پس از ارزیابی نتایج محاسباتی به دست آمده از این دو روش حل، الگوریتم پیشنهادی برای ابعاد بزرگ نیز ارزیابی شده است. در این قسمت ده مسئله‌ی مختلف توسط الگوریتم NSGA-II حل شده و کیفیت جواب‌ها توسط دو شاخص «تعداد جواب‌های نامغلوب» و «زمان حل» ارزیابی شده است.

۱.۵. بررسی نتایج برای مسئله‌ی با ابعاد کوچک

در این قسمت یک مدل کنترل موجودی تک‌محصولی در نظر گرفته شده است. برای تعیین پارامترهای کنترل موجودی این مسئله از ردیف اول جدول ۴ استفاده شده است، جایی که متوسط تقاضای سالیانه ۳۴۱۲، هزینه‌ی سفارش‌دهی ۸۰، ارزش یک واحد محصول ۲۷٫۵، و نرخ هزینه‌ی نگه‌داری ۰٫۲۶ در نظر گرفته شده است. برای حمل محصول از سه کامیون استفاده شده است؛ این سه کامیون را می‌توان از دو نوع مختلف ــ در اینجا نیسان و کامیونت (خاور) ــ انتخاب کرد. مقادیر مربوط به کرایه‌ی حمل و ظرفیت این دو نوع وسیله‌ی حمل‌ونقل در جدول ۵ ارائه شده است. وزن محصول نیز چنان که قبلاً گفته شد ۲۰ کیلوگرم در نظر گرفته شده است. هدف پیداکردن مقدار اقتصادی سفارش و تخصیص آن به کامیون‌هاست به‌نحوی که هزینه‌های موجودی و حمل‌ونقل و نیز تعداد کمبود به‌طور همزمان کمینه شود. به‌منظور به‌دست آوردن یک جواب نزدیک به بهینه، الگوریتم NSGA-II کدگذاری و مورد استفاده قرارگرفته است. پارامترهای مربوط به الگوریتم چنان که پیش‌تر اشاره شد در جدول ۳ نشان داده شده است. این مسئله توسط روش محدودیت اپسیلون نیز حل شده است. بدین‌منظور تابع هدف مربوط به هزینه‌ها (f_1) به‌عنوان یک محدودیت در نظر گرفته شده و حد بالای اپسیلون برای آن منظور شده است. معادله‌ی ۷ بیان‌گر این محدودیت است:

$$h \times C \times \left(\frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{2} + k \times \sigma_L \right) + \frac{AD}{\sum_{i=1}^{n} x_i} + \frac{D}{\sum_{i=1}^{n} x_i} \left(\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} y_{ij} c_j \right) \le \varepsilon \qquad (۷)$$

با توجه به رفتار دو تابع هدف، مقدارکمینه‌ی تابع هدف مربوط به تعداد کمبود (f_2)، زمانی رخ می‌دهد که معادله‌ی ۷ به‌صورت مساوی باشد. مقدار ε برابر با ۲۵۰۰۰ در نظر گرفته شده است.

$$h \times C \times \left(\frac{\sum_{i=1}^{n} x_i}{2} + k \times \sigma_L \right) + \frac{AD}{\sum_{i=1}^{n} x_i} + \frac{D}{\sum_{i=1}^{n} x_i} \left(\sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{m} y_{ij} c_j \right) = \varepsilon \qquad (۸)$$

تمام حالات ممکن برای تخصیص محصول به کامیون‌ها ۹ مورد است که در جدول ۶ نشان داده شده است. مقدار سفارش را نیز با توجه به ظرفیت هر نوع کامیون می‌توان

جدول ۶. حالات مختلف تخصیص محصول به کامیون‌ها.

نوع کامیون			$Q=\sum_{i=1}^{3} x_i$
یک	دو	سه	
۱	۰	۰	۱۱۰
۱	۱	۰	۲۲۰
۱	۱	۱	۳۳۰
۲	۰	۰	۲۳۵
۲	۱	۰	۳۴۵
۱	۱	۲	۴۵۵
۲	۲	۰	۴۷۰
۱	۲	۲	۵۸۰
۲	۲	۲	۷۰۵

جدول ۷. نتایج به دست آمده برای حالات مختلف تخصیص محصول به کامیون‌ها.

نوع کامیون			$Q=\sum_{i=1}^{3} x_i$	k	f_2
یک	دو	سه			
۱	۰	۰	۱۱۰	۴۵/۸۰۱۹	۹۸۶۲/۴
۱	۱	۰	۲۲۰	۴۸/۰۲۳۵	۴۸۹۸/۲
۱	۱	۱	۳۳۰	۴۸/۰۷۶۷	۳۲۶۴/۹
۲	۰	۰	۲۳۵	۴۸/۲۹۸۱	۴۵۸۱/۷
۲	۱	۰	۳۴۵	۴۸/۱۷۱۹	۳۱۲۲/۱
۱	۱	۲	۴۵۵	۴۷/۶۰۸۲	۲۳۷۱/۳
۲	۲	۰	۴۷۰	۴۷/۶۱۸۲	۲۲۹۵/۶
۱	۲	۲	۵۸۰	۴۶/۸۳۶۷	۱۸۶۴/۶
۲	۲	۲	۷۰۵	۴۵/۹۲۳۴	۱۵۳۸/۳

جدول ۸. جواب بهینه به دست آمده از روش محدودیت اپسیلون.

نوع کامیون			k	$f_1=\varepsilon$	f_2
یک	دو	سه			
۲	۲	۲	۴۵/۹۲۳۴	۲۵۰۰۰	۱۵۳۸/۳

به دست آورد. حال برای هریک از این حالات مختلف، مقدار k با استفاده از معادله‌ی ۹ محاسبه می‌شود.

$$k=\frac{\left(\varepsilon-\left(h\times C\times\frac{\sum_{i=1}^{n}x_i}{2}\right)-\frac{A.D}{\sum_{i=1}^{n}x_i}-\frac{D}{\sum_{i=1}^{n}x_i}\left(\sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{m}y_{ij}c_j\right)\right)}{(h\times C\times\sigma_L)} \quad (۹)$$

با استفاده از معادلات ۸ و ۹، مقدار تابع هدف برای هریک از ۹ حالت بیان شده در جدول ۶ محاسبه می‌شود و موردی که کم‌ترین مقدار را داشته باشد به‌عنوان حالت بهینه در نظر گرفته می‌شود. نتایج مربوط به این محاسبات در جدول ۷ نشان داده شده است. چنان‌که مشاهده می‌شود کم‌ترین مقدارf_2 مربوط به سطر آخر است؛ در این حالت هر سه کامیون از نوع دو هستند و مقدار بهینه برای ضریب اطمینان ۴۵/۹۲۳۴ به دست آمده است. نتایج مربوط به جواب بهینه به‌طور جداگانه در جدول ۸ ارائه شده است. این مسئله با الگوریتم NSGA-II نیز حل شده است. نزدیک‌ترین جواب نامغلوب به دست آمده از روش NSGA-II

جدول ۹. نزدیک‌ترین جواب نامغلوب به دست آمده از الگوریتم NSGA-II به جواب روش محدودیت اپسیلون.

نوع کامیون			k	f_1	f_2
یک	دو	سه			
۲	۲	۲	۴۵/۹۲۳۸	۲۵۰۰۰/۱۵	۱۵۳۸/۲۵۴

به جواب روش محدودیت اپسیلون در جدول ۹ ارائه شده است. چنان که مشاهده می‌شود مقدار ضریب اطمینان برابر با ۴۵/۹۲۳۸ به دست آمده و مقادیر توابع هدف $f_1 = ۲۵۰۰۰/۱۵$ و $f_2 = ۱۵۳۸/۲۵$ حاصل شده است. با مقایسه‌ی نتایج به دست آمده از روش NSGA-II و محدودیت اپسیلون برای این مسئله، نتیجه می‌گیریم که اختلاف نتایج بسیار ناچیز است. برای ارزیابی بهتر نتایج به دست آمده توسط روش محدودیت اپسیلون و NSGA-II، این مسئله با مقادیر مختلفی از ε نیز حل شده است و مقادیر مربوط به ضریب اطمینان و توابع هدف و مقدار اقتصادی سفارش هرکدام از دو روش حل در جدول ۱۰ ارائه شده است.

چنان که ملاحظه می‌شود نتایج حاصله بسیار نزدیک به هم هستند. به‌طور مثال برای $\varepsilon = ۳۰۰۰۰$، مقدار ضریب اطمینان به دست آمده به‌ترتیب توسط محدودیت اپسیلون و الگوریتم NSGA-II، مقادیر ۵۹/۰۳۲۰ و ۵۹/۰۹۰۶ به دست آمده است. همچنین مقدار تابع هدف f_2 به‌ترتیب ۱۴۷۷/۶ و ۱۴۷۷/۳ به دست آمده است. نتایج به دست آمده توسط این دو روش حل، بیانگر نزدیکی بسیار زیاد این مقادیر است. چنان که ملاحظه می‌شود مقدار کمبود و ضریب اطمینان به دست آمده عدد بالایی هستند که می‌توان نتیجه گرفت بهتر است از تعداد کامیون‌های بیشتری برای حمل محصولات استفاده شود.

۲.۵. بررسی نتایج برای مسئله‌ی با ابعاد بزرگ

برای بررسی کیفیت جواب‌های الگوریتم پیشنهادی در ابعاد بزرگ، ۱۰ مسئله توسط الگوریتم، حل و بررسی شده است. از طرفی عملکرد الگوریتم‌های چندهدفه از عملکرد الگوریتم‌های تک‌هدفه بسیار پیچیده‌تر است و با توجه به معیارهای ارائه‌شده، یک شاخص ارزیابی نمی‌تواند برای بررسی جواب‌های حاصل از الگوریتم‌های پیشنهادی ارائه‌شده کافی باشد. از این رو در این مقاله، برای بررسی کیفیت جواب‌های حاصل از الگوریتم NSGA-II از دو شاخص «تعداد جواب‌های نامغلوب» و «زمان حل» در ابعاد بزرگ استفاده می‌شود. پارامترهای مربوط به بحث کنترل موجودی، مطابق مقادیر پارامترهای کنترل موجودی[۱۸و۱۹] است که در جدول ۴ ارائه شده است. همچنین برای بحث حمل‌ونقل، ۴ نوع مختلف کامیون ــ شامل وانت، نیسان، کامیونت (خاور)، و ماشین باربری ۱۰ تن ــ در نظر گرفته شده است. مقادیر مربوط به هزینه و ظرفیت هرکدام از این انواع کامیون در جدول ۵ ارائه شده است. حال با ترکیب ۷ نوع مختلف پارامترهای موجودی ارائه‌شده در جدول ۴ و چهار نوع وسیله‌ی حمل‌ونقل مختلف ارائه‌شده در جدول ۵، تعداد ده مسئله تولید شده و هرکدام از آنها توسط الگوریتم پیشنهادی حل شده است. نتایج محاسباتی الگوریتم NSGA-II برای ده مسئله در جدول ۱۱ آورده شده است. تمام محاسبات توسط رایانه‌یی با مشخصات CPU ۳/۴۰ GHz Intel Core i3-4130 و RAM 4GB حل شده است. ستون دوم این جدول بیانگر نوع پارامترهای کنترل موجودی انتخاب شده از جدول ۴ است. به‌طور مثال برای مسئله‌ی ۱، از پارامترهای کنترل موجودی نوع پنجم در جدول ۴ استفاده شده است. ستون سوم

جدول ۱۰. مقایسه‌ی نتایج حاصل از الگوریتم NSGA-II و محدودیت اپسیلون.

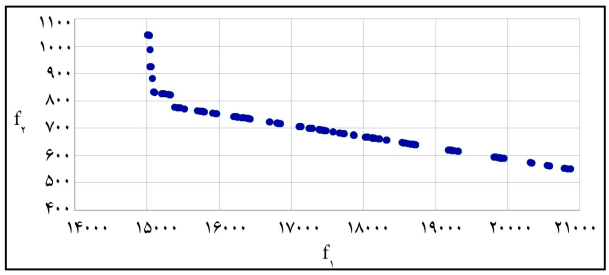
محدودیت اپسیلون				NSGA-II			
$f_1 = \varepsilon$	f_2	k	Q	f_1	f_2	k	Q
۳۰۰۰۰	۱۴۷۷٫۶	۵۹٫۰۳۰۲	۷۰۵	۳۰۰۲۳٫۰۲	۱۴۷۷٫۳	۵۹٫۰۹۰۶	۷۰۵
۲۷۰۰۰	۱۵۱۴	۵۱٫۱۶۶۱	۷۰۵	۲۷۰۰۱٫۷۹	۱۵۱۳٫۹	۵۱٫۱۷۰۸	۷۰۵
۲۴۰۰۰	۱۵۵۰٫۴	۴۳٫۳۰۲۱	۷۰۵	۲۳۹۹۶٫۸۳	۱۵۵۰٫۵	۴۳٫۲۹۳۷	۷۰۵
۲۱۰۰۰	۱۵۸۷	۳۵٫۴۳۸	۷۰۵	۲۱۰۱۰٫۵۴	۱۵۸۶٫۹	۳۵٫۴۶۵۶	۷۰۵
۱۸۰۰۰	۱۶۲۳٫۶	۲۷٫۵۷۳۹	۷۰۵	۱۸۰۰۳	۱۶۲۳٫۶	۲۷٫۵۸۱۷	۷۰۵
۱۵۰۰۰	۱۶۶۰٫۴	۱۹٫۷۰۹۸	۷۰۵	۱۴۹۹۹٫۱۲	۱۶۶۰٫۴	۱۹٫۷۰۷۵	۷۰۵
۱۲۰۰۰	۱۶۹۷٫۲	۱۱٫۸۴۵۷	۷۰۵	۱۲۰۰۹٫۵۷	۱۶۹۷٫۱	۱۱٫۸۷۰۸	۷۰۵

جدول ۱۱. نتایج محاسباتی الگوریتم NSGA-II برای ۱۰ مسئله.

مسئله	نوع پارامتر موجودی	تعداد کامیون (n)	تعداد انواع کامیون (m)	نوع کامیون در نظر گرفته شده	NSGA-II با ۳۰ تکرار		NSGA-II با ۵۰ تکرار		NSGA-II با ۱۰۰ تکرار	
					زمان حل (ثانیه)	تعداد جواب‌های نامغلوب	زمان حل (ثانیه)	تعداد جواب‌های نامغلوب	زمان حل (ثانیه)	تعداد جواب‌های نامغلوب
۱	۵	۵	۲	۲, ۱	۰٫۶۶۴۴	۳	۱٫۰۵	۵	۲٫۸۹	۱۷
۲	۱	۸	۳	۳, ۲, ۱	۱٫۰۹	۱۱	۲٫۸	۱۴	۱۰٫۶۲	۱۷
۳	۶	۱۰	۳	۴, ۳, ۲	۱٫۳۱	۱۳	۲٫۹۲	۱۶	۱۲٫۳۳	۱۸
۴	۷	۱۲	۴	۴, ۳, ۲, ۱	۱٫۲۳	۱۰	۲٫۷۶	۱۲	۱۱٫۱۱	۱۴
۵	۳	۹	۳	۳, ۲, ۱	۱٫۳۴	۲۰	۳٫۱۲	۲۱	۱۱٫۳۳	۲۳
۶	۶	۱۰	۲	۴, ۳	۱٫۵	۱۵	۳٫۵۳	۲۴	۱۲٫۱۴	۲۶
۷	۴	۶	۳	۳, ۲, ۱	۰٫۶۶	۳	۳٫۵۴	۱۲	۳٫۷۶	۲۲
۸	۷	۱۰	۳	۴, ۳, ۱	۱٫۲	۱۵	۳٫۲۴	۱۸	۱۱٫۲۷	۲۱
۹	۲	۶	۲	۳, ۱	۰٫۶۵	۱۰	۱٫۰۶	۱۲	۳٫۲۹	۱۶
۱۰	۶	۲۰	۴	۴, ۳, ۲, ۱	۱٫۳	۲۱	۲٫۷۷	۲۴	۱۲٫۱۸	۲۶

این جدول بیان‌گر تعداد کامیون‌های استفاده شده است؛ ستون چهارم نیز تعداد انواع مختلف کامیون‌های استفاده شده را نشان می‌دهد؛ و ستون پنجم بیان می‌دارد که از چهار نوع مختلف کامیون‌های موجود کدام یک در مدل قابل استفاده‌اند. به‌طور مثال در مسئله‌ی یک، از ۵ کامیون استفاده شده که می‌تواند از دو نوع مختلف باشد. این دو نوع مختلف عبارت‌اند از کامیون‌های نوع ۱ و ۲؛ به عبارت دیگر در مسئله‌ی یک می‌توان از کامیون‌های نوع ۱ و ۲ در مدل استفاده کرد. حال این ۵ کامیون را می‌توان تماماً از نوع یک انتخاب کرد، یا تمام آن از نوع ۲ باشد، و یا هر ترکیبی از این دو مدل کامیون می‌توان مورد استفاده قرار داد. در ستون ششم و هفتم، هر مسئله توسط الگوریتم حل شده است و تعداد جواب‌های نامغلوب در ستون هفتم و زمان حل الگوریتم براساس واحد ثانیه در ستون هشتم قرار داده شده است.

هر مسئله با سه تکرار متفاوت حل شده است؛ در ستون هفتم و هشتم، هر مسئله با ۳۰ تکرار حل شده است؛ در ستون نهم و دهم مسئله با ۵۰ تکرار حل شده، و در ستون یازدهم و دوازدهم مسئله با ۱۰۰ تکرار حل شده است. شکل ۶ نمودار پارتویی جواب‌های نامغلوب مسئله‌ی شماره هشت با ۱۰۰ تکرار را نشان می‌دهد.



شکل ۶. نمودار جواب‌های نامغلوب برای مسئله‌ی شماره هشت با ۱۰۰ تکرار.

۶. نتیجه‌گیری

در نوشتار حاضر یک مدل موجودی دوهدفه بررسی شد که تابع هدف اول آن کمینه‌کردن هزینه‌ها ــ شامل هزینه‌های سفارش‌دهی، نگه‌داری، حمل‌ونقل ــ است و تابع هدف دوم کمینه‌کردن تعداد کمبود بود. میزان تقاضا در لیدتایم دارای توزیع نرمال بود. در این مقاله از حمل‌ونقل چندحالته استفاده شد؛ با توجه به هزینه‌های بالای حمل‌ونقل، استفاده از ظرفیت کامیون نیز کامل در نظر گرفته شد.

یکی از موضوعات مهم در بحث مدل‌های موجودی و حمل‌ونقل، بحث تخصیص محصول به کامیون است. برای این منظور در مقالات مختلف از مدل‌های ریاضی مختلفی استفاده کرده‌اند. یکی از کاربردهای مسئله‌ی بسته‌بندی ظرف در موضوع حمل ونقل است، که می‌توان از این مدل برای تخصیص محصول به کامیون‌ها با ظرفیت مختلف استفاده کرد. از مسئله‌ی بسته‌بندی ظرف برای تخصیص محصول به کامیون‌ها با ظرفیت و هزینه‌ی مختلف الگوگیری شده است. «بسته‌بندی ظرف با اندازه‌های مختلف» و «بسته‌بندی ظرف با محصولات فرااندازه» تعمیم‌هایی برای مسئله‌ی بسته‌بندی ظرف است که در این مسئله از ترکیبی از این دو تعمیم استفاده شد. این مسئله توسط الگوریتم NSGA-II حل شد؛ نتایج مسئله در ابعاد کوچک نیز توسط روش محدودیت اپسیلون نیز حل و نتایج بررسی شد. نتایج حاصله نشان داد که اختلاف نتایج به دست آمده توسط این دو روش بسیار ناچیز است. همچنین برای ابعاد بزرگ، ۱۰ مسئله با ابعاد بزرگ توسط الگوریتم NSGA-II حل و نتایج محاسباتی توسط دو شاخص «تعداد جواب‌های نامغلوب» و «زمان حل» ارزیابی شد.

پانوشت‌ها

1. bin packing problem
2. non-dominated sorting genetic algorithm II
3. ε-constraint
4. truck-load
5. less than truck-load
6. homogeneous
7. heterogeneous
8. variable-sized bin packing problem
9. bin packing problem with over-sized items
10. multi-objective particle swarm optimization (MOPSO)
11. multi-objective electromagnetism-like
12. lead time
13. safety factor
14. full-truckload
15. diversity
16. fitness sharing
17. reciprocal exchange
18. signal-to-noise
19. relative percentage deviation

منابع (References)

1. Silver, E.A., Pyke, D.F. and Peterson, R., *Inventory Management and Production Planning and Scheduling*, New York, John Wiley and Sons (1998).
2. Rieksts, B.Q. and Ventura, J.A. "Optimal inventory policies with two modes of freight transportation", *European Journal of Operation Research*, **186**, pp. 576-585 (2008).
3. Mendoza, A. and Ventura, J.A. "Incorporating quantity discount to the EOQ model with transportation costs", *Int. J. Production Economics*, **113**, pp. 754-765 (2008).
4. Garey, M.R. and Johnson, D.S. "A guide to the theory of NP-completeness, freeman, San Francisco", *Computers and Intractability*, **26**, pp. 618-630 (1979).
5. Artello, S. and Toth, P., *Knapsack Problems: Algorithms and Computer Implementations*, Wiley, New York (1990).
6. CoLman, E.G., Garey, M.R. and Johnson, D.S. "Approximation algorithms for bin packing problems: an updated survey", *of the series International Centre for Mechanical Sciences*, **284**, Springer, New York, pp. 49-106 (1984).
7. Johnson, D.S., Demers, A., Ullman, J.D., Garey, M.R. and Graham, R.L. "Worst-case performance bounds for simple one-dimensional packingalg orithms", *SIAM J. Comput,* **3**, pp. 299-325 (1974).
8. Benhamiche, A., Mahjoub, R., Perrot, N. and Uchoa, E. " Capacitated network design using bin-packing", *Electronic Notes in Discrete Mathematics,* **41**, pp. 479-486 (2013).
9. Chung, S.L. and Chia, H.H. "New lower bounds for the three-dimensional orthogonal bin packing problem", *European Journal of Operational Research*, **225**, pp. 244-252 (2013).
10. Khanafer, A., Clautiaux, F. and Talbi, E. "Tree-decomposition based heuristics for the two-dimensional bin packing problem with conflicts", *Computers & Operations Research,* **39**, pp. 54-63 (2012).
11. Alvarez, V.R., Parreño, F. and Tamarit, J.M. "A GRASP/Path relinking algorithm for two- and three-dimensional multiple bin-size bin packing problems", *Computers & Operations Research*, **40**, pp. 3081-3090 (2013).
12. Christian, B. and Verena S. "Solving the 2D bin packing problem by means of a hybrid evolutionary algorithm", *Procedia Computer Science,* **18**, pp. 899-908 (2013).
13. Clautiaux, F., Dell'Amico, M., Iori, M. and Khanafer, A. "Lower and upper bounds for the bin packing problem with fragile objects", *Discrete Applied Mathematics*, **163**, pp. 73-86 (2014).
14. Manuel, A., Martínez, A., Clautiaux, F., Dell'Amico, M. and Iori, M. "Exact algorithms for the bin packing problem with fragile objects ", *Discrete Optimization*, **10**, pp. 210-223 (2013).
15. Friesen, D.K. and Langston, M.A. "Variable-sized bin packing", *SIAM J. Comput.,* **15**, pp. 222-230 (1986).
16. Xing, W. "A bin packing problem with over-sized items", *Operations Research Letters*, **30**, pp. 83-88 (2002).
17. Agrell, P.J. "A multi-criteria framework for inventory control", *International Journal of Production Economics*, **41**, pp. 59-70 (1995).

18. Tsou C.S. "Multi-objective inventory planning using MOPSO and TOPSIS", *Expert Systems with Applications*, **35**, pp. 136-142 (2008).

19. Tsou, C.S. "Evolutionary pareto optimizers for continuous review stochastic inventory systems", *European Journal of Operational Research,* **195**, pp. 364-371 (2009).

20. Deb, K., Pratap, A. and Agarwal S. "A fast and elitist multi objective genetic algorithm: NSGA-II", *IEEE Trans Evol Comput*, **2**, pp. 182-97 (2002).

21. Srinivas, N. and Deb, K. "Multi objective optimization using non-dominated sortingin genetic algorithms", *Evol Comput*, **2**, pp. 21-48 (1994).

22. Ehrgott, M. and Gandibleux, X. "Multi-objective combinatorial optimization theory, methodology and applications", *Multiple Criteria Optimization: State of the Art Annotated Bibliographic Surveys*, Kluwer Academic Publishers, **52**, PP. 369-444 (2002).