Original Article

حل مسئله‌ی مسیریابی با ناوگان ناهمگون با استفاده از الگوریتم بهینه‌سازی ذرات چندهدفه

عباس بادلی (دانشجوی کارشناسی ارشد)
رسول شفائی* (دانشیار)
دانشکده‌ی مهندسی صنایع، دانشگاه صنعتی خواجه نصیرالدین طوسی

مهندسی صنایع و مدیریت شریف، (زمستان ۱۳۹۵)
دوره‌ی ۱-۳۲، شماره‌ی ۲/۱، ص. ۱۰۳-۱۰۲

در مسئله‌ی مسیریابی، هدف یافتن مسیرهای بهینه برای وسایل نقلیه‌یی است که باید خدمات مورد نیاز مشتریان را با کم‌ترین هزینه ارائه کنند. در این نوشتار مسئله‌ی مسیریابی با ناوگان حمل‌ونقل ناهمگون با هدف کمینه‌سازی هزینه‌ی حمل‌ونقل ناهمگون و هزینه‌ی نگه‌داری وسایل حمل‌ونقل مورد بررسی قرار گرفته است. مسئله‌ی بررسی شده با معیار دوهدفه مسیریابی با ناوگان حمل‌ونقل ناهمگون و کمینه‌سازی مجموع زمان سفر و زمان‌های تأخیر حل شده است. برای این منظور از روش فراابتکاری بهینه‌سازی انبوه ذرات چندهدفه استفاده شده است. این مسئله به‌ازای دو دسته مسئله‌ی کوچک و بزرگ حل شده است. اعتبارسنجی مسئله‌ی پیشنهادی با استفاده از نرم‌افزار گمز و به‌ازای مسائل کوچک انجام شده است. نتایج حاصل از این مطالعه بیانگر کارایی بالای الگوریتم پیشنهادی است.

واژگان کلیدی: مسیریابی وسایل نقلیه، ناوگان حمل‌ونقل ناهمگون، موعد تحویل، بهینه‌سازی دوهدفه، الگوریتم بهینه‌سازی انبوه ذرات چندهدفه.

a.badeli65@gmail.com
shafaei@kntu.ac.ir

۱. مقدمه

در سال ۱۹۵۹ برای اولین بار مسئله‌ی مسیریابی تحت عنوان «توزیع کامیون» توسط دانتزیک و رامسر مطرح شد. این مسئله سپس توسط گری و جانسون (۱۹۷۹)، لنسترا و رینوی کان (۱۹۸۱)، یانو و مک‌تینگ (۱۹۸۷)، و لاپورته و دجاکس (۱۹۸۹) مورد بررسی قرار گرفت و نشان داده شد که این مسئله در رده‌ی مسائل NP-hard قرار می‌گیرد و از این‌رو، نمی‌توان الگوریتمی ارائه داد که بتواند با یک پیچیدگی زمانی از درجه‌ی چندجمله‌یی مسئله را حل کند. به‌همین علت الگوریتم‌های ابتکاری و فراابتکاری بسیاری برای حل این مسئله توسعه داده شده است.[۱]

در کارهای کوردنو و لاپورته (۲۰۰۳)، گندریو و همکارانش (۱۹۹۹)، دلاپورته و سمت (۱۹۹۹)، برایسی و گندریو (۲۰۰۱)، الگوریتم‌های حل مسئله‌ی مسیریابی به سه دسته تقسیم شده است: الگوریتم‌های دقیق، الگوریتم‌های ابتکاری کلاسیک، و الگوریتم‌های فراابتکاری. هیزل (۲۰۰۳) مدل‌های ابتکاری برای مسیریابی را مطرح کرد، و پسینگر و روپکه (۲۰۰۵) نیز روش‌های عمومی را برای مسیریابی مطرح کردند. در سال ۲۰۰۲ نیز سبح و واسیس الگوریتم‌های حل مسئله‌ی مسیریابی همراه با پنجره‌ی زمانی را بیان کردند. در ادامه، در سال ۱۹۹۵ آرونسون الگوریتم‌های حل مسئله را در قالب یک مطالعه‌ی جامع عنوان کرد. دیدگاه الگوریتم‌های دقیق را می‌توان در کارهای کریستوفایدز و مینگوزی (۱۹۹۵)، کریستوفایدز و همکارانش (۱۹۸۱) و توس و ویگو (۲۰۰۲) مشاهده کرد. یکی از الگوریتم‌های دقیق معروف در این حوزه، «کاربرد الگوریتم شاخه و کران در حل مسئله‌ی مسیریابی» است که فیشر در سال ۱۹۹۴ به اجرای موفقیت‌آمیز این الگوریتم برای مسئله‌یی با ۷۱ مشتری نایل آمد. همچنین برای مسئله‌ی مسیریابی همراه با پنجره‌ی زمانی، کولن و همکارانش (۱۹۸۷) موفق به اجرای الگوریتم شاخه و کران شدند و آن را برای این مسئله به کار گرفتند. لازم به ذکر است که این دسته از الگوریتم‌ها برای مسائلی با ابعاد بزرگ‌تر مناسب نیست و حل آنها در این حوزه بسیار زمان‌بر است. لذا در این نمونه‌ها برای دست‌یابی به یک جواب بهینه و سریع‌تر باید از الگوریتم‌های ابتکاری بهره گرفت.[۲]

معمولاً پنجره‌های زمانی در مسیریابی به دو شکل عمده مطرح می‌شوند:

۱. پنجره‌های زمانی سخت: در این حالت وسیله‌ی نقلیه تنها در محدوده‌ی بازه می‌تواند برای تخلیه یا برداشت وارد محل مشتری شود. این مسئله در مقاله‌های ناجرا و بولیناریا، قصیری و قنادپور، فیگلیوتزی، برایسی و همکاران، دوناتی و همکاران در نظر گرفته شده است.

۲. پنجره‌های زمانی نرم: در این وضعیت وسیله‌ی نقلیه در خارج از پنجره‌های زمانی به مشتریان خدمت‌رسانی می‌کند، با این تفاوت که برای خدمت‌رسانی در خارج از پنجره‌ی زمانی جریمه در نظر گرفته می‌شود. مقالات فیگلیوتزی، مولر، چنگ و وانگ، هاشیموتو و همکاران بر این مبنا استوار است.

علاوه بر این، گاهی بازه‌های زمانی با شرایط خاصی مورد استفاده قرار می‌گیرد. گاهی نیز پنجره‌ی زمانی یک‌طرفه برای مسئله در نظر گرفته می‌شود؛ به‌عنوان مثال در

* نویسنده مسئول

تاریخ: دریافت ۱۳۹۳/۱/۱۸، اصلاحیه ۱۳۹۳/۱۱/۱۲، پذیرش ۱۳۹۳/۱۲/۴.

مقاله‌ی کانگ و همکاران از موعد تحویل برای مسئله استفاده شده است. در بعضی شرایط پنجره‌ی زمانی نیمه‌نرم است؛ در این وضعیت معمولاً پنجره‌های زمانی از یک سمت امکان تجاوز دارند. حالت دیگر، پنجره‌ی زمانی فازی است که تعمیم‌یافته‌ی پنجره‌های زمانی باز است که نسبت به آن محدودتر است.[۳]

لی و همکاران یک روش برنامه‌ریزی حافظه‌ی تطبیقی با چندین نقطه‌ی شروع پیشنهاد کردند. در روش آن‌ها، رویه‌ی حافظه‌ی تطبیقی یک روش ابتکاری برای تولید مسیرهای وسایل به کار می‌گیرد. با دنبال کردن این رویه، یک الگوریتم جست‌وجوی ممنوع اصلاح‌شده برای بهبود کیفیت جواب‌ها طراحی شده است. در مدل چند نقطه شروع این رویه برای تعداد معینی از تکرارها، تکرار خواهد شد. در نهایت یک رویه‌ی پسابهینه‌سازی[۱] که یک سری از جابه‌جایی‌های ۲-Opt و ۳-Opt را به کار می‌بندد، برای یافتن بهترین جواب مورد استفاده قرار گرفته است. علاوه بر این، لی و همکاران از یک روش فراابتکاری اتصال مجدد مسیر[۲] برای توسعه‌ی عملکرد الگوریتم پیشنهادی در مطالعات گلوور و همکاران بهره گرفته‌اند.[۴] یک روش فراابتکاری جست‌وجو ممنوع توسط برانداو برای حل مسئله‌ی مسیریابی وسایل نقلیه با ناوگان حمل‌ونقل ناهمگون، توسعه داده شده است. در این روش، الگوریتمی مبتنی بر تمامی اجزاء اصلی جست‌وجو ممنوع که در برخی حالت‌ها منجر به بهبودهای بیشتر در بهترین نتایج قبلی می‌شد، پیشنهاد داده شد.[۵] پنا و همکاران یک جست‌وجوی محلی تکراری ترکیب شده با رویه‌ی همسایگی آراسته متغیر و مرتب‌سازی همسایگی تصادفی (ILS-RVND)[۳] را برای حل انواع مسیریابی وسایل نقلیه با ناوگان ناهمگون به کار برده‌اند.[۶] در کار ناجی عظیمی و سالاری یک رویکرد ابتکاری برپایه‌ی برنامه‌ریزی خطی عدد صحیح برای حل مسئله‌ی مسیریابی وسیله‌ی نقلیه با ناوگان حمل‌ونقل ناهمگون پیشنهاد شد که می‌توان از آن به‌عنوان ابزاری تکمیلی برای بهبود عملکرد روش‌های موجود در حل این مسائل، بهره گرفت.[۷] دانهامل و همکاران یک روش جست‌وجوی محلی تکاملی ترکیبی مشتمل بر تمامی نمونه‌های موجود برای مسیریابی وسیله‌ی نقلیه با ناوگان حمل‌ونقل ناهمگون پیشنهاد دادند. آن‌ها در کار خود از فواصل واقعی بین شهرها در کشور فرانسه براساس کیلومتر استفاده کردند.[۸] لی و همکاران گونه‌یی از مسائل مسیریابی وسایل نقلیه با ناوگان ناهمگون را بررسی کردند که در آن وسیله‌ی نقلیه از دپو شروع به حرکت می‌کند و در یکی از نقاط مشتریان کار خود را به پایان می‌رساند (به دپو بازنخواهد گشت). آنها برای حل این مسئله از روش فراابتکاری برنامه‌ریزی حافظه‌ی تطبیقی با چندین نقطه شروع، با استفاده از الگوریتم جست‌وجوی ممنوع اصلاح شده، استفاده کردند.[۹]

لی‌یونگ و همکاران مسئله‌ی مسیریابی وسایل نقلیه با ناوگان ناهمگون را در حالت بارگیری دوبعدی بررسی کردند. هدف این مسئله کمینه‌سازی هزینه‌ی سفر مسیرهای مشخص است. آن‌ها برای حل این مسئله از روش شبیه‌سازی تبریدی همراه با الگوریتم ابتکاری جست‌وجوی محلی استفاده کردند. به‌منظور سرعت دادن به فرایند جست‌وجو از یک ساختار داده برای ثبت اطلاعات مربوط به امکان‌پذیری بارگیری استفاده کردند.[۱۰] با توجه به ادبیات موضوع تا بحال تأثیر هزینه‌ی نگه‌داری بر مسئله‌ی انتخاب مسیر و وسیله‌ی نقلیه، و در نظرگرفتن همزمان موعد مقرر تحویل بررسی نشده است. لذا در این نوشتار برای نزدیکی هرچه بیشتر به مدل‌های کاربردی، مسئله‌ی انتخاب مسیر و وسیله‌ی نقلیه با ناوگان ناهمگون در نظر گرفته شده، و تأثیر آن بر هزینه‌های نگه‌داری متفاوت و زمان سفر اعمال شده است. همچنین تأثیر تغییرات هزینه‌های نگه‌داری بر جواب مسئله بررسی شده و برای هر مشتری یک موعد مقرر تحویل در نظر گرفته شده است. این مسئله با استفاده از الگوریتم فراابتکاری بهینه‌سازی انبوه ذرات چندهدفه حل شده است.

در ادامه‌ی این نوشتار، در بخش ۲ به بیان مسئله‌ی مورد بررسی می‌پردازیم. سپس در بخش ۳ روش فراابتکاری بهینه‌سازی انبوه ذرات چندهدفه تشریح می‌شود. در بخش ۴ نتایج محاسباتی، و در بخش ۵ نتیجه‌گیری کلی ارائه می‌شود.

۲. بیان مسئله

مدل مورد نظر ما بررسی مسئله‌ی انتخاب مسیر و وسیله‌ی نقلیه برای سرویس‌دهی به مجموعه‌ی مشتریانی است که حول یک دپو پراکنده شده‌اند. ناوگان حمل‌ونقل برای سرویس‌دهی به مشتریان ناهمگون است، K نوع وسیله‌ی متفاوت با هزینه‌های نگه‌داری و زمان سفر مختلف در دسترس، و تعداد وسایل موجود از هر نوع محدود است. هر مشتری دارای یک موعد مقرر است که اگر وسیله‌ی نقلیه پس از آن موعد مقرر به مشتری برسد، تأخیر رخ داده است. همچنین هر مشتری زمان سرویس‌دهی مخصوص به خود را دارد. ماتریس زمان سفر بین گره‌ها از نوع نامتقارن است؛ یعنی زمان سفر از مشتری i به مشتری j متفاوت از زمان سفر از مشتری j به مشتری i است. این فرض به‌دلیل یک‌طرفه بودن بسیاری از خیابان‌ها و بسیاری از شرایط دنیای واقعی و برای هرچه نزدیک‌تر شدن مسئله به شرایط واقعی اعمال شده است. هدف یافتن مسیر و ناوگان حمل‌ونقل به‌گونه‌یی است که کم‌ترین هزینه‌ی نگه‌داری، کم‌ترین زمان تأخیر در سرویس‌دهی، و نیز کم‌ترین زمان سفر بین مشتریان حاصل شود.

۱.۲. پارامترهای مسئله

به‌منظور بیان مدل ابتدا پارامترهای زیر تعریف می‌شود:

i, j: نشان‌دهنده‌ی مشتریان $\{۱, ..., N\}$؛

t_{ijk}: زمان مورد نیاز برای سفر از مشتری i به مشتری j توسط وسیله‌ی k؛

h_k: هزینه‌ی نگه‌داری وسیله‌ی نقلیه‌ی k؛

V_k: ظرفیت وسیله‌ی نقلیه‌ی k؛

d_i: تقاضای مشتری i؛

a_{ik}: زمان رسیدن وسیله‌ی k به مشتری i؛

m_i: موعد مقرر مشتری i برای دریافت تقاضا؛

S_i: زمان سرویس‌دهی به مشتری i؛

z_k: تعداد وسیله‌ی موجود از نوع k؛

x_{ijk}: اگر وسیله‌ی k از مشتری i به مشتری j سفر کند، متغیر تصمیم برابر ۱، و در غیر این‌صورت برابر صفر است؛

y_{ik}: میزان تأخیر وسیله k هنگامی که به مشتری i می‌رسد؛

$OB_۱$: تابع هدف اول مسئله؛

$OB_۲$: تابع هدف دوم مسئله.

۲.۲. مدل ریاضی

با توجه به پارامترهای ارائه شده در قسمت قبل مدل ریاضی پیشنهادی برای مسئله‌ی مسیریابی مورد نظر عبارت خواهد بود از:

Min

$$OB_۱ = \sum_{i=۱}^{N}\sum_{j=۱}^{N}\sum_{k=۱}^{K} t_{ijk}x_{ijk} + \sum_{i=۱}^{N}\sum_{k=۱}^{K} y_{ik}$$

$$OB_2 = \sum_{k=1}^{K} h_k z_k \qquad (۱)$$

$$\sum_{i=0}^{N}\sum_{k=1}^{K} x_{ijk} = 1 \qquad j = 1, 2, ..., N \qquad (۲)$$

$$\sum_{j=0}^{N}\sum_{k=1}^{K} x_{ijk} = 1 \qquad i = 1, 2, ..., N \qquad (۳)$$

$$\sum_{j=1}^{N} x_{0jk} \le z_k \qquad k = 1, 2, ..., K \qquad (۴)$$

$$\sum_{i=0}^{N} x_{ipk} = \sum_{j=0}^{N} x_{pjk} \qquad p = 0, 1, 2, ..., N \qquad k = 1, 2, ..., K \qquad (۵)$$

$$\sum_{i=1}^{N} d_i \sum_{j=0}^{N} x_{ijk} \le v_k z_k \qquad k = 1, 2, ..., K \qquad (۶)$$

$$y_{ik} = \sum_{j=1}^{N} x_{ijk}(a_{ik} - m_i) \qquad j = 1, 2, ..., N \quad k = 1, 2, ..., K \qquad (۷)$$

$$a_{0k} = 1 \qquad (۸)$$

$$a_{jk} = \sum_{i=1}^{N} x_{ijk}(a_{ik} + s_i + t_{ijk})$$
$$j = 1, 2, ..., N \quad k = 1, 2, ..., K \qquad (۹)$$

$$\sum_{j=1}^{N} x_{0jk} \ge r(s)$$

$$x_{ijk} \in \{0, 1\} \qquad (۱۰)$$

در مدل بالا رابطه‌ی ۱، نشان‌گر تابع هدف مسئله است که در بخش اول به کمینه‌سازی زمان کل سفر وسایل نقلیه و زمان کل تأخیر ــ هنگامی که وسیله‌ی نقلیه به مشتری می‌رسد ــ می‌پردازد و بخش دوم نیز هزینه‌ی نگه‌داری وسایل نقلیه را کمینه می‌سازد. در رابطه‌های ۲ و ۳ بیان شده است که به هر مشتری باید فقط توسط یک وسیله‌ی نقلیه سرویس داده شود. در رابطه‌ی ۴ محدودیت تعداد وسایل نقلیه بیان شده است. حفظ جریان در شبکه‌ی مشتریان توسط رابطه‌ی ۵ نشان داده شده است، اگر ماشین به گرهی وارد شود حتماً از آن خارج خواهد شد. توسط رابطه‌ی ۶ ظرفیت وسیله‌ی نقلیه بررسی خواهد شد. محاسبه‌ی میزان تأخیر مشتری توسط رابطه‌ی ۷ محاسبه می‌شود، و مقدار اولیه برای خروج وسایل از دپو نیز با رابطه‌ی ۸ نشان داده شده است. زمان ورود وسیله‌ی نقلیه به مشتری در رابطه‌ی ۹، حذف زیر تورها در محدودیت ۱۰ عنوان شده است.

۳. روش فرابتکاری حل مسئله

اغلب الگوریتم‌های بهینه‌یابی چندهدفه از مفهوم غلبه در جست‌وجو استفاده می‌کنند. در اینجا ما به تعریف مفهوم غلبه می‌پردازیم.

غالب و مغلوب: فرض کنید F کل فضای موجه مسئله باشد و $x_1, x_2 \in F$ دو جواب از این مسئله باشد. می‌گوییم x_1 بر x_2 غالب است (یا x_2 مغلوب x_1 است) اگر و فقط اگر دو شرط زیر برقرار باشد:

۱. x_1 نسبت به x_2 در هیچ‌کدام از اهداف بدتر نیست (بهتر یا برابر است). یعنی در مسئله‌ی کمینه‌سازی با m هدف خواهیم داشت:

$$f_i(x_1) \le f_i(x_2) \qquad \forall i \in \{1, 2, ..., m\}$$

۲. x_1 نسبت به x_2 دست کم در یکی از اهداف اکیداً بهتر باشد:

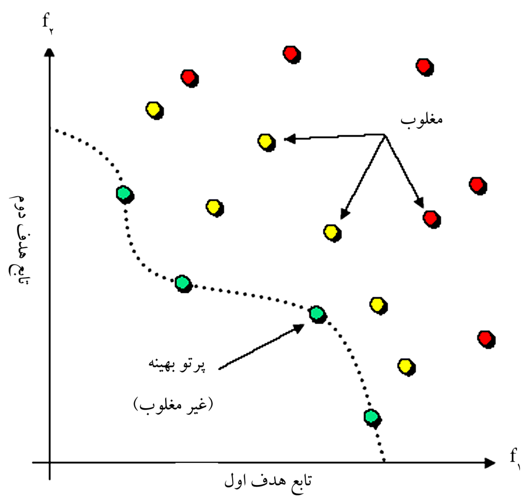
$$f_i(x_1) \le f_i(x_2)$$

به‌عبارت دیگر حل‌های نامغلوب حل‌هایی هستند که دیگرحل‌ها را پوشش می‌دهند ولی خودشان توسط آن حل‌ها پوشش داده نمی‌شوند. به‌عنوان مثال در شکل ۱ چگونگی پوشش سایر حل‌ها توسط حل‌های غیرمغلوب نشان داده شده است.

در قسمت قبل، مدل مسئله‌ی مسیریابی وسایل نقلیه‌ی مورد نظر نشان داده شده است. همچنین بیان شده که مسئله‌ی مسیریابی وسایل نقلیه جزء مسائل NP-Hard است و روش‌های حل دقیق قادر به حل این مسائل در ابعاد بزرگ و همچنین حل مسائل دنیای واقعی نیستند. به‌همین منظور برای حل این مسئله از الگوریتم‌های فراابتکاری باید استفاده کرد. در این نوشتار از الگوریتم چندهدفه‌ی بهینه‌سازی انبوه ذرات استفاده شده است. الگوریتم بهینه‌سازی ذرات چندهدفه (MOPSO) اولین‌بار توسط مور و چاپمن[۴] در سال ۱۹۹۹ بر مبنای رویکرد پارتو بنا شده است. تأکید اصلی الگوریتم آنان بر جست‌وجوی گروهی و فردی ذرات بود. در ادامه ری و لیو[۵] الگوریتمی شبیه به الگوریتم ذرات توسعه دادند که از ترکیب رویکرد پارتو و مفهوم تکنیک‌های تعاملی[۶] با انبوه ذرات استفاده کرد.

در یک فضای M بعدی، ذره‌ی iام از گروه می‌تواند با یک بردار سرعت و یک بردار موقعیت نشان داده شود. تغییر موقعیت هر ذره با تغییر در ساختار موقعیت و سرعت قبلی‌اش امکان‌پذیر است. هر ذره‌ی اطلاعاتی شامل بهترین مقداری است که تا کنون به آن رسیده (بهینه‌ی شخصی[۷]) و موقعیت X_i^t را دارد. این اطلاعات حاصل مقایسه‌ی تلاش‌هایی است که هر ذره برای یافتن بهترین جواب انجام می‌دهد. همچنین هر ذره بهترین جوابی را که تاکنون در کل گروه به‌دست آمده، از مقایسه‌ی مقادیر بهینه‌ی ذرات مختلف می‌شناسد (بهینه‌ی فراگیر[۸]). هر ذره برای رسیدن به بهترین جواب سعی می‌کند موقعیت خود را با استفاده از اطلاعات زیر تغییر دهد:

- موقعیت کنونی (X_i^t)؛
- سرعت کنونی (V_i^t)؛



شکل ۱. شمایی از حل‌های مغلوب.

- فاصله‌ی بین موقعیت کنونی و بهینه‌ی شخصی؛
- فاصله‌ی بین موقعیت کنونی و بهینه‌ی فراگیر.

بدین ترتیب سرعت هر ذره و به تبع آن موقعیت جدید مطابق روابط ۱۱ و ۱۲ تغییر می‌کند:

$$V_i^{t+1} = \omega V_i^t + c_1 \mathrm{Rand}(0,1)(pbest_i - X_i^t) + c_2 \mathrm{Rand}(0,1)(gbest_t - X_i^t) \quad (11)$$

$$X_i^{t+1} = X_i^t + V_i^{t+1} \quad (12)$$

که در آن V_i^{t+1} سرعت ذره‌ی i در تکرار جدید، V_i^t سرعت ذره‌ی i در تکرار فعلی، X_i^t موقعیت کنونی ذره، X_i^{t+1} موقعیت ذره در تکرار جدید، $pbest_i$ بهترین موقعیتی که ذره‌ی i تاکنون اختیار کرده، و $gbest_t$ بهترین موقعیتی است که تمام ذرات تاکنون اختیار کرده‌اند. $\mathrm{Rand}(0,1)$ یک عدد تصادفی بین صفر و ۱ است که برای حفظ تنوع و گوناگونی گروه به کار می‌رود. پارامترهای c_1 و c_2 به‌ترتیب ضریب یادگیری فردی و جمعی است.

الگوریتم چندهدفه‌ی بهینه‌سازی انبوه ذرات برمبنای تولید جواب پارتویی توسعه یافته است. اولین مسئله در این الگوریتم آن است که چه ذره‌یی به‌عنوان بهترین ذره برای هدایت بقیه‌ی ذرات انتخاب شود. برای این منظور در این روش مجموعه‌یی به نام مجموعه‌ی مرجع (REP) گسترش یافته است که تمامی جواب‌های غالب به دست آمده در حین جست‌وجوی فضای جواب، در آن نگه‌داری می‌شود. در هنگام به‌روزرسانی به‌منظور انتخاب بهترین جواب از بین جواب‌های غالب، کل فضای توابع هدف به قسمت‌های مساوی تقسیم می‌شود و جواب‌های غالب با توجه به مقادیر توابع هدف در هریک از قسمت‌ها جای می‌گیرند.

در هر تکرار از الگوریتم جواب‌های غالب مجموعه به‌روزرسانی می‌شود. برای این منظور می‌توان از رابطه‌ی ۱۳ بهره گرفت:

$$p_i = \frac{e^{-\beta . n_i}}{\sum_{j=1}^{n} e^{-\beta . n_i}} \quad (13)$$

که در آن p_i احتمال انتخاب جواب غالب از سلول مربوطه است. همچنین n_i تعداد جواب‌های غالب مربوط به آن سلول است. متغیر n بیانگر تعداد کل سلول‌هایی است که دست‌کم یک جواب پارتویی در آنها قرارگیرد. در این مقاله به‌منظور انتخاب مجموعه‌ی مرجع از این روش استفاده شده است.

تفاوت این الگوریتم چندهدفه با حالت تک‌هدفه نحوه‌ی به‌روزرسانی بهترین جواب خاص هر ذره‌ی $pbest$ است. در هنگام به‌روزرسانی چنانچه نقطه‌ی جدید یافت شده بر بهترین مکان قبلی غالب شود این نقطه جایگزین بهترین نقطه‌ی یافت شده می‌شود. برعکس اگر جواب جدید مغلوب شود هیچ به‌روزرسانی در مورد $pbest$ انجام نمی‌شود اما چنانچه هیچ‌یک از جواب‌ها غالب نشوند به‌صورت تصادفی و با احتمال مساوی جواب جدید جایگزین جواب قبلی می‌شود. در شکل ۲ نحوه‌ی عملکرد الگوریتم پیشنهادی مورد نظر ارائه شده است.

۱.۳. نحوه‌ی نمایش ذرات

در این الگوریتم هر ذره نشانگر یک نقطه در فضای جست‌وجو و یک راه‌حل ممکن برای مسئله‌ی مورد نظر است. با توجه به جدول ۱ هر ذره یک ماتریس است که K (تعداد ماشین‌ها) سطر و N (تعداد مشتریان) ستون دارد.

جدول ۱. نحوه‌ی نمایش ذرات.

ماشین	مشتری ۱	۲	۳	۴	۵
۱	۰	۲	۳	۰	۱
۲	۰	۰	۰	۰	۰
۳	۱	۰	۰	۲	۰

جدول ۲. پارامترهای الگوریتم.

پارامتر	تعداد ذرات	تعداد تکرار	c_1	c_2	ω	n	β
مقدار	۵۰	۲۰۰	۱٫۴۹	۱٫۴۹	۰٫۷۲۹	۱۰	۵

بطور مثال ماشین اول (سطر اول) ابتدا به مشتری ۵ سپس به مشتری ۲ و در نهایت به مشتری ۳ می‌رود. همچنین ماشین ۳ (سطر سوم) ابتدا به مشتری ۱ و سپس به مشتری ۴ می رود؛ از ماشین دوم هم استفاده‌یی نمی‌شود.

۲.۳. تنظیم پارامترهای الگوریتم پیشنهادی

در این مقاله پارامترهای روش پیشنهادی با اجرای آزمایشات با سعی و خطا تعیین شده است. مقادیر این پارامترها در جدول ۲ نمایش داده شده است.

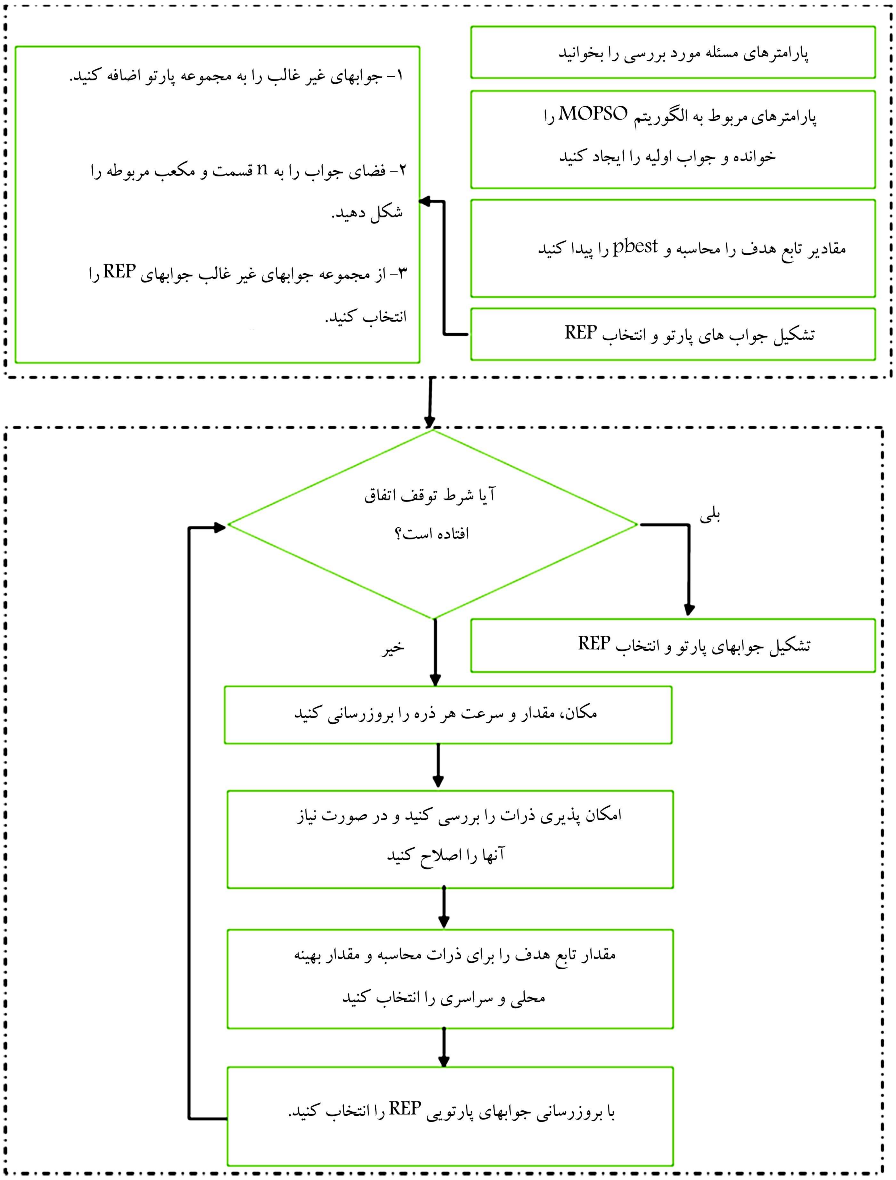
۴. نتایج محاسباتی

بعد از شرح نحوه‌ی کار الگوریتم پیشنهادی و تنظیم پارامتر آن، اکنون به بررسی نحوه‌ی عملکرد این الگوریتم در مواجهه با مسئله‌ی مورد بررسی در این نوشتار می‌پردازیم. در واقع هدف این بخش بررسی میزان درست بودن و نزدیک بودن جواب‌های حاصل از این الگوریتم به جواب بهینه‌ی کلی مسائل مورد بررسی است؛ همچنین جواب‌های به دست آمده از نرم‌افزار Gams با جواب الگوریتم فراابتکاری بهینه‌سازی انبوه ذرات مقایسه می‌شود. در روش حل دقیق مسئله از روش LP-Metric برای تک‌هدفه کردن مسئله استفاده شده است. براساس این روش یک مسئله‌ی دوهدفه ابتدا بدون در نظرگرفتن یکی از توابع به‌صورت جدا حل می‌شود و سپس با توجه به این مقادیر بهینه یک تابع هدف کمینه‌سازی فرموله می‌شود که مجموع استاندارد شده‌ی اختلاف بین توابع هدف و مقادیر بهینه‌شان را کمینه می‌سازد. درمورد مدل پیشنهادی این مقاله، مقادیر توابع هدف با OB_1 و OB_2 و مقادیر بهینه‌ی هرکدام از توابع هدف در غیاب تابع هدف دیگر، OB_1^* و OB_2^* نامیده می‌شود. حال تابع هدف LP-Metric مسئله چنین فرمول‌بندی می‌شود:

$$\mathrm{Min}\left[W_1.\frac{OB_1 - OB_1^*}{OB_1^*} + W_2.\frac{OB_2 - OB_2^*}{OB_2^*}\right] \quad (14)$$

مقادیر W_1 و W_2 به دلخواه و با توجه به اهمیتی که هریک از توابع هدف برای تصمیم‌گیرنده دارد، انتخاب خواهند شد، به‌گونه‌یی که مجموع آنها ۱ شود.

مسائل نمونه با استفاده از حل‌کننده‌ی MINLP در نسخه‌ی ۲۳٫۵٫۱ نرم‌افزار گمز و الگوریتم پیشنهادی در نرم‌افزار متلب ۲۰۱۲b برنامه‌نویسی شده، در رایانه‌یی با پردازنده‌ی پنج‌هسته‌یی و ۲٫۴۰ گیگا هرتز و حافظه اصلی ۴ گیگابایت در سیستم عامل ویندوز ۷ مورد آزمایش قرارگرفته‌اند. نتایج محاسباتی مقایسه‌ی جواب‌های گمز و الگوریتم بهینه‌سازی انبوه ذرات در جدول ۳ آمده است.



شکل ۲. فلوچارت الگوریتم MOPSO.

نتایج به دست آمده درستی مدل و همچنین نزدیکی جواب‌های حاصل از الگوریتم فراابتکاری را با جواب‌های گمز تأیید می‌کند.

به‌ازای حل هر مسئله تعداد جواب‌های پارتو، معیار پراکندگی، معیار فاصله، زمان اجرای مسئله، بهترین مقدار تابع هدف اول، بهترین مقدار تابع هدف دوم، بدترین مقدار تابع هدف اول، بدترین مقدار تابع هدف دوم و میانگین مقادیر توابع هدف در مجموعه پارتو در نتایج آمده است. با توجه به اهمیت میزان هزینه‌های نگه‌داری در این مقاله هر مسئله به‌ازای دو مجموعه هزینه‌ی نگه‌داری متفاوت حل شده است. براساس این نتایج می‌توان تأثیر هزینه‌ی نگه‌داری را در جواب‌های هر مسئله مشاهده کرد. هر مسئله به‌ازای دو مقدار مختلف H_1 و H_2 حل شده است؛ نتایج حاصل از اجرای الگوریتم به‌ازای هر جواب پارتو بهترین وسایل نقلیه و بهترین مسیر را با توجه به کمینه‌سازی هزینه‌ی نگه‌داری و کمینه‌سازی زمان سفر و زمان تأخیر انتخاب خواهد کرد. مقادیر تأخیر هر وسیله‌ی نقلیه به‌ازای هر مشتری نیز در یک متغیر ذخیره شده است.

به‌منظور مطالعه‌ی دقیق‌تر جواب‌ها، بررسی دقیق‌تر مسئله‌ی شماره ۱۱ نشان می‌دهد که: در این مسئله تعداد ۱۷ مشتری وجود دارد، ۱۰ وسیله‌ی نقلیه در قالب ۳ نوع متفاوت به مشتریان سرویس‌دهی می‌کنند. ۵ وسیله از نوع اول، ۳ وسیله از نوع دوم و ۲ وسیله از نوع سوم است. پس از حل مسئله با الگوریتم چندهدفه‌ی بهینه‌سازی انبوه ذرات، ۷ جواب مغلوب نشدنی پارتو به دست آمده است. هر جواب شامل ناوگان حمل‌ونقل انتخاب شده، مسیر بهینه‌ی حمل‌ونقل، مقادیر تأخیر به‌ازای هر مشتری، و مقادیر بهینه‌ی توابع هدف است. این جواب‌ها به تفکیک در جدول ۴ و جدول ۵ آورده شده‌است. پاسخ شماره ۱ مسئله‌ی ۱۱ از مجموعه جواب‌های پارتو به‌ازای الگوریتم چندهدفه‌ی بهینه‌سازی انبوه ذرات چندهدفه عبارت است از: (در این جواب از تمامی وسایل نقلیه استفاده شده است).

وسیله‌ی نقلیه‌ی شماره ۱ تنها به مشتری شماره ۹ سرویس می‌دهد. وسیله‌ی نقلیه‌ی شماره ۲ تنها به مشتری شماره ۱۶ سرویس می‌دهد. وسیله‌ی نقلیه‌ی شماره ۳ تنها به مشتری شماره ۷ سرویس می‌دهد. وسیله‌ی نقلیه‌ی شماره ۴ تنها به مشتری

شماره ۱۱ سرویس می‌دهد. وسیله‌ی نقلیه‌ی شماره ۵ ابتدا به مشتری شماره ۳ و سپس به مشتری شماره ۵ و نهایتاً به مشتری شماره ۱۵ سرویس می‌دهد. وسیله‌ی نقلیه‌ی شماره ۶ ابتدا به مشتری شماره ۱۰ و سپس به مشتری شماره ۸ سرویس می‌دهد. وسیله‌ی نقلیه‌ی شماره ۷ ابتدا به مشتری شماره ۱۳ و سپس به مشتری شماره ۱۴ سرویس می‌دهد. وسیله‌ی نقلیه‌ی شماره ۸ فقط به مشتری شماره ۴ سرویس می‌دهد. وسیله‌ی نقلیه‌ی شماره ۹ ابتدا به مشتری شماره ۱۲ و سپس به مشتری شماره ۱ و در آخر به مشتری شماره ۲ سرویس می‌دهد. و در نهایت وسیله‌ی نقلیه‌ی شماره ۱۰ ابتدا به مشتری شماره ۱۷ و سپس به مشتری شماره ۶ سرویس می‌دهد.

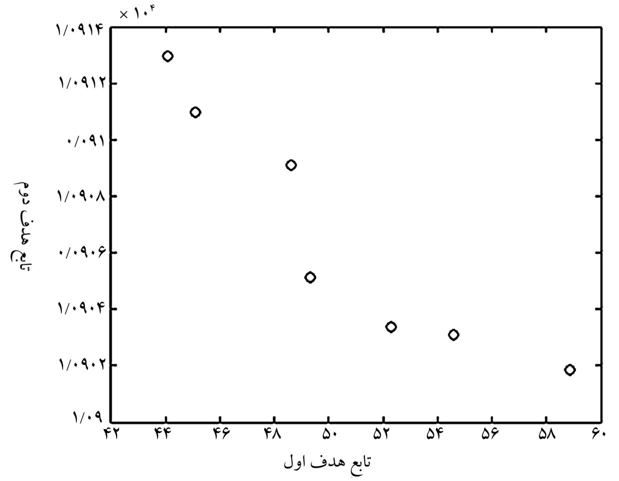
جدول ۳. مقایسه‌ی جواب‌های گمز و MOPSO.

شماره مسئله	جواب Gams		زمان حل گمز	میانگین ذرات انبوه	زمان حل ذرات انبوه
۱	OB_1	۸	۲۴۱	۹/۲	۴۱۵
	OB_2	۲۲۳۵		۲۲۷۹/۱۶	
۳	OB_1	۱۱/۸	۲۷۶	۱۳/۸	۴۸۶
	OB_2	۲۸۷۱		۲۹۱۷/۱	
۵	OB_1	۲۵/۵	۳۱۲	۲۶/۶۱	۴۸۵
	OB_2	۵۱۵۳		۵۲۲۹/۱۴	
۷	OB_1	۲۳/۷	۳۱۲	۲۵/۳۵	۵۱۱
	OB_2	۶۴۹۳/۲		۶۵۰۶/۳	
۹	OB_1	۳۱/۱	۶۱۱	۳۲/۴۵	۵۴۳
	OB_2	۷۷۹۵/۳		۷۸۰۶/۵۴	

میزان تأخیر به‌ازای این جواب برای مشتری شماره ۱، برابر ۰/۴، برای مشتری شماره ۲ برابر ۳/۱، برای مشتری شماره ۵ برابر ۲/۷، برای مشتری شماره ۶ برابر ۵/۴، برای مشتری شماره ۸ برابر ۰/۳ و برای مشتری شماره ۱۵ برابر ۴/۲ است.

مقدار تابع هدف اول به‌ازای این جواب ۴۴/۱ و مقدار تابع هدف دوم برای آن ۱۰۹۱۳ است. تمامی ۶ جواب دیگر که در این مجموعه جواب پارتو قرار دارند شامل این اطلاعات هستند، با این تفاوت که نوع وسایل، نوع مسیر، مقادیر تأخیر و مقادیر توابع هدف متفاوت است.

نمایش نقاط پارتو به‌ازای این جواب در شکل ۳ آمده است. این منحنی نشان‌گر مجموعه جواب پارتو مغلوب نشدنی در مسئله‌ی شماره ۱۱ است؛ هر جواب دیگر غیر از این جواب‌ها بهتر از این جواب‌ها نخواهد بود. به‌منظور مقایسه‌ی جواب‌ها



شکل ۳. نمودار مجموعه نقاط پارتو به‌ازاء مسئله‌ی نمونه شماره ۱۱ روش MOPSO.

جدول ۴. نتایج به دست آمده از روش MOPSO برای مسائل کوچک.

شماره مثال	تعداد جواب پارتو	زمان اجرا (ثانیه)	معیار پراکندگی	معیار فاصله	بهترین جواب تابع هدف: اول	بهترین جواب تابع هدف: دوم	بدترین جواب تابع هدف: اول	بدترین جواب تابع هدف: دوم	میانگین جواب‌های تابع هدف: اول	میانگین جواب‌های تابع هدف: دوم
۱	۴	۶۷/۶۶۲۱	۲۹/۱۲۰۴	۱/۸۳۷۱	۸/۱	۲۱۲۴/۲	۱۰/۵	۲۴۱۹/۴	۹/۲	۲۲۷۹/۱۶
۲	۳	۱۱۳/۲۳۴	۲۰۵	۱/۹۹۴۳۲	۷/۹	۲۴۰۱۴/۴	۱۰/۷	۳۴۰۹۹/۴	۸/۹۴	۲۸۵۲۵/۲
۳	۵	۷۳/۰۹۸۷	۷۹/۷۰۳۹	۱/۶۰۶۲۴	۱۲/۹	۲۳۴۲/۴	۱۴/۹	۳۴۳۷/۳	۱۳/۸	۲۹۱۷/۱
۴	۶	۱۲۵/۲۶۵	۵/۶۸۱۲۸	۰/۰۱۳۰۵	۱۳/۷	۳۰۰۴۱/۵	۱۵/۱	۳۰۰۵۷/۱	۱۴/۵۶۶۷	۳۰۰۴۹/۳
۵	۸	۷۷/۲۳۵۵	۱۰۲/۶۲۲	۱/۵۷۲۱۲	۲۲	۴۵۰۱/۳	۳۱/۲	۵۶۰۱/۶	۲۶/۶۱	۵۲۲۹/۱۴
۶	۵	۱۳۲/۸۹	۳۲۸/۳۴۷	۱/۹۹۳۳۸	۲۳	۵۴۰۴۳/۱	۳۰/۴	۶۸۱۱۰/۷	۲۵/۴۸۷۵	۶۳۳۰۷/۳
۷	۷	۸۹/۱۳۹۱	۸/۸۹۶۹۹	۰/۳۳۸۷۸	۲۱/۵	۶۵۰۱/۹	۲۹/۷	۶۵۱۵/۲	۲۵/۳۵۵۶	۶۵۰۶/۳
۸	۴	۱۴۵/۷۶	۸/۸۹۶۹۹	۰/۳۳۸۷۸	۲۱/۵	۷۸۰۰۱/۱	۲۹/۴	۷۸۰۲۳/۹	۲۵/۲	۷۸۰۱۱
۹	۴	۸۵/۹۸۰۸	۹/۴۴۵۵۷	۰/۸۲۴۹	۳۰/۹	۷۸۰۲/۴	۳۷/۵	۷۸۱۱/۱	۳۲/۴۵	۷۸۰۶/۵۴
۱۰	۳	۱۵۱/۹۰۹	۹/۴۴۵۵۷	۰/۸۲۴۹	۳۰/۷	۹۸۲۰/۱	۳۸/۳	۹۸۰۱۹/۳	۳۲/۴۶	۸۰۳۷۰/۹
۱۱	۷	۸۸/۸۹۰۸	۱۲/۸۱۲۷	۰/۲۸۳۸۸	۴۳/۹	۱۰۹۰۳/۱	۶۰/۱	۱۰۹۲۰/۹	۵۱/۵۶۳۶	۱۰۹۰۹/۱
۱۲	۳	۱۶۷/۶۷۹	۱۰/۳۵۱۸	۱/۱۳۳۷۲	۴۲	۱۳۱۹۹۱	۶۲/۱	۱۳۲۰۲۱	۴۸/۰۲۵	۱۳۲۰۰۴
۱۳	۱۰	۹۱/۷۶۷۵	۱۳۴/۰۳۵	۰/۶۸۰۳۹	۵۲/۸	۱۳۱۲۴/۱	۷۲/۴	۱۴۴۱۰/۴	۶۱/۹۴۶۷	۱۳۸۰۷/۴

جدول ۵. نتایج به دست آمده از روش MOPSO برای مسائل بزرگ.

شماره مثال	تعداد جواب پارتو	زمان اجرا (ثانیه)	معیار پراکندگی	معیار فاصله	بهترین جواب تابع هدف: اول	بهترین جواب تابع هدف: دوم	بدترین جواب تابع هدف: اول	بدترین جواب تابع هدف: دوم	میانگین جواب‌های تابع هدف: اول	میانگین جواب‌های تابع هدف: دوم
۱۴	۳	۹۱,۰۹۸۸	۲۴,۸۸۰۷	۰,۵۱۵۹	۲۰,۳	۱۴۶۱۶,۵	۲۵,۱	۱۴۷۹۰,۵	۲۱,۶۵	۱۴۶۹۴
۱۵	۴	۱۹۸,۶۴۴	۱۵۵,۲۱۷	۱,۹۸۶۴۴	۱۹,۳	۹۳۶۱۳,۵	۲۵,۴	۹۷۶۳۳	۲۳	۹۴۳۱۴,۳
۱۶	۳	۹۵,۹۹۸۸	۲۵,۶۲۷۹	۰,۶۱۳۷۷	۲۱,۶	۱۴۷۱۱,۳	۲۶,۹	۱۴۸۴۳,۲	۲۳,۳۱۶۷	۱۴۷۶۵,۱
۱۷	۳	۲۰۹,۱۵۳	۱۰۹,۴۴۴	۱,۸۹۵۴۱	۲۱,۸	۹۳۶۹۵,۱	۲۵,۵	۹۷۸۲۹,۶	۲۳,۱	۹۶۳۶۶,۷
۱۸	۴	۱۰۱,۳۲۵	۴۲,۰۸۱۲	۰,۷۵۱۰۳	۲۶,۹	۱۴۸۵۹,۹	۳۲,۵	۱۵۲۷۱,۲	۲۸,۲۷۱۴	۱۵۰۱۵,۲
۱۹	۳	۲۳۴,۶۷۵	۱۳,۶۷۷۳	۱,۲۱۹۳۳	۲۷,۳	۹۳۸۱۴,۷	۳۶,۹	۹۳۹۸۰,۳	۳۱,۵۶۶۷	۹۳۹۰۱,۱
۲۰	۴	۱۰۹,۳۴۶	۴۰,۶۲۶۸	۱,۲۲۸۷۴	۳۲,۲	۱۵۰۱۴,۴	۳۸	۱۵۳۹۸,۸	۳۴,۴۱۴۳	۱۵۱۳۹,۴
۲۱	۴	۲۵۹,۱۴۹	۱۴۰,۶۶۷	۱,۹۰۷۰۳	۳۱,۵	۹۳۹۸۱,۹	۳۵,۴	۹۸۰۲۹,۴	۳۲,۲۲	۹۴۸۱۴,۱
۲۲	۳	۱۲۱,۳۲۷	۵۵,۹۲۶۱	۱,۹۷۱۵۹	۳۷,۵	۱۵۴۷۰,۴	۴۳,۱	۱۶۴۷۸,۷	۳۹,۵۶۶۷	۱۵۸۳۵,۶
۲۳	۳	۳۰۳,۷۶۱	۲۴۴,۴۶۴	۱,۹۸۷۹۶	۳۵,۶	۱۰۴۲۲۷	۳۹,۱	۱۲۴۲۲۸	۳۶,۹	۱۱۰۹۱۶
۲۴	۸	۱۴۶,۱۳	۴۲۹,۲۲۵	۱,۸۷۶۲۶	۲۵,۲	۱۴۷۹۰,۶	۳۶,۶	۳۰۹۹۱,۳	۳۰,۲۳۳۳	۱۶۸۴۲,۶
۲۵	۵	۳۶۵,۱۲۱	۸۷۵,۶۶۳	۱,۸۷۲۱۵	۲۴,۶	۹۴۰۳۴,۹	۳۴,۸	۱۹۲۸۲۵	۲۸,۱	۱۱۶۶۶۷
۲۶	۶	۱۷۲,۶۷۵	۱۸۰,۵۲۶	۰,۲۶۱۸۴	۲۷,۲	۱۵۲۶۹,۳	۳۵,۶	۱۸۹۴۲,۳	۳۱,۵۵۵۶	۱۶۸۷۸,۱
۲۷	۶	۴۰۱,۲۸۴	۴۱۶,۵۳۶	۰,۳۴۷۱۴	۲۹,۳	۹۴۴۵۳,۲	۳۶,۸	۱۱۷۷۹۹	۳۳,۴۲۵	۱۰۴۵۵۷
۲۸	۴	۲۱۱,۰۹۹	۳۱۶,۷۵۵	۱,۹۲۶۰۹	۲۸,۵	۱۵۹۴۱	۴۰,۶	۱۹۶۴۸,۹	۳۵,۴۷۱۴	۱۷۷۴۲,۲

می‌توان از شاخص‌های تعداد جواب‌های پارتو، شاخص پراکندگی و شاخص فاصله استفاده کرد. شاخص‌های تعداد جواب‌های پارتو و شاخص پراکندگی هرچه بیشتر باشند جواب بهتر است؛ برعکس هرچه مقدار شاخص فاصله در یک جواب کم‌تر باشد، آن جواب بهتر است. براساس نتایج حاصله:

- با افزایش ابعاد مسئله زمان حل آن نیز به‌سرعت افزایش پیدا خواهد کرد. بنابراین به‌ازای مسائل با ابعاد دنیای واقعی توصیه می‌شود از الگوریتم پیشنهادی در این مقاله استفاده شود.
- با تغییر مقادیر هزینه‌ی نگه‌داری وسایل نقلیه، نوع وسایل نقلیه‌ی انتخابی برای سرویس‌دهی به مشتریان و به‌تبع آن مسیرهای انتخابی تغییر خواهد کرد.
- به‌ازای هزینه‌های نگه‌داری واقعی‌تر مسئله جواب‌های بهتری خواهد داد.
- به‌ازای هزینه‌های نگه‌داری واقعی‌تر، شاخص‌های فاصله و پراکندگی بسیار بهتر خواهد بود.
- نتایج نشان می‌دهد که افزایش مقادیر هزینه تأثیری در زمان حل مسئله نخواهد داشت.
- زمان حل مسئله به‌ازای روش انبوه ذرات بسیار مناسب است.

۵. نتیجه‌گیری

در این مقاله مسئله‌ی انتخاب مسیر و وسیله‌ی نقلیه با در نظر گرفتن موعد مقرر تحویل، و نیز تأثیر هزینه‌های نگه‌داری بر جواب‌ها بررسی شد. مدل ریاضی برای مسئله ارائه شد و سپس برای حل مسئله‌ی مورد نظر الگوریتم فراابتکاری چندهدفه‌ی بهینه‌سازی انبوه ذرات پیشنهاد شد. اعتبارسنجی مدل پیشنهادی نیز با استفاده از نرم‌افزار گمز صورت گرفته است. مدل ریاضی ارائه شده توسعه یافته‌ی مدل پیشین[1] است با این تفاوت که در آنجا وسیله‌ی حمل‌ونقل تنها کامیون است، اما در مدل ارائه شده در نوشتار حاضر K نوع وسیله‌ی نقلیه‌ی وجود دارد. در تابع هدف مدل پیشنهادی نیز به‌جای ضریب هزینه‌ی سفر، زمان سفر در نظر گرفته شده است. اگر محدودیت وسایل نقلیه‌ی متفاوت را برداریم و به جای زمان سفر، ضریب هزینه‌ی سفر را قرار دهیم، به مدل پیشین[1] خواهیم رسید؛ در این صورت مدل پیشنهادی همان نتایج را ارائه خواهد کرد.

نتایج نشان می‌دهد که برای مسائل کوچک، با تغییر مقادیر هزینه‌ی نگه‌داری انتخاب ناوگان حمل‌ونقل و به‌تبع آن مسیرهای انتخابی تغییر خواهند کرد. برای مسائل بزرگ، زمان حل الگوریتم MOPSO به‌صورت صعودی افزایش می‌یابد.

برای تحقیقات آتی پیشنهاد می‌شود، از سایر روش‌های فراابتکاری برای حل مسئله استفاده شود و نتایج آن‌ها با یکدیگر مقایسه شود. بهتر است مسئله را در حالت چنددپویی حل، و همچنین شرایط احتمالی و عدم قطعیت را به مسئله‌ی موجود افزوده و سپس حل شود.

پانوشت‌ها

1. post optimization
2. path-relinking
3. iterated local search-random variable neighborhood decent
4. J Moore and R Chapman
5. T Ray and KM Liew
6. evolutionary techniques
7. personal best
8. global best

منابع (References)

1. Tan, K.C., Chew, Y.H. and Lee, L.H. "A hybrid multi-objective evolutionary algorithm for solving truck and trailer vehicle routing problems", *European Journal of Operational Research,* **172**(3), pp. 855-885 (2006).
2. Ghoseiri, K. and Ghannadpour, S.F. "Multi-objective vehicle routing problem with time windows using goal programming and genetic algorithm", *Applied Soft Computing*, **10**(4), pp. 1096-1107 (2010).
3. Bettinelli, A., Ceselli, A. and Righini, G. "A branch-and-cut-and-price algorithm for the multi-depot heterogeneous vehicle routing problem with time windows", *Transportation Research Part C: Emerging Technologies*, **19**(5), pp. 723-740 (2011).
4. Li, X., Tian, P. and Aneja, Y.P. "An adaptive memory programming metaheuristic for the heterogeneous fixed fleet vehicle routing problem", *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, **46**(6), pp. 1111-1127 (2010).
5. Brandão, J. "A tabu search algorithm for the heterogeneous fixed fleet vehicle routing problem", *Computers and Operations Research*, **38**(1), pp. 140-151 (2011).
6. Penna, P.H.V., Subramanian, A. and Ochi, L.S. "An iterated local search heuristic for the heterogeneous fleet vehicle routing problem", *Journal of Heuristics,* **19**(2) pp. 201-232 (2013).
7. Naji-Azimi, Z. and Salari, M. "A complementary tool to enhance the effectiveness of existing methods for heterogeneous fixed fleet vehicle routing problem", *Applied Mathematical Modeling,* **37**(6), pp. 4316-4324 (2013).
8. Duhamel, C., Lacomme, P. and Prodhon, C. "A hybrid evolutionary local search with depth first search split procedure for the heterogeneous vehicle routing problems", *Engineering Applications of Artificial Intelligence,* **25**(2), pp. 345-358 (2012).
9. Li, X., Leung, S.C. and Tian, P. "A multistart adaptive memory-based tabu search algorithm for the heterogeneous fixed fleet open vehicle routing problem", *Expert Systems with Applications,* **39**(1), pp. 365-374 (2012).
10. Leung, S.C.H., Zhang, Z., Zhang, D., Xian, H. and Lim, M.K. "A meta-heuristic algorithm for heterogeneous fleet vehicle routing problems with two-dimensional loading constraints", *European Journal of Operational Research*, **225**(2), pp. 199-210 (2012).