

روشی کارا در تعیین سیاست سفارش دهی در سیستم‌های موجودی مرور پیوسته چندکالایی با تقاضای احتمالی و در نظرگیری محدودیت بودجه

رضا صادقی‌راد (کارشناس ارشد)

سید حمید میرمحمدی* (دانشیار)

دانشکده‌ی مهندسی صنایع و سیستم‌ها، دانشگاه صنعتی اصفهان

مهندسی صنایع و مدیریت شریف (زمستان ۱۳۹۵)
دوره‌ی ۳۲-۱، شماره‌ی ۲/۱، صص. ۲۵-۳۳

در این نوشتار یک سیستم موجودی چندکالایی بررسی می‌شود که در آن ارزیابی به صورت پیوسته انجام می‌شود، محدودیت منبع از نوع بودجه‌ی در اختیار برای خرید کالاهاست، و تقاضای مشتریان دارای توزیع گسسته‌ی پواسون است. در این سیستم چهار نوع هزینه در نظر گرفته شده است: هزینه‌های سفارش دهی، نگه‌داری موجودی، جریمه‌ی مربوط به سفارشات معوقه، و کمبود منابع. هدف این مطالعه تعیین مقدار سفارش و نقطه‌ی سفارش دهی مجدد است، به طوری که هزینه‌ی کلی سیستم کمینه شود. برای تعیین سیاست سفارش دهی (r, Q) یک روش ابتکاری متشکل از دو مرحله ارائه شده که در آن مرحله‌ی اول مبتنی بر کاهش موقعیت موجودی است، و مرحله‌ی دوم (در صورت بهینه نبودن جواب مرحله‌ی اول) با استفاده از جست‌وجوی محلی انجام می‌شود. با مثال‌های عددی نشان داده شده است که در روش پیشنهادی، در مقایسه با روش موجود، هزینه‌ی کلی بسیار کاهش یافته است.

واژگان کلیدی: سیاست سفارش دهی (r, Q) ، محدودیت منابع، تقاضای غیرقطعی، الگوریتم ابتکاری، مرور پیوسته.

۱. مقدمه

سازمان صنعتی از واحدهای صنعتی و بخش‌های مختلف تشکیل شده و یکی از مسئولیت‌های مهم و اساسی آن برنامه‌ریزی و کنترل موجودی است. کنترل موجودی از فعالیت‌های مورد توجه مدیریت، به خصوص بخش کنترل مواد و سفارشات است. در سایر واحدهای صنعت نیز با توجه به اهداف و وظایفی که دارند، سیاست‌ها و فعالیت‌های برنامه‌ریزی و کنترل موجودی‌ها مورد توجه قرار می‌گیرد و برای اداره‌ی این فعالیت‌ها، سیاست و خط مشی خاص انتخاب می‌کنند.

شرکت‌های بزرگ و کوچک و سیستم‌های تولید و فروش، به دنبال افزایش فروش و کمینه‌کردن هزینه‌های کلی خود هستند تا بتوانند در نهایت سود حاصله را افزایش دهند. در عمل، سیستم‌های موجودی بیشتر با هزینه‌ها سروکار دارند و به همین دلیل اکثر مدل‌های موجودی مطرح در این زمینه، تابع هدف خود را براساس کمینه‌سازی هزینه‌ها تنظیم می‌کنند. با توجه به هزینه‌های نگه‌داری، سفارش دهی، کمبود و سایر هزینه‌ها، تعیین میزان سفارش دهی و زمان سفارش دهی می‌تواند در کاهش هزینه‌ها بسیار موثر باشد. از این رو طراحی یک سیستم موجودی مناسب به منظور کمینه‌سازی هزینه‌ها از مسائل اساسی است که توجه بسیاری از مدیران و محققین را به خود

* نویسنده مسئول

تاریخ دریافت: ۱۳۹۳/۲۲/۲۷، اصلاحیه ۱۳۹۳/۶/۱۹، پذیرش ۱۳۹۳/۱۰/۱۶.

reza.sadeghirad@modares.ac.ir
h_mirmohammadi@cc.iut.ac.ir

جلب کرده است.

همانند بسیاری از سیستم‌ها، سیستم‌های موجودی نیز با محدودیت‌هایی مواجه‌اند. وجود محدودیت‌ها و اعمال آنها در مدل از یک سو موجب پیچیدگی مدل و روش حل آن می‌شود و از سوی دیگر به بهینه‌سازی و دقت بیشتر در رفتار سیستم می‌انجامد. از مهم‌ترین محدودیت‌های مطرح در این زمینه می‌توان به بودجه‌ی صرف شده برای خرید اقلام و فضای در نظر گرفته شده برای ذخیره‌ی آنها اشاره کرد. این محدودیت‌ها در واقع محدودیت‌های منابع هستند که بیشتر سیستم‌های موجود با آن مواجه می‌شوند.

در شرایط محدودیت منابع، باید به نحوی محدودیت‌ها را به مسئله افزود که بیشتر از منابع در اختیار مصرف نشود. چنانچه مصرف منابع از حد موجود و در دسترس تجاوز کند، سیستم موجودی مجبور به جبران کمبود منابع، در قالب خرید یا کرایه‌ی منابع بیشتر خواهد بود. این مصرف مازاد ظرفیت، اثرات هزینه‌ی منفی دارد و باید در مدل لحاظ شود. منابع موجود در سیستم موجودی را می‌توان به دو دسته‌ی منابع انحصاری و منابع قابل اشتراک تقسیم کرد.^[۱]

منابع انحصاری تنها توسط قلم کالای مربوط به خود مصرف (اشغال) می‌شوند. از جمله‌ی این منابع می‌توان به فضای ذخیره‌سازی اشاره کرد. هر قلم کالا در سیستم موجودی دارای خواص منحصر به فرد -- نظیر وزن، شکل و اندازه‌ی اقلام -- است.

با توجه به این خواص، ذخیره‌سازی هر قلم کالا در یک انبار مستلزم قفسه‌های مخصوص به هر قلم است که فقط به‌وسیله‌ی آن اشغال می‌شود. از نمونه‌های دیگر این منابع می‌توان به پالت‌های حمل قطعات، مواد شیمیایی مخصوص نگاه‌دارنده‌ی مواد فاسد شدنی، فیکسچرها و... اشاره کرد.

منابع قابل اشتراک را می‌توان برخلاف منابع انحصاری، توسط همه‌ی اقلام مصرف شده یا بین آنها به اشتراک گذارد. از جمله‌ی این منابع می‌توان به بودجه و سرمایه‌ی اشاره کرد که در سیستم موجودی صرف خرید اقلام از تأمین‌کننده می‌شود.^[۱]

در مدل‌های موجودی، موجودی‌های به دو صورت پیوسته و دوره‌ی مرور می‌شود. در مرور پیوسته، موجودی کالا به‌صورت مستمر تحت کنترل است و وقتی موجودی یک کالا به نقطه‌ی سفارش‌دهی مجدد (r) برسد، به اندازه‌ی Q واحد سفارش صادر می‌شود. در این مدل‌ها، هدف تعیین مقدار سفارش‌دهی (Q) و نقطه‌ی سفارش‌دهی مجدد (r) به‌منظور کمینه‌سازی هزینه‌های کلی سیستم است. معمولاً در این نوع سیستم‌های موجودی سه نوع هزینه در نظر گرفته می‌شود: هزینه‌ی سفارش‌دهی اقلام، هزینه‌ی نگاه‌داری موجودی در دست، و هزینه‌ی جریمه برای سفارشات معوقه. کمینه‌سازی هزینه‌های سیستم تحت عنوان «سیاست سفارش‌دهی» (r, Q) در این مقاله مورد توجه قرار گرفته است.

در سیستم‌های کنترل موجودی با مرور دوره‌ی، مقدار موجودی کالا براساس دوره‌ی سفارش و در زمان‌های مشخص -- مثلاً هر هفته، یا هر چند ماه یک‌بار -- مورد ارزیابی قرار می‌گیرد و سپس سفارش کالا به‌مقداری صادر می‌شود که جمع مقادیر موجودی کالا در لحظه‌ی بررسی و مقدار سفارش شده، به یک مقدار ثابت و تعیین شده برسد.^[۲]

در ادامه‌ی مطالعات انجام شده با توجه به نحوه‌ی مرور سیستم موجودی و نوع محدودیت، منابع لحاظ شده مورد بررسی قرار می‌گیرد.

۲. مرور ادبیات

کنترل موجودی با مرور پیوسته از سال‌ها پیش مورد نظر محققین بوده و هست. شاید از قدیمی‌ترین تحقیقات در این زمینه، بررسی سیستم موجودی با مرور پیوسته است که در آن هدف اصلی کمینه‌سازی هزینه‌های مورد انتظار کمبود، نگاه‌داری و سفارش‌دهی است.^[۳] محدودیت مدل در آن تحقیق جبران موجودی کل مورد انتظار است که باید برآورد شود. در روش حل رویکرد ارائه شده، از مدل خطی توسعه‌یافته‌ی یک تابع غیر خطی استفاده شده است. در ادامه، محققین^[۴] مدلی را در نظر گرفته‌اند که در آن سیستم موجودی به‌صورت پیوسته ارزیابی می‌شود، تقاضا به‌صورت احتمالی است، و محدودیت بودجه در مدل لحاظ شده است. آنها از روش لاگرانژ برای حل مدل خود استفاده کرده‌اند. در مطالعه‌ی دیگر^[۵] یک سیستم موجودی در نظر گرفته شده که به‌صورت پیوسته مرور می‌شود، تقاضای در نظر گرفته شده حالت غیر قطعی و احتمالی دارد، و کمبود موجودی نیز به‌صورت هزینه‌ی جریمه در نظر گرفته شده است. در این مدل محدودیت منابع لحاظ نشده، و یک روش ابتکاری برای یافتن مقدار سفارش و نقطه‌ی سفارش‌دهی بهینه ارائه شده است. برای مرور پیوسته‌ی سیستم‌های تک‌کالایی که محدودیت منابع ندارد، یک الگوریتم کارایی به‌منظور محاسبه‌ی (r, Q) ارائه شده است.^[۶] هدف این الگوریتم کمینه‌سازی هزینه‌ی بلندمدت سیستم است. الگوریتم کارایی ارائه شده در این نوشتار قادر است مقدار (r, Q) بهینه را به دست آورد. در نظرگیری محدودیت‌های درگیر در سیستم‌های

موجودی -- نظیر محدودیت فضا و محدودیت بودجه -- از ویژگی‌های جذاب برای محیط‌های واقعی در مدل‌های کنترل موجودی مرور پیوسته است. محققین مسئله‌ی چندمحصولی پسر روزنامه‌فروش^۱ را بررسی کرده‌اند^[۷] که در آن تقاضا به‌صورت غیرقطعی است و محدودیت فضای ذخیره‌سازی در مدل لحاظ شده است. به‌همین منظور رویکردی ارائه شده که در آن برای به دست آوردن جواب اولیه، مدل بدون در نظر گرفتن محدودیت حل می‌شود. در نهایت پس از به دست آوردن جواب اولیه از روش لاگرانژ عددی برای حل استفاده شده است. در مطالعه‌ی مدل چندکالایی پسر روزنامه‌فروش^[۸]، موجودی به‌صورت دوره‌ی مرور شده و تقاضا به‌صورت غیرقطعی است، و محدودیت فضای ذخیره‌سازی در مدل لحاظ شده است.

برای حل مسئله‌ی مذکور راه‌حل‌های دقیق و ابتکاری ارائه شده که از آن برای به دست آوردن مقدار سفارش‌دهی استفاده می‌شود. در مطالعات بعدی^[۹] سیستم موجودی چندکالایی مد نظر قرار گرفته که در آن تقاضا غیرقطعی است و محدودیت مربوط به فضای ذخیره‌سازی در مدل لحاظ شده است. در شرایط مورد نظر در بررسی یاد شده، هزینه‌های تخفیف به‌صورت ثابت و غیرثابت و افق زمانی به‌صورت محدود و نامحدود در مدل لحاظ شده است. با استفاده از رویکرد برنامه‌ریزی پویا، سیاست بهینه‌ی سفارش‌دهی برای مسئله‌ی غیرقطعی چندمحصولی به دست آمده است. در بررسی سیستم موجودی با مرور پیوسته که در آن محدودیت بودجه و هزینه‌های کمبود لحاظ شده،^[۱۰] تابع هدف عبارت است از کمینه‌سازی هزینه‌ی کل سالیانه؛ در این خصوص از روش لاگرانژ برای حل مسئله استفاده شده است. در بررسی‌های بعدی سیستم موجودی با مرور پیوسته،^[۱۱] زمان‌های انتظار معادل صفر در نظر گرفته شده و تقاضاهای معوقه غیرمجاز اعلام شده است. آنها با اضافه‌کردن فرض محدودیت فضای ذخیره‌سازی به مدل خود، مسئله را به‌صورت فرایند تصمیم شبه مارکوف فرموله کرده و در نهایت با ارائه‌ی یک مدل ابتکاری مبتنی بر مقدار سفارش‌دهی اقتصادی، مسئله را حل کرده‌اند. محققین دیگری نیز در بررسی سیستم‌های موجودی با مرور پیوسته،^[۱] با در نظر گرفتن منابع انحصاری در مدل، یک روش ابتکاری برای یافتن سیاست بهینه ارائه کرده‌اند. ژائو و همکاران از الگوریتم فدرگروئن و ژنگ^[۶] به‌عنوان مرجع پایه استفاده کرده‌اند. زو و لنگ^[۱۲] نیز یک مدل تحلیلی برای سیستم مدیریت شده‌ی دو فروشنده‌ی ارائه کرده‌اند که در آن خرده‌فروش حداکثر فضای تخصیص‌یافته به فروشنده را محدود می‌کند. آنها سیاست ذخیره‌سازی و سفارش‌دهی را به‌منظور اتخاذ تصمیم‌گیری موجودی تحت محدودیت منابع را به‌گونه‌ی که به نفع هر دو فروشنده باشد، ارائه کرده‌اند. مونسر و هریگا^[۱۳] نیز یک مسئله‌ی تک‌کالا را بررسی کرده‌اند که در آن موجودی به‌صورت پیوسته مرور می‌شود، تقاضا غیرقطعی است و محدودیت منابع از نوع فضای ذخیره‌سازی است. آنها با تحلیل حساسیت نشان داده‌اند که هزینه‌ی سفارش‌دهی، ظرفیت ذخیره‌سازی، میانگین تقاضا در هر واحد زمانی و نرخ هزینه‌ی نگاه‌داری مهم‌ترین پارامترهای تأثیرگذار مسئله در هزینه‌های مورد انتظار موجودی است. مونسر و هریگا یک راه حل ساده بر مبنای مقدار سفارش اقتصادی ارائه کرده‌اند.

همچنین در بررسی سیستم موجودی با مرور پیوسته،^[۱۴] فرضیات مورد نظر مشابه مطالعات پیشین^[۱] است با این تفاوت که به‌جای محدودیت فضای ذخیره‌سازی، محدودیت بودجه در مدل آن لحاظ شده است. آنها برای حالت تک‌کالایی، روشی ابتکاری ارائه کرده‌اند که با استفاده از الگوریتم فدرگروئن و ژنگ^[۶] جواب بهینه یا نزدیک به بهینه‌ی محصور در میان دو حد بالا و پایین را به دست می‌آورد. آنها دو حد بالا و پایین را برای جواب بهینه ارائه داده‌اند و الگوریتم دقیقی در یافتن آن دو ارائه کرده‌اند. همچنین در حالت چندکالایی، مسائل را با توجه به میزان بودجه‌ی در اختیار به سه دسته‌ی آزاد، نیمه‌محدود و محدود تقسیم‌بندی کرده و یادآور شده‌اند که

(r, Q) : سیاست سفارش‌دهی سیستم

$$((r, Q) = \{(r_1, Q_1), (r_2, Q_2), \dots, (r_M, Q_M)\})$$

$C(r, Q)$: هزینه کلی سیستم زمانی که سیاست سفارش‌دهی (r, Q) باشد؛

L_m : زمان انتظار (زمان تحویل) کالای m و $m = 1, 2, \dots, M$ ؛

I_m : موقعیت موجودی کالای m و $m = 1, 2, \dots, M$ ؛

h_m : ضریب هزینه نگاه‌داری یک واحد از کالای m و $m = 1, 2, \dots, M$ ؛

p_m : ضریب هزینه جریمی مربوط به سفارشات معوقه‌ی (ضریب هزینه کمبود

موجودی) یک واحد از کالای m و $m = 1, 2, \dots, M$ ؛

K_m : ضریب هزینه ثابت سفارش‌دهی یک واحد از کالای m و $m = 1, 2, \dots, M$ ؛

λ_m : میانگین تقاضا در زمان واحد (نرخ تقاضا) مربوط به یک واحد از کالای m و $m = 1, 2, \dots, M$ ؛

s_m : میزان منبع (بودجه) مصرفی مورد نیاز برای هر واحد از کالای m و $m = 1, 2, \dots, M$ ؛

$m = 1, 2, \dots, M$

سیستم موجودی در نظر گرفته شده، یک سیستم چندکالایی است که در برگیرنده یک تولیدکننده، یک سیستم موجودی و چندین مشتری است. مشتریان کالاهای مورد نیاز خود را از طریق سیستم موجودی دریافت می‌کنند و سیستم موجودی به منظور برآورد تقاضای مشتریان، اقدام به سفارش برای تأمین کالا از تولیدکننده می‌کند. تقاضای مشتریان دارای توزیع بواسون است که با میانگین λ در هر واحد زمانی، وارد سیستم موجودی می‌شود. فرض می‌شود که هر یک از تقاضای مشتریان، نیازمند یک واحد کالا است که اگر برآورده نشود به صورت سفارشات معوقه در نظر گرفته می‌شود. سیستم موجودی سفارشات را به تولیدکننده می‌دهد و تولیدکننده کالاهای سفارشی را پس از گذشت زمان ثابت تحویل L در اختیار سیستم موجودی قرار می‌دهد. سفارشات را که از طرف سیستم موجودی داده شده ولی دریافت نشده («سفارشات در راه») می‌نامند. در هر زمان بیش از یک «موجودی در راه» می‌توان داشت.

سیستم موجودی نمی‌تواند همزمان هم موجودی در دست و هم سفارشات معوقه را داشته باشد. به عبارت دیگر مقدار کالای در دست و سفارشات معوقه هر دو نمی‌توانند در یک لحظه مقدار مثبت بگیرند. مقدار کالای در دست منهای سفارشات معوقه، نشان‌دهنده سطح موجودی است. مقدار مثبت سطح موجودی به مقدار موجودی در دست و مقدار منفی سطح موجودی به مقدار سفارشات معوقه اشاره می‌کند. موقعیت موجودی با I نشان داده می‌شود و از حاصل جمع سطح موجودی و موجودی در راه به دست می‌آید که یک متغیر تصادفی است.

موجودی به صورت پیوسته مرور می‌شود و به وسیله سیاست (r, Q) کنترل می‌شود. مقادیر ممکن برای r اعداد صحیح، و برای Q اعداد صحیح مثبت غیر صفر است. سیستم موجودی مبتنی بر موقعیت موجودی است و چنین عمل می‌کند: وقتی که موقعیت موجودی به مقدار r برسد، سیستم موجودی به اندازه Q واحد از کالا به تولیدکننده سفارش می‌دهد. با توجه به این که موقعیت موجودی به صورت پیوسته مرور می‌شود در برگیرنده مقادیری در بازه‌ی گسسته‌ی $\{r+1, r+2, \dots, r+Q\}$ است. نشان داده شده است که موقعیت موجودی دارای توزیع یکنواخت در بازه‌ی گسسته‌ی $\{r+1, r+2, \dots, r+Q\}$ است.^[۶]

محدودیت منبع در نظر گرفته شده از نوع بودجه است که می‌توان آن را در بین تمامی کالاها به اشتراک گذارد. این بودجه برای موجودی در دست و سفارشات در راه صرف می‌شود. به عبارت دیگر موجودی در دست و همچنین سفارشات در راه

برای حالتی که میزان بودجه در اختیار محدود است، روش ارائه‌شده‌ی آنها جواب بهینه و برای حالتی که میزان بودجه‌ی در اختیار به صورت نیمه‌محدود یا آزاد باشد، جواب نزدیک به بهینه را به دست می‌آورد. مدل‌های کنترل موجودی با مرور پیوسته در سیستم‌های تولید نیز کاربرد فراوان دارد؛ به عنوان مثال محققین مدلی را بررسی کرده‌اند^[۱۵] که در آن سیستم مرور پیوسته (r, Q) برای حالتی تعمیم یافته که در آن نرخ تولید (یا نرخ خرید) محدود است و بخشی از تقاضاهای برآورد نشده قابل پس‌افت است. آنها الگوریتم بهینه‌ی برای محاسبه‌ی مقادیر بهینه‌ی سفارش و نقطه‌ی سفارش ارائه کرده‌اند و اثر تغییرات نرخ تولید بر جواب بهینه را به صورت عددی بررسی کرده‌اند. خصوصیات تابع هزینه یا دیگر پارامترهای مدل‌های مرور پیوسته نقش تعیین‌کننده‌ی در طراحی الگوریتم‌های حل بهینه یا کارا برای آنها دارد؛ از این رو اخیراً در این حوزه کارهایی انجام شده است. انگ و همکاران^[۱۶] ویژگی‌های جواب بهینه ناشی از تحذب تابع هزینه را در فضای پیوسته برای مسئله‌ی مرور دائم و مرور دوره‌ی با یک قلم کالا، در فضای گسسته‌ی تقاضا مورد بازنگری قرار داده و نشان داده‌اند که ویژگی‌های مذکور در فضای گسسته برقرار نیست. آنها ادعا کرده‌اند که عدم وجود ویژگی تحذب منجر به غیر بهینه شدن تکنیک‌های حلی می‌شود که برمبنای بهینگی محلی عمل می‌کنند. از سوی دیگر فدرگروتن و وانگ^[۱۷] شرایط یکنواختی^۲ سه پارامتر استراتژی بهینه: نقطه‌ی سفارش، مقدار سفارش و حداکثر سطح موجودی را بررسی و تعیین کرده‌اند. به گفته‌ی آنها نتایج به دست آمده در مدل‌های استاندارد موجودی، مدل‌های موجودی با بازه عمر محدود^۳، و مدل‌هایی که هزینه در آنها وابسته به تأخیر زمانی است معتبر است.

روش ژائو و همکاران^[۱۴] برای حالت‌هایی که میزان بودجه‌ی در اختیار آن نیمه‌محدود یا آزاد است، جواب نزدیک به بهینه را به دست می‌آورد. در نوشتار حاضر نیز به منظور به دست آوردن جوابی بهتر در مقایسه با جواب به دست آمده از روش آنان، روشی ابتکاری و کارا برای تعیین سیاست سفارش‌دهی (مقدار سفارش‌دهی و نقطه‌ی سفارش‌دهی مجدد) ارائه می‌دهیم. روش پیشنهادی ابتکاری علاوه بر این که قادر به کاهش بیشتر هزینه‌ی کلی سیستم موجودی است، در تمام مسائل مورد بررسی به جواب بهینه دست یافته است.

در بخش بعدی، فرضیات مقاله شرح داده می‌شود. سپس در بخش چهارم روشی ابتکاری به منظور نیل به سیاست سفارش‌دهی ارائه می‌شود. در بخش پنجم نتایج محاسباتی تحلیل شده و نهایتاً در بخش آخر نتیجه‌گیری و پیشنهادات برای تحقیقات آتی ارائه می‌شود.

۳. شرح مسئله

نمادهای مورد استفاده در معادلات و مدل‌های این بخش عبارت‌اند از:

M : تعداد کالاها؛

B : مقدار بودجه‌ی در اختیار؛

r_m : نقطه‌ی سفارش‌دهی مجدد کالای m و $m = 1, 2, \dots, M$ ؛

Q_m : میزان سفارش‌دهی کالای m و $m = 1, 2, \dots, M$ ؛

r : مجموعه‌ی مربوط به نقاط سفارش‌دهی مجدد تمامی کالاها $\{r_1, r_2, \dots, r_M\}$ ؛

Q : مجموعه‌ی مربوط به میزان سفارش‌دهی تمامی کالاها $\{Q_1, Q_2, \dots, Q_M\}$ ؛

(r_m, Q_m) : سیاست سفارش‌دهی مربوط به کالای m و $m = 1, 2, \dots, M$ ؛

$c_m(r_m, Q_m)$: هزینه نگاه‌داری، سفارش‌دهی و کمبود موجودی مربوط به کالای

m و $m = 1, 2, \dots, M$ ؛

قسمتی از بودجه‌ی در دسترس را مصرف می‌کنند. مشتریان به محض صدور سفارش به سیستم موجودی، هزینه‌ی آن را می‌پردازند. هر واحد کالا مصرف‌کننده‌ی s واحد از بودجه است. اگر موقعیت موجودی (I) همیشه غیر منفی باشد ($r \geq -1$)، مقدار کالاهای تخصیص داده نشده برابر با I و مقدار بودجه‌ی مصرفی sI است. به عبارت دیگر میزان موجودی در دست و موجودی در راه به میزان I است که به مشتریان تخصیص داده نشده و پولی از مشتریان دریافت نشده است. از طرفی، اگر موقعیت موجودی I همیشه غیر مثبت باشد ($r + Q \leq 0$)، کالای تخصیص داده نشده به مشتریان وجود نخواهد داشت و هیچ بودجه‌ی نیز صرف نخواهد شد. اگر موقعیت موجودی بتواند هر دو مقدار مثبت و منفی را اختیار کند در این صورت مقدار کالاهای تخصیص داده نشده عبارت است از $I^+ = \max\{0, I\}$ و مقدار بودجه‌ی مصرف شده برابر sI^+ است. با توجه به سه حالت ذکر شده، مقدار بودجه‌ی مصرف شده sI^+ است. تابع هدف در نظر گرفته شده در مدل، تابع هزینه‌ی متوسط است که عبارت است از:

$$C(r, Q) = \sum_{m=1}^M c_m(r_m, Q_m) + E \left(\sum_{m=1}^M s_m I_m^+ - B \right)^+ \quad (1)$$

به طوری که:

$$c_m(r_m, Q_m) = \frac{K_m \lambda_m}{Q_m} + \frac{1}{Q_m} \sum_{y=r_m+1}^{r_m+Q_m} g_m(y) \quad (2)$$

این تابع هزینه متشکل از هزینه‌های نگهداری، سفارش‌دهی، جریمه‌ی ناشی از کمبود موجودی و کمبود بودجه است. عبارت $g_m(y)$ در رابطه‌ی ۲، در صورتی که موقعیت موجودی یک واحد از کالای m ($m = 1, 2, \dots, M$) برابر با y در نظر گرفته شود ($I_m = y$)، نشان‌گر مجموع هزینه‌های نگهداری و جریمه‌ی مورد انتظار است:

$$g_m(y) = h \sum_{i=0}^y (y-i) \cdot \text{Pr}\{D=i\} + p \sum_{i=y+1}^{\infty} (i-y) \cdot \text{Pr}\{D=i\} \quad (3)$$

که در آن D نشان‌گر تقاضا در مدت زمان انتظار است که دارای میانگین λL است.

۴. روش ابتکاری پیشنهادی

در این بخش الگوریتم ابتکاری طراحی شده تشریح می‌شود. برای تولید جواب اولیه (سیاست اولیه) از الگوریتم فدرگروئن و ژنگ^[۲] که محدودیت منبع را در مدل خود لحاظ نکردند، استفاده می‌شود. فدرگروئن و ژنگ فرض کرده‌اند که محدودیت منبع وجود ندارد یا به هر میزان که لازم باشد می‌توان منبع مصرف کرد. الگوریتم کاری ارائه شده توسط فدرگروئن و ژنگ خلاصه‌وار عبارت است از:

قدم ۱. y^* نقطه‌ی کمینه‌ی تابع $g(y)$ را به دست آورید.

قدم ۲. $q_l = y^*$ و $q_u = y^*$ قرار دهید.

قدم ۳. $r = q_l - 1$ و $Q = q_u - q_l + 1$ قرار دهید.

قدم ۴. اگر $\min\{g(q_u + 1), g(r = q_l - 1)\} \geq c(r, Q)$ توقف کنید، در غیر این صورت به قدم پنجم بروید.

قدم ۵. اگر $g(q_u + 1) \geq g(q_l - 1)$ آنگاه $q_l = q_l - 1$ ؛ در غیر این صورت $q_u = q_u + 1$ قرار دهید و به قدم سوم بروید.

میزان بیشینه بودجه‌ی مصرفی برای کالای m با توجه به تابع توزیع موقعیت موجودی برابر $s_m(r_m + Q_m)^+$ تعیین می‌شود. به همین صورت میزان بیشینه بودجه‌ی مصرفی برای مجموع کالاها برابر $\sum_{m=1}^M s_m(r_m + Q_m)^+$ است. جواب اولیه به دست آمده از الگوریتم فدرگروئن و ژنگ را (r^*, Q^*) در نظر می‌گیریم. اگر بودجه‌ی در اختیار بزرگ‌تر از میزان بیشینه مصرف منابع باشد، یعنی اگر $\sum_{m=1}^M s_m(r_m^* + Q_m^*)^+ \leq B$ جواب (r^*, Q^*) به عنوان جواب بهینه انتخاب می‌شود. در غیر این صورت اگر بودجه‌ی در اختیار (B) کم‌تر از $\sum_{m=1}^M s_m(r_m^* + Q_m^*)^+$ باشد، سیستم موجودی با اتخاذ سیاست (r^*, Q^*) ، ممکن است با کمبود بودجه مواجه شود که در این صورت باید سیاست جدیدی اتخاذ شود.

با توجه به محدود بودن بودجه‌ی در اختیار، سیاست (r^*, Q^*) که به حالت بودجه‌ی نامحدود مربوط است، ممکن است سیاست بهینه‌ی مسئله نباشد. در این صورت سیستم موجودی باید چنان سیاست جدیدی اتخاذ کند که مقدار سفارش‌دهی و نقطه‌ی سفارش‌دهی مجدد آن کوچک‌تر از (r^*, Q^*) باشد. این سیاست بودجه‌ی کم‌تری را در مقایسه با (r^*, Q^*) مصرف می‌کند. در واقع (r^*, Q^*) حد بالای سیاست سفارش‌دهی بهینه است. به منظور اتخاذ سیاست جدید، سیستم موجودی باید به طریقی بتواند $\sum_{m=1}^M s_m I_m^+$ را که نشان‌دهنده‌ی میزان بودجه‌ی مصرفی است، کاهش دهد. کاهش $\sum_{m=1}^M s_m I_m^+$ از طریق کاهش موقعیت موجودی به دست می‌آید. در الگوریتم پیشنهادی روشی برای کاهش موقعیت موجودی ارائه می‌شود. کاهش موقعیت موجودی از طریق کاهش مقدار سفارش (Q) یا از طریق کاهش نقطه‌ی سفارش‌دهی مجدد (r) حاصل می‌شود. از آنجا که هدف کاهش هزینه‌ی کلی سیستم به‌ازای سیاست اتخاذ شده است، تأثیر کاهش موقعیت موجودی بر هزینه‌ی کل بررسی می‌شود.

تابع هزینه‌ی مدل را در نظر بگیرید. این تابع به دو قسمت تقسیم، و اثر کاهش موقعیت موجودی در هر دو قسمت ارزیابی می‌شود.

$$C(r, Q) = C_1(r, Q) + C_2(r, Q) \quad (4)$$

$$C_1(r, Q) = \sum_{m=1}^M c_m(r_m, Q_m) \quad (5)$$

$$C_2(r, Q) = E \left(\sum_{m=1}^M s_m I_m^+ - B \right)^+ \quad (6)$$

$C_1(r, Q)$ نشان‌دهنده‌ی هزینه‌ی سفارش‌دهی، نگهداری و جریمه‌ی ناشی از کمبود موجودی و $C_2(r, Q)$ نشان‌دهنده‌ی هزینه‌ی مربوط به کمبود بودجه است. در ارتباط با تأثیرات کاهش r_m و Q_m بر $C_1(r, Q)$ به‌لم زیر اشاره می‌شود:^[۱]

- برای $m = 1, 2, \dots, M$ و $Q_m \leq Q_m^*$ و $r_m \leq r_m^*$ برای Q_m داده شده، با کاهش r_m ، $c_m(r_m, Q_m)$ غیرکاهشی است.

- برای $m = 1, 2, \dots, M$ و $Q_m \leq Q_m^*$ و $r_m \leq r_m^*$ برای r_m داده شده، با کاهش Q_m ، $c_m(r_m, Q_m)$ غیرکاهشی است.

(r_m^*, Q_m^*) سیاست به دست آمده از الگوریتم فدرگروئن و ژنگ است. برای $m = 1, 2, \dots, M$ اتخاذ سیاست کوچک‌تر از (r_m^*, Q_m^*) باعث افزایش هزینه‌های کمبود موجودی و سفارش‌دهی و کاهش هزینه‌ی نگهداری می‌شود. برآیند این هزینه‌ها $c_m(r_m, Q_m)$ است که با توجه به‌لم اشاره شده، کاهش موقعیت

جدول ۱. اطلاعات مربوط به مقایسه‌ی جست‌وجوی محلی تک‌کالایی و دوکالایی.

کالا	r	Q	کالا	r	Q
۱	۵	۲۰	۱	۵	۲۱
۲	۱۰	۲۲	۲	۱۰	۲۲
۳	۹	۱۸	۳	۹	۱۸
۴	۰	۵	۴	۰	۵
۵	۸	۲۲	۵	۸	۲۲
هزینه کلی ۱۳۰/۴۴۶			هزینه کلی ۱۳۰/۴۶		
ب			الف		

جدول ۲. اطلاعات مربوط به دو حالت مرحله‌ی اول جست‌وجوی محلی تک‌کالایی.

کالا	r	Q	کالا	r	Q
۱	۵	۲۰	۱	۵	۲۱
۲	۱۰	۲۲	۲	۱۰	۲۲
۳	۹	۱۸	۳	۹	۱۸
۴	۰	۵	۴	۰	۵
۵	۸	۲۲	۵	۸	۲۲
هزینه کلی ۱۳۰/۸۴۶			هزینه کلی ۱۳۰/۴۶۴		
ب			الف		

اول، سیاست جدول ۲ الف و در تغییر دوم سیاست جدول ۲ ب حاصل می‌شود که به دلیل افزایش هزینه در هر دو مرحله هیچ‌گاه چنین اتفاقی رخ نمی‌دهد. بنابراین با جست‌وجوی محلی تک‌کالایی کاهشی در هزینه‌ی کل صورت نمی‌گیرد، در حالی که با در نظر گرفتن تغییر توأم این دو حالت، هزینه‌ی کل کاهش می‌یابد.

در جست‌وجوی محلی برای دوکالایی ۱ و ۲، همسایگی‌های توأم آن دو بررسی می‌شود و از بین حالات ممکن، حالت با کم‌ترین هزینه انتخاب می‌شود. این رویه برای تمام ترکیبات دوتایی کالاها صورت می‌گیرد و در نهایت از بین تمامی حالت‌های کم‌هزینه‌تر، کوچک‌ترین مقدار انتخاب و سیاست مربوط به آن اعمال می‌شود. سیاست جدید به دست آمده را (r', Q') می‌نامیم؛ حال اگر $C(r', Q')$ بزرگ‌تر از $C(\hat{r}, \hat{Q})$ باشد، به عنوان سیاست نهایی سیستم انتخاب می‌شود و در غیر این صورت (r', Q') جایگزین (\hat{r}, \hat{Q}) خواهد شد و دوباره همسایگی‌های جدید برای (\hat{r}, \hat{Q}) جدید بررسی می‌شوند. این کار تا زمانی ادامه می‌یابد که با انتخاب همسایگی‌ها دیگر کاهشی در هزینه‌های کل صورت نگیرد. آخرین جوابی که دیگر کاهش در هزینه‌ی همسایگی آن صورت نمی‌پذیرد را به عنوان جواب نهایی انتخاب می‌کنیم و الگوریتم پایان می‌پذیرد. این الگوریتم خلاصه‌وار عبارت است از:

قدم ۱. (r^*, Q^*) سیاست سفارش‌دهی مربوط به حالت بدون محدودیت منابع را با استفاده از الگوریتم فدرگروئن و ژنگ به دست آورید و هزینه‌ی آن را حساب کرده و $(\hat{r}, \hat{Q}) = (r^*, Q^*)$ قرار دهید.

قدم ۲. قرار دهید $(\hat{r}, \hat{Q})^{\min} = (\hat{r}, \hat{Q})$ و $i = 1$ و $C((\hat{r}, \hat{Q})^{\min})$ ، هزینه‌ی مربوط به سیاست $(\hat{r}, \hat{Q})^{\min}$ را محاسبه کنید.

قدم ۳. (r_i, Q_i) را از (\hat{r}, \hat{Q}) حذف کنید و به جای آن هر بار یکی از سیاست‌های (r_i, Q_i) و $(r_i - 1, Q_i)$ را جایگزین کرده و هزینه‌ی کل مربوط به هر

موجودی کالای m ، باعث کاهش هزینه‌ی $c_m(r_m, Q_m)$ و در نهایت $C_1(r, Q)$ نخواهد شد.

از سوی دیگر چنانچه $\sum_{m=1}^M s_m(r_m + 1)^+ \geq B$ ، آنگاه کاهش پارامترهای موقعیت موجودی کالای m که $(m = 1, 2, \dots, M)$ ، r_m و Q_m است، اثرکاهشی بر $s_m I_m^+$ و میزان منابع مصرفی داشته و در نتیجه $C_1(r, Q)$ را کاهش می‌دهد. بنابراین کاهش پارامترهای موقعیت موجودی از یک سو باعث افزایش یک قسمت از هزینه‌ی کل و از سوی دیگر باعث کاهش بخش دیگری از آن خواهد شد. در نظر گرفتن برآیند این دو جهت‌گیری، تغییر در هزینه‌ی کل را نشان می‌دهد.

برای هرکالای مانند m ($m = 1, 2, \dots, M$)، به منظور کاهش $(\sum_{m=1}^M s_m I_m^+ - B)^+$ و در نتیجه کاهش بودجه‌ی مصرفی، یک بار کاهش یک واحدی r_m و یک بار کاهش یک واحدی Q_m را در نظر گرفته و تغییری که کاهش بیشتری در هزینه‌ی کل ایجاد کند، انتخاب می‌شود. در نهایت از بین تمامی کالاها، آن کالایی که بیشترین کاهش هزینه‌ی کل را از این طریق ایجاد کرده، انتخاب می‌شود و تغییر ایجاد شده در سیاست سفارش‌دهی مربوط به آن (کاهش یک واحدی نقطه‌ی سفارش‌دهی یا مقدار سفارش آن کالا) لحاظ می‌شود. مجدداً فرایند از اولین کالا تکرار می‌شود و این روند تا جایی ادامه می‌یابد که دیگر کاهش هزینه‌ی کل امکان‌پذیر نباشد. عدم کاهش هزینه‌ی کل، شرط توقف قسمت اول الگوریتم است که با رسیدن به این حالت کاهش تک‌واحدی موقعیت موجودی پایان می‌پذیرد.

جواب حاصل از مرحله‌ی اول را (\hat{r}, \hat{Q}) در نظر گرفته و پس از به دست آوردن آن، آزمون بهینگی (\hat{r}, \hat{Q}) با توجه به روش ژائو و همکاران انجام می‌شود. اگر سیاست (\hat{r}, \hat{Q}) بهینه باشد در این صورت این جواب، جواب بهینه‌ی مسئله است و الگوریتم پایان می‌پذیرد. در غیر این صورت از الگوریتم جست‌وجوی محلی برای بهبود جواب به دست آمده استفاده می‌شود.

۱.۴. جست‌وجوی محلی

به منظور اجرای الگوریتم جست‌وجوی محلی، از همسایگی (\hat{r}, \hat{Q}) که نزدیک به بهینه‌ی حاصل از مرحله‌ی اول است، استفاده می‌شود. فرض کنید برای کالای m ، (\hat{r}_m, \hat{Q}_m) ، جواب مربوط به مرحله‌ی اول باشد. 8 همسایگی برای کالای m قابل تعریف است که عبارتند از: $(\hat{r}_m - 1, \hat{Q}_m - 1)$ ، $(\hat{r}_m - 1, \hat{Q}_m)$ ، $(\hat{r}_m - 1, \hat{Q}_m + 1)$ ، $(\hat{r}_m, \hat{Q}_m - 1)$ ، (\hat{r}_m, \hat{Q}_m) ، $(\hat{r}_m, \hat{Q}_m + 1)$ ، $(\hat{r}_m + 1, \hat{Q}_m - 1)$ ، $(\hat{r}_m + 1, \hat{Q}_m)$ و $(\hat{r}_m + 1, \hat{Q}_m + 1)$.

با توجه به همسایگی‌های مربوط به یک کالا، اگر همسایگی‌های دو کالا توأمأ بررسی شود، $8^0 = (9 \times 9 - 1)$ حالت وجود خواهد داشت. به منظور افزایش قابلیت جست‌وجوی الگوریتم از جست‌وجوی محلی توأم ترکیبات دوتایی کالاها استفاده می‌شود. به عنوان مثال جدول ۱ را در نظر بگیرید.

در این جدول دو سیاست در نظر گرفته شده است. جدول الف مربوط به سیاست (\hat{r}, \hat{Q}) حاصل از مرحله‌ی اول است. این سیاست شرایط بهینگی را احراز نکرده و به منظور بهبود جواب به دست آمده از الگوریتم جست‌وجوی محلی دوکالایی استفاده شده است. جدول ب مربوط به سیاست به دست آمده پس از استفاده از الگوریتم جست‌وجوی محلی دوکالایی است.

در جدول الف نمی‌توان از الگوریتم جست‌وجوی محلی تک‌کالایی استفاده کرد زیرا هر تغییر تک‌کالایی که روی سیاست جدول الف اعمال شود، باعث افزایش هزینه می‌شود. برای مثال اگر بخواهیم به واسطه‌ی تغییر تک‌کالایی از سیاست جدول الف به سیاست جدول ب برسیم، باید دو تغییر را اعمال بکنیم که در تغییر

کدام از دو سیاست تکی حاصله را محاسبه کنید. سیاست حاصل با کم‌ترین هزینه را $(\hat{r}, \hat{Q})^A$ بنامید و هزینه‌ی مربوط به آن را محاسبه کنید و آن را C_i^A بنامید. اگر $C_i^A \leq C^{\min}$ باشد، $(\hat{r}, \hat{Q})^{\min} = (\hat{r}, \hat{Q})^A$ قرار دهید.

قدم ۴. اگر $i = M$ باشد به قدم ۵ بروید در غیر این صورت $i = i + 1$ قرار دهید و به قدم ۲ بروید.

قدم ۵. اگر $C((\hat{r}, \hat{Q})^{\min}) \leq C(\hat{r}, \hat{Q})$ سیاست جدید را اتخاذ کرده و $(\hat{r}, \hat{Q}) = (\hat{r}, \hat{Q})^{\min}$ را قرار دهید. سپس به قدم ۲ بروید. در غیر این صورت به قدم ۶ بروید.

قدم ۶. شرایط بهینگی (\hat{r}, \hat{Q}) را بیازمایید. اگر بهینه باشد، جواب به دست آمده را به عنوان جواب بهینه‌ی مسئله در نظر گرفته و توقف کنید. در غیر این صورت به قدم ۷ بروید.

قدم ۷. (جست‌وجوی محلی): $C(r', Q')$ کم‌ترین هزینه‌ی مربوط به همسایگی ترکیبات دوتایی سیاست (\hat{r}, \hat{Q}) را محاسبه کنید.

قدم ۸. اگر $C(r', Q') \leq C(\hat{r}, \hat{Q})$ باشد، $(r', Q') = (\hat{r}, \hat{Q})$ قرار داده و به قدم ۷ بروید. در غیر این صورت الگوریتم پایان یافته و جواب (\hat{r}, \hat{Q}) به عنوان سیاست نهایی انتخاب می‌شود.

فلوچارت الگوریتم روش ابتکاری پیشنهادی مطابق شکل ۱ است.

۵. تحلیل نتایج محاسباتی

در این قسمت نتایج حاصل از حل مسائل نمونه به وسیله‌ی روش‌های ابتکاری پیشنهادی ژائو و همکاران^[۱۳] بررسی و مقایسه می‌شود. برای کدنویسی رایانه‌یی روش ابتکاری پیشنهادی، از نرم‌افزار برنامه‌نویسی ++C بهره گرفته شده است. سیستم مورد استفاده یک رایانه شخصی با پردازنده‌ی Duo CPU ۲٫۹۳GHz و حافظه‌ی Intel(R) Core(TM) ۲ GB RAM ۲۰۰ است.

۱.۵. طراحی آزمایشات

به منظور ارزیابی کارایی روش‌های پیشنهادی، مثال‌های عددی مختلفی ساخته شده است. پارامترهای این مثال‌ها به صورت تصادفی براساس بازه‌ی مطرح شده در جدول ۳ تولید شده است. به طور کلی اشاره شده که در حوزه‌های لجستیک هزینه‌ی جریمه‌ی ناشی از کمبود موجودی، بسیار بیشتر از هزینه‌ی نگهداری است. برای هزینه‌ی سفارش دهی لازم نیست محدوده و بازه مشخصی در نظر گرفته شود. این هزینه می‌تواند کوچک یا بزرگ باشد. به هر حال، به منظور به دست آوردن جواب‌های نرمال و منطقی، بازه در نظر گرفته شده برای هزینه‌ی سفارش دهی $[10h_m, 30h_m]$ است. تقاضا در زمان تحویل دارای میانگین $\lambda_m L_m$ است. به منظور ایجاد تقاضای D_m, λ_m به صورت تصادفی و L_m عدد ثابت ۱ در نظر گرفته شده است.^[۱۴]

جدول ۳. پارامترهای مسئله.

تعداد کالاها (M)	هزینه‌ی نگهداری (h _m)	هزینه‌ی جریمه‌ی مربوط به کمبود موجودی (p _m)	هزینه‌ی سفارش دهی (K _m)	زمان انتظار (L _m)	تقاضا (D _m)	میزان بودجه مصرفی برای هر واحد کالا (s _m)	بودجه‌ی کل در اختیار (B)
۸ - ۲	۰٫۳ - ۰٫۱	۱۵h _m - ۵h _m	۳۰h _m - ۱۰h _m	۱	توزیع پواسون با ۱۳ - ۱	۵ - ۱	$\sum_{m=1}^M s_m(r_m^* + Q_m^*)^+$

شکل ۱. فلوچارت الگوریتم روش ابتکاری پیشنهادی.

برای مسائل ۲ تا ۸ کالایی مثال‌های عددی مختلفی به ازای مقادیر متفاوت B حل شده است. چنان که در بخش ۴ اشاره شد، بیشترین بودجه‌ی مصرفی برای مجموع کالاها برابر $\sum_{m=1}^M s_m(r_m^* + Q_m^*)^+$ است و اگر بودجه‌ی کل در اختیار (B) بیشتر از این مقدار شود، مسئله معادل با حالت بودجه‌ی نامحدود می‌شود. به همین دلیل در مثال‌های عددی بررسی شده مقادیر در نظر گرفته شده برای بودجه‌ی کل در اختیار (B) در بازه $[0, \sum_{m=1}^M s_m(r_m^* + Q_m^*)^+]$ است. در شکل زیر برای مسئله‌ی ۵ کالایی به ازای تعداد مثال‌های مختلف، هزینه‌ی متوسط مربوط به B های

جدول ۵. اطلاعات مسئله‌ی ۶ کالایی.

کالا	h	p	k	λ	S
۱	۱,۵۶۲	۱۵,۴۷۷	۱۸,۵۳۸	۱,۴۴۵	۴
۲	۱,۰۵۲	۱۵,۱۸۷	۲۸,۷۷	۲,۶۹۱	۱
۳	۱,۹۰۹	۱۱,۷۸۳	۳۱,۴۹۲	۹,۴۴۵	۵
۴	۲,۳۵	۲۱,۱۸۵	۲۶,۴۵۲	۱۰,۷۳۷	۳
۵	۰,۷۳۸	۶,۵۰۳	۱۵,۸۲۹	۷,۵۰۲	۱
۶	۱,۱۰۳	۷,۸۵۷	۳۱,۱۵۱	۸,۴۷۹	۵

$B = 110$

جدول ۶. سیاست به دست آمده از روش ژائو و همکاران.

کالا	r	Q
۱	۰	۴
۲	۱	۱۰
۳	۳	۱۷
۴	۸	۱۳
۵	۴	۱۴
۶	-۲	۱۶

هزینه کلی ۲۲۹,۲۷۶
۶,۰۳ زمان محاسباتی (ثانیه)

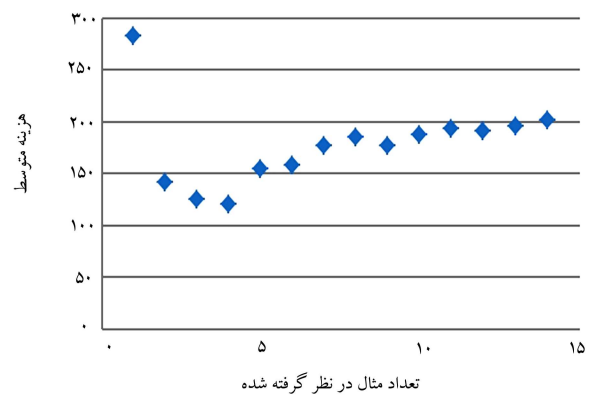
جدول ۷. سیاست به دست آمده از روش پیشنهادی ابتکاری.

کالا	قدم اول (کاهش موقعیت موجودی)		قدم دوم (جستجوی محلی)	
	Q	r	Q	r
۱	-۱	۵	۴	۰
۲	۱	۱۱	۱۰	۱
۳	۱	۱۵	۱۴	۲
۴	۷	۱۴	۱۳	۸
۵	۴	۱۵	۱۵	۴
۶	-۳	۱۷	۱۵	-۱

هزینه کلی ۲۲۸,۰۵۶ هزینه کلی ۲۲۶,۳۷۷
۷,۸۱ زمان محاسباتی (ثانیه)

ژائو و همکاران با توجه به میزان بودجه‌ی در اختیار (B)، مسائل را به سه دسته‌ی محدود، نیمه محدود و آزاد تقسیم‌بندی کرده‌اند. در بیشتر مسائل، روش آنها با بزرگ شدن مقدار بودجه‌ی در اختیار قادر به دستیابی به جواب‌های بهینه نیست. هر چه میزان بودجه‌ی در اختیار کم‌تر باشد احتمال مواجهه با کمبود نیز بیشتر می‌شود. در ادامه به منظور درک بیشتر این موضوع، عملکرد دو روش پیشنهادی ابتکاری و ژائو و همکاران بر اساس میزان بودجه‌ی در اختیار در قالب یک مثال ۵ کالایی مورد بررسی قرار می‌گیرد. اطلاعات مربوط به جدول ۸ را در نظر بگیرید.

در جدول ۹ نتایج حاصل از دو روش پیشنهادی ابتکاری و ژائو و همکاران با توجه به مقادیر مختلف بودجه‌ی در اختیار (B) ارائه شده است. چنان که مشاهده می‌شود برای مقادیر بودجه‌ی نیمه محدود و آزاد، روش ژائو و همکاران نتوانسته به جواب بهینه دست یابد اما روش پیشنهادی ابتکاری توانسته با دست‌یابی به جواب بهینه، هزینه‌ی کلی را به مقدار بیشتری کاهش دهد.



شکل ۲. تغییرات هزینه‌ی متوسط با افزایش تعداد مثال‌های در نظر گرفته شده.

جدول ۴. تعداد مثال‌های بررسی شده برای مسائل با ابعاد مختلف.

ابعاد مسئله	تعداد مثال‌های حل شده	تعداد B های در نظر گرفته شده	کل مثال‌های بررسی شده
۲ کالایی	۱۲	۱۷	۲۰۴
۳ کالایی	۱۳	۲۰	۲۶۰
۴ کالایی	۱۴	۲۵	۳۵۰
۵ کالایی	۱۳	۲۸	۳۶۴
۶ کالایی	۷	۳۰	۲۱۰
۷ کالایی	۹	۷	۶۳
۸ کالایی	۵	۵	۲۵

مختلف نشان داده شده است. تعداد مسائل مورد بررسی از روی کاهش نواسانات هزینه‌ی متوسط تعیین می‌شود. با توجه به شکل ۲ و با رسیدن تعداد مثال‌ها به ۱۳ عدد، نواسانات هزینه‌ی متوسط کاهش می‌یابد.

این رویه برای سایر مسائل نیز انجام، و در نهایت برای مسائل با ابعاد مختلف، تعداد B ها و مثال‌های مورد نظر مشخص شده است که به صورت جدول ۴ است.

۲.۵. نتایج عددی آزمایش‌ها

مثال‌های مختلفی به‌ازای تعداد کالای مختلف و نیز مقادیر مختلف بودجه‌ی در اختیار طراحی شده، و با روش ابتکاری پیشنهادی و نیز روش ژائو و همکاران حل شده است. روش‌های ابتکاری پیشنهادی در تمامی مسائل بررسی شده که در مجموع ۱۳۸۸ مورد است، جواب بهینه را به دست آورده است (در شرایط بهینگی ارائه شده توسط ژائو و همکاران صدق می‌کنند) در حالی که روش ژائو و همکاران در ۱۱۶۷ مورد جواب بهینه در ۲۲۱ مورد جواب نزدیک به بهینه را به دست آورده است. در ادامه، برای مقایسه‌ی نتایج حاصل از دو روش پیشنهادی ابتکاری و ژائو و همکاران، به بررسی یک مثال ۶ کالایی می‌پردازیم. اطلاعات مربوط به جدول ۵ را در نظر بگیرید.

نتایج سیاست سفارش‌دهی به دست آمده توسط روش‌های ژائو و همکاران و پیشنهادی ابتکاری به ترتیب مطابق جداول ۶ و ۷ است. در این دو جدول، مقدار سفارش‌دهی و نقطه‌ی سفارش‌دهی مجدد برای هر کالا نشان داده شده است. همچنین هزینه‌ی کلی سیستم به‌ازای سیاست به دست آمده آورده شده است. همانطور که مشاهده می‌شود هزینه‌ی کلی مربوط به روش پیشنهادی ابتکاری کم‌تر از روش ژائو و همکاران است.

جدول ۸. اطلاعات مسئله‌ی ۵ کالایی.

کالا	h	p	k	λ	S
۱	۱,۷۶۳	۴,۵۰۳	۴۱,۸۸۳	۲,۸۶۷	۵
۲	۰,۷۳۳	۵,۴۵۹	۵۴,۵۴۱	۲,۶۹۰	۳
۳	۰,۶۶۲	۸,۳۲۹۳	۴,۰۷۰	۱,۱۸۴	۳
۴	۱,۶۴۱	۲۰,۱۸۷	۵۷,۲۴۷	۸,۲۸۴	۳
۵	۲,۵۴۸	۱۷,۶۹۱	۲۴,۵۳۸	۲,۳۹۲	۳

$$0 \leq \beta \leq \sum_{m=1}^M s_m (r_m^* + Q_m^*)^+ = 272$$

جدول ۹. هزینه‌ی کلی با توجه به میزان بودجه در اختیار.

B	هزینه سیاست	
	روش ژائو و همکاران	روش پیشنهادی ابتکاری
۴۰ (محدود)	۱۵۶,۶۸۶	۱۵۶,۶۸۶
۶۰ (محدود)	۱۳۸,۸۸۷	۱۳۸,۸۸۷
۹۰ (نیمه محدود)	۱۱۹,۲۴۱	۱۱۹,۱۵۲
۱۰۰ (نیمه محدود)	۱۱۴,۷۲۱	۱۱۴,۳۲۵
۱۶۰ (آزاد)	۹۹,۳۰۸	۹۷,۹۵۲
۱۷۰ (آزاد)	۹۷,۸۹۲	۹۶,۸۲۵

اختیار است و برای مقادیر مختلف بودجه‌ی در اختیار جواب بهینه را براساس تست بهینگی ژائو و همکاران به دست آورده است.

زمان محاسباتی روش پیشنهادی ابتکاری در مقایسه با روش ژائو و همکاران بیشتر است. اگر \bar{t} و \bar{t} به ترتیب زمان‌های مربوط به اجرای روش ابتکاری پیشنهادی ارائه شده و روش ژائو و همکاران باشد، در این صورت نسبت زمانی دو روش در مقایسه با یکدیگر عبارت خواهد بود از:

$$(A) \quad \text{نسبت زمانی} = \frac{\bar{t} - \bar{t}}{\bar{t}}$$

متوسط نسبت زمانی فوق برای مثال‌های عددی حل شده ۰,۲ است. اگرچه از نظر زمانی روش ژائو و همکاران عملکرد نسبتاً بهتری نسبت به روش پیشنهادی ابتکاری دارد ولی از نظر کاهش هزینه‌ی کل چنین شرایطی را ندارد. در عمل با توجه به بزرگ بودن واحدهای هزینه‌ی در سیستم‌های موجودی، توانایی روش‌ها در کاهش هزینه‌ها یقیناً اهمیت بیشتری نسبت به زمان حل آنها خواهد داشت.

در کل، روش ابتکاری پیشنهادی برای مسائل با ابعاد کوچک، در مقایسه با روش ژائو و همکاران عملکرد بهتری دارد و توانسته در تمامی مسائل حل شده به جواب بهینه دست یابد.

با بزرگ شدن ابعاد مسئله (بیشتر شدن تعداد کالاها مسئله)، زمان محاسباتی روش ابتکاری پیشنهاد شده و روش ژائو و همکاران افزایش می‌یابد.

۶. نتیجه‌گیری

در این مقاله یک روش ابتکاری برای تعیین سیاست سفارش دهی (r, Q) در یک سیستم موجودی با سیاست مرور پیوسته که در آن محدودیت بودجه لحاظ شده، ارائه شد. روش ابتکاری پیشنهادی از دو مرحله تشکیل شده است: مرحله‌ی اول مبتنی است بر کاهش موقعیت موجودی کالاها؛ چنانچه جواب به دست آمده از این مرحله بهینه نباشد، در مرحله‌ی دوم از الگوریتم جست‌وجوی محلی دوکالایی برای بهبود جواب حاصله استفاده می‌شود. با روش ژائو و همکاران در مسائلی که میزان بودجه‌ی در اختیار کوچک است، می‌توان جواب بهینه مسئله را به دست آورد، ولی در حالت‌هایی که میزان بودجه‌ی در اختیار متوسط یا بزرگ است به جواب نزدیک به بهینه دست می‌یابیم. روش ابتکاری پیشنهادی این قابلیت را دارد که در تمامی مسائلی که روش ژائو و همکاران جواب نزدیک به بهینه را به دست آورده، جواب بهتری را در مقایسه با آن به دست آورد و شرایط بهینگی ارائه شده توسط ژائو و همکاران را احراز کند.

روش ابتکاری پیشنهادی ارائه شده و روش ژائو و همکاران با بزرگ شدن ابعاد مسئله، با مشکل افزایش زمان محاسباتی روبه‌رو می‌شوند. ارائه‌ی روش‌هایی که بتواند مسائل در ابعاد بزرگ را در زمان کوتاه‌تری حل کند برای تحقیقاتی آتی توصیه می‌شود. همچنین به منظور نزدیک‌سازی مدل به شرایط واقعی، می‌توان محدودیت بودجه و فضای ذخیره‌سازی را تماماً در مدل در نظر گرفت و روش جدیدی برای حل آن ارائه داد.

در بیشتر مسائل مورد بررسی، درصد بهبود به دست آمده از الگوریتم جست‌وجوی محلی دوکالایی بیشتر از الگوریتم جست‌وجوی محلی تک‌کالایی است. به منظور مقایسه‌ی الگوریتم جست‌وجوی محلی دوکالایی با تک‌کالایی، درصد بهبود ایجاد شده به وسیله‌ی این دو الگوریتم محاسبه شده است. اگر \bar{C} و \bar{C} به ترتیب هزینه‌های مربوط به سیاست‌های قبل و بعد از به‌کار بردن الگوریتم جست‌وجوی محلی باشد، در این صورت درصد بهبود عبارت است از:

$$(7) \quad \text{درصد بهبود} = \frac{\bar{C} - \bar{C}}{\bar{C}}$$

متوسط درصد بهبود الگوریتم جست‌وجوی دوکالایی و تک‌کالایی به ترتیب ۰,۷۴ و ۰,۸۸ است.

به منظور بررسی تغییرات درصد بهینگی دو روش مذکور، مسائلی با تعداد کالاها مختلف ارائه شده است. با توجه به افزایش تعداد کالاها در نظر گرفته شده، درصد بهینگی روش ژائو و همکاران کاهش می‌یابد در حالی که روش پیشنهادی ابتکاری توانسته برای کلیه مسائل، جواب بهینه را به دست آورد.

با توجه به نتایج، روش ژائو و همکاران برای مسائلی که در آنها میزان بودجه‌ی در اختیار کم است، عملکرد بهتری از خود نشان می‌دهد. این روش برای مسائلی که بودجه‌ی در اختیارشان متوسط یا نیمه‌محدود است، جواب نزدیک به بهینه را به دست می‌آورد در حالی که روش ابتکاری پیشنهادی مستقل از میزان بودجه‌ی در

پانویس‌ها

1. newsboy model
2. monotonicity
3. shelf age inventory models

منابع (References)

1. Zhao, X., Fan, F., Liu, X. and Xie, J. "Storage-space capacitated inventory system with (r, Q) policies", *Operations Research*, **55**, pp. 854-865 (2007).

2. Zipkin Paul, H., *Foundations of Inventory Management*, McGraw-Hill Higher Education (2000).
3. Holt, C.C., Modigliani, F., Muth, J.F. and Simon, H.A., *Planning Production, Inventories, and Work Force*, Prentice-Hall, Englewood Cliffs, NJ (1960).
4. Brown, R.G. and Gerson, G., *Decision Rules for Inventory Management*, Holt, Rinehart and Winston, New York (1967).
5. Tinarelli, G.U. "Inventory control: Models and problems", *European Journal of Operational Research*, **14**, pp. 1-12 (1983).
6. Federgruen, A. and Zheng, Y. "An efficient algorithm for computing an optimal (r, Q) policy in continuous review stochastic inventory systems", *Operations Research*, **40**, pp. 808-813 (1992).
7. Lau, H. and Lau, A.H. "The newsstand problem: A capacitated multiple-product single period inventory problem", *European Journal of Operational Research*, **94**, pp. 29-42 (1996).
8. Erlebacher, S.J. "Optimal and heuristic solutions for the multiple newsvendor problem with a single capacity constraint", *Production and Operations Management*, **9**, pp. 303-318 (2000).
9. Beyer, D, Sethi, S.P. and Sridhar, R. "Stochastic multi-product inventory models with limited storage", *Journal of Optimization Theory and Applications*, **111**, pp. 553-588 (2001).
10. Jeddi, B.G., Shultes, B.C. and Haji, R. "A multi-product continuous review inventory system with stochastic demand, backorder, and a budget constraint", *European Journal of Operational Research*, **158**, pp. 456-469 (2004).
11. Minner, S. and Silver, E.A. "Multi-product batch replenishment strategies under stochastic demand and a joint capacity constraint", *IIE Transactions*, **37**, pp. 469-49 (2005).
12. Xu, K. and Leung, M.T. "Stocking policy in a two-party vendor managed channel with space restrictions", *International Journal of Production Economics*, **117**, pp. 271-285 (2009).
13. Moncer, A. and Hariga, A. "The single-item continuous review inventory problem with space restriction", *Int. J. Production Economics*, **128**, pp. 153-158 (2010).
14. Zhao, X., Qiu, M., Jinxing, X. and He, Q. "Computing (r, Q) policy for an inventory system with limited sharable resource", *Computers & Operations Research*, **39**, pp. 2368-2379 (2012).
15. Darwish, M.A., Goyal, S.K. and Alenezi, A.R. "Stochastic inventory model with finite production rate and partial backorder", *International Journal Logistics Systems and Management*, **17**(3), pp. 289-302 (2014).
16. Ang, M., Song, J., Wang, M. and Zhang, H. "On properties of discrete (r, q) and (s, T) inventory systems", *European Journal of Operational Research*, **229**, (2013), pp. 95-105 (2014).
17. Federgruen, A. and Wang, M. "Monotonicity properties of a class of stochastic inventory systems", *Annals of Operations Research*, **208**, pp. 155-186 (2013).