مهندسی صنایع و مدیریت شریف، (تابستان ۱۳۹۷)
دوره‌ی ۱-۳۴، شماره‌ی ۱/۱، ص. ۵۱-۶۱

Original Article

رویکرد نظریه بازی برای هماهنگی سیاست‌های قیمت‌گذاری و تبلیغات مشارکتی با در نظرگرفتن هزینه‌های موجودی در یک زنجیره تأمین دو سطحی

جواد زارعی (کارشناسی ارشد)
مرتضی راستی برزکی* (دانشیار)
سید رضا حجازی (استاد)
دانشکده مهندسی صنایع و سیستم‌ها، دانشگاه صنعتی اصفهان

این مقاله به هماهنگی سیاست‌های قیمت‌گذاری و تعیین میزان تبلیغات مشارکتی، با درنظرگرفتن هزینه‌های موجودی در یک زنجیره‌ی تأمین دوسطحی ــ شامل یک تولیدکننده و یک خرده‌فروش ــ با تقاضای وابسته به قیمت‌گذاری و تبلیغات مشارکتی، می‌پردازد. متغیرهای تصمیم تولیدکننده عبارت‌اند از: قیمت عمده‌فروشی، میزان تبلیغات ملی، و نرخ مشارکت؛ همچنین متغیرهای تصمیم خرده‌فروش قیمت خرده‌فروشی و میزان تبلیغات محلی هستند. مسئله به‌وسیله‌ی سه بازی شامل دو بازی غیرهمکارانه‌ی نش و استکلبرگ ـ خرده‌فروش و یک بازی همکارانه حل شده‌است و با چند مثال عددی نقاط تعادل به‌دست آمده از بازی‌های با هم مقایسه شده‌اند. مقایسات نشان می‌دهند که سود تولیدکننده و خرده‌فروش در استکلبرگ ـ خرده‌فروش بیشتر از نش است. در نهایت، اثر تغییر پارامترهای هزینه‌ی تولید و تقاضای پایه بر روی قیمت عمده‌فروشی و خرده‌فروشی بررسی شده است که اثر هزینه‌ی تولید بر روی قیمت عمده‌فروشی بیشتر از خرده‌فروشی و اثر تقاضای پایه بر روی قیمت خرده‌فروشی بیشتر از عمده‌فروشی است.

واژگان کلیدی: زنجیره‌ی تأمین، قیمت‌گذاری، موجودی، تبلیغات مشارکتی، نظریه‌ی بازی.

j.zarei@in.iut.ac.ir
rasti@cc.iut.ac.ir
rehejazi@cc.iut.ac.ir

۱. مقدمه

مدیریت مؤثر زنجیره‌ی تأمین نیازمند هماهنگی بین اعضای زنجیره‌ی تأمین است و با هماهنگ‌سازی تصمیمات و فعالیت‌های سازمان انتظار می‌رود که منافع زیادی برای اعضا قابل دست‌یابی باشند. از آنجایی‌که هیچ یک از تصمیم‌گیرندگان کنترل کاملی برکل زنجیره‌ی تأمین ندارند، بدیهی است قادر نخواهند بود تصمیماتی اتخاذ کنند که سود کل زنجیره را بیشینه کند. بنابراین، محققان زنجیره‌ی تأمین برای بهینه‌سازی سود کل زنجیره‌ی تأمین، به هماهنگی و یکپارچه‌سازی اطلاعات می‌پردازند.

امروزه سازمان‌ها از اهمیت نقش قیمت‌گذاری مناسب و تبلیغات مشارکتی[۱] در سودآوری و بقای سازمان آگاه هستند. از آنجایی‌که قیمت بر روی تقاضای مشتریان تأثیرگذار است و قیمت‌گذاری نامناسب و غیراصولی، مشتریان را از انجام خرید منصرف می‌کند و باعث کاهش سود سازمان خواهد شد، قیمت‌گذاری برای شرکت‌های تولیدکننده و عرضه‌کننده‌ی کالا بسیار اهمیت دارد. سیاست تأثیرگذار دیگر در تقاضای مشتریان، انجام تبلیغات است. بدون انجام تبلیغات، جذب مشتری و آگاه‌سازی آنها از نشان تجاری محصول به‌خصوص در شرایط رقابتی بازارهای کنونی دشوار است. حال با توجه به تأثیرگذاری تقاضای مشتریان در هزینه‌های موجودی، به اهمیت هماهنگی این سیاست‌ها به‌صورت یکپارچه پی برده می‌شود و نمی‌توان به‌صورت جداگانه در مورد این سه سیاست تصمیم‌گیری کرد. بنابراین، نکته‌یی که سیاست‌های قیمت‌گذاری و انجام تبلیغات را با هزینه‌های موجودی به هم مربوط می‌سازد، تقاضای مشتریان است.

منظور از تبلیغات مشارکتی این است که تولیدکننده برای افزایش سود خود و ترغیب خرده‌فروش به انجام تبلیغات بیشتر درصدی از هزینه‌های تبلیغاتی وی را بپردازد و به این درصد، نرخ مشارکت گفته می‌شود.

یکی از فرض‌های مهمی که در یکپارچه‌سازی و هماهنگی سیاست‌های قیمت‌گذاری و تبلیغات مشارکتی مورد توجه قرار می‌گیرد، فرض رقابتی بودن بازار مورد مطالعه است. بنابراین، مسئله‌ی مورد بررسی در این مقاله در دسته‌ی مسائل رقابتی قرار می‌گیرد. برای تحلیل مسائل رقابتی از مفاهیم نظریه‌ی بازی استفاده می‌شود. در نظریه‌ی بازی، اگر هر بازیکن تعداد بازیکنان و استراتژی‌های هر یک

* نویسنده مسئول

تاریخ: دریافت ۱۳۹۴/۹/۷، اصلاحیه ۱۳۹۵/۱/۲۴، پذیرش ۱۳۹۵/۳/۸.
DOI:10.24200/J65.2018.5553

از آنها و همچنین میزان برد و باخت در پایان بازی را بداند، بازی را با اطلاعات کامل می‌گویند. اما در یک بازی ممکن است بازیکنان شناخت کاملی از بردوباخت بازی نداشته باشند که به آن بازی با اطلاعات ناقص می‌گویند. در این بازی‌ها باید به‌دنبال یافتن نقطه‌ی تعادل بود. یافتن تعادل بازی، به‌معنی یافتن راه حلی برای بازی است که در آن، هر بازیکن بر اساس پیش‌بینی‌ها و ترجیحات خود و همچنین در پاسخ به رفتار رقبا رفتار خود را شکل می‌دهد و هیچ تمایلی برای برهم‌زدن آن ندارد. در نظریه‌ی بازی، تعادل به‌معنای بهترین وضعیت یا بهترین راه حل نیست، بلکه راه حلی برای بازی است که بازیکنان انگیزه‌یی برای خروج از آن ندارند.

ویدین[۱] اولین محققی بود که در سال ۱۹۵۵ مدل EOQ[۲] پایه را با درنظرگرفتن قیمت فروش و مقدار سفارش به‌عنوان متغیرهای تصمیم توسعه و نشان داد که سود خرده‌فروش می‌تواند با هماهنگی این تصمیمات افزایش یابد. لادانی و همکارانش[۲] در سال ۱۹۷۴ یک مدل سود خالص عمومی با تفاوت در سود ناخالص و هزینه‌های موجودی را مطالعه کردند. در این مدل، تقاضا تابعی از قیمت فروش است و قیمت فروش به سیاست قیمت‌گذاری بستگی دارد. در این مطالعه، نشان داده شد که رفتار مسئله های موجودی در صورتی درست است که تعاملات آن با مسئله‌های قیمت‌گذاری درنظر گرفته شود؛ زیرا سود بیشتری، نسبت به حالتی که مسئله‌های موجودی به‌عنوان یک زیرسیستم در نظرگرفته شوند، عاید سازمان می‌شود. یکی از اولین مدل‌های تعیین اندازه‌ی دسته با هماهنگی خریدار و فروشنده را در سال ۱۹۷۶، گویال[۳] پیشنهاد داد. یک مدل موجودی یکپارچه که مدل گویال در سال ۱۹۷۶ را تعمیم می‌داد، توسط بانرجی[۴] در سال ۱۹۸۶ پیشنهاد شد. بانرجی فرض کرد که مقدار سفارش خریدار با اندازه‌ی تولید فروشنده برابر است و به این نتیجه رسید که هزینه‌های کل سیستم (فروشنده و خریدار) می‌تواند در صورت تعیین مقدار سفارش اقتصادی هماهنگ کاهش یابد. خریدار در این مدل از سیاست موجودی EOQ استفاده می‌کند. راسنبلات و لی[۵] در سال ۱۹۸۵ مدلی را برای تعیین مقدار سفارش و قیمت فروش پیشنهاد دادند؛ در این مدل، تقاضا وابسته به قیمت بود و از تخفیف‌های مقداری استفاده کرده بودند. پولاتگلو[۶] در سال ۱۹۹۱، برای تعیین اندازه‌ی تولید و قیمت فروش مدلی را پیشنهاد داد. در این مدل تقاضا وابسته به قیمت و به‌صورت قطعی و احتمالی مطرح شده بود. آباد[۷] در سال ۱۹۹۶، مدلی برای تعیین اندازه‌ی دسته و قیمت فروش یک فروشنده که محصول فاسدشدنی تولید می‌کرد، ارائه داد و در سال ۲۰۰۰،[۸] همین مدل را توسعه داد و فرض‌های تولید محدود، فروش ازدست‌رفته، و پس‌افت را به آن اضافه کرد. یکی از کوشش‌های تحقیقی مهم به آباد[۹] نسبت داده می‌شود. او در سال ۲۰۰۳ مسئله‌ی اندازه‌ی انباشته و قیمت‌گذاری را برای یک محصول فاسدشدنی تحت تولید محدود، خرابی نمایی، سفارش‌های به تعویق افتاده‌ی جزئی، و فروش ازدست‌رفته مطالعه کرد. از طرف دیگر، درنظرگرفتن فاسدشدنی بودن و هزینه‌های مربوط به سفارش در این مدل جدید بود. دیگر خصوصیات مدل این است که مشتری ممکن است سفارش‌های خود را بعد از یک مدت زمان انتظار طولانی مخصوصاً در طول دوره‌ی کمبود، لغو کند. بعد از آن، گویال و گری،[۱۰] تنگ و همکارانش،[۱۱] کار آباد را توسعه دادند. در سال ۲۰۱۲، شوندی و محلوجی،[۱۲] مدل اندازه‌ی انباشته و قیمت‌گذاری آباد[۹] را با درنظرگرفتن محصولات چندگانه گسترش دادند. در این مقاله محصولات به چند دسته طبقه‌بندی شدند: محصولات جایگزین، مکمل، و مستقل. قیمت محصولات مستقل هیچ اثری برروی تقاضای دیگر محصولات ندارد اما قیمت محصولات جایگزین و مکمل بر روی قیمت و تقاضای هر محصول مرتبط با آن اثر می‌گذارد. مانند مدل آباد، مشتری‌ها صبور نیستند و ممکن است به‌علت زمان انتظار طولانی، سفارش‌های خود را لغو کنند. هدف مدل پیشنهادشده در این مقاله، بیشینه کردن سود کلی با تعیین قیمت و تصمیمات موجودی و با درنظرگرفتن محدودیت‌های بودجه، فضای انبار، و قیمت منوط به رقابت است. برای حل مدل پیشنهادشده از الگوریتم ژنتیک[۳] استفاده شده است.

هوآنگ و همکارانش [۱۳] در سال ۲۰۰۱، درباره‌ی هماهنگی تولیدکننده ـ خرده‌فروش در تبلیغات مشارکتی تحقیق کردند. آن‌ها اثر سرمایه‌گذاری برروی نام برند، تبلیغات محلی، و سیاست تبلیغات مشارکتی را در سه مدل بررسی کردند که در آن فروشنده موافقت می‌کند سهمی از سرمایه‌گذاری تبلیغات محلی را به خریدار بپردازد. ین و راجارام[۱۴] در سال ۲۰۰۷، مسئله‌ی کنترل موجودی و قیمت‌گذاری هماهنگ تک‌محصولی و افق زمانی محدود با بازرسی‌های دوره‌یی را درنظر گرفتند. توزیع تقاضای هر دوره با زنجیره‌ی مارکف مستقل تعیین می‌شود. تصمیمات سفارش‌دهی و قیمت‌گذاری در شروع هر دوره اتخاذ می‌شود و تمام کمبودها، پس‌افت می‌شوند. در نهایت نتایج نشان می‌دهند که اجرای قیمت‌گذاری پویا در یک محیط تقاضای مارکف[۴] با هزینه‌ی سفارش‌دهی بالای ثابت یا تغییرپذیری بالای تقاضا سودآورتر است. در یک محیط تجارت کسب و کار، رایج است که اعتبار تجاری به اندازه‌ی سفارش بستگی دارد. بنابراین، مهم است که به‌بحث پیرامون مسئله‌ی زنجیره‌ی تأمین تک‌عرضه‌کننده و تک‌خریدار، که اعتبار تجاری وابسته به اندازه‌ی سفارش باشد، پرداخته شود. اویانگ و همکارانش[۱۵] در سال ۲۰۰۹، این مسئله که یک مدل موجودی یکپارچه را با نرخ تقاضای حساس به قیمت و تعیین هم‌زمان اندازه‌ی سفارش خریدار و اندازه‌ی تولید تولیدکننده بود، بررسی کردند. در نهایت یک الگوریتم اثرگذار برای به‌دست‌آوردن مقادیر بهینه پیشنهاد دادند.

در همان سال، اسماعیلی و همکارانش[۱۶] مسئله‌ی فروشنده ـ خریدار را که هدفشان به‌دست‌آوردن قیمت فروش توسط فروشنده و خریدار، تعیین مقدار سفارش توسط فروشنده، و هزینه‌ی تبلیغات توسط خریدار است بررسی کردند. در این مقاله، تقاضای بازار حساس به قیمت و تبلیغات خریدار است و طبق یک قرارداد، مقدار سفارش را فروشنده تعیین می‌کند و برای حل مدل پیشنهادشده از رویکرد نظریه‌ی بازی و تعادل استکلبرگ[۵] استفاده شده است. در این مقاله، اندازه‌ی تولید و مقدار سفارش باهم برابرند. ژی و وی،[۱۷] یک زنجیره‌ی تأمین با یک تولیدکننده و یک خرده‌فروش را مورد بررسی قرار دادند و هدف، تعیین قیمت عمده‌فروشی، قیمت خرده‌فروشی، و هزینه‌ی تبلیغات توسط اعضای زنجیره بود و تقاضا وابسته به قیمت و هزینه‌ی تبلیغات است. در این مقاله، سهمی از تبلیغات خرده‌فروش را تولیدکننده پرداخت می‌کند که آن هم به عنوان متغیر تصمیم درنظر گرفته شده است و در واقع از تبلیغات مشارکتی استفاده کرده‌اند و خرده‌فروش فقط محصول تولیدکننده را می‌فروشد. این مسئله هم با رویکرد نظریه‌ی بازی و تعادل استکلبرگ حل شده است. چن[۱۸] در سال ۲۰۱۱ هماهنگی سیاست‌های تبلیغات و سفارش‌دهی برای محصول تک‌دوره‌یی در یک زنجیره‌ی تأمین دوسطحی شامل یک تولیدکننده و یک خرده‌فروش را بررسی کرد. در این مطالعه، اثر هماهنگ سازوکار تبلیغات مشارکتی، سیاست بازگشت، و هماهنگی کانال بررسی می‌شود. در همان سال، سیداصفهانی و همکارانش،[۱۹] یک مسئله‌ی زنجیره‌ی تأمین با یک تولیدکننده و یک خرده‌فروش را درنظر گرفتند که در آن، تبلیغات به‌صورت مشارکتی بود؛ یعنی سهمی از تبلیغات خرده‌فروش را تولیدکننده پرداخت می‌کرد. تولیدکننده قصد تعیین قیمت عمده‌فروشی و هزینه‌های تبلیغات ملی و نرخ مشارکت در تبلیغات محلی را داشت و متغیرهای تصمیم خرده‌فروش قیمت خرده‌فروشی و هزینه‌های تبلیغات محلی بود. این مدل

به‌وسیله‌ی چهار بازی نش[۶]، استکلبرگ ـ تولیدکننده، استکلبرگ ـ خرده‌فروش، و بازی هماهنگ حل شده است.

در سال ۲۰۱۲ صدیق و همکارانش،[۲۰] درباره‌ی یک زنجیره‌ی تأمین خرده‌فروش ـ تولیدکننده‌ی چند محصولی تحقیق کردند جایی‌که تقاضای هر محصول به‌صورت غیرخطی از قیمت و مخارج تبلیغات تواماً تأثیر می‌پذیرد. آنها یک چارچوب بازی استکلبرگ را تحت دو سناریوی قدرت پیشنهاد کردند. به‌علاوه، محدودیت‌های بودجه را بر روی مقدار تولید و مبلغ سرمایه‌گذاری‌شده تبلیغ درنظر گرفتند. بازی‌های گفته‌شده، توسط بهینه‌سازی دو سطحی فرمول‌بندی می‌شوند و یک رویکرد حل بر اساس الگوریتم رقابت استعماری برای به‌دست آوردن حل‌های متعادل، پیشنهاد می‌شود. سال ۲۰۱۳ چن و همکارانش،[۲۱] یک زنجیره‌ی تأمین با کانال توزیع دوگانه شامل یک تولیدکننده و یک خرده‌فروش را بررسی کردند. خرده‌فروش یک محصول جایگزین با محصول تولیدکننده را از یک تولیدکننده‌ی دیگر خریداری می‌کند و می‌فروشد. تولیدکننده درباره‌ی قیمت فروش مستقیم و خرده‌فروش درباره‌ی قیمت خرده‌فروشی دو محصولش تصمیم‌گیری می‌کند. قیمت عمده‌فروشی به‌عنوان پارامتر ورودی مسئله است. در همان سال، یو و همکارانش[۲۲] تصمیمات قیمت‌گذاری و تبلیغات در یک زنجیره‌ی تأمین تولیدکننده ـ خرده‌فروش را هنگامی‌که تخفیف‌های قیمت به تولیدکننده و خرده‌فروش پیشنهاد داده می‌شود، مطالعه کردند. برای حل این مسئله از بازی استکلبرگ استفاده شده است که در آن تولیدکننده رهبر است. علایی و همکارانش[۲۳] در سال ۲۰۱۴، درباره‌ی یک تولیدکننده و دو خرده‌فروش رقیب که بر سر تبلیغات با هم رقابت می‌کنند، تحقیق کردند. تابع تقاضا وابسته به هزینه‌ی تبلیغات توسط تولیدکننده و دو خرده‌فروش است. در همان سال، اوست و همکارانش[۲۴] مقالاتی را که در زمینه‌ی تبلیغات مشارکتی بررسی شده بودند، جمع‌آوری و مرور کردند. ونگ و همکارانش[۲۵] در سال ۲۰۱۵، یک زنجیره‌ی تأمین شامل یک تأمین‌کننده و یک خرده‌فروش را بررسی کردند. در این مطالعه، تقاضا تابعی کاهشی از قیمت است. مقدار سفارش و قیمت فروش، به‌عنوان متغیرهای تصمیم خرده‌فروش و قیمت عمده‌فروشی و تعداد اندازه‌ی تولید به عنوان متغیرهای تصمیم تأمین‌کننده درنظرگرفته شده است و به‌وسیله‌ی سه بازی همکارانه و یک بازی غیرهمکارانه حل شده است. نوآوری این مقاله، درنظرگرفتن نرخ تولید محدود است.

در پایان بررسی پژوهش‌های پیشین مرتبط، نزدیک‌ترین مقالات به موضوع این مقاله در جدول ۱ آورده شده و مقایسه‌یی صورت گرفته است.

جدول ۱. خلاصه‌ی بررسی‌های پژوهش‌های پیشین مرتبط با موضوع.

نام نویسنده، سال	قیمت‌گذاری	هزینه‌های موجودی	تبلیغات مشارکتی	نش، استکلبرگ، همکارانه
اسماعیلی، ۲۰۰۹	*	*		
ژی، ۲۰۰۹	*		*	
یلدرماز، ۲۰۰۹	*	*		
چن، ۲۰۱۱		*	*	
سیداصفهانی، ۲۰۱۱	*		*	*
شوندی، ۲۰۱۲	*	*		
یو، ۲۰۱۳	*			
هسیه، ۲۰۱۴	*	*		
ونگ، ۲۰۱۵	*	*		
این مقاله	*	*	*	*

با بررسی‌های انجام‌شده، تاکنون مطالعه‌یی در زمینه‌ی یکپارچه‌سازی و هماهنگی سیاست‌های قیمت‌گذاری و تبلیغات مشارکتی، با درنظرگرفتن هزینه‌های موجودی در یک زنجیره‌ی تأمین دوسطحی با یک تولیدکننده و یک خرده‌فروش، انجام نشده است. از این‌رو در این مقاله به هماهنگی این سیاست‌ها پرداخته می‌شود.

ابتدا در بخش ۲ مقاله، به مدل‌سازی مسئله و معرفی علائم و نمادها و فرضیات مسئله پرداخته می‌شود و مسئله به‌وسیله‌ی بازی‌های نش، استکلبرگ ـ خرده‌فروش و همکارانه حل می‌شود. در بخش ۳، پنج مثال عددی برای بازی‌های حل و نتایج آن‌ها باهم مقایسه می‌شود و در بخش ۴ تحلیل حساسیتی بر روی پارامترها صورت می‌گیرد. در نهایت در بخش ۵ مقاله، نتیجه‌گیری و پیشنهادهایی برای مطالعات آتی آورده می‌شود.

۲. مدل‌سازی و حل

در این مسئله، خرده‌فروش تنها محصول تولیدشده توسط تولیدکننده را می‌خرد و تولیدکننده نیز محصول خود را به تنها خرده‌فروش موجود می‌فروشد. تبلیغات توسط هر دوی آن‌ها انجام می‌شود و تولیدکننده برای افزایش سود خود و تشویق خرده‌فروش به انجام تبلیغات بیشتر، به مشارکت در هزینه‌های تبلیغاتی خرده‌فروش می‌پردازد. تولیدکننده قیمت عمده‌فروشی و خرده‌فروش قیمت خرده‌فروشی را تعیین می‌کند. در مدل تولیدکننده هزینه‌های آماده‌سازی و نگه‌داری و در مدل خرده‌فروش هزینه‌های سفارش‌دهی و نگه‌داری لحاظ شده است. میزان سفارش خرده‌فروش با میزان تولید تولیدکننده برابر است. مقدار سفارش را خرده‌فروش تعیین می‌کند و تولیدکننده به همان اندازه تولید و به‌صورت یکجا برای خرده‌فروش ارسال می‌کند. تابع تقاضا متأثر از دو سیاست قیمت‌گذاری و تبلیغات مشارکتی است. تعدادی از شرکت‌ها با توجه به محدودیت‌هایی که دارند از جمله وسیله‌ی حمل‌ونقل و فضای انبار، مقدار سفارش مشخصی را درنظر می‌گیرند و همیشه به همین مقدار، سفارش می‌دهند. در این مقاله، مقدار سفارش ورودی مسئله درنظرگرفته می‌شود و مسئله به‌وسیله‌ی سه بازی نش، استکلبرگ ـ خرده‌فروش، و همکارانه حل خواهد شد و با چند مثال عددی به مقایسه‌ی نقاط تعادل به‌دست آمده از سه بازی پرداخته می‌شود. در نهایت، اثر تغییر پارامترهای هزینه‌ی تولید و تقاضای پایه بر روی قیمت عمده‌فروشی و خرده‌فروشی بررسی می‌شود.

قبل از بررسی مسئله، ابتدا در این قسمت علائم و نمادهای مورد استفاده در آن‌معرفی می‌شوند .

۱.۲. پارامترها

α: تقاضای بالقوه؛

β: عامل حساسیت به قیمت؛

k_m: ضریب تأثیرگذاری تبلیغات ملی؛

k_r: ضریب تأثیرگذاری تبلیغات محلی؛

c: هزینه‌ی تولید هر واحد توسط تولیدکننده؛

S_m: هزینه‌ی هر بار آماده‌سازی توسط تولیدکننده؛

S_r: هزینه‌ی هر بار سفارش‌دهی توسط خرده‌فروش؛

h_m: هزینه‌ی نگه‌داری هر واحد توسط تولیدکننده در طول دوره؛

h_r: هزینه‌ی نگه‌داری هر واحد توسط خرده‌فروش در طول دوره؛

Q: مقدار سفارش خرده‌فروش؛

f: نرخ تولید.

۲.۲. متغیرهای تصمیم

w: قیمت عمده‌فروشی (واحد پول)؛

A: میزان تبلیغات ملی (رادیکال واحد پول)؛

t: نرخ مشارکت تولیدکننده؛

p: قیمت خرده‌فروشی (واحد پول)؛

a: میزان تبلیغات محلی (رادیکال واحد پول).

۳.۲. توابع

D: نرخ تقاضا در طول دوره؛

π_m: سود تولیدکننده؛

π_r: سود خرده‌فروش؛

π_{m+r}: سود کل زنجیره.

فرضیات مسئله به‌صورت زیر است:

- افق برنامه‌ریزی نامحدود است.
- تولیدکننده محصولش را فقط به خرده‌فروش می‌فروشد.
- خرده‌فروش تنها محصول تولیدشده توسط تولیدکننده را می‌خرد.
- کمبود مجاز نیست.
- تولیدکننده مقدار سفارش خرده‌فروش را به‌صورت یکجا ارسال می‌کند.
- نرخ تولید بزرگتر از نرخ تقاضاست $(f > D)$.
- بازی‌ها با اطلاعات کامل هستند.

در این مقاله و در تابع تقاضا، تأثیر تبلیغات مشارکتی با قیمت‌گذاری جمع می‌شوند. توابع قیمت‌گذاری و تبلیغات به‌ترتیب با $g(p)$ و $h(a, A)$ نشان داده می‌شوند.

$$g(p) = \alpha - \beta p \tag{۱}$$

$$h\left(a, A\right) = k_m A + k_r a \tag{۲}$$

$$D(p, a, A) = g\left(p\right) + h\left(a, A\right) = \alpha - \beta p + k_m A + k_r a \tag{۳}$$

توابع سود اعضای زنجیره به‌صورت زیر هستند:

$$\pi_m(w, A, t) = \left(w - c\right) D - \frac{D}{Q} S_m - \frac{h_m}{2} Q \left(\frac{D}{f}\right) - \frac{A^2}{2} - t\frac{a^2}{2} \tag{۴}$$

$$\pi_r(p, Q, a) = \left(p - w\right) D - \frac{D}{Q} S_r - \frac{h_r}{2} Q - \left(1 - t\right) \frac{a^2}{2} \tag{۵}$$

$$\pi_{m+r}(p, Q, A, a) = \left(p - c\right) D - \frac{D}{Q} S_m - \frac{D}{Q} S_r - \frac{h_m}{2} Q \left(\frac{D}{f}\right) - \frac{h_r}{2} Q - \frac{A^2}{2} - \frac{a^2}{2} \tag{۶}$$

در این مقاله m، r و $m + r$ به‌ترتیب نماد تولیدکننده، خرده‌فروش، و کل زنجیره هستند.

قسمت اول تابع سود تولیدکننده، درآمدی است که تولیدکننده از فروش محصول خود به‌دست می‌آورد. قسمت‌های دوم و سوم آن به‌ترتیب هزینه‌ی آماده‌سازی و هزینه‌ی نگه‌داری است و قسمت‌های چهارم و پنجم آن، هزینه‌ی تبلیغات ملی و مشارکت در تبلیغات محلی است. تابع سود خرده‌فروش مشابه تابع سود تولیدکننده است، با این تفاوت که قسمت چهارم آن، سهمی است که خرده‌فروش بابت هزینه‌ی تبلیغات محلی می‌پردازد. از نظر ریاضی، با جمع توابع سود تولیدکننده و خرده‌فروش، تابع سود کل زنجیره به‌دست خواهد آمد که در رابطه‌ی ۶ قابل مشاهده است. دلیل استفاده از توان دوم برای A و a در توابع سود، صعودی و محدب‌بودن توابع هزینه‌ی آن‌ها در تابع هدف است. همچنین، دلیل استفاده از ضریب ۱/۲ برای آن‌ها، تعدیل شدت صعودی بودن آن‌هاست.

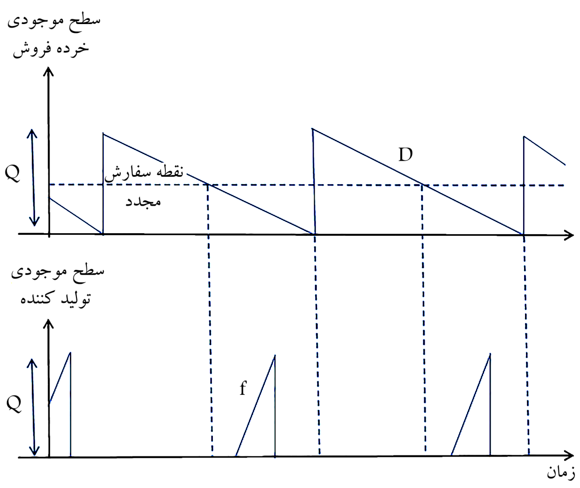
در مقالات متعددی از جمله کانتر،[۲۶] تیسی و آگراوال،[۲۷] جیوانی،[۲۸] چن و همکارانش،[۲۱] لیئو و همکارانش[۲۹] و یائو و لیئو،[۳۰] قیمت و تبلیغات را این‌گونه در توابع سود و تقاضا درنظر گرفته‌اند.

سیاست موجودی استفاده‌شده برای اعضای زنجیره، همانند کاری است که بانرجی[۴] و اسماعیلی و همکارانش[۱۶] انجام داده‌اند. خرده‌فروش برای سفارش‌دهی از سیاست EOQ استفاده می‌کند و تولیدکننده با نرخ تولید f تولید می‌کند و هنگامی‌که مقدار تولیدش به اندازه‌ی سفارش خرده‌فروش رسید، به‌صورت یکجا برای خرده‌فروش ارسال می‌کند. بعد از سفارش‌دهی، زمان‌هایی هم صرف آماده‌سازی تولید و ارسال سفارش توسط تولیدکننده می‌شود. شکل ۱ موجودی اعضای زنجیره را نشان می‌دهد.

در این مقاله، از سه بازی نش، استکلبرگ ـ خرده‌فروش و همکارانه برای حل مسئله استفاده شده است که در بخش‌های بعدی به آن‌ها پرداخته می‌شود. بعد از حل مسئله به‌وسیله‌ی این بازی‌ها، با چند مثال عددی به مقایسه‌ی بازی‌ها پرداخته می‌شود و سپس اثر تغییر پارامترهای تقاضای پایه و هزینه‌ی تولید بر روی قیمت خرده‌فروشی و عمده‌فروشی نشان داده می‌شود.

۴.۲. بازی نش

بازی نش در دسته‌بندی بازی‌های ایستا قرار می‌گیرد که در بازی‌های ایستا حرکات بازیکنان به‌صورت هم‌زمان است. در این بازی‌ها، برای بازیکنان شرایط به گونه‌یی توصیف می‌شود که گویا همه‌ی آن‌ها در یک لحظه اقدام به تصمیم‌گیری می‌کنند. بنابراین، در بازی نش، اعضا به‌صورت هم‌زمان و مستقل تصمیم‌گیری می‌کنند. در این



شکل ۱. سطح موجودی تولیدکننده و خرده‌فروش.

بازی باید به‌دنبال بهترین جواب هر بازیکن بود که به اصطلاح به آن‌ها بهترین پاسخ گفته می‌شود. برای رسیدن به تعادل نش، اعضای توابع سود خود را، که به‌صورت زیر است، به‌صورت هم‌زمان و مستقل بیشینه می‌کنند. مدل‌سازی نش به‌صورت زیر است:

$$\pi_m(w,A,t)=(w-c)\,D-\frac{D}{Q}S_m-\frac{h_m}{2}Q\left(\frac{D}{f}\right)-\frac{A^2}{2}-t\frac{a^2}{2} \tag{7}$$

$$\mathrm{st}:\ c\leq w \tag{8}$$

$$0\leq A \tag{9}$$

$$0\leq t<1 \tag{10}$$

$$\pi_r(p,Q,a)=(p-w)\,D-\frac{D}{Q}S_r-\frac{h_r}{2}Q-(1-t)\frac{a^2}{2} \tag{11}$$

$$\mathrm{st}:\ w\leq p \tag{12}$$

$$0\leq a \tag{13}$$

از آنجا که t توسط تولیدکننده تعیین می‌شود و مشتق دوم تابع سود تولیدکننده نسبت به آن، صفر است و ضریب t در تابع سود منفی است، تابع سود نسبت به t نزولی و مقدار بهینه‌ی t کمترین مقدار ممکن یعنی صفر است. همچنین، w متغیر تصمیم تولیدکننده است و در تابع سود ضریب مثبتی دارد؛ بنابراین، تابع سود نسبت به w صعودی است. حال با توجه به اینکه مشتق دوم تابع سود تولیدکننده نسبت به w صفر است و $p \geq w$، مقدار بهینه‌ی w، بیشترین مقدار ممکن یا انتهای بازه یعنی p است. از آنجایی‌که اگر $p=w$ درنظر گرفته شود، سودی عاید خرده‌فروش نمی‌شود، مشابه مدل سیداصفهانی و همکارانش،[۱۹] فرض می‌شود خرده‌فروش فروشی انجام نمی‌دهد مگر اینکه کمینه‌ی سود حاشیه‌یی را کسب کند. سود حاشیه‌یی تولیدکننده کمینه‌ی سود حاشیه‌یی درنظر گرفته می‌شود. بر پایه‌ی همین استدلال، رابطه‌ی ۱۴ به‌دست می‌آید.

$$\mu_r\geq\mu_m\rightarrow p-w\geq w-c\rightarrow w\leq\frac{p+c}{2} \tag{14}$$

با توجه به رابطه‌ی ۱۴، مقدار بهینه یا همان بیشترین مقدار ممکن برای w، $\frac{p+c}{2}$ است.

قضیه ۱. تعادل نش به‌صورت زیر است:

$$t^N=0 \tag{15}$$

$$w^N=\frac{h_mk_m^2Q+2cf(x_1+\beta)}{2fx_1}+\frac{(k_m^2S_m+k_r^2S_r-\alpha Q-S_r\beta)}{x_1Q} \tag{16}$$

$$p^N=\frac{h_mk_m^2Q+cf(x_1+2\beta)}{fx_1}+\frac{2(k_m^2S_m+k_r{}^2S_r-\alpha Q-S_r\beta)}{x_1Q} \tag{17}$$

$$a^N=\frac{k_r(k_m^2\,(S_m-S_r)+x_2Q+2S_r\beta)}{x_1Q}+\frac{k_rh_mk_m^2Q}{2fx_1} \tag{18}$$

$$A^N=-\frac{k_mh_mQ(k_r^2-3\beta)}{2fx_1}-\frac{k_m(k_r^2\,(S_m-S_r)-x_2Q-3S_m\beta+S_r\beta)}{x_1Q} \tag{19}$$

اثبات این قضیه در پیوست ۱ آمده است. برای اینکه جواب بهینه‌ی به‌دست‌آمده برای متغیرها در تعادل نش غیر منفی بماند، باید فرض $2\beta-k_m^2-k_r^2>0$ بر روی پارامترها درنظرگرفته شود. ماتریس هسین توابع سود تولیدکننده و خرده‌فروش معین منفی و توابع سود آن‌ها مقعر هستند (با توجه به پیوست ۲) بنابراین، جواب به‌دست‌آمده از حل دستگاه مشتق در قضیه ۱، نقطه‌ی تعادل نش است.

۵.۲. بازی استکلبرگ ـ خرده‌فروش

در بازی استکلبرگ، قدرت یکی از بازیکنان بیشتر از بازیکن دیگر است؛ بنابراین، یکی رهبر و دیگری پیرو است. بازی استکلبرگ در دسته‌بندی بازی‌های پویا که حرکات بازیکنان به صورت متوالی است، قرار می‌گیرد. برای تحلیل مسائل با استفاده از بازی استکلبرگ، ابتدا پیرو مقادیر بهینه‌ی متغیرهای تصمیم خود را بر حسب متغیرهای تصمیم رهبر به‌دست می‌آورد؛ سپس رهبر این اختیار را دارد که مقادیر بهینه‌ی متغیرهای تصمیم خود را اعلام کند و مقادیر بهینه‌ی متغیرهای تصمیم پیرو بر اساس مقادیر بهینه‌ی رهبر به‌دست خواهد آمد. واضح است که بهترین تصمیم پیرو که در این‌جا تولیدکننده است، مشابه تعادل نش است. بنابراین:

$$t^*=0 \tag{20}$$

$$w^*=\frac{p+c}{2} \tag{21}$$

$$A^*=\frac{1}{2}k_m(p-c-\frac{h_mQ}{f}-\frac{2S_m}{Q}) \tag{22}$$

اکنون برای رسیدن به تعادل استکلبرگ ـ خرده‌فروش، تابع سود خرده‌فروش بر اساس این مقادیر بهینه‌ی به‌دست آمده محاسبه می‌شود.

قضیه ۲. تعادل استکلبرگ ـ خرده‌فروش به‌صورت زیر است:

$$t^{SR}=0 \tag{23}$$

$$w^{SR}=\frac{h_mk_m^2Q+2cf\,(x_3+\beta)}{2fx_3}+\frac{(k_r^2Sr+k_m^2(S_m+S_r)-\alpha Q-2S_r\beta)}{x_3Q} \tag{24}$$

$$A^{SR}=\frac{\beta k_m\left(cfQ+2h_mQ^2+4fS_m-2fS_r\right)}{fx_3Q}-\frac{k_m\left(\left(k_m^2+k_r^2\right)\left(h_mQ^2+2f\,(S_m-S_r)\right)+2f\alpha Q\right)}{2fx_3Q} \tag{25}$$

$$p^{SR}=\frac{h_mk_m^2Q+cf\,(x_3+2\beta)}{fx_3}+\frac{2\left(k_r^2S_r+k_m^2\,(S_m+S_r)-\alpha Q-2S_r\beta\right)}{x_3Q} \tag{26}$$

$$a^{SR}=\frac{2k_rf\left(k_m^2\,(S_m-S_r)+x_2Q+2S_r\beta\right)}{2fx_3Q}+\frac{k_rh_mk_m^2Q}{2fx_3} \tag{27}$$

با جایگذاری مقادیر بهینه‌ی به‌دست‌آمده برای متغیرهای تصمیم خرده‌فروش (روابط ۲۶ و ۲۷)، در روابط ۲۰، ۲۱ و ۲۲، روابط ۲۳، ۲۴ و ۲۵ به‌دست خواهند آمد. اثبات قضیه‌ی ۲ در پیوست ۳ آمده است. ماتریس هسین تابع سود خرده‌فروش معین منفی است (با توجه به پیوست ۴). بنابراین، جواب به‌دست‌آمده از حل دستگاه مشتق، نقطه‌ی تعادل بازی استکلبرگ ـ خرده‌فروش است.

۶.۲. بازی همکارانه

یکی از ملاک‌های مهم در تقسیم‌بندی بازی‌ها این است که آیا پیش از انجام بازی بین بازیکنان مذاکره‌یی صورت می‌گیرد یا نه. اگر بین بازیکنان مذاکره‌یی صورت گیرد و توافقی هم به‌وجود بیاید و اجرا شود، اصطلاحاً به آن بازی همکارانه می‌گویند. هدف از همکاری در بازی همکارانه این است که سود بیشتری برای اعضای زنجیره کسب و بین اعضا تقسیم شود. در این بازی، یک تصمیم‌گیرنده‌ی مرکزی، که اطلاعات کاملی در اختیار دارد، با تعیین متغیرهای تصمیم مسئله، سود کل زنجیره را بیشینه می‌کند. از نظر ریاضی، این کار با جمع توابع سود اعضای زنجیره و در نهایت با بیشینه‌سازی آن انجام می‌شود. تابع سود کل زنجیره در بازی همکارانه به‌صورت رابطه‌ی ۲۸ است.

$$\pi_{m+r}(p,Q,A,a)=(p-c)\,D-\frac{D}{Q}S_m-\frac{D}{Q}S_r-\frac{h_m}{2}Q\left(\frac{D}{f}\right)-\frac{h_r}{2}Q-\frac{A^2}{2}-\frac{a^2}{2} \qquad (۲۸)$$

قضیه ۳. تعادل بازی همکارانه به صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$p^{CO}=\frac{(x_4+\beta)(2f(S_m+S_r)+2cfQ+h_mQ^2)}{2fx_4Q}-\frac{\alpha}{x_4} \qquad (۲۹)$$

$$a^{Co}=\frac{k_r\left(-\alpha Q+(cQ+S_m+S_r)\,\beta\right)}{x_4Q}+\frac{h_mk_r\beta Q}{2fx_4} \qquad (۳۰)$$

$$A^{Co}=\frac{k_m(-\alpha Q+(cQ+S_m+S_r)\beta)}{x_4Q}+\frac{h_mk_m\beta Q}{2fx_4} \qquad (۳۱)$$

اثبات این قضیه در پیوست ۵ آمده است. ماتریس هسین تابع سود کل زنجیره معین منفی و تابع سود آن مقعر است (با توجه به پیوست ۶). بنابراین، جواب به‌دست آمده از حل دستگاه مشتق در قضیه‌ی ۳، نقطه‌ی تعادل بازی همکارانه است.

۳. مثال عددی

در این قسمت با چند مثال عددی و مقداردادن به پارامترهای مسئله در سه بازی نش، استکلبرگ ـ خرده‌فروش، و همکارانه به حل این بازی‌ها و به‌دست‌آوردن نقاط تعادل آن‌ها پرداخته می‌شود. در تمام مثال‌ها، مقدار پارامترهای α و f برابر با ۲۰۰۰ درنظرگرفته شده است. مقادیر پارامترها در این مثال‌ها، تقریباً مشابه مثال‌های مورد استفاده در مقاله‌ی کانتر[۲۶] است. مقادیر پارامترها در جدول ۲ قابل مشاهده است.

جدول ۲. مقادیر پارامترها.

مقادیر پارامترها	مثال ۱	مثال ۲	مثال ۳	مثال ۴	مثال ۵
β	۰٫۸	۲	۲	۱٫۵	۰٫۸
k_m	۰٫۴	۰٫۵	۰٫۱۵	۱	۰٫۶
k_r	۰٫۳	۱	۰٫۱	۱	۰٫۲
S_m	۲۰۰	۲۰۰	۱۵۰	۲۰۰	۱۰۰
S_r	۲۵۰	۲۵۰	۱۰۰	۲۵۰	۱۰۰
h_m	۵	۵	۵	۵	۱۰
h_r	۱۰	۱۰	۱۰	۱۰	۲۰
c	۱۰۰	۱۰۰	۵۰	۱۰۰	۱۰۰
Q	۲۰۰	۲۰۰	۱۰۰	۲۰۰	۸۰

جدول ۳. نقاط تعادل مثال‌ها برای بازی نش.

نقطه‌ی تعادل	مثال ۱	مثال ۲	مثال ۳	مثال ۴	مثال ۵
w	۹۹۳٫۳	۴۷۹٫۱	۳۶۸٫۷	۸۳۹٫۸	۱۰۶۰٫۲
p	۱۸۸۶٫۷	۸۵۸٫۳	۶۸۷٫۴	۱۵۷۹٫۵	۲۰۲۰٫۴
A	۳۵۶٫۸	۱۸۸٫۹	۴۷٫۶	۷۳۸٫۵	۵۷۵٫۳
a	۲۶۷٫۶	۳۷۷٫۹	۳۱٫۸	۷۳۸٫۵	۱۹۱٫۸
π_m	۵۷۲۹۹۸	۲۶۷۷۵۸	۲۰۰۳۶۲	۵۴۵۳۸۲	۵۷۰۰۷۵
π_r	۵۹۹۸۵۲	۲۱۳۲۰۷	۲۰۰۸۸۶	۵۴۴۳۸۲	۷۱۶۴۹۷
π_{m+r}	۱۱۷۲۸۵۰	۴۸۰۹۶۵	۴۰۱۲۴۷	۱۰۸۹۷۶۰	۱۲۸۶۵۷۰

جدول ۴. نقاط تعادل مثال‌ها برای بازی استکلبرگ ـ خرده‌فروش.

نقطه‌ی تعادل	مثال ۱	مثال ۲	مثال ۳	مثال ۴	مثال ۵
w	۷۸۸٫۷	۳۷۷٫۴	۲۸۹٫۶	۷۱۶٫۷	۸۸۷٫۳
p	۱۴۷۷٫۴	۶۵۴٫۸	۵۲۹٫۳	۱۳۳۳٫۳	۱۶۷۴٫۶
A	۲۷۵	۱۳۸٫۱	۳۵٫۷	۶۱۵٫۴	۴۷۱٫۵
a	۲۰۶٫۲	۲۷۶٫۲	۲۳٫۹	۶۱۵٫۴	۱۵۷٫۲
π_m	۶۴۲۷۲۹	۲۷۶۴۴۶	۲۲۵۲۸۲	۵۶۸۱۰۷	۶۵۴۷۸۶
π_r	۶۵۸۲۷۰	۲۴۶۸۴۸	۲۲۵۷۲۸	۵۶۷۱۰۷	۷۵۲۹۸۰
π_{m+r}	۱۳۰۱۰۰۰	۵۲۳۲۹۴	۴۵۱۰۱۰	۱۳۱۵۲۱۰	۱۴۰۷۷۷۰

جدول ۵. نقاط تعادل مثال‌ها برای بازی همکارانه.

نقطه‌ی تعادل	مثال ۱	مثال ۲	مثال ۳	مثال ۴	مثال ۵
p	۱۵۲۳٫۲	۷۵۵٫۲	۵۳۰٫۲	۱۹۴۸٫۸	۱۷۰۰٫۹
A	۵۶۸٫۳	۳۲۶٫۴	۷۱٫۶	۱۸۴۶٫۳	۹۵۸٫۹
a	۴۲۶٫۲	۶۵۲٫۷	۴۷٫۸	۱۸۴۶٫۳	۳۱۹٫۶
π_{m+r}	۱۳۶۱۴۹۰	۵۸۴۸۲۳	۴۵۱۹۳۶	۱۷۰۳۳۲۰	۱۵۳۱۷۵۰

با توجه به نتایج به‌دست‌آمده در جدول‌های ۳ تا ۵، نقاط تعادل به‌دست‌آمده نشان می‌دهند که سود تولیدکننده و خرده‌فروش در بازی استکلبرگ ـ خرده‌فروش بیشتر از بازی نش است. بدیهی است که سود کل زنجیره در بازی همکارانه بیشتر از دو بازی دیگر باشد. قیمت خرده‌فروشی در بازی استکلبرگ ـ خرده‌فروش کمترین مقدار را دارد. همچنین نتایج نشان می‌دهند که میزان به‌دست آمده برای تبلیغات ملی و محلی در بازی همکارانه بیشترین و در بازی استکلبرگ ـ خرده‌فروش کمترین میزان را دارند.

۴. تحلیل حساسیت

در این قسمت، اثر تغییر هزینه‌ی تولید و تقاضای پایه بر روی قیمت عمده‌فروشی و خرده‌فروشی در بازی‌های نش و استکلبرگ ـ خرده‌فروش بررسی خواهد شد.

۱.۴. تحلیل اثر تغییر هزینه‌ی تولید بر روی قیمت عمده‌فروشی و خرده‌فروشی در بازی نش

اگر از جواب بهینه‌ی به‌دست‌آمده برای قیمت عمده‌فروشی نسبت به هزینه‌ی تولید مشتق گرفته شود، حاصل به‌صورت رابطه‌ی ۳۲ خواهد بود.

$$E_1 = \frac{\partial w^N}{\partial c} = \frac{1}{2}\left(1 + \frac{k_m^2 + k_r^2 - \beta}{k_m^2 + k_r^2 - 3\beta}\right) > 0 \quad (۳۲)$$

بنابراین، افزایش c حتماً باعث افزایش قیمت عمده‌فروشی می‌شود. با افزایش یک واحدی هزینه‌ی تولید، $\frac{1}{2}\left(1 + \frac{k_m^2+k_r^2-\beta}{k_m^2+k_r^2-3\beta}\right)$ واحد قیمت عمده‌فروشی افزایش می‌یابد.

حال اگر از قیمت خرده‌فروشی نسبت به هزینه‌ی تولید مشتق گرفته شود، به‌صورت رابطه‌ی ۳۳ می‌شود.

$$E_2 = \frac{\partial p^N}{\partial c} = \frac{k_m^2 + k_r^2 - \beta}{k_m^2 + k_r^2 - 3\beta} > 0 \quad (۳۳)$$

که حتماً افزایش c باعث افزایش قیمت خرده‌فروشی می‌شود. با افزایش یک واحدی هزینه‌ی تولید، $\frac{k_m^2+k_r^2-\beta}{k_m^2+k_r^2-3\beta}$ واحد قیمت خرده‌فروشی افزایش می‌یابد.

برای اینکه تفاوت اثر هزینه‌ی تولید بر روی قیمت عمده‌فروشی و خرده‌فروشی مشخص شود، از رابطه‌ی زیر استفاده می‌شود.

$$E_3 = \frac{E_2}{E_1} = \frac{k_m^2 + k_r^2 - \beta}{k_m^2 + k_r^2 - 2\beta} < 1 \quad (۳۴)$$

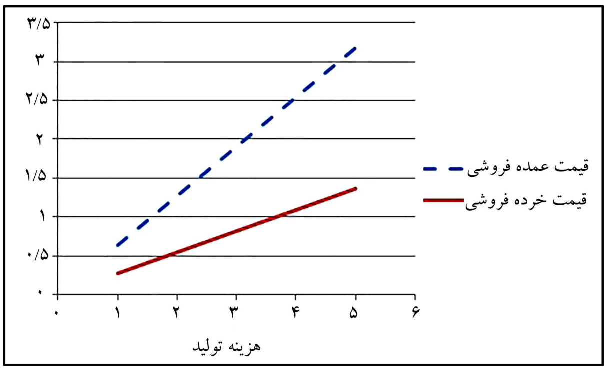
بنابر رابطه‌ی ۳۴، یک واحد افزایش هزینه‌ی تولید، اثر افزایشیِ بیشتری بر روی قیمت عمده‌فروشی نسبت به قیمت خرده‌فروشی دارد که در شکل ۲ هم قابل مشاهده است.

۲.۴. تحلیل اثر تغییر هزینه‌ی تولید بر روی قیمت عمده‌فروشی و خرده‌فروشی در بازی استکلبرگ

مشتق مرتبه‌ی اول قیمت عمده‌فروشی بهینه در بازی استکلبرگ نسبت به هزینه‌ی تولید برابر است با:

$$E_4 = \frac{\partial w^{SR}}{\partial c} = \frac{1}{2}\left(1 + \frac{2k_m^2 + k_r^2 - 2\beta}{2k_m^2 + k_r^2 - 4\beta}\right) > 0 \quad (۳۵)$$

بنابراین، افزایش c حتماً باعث افزایش قیمت عمده‌فروشی می‌شود. با افزایش یک واحدی هزینه‌ی تولید، $\frac{1}{2}\left(1 + \frac{2k_m^2+k_r^2-2\beta}{2k_m^2+k_r^2-4\beta}\right)$ واحد قیمت عمده‌فروشی افزایش می‌یابد.



شکل ۲. اثر تغییر هزینه‌ی تولید بر روی قیمت عمده‌فروشی و خرده‌فروشی.

حال اگر از قیمت خرده‌فروشی نسبت به هزینه‌ی تولید مشتق گرفته شود، به صورت رابطه‌ی ۳۶ می‌شود.

$$E_5 = \frac{\partial p^{SR}}{\partial c} = \frac{2k_m^2 + k_r^2 - 2\beta}{2k_m^2 + k_r^2 - 4\beta} > 0 \quad (۳۶)$$

که حتماً افزایش c باعث افزایش قیمت خرده‌فروشی می‌شود. با افزایش یک واحدی هزینه‌ی تولید، $\frac{2k_m^2+k_r^2-2\beta}{2k_m^2+k_r^2-4\beta}$ واحد قیمت خرده‌فروشی افزایش می‌یابد.

برای اینکه تفاوت اثر هزینه‌ی تولید بر روی قیمت عمده‌فروشی و خرده‌فروشی مشخص شود از رابطه‌ی زیر استفاده می‌شود.

$$E_6 = \frac{E_5}{E_4} = \frac{2k_m^2 + k_r^2 - 2\beta}{2k_m^2 + k_r^2 - 3\beta} < 1 \quad (۳۷)$$

با توجه به رابطه‌ی ۳۷، یک واحد افزایش هزینه‌ی تولید، اثر افزایشیِ بیشتری بر روی قیمت عمده‌فروشی نسبت به قیمت خرده‌فروشی دارد.

۳.۴. تحلیل اثر تغییر تقاضای پایه بر روی قیمت خرده‌فروشی و عمده‌فروشی در بازی نش

اگر از قیمت عمده‌فروشی نسبت به تقاضای پایه مشتق گرفته شود، به‌صورت زیر به‌دست می‌آید:

$$E_7 = \frac{\partial w^N}{\partial \alpha} = \frac{-1}{k_m^2 + k_r^2 - 3\beta} > 0 \quad (۳۸)$$

با توجه به مقدار مشتق به‌دست‌آمده، حتماً افزایش تقاضای پایه باعث افزایش قیمت عمده‌فروشی می‌شود. اگر یک واحد تقاضای پایه افزایش یابد، $\frac{-1}{k_m^2+k_r^2-3\beta}$ واحد قیمت عمده‌فروشی افزایش خواهد یافت.

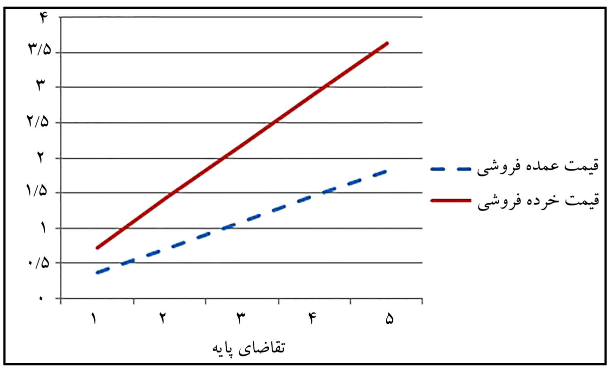
مشتق مرتبه اول قیمت خرده‌فروشی نسبت به تقاضای پایه برابر است با:

$$E_8 = \frac{\partial p^N}{\partial \alpha} = \frac{-2}{k_m^2 + k_r^2 - 3\beta} > 0 \quad (۳۹)$$

افزایش یک واحدی تقاضای پایه، $\frac{-2}{k_m^2+k_r^2-3\beta}$ واحد قیمت خرده‌فروشی را افزایش می‌دهد.

رابطه‌ی ۴۰ نشان می‌دهد که اثر افزایش یک واحدی تقاضای پایه بر روی قیمت خرده‌فروشی، دو برابر اثرش بر روی قیمت عمده‌فروشی است که در شکل ۳ هم قابل مشاهده است.

$$E_9 = \frac{E_8}{E_7} = 2 > 1 \quad (۴۰)$$



شکل ۳. اثر تغییر تقاضای پایه بر روی قیمت عمده‌فروشی و خرده‌فروشی.

۴.۴. تحلیل اثر تغییر تقاضای پایه بر روی قیمت خرده‌فروشی و عمده‌فروشی در بازی استکلبرگ

اگر از قیمت عمده‌فروشی نسبت به تقاضای پایه مشتق گرفته شود، به‌صورت رابطه‌ی ۴۱ خواهد بود:

$$E_{10} = \frac{\partial w^{SR}}{\partial \alpha} = \frac{-1}{2k_m^2 + k_r^2 - 4\beta} > 0 \qquad (41)$$

افزایش یک واحدی تقاضای پایه، $\frac{-1}{2k_m^2+k_r^2-4\beta}$ واحد قیمت عمده‌فروشی را افزایش خواهد داد.

مشتق مرتبه اول قیمت خرده‌فروشی نسبت به تقاضای پایه برابر است با:

$$E_{11} = \frac{\partial p^{SR}}{\partial \alpha} = \frac{-2}{2k_m^2 + k_r^2 - 4\beta} > 0 \qquad (42)$$

افزایش تقاضای پایه، باعث افزایش قیمت خرده‌فروشی می‌شود. افزایش یک واحدی تقاضای پایه، باعث افزایش $\frac{-2}{2k_m^2+k_r^2-4\beta}$ واحدی قیمت خرده‌فروشی می‌شود.

طبق رابطه‌ی ۴۳، اثر افزایش یک واحدی تقاضای پایه بر روی قیمت خرده‌فروشی، دو برابر اثرش بر روی قیمت عمده‌فروشی و مشابه بازی نش است.

$$E_{12} = \frac{E_{11}}{E_{10}} = 2 > 1 \qquad (43)$$

۵. نتیجه‌گیری

در این مقاله، هماهنگی سیاست‌های قیمت‌گذاری و تبلیغات مشارکتی با درنظرگرفتن هزینه‌های موجودی در یک زنجیره‌ی تأمین دوسطحی شامل یک تولیدکننده و یک خرده‌فروش مطالعه شد. متغیرهای تصمیم تولیدکننده شامل قیمت عمده‌فروشی، میزان تبلیغات ملی، و نرخ مشارکت در تبلیغات محلی و متغیرهای تصمیم خرده‌فروش شامل قیمت خرده‌فروشی و میزان تبلیغات محلی است. این مسئله به‌وسیله‌ی سه بازی نش، استکلبرگ ـ خرده‌فروش، و همکارانه حل شد که در تمام بازی‌ها جواب به‌دست‌آمده از حل دستگاه مشتق نقطه‌ی تعادل بازی است. برای هر بازی چند مثال عددی حل شد و نقاط تعادل به‌دست‌آمده در مثال‌ها نشان دادند که سود تولیدکننده و خرده‌فروش در بازی استکلبرگ ـ خرده‌فروش بیشتر از نش است و بدیهی است که سود کل زنجیره در بازی همکارانه بیشتر از دو بازی دیگر باشد. قیمت خرده‌فروشی در بازی استکلبرگ ـ خرده‌فروش کمترین و میزان تبلیغات ملی و محلی در بازی همکارانه بیشترین و در بازی استکلبرگ ـ خرده‌فروش کمترین میزان را دارند. در نهایت، اثر تغییر پارامترهای هزینه‌ی تولید و تقاضای پایه بر روی قیمت عمده‌فروشی و خرده‌فروشی بررسی شد. نتایج نشان دادند که افزایش هزینه‌ی تولید و تقاضای پایه، موجب افزایش قیمت عمده‌فروشی و خرده‌فروشی می‌شوند اما اثر تغییر هزینه‌ی تولید بر روی قیمت عمده‌فروشی بیشتر از قیمت خرده‌فروشی و اثر تغییر تقاضای پایه بر روی قیمت خرده‌فروشی بیشتر از قیمت عمده‌فروشی است. برای مطالعات آتی، می‌توان مسئله را به‌صورت پویا مدل‌سازی کرد که به شرایط دنیای واقعی نزدیک‌تر است یا از رویکرد نظریه‌ی بازی با اطلاعات ناقص برای حل استفاده کرد.

پانوشت‌ها

1. cooperative advertising
2. Economic order quantity
3. genetic algorithm
4. Markov
5. Stackelberg equilibrium
6. Nash

منابع (References)

1. Whitin, T.M. "Inventory control and price theory", *Management Science,* **2**(1), pp. 61-68 (1955).
2. Ladany, S. and Sternlieb, A. "The interaction of economic ordering quantities and marketing policies", *AIIE Transactions*, **6**(1), pp. 35-4 (1974).
3. Goyal, S. "An integrated inventory model for a single supplier-single customer problem", *The International Journal of Production Research,* **15**(1), pp. 107-111 (1977).
4. Banerjee, A. "A joint economic-lot-size model for purchaser and vendor", *Decision Sciences*, **17**(3), pp. 292-311 (1986).
5. Rosenblatt, M.J. and Lee, H.L. "Improving profitability with quantity discounts under fixed demand", *IIE Transactions*, **17**(4), pp. 388-395 (1985).
6. Polatoglu, L.H. "Optimal order quantity and pricing decisions in single-period inventory systems", *International Journal of Production Economics*, **23**(1), pp. 175-185 (1991).
7. Abad, P. "Optimal pricing and lot-sizing under conditions of perishability and partial backordering", *Management Science,* **42**(8), pp. 1093-1104 (1996).
8. Abad, P. "Optimal lot size for a perishable good under conditions of finite production and partial backordering and lost sale", *Computers & Industrial Engineering*, **38**(4), pp. 457-465 (2000).
9. Abad, P.L. "Optimal pricing and lot-sizing under conditions of perishability, finite production and partial backordering and lost sale", *European Journal of Operational Research*, **144**(3), pp. 677-685 (2003).
10. Goyal, S. and Giri, B.C. "The production—inventory problem of a product with time varying demand, pro-

duction and deterioration rates", *European Journal of Operational Research*, **147**(3), pp. 549-557 (2003).

11. Teng, J.-T., Ouyang, L.-Y. and Chen, L.-H. "A comparison between two pricing and lot-sizing models with partial backlogging and deteriorated items", *International Journal of Production Economics*, **105**(1), pp. 190-203 (2007).
12. Shavandi, H., Mahlooji, H. and Nosratian, N.E. "A constrained multi-product pricing and inventory control problem", *Applied Soft Computing,* **12**(8), pp. 2454-2461 (2012).
13. Huang, Z. and Li, S.X. "Co-op advertising models in manufacturer– retailer supply chains: A game theory approach", *European Journal of Operational Research*, **135**(3), pp. 527-544 (2001).
14. Yin, R. and Rajaram, K. "Joint pricing and inventory control with a Markovian demand model", *European Journal of Operational Research,* **182**(1), pp. 113-126 (2007).
15. Ouyang, L.-Y., Ho, C.-H. and Su, C.-H. "An optimization approach for joint pricing and ordering problem in an integrated inventory system with order-size dependent trade credit", *Computers & Industrial Engineering*, **57**(3), pp. 920-930 (2009).
16. Esmaeili, M., Aryanezhad, M.-B. and Zeephongsekul, P. "A game theory approach in seller—buyer supply chain", *European Journal of Operational Research,* **195**(2), pp. 442-448 (2009).
17. Xie, J. and Wei, J.C. "Coordinating advertising and pricing in a manufacturer– retailer channel", *European Journal of Operational Research*, **197**(2), pp. 785-791 (2009).
18. Chen, T.-H. "Coordinating the ordering and advertising policies for a single-period commodity in a two-level supply chain", *Computers & Industrial Engineering*, **61**(4), pp, 1274-1268 (2011).
19. SeyedEsfahani, M.M., Biazaran, M. and Gharakhani, M., "A game theoretic approach to coordinate pricing and vertical co-op advertising in manufacturer– retailer supply chains", *European Journal of Operational Research,* **211**(2), pp. 263-273 (2011).
20. Sadigh, A.N., Mozafari, M. and Karimi, B. "Manufacturer– retailer supply chain coordination: A bi-level programming approach", *Advances in Engineering Software,* **45**(1), pp. 144-152 (2012).
21. Chen, Y.C., Fang, S.-C. and Wen, U.-P. "Pricing policies for substitutable products in a supply chain with Internet and traditional channels", *European Journal of Operational Research,* **224**(3), pp. 542-551 (2013).
22. Yue, J., Austin, J., Huang, Z. and Chen, B. "Pricing and advertisement in a manufacturer– retailer supply chain", *European Journal of Operational Research,* **231**(2), pp. 492-502 (2013).
23. Alaei, S., Alaei, R. and Salimi, P. "A game theoretical study of cooperative advertising in a single-manufacturer-two-retailers supply chain", *Int J Adv Manuf Technol,* **74**(1-4), pp. 101-111 (2014).
24. Aust, G. and Buscher, U. "Cooperative advertising models in supply chain management: A review", *European Journal of Operational Research*, **234**(1), pp. 1-14 (2014).
25. Wang, C., Huang, R. and Wei, Q. "Integrated pricing and lot-sizing decision in a two-echelon supply chain with a finite production rate", *International Journal of Production Economics*, **161**, pp. 44-53 (2015).
26. Kunter, M. "Coordination via cost and revenue sharing in manufacturer– retailer channels", *European Journal of Operational Research*, **216**(2), pp. 477-486 (2012).
27. Tsay, A.A. and Agrawal, N. "Channel dynamics under price and service competition", *Manufacturing & Service Operations Management*, **2**(4), pp. 372-391 (2000).
28. De Giovanni, P. "Quality improvement vs. advertising support: Which strategy works better for a manufacturer?", *European Journal of Operational Research*, **208**(2), pp. 119-130 (2011).
29. Liu, G., Zhang, J. and Tang, W. "Strategic transfer pricing in a marketing– operations interface with quality level and advertising dependent goodwill", *Omega*, **56**, pp. 1-15 (2015).
30. Yao, D.-Q. and Liu, J.J. "Competitive pricing of mixed retail and e-tail distribution channels", *Omega*, **33**(3), pp. 235-247 (2005).

پیوست ۱

$$\frac{\partial \pi_m}{\partial t} = \frac{-a^2}{2} < 0 \rightarrow t^* = 0 \qquad (۴۴)$$

$$\frac{\partial \pi_m}{\partial w} = D > 0 \rightarrow w^* = \frac{p+c}{2} \qquad (۴۵)$$

مقدار بهینه‌ی دو متغیر w و t، به‌صورت روابط ۴۴ و ۴۵ است.

$$\frac{\partial \pi_m}{\partial A} = \left(-A + k_m\left(w - c - \frac{h_m Q}{2f} - \frac{S_m}{Q}\right)\right) = 0 \qquad (۴۶)$$

$$\frac{\partial \pi_r}{\partial p} = \alpha + k_m A + k_r a + (w - 2p + \frac{S_r}{Q})\beta = 0 \qquad (۴۷)$$

$$\frac{\partial \pi_r}{\partial a} = a(t-1) + k_r\left(p - \frac{S_r + wQ}{Q}\right) = 0 \qquad (۴۸)$$

مقدار متغیرهای t و w در دستگاه مشتق سه متغیر A، a و p جایگذاری و سه معادله سه مجهول ۴۶، ۴۷ و ۴۸ حل می‌شود تا مقادیر متغیرهای p، A و a به‌صورت زیر به‌دست آیند.

$$x_1 = \left(k_m^2 + k_r^2 - 3\beta\right) \tag{۴۹}$$

$$x_2 = (c\beta - \alpha) \tag{۵۰}$$

$$\begin{aligned} p^* =& \frac{h_m k_m^2 Q^2 + cfQ(x_1 + 2\beta)}{f x_1 Q} \\ &+ \frac{2f(k_m^2 S_m + k_r{}^2 S_r - \alpha Q - S_r\beta)}{f x_1 Q} \end{aligned} \tag{۵۱}$$

$$a^* = \frac{2fk_r(k_m^2\,(S_m - S_r) + x_2 Q + 2S_r\beta)}{2fx_1Q} + \frac{k_r h_m k_m^2 Q^2}{2fx_1Q} \tag{۵۲}$$

$$\begin{aligned} A^* =& -\frac{k_m h_m Q^2(k_r^2 - 3\beta)}{2fx_1Q} \\ &- \frac{k_m(k_r^2\,(S_m - S_r) - x_2Q - 3S_m\beta + S_r\beta)}{x_1Q} \# \end{aligned} \tag{۵۳}$$

پیوست ۲

با توجه به مقدار به‌دست‌آمده برای مشتق مرتبه دوم تابع سود تولیدکننده نسبت به تبلیغات ملی در رابطه‌ی ۵۴، ماتریس هسین تولیدکننده معین منفی است. بنابراین، تابع سود تولیدکننده یک تابع مقعر و نقطه‌ی بحرانی به‌دست‌آمده بیشینه‌ی مطلق است.

$$H\left(\pi_m\right) = \left[\frac{\partial^2 \pi_m}{\partial A^2}\right] = [-1] \tag{۵۴}$$

ماتریس زیر، ماتریس هسین تابع سود خرده‌فروش است. باتوجه به فرض $2\beta - k_m^2 - k_r^2 > 0$، علامت زیردترمینان‌های اول و دوم آن، به‌ترتیب منفی و مثبت است و تابع سود خرده‌فروش یک تابع مقعر و نقطه‌ی بحرانی به‌دست‌آمده بیشینه‌ی مطلق است.

$$H\left(\pi_r\right) = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 \pi_r}{\partial p^2} & \frac{\partial^2 \pi_r}{\partial p \partial a} \\ \frac{\partial^2 \pi_r}{\partial a \partial p} & \frac{\partial^2 \pi_r}{\partial a^2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\beta & \frac{k_r}{2} \\ \frac{k_r}{2} & -1 \end{bmatrix} \tag{۵۵}$$

$$\det 1 = -\beta < 0 \tag{۵۶}$$

$$\det 2 = 4\beta - k_r^2 > 0 \# \tag{۵۷}$$

پیوست ۳

با جایگذاری مقادیر بهینه‌ی متغیرهای تابع سود تولیدکننده به‌دست‌آمده از تعادل نش در تابع سود خرده‌فروش، این تابع به شکل زیر در می‌آید:

$$\begin{aligned} \pi_r(p,a) =& \frac{1}{2}(-a^2 - h_rQ + (p - c) \\ & * \left(k_r a + \frac{1}{2}k_m^2\left(p - c - \frac{h_mQ}{f} - \frac{2S_m}{Q}\right) + \alpha - \beta p\right) \\ & - \frac{2S_r(k_r a + \frac{1}{2}k_m^2(p - c - \frac{h_mQ}{f} - \frac{2S_m}{Q}) + \alpha - \beta p)}{Q}) \end{aligned} \tag{۵۸}$$

حال باید از تابع به‌دست‌آمده در رابطه‌ی ۵۸ نسبت به متغیرهای تصمیم a و p مشتق گرفت و مقدار این دو متغیر را به‌دست آورد. دستگاه مشتق به‌صورت روابط ۵۹ و ۶۰ به‌دست می‌آید.

$$\begin{aligned} \frac{\partial \pi_r}{\partial p} =& \frac{1}{2}(k_r + k_m^2(p - \frac{h_mQ^2 + 2f\left(S_m + S_r\right)}{2fQ}) + \alpha - 2\beta p \\ &+ \frac{2S_r\beta}{Q} + c(\beta - k_m^2)) \end{aligned} \tag{۵۹}$$

$$\frac{\partial \pi_r}{\partial a} = \frac{1}{2}\left(-2a + k_r(-c + p - \frac{2S_r}{Q})\right) \tag{۶۰}$$

مقدار این دو متغیر به‌صورت زیر به‌دست می‌آیند:

$$\begin{aligned} x_3 =& 2k_m^2 + k_r^2 - 4\beta \\ p^* =& \frac{h_m k_m^2 Q^2 + cf\left(x_3 + 2\beta\right)Q}{fx_3Q} \\ &+ \frac{2f\left(k_r^2 S_r + k_m^2\left(S_m + S_r\right) - \alpha Q - 2S_r\beta\right)}{fx_3Q} \end{aligned} \tag{۶۱}$$

$$a^* = \frac{2k_r f\left(k_m^2\left(S_m - S_r\right) + x_2Q + 2S_r\beta\right)}{2fx_3Q} + \frac{k_r h_m k_m^2 Q^2}{2fx_3Q} \# \tag{۶۲}$$

پیوست ۴

ماتریس هسین خرده‌فروش به‌صورت زیر است‌که با توجه به فرض $2\beta - k_m^2 - k_r^2 > 0$، زیردترمینان اول منفی و زیردترمینان دوم مثبت است. بنابراین تابع سود خرده‌فروش، یک تابع مقعر و نقطه‌ی بحرانی به‌دست‌آمده از حل دستگاه مشتق، نقطه‌ی بیشینه‌ی مطلق تابع سود خرده‌فروش است.

$$H\left(\pi_r\right) = \begin{bmatrix} \frac{\partial^2 \pi_r}{\partial p^2} & \frac{\partial^2 \pi_r}{\partial p \partial a} \\ \frac{\partial^2 \pi_r}{\partial a \partial p} & \frac{\partial^2 \pi_r}{\partial a^2} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{k_m^2}{2} - \beta & \frac{k_r}{2} \\ \frac{k_r}{2} & -1 \end{bmatrix} \tag{۶۳}$$

$$\det 1 = \frac{k_m^2}{2} - \beta < 0 \rightarrow 2\beta > k_m^2 \tag{۶۴}$$

$$\begin{aligned} \det 2 =& \frac{4\beta - \left(2k_m^2 + k_r^2\right)}{4} > 0 \\ &\rightarrow 4\beta > 2k_m^2 + k_r^2 \# \end{aligned} \tag{۶۵}$$

پیوست ۵

برای به‌دست‌آوردن نقطه‌ی تعادل بازی همکارانه، از تابع سود کل زنجیره نسبت به سه متغیر تصمیمش مشتق گرفته و مساوی صفر قرار داده می‌شود که دستگاه مشتق به‌صورت روابط ۶۶، ۶۷، و ۶۸ به‌دست می‌آید.

$$\frac{\partial \pi_{m+r}}{\partial p} = D + \beta(c - p) + \beta(\frac{h_mQ}{2f} + \frac{S_m + S_r}{Q}) = 0 \tag{۶۶}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \pi_{m+r}}{\partial a} =& -a + \frac{k_r(2cfQ + h_mQ^2)}{2fQ} + \frac{k_r\left(-pQ + S_m + S_r\right)}{Q} \\ =& 0 \end{aligned} \tag{۶۷}$$

$$\begin{aligned} \frac{\partial \pi_{m+r}}{\partial A} =& \frac{1}{2}(-2A + k_m(-2c + 2p - \frac{h_mQ}{f})) - \frac{k_m(S_m + S_r)}{Q} \\ =& 0 \end{aligned} \tag{۶۸}$$

این دستگاه سه معادله سه مجهول حل می‌شود تا مقادیر بهینه‌ی متغیرها به‌دست آیند. مقادیر بهینه‌ی متغیرها به‌صورت زیر به‌دست می‌آیند:

$$x_4 = k_m^2 + k_r^2 - 2\beta \quad (69)$$

$$p^* = \frac{(x_4 + \beta)(2f(S_m + S_r) + 2cfQ + h_m Q^2)}{2fx_4 Q} - \frac{\alpha}{x_4} \quad (70)$$

$$a^* = \frac{k_r\left(-\alpha Q + \left(cQ + S_m + S_r\right)\beta\right)}{x_4 Q} + \frac{h_m k_r \beta Q}{2fx_4} \quad (71)$$

$$A^* = \frac{k_m(-\alpha Q + (cQ + S_m + S_r)\beta)}{x_4 Q} + \frac{h_m k_m \beta Q}{2fx_4} \# \quad (72)$$

پیوست ۶

ماتریس هسین تابع سود کل زنجیره به‌صورت زیر است. با توجه به علامت زیردترمینان‌های این ماتریس، تابع سود کل زنجیره، یک تابع مقعر و نقطه‌ی بحرانی به‌دست‌آمده نقطه‌ی بیشینه‌ی مطلق تابع است.

$$H\left(\pi_{m+r}\right) = \begin{bmatrix} -1 & k_m & 0 \\ k_m & -2\beta & k_r \\ 0 & k_r & -1 \end{bmatrix} \quad (73)$$

$$\det 1 = -1 < 0 \quad (74)$$

$$\det 2 = 2\beta - k_m^2 > 0 \rightarrow 2\beta > k_m^2 \quad (75)$$

$$\det 3 = k_m^2 + k_r^2 - 2\beta < 0$$

$$\rightarrow 2\beta > k_m^2 + k_r^2 \# \quad (76)$$