

# قیمت‌گذاری در یک زنجیره‌ی تأمین متمرکز دوسطحی شامل یک خرده‌فروش و دو حمل‌ونقل‌کننده با استفاده از رویکرد متمرکز در نظریه‌ی بازی‌ها

مسعود داداشی (دانشجوی کارشناسی ارشد)

مرتضی راستی بزرگی\* (دانشیار)

سیدرضا حجازی (استاد)

دانشکده‌ی مهندسی صنایع و سیستم‌ها، دانشگاه صنعتی اصفهان

مهندسی صنایع و مدیریت شریف، تابستان ۱۳۹۷ (۱۳-۳)  
دوری ۱، شماره ۱/۱، ص ۱۵-۳

یکی از موضوعات مهم در زنجیره‌ی تأمین، تعیین قیمت در سطوح مختلف است. اهمیت این موضوع زمانی که کالا خاص باشد و وسایل نقلیه‌ی ویژه‌ی برای حمل آن نیاز باشد، بیشتر است. وجود وسایل نقلیه که دارای ظرفیت ثابتی هستند، پیچیدگی این‌گونه مسائل را بیشتر می‌کند. در این مقاله یک زنجیره‌ی تأمین متمرکز دوسطحی شامل دو شرکت حمل‌ونقل انحصاری و یک خرده‌فروش بررسی می‌شود. در مدل ارائه‌شده هزینه‌های حمل‌ونقل مربوط به وسایل نقلیه منجر به یک تابع سود غیرخطی عدد صحیح شد. ابتدا قسمت پیوسته‌ی تابع سود تحلیل شد و سپس با یک روش ابتکاری نقاط شکستگی که در اثر متغیر عدد صحیح ایجاد شده بود، برای یافتن مقدار بهینه جست‌وجو شد. در نهایت تأثیر پارامترهای مختلف بر سود نهایی بررسی شد که نشان داد در این مسئله کاهش ظرفیت کامیون‌ها باعث کاهش سود، و افزایش هزینه‌ی ثابت هر وسیله‌ی نقلیه باعث کاهش محسوس سود می‌شود.

واژگان کلیدی: زنجیره‌ی تأمین، کانال حمل‌ونقل - خرده‌فروش، قیمت‌گذاری، نظریه‌ی بازی‌ها.

m.dadashi@in.iut.ac.ir  
rasti@cc.iut.ac.ir  
rehejazi@cc.iut.ac.ir

## ۱. مقدمه

مدیریت زنجیره‌ی تأمین یکی از موضوعات مهمی است که هم از نظر تئوری و هم از جنبه‌ی کاربردی سال‌ها مورد توجه بسیاری از محققان قرار گرفته است و با توجه به گستردگی و تنوع موضوع هم اکنون نیز تحقیقات فراوانی را به خود اختصاص داده است. به‌عملت رقابت و مشارکت در مسائل زنجیره‌ی تأمین، نظریه‌ی بازی‌ها یکی از رویکردهای اساسی برای حل این نوع مسائل است. موضوع قیمت‌گذاری که شامل تعیین قیمت عمده‌فروشی، حمل‌ونقل و خرده‌فروشی است نظر محققان زیادی را به خود جلب کرده است. به نظر می‌رسد نخستین پژوهشی که رقابت تولید/قیمت را بررسی کرده است مربوط به کورنو<sup>[۱]</sup> و برترند<sup>[۲]</sup> باشد. کورنو در سال ۱۸۳۸ تعادل تولید را در یک بازار با دو تولیدکننده که محصول مشابه تولید می‌کنند بررسی کرد. برترند در سال ۱۸۸۳ به بررسی تعادل در قیمت‌گذاری پرداخت. <sup>[۳]</sup> اقتصاددان استرالیایی، استاکلبرگ<sup>[۴]</sup> در سال ۱۹۵۲ با \*

\* نویسنده مسئول

تاریخ: دریافت ۱۳۹۴/۳/۱۰، اصلاحیه ۱۳۹۵/۲/۱۹، پذیرش ۱۳۹۵/۳/۳۰.

DOI:10.24200/J65.2018.5554

یک بازی ارائه داد که تولیدکننده با استفاده از اهرم‌های مختلفی روابط عمودی خود با خرده‌فروشان را کنترل می‌کند. در زنجیره‌ی دوسطحی که شامل فروشنده و خریدار است بانکز و همکاران<sup>[۱۱]</sup> در سال ۲۰۰۲ تأثیر شهرت شرکت‌ها را روی راهبردهای تعادلی قیمت‌گذاری بررسی کردند. لویتان و شوییک<sup>[۵]</sup> تغییرات قیمت را در حالت دوجانبه با کالاهای مختلف و تابع تقاضای احتمالی بررسی کردند. در سال ۲۰۰۲ جین و کانان<sup>[۱۲]</sup> یک مدل برای مسئله‌ی قیمت‌گذاری با اطلاعات تولید برخط<sup>۳</sup> ارائه کردند.

شاید بتوان گفت نخستین مقاله درباره‌ی حالت هماهنگی را زوسمن و انگر<sup>[۱۳]</sup> در سال ۱۹۸۱ ارائه کردند. در این پژوهش از ترکیب نظریه‌ی قرارداد اقتصادی و چانه‌زنی نش برای حل مسئله استفاده شد. مک گوژر و استالین<sup>[۱۴]</sup> در سال ۱۹۸۳ چهار ساختار صنعتی دارای دو نوع کانال شامل دو تولیدکننده را بررسی کردند و از تعادل نش برای تعیین قیمت‌های تعادلی استفاده کردند. سال ۱۹۸۶ لی و همکاران<sup>[۱۵]</sup> مدل هماهنگی خریدار و فروشنده را در بازار انحصاری با تقاضای ثابت و با رویکرد نظریه‌ی بازی‌ها بررسی کردند. آن‌ها با مقایسه‌ی مدل‌های مشارکتی و غیرمشارکتی نشان دادند که سود سیستم در حالت مشارکتی بیش از حالت غیرمشارکتی است. آباد<sup>[۱۶]</sup> در سال ۱۹۹۴ هماهنگی میان خریدار و فروشنده را به‌عنوان یک بازی مشارکتی دوطرفه مورد بررسی قرار داد و حل کارای پارتو را برای آن به کار برد. او دو مدل قیمت‌گذاری برای هماهنگی میان یک فروشنده و چندین خریدار ارائه کرد. کریستی و گروت<sup>[۱۷]</sup> با استفاده از اصول نظریه‌ی بازی، یک مدل برای حفظ روابط میان خریدار و تأمین‌کننده در زنجیره‌ی تأمین ارائه دادند. دانگ و رودی<sup>[۱۸]</sup> در سال ۲۰۰۱ یک مدل بازی را که شامل تولیدکننده و تعدادی خرده‌فروش بود، برای تعامل در زنجیره‌ی تأمین ارائه کردند. ژائو و وانگ<sup>[۱۹]</sup> در سال ۲۰۰۲ بازی استاکلبرگ در زنجیره‌ی تأمین دوسطحی که تولیدکننده رهبر و توزیع‌کننده/خرده‌فروش پیرو بود، بررسی کردند.

در سال ۲۰۰۶ ژئی و آئی<sup>[۲۰]</sup> در مقاله‌ی خود هماهنگی برای تبلیغات تولیدکننده و خرده‌فروش تحت بازی استاکلبرگ را بررسی کردند. در این مقاله فرض شده بود تولیدکننده از ساختار بازی حرکت همزمان<sup>۴</sup> استفاده می‌کند. هنت و آرد<sup>[۲۱]</sup> در سال ۲۰۰۸ انواع مختلف کارایی یک زنجیره‌ی تأمین را بررسی کردند. این ارزیابی بر اساس روابط میان یک تولیدکننده با تقاضای تصادفی و یک تأمین‌کننده با زمان تحویل تصادفی انجام شد که از نظریه‌ی صف برای مفاهیم ارزیابی و از نظریه‌ی بازی‌ها برای تصمیم‌گیری استفاده شد. لنگ و همکاران<sup>[۲۲]</sup> با توجه به عامل‌های رقابتی قیمتی و غیرقیمتی مدل‌های نظریه‌ی بازی‌ها و کاربرد آن در زنجیره‌ی تأمین را به پنج دسته تقسیم کردند. نوری دریان و طالعی‌زاده به بررسی یک زنجیره‌ی تأمین سه‌سطحی تولید و توزیع دارو پرداختند که شامل چندین توزیع‌کننده‌ی مواد اولیه، یک کارخانه‌ی تولیدی، و چندین شرکت توزیع‌کننده بود. در این زنجیره از بازی استاکلبرگ برای تحلیل رفتار همکارانه استفاده شد. آن‌ها در این پژوهش به پیشینه‌سازی تابع سود کلی به‌وسیله‌ی قیمت‌گذاری بهینه و سیاست‌گذاری سفارش‌دهی بهینه پرداختند.<sup>[۲۳]</sup>

در سال ۲۰۰۹ اسماعیلی و همکارانش<sup>[۲۴]</sup> با استفاده از نظریه‌ی بازی‌ها مدلی ارائه کردند که در آن پارامتر هزینه و هماهنگی میان فروشنده و خریدار در نظر گرفته شده بود. در این مدل قیمت پیشنهادی توسط خریدار، بر مقدار تقاضا اثرگذار بود. ارتباط میان فروشنده و خریدار توسط بازی‌های مشارکتی و غیرمشارکتی مدل‌سازی شد. در حالت غیرمشارکتی از بازی استاکلبرگ استفاده شد و دو حالت مجزا برای زمانی که فروشنده یا خریدار رهبر است، مورد بررسی قرار گرفت. حمل‌ونقل سهم بالایی از هزینه‌های کل زنجیره دارد با وجود این در بیشتر

مدل‌های ارائه شده به‌عنوان بخشی از هزینه‌ی ثابت سفارش‌دهی یا آماده‌سازی در نظر گرفته شده است. این فرض به‌طور کلی معتبر نیست؛ زیرا هزینه‌ی حمل‌ونقل در تصمیم‌گیری و مقدار سفارش‌دهی و اندازه‌ی محموله تأثیرگذار است و در واقعیت به مدل‌هایی نیاز است که هزینه‌ی حمل‌ونقل را به وضوح در تصمیم‌گیری‌ها لحاظ کنند. این نیاز در صناعی که به حمل‌ونقل با وسایل نقلیه‌ی خاص و انحصاری وابستگی دارند، محسوس‌تر است.

در ۲۰۱۱ موتلو و شتینکا<sup>[۲۵]</sup> هماهنگی در کانال حمل‌کننده خرده‌فروش را برای برنامه‌ریزی بلندمدت بررسی کردند. آن‌ها در سال ۲۰۱۳ با در نظر گرفتن یک خرده‌فروش و یک شرکت حمل‌ونقل حالتی را که حمل‌ونقل‌کننده دارای وسایل نقلیه با ظرفیت محدود است، بررسی کردند.<sup>[۲۶]</sup>

لوزانو و همکاران اثر ادغام سفارشات شرکت‌های مختلف برای کاهش هزینه‌های حمل‌ونقل را بررسی کردند.<sup>[۲۷]</sup> آن‌ها کاهش اثر ادغام را با حالت‌های مختلف بازی‌های مشارکتی مقایسه کردند.

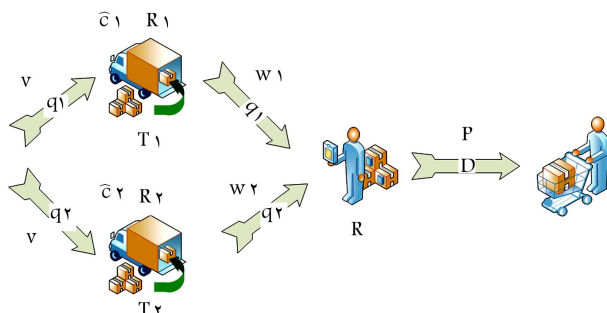
جیانگ و همکاران به بررسی یک زنجیره‌ی تأمین با یک تولیدکننده و دو خرده‌فروش که با یک شرکت لجستیک ثالث کار می‌کنند، پرداختند. آن‌ها به بررسی حالتی پرداختند که در آن یکی از خرده‌فروش‌ها به‌عنوان رهبر و دیگری به‌عنوان پیرو قیمت‌گذاری انجام می‌دهد. آن‌ها برای هماهنگی اثرگذار این سیستم غیرمتمرکز سه نوع قرارداد ارائه کردند که شامل عضو ثالث زنجیره نیز بود. آن‌ها سود زنجیره را در دو حالت مختلف که شامل حضور یا عدم حضور شرکت لجستیک بود، بررسی کردند.<sup>[۲۸]</sup>

وانگ و همکاران در تحقیق خود دو شرکت حمل‌ونقل دریایی را در نظر گرفتند. آن‌ها از نظریه‌ی بازی‌ها برای تحلیل رقابت در میان حمل‌ونقل بین دو حمل‌کننده در بازارهای جدید استفاده کردند.<sup>[۲۹]</sup>

لورتنز یادیس در سال ۲۰۱۴ یک زنجیره‌ی تأمین را بررسی کرد که تولیدکننده یک مناقصه بین پیمانکاران برگزار می‌کند که با شرایط عدم اطلاع کامل انجام می‌شود.<sup>[۳۰]</sup> یوان و همکاران در سال ۲۰۱۵ مسئله‌ی تصمیم‌گیری درباره‌ی قیمت، تبلیغات، و سطح تولید در زنجیره‌ی تأمین را زمانی که تقاضا و تولید دارای اختلال در هزینه به‌صورت هم‌زمان هستند، بررسی کردند. آن‌ها زنجیره‌ی را بررسی کردند که دارای یک تولیدکننده و یک خرده‌فروش بود که در آن تقاضای نهایی مشتری به قیمت خرده‌فروشی و هزینه‌های تبلیغات بستگی داشت. آن‌ها این مسئله را به وسیله‌ی دو بازی همکارانه و استاکلبرگ مورد بررسی قرار دادند. آن‌ها به این نتیجه رسیدند که در حالت همکاری کانال سود محبوبیت بیشتری را نسبت به حالت غیرهمکاری به‌دست می‌آورد. در این حالت قیمت خرده‌فروشی کمتر و تبلیغات بیشتر باعث افزایش تقاضا شد.<sup>[۳۱]</sup>

موداک و همکاران در مقاله‌ی خود به بررسی یک زنجیره‌ی تأمین سه‌سطحی پرداختند که شامل یک تولیدکننده، یک توزیع‌کننده، و خرده‌فروش انحصاری بود. آن‌ها با فرض این که تولیدکننده محصول خود را به‌صورت بسته‌ی، که شامل نسبت تصادفی از کالای بی‌کیفیت است، ارائه می‌کند به هماهنگ‌سازی کانال و نحوه‌ی تقسیم سود پرداختند. آن‌ها در حالتی که تولیدکننده در بازی استاکلبرگ رهبر باشد به بررسی سه بازی تبانی<sup>۵</sup>، کورنو، و استاکلبرگ پرداختند. در نهایت یک قرارداد برای زنجیره ارائه دادند.<sup>[۳۲]</sup>

ژائو و چن در مقاله‌ی خود یک زنجیره‌ی تأمین دوسطحی را بررسی کردند که شامل یک تولیدکننده به‌عنوان رهبر و دو خرده‌فروش است. در این مقاله میزان فروش به قیمت عمده‌فروشی تولیدکننده و قیمت خرده‌فروشی بستگی دارد. تصمیمات بهینه در سه حالت مختلف خرده‌فروش مورد بررسی قرار گرفت که شامل حالات



شکل ۱. طرح‌واره‌ی زنجیره‌ی تأمین مورد بررسی.

یک مدل قیمت‌گذاری ارائه خواهد شد. این مدل قیمت‌گذاری با تأکید بر این مهم انجام شده است که ظرفیت وسایل نقلیه ثابت است و در نتیجه برای حمل کالا باید هزینه‌ی ارسال وسایل نقلیه علاوه بر سایر هزینه‌هایی که به ازای هر واحد کالا در نظر گرفته می‌شود، مد نظر قرار گیرد.

شکل ۱ زنجیره‌ی تأمین مورد بررسی در این مقاله را نشان می‌دهد که تصمیم‌گیرندگان در این مدل شامل حمل‌کنندگان با نماد  $T_1$  و  $T_2$  و خرده‌فروش با نماد  $R$  است. در ادامه به توصیف آن پرداخته می‌شود. نمادها و متغیرهای تصمیم مسئله به شرح زیر تعریف می‌شوند:

### ۱.۲. نمادها

- $T_i$ : شرکت حمل‌ونقل  $i$ ،  $i = \{1, 2\}$ ؛
- $D$ : میزان تقاضای مشتریان از زنجیره‌ی تأمین؛
- $\pi_R$ : تابع سود خرده‌فروش؛
- $\pi_{CT}$ : تابع سود کل زنجیره؛
- $\pi_{CC}$ : قسمت پیوسته‌ی تابع سود کل زنجیره؛
- $\pi_{CN}$ : قسمت گسسته‌ی تابع سود کل زنجیره.

### ۲.۲. پارامترها

- $a$ : تقاضای پایه بازار؛
- $b$ : ضریب زاویه تابع تقاضای مشتری نهایی؛
- $c_i$ : هزینه تمام شده برای یک واحد کالا در شرکت حمل‌ونقل  $i$  (شامل بارزدن، خالی کردن و... غیر از هزینه‌های حمل‌ونقل)؛
- $P$ : ظرفیت کامیون‌ها؛
- $R$ : هزینه حمل‌ونقل یک واحد کامیون که شامل هزینه سوخت، دستمزد رانندگان و...؛
- $\beta$ : ضریب تأثیر اختلاف قیمت‌های ارائه شده توسط دوشرکت حمل‌ونقل در میزان تقاضای خرده‌فروش از این دو شرکت؛
- $\alpha$ : ضریب ترجیح شرکت حمل‌ونقل یک به دو در حالت تقاضای پایه.

### ۳.۲. متغیرهای تصمیم مستقل

- $w_i$ : قیمت فروش برای یک واحد کالای ارائه‌شده از طرف شرکت حمل‌ونقل  $i$  به خرده‌فروش؛
- $p$ : قیمت تعیین‌شده از طرف خرده‌فروش به مصرف‌کننده.

تبانی، کورنو، و استاکلبرگ بود. در این پژوهش نشان داده شد که خرده‌فروشان انحصاری در حالت تبانی قیمت بالاتری را به مشتری تحمیل می‌کنند و در نتیجه سود بیشتری نیز به دست می‌آورند. این نتیجه برای حالت کورنو برعکس به دست آمد.<sup>[۳۳]</sup>

با توجه به بررسی پژوهش‌های مرتبط مشخص شد هزینه‌های حمل‌ونقل و به‌ویژه این نگاه که ظرفیت وسایل نقلیه محدود و ثابت است و هزینه‌های ثابت و متغیر دارد کمتر مورد توجه قرار گرفته است. همچنین در مقاله‌ی بررسی‌شده با این محدودیت‌ها مدل به صورت کاملاً انحصاری بیان شده و نیاز است این مدل برای استفاده در دنیای واقعی تکمیل شود. در این نوشتار رقابت بین خرده‌فروش و دو شرکت حمل‌ونقل با در نظر گرفتن محدودیت حمل برای وسایل نقلیه که دارای هزینه‌ی حمل ثابت به‌ازای هر وسیله‌ی نقلیه هستند، مورد توجه قرار گرفته است. هدف از این پژوهش این است که مسئله‌ی قیمت‌گذاری در زنجیره‌ی تأمین یک گام به واقعیت نزدیک‌تر شود و هزینه‌های ثابت مربوط به حمل‌ونقل در مدل‌های قیمت‌گذاری وارد شود. گرچه این مسئله باعث شده است تابع سود ناپیوسته باشد و روش‌های معمول برای حل آن ناکارآمد شود. در این مسئله فرض بر این است که دو شرکت حمل‌ونقل به‌صورت انحصاری فعالیت می‌کنند. این مسئله در دنیای واقعی می‌تواند کاربردهای زیادی داشته باشد. بیشترین کاربرد این مسائل مربوط به موقعیت‌هایی است که حمل‌ونقل‌کنندگان به علت خاص بودن کالا باید وسایل نقلیه‌ی خاصی را در اختیار داشته باشند که باعث انحصار می‌شود. برای مثال حمل سیمان، مواد خطرناک شیمیایی، قیر، گاز مایع، محموله‌های بزرگ ترافیکی و... نیازمند وسایل نقلیه‌ی مخصوصی‌اند که به‌صورت انحصاری در اختیار تعداد محدودی شرکت است. با توجه به توضیحات بیان‌شده نوآوری پژوهش حاضر نسبت به تحقیقات موجود عبارت است از:

۱. در نظر گرفتن هزینه‌ی هر واحد وسیله‌ی نقلیه به‌صورت تابع براکت برای دو شرکت حمل‌ونقل و ارائه‌ی راه حل دقیق در فضای سه‌بعدی؛
۲. آرایه‌ی یک روش جدید برای حل مسئله‌ی ناپیوسته در فضای سه‌بعدی؛
۳. استفاده از تابع تقاضای انحصار دوجانبه مک‌گوییر و استالین<sup>[۱۴]</sup> و تطبیق آن با ساختار مقاله.

برخی تفاوت‌ها و شباهت‌های این مقاله با تعدادی از مقالات مشابه را می‌توان در جدول ۱ مشاهده کرد. در بین مقالات موجود مقاله موتو<sup>[۲۶]</sup> بیشترین شباهت را با پژوهش حاضر دارد. در این پژوهش تعداد اعضای زنجیره‌ی تأمین به سه بازیکن افزایش پیدا کرده و در نتیجه فضای جواب به حالت سه‌بعدی تبدیل شده است. همچنین با توجه به ساختار مسئله از تابع تقاضای انحصاری معرفی شده برای تعیین میزان تقاضا از حمل‌کنندگان ارائه شده است.

ساختار کلی مقاله‌ی حاضر به شرح زیر است: در بخش دوم به تعریف مسئله پرداخته می‌شود. بخش سوم شامل ارائه‌ی راه‌حل تحلیلی برای مسئله است. در بخش چهارم تحلیل پارامترها آورده شده است و در نهایت نتیجه‌گیری ارائه می‌شود.

## ۲. طرح مسئله

یکی از اثرگذارترین تصمیم‌گیری‌ها در فضای موجود بین اعضای زنجیره‌ی تأمین مسئله‌ی قیمت‌گذاری است. در این پژوهش با فرض ثابت بودن قیمت عمده‌فروشی تولیدکننده و در نظر گرفتن عوامل مختلف تأثیرگذار در دو سطح حمل‌ونقل و خرده‌فروش،

جدول ۱. مقایسه‌ی برخی ویژگی‌های مقالات منتشرشده و مقاله‌ی حاضر.

مقالات	تعداد اعضای تصمیم‌گیرنده زنجیره	نوع تابع سود	تعداد سطوح	روش مدل‌سازی و حل	تابع تقاضا
مقاله‌ی حاضر	۳	ناپیوسته	۲	متمرکز - ابتکاری	خطی (انحصار دو جانبه)
[۲۶]	۲	ناپیوسته	۲	متمرکز - ابتکاری و استاکلبرگ	خطی
[۲۳]	۳	پیوسته	۲	تبانی، کورنو و استاکلبرگ	خطی
[۳۱]	۲	پیوسته	۲	بازی همکارانه و استاکلبرگ	-
[۲۹]	۲	پیوسته	۱	سه نوع بازی	احتمالی
[۲۸]	۴	پیوسته	۳	استاکلبرگ و قرارداد	خطی
[۲۵]	۲	ناپیوسته و پیوسته	۲	متمرکز و استاکلبرگ	خطی
[۲۴]	۲	پیوسته	۲	بازی‌های مشارکتی (حل کارای پارتو) و غیرمشارکتی (استاکلبرگ)	غیرخطی
[۱۶]	یک فروشنده و چندین خریدار	پیوسته	۲	بازی نش و حل کارای پارتو	غیرخطی
[۲۳]	چندین تأمین‌کننده، یک کارخانه، چندین توزیع‌کننده	پیوسته	۳	استاکلبرگ	خطی

#### ۴.۲. متغیرهای تصمیم وابسته

$q_i$ : میزان تقاضای تأمین‌شده (کالای حمل‌شده) توسط شرکت حمل‌ونقل  $i$ ؛  
 $w$ : اختلاف قیمت ارائه شده توسط دو حمل‌ونقل‌کننده؛  
 $k_i$ : تعداد کامیون‌ها یا وسایل نقلیه‌ی حمل‌کننده کالا.

در این پژوهش فرض شد شرکت‌های حمل‌ونقل دارای تعدادی وسایل نقلیه با ظرفیت محدود و ثابت هستند. قیمت عمده‌فروشی ثابت در نظر گرفته شد. حمل‌کنندگان، کالا را با قیمت ثابت  $v$  از تولیدکننده دریافت و با قیمت  $w_1$  و  $w_2$  به خرده‌فروش ارائه می‌کنند. خرده‌فروش نیز با توجه به تقاضای خود کالا را با قیمت  $p$  به مصرف‌کننده عرضه می‌کند. فرض بر این است که میزان تقاضایی که مصرف‌کننده از خرده‌فروش دارد به صورت کامل برآورده خواهد شد. خرده‌فروش نیز از طریق دو شرکت  $T_1$  و  $T_2$  نیاز خود را بر طرف می‌کند و در واقع بازار در انحصار این دو شرکت است؛ پس می‌توان گفت:

$$D = q_1 + q_2 \quad (۱)$$

$D$  بیان‌گر تقاضای مصرف‌کنندگان از خرده‌فروش و  $q_1$  و  $q_2$  هرکدام نشان‌دهنده‌ی میزان کالایی است که شرکت‌های حمل‌ونقل انتقال می‌دهند. تقاضای مصرف‌کننده از خرده‌فروش با قیمت رابطه‌ی معکوس دارد که به صورت زیر تعریف می‌شود:

$$D = a - bp \quad (۲)$$

$p$  متغیر تصمیم است و بیان‌گر قیمت تعیین‌شده از طرف خرده‌فروش به مصرف‌کننده است.  $a$  عرض از مبدأ تابع تقاضا و  $b$  ضریب زاویه‌ی مربوط به تابع تقاضا است. تابع سود خرده‌فروش ( $\pi_R$ ) را به صورت زیر تعریف می‌کنیم:

$$\pi_R = q_1(p - w_1) + q_2(p - w_2) \quad (۳)$$

در این عبارت  $w_1$  و  $w_2$  قیمت فروش یک واحد کالای ارائه‌شده از طرف شرکت‌های حمل‌ونقل یک و دو به خرده‌فروش است. در این پژوهش بدون کاستن از کلیت، فرض

شد شرکت حمل‌ونقل به صورت یک شرکت واسط کالا را از عمده‌فروش خریداری می‌کند و آن را به فروش می‌رساند.  $q_1$  و  $q_2$  میزان کالای انتقالی شرکت‌های حمل‌ونقل یک و دو را نشان می‌دهند.

تابع سود حمل‌کنندگان در معادلات زیر نشان داده شده‌اند:

$$\pi_{T_1} = q_1(w_1 - c_1) - \left[ \frac{q_1}{P} \right] R \quad (۴)$$

$$\pi_{T_2} = q_2(w_2 - c_2) - \left[ \frac{q_2}{P} \right] R \quad (۵)$$

در روابط ۴ و ۵،  $c_1$  و  $c_2$  هزینه‌ی تمام‌شده برای یک واحد کالا در شرکت‌های حمل‌ونقل یک و دو است که شامل بارزدن، خالی کردن، و... است. این هزینه‌ها شامل کرایه‌ی حمل‌ونقل مربوط به کامیون‌ها نمی‌شود.  $P$  ظرفیت کامیون‌ها و  $R$  هزینه‌ی حمل‌ونقل یک واحد کامیون است که شامل هزینه‌ی سوخت، دستمزد رانندگان، و... است.

مک‌گویر و استالین<sup>[۱۴]</sup> تابع تقاضای انحصار دوجانبه‌ی خطی را به صورت رابطه‌ی زیر بیان کردند:

$$q_1 = a - \beta w_1 + \gamma w_2 \quad (۶)$$

$$q_2 = a - \beta w_2 + \gamma w_1 \quad (۷)$$

در این رابطه  $a$  تقاضای پایه‌ی بازار است.  $\beta$  ضریب تأثیر  $w_i$  بر میزان تقاضای  $q_i$ ، و  $\gamma$  ضریب تأثیر  $w_j$  یا همان میزان تأثیر قیمت پیشنهادی رقیب بر میزان تقاضای شرکت  $i$  است. در این پژوهش فرض شد که تمام تقاضای مشتریان برآورده می‌شود؛ در نتیجه حمل‌کنندگان باید تمام تقاضا ( $D$ ) را تأمین کنند. این میزان با نسبتی بین دو شرکت تقسیم می‌شود که قیمت‌گذاری هرکدام بر این میزان اثر می‌گذارد. با فرض این که قیمت پیشنهادی هر دو شرکت برابر با صفر در نظر گرفته شود، هرکدام یک تقاضای پایه‌ی مجزا از طرف خرده‌فروش دارند که باید برآورده کنند. پارامتر  $\alpha$  به‌عنوان نسبت حمل‌ونقل در حالت پایه در نظر گرفته می‌شود. این پارامتر ضریب ترجیح نام‌گذاری شده است و توسط خرده‌فروش تعیین می‌شود. این ضریب، تأثیر عواملی چون سابقه‌ی همکاری قبلی، اعتماد، رانت موجود بین خرده‌فروش و حمل‌کننده، و...

عدد صحیح در نظر گرفت ولی نقشی در خواص تقعر تابع در نواحی پیوسته ندارد. به عبارت دیگر تابع سود کل  $\pi_{CC}$  قطعیه پیوسته است و هر کدام از قطعات پیوسته همان خواص  $\pi_{CC}$  را دارند؛ زیرا اختلاف  $\pi_{CC}$  و  $\pi_{CT}$  در نواحی پیوسته یک عدد ثابت است و این عدد ثابت در این نواحی خاص تأثیری بر تقعر و صعودی یا نزولی بودن ندارد. در نتیجه بررسی دقتی و ویژگی های تابع  $\pi_{CC}$  تحلیل خوبی از تابع سود کل به دست می دهد.

برای یافتن نقطه ی بیشینه ی آزمون مشتق دوم راه حل مناسبی است ولی تابع  $\pi_{CC}$  از نظر تقعر به وسیله ی آزمون مشتق دوم قابل بررسی نیست زیرا ماتریس هسین آن برابر رابطه ی ۱۳ است.

$$\begin{bmatrix} -\frac{1}{b} & -\frac{1}{b} \\ -\frac{1}{b} & -\frac{1}{b} \end{bmatrix} \quad (13)$$

با توجه به این که این ماتریس نه مثبت معین است نه منفی معین در مورد تقعر تابع بر اساس آزمون مشتق دوم نمی توان اظهار نظر کرد. قضیه وایشراس<sup>۶</sup> که یک قضیه اساسی در برنامه ریزی ریاضی است شرایط کافی برای بیشینه ی مطلق را بیان می کند. بر اساس این قضیه اگر مجموعه فضای ممکن  $A$ ، فشرده<sup>۷</sup> (یعنی بسته و کراندار) باشد و  $A$  زیر مجموعه یی از  $E^n$  (فضای اقلیدسی  $n$  بعدی است) ناتهی و تابع هدف  $F(x)$  در  $A$  پیوسته باشد، در این صورت  $F(x)$  دارای بیشینه ی مطلق در داخل یا نقاط مرزی  $X$  خواهد بود. با توجه به این قضیه ی اساسی، در خصوص مسئله ی مورد بررسی قضیه ی زیر ثابت می شود.

**قضیه ۱.** اگر تابع  $\pi_{CC}$  دارای فضای ممکن  $(q_1, q_2) \in A$ ، که فشرده و ناتهی است، باشد اکسترمم تابع  $\pi_{CC}$  با روی مرز قرار دارد یا به صورت خطی است که از فضای  $A$  عبور می کند و با مرز تلاقی دارد.

**اثبات:** از آنجایی که تابع  $\pi_{CC}$  دارای فضای ممکن فشرده و ناتهی  $(q_1, q_2) \in A$  است، نقاط اکسترمم تابع در نقاط بحرانی تابع قرار دارند. تابع  $\pi_{CC}$  پیوسته و مشتق پذیر است پس نقاط بحرانی شامل مرز و نقاطی است که بردارگرادیان تابع برابر بردار صفر باشد.

$$\nabla \pi_{CC} = \left( -\frac{1}{b}(-a + bc_1 + 2q_1 + 2q_2), -\frac{1}{b}(-a + bc_2 + 2q_1 + 2q_2) \right) \quad (14)$$

پس از محاسبه ی بردارگرادیان در ۱۴، این بردار برابر با بردار صفر قرار داده می شود.

$$\nabla \pi_{CC} = (0, 0) \Rightarrow \begin{cases} q_1 + q_2 = \frac{a - bc_1}{2} \\ q_1 + q_2 = \frac{a - bc_2}{2} \end{cases} \quad (15)$$

یک دستگاه دو معادله دو مجهولی به دست می آید که بیانگر دو خط موازی است. اگر هر کدام از خطوط مذکور با فضای امکان پذیر تلاقی نداشته باشند، معادلات جواب ندارند و نقاط بحرانی فقط روی مرز قرار دارند؛ پس برای یافتن اکسترمم باید نقاط مرزی جست و جو شود. در صورتی که هر دو خط در شرایط مرز صدق کنند باید دو حالت بررسی شود. اگر  $c_1 \neq c_2$  دستگاه معادلات جواب ندارد و اکسترمم موضعی نداریم، پس اکسترمم مطلق روی مرز قرار دارد. اگر  $c_1 = c_2$  آنگاه دو خط بر هم منطبق می شوند و اکسترمم به صورت یک خط است. مقدار اکسترمم در طول این خط ثابت است. این خط نامحدود است و با فضای امکان پذیر که فشرده است تلاقی دارد؛ در نتیجه حتماً دارای نقطه ی تلاقی با مرز است.

را نشان می دهد. بدیهی است از آنجایی که همه ی تقاضا باید توسط این دو شرکت برآورده شود، یکی از شرکت ها با نسبت  $\alpha$  و دیگری با نسبت  $1 - \alpha$  در تعیین تقاضا نقش دارند؛ پس تقاضای پایه برای هر کدام از شرکت ها متفاوت است. با توجه به رابطه ی ۱ تمام تقاضا باید برآورده شود. با جمع دو رابطه ی ۶ و ۷ این تساوی زمانی اتفاق می افتد که  $\beta, \gamma$  برابر باشند. این تساوی بیان می کند که میزان کاهش حملی که با افزایش قیمت توسط یک حمل کننده رخ می دهد، توسط حمل کننده ی رقیب جبران می شود. در نهایت  $q_1$  و  $q_2$  از روابط زیر پیروی می کنند:

$$q_1 = \alpha D - \beta(w_1 - w_2) \quad (8)$$

$$q_2 = (1 - \alpha)D - \beta(w_2 - w_1) \quad (9)$$

پس ضریب تأثیر اختلاف قیمت های پیشنهادی دو شرکت در میزان تقاضای خرده فروش از این شرکت ها را نشان می دهد. در روابط ۸ و ۹ با توجه به اینکه مقادیر انتقال کالا به اختلاف قیمت ارائه شده توسط دو حمل و نقل کننده بستگی دارد اختلاف دو قیمت به صورت  $w = w_1 - w_2$  تعریف شد.

### ۳. حل تحلیلی مدل

برای حل تحلیلی مدل از رویکرد متمرکز استفاده شد. زنجیره ی تأمین متمرکز، زنجیره ی تأمین است که در آن یک تصمیم گیرنده ی مرکزی وجود دارد که به تمام اطلاعات لازم برای بهینه شدن سیستم دسترسی دارد.<sup>[۳۴]</sup> در حالت متمرکز سود کل زنجیره باید بیشینه شود. این کار با استفاده از جمع توابع سود هر کدام از اعضا و در نهایت بیشینه سازی سود کل زنجیره انجام می شود.

با استفاده از روابط ۸ و ۹ می توان  $w$  و  $p$  را به صورت تابعی از دو متغیر  $q_1$  و  $q_2$  به دست آورد که در رابطه ی زیر به آن اشاره شده است.

$$p = \frac{-q_1 - q_2 + a}{b} \quad w = \frac{-(1 - \alpha)q_1 + \alpha q_2}{\beta} \quad (10)$$

با توجه به رویکرد حل متمرکز، توابع مربوط به خرده فروش و حمل کنندگان با هم جمع می شود. با جایگذاری ۲ در ۸ و ۹ و در نهایت جایگذاری در ۳، معادله ی زنجیره با استفاده از رابطه ی ۱۰ به صورت تابعی از دو متغیر  $q_1$  و  $q_2$  به دست می آید:

$$\pi_{CT} = q_1 \left( \frac{-q_1 - q_2 + a}{b} - c_1 \right) + q_2 \left( \frac{-q_1 - q_2 + a}{b} - c_2 \right) - \left( \left[ \frac{q_1}{P} \right] R + \left[ \frac{q_2}{P} \right] R \right) \quad (11)$$

رابطه ی ۱۱ از دو بخش پیوسته و گسسته تشکیل شده است. می توان این تابع را به صورت  $\pi_{CT} = \pi_{CC} - \pi_{CN}$  نوشت. قسمت پیوسته ی تابع  $\pi_{CN}$  قسمت گسسته ی تابع است.

$$\pi_{CC} = -\frac{1}{b} \left( (bc_1 - a)q_1 + (bc_2 - a)q_2 + (q_1 + q_2)^2 \right) \quad \pi_{CN} = \left( \left[ \frac{q_1}{P} \right] + \left[ \frac{q_2}{P} \right] \right) R \quad (12)$$

شناخت ویژگی های تابع  $\pi_{CC}$  از اهمیت خاصی برخوردار است؛ زیرا تقعر، تحدب، و صعودی یا نزولی بودن تابع  $\pi_{CT}$  در بازه هایی که پیوسته است بستگی به آن دارد. تابع برکت باعث ایجاد پرش و پله در تابع می شود و می توان آن را مانند متغیر

در این قضیه به بررسی خواص تابع  $\pi_{CC}$  پرداخته شد ولی همان طور که بیان شد تابع سود کل  $\pi_{CT}$  یک تابع قطعه‌ی پیوسته است. برای درک صحیح از رفتار تابع  $\pi_{CT}$  به مثال ۱ توجه کنید.

مثال ۱. یک زنجیره‌ی تأمین با مؤلفه‌های معرفی شده در مسئله متمرکز و با پارامترهای مشخص شده در جدول ۲ در نظر گرفته می‌شود. شکل ۲ بیانگر تابع سود کل زنجیره است. این نمودار تابعی از دو متغیر  $q_1$  و  $q_2$  است.

با توجه به قضیه‌ی ۱، تابع سود کل مقدار بیشینه خود را روی مرزهای فضایی که تابع در آن پیوسته است یا خط  $q_1 + q_2 = \frac{a-bc_i}{p}$  (که صفحات فوق را قطع می‌کنند) اختیار می‌کند. این مرزها شامل صفحات  $q_1 = k_1P$  و  $q_2 = k_2P$  است به طوری که  $k_1, k_2 \in \{0\} \cup N$  و  $k_1, k_2$  تعداد کامیون‌ها یا وسایل نقلیه‌ی هستند که کالا را حمل می‌کنند). علت این امر پیوسته بودن تابع در هر کدام از بازه‌های مشخص شده است. بر همین مبنا می‌توان روشی برای جست‌وجو ارائه کرد، که در ادامه به آن پرداخته می‌شود.

$R$  در تابع سود کل بیانگر هزینه‌ی ارسال یک وسیله‌ی نقلیه است، این مقدار بر میزان پرش تابع تأثیر می‌گذارد. هر کدام از حمل‌کنندگان دارای کامیون‌ها با ظرفیت‌های ثابت  $P$  هستند، این دو مقدار بیانگر طول و عرض مستطیل‌هایی است که مرزهای شکستگی و ناپوستگی را تشکیل می‌دهند. پارامترهای دیگر بر خواص تابع  $\pi_{CC}$  تأثیر می‌گذارند.

در ادامه به بررسی دقیق‌تر مسئله پرداخته می‌شود. مسئله بیشینه‌سازی سود را می‌توان به صورت زیر بیان کرد. این مسئله دارای محدودیت‌های منطقی است که باید برقرار باشد.

### ۱.۳. روش پیشنهادی دقیق برای یافتن بیشینه‌ی تابع سود

بیشینه‌سازی سود در حالت متمرکز در این مسئله، غیر پیوسته و غیر خطی است. برای حل دقیق این مسئله یک روش ابتکاری ارائه شده است. ابتدا دو متغیر عدد صحیح  $k_1$  و  $k_2$  معرفی می‌شود. این دو متغیر برای تعیین تعداد کامیون‌ها یا وسایل نقلیه‌ی که هر شرکت به وسیله‌ی آن‌ها کالا را حمل می‌کنند، استفاده می‌شود. در گام بعدی فضای حل مسئله با توجه به براکت‌های موجود تقسیم‌بندی می‌شود. این تقسیم‌بندی خطوط شکست را نشان می‌دهد که رویه مورد نظر در این خطوط دارای پرش است. لبه‌های مشخص شده در قسمت‌های ناپوستگی شکل ۲ بیانگر این تقسیم‌بندی هستند. مثالی از این تقسیم‌بندی در شکل ۳ مشخص شده است.

$$\max := \pi_{CT} = -\frac{1}{b} \left( -aq_1 + bc_1q_1 + q_1^2 - aq_2 + bc_2q_2 + 2q_1q_2 + q_2^2 \right) - \left( \left\lceil \frac{q_1}{P} \right\rceil + \left\lceil \frac{q_2}{P} \right\rceil \right) R \quad (16)$$

s.t.

$$q_1 \geq 0 \quad (17)$$

$$q_2 \geq 0 \quad (18)$$

$$q_1 + q_2 \leq a \quad (19)$$

در شکل ۳ نقطه‌ی تقاطع هر کدام از این خطوط با محورهای مختصات ضریب صحیحی از مقدار  $q_1$  و  $q_2$  است. در این مثال  $(k_1 = 0, \dots, m)$  و  $(k_2 = 0, \dots, n)$  در نظر گرفته شده است. مقدار بیشینه‌ی تابع هدف یا روی این مرزها قرار دارد یا روی خط  $q_1 + q_2 = \frac{a-bc_i}{p}$  است؛ پس در نتیجه کافی است این مرزها مورد جست‌وجو قرار گیرند.

محدودیت‌های ۱۷ و ۱۸ بیانگر این هستند که میزان انتقال کالا از شرکت‌های حمل‌ونقل نباید منفی باشد. محدودیت ۱۹ نیز با توجه به تغییر متغیر  $q_1$ ، بیانگر این است که قیمت نهایی نمی‌تواند منفی باشد ( $p \geq 0$ ). یادآوری می‌شود تمام پارامترهای موجود در مسئله مثبت هستند.

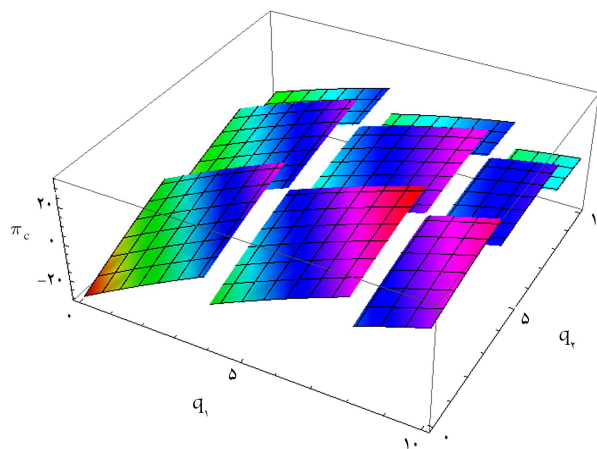
در ادامه برای حل پارامتریک و دقیق مسئله یک قضیه و سپس یک روش

جدول ۲. مقداردهی به پارامترها.

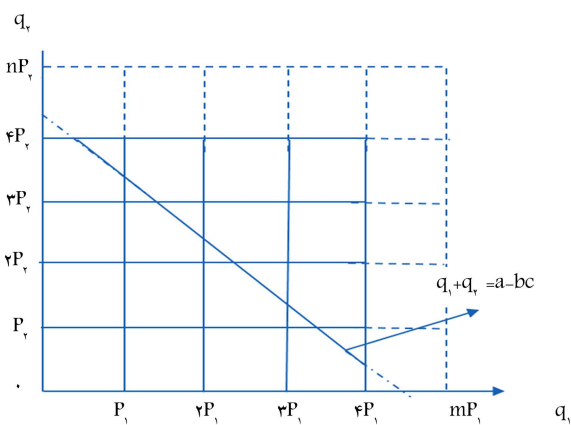
پارامتر	$a$	$b$	$R$	$P$	$c_1$	$c_2$
مقدار	۷۰	۵	۱۵	۴	۴	۷

$$(q_1 = k_1P \text{ s.t. } k_1 \in \{0, 1, 2, \dots, \left\lceil \frac{a}{P} \right\rceil})$$

انجام می‌شود ( $\left\lceil \frac{a}{P} \right\rceil$  حد بالای  $k_1$  ناشی از محدودیت  $q_1 + q_2 \leq a$  است).



شکل ۲. مثالی از نمودار سود زنجیره‌ی تأمین.



شکل ۳. تقسیم‌بندی بر اساس نقاط شکست.

- اگر  $M^* \neq N^*$  باشد دو مقدار بهینه مساوی نیست و مقدار بیشتر به عنوان مقدار بهینه مسئله انتخاب و  $(k_1^*, k_2^*)$  تعیین می شود.

### ۲.۳. الگوریتم جست و جو برای یافتن بیشینه روی هر یک از صفحات

این الگوریتم برای یافتن مقدار بیشینه روی برش صفحات  $q_1 = k_1 P$  (که  $k_1 \in \{0, 1, 2, \dots, \lfloor \frac{a}{P} \rfloor\}$ ) ارائه می شود. به همین روش می توان مقدار بیشینه را روی صفحات  $q_2 = k_2 P$  s.t.  $k_2 \in \{0, 1, 2, \dots, \lfloor \frac{a}{P} \rfloor\}$  نیز پیدا کرد. این الگوریتم برگرفته از روشی است که مولو و شتینکا<sup>[۲۶]</sup> برای حل مسئله در حالت یک حمل و نقل کننده و یک خرده فروش ارائه کردند، که در فضای دوبعدی و با تابع تقاضای  $D = a - bp$  به حل مسئله پرداخته بودند.

ابتدا مقادیر  $q_1 = k_1 P$  s.t.  $k_1 \in \{0, 1, 2, \dots, \lfloor \frac{a}{P} \rfloor\}$  در تابع سود  $\pi_{CT}$  جایگذاری می شود. تابع سود کل به صورت زیر به دست می آید:

$$\pi_{CT}^{k_1} = -\frac{1}{b}(-ak_1P + bc_1k_1P + (k_1P)^2 - ak_2q_2 + bc_2q_2 + 2k_1Pq_2 + q_2^2) - k_1R - \left[\frac{q_2}{P}\right]R \quad (20)$$

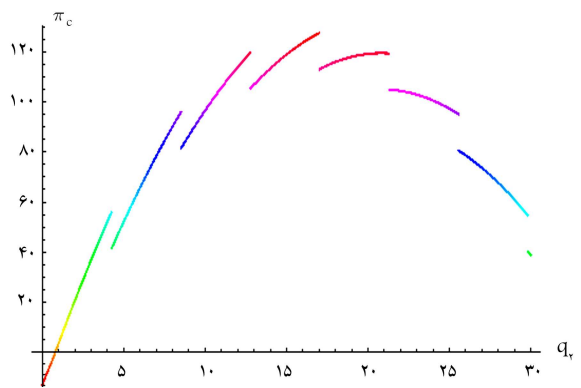
در این حالت هر برش از سود کل توسط صفحات  $q_1 = k_1 P$  یک تابع دو بعدی درجه دو است. این تابع شامل دو قسمت است. یکی پیوسته که نسبت به  $q_2$  مقعر است و با  $\pi_{CT}^{k_1}$  نشان داده می شود و دیگری تابع پله ای است که با  $\pi_{CT}^{k_1} = \left[\frac{q_2}{P}\right]R$  نشان داده می شود و عامل عدم پیوستگی تابع است. تابع سود به صورت  $\pi_{CT}^{k_1} = \pi_{CT}^{k_1} - \pi_{CT}^{k_1}$  نشان داده می شود. شکل ۴ یک مثال از این تابع است.  $\pi_{CT}^{k_1}$  مقعر است و مقدار  $q_2$  که تابع را بیشینه می کند، به صورت زیر به دست می آید:

$$q_2^* = \frac{a - bc_2 - 2k_1P}{2} \quad (21)$$

در این قسمت  $q_2^{k_2}$  تعریف می شود، که بیان می کند حمل کننده دو مقدار کالایی با ضریب صحیح از ظرفیت کامیون انتقال می دهد، به عبارت دیگر  $q_2^{k_2} = k_2 P$  است. وقتی میزان حمل از  $q_2^{k_2}$  به  $q_2^{k_2-1}$  کاهش می یابد مقدار  $\pi_{CT}^{k_1}$  به میزان  $R$  کاهش پیدا می کند. به همین دلیل در نقاط  $q_2^{k_2}$  پرش به مقدار  $R$  در  $\pi_{CT}^{k_1}$  مشاهده می شود. این مفهوم دارای خواصی است که اولین خاصیت آن به این صورت تعریف می شود:

لم ۳-۱: مقداری که  $\pi_{CT}^{k_1}$  را بیشینه می کند کمتر یا مساوی  $q_2^*$  است.

اثبات: تابع  $\pi_{CT}^{k_1}$  به صورت قطعه ای پیوسته و مقعر است و در هر کدام از ناپیوستگی ها به میزان  $R$  پرش دارد. تابع  $\pi_{CT}^{k_1}$  به ازای  $q_2 > q_2^*$  نزولی و  $\pi_{CT}^{k_1} - \pi_{CT}^{k_1}$  نیز همواره نزولی است. در نتیجه تابع  $\pi_{CT}^{k_1}$  نیز نزولی است و مقدار بیشینه بیشتر از  $q_2^*$  نیست. باید ثابت شود این امکان وجود دارد که مقدار بیشینه در نقطه ای کمتر از  $q_2^*$  باشد. توجه به شکل ۴ درک خوبی از مسئله می تواند ارائه کند. فرض می شود  $k_1^*$  میزان کامیون مورد نیاز برای حمل  $q_2^*$  واحد کالا است. در نقاط ناپیوستگی میزان کالای حمل شده توسط کامیون ضریب صحیحی از ظرفیت آن است و با افزایش اندک  $(\epsilon)$  این مقدار، یک کامیون دیگر به زنجیره تحمیل می شود که باعث کاهش سود به میزان  $R$  می شود. می توان ادعا کرد  $\pi_{CT}(q_2^{k_1^*}) > \pi_{CT}(q_2^{k_1^* - 1}) + \epsilon$  و نیز می توان گفت  $\pi_{CT}(q_2^*) > \pi_{CT}(q_2^{k_1^* - 1}) + \epsilon$ ؛ بنابراین ممکن است  $\pi_{CT}(q_2^{k_1^*}) > \pi_{CT}(q_2^*)$  و همچنین این امکان نیز با استدلال مشابه وجود دارد که  $\pi_{CT}(q_2^{k_1^* - 2}) > \pi_{CT}(q_2^{k_1^* - 1})$  و ... پس در نتیجه اثبات تمام است.



شکل ۴. یک برش از نمودار تابع سود کل زنجیره.

- هر کدام از صفحات  $q_1 = k_1 P$  یک برش از تابع  $\pi_{CT}$  ایجاد می کند (شکل ۴) که در واقع همان لبه های ناپیوستگی شکل ۲ هستند. روی این صفحات، مقدار بیشینه به وسیله الگوریتم پیشنهادی برای جست و جو، که در قسمت بعد ارائه خواهد شد، یافته و  $M_{k_1}^*$  نامیده می شود.  $q_2^{*k_1}$  مقادیر بهینه تقاضا از حمل کننده دوام و  $k_2^{*k_1}$  تعداد کامیون مورد نیاز برای حمل این تقاضا نیز استخراج می شود.

- در این مرحله با مقایسه مقدار بیشینه به دست آمده از هر کدام از صفحات، مقدار بیشینه نهایی گام یک  $M^* = \text{Max}_{k_1 \in \{0, 1, 2, \dots, \lfloor \frac{a}{P} \rfloor\}} \{M_{k_1}^*\}$  و مقدار بهینه  $k_1 = \text{arg Max}_{k_1 \in \{0, 1, 2, \dots, \lfloor \frac{a}{P} \rfloor\}} \{M_{k_1}^*\}$  که عبارت است از  $k_1^*$  یافته می شود.

گام دوم: مراحل قبل برای جست و جو روی صفحات:

$$q_2 = k_2 P \text{ s.t. } k_2 \in \{0, 1, 2, \dots, \lfloor \frac{a}{P} \rfloor\}$$

تکرار می شود. روی هر کدام از این صفحات، که یک برش از تابع  $\pi_{CT}$  ایجاد می کند، مقدار بیشینه به وسیله الگوریتم پیشنهادی برای جست و جو روی صفحات به دست می آید و  $N_{k_2}^*$  نامیده می شود. مقادیر بهینه  $q_1^{*k_2}$  و  $k_1^{*k_2}$  مربوط به هر یک از صفحات نیز استخراج می شود.

در این مرحله با مقایسه مقدار بیشینه هر کدام از صفحات، مقدار بیشینه نهایی گام دوم  $N^* = \text{Max}_{k_2 \in \{0, 1, 2, \dots, \lfloor \frac{a}{P} \rfloor\}} \{N_{k_2}^*\}$  و مقدار بهینه  $k_2 = \text{arg Max}_{k_2 \in \{0, 1, 2, \dots, \lfloor \frac{a}{P} \rfloor\}} \{N_{k_2}^*\}$  عبارت است از  $k_2^*$  نیز مشخص می شود.

گام سوم:  $M^*$  و  $N^*$  با هم مقایسه می شوند:

- اگر  $N^* = M^*$  و  $(k_1^{*k_2}, k_2^{*k_1}) \neq (k_1^*, k_2^*)$  باشد مقدار بهینه به صورت یک خط به دست می آید؛ زیرا عدم تساوی تعداد کامیون ها نشان می دهد که نقاط بیشینه در دو نقطه متفاوت رخ می دهد و تنها حالتی که دو نقطه متفاوت می توانند مقدار برابر داشته باشند حالتی است که روی خط مذکور در قضیه ۱ قرار داشته باشند.

- اگر  $N^* = M^*$  و  $(k_1^{*k_2}, k_2^{*k_1}) = (k_1^*, k_2^*)$  باشد، مقدار بهینه به صورت یک نقطه به دست می آید. با توجه به این که تعداد کامیون های بهینه در هر دو حالت برابر است، نقطه بهینه روی تقاطع مرزها قرار دارد و ظرفیت دو کامیون تکمیل است.

تفسیر این نامساوی‌ها با مقایسه‌ی مقدار پارامتر  $R_2$  که میزان پرش است و میزان افزایش مقدار تابع در بازه‌های پیوسته امکان‌پذیر است. □  
در ادامه، قضیه‌ی ۲ بر اساس لم ۱-۳ و مقایسه‌ی نقاطی که امکان دارد بیشینه باشند، میزان بهینه‌ی حمل کالا توسط شرکت حمل‌ونقل را تعیین می‌کند.  
قضیه ۲. مقدار بهینه‌ی تابع سود روی هر کدام از صفحات:

$$q_1 = k_1 P \text{ s.t. } k_1 \in \{0, 1, 2, \dots, \lfloor \frac{a}{P} \rfloor\}$$

با توجه به محدودیت  $q_1 + q_2 \leq a$  به صورت زیر است:

-- اگر  $q_2^* > a - k_1 P$  تعریف می‌شود  $q_2^* = a - k_1 P$  و  $k_2^*$  تعداد کامیون مورد نیاز برای حمل  $a - k_1 P$  واحد کالا.

-- اگر  $q_2^* \leq a - k_1 P$  همان بیشینه‌ساز تابع  $\pi_{CC}^{k_1}$  است که  $q_2^* = \frac{a - bc_2 - 2k_1 P}{2}$  و  $k_2^*$  تعداد کامیون مورد نیاز برای حمل  $q_2^*$  واحد کالا.

و در نهایت:

$$q_2^{*k_1} = \begin{cases} q_2^* & k_2^* = k_2^* \\ \arg \max \{ \pi'_{CT}(q_2^*), \pi'_{CT}(k_2^* P) \} & k_2^* < k_2^* \end{cases} \quad (22)$$

به طوری که:

$$k_2^* = \max_{k_2 \in \{0, 1, 2, \dots\} \cup \{ \frac{1}{2}(\frac{b - bc_2}{P} - \frac{Rb}{P^2} - 2k_1 + 1) \}} \{ k_2 : k_2 < \frac{1}{2}(\frac{b - bc_2}{P} - \frac{Rb}{P^2} - 2k_1 + 1) \} \quad (23)$$

اثبات: در لم ۱-۳ بیان شد که میزان پرش به اندازه‌ی  $R_2$  است. به عبارت دیگر برای  $\pi_{CN}$ :

$$\begin{aligned} \Delta \pi_{CN}(k_2) &= \pi_{CN}(q_2^{k_2}) - \pi_{CN}(q_2^{k_2-1}) \\ &= \pi_{CN}(k_2 P) - \pi_{CN}((k_2 - 1)P) = R \end{aligned} \quad (24)$$

برای  $\pi_{CC}$  نیز اختلاف دو مقدار به صورت زیر به دست می‌آید:

$$\begin{aligned} \Delta \pi_{CC}(k_2) &= \pi_{CC}(q_2^{k_2}) - \pi_{CC}(q_2^{k_2-1}) \\ &= \frac{a - bc_2}{b} P - (\frac{2k_2}{b} - (2k_1 - 1)) P^2 \end{aligned} \quad (25)$$

در نتیجه تغییر خالص در تابع  $\pi_{CT}$  به این صورت است:

$$\begin{aligned} \Delta \pi_{CT}(k_2) &= \Delta \pi_{CC}(k_2) - \Delta \pi_{CN}(k_2) \\ &= \frac{a - bc_2}{b} P - (\frac{2k_2}{b} + (2k_1 - 1)) P^2 - R \end{aligned} \quad (26)$$

اگر  $\Delta \pi_{CT}(k_2) > 0$  یعنی مقدار تابع در نقطه‌ی شکست فعلی بزرگتر از نقطه‌ی شکست قبلی باشد، آنگاه:

$$k_2 < \frac{b - bc_2}{2P} - \frac{bR}{2P^2} - \frac{(2k_1 - 1)}{2} \quad (27)$$

$\Delta \pi_{CT}(k_2)$  نسبت به  $k_2$  نزولی است. پس به ازای  $k_2$  بزرگتر از  $k_2^*$  (بیشینه مقدار  $k_2$  برای  $\Delta \pi_{CT}(k_2) > 0$ )،  $\Delta \pi_{CT}(k_2)$  منفی است. پس اگر  $k^* < k_2^* < k^*$  باشد این نقطه می‌تواند به عنوان یک کاندید برای بیشینه‌سازی تابع  $\pi_{CT}$  استفاده شود.

این جست‌وجو روی صفحات  $q_1 = k_1 P$  ادامه می‌یابد تا زمانی که شرط  $k_1 \leq \lfloor \frac{a}{P} \rfloor$  برقرار شود. □

### ۳.۳. جمع‌بندی روش حل

در حالت کلی به صورت خلاصه می‌توان روندنمای زیر را برای حل مسئله ارائه کرد.

• تعیین  $w$  و  $P$  بر حسب  $q_1$  و  $q_2$

• به ازای مقادیر  $\{0, 1, 2, \dots, \lfloor \frac{a}{P} \rfloor\}$   $k_1 \in$

-- قرار داده می‌شود  $q_1 = k_1 P$

-- مقدار بیشینه به ازای هر  $k_1$  به وسیله‌ی الگوریتم جست‌وجو در قسمت ۲.۳. و قضیه‌ی ۲ یافته و در  $M_{k_1}^*$  قرار داده می‌شود.

--  $q_2^{*k_1}$  و  $k_2^{*k_1}$  متناظر استخراج می‌شود.

• یافتن بزرگترین

$$M^* = \text{Max}_{k_1 \in \{0, 1, 2, \dots, \lfloor \frac{a}{P} \rfloor\}} \{M_{k_1}^*\}, \quad k_1^{*k_1} = \arg \text{Max}_{k_1 \in \{0, 1, 2, \dots, \lfloor \frac{a}{P} \rfloor\}} \{M_{k_1}^*\}$$

• به ازای مقادیر  $\{0, 1, 2, \dots, \lfloor \frac{a}{P} \rfloor\}$   $k_2 \in$

-- قرار داده می‌شود  $q_2 = k_2 P$

-- مقدار بیشینه به ازای هر  $k_2$  به وسیله‌ی الگوریتم جست‌وجو در قسمت ۲.۳. و قضیه‌ی ۲ یافته و در  $N_{k_2}^*$  قرار داده می‌شود.

--  $q_1^{*k_2}$  و  $k_1^{*k_2}$  متناظر استخراج می‌شود.

• یافتن بزرگترین

$$N^* = \text{Max}_{k_2 \in \{0, 1, 2, \dots, \lfloor \frac{a}{P} \rfloor\}} \{N_{k_2}^*\}, \quad k_2^{*k_2} = \arg \text{Max}_{k_2 \in \{0, 1, 2, \dots, \lfloor \frac{a}{P} \rfloor\}} \{N_{k_2}^*\}$$

• مقایسه‌ی  $M^*$  و  $N^*$ :

۱. اگر  $M^* \neq N^*$  مقدار بیشینه‌ی مسئله مقدار بزرگتر است.

۲. اگر  $N^* = M^*$  و  $(k_1^{*k_2}, k_2^{*k_2}) \neq (k_1^{*k_1}, k_2^{*k_1})$  باشد مقدار بهینه به صورت یک خط است.

۳. اگر  $N^* = M^*$  و  $(k_1^{*k_2}, k_2^{*k_2}) = (k_1^{*k_1}, k_2^{*k_1})$  باشد، مقدار بهینه به صورت یک نقطه به دست می‌آید.

• پایان

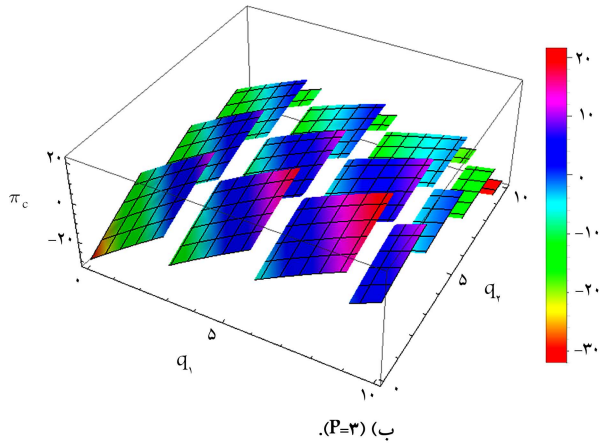
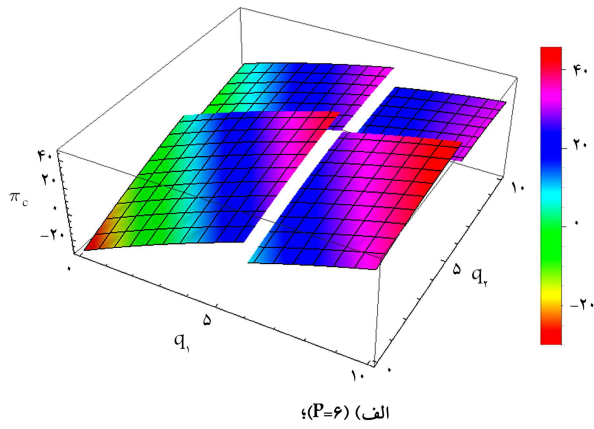
برای حل مسئله و پیاده‌سازی مدل ارائه شده، محاسبات این مقاله توسط نرم‌افزار ولفریم ممتیکا ۹/۰ انجام شد. همچنین تمام نمودارها نیز با استفاده از این نرم‌افزار رسم شده‌اند.

مثال: در این مثال برای درک بهتری از الگوریتم ارائه شده حالت ساده‌ی مسئله که دارای دو خط شکست  $q_1 = 0$  و  $q_2 = 0$  است، حل می‌شود. با استفاده از الگوریتم مقادیر بهینه‌ی تابع سود  $\pi_{CT}$  به صورت پارامتریک به دست می‌آید.

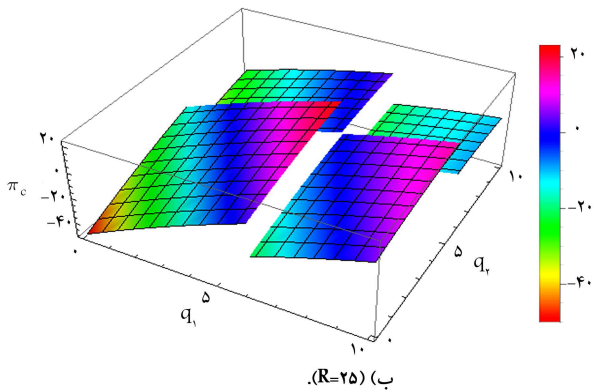
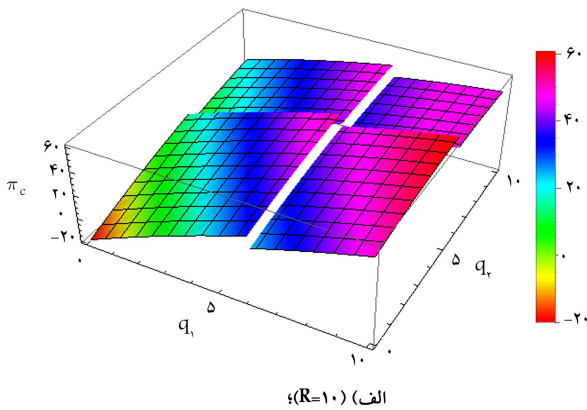
مرز  $q_1 = 0$ : با قراردادن  $k_1 = 0$  مقدار بهینه برای  $q_2$  با اجرای الگوریتم ارائه شده به صورت زیر به دست آمد:

$$q_2 = \begin{cases} \frac{a - bc_2}{2} & 0 < b \leq \frac{a}{c_2} \\ 0 & b > \frac{a}{c_2} \\ \text{Indeterminate} & \text{O.W.} \end{cases}$$





شکل ۵. تحلیل تأثیر پارامتر  $P$  بر نمودار تابع سود.



شکل ۶. تحلیل تأثیر پارامتر  $R$  بر تابع سود.

در این حالت با توجه به فرمول ۱ مقدار بهینه برای  $p$  به صورت زیر به دست آمد:

$$p = \begin{cases} \frac{a-bc_r}{2b} & 0 < b < \frac{a}{c_r} \\ \frac{a}{b} & b \geq \frac{a}{c_r} \\ \text{Indeterminate} & \text{O.W.} \end{cases}$$

مقدار بهینه برای قسمت پیوسته نیز به دست آمد:

$$\pi C^* = \begin{cases} 0 & b \geq \frac{a}{c_r} \\ \frac{(a-bc_r)^2}{2b} & 0 < b < \frac{a}{c_r} \\ -\infty & \text{O.W.} \end{cases}$$

مرز  $q_2 = 0$ : در این حالت میزان بهینه برای  $Q_1$  نیز به دست می‌آید. در واقع در این حالت مرزی فقط شرکت حمل‌ونقل اول کالا حمل می‌کند.

$$q_1 = \begin{cases} \frac{a-bc_1}{2} & 0 < b < \frac{a}{c_1} \\ 0 & b \geq \frac{a}{c_1} \\ \text{Indeterminate} & \text{O.W.} \end{cases}$$

مقدار بیشینه  $p$  نیز به صورت زیر به دست می‌آید:

$$p = \begin{cases} \frac{a+bc_1}{2b} & 0 < b < \frac{a}{c_1} \\ \frac{a}{b} & b \geq \frac{a}{c_1} \\ \text{Indeterminate} & \text{O.W.} \end{cases}$$

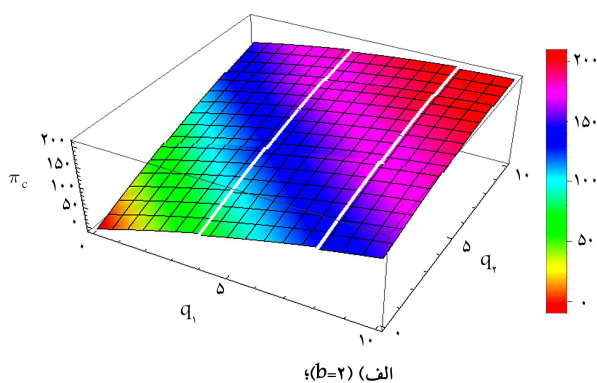
بیشینه‌ی تابع سود در حالت پیوسته به صورت زیر به دست آمد:

$$\pi C^* = \begin{cases} 0 & b \geq \frac{a}{c_1} \\ \frac{(a-bc_1)^2}{2b} & 0 < b < \frac{a}{c_1} \\ -\infty & \text{O.W.} \end{cases}$$

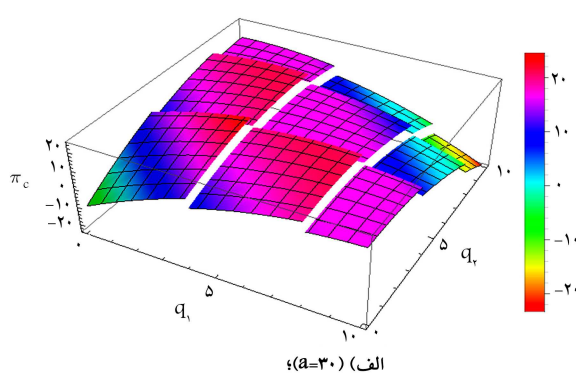
برای یافتن بیشینه‌ی کل تابع طبق الگوریتم پیشنهادی باید کل خطوط شکست مورد بررسی قرار گیرند و با هم مقایسه شوند. در این مثال برای درک عمیق‌تری از مسئله، با فرض عدم وجود نقاط شکست دیگر فقط به بررسی دو صفحه‌ی  $q_2 = 0$  و  $q_1 = 0$  پرداخته شد.

#### ۴. تحلیل پارامترها

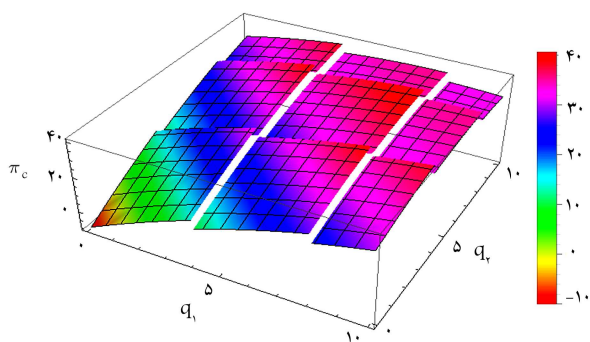
در ادامه به صورت مختصر به تحلیل پارامترها پرداخته خواهد شد. پارامتر  $P$ ، که مربوط به ظرفیت هرکدام از وسایل نقلیه است، مساحت مقاطع پیوسته را تحت تأثیر قرار می‌دهد. شکل ۵ اثر تغییر  $P$  بر تابع سود را زمانی که همه‌ی پارامترهای دیگر ثابت هستند، نشان می‌دهد. مشاهده می‌شود که با کاهش مقدار  $P$  تعداد خطوط شکست افزایش و میزان سود نیز کاهش یافته است.  $R$  هزینه‌ی حمل هر واحد کامیون است که باعث اختلاف ارتفاع بین دو رویه‌ی پیوسته می‌شود. شکل ۶ اثر  $R$  روی تابع سود را نشان می‌دهد. افزایش  $R$  در نمودار این شکل باعث شده است، میزان تقاضا از حمل‌ونقل‌کنندگان کاهش و در نتیجه سود کاهش یابد. این اختلاف را در شکل ۴ نیز می‌توان مشاهده کرد.



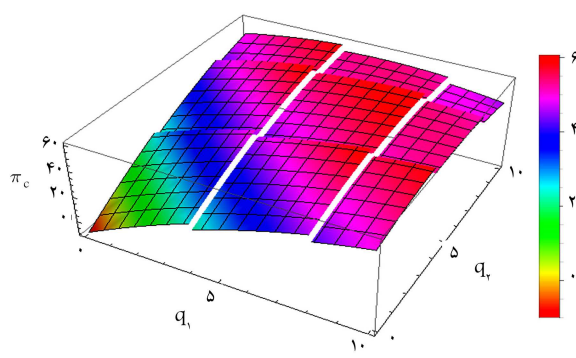
الف)  $(b=2)$



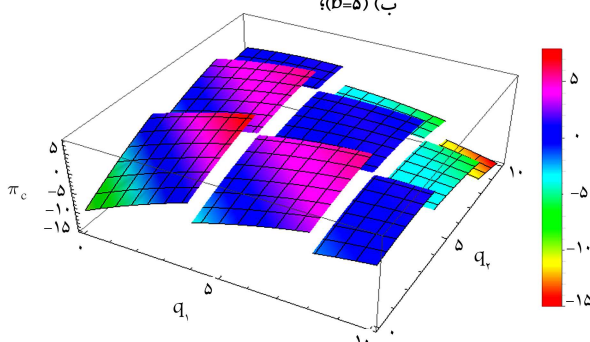
الف)  $(a=30)$



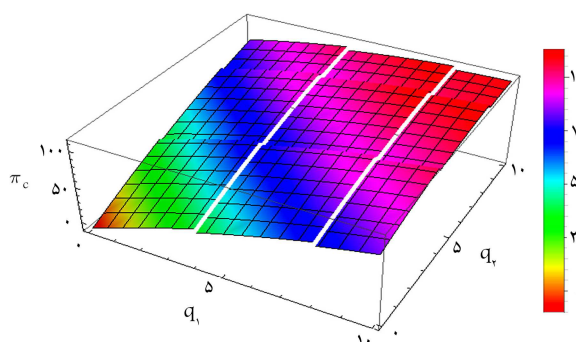
ب)  $(b=5)$



ب)  $(a=40)$



ج)  $(b=8)$



ج)  $(a=50)$

شکل ۸. بررسی تأثیر  $b$  روی تابع سود.

شکل ۷. بررسی تأثیر  $a$  بر تابع سود.

جدول ۴. تحلیل پارامتر  $c_1$ .

مقدار پارامتر $c_1$	نام شکل
۷	د
۵	ج
۳	ب
۱	الف

جدول ۳. تحلیل پارامتر  $a$ .

پارامتر	$a$	$b$	$R$	$P$	$c_1$	$c_2$
شکل ۷ الف	۵	۳	۵	۴	۳	۳
شکل ۷ ب	۳۰	۳	۵	۴	۳	۳
شکل ۷ ج	۴۰	۳	۵	۴	۳	۳
شکل ۷ د	۵۰	۳	۵	۴	۳	۳

در شکل ۸ سه حالت مختلف برای تحلیل پارامتر  $b$  ارائه شده است. با افزایش  $b$  میزان تقاضای مشتری کاهش و در نتیجه تقاضا از حمل‌ونقل‌کنندگان نیز کاهش می‌یابد. کاهش تقاضا نیز باعث کاهش سود می‌شود. همان‌گونه که در شکل ۸ مشخص است نقاط قرمز رنگ که نشان‌دهنده مقدار بیشینه‌ی تابع سود هستند، با افزایش  $a$  از  $q_1$  و  $q_2$  بزرگتر به سمت مقادیر کوچکتر آن‌ها تغییر کرده است.

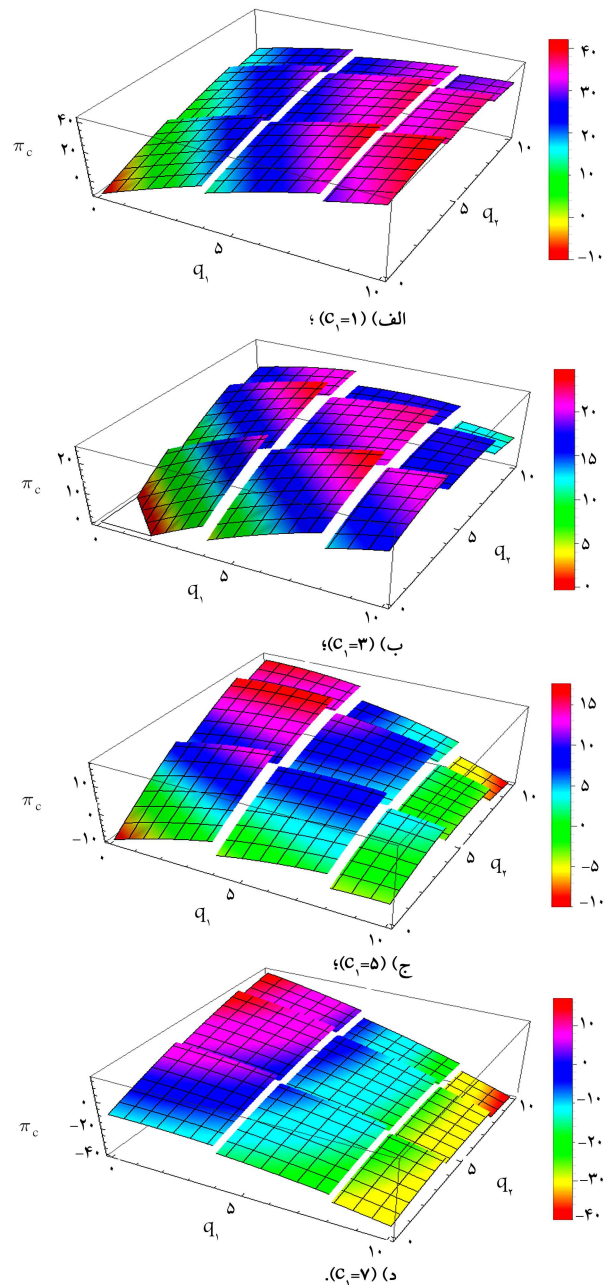
دو پارامتر دیگر که تأثیر زیادی بر تابع سود دارند پارامترهای  $c_1$  و  $c_2$  هستند. برای بررسی اثر این پارامترها ابتدا  $c_1$  بررسی می‌شود. مقادیر  $c_1$  طبق جدول ۴ تغییر می‌کنند. در این جدول نام شکل متناظر با هر مقدار از  $c_1$  مشخص شده است. شکل ۹ نشان‌دهنده تأثیر پارامتر  $c_1$  روی نمودار تابع سود کل زنجیره است.

به ازای  $bc_1 \geq a$  یا  $bc_2 \geq a$  مقدار بهینه‌ی تابع سود برابر صفر است. با توجه به مقادیر مربوط به پارامترهای موجود در جدول ۳ مقادیر مختلف  $a$  بررسی شد که در شکل ۷ آورده شده است. در حالت الف میزان بیشینه‌ی تابع سود منفی است و  $q_1 = 0$  و  $q_2 = 0$ . با افزایش  $a$  مقدار تقاضای کل افزایش و در نتیجه تقاضا از حمل‌ونقل‌کنندگان هم افزایش می‌یابد. با افزایش تقاضا سود نیز افزایش می‌یابد. برای بررسی  $b$  همان مقادیر جدول ۳ در نظر گرفته شد. مقدار  $a$  نیز ۵۰ در نظر گرفته شد.

زنجیره‌ی تأمین‌ی که شامل شرکت‌های حمل‌ونقل برای حمل کالاهای خاص هستند تأثیر زیادی در مبادلات تجاری دارد. شرکت‌های حمل‌ونقل با وجود وسایل نقلیه با ظرفیت‌های ثابت باید هزینه‌های حمل‌ونقل خود را تعیین کنند. در بیشتر تحقیقات انجام‌شده هزینه‌های حمل‌ونقل به‌ازای هر واحد کالا در نظر گرفته شده یا به‌عنوان یک هزینه‌ی ثابت به هزینه‌های تولید اضافه شده است. در این پژوهش تأثیر پارامترهای هزینه‌ی مختلف و به‌ویژه پارامترهای مربوط به ظرفیت و هزینه‌ی هر کامیون بررسی شد. در همین راستا در این پژوهش قیمت‌گذاری با فرض زنجیره‌ی تأمین دوسطحی با یک خرده‌فروش و دو شرکت حمل‌ونقل بررسی شد. تصمیمات مربوط به تعیین میزان بهینه‌ی قیمت در هر یک از سطوح، تقاضای نهایی را تحت تأثیر قرار خواهد داد که عامل کلیدی برای بیشینه‌سازی سود زنجیره است. در این تحقیق به بررسی هر واحد کامیون علاوه بر هزینه‌های هر واحد کالا برای تحلیل بهتر و نزدیک شدن به واقعیت در تابع سود نهایی وارد شد. این امر باعث پیچیده شدن مسئله و داخل شدن متغیر عدد صحیح در آن شد. با ارائه‌ی یک روش تحلیلی، ابتدا قسمت پیوسته بررسی شد و سپس با یک روش ابتکاری نقاط شکستگی که در اثر متغیر عدد صحیح ایجاد شده بود، مورد بررسی قرار گرفت. این روش یک روش ابتکاری مناسب برای حل آن دسته از مسئله‌های ناپیوسته‌ی غیرخطی است که تقعر مؤلفه‌ی پیوسته‌ی تابع را نمی‌توان با استفاده از آزمون مشتق دوم به دست آورد. تحلیل حساسیت پارامترها نشان داد که هزینه‌ی هر واحد وسیله‌ی نقلیه و ظرفیت آن نقش به‌سزایی در سود زنجیره دارد و عدم توجه به آن‌ها باعث تحلیل غیردقیق از زنجیره می‌شود.

در نهایت پیشنهادهایی که برای بهبود کار و کاربردی کردن مدل می‌توان ارائه داد عبارت‌اند از:

- چندسطحی در نظر گرفتن میزان ظرفیت وسایل نقلیه؛
- محدود کردن ظرفیت و در نظر گرفتن کمبود در برآورده کردن تقاضا و در نظر گرفتن جریمه برای آن در تابع تقاضا؛
- چند دوره‌ی در نظر گرفتن زنجیره؛
- افزایش تعداد خرده‌فروشان و شرکت‌های حمل‌ونقل؛
- در نظر گرفتن محدودیت برای قیمت‌های ارائه شده توسط شرکت‌های حمل‌ونقل بر مبنای قیمت بازار؛
- بررسی اثر ادغام سفارش‌های شرکت‌های حمل‌ونقل بر افزایش سود آن‌ها؛
- استفاده از یک قرارداد به جای استفاده از کامیون‌های با ظرفیت ثابت برای کاهش هزینه به طوری که تقاضای کمتر از یک میزان مشخص از ظرفیت وسیله‌ی نقلیه از طریق قرارداد با دیگر شرکت‌ها ارسال شود؛
- تقسیم سود حاصل از زنجیره‌ی تأمین با یک فروشنده و چندین خریدار؛
- در نظر گرفتن تبلیغات، خدمات پس از فروش، حمل‌ونقل و... برای قیمت‌گذاری به‌طور هم‌زمان؛
- استفاده از بازی‌های رقابتی و همکاریانه در یک سطح از زنجیره‌ی تأمین زمانی که دو فروشنده قیمت کالاهای جانشین را هم‌زمان تعیین می‌کنند؛
- اضافه کردن تصمیمات تولیدکننده به محاسبات و استفاده از دو شرکت آمادی ثالث به جای دو حمل‌کننده در زنجیره‌ی تأمین؛
- در نظر گرفتن هزینه‌های موجودی، مسیریابی، و حمل‌ونقل در مدل‌ها.



شکل ۹. تأثیر پارامتر  $c_1$  روی نمودار تابع سود.

شکل ۹ نشان می‌دهد که با افزایش  $c_1$  مقدار بهینه‌ی تقاضا از  $q_1$  کاهش و تقاضا از حمل‌ونقل‌کننده‌ی دوم افزایش می‌یابد. همچنین با افزایش مقدار این پارامتر میزان سود کل زنجیره نیز کاهش پیدا می‌کند.

مرور تحلیل پارامترها نشان می‌دهد که ظرفیت وسایل نقلیه و هزینه‌ی هر واحد وسیله‌ی نقلیه تأثیر به‌سزایی در تابع سود دارد.

## ۵. نتیجه‌گیری

امروزه مسئله‌ی قیمت‌گذاری در زنجیره‌ی تأمین اهمیت فراوانی دارد. قیمت‌گذاری در

پانوشتها

1. leader
2. follower
3. online
4. simultaneous move games
5. collusion
6. Weierstrass
7. compact
8. Wolfram Mathematica 9.0

(References) منابع

1. Cournot, A., *Researches into the Mathematical Principles of the Theory of Wealth* Macmillan, Harvard University, London (1838).
2. Bertrand, J. "Recherches sur la theorie mathematique de la richesse", *Journal des Savants*, **48**, pp. 499-508 (1883).
3. Avsar, Z.M. and M. Baykal-Gürsoy, M. "Inventory control under substitutable demand: A stochastic game application", *Naval Research Logistics (NRL)*, **49**(4), pp. 359-375 (2002).
4. Stackelberg, H.V., *Theory of the Market Economy*, Oxford University Press, Oxford (1952).
5. Levitan, R. and Shubik, M. "Price duopoly and capacity constraints", *International Economic Review*, **13**(1), pp. 111-122 (1972).
6. Hviid, M. "Capacity constrained duopolies, uncertain demand and non-existence of pure strategy equilibria", *European Journal of Political Economy*, **7**(2), pp. 183-190 (1991).
7. Choi, S.C. "Price competition in a channel structure with a common retailer", *Marketing Science*, **10**(4), pp. 271-296 (1991).
8. Trivedi, M. "Distribution channels: An extension of exclusive retailership", *Management Science*, **44**(7), pp. 896-909 (1998).
9. Gal-Or, E. "Duopolistic vertical restraints", *European Economic Review*, **35**(6), pp. 1237-1253 (1991).
10. Butz, D.A. "Vertical price controls with uncertain demand 1", *The Journal of Law and Economics*, **40**(2), pp. 433-460 (1997).
11. Banks, D.T., Hutchinson, J.W. and Meyer, R.J. "Reputation in marketing channels: Repeated-transactions bargaining with two-sided uncertainty", *Marketing Science*, **21**(3), pp. 251-272 (2002).
12. Jain, S. and Kannan, P. "Pricing of information products on online servers: Issues, models, and analysis", *Management Science*, **48**(9), pp. 1123-1142 (2002).
13. Zusman, P. and Etgar, M. "The marketing channel as an equilibrium set of contracts", *Management Science*, **27**(3), pp. 284-302 (1981).
14. McGuire, T.W. and Staelin, R. "Effects of channel member efficiency on channel structure", *Productivity and Efficiency in Distribution Systems*, hrsg. v. Gautschi, David A., New York et al. 1983a, pp. 3-15 (1983).
15. Lee, C.-Y. "The economic order quantity for freight discount costs", *IIE Transactions*, **18**(3), pp. 318-320 (1986).
16. Abad, P.L. "Supplier pricing and lot sizing when demand is price sensitive", *European Journal of Operational Research*, **78**(3), pp. 334-354 (1994).
17. Christy, D.P. and Grout, J.R. "Safeguarding supply chain relationships", *International Journal of Production Economics*, **36**(3), pp. 233-242 (1994).
18. Dong, L. and Rudi, N. "Supply chain interaction under transshipments", Washington University Working Paper (2001).
19. Zhao, W. and Wang, Y. "Coordination of joint pricing-production decisions in a supply chain", *IIE Transactions*, **34**(8), pp. 701-715 (2002).
20. Xie, J. and Ai, S. "A note on: Cooperative advertising, game theory and manufacturer-retailer supply chains", *Omega*, **34**(5), pp. 501-504 (2006).
21. Henet, J.-C. and Arda, Y. "Supply chain coordination: A game-theory approach", *Engineering Applications of Artificial Intelligence*, **21**(3), pp. 399-405 (2008).
22. Leng, M. and Parlar, M. "Game theoretic applications in supply chain management: A review", *Journal Information Systems and Operational Research (INFOR)*, **43**(3), pp. 187-220 (2005).
23. Noori-daryan, M., Taleizadeh, A. "Coordinating pricing and ordering decisions in a multi-echelon pharmacological supply chain under different market power using game theory", *Journal of Industrial and Systems Engineering*, **9**(1), pp. 35-56 (2016).
24. Esmaili, M., Aryanezhad, M.-B. and Zeephongsekul, P. "A game theory approach in seller—buyer supply chain", *European Journal of Operational Research*, **195**(2), pp. 442-448 (2009).
25. Mutlu, F. and Çetinkaya, S. "Coordination in retailer-carrier channels for long term planning", *International Journal of Production Economics*, **133**(1), pp. 360-369 (2011).
26. Mutlu, F. and Çetinkaya, S. "Pricing decisions in a carrier-retailer channel under price-sensitive demand and contract-carriage with common-carriage option", *Transportation Research Part E: Logistics and Transportation Review*, **51**, pp. 28-40 (2013).
27. Lozano, S., Moreno, P., Adenso-Diaz, B. and Algaba, E. "Cooperative game theory approach to allocating benefits of horizontal cooperation", *European Journal of Operational Research*, **229**(2), pp. 444-452 (2013).
28. Jiang, L., Wang, Y. and Yan, X. "Decision and coordination in a competing retail channel involving a third-party logistics provider", *Computers & Industrial Engineering*, **76**, pp. 109-121 (2014).
29. Wang, H., Meng, Q. and Zhang, X. "Game-theoretical models for competition analysis in a new emerging liner container shipping market", *Transportation Research Part B: Methodological*, **70**, pp. 201-227 (2014).
30. Lorentziadis, P.L. "Pricing in a supply chain for auction bidding under information asymmetry", *European Journal of Operational Research*, **237**(3), pp. 871-886 (2014).

31. Yuan, L., Yang, C. and Li, T. "Advertising and pricing decisions in a manufacturer-retailer channel with demand and cost disruptions", *International Journal of Information Systems and Supply Chain Management (IJISSCM)*, **8**(3), pp. 44-66. (2015).
32. Modak, N.M., Panda, S. and Sana, S.S. "Three-echelon supply chain coordination considering duopolistic retailers with perfect quality products", *International Journal of Production Economics*, **182**, pp. 564-578 (2015).
33. Zhao, N. and Chen, L. "Price decision models of a manufacturer-retailer supply chain based on game theory", *AASRI International Conference on Industrial Electronics and Applications*, pp. 1-4 (2015).
34. Mehrjerdi, Y.Z., Fallahnejad, M.S. and Rasay, H. "Modeling and sensitivity analysis of vendor managed inventory system based upon stackelberg game theory, assuming that the producer is the leader", *Industrial Engineering & Management Sharif*, **29-1**(2), pp. 93-103 (2014).